

Universidad Nacional de Córdoba

TRABAJO FINAL DE PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA

Profesorado en Matemática

Autores: Mariel Nahir Arneudo / Florencia de Avila Cunha



*Pythagoras
569 a.c - 475 a.c
Filósofo y matemático
griego considerado el primer
matemático puro.*



Universidad Nacional de Córdoba



FAMAF
Facultad de Matemática,
Astronomía, Física y
Computación

Título: TRABAJO FINAL DE PRÁCTICAS: FUNCION EXPONENCIAL

Autores: Arneudo, Mariel Nahir; de Avila Cunha, Florencia

Equipo responsable de MyPE: Esteley, Cristina; Asinari, Marianela; Coirini, Araceli; Dipierri, Iris; Mina, María; Smith, Silvina

Profesora Supervisora de Práctica: Esteley, Cristina; Asinari, Marianela

Carrera: Profesorado en Matemática

Fecha: 22-11-2018



Fecha: 22-11-2018 Trabajo Final de Prácticas: Función Exponencial por Arneudo, Mariel Nahir y de Avila Cunha, Florencia. Esta obra está bajo una [Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/).

Clasificación

97 Mathematical Education

97D Education and Instruction in Mathematic

Palabras Claves

Función exponencial, variables, tablas, modelización, exploración, *GeoGebra*.

Resumen

En el presente informe realizamos una descripción de las prácticas profesionales docentes; las cuales fueron llevadas a cabo en dos divisiones (C y D) de 5° año de un colegio de la Ciudad de Córdoba. Estas prácticas están enmarcadas en la asignatura Metodología y Practica de la Enseñanza de FAMAF. El tema matemático desarrollado fue función exponencial.

Este trabajo está dividido en cuatro capítulos: la institución, la planificación y su puesta en práctica, el estudio de una problemática didáctica y por último las conclusiones finales.

Abstract

In the present report, we made a description of the professional teaching practices which took place in two 5th-year divisions of a high school in the City of Córdoba. These practices are part of the plan of the subject Methodology and Practice of Teaching. The Mathematical Topic developed was Exponential Function.

This work is divided into four chapters: the institution, the planning and practice, a didactical problematic and final conclusions.

Índice

1. Introducción.....	3
1.1 La institución.....	3
1.1.1 Características generales.....	3
1.1.2 Espacios disponibles para las actividades escolares.....	3
1.1.3 Hábitos de trabajo en la institución.....	8
1.2 Organización general del curso.....	11
1.3 Las clases observadas.....	15
1.4 Observación de jornada completa.....	20
2. Diseño de la práctica e implementación en el aula.....	23
2.1 Planificación anual de matemática en 5° año.....	23
2.2 Contenidos previos y posteriores trabajados en el curso.....	24
2.3 Las variables de la planificación de la enseñanza.....	25
2.3.1 Las metas, objetivos y expectativas de logro.....	25
2.3.2 Selección, organización y secuenciación de los contenidos.....	26
2.4 Actividades y tareas desarrolladas.....	28
2.5 La organización del escenario.....	50
2.6 La evaluación.....	51
2.6.1 Producciones de los estudiantes en la evaluación integradora.....	63
2.6.2 Reflexiones finales sobre la actividad de evaluar.....	66
3. La problemática.....	67
3.1 Contexto de la elección de la problemática.....	69
3.2 Análisis de la problemática.....	72
4. Conclusiones finales.....	81
Referencias Bibliográficas.....	85
Anexos.....	87
Anexo N°1.....	87
Anexo N°2.....	90
Anexo N°3.....	94
Anexo N°4.....	103

1. Introducción

1.1 La institución

La institución en la cual realizamos nuestras observaciones de las clases, es un colegio público de gestión privada, dirigida por una comunidad religiosa, para la educación cristiana de niños y jóvenes. En honor al fundador de esa comunidad se puede observar, tanto en la recepción del colegio como en cada aula, un banner con su imagen y otras imágenes religiosas.

1.1.1 Características generales

El Colegio está ubicado en un predio donado por el estado, con un área total de 18.000 m² aproximadamente. Se encuentra sobre una avenida principal y de doble vía de la Ciudad de Córdoba, lo cual hace que el acceso sea rápido y fácil.

Su superficie cubierta es de 12.000 m² aproximadamente. La edificación se halla rodeada por jardines y playas de estacionamiento, tanto para vehículos particulares como para transporte escolar. Existen cuatro pabellones principales de dos y tres plantas, todos comunicados por galerías externas e internas, escaleras y rampas, donde funcionan los tres niveles. También están los espacios al aire libre y cubiertos para la práctica deportiva y el natatorio cubierto, que alberga dos piscinas climatizadas. Además, cuenta con otro predio donde se realiza el grueso de la actividad deportiva.

El colegio ofrece todos los niveles educativos vigentes:

- Nivel Inicial, conformado por Sala de 3, 4 y 5 años.
- Nivel Primario
- Nivel Secundario, cuya estructura está conformada por:
 - * Ciclo Básico (CB): comprende de 1° a 3° año.
 - * Ciclo Orientado (CO): comprende de 4° a 6° año.

La especialidad del CO es la de Humanidades con orientación en Ciencias Sociales. Tanto el Ciclo Básico como el Ciclo Orientado, tienen cuatro secciones por curso.

1.1.2 Espacios disponibles para las actividades escolares

❖ Las aulas

Existen actualmente 24 aulas destinadas al Nivel Secundario, 12 para el Nivel Primario y 6 salas para Nivel Inicial. Estos dos últimos niveles trabajan en dos turnos.

Cada aula posee una capacidad máxima para 42 alumnos, lo cual hace que sea un lugar espacioso; las mismas están trabajadas con vigas salientes para retener el sonido sin que se produzcan ecos; las paredes son de hormigón y no comunican ruidos vecinos.

En el interior de las aulas del Nivel Secundario, los pupitres se encuentran orientados hacia la pizarra de tiza y la pizarra digital. La relación visual entre el alumno y el docente es óptima, ya que bajo las pizarras existe una plataforma de 30 cm donde se ubica el profesor y su escritorio. Para dar más detalle, ver Imagen N°1.



Imagen N°1: Vista de un aula desde la pared opuesta a la entrada.

Las aulas, poseen ventiladores y aire acondicionado frío-calor y también amplios ventanales vidriados al este y a la izquierda de los pupitres de los alumnos, lo que permite una muy buena iluminación durante la mañana; para atenuar la claridad excesiva y el reflejo en las pizarras, los ventanales están cubiertos por persianas de tipo americano.



Imagen N°2: Vista de un aula desde la puerta de entrada.

Además cuentan con las instalaciones necesarias para efectuar proyecciones en la pizarra digital y conexiones a la red para acceder a Internet, lo cual es muy utilizado en todos los espacios curriculares, ya que los alumnos cuentan con un aula virtual donde tienen todo el material que necesitan para el desarrollo de las clases.

Otro de los aspectos importantes que pudimos observar del aula son las imágenes que la decoran: un cuadro con imágenes religiosas y afiches producidos por los alumnos con contenido de alguna materia.

Por último, con respecto a la distribución jerárquica de los espacios, pudimos contemplar que la oficina del preceptor está próxima a las aulas de los cursos que tiene a cargo, además dicha estructura se encuentra vidriada, es decir que puede distinguirse el interior de la misma e incluso la puerta siempre permanece abierta, lo que comunica que el preceptor está a disposición de quien lo necesita. No así el caso de la sala de profesores y la dirección, las cuales se encuentran en la planta baja alejadas de las aulas, ambas salas no permiten la vista hacia su interior y los alumnos, para ingresar, deben tocar la puerta y esperar a ser atendidos por algún profesor que los autorice.

❖ **Biblioteca**

Un elemento central del colegio es la Biblioteca y su sala de lectura. Allí se encuentran 9.602 libros y 1.108 folletos de consulta frecuente, desde textos de fisiología humana hasta cuentos infantiles. La biblioteca cuenta con aproximadamente 260 unidades entre mapas geográficos e históricos, además de gráficos y demás impresiones que tocan los más diversos temas. La biblioteca está provista de mesas destinadas al trabajo con dicho material y cinco computadoras conectadas a Internet que facilita la búsqueda de material de estudio, tanto para los alumnos como para los docentes.

❖ **Gabinete de informática**

El colegio cuenta con seis laboratorios equipados con computadoras de última generación, todas conectadas en red y con servicio de Internet.

En el colegio se enseña computación desde Sala de 3 años hasta 6to año del Secundario, utilizando el sistema “Futurekids” que permite integrar actividades curriculares con tecnologías.

Los alumnos del Nivel Secundario prácticamente no usan el laboratorio pues cuentan con tablets, wi-fi y pizarra digital. Este espacio es utilizado mayormente por los estudiantes del Nivel Primario.

❖ **Gabinete de física y tecnología**

Allí se encuentran los elementos necesarios para trabajar en la construcción y preparación de maquetas y distintos proyectos escolares, encarados desde el ámbito de la tecnología. Hay herramientas, tornos, prensas y elementos de medida variados. Los alumnos trabajan también sobre mesas amplias de madera, con capacidad para seis personas y con acceso a corriente eléctrica.

Respecto de Física, además de la aparatología manual, se cuenta con un equipo “Pasco Scientific Science Workshop 500” Interface que permite realizar experiencias en el campo de la mecánica, la electricidad y el magnetismo, además de realizar análisis de gráficos exponenciales y logarítmicos.

❖ **Espacio Poli-funcional**

Este espacio tiene, como característica distintiva, permitir la realización de diferentes eventos en forma simultánea, pudiendo ser deportivos, artísticos o ceremonias propias del calendario escolar.

Para cumplir con esta finalidad cuenta con:

- Un hall de ingreso.
- Un salón para reuniones con capacidad para trescientas personas, acondicionado con los requerimientos técnicos necesarios para reuniones de padres, talleres docentes, conferencias, proyecciones multimedia, etc.
- Salón principal donde se distribuyen las canchas para diferentes prácticas deportivas: fútbol de salón, handball, voley y básquet, todas ellas con sus medidas reglamentarias. Este salón tiene capacidad para albergar a más de dos mil personas sentadas observando aquello que se desarrolle en su escenario fijo de catorce metros de boca. Debido a sus amplias dimensiones (60m x 30m) permite reunir a toda la comunidad educativa para compartir celebraciones, ceremonias y fiestas.
- Un salón para Gimnasia Deportiva, donde se ubican los grandes aparatos que se utilizan para la práctica de esta disciplina.
- Un salón para gimnasia.
- Un salón de usos varios.
- Áreas de servicio: vestuarios, baños, duchas, sectores para armarios, depósitos, oficinas (departamento de Educación Física), asadores, etc.

❖ **Natatorio**

El natatorio es una de las estructuras que hicieron famoso al Colegio. Está completamente cubierto y alberga dos piscinas climatizadas, un gimnasio en la parte superior, tres plataformas para trampolines, vestuarios, consultorio médico y zona administrativa. La pileta principal tiene una longitud de 25 metros por 12,5 metros de ancho, con una profundidad máxima de 4,10 metros y mínima de 1 metro. La otra pileta es de proporciones más pequeñas y está destinada a los niños que deben aprender a nadar.

Un dato importante para destacar es que “Natación” es una materia incluida dentro de las actividades curriculares semanales de los alumnos. Es en estas piletas donde se dicta la materia para todos los cursos y niveles del Colegio.

❖ **Campo de deportes**

Dentro del predio del Colegio, hay dos canchas de fútbol 7 y una de básquet, destinadas a la materia Educación Física.

En otro predio, ubicado a 7,7 km del Colegio, se encuentra el Campo de Deportes. Las instalaciones que posee en la actualidad son: cuatro canchas reglamentarias de fútbol once

(una de ellas con iluminación artificial), dos canchas de fútbol infantil, una cancha de hockey, una cancha de voleibol, dos canchas de bochas, dos quinchos con asadores, cantina (recientemente remodelada), sanitarios y vestuarios. En este lugar se llevan a cabo actividades deportivas, pedagógicas, pastorales y recreativas.

❖ **Capilla**

El colegio cuenta con una capilla, donde se realizan misas y actividades del área curricular Formación Cristiana.

El colegio además cuenta con: cantina, comedor y patios donde los alumnos pasan los recreos y almuerzan.

1.1.3 Hábitos de trabajo en la institución

➤ Durante los recreos las aulas se cierran, por lo tanto todo el estudiantado, salvo casos excepcionales, salen a las zonas comunes, ya sea el patio, biblioteca, cantina o comedor. En todos los recreos, los preceptores recorren los espacios comunes a los fines de controlar y asistir a algún requerimiento de estudiantes u otros sujetos. Los recreos de los distintos niveles son en diferentes horarios, por lo tanto no se mezclan los estudiantes, y por ejemplo los estudiantes del Nivel Secundario tienen prohibido estar en el patio que le corresponde al Nivel Primario. El patio que corresponde al Nivel Inicial, está rodeado por un alambrado.

Los horarios de recreo para el Nivel Secundario son:

1°: 9.25 am a 9.40 am

2° 11 am a 11.15 am

3°: 12.35 pm a 13 pm, este recreo es el destinado para almorzar. Los alumnos pueden almorzar en la cantina o comedor donde se ofrecen menús, o llevarse su almuerzo.

➤ Durante el período de observación, la entrada al aula fue casi siempre puntual, tanto de los docentes como de los estudiantes. Cada vez que entra el docente que dará inicio a una clase, los estudiantes se paran junto a su banco y saludan formalmente. Lo mismo ocurre cada vez que ingresa un directivo.

Los alumnos salen del aula solo para ir al baño, y cada vez que lo precisan piden permiso al docente que esté a cargo.

➤ En la primera hora, el preceptor entra al aula tiempo después que suena el timbre de

entrada, en silencio corrobora quienes están presentes teniendo en cuenta la lista de estudiantes del curso y escribe en un margen del pizarrón quienes están ausentes. Los miércoles, los estudiantes forman en el patio, por lo tanto este día el preceptor se ubica en frente de la fila de estudiantes que corresponda y es en esa instancia donde chequea quien está presente y quien ausente. Además es el encargado de prender la pizarra digital y llevar el lápiz digital al aula.

De todas las clases observadas, podemos decir que en general no hubo muchas interrupciones; sólo una vez entró el preceptor a pedir unas autorizaciones y en otra oportunidad, entraron dos profesores del gabinete de informática a pedir a los estudiantes que completen unas encuestas sobre los profesores.

➤ La institución les solicita a todos los estudiantes en primer año la compra de una tablet con la intención de que puedan usarla para las clases hasta sexto año. El colegio cuenta con un aula virtual, donde están las asignaturas, cada una con sus libros, pdf's, resúmenes y actividades. Por lo que los alumnos tienen permitido el uso de tablet o celular, en caso de no haberla llevado, para realizar las actividades de la clase. Ya que todos poseen estos dispositivos, los estudiantes del secundario no frecuentan el gabinete de informática.

➤ Durante el período que observamos, tanto en la clase de matemática como en las clases que presenciamos el día de jornada completa, no utilizaron fotocopias.

➤ El o la docente, utilizan ambos pizarrones. El colegio provee los materiales para su utilización (tiza y lápiz para la pizarra digital)

➤ En cada libreta, en las primeras hojas se encuentra: un listado de deberes y derechos comunes a todos los miembros de la comunidad educativa (ver Anexo N°1) y el Reglamento Interno (ver Anexo N°2), que está dividido en 6 ítems, de la siguiente manera:

- 1- Asistencias.
- 2- Reincorporaciones.
- 3- Uniforme y presentación.
- 4- Firmas y sanciones.
- 5- Clasificación de las faltas.
- 6- Normativas previstas para el uso del celular.

Pudimos acceder al listado de deberes y derechos y consideramos interesante mencionar los siguientes aspectos:

- Los acuerdos no están únicamente dirigidos al alumno, sino a todos los integrantes de la comunidad educativa inclusive a la familia del mismo.
- Allí se detallan los deberes y derechos de cada uno de los agentes.
- Las sanciones son clasificadas según sus características (Gradualidad,

Progresividad y Proporcionalidad) y en virtud de ello las mismas son calificadas como: Leves, Moderadas, Graves y Gravísimas. Es importante mencionar que las mismas pueden ser aplicadas a cualquier agente de la institución.

- Para crear dichos acuerdos participaron distintos representantes de la institución: directivos, docentes, preceptores, estudiantes, padres y no docentes los cuales conforman el Concejo Escolar de Convivencia. El mismo también participa a la hora de sancionar una falta Gravísima.

- En el Nivel Secundario se permite el uso del celular durante los recreos, en clase sólo podrán hacerlo si son autorizados por el docente a cargo y únicamente con fines académicos. Está prohibido filmar o tomar fotos, lo cual constituye una falta grave pasible de sanción. Durante la totalidad de clases observadas no se produjo ninguna falta de disciplina. Pero la docente nos informó, que si la falta es leve, ella está autorizada a sancionar al alumno con una firma en el libro de disciplina; cuando la falta es más grave, se le comunica al preceptor lo ocurrido y es él quien coloca la sanción. Hay ocasiones en que la falta es gravísima y se acude al “Consejo escolar de convivencia” para evaluar, el cual está conformado por padres, estudiantes, docentes y directivos.

A través de la página oficial de la institución pudimos acceder al Reglamento Interno del Nivel Secundario (ver Anexo N°2) donde advertimos que el estudiantado tiene obligación de cumplir con el uniforme debido a que el mismo “tiene por finalidad fomentar el sentido de pertenencia de los alumnos a la institución. Todos aquellos que visten el escudo del Colegio asumen como horizonte el carisma comunitario” (Reglamento Interno del Nivel Secundario).

➤ El Libro de temas es un elemento pedagógico de gran valor didáctico e informativo, está a cargo el preceptor, quien lo debe llevar en forma ordenada, cuidadosa y prolija. Pudimos observar que en la primera hoja del libro de temas se encuentra consignado lo siguiente:

En los folios correspondientes a cada profesor, se debe asentar de forma ordenada y prolija:

a) Asignatura, disciplina, espacio curricular, etc. según corresponda.

b) El apellido y nombre completo del profesor y el estado que reviste.

c) El horario respectivo en los días que dicta clase.

d) Toda clase no dictada se debe trazar una línea en todas las casillas y la de la firma de profesor se escribe ausente con o sin aviso.

e) El profesor debe anotar en las respectivas casillas, el número de clase, unidad o eje temático, según su planificación, tema de la clase del día y actividad que realizan los estudiantes. Al final de cada renglón, el profesor debe firmar.

f) En “Observaciones” se debe escribir: Gabinete, Museo, Aula de música, etc. cuando la clase se dicte en alguno de esos espacios.

g) El profesor debe ocupar una sola línea del libro de temas por clase.

h) Si el profesor, en caso de fuerza mayor, tuviese necesidad de retirarse del aula y no dictara la clase en su totalidad, debe escribir en el casillero de observaciones: “me retiro a las...”, previa comunicación.

1.2 Organización general del curso

Los cursos que observamos son 5°C y 5°D. El 5°C está conformado por 23 estudiantes, de los cuales 12 son mujeres y 11 son varones, y en 5°D hay 31 estudiantes, 14 mujeres y 17 varones.

La cantidad de horas destinadas al espacio curricular Matemática es de 4 horas cátedra por semana, lo cual respeta la normativa de la Provincia de Córdoba para el ciclo orientado en Ciencias Sociales. Están divididas de la siguiente manera (ver Tabla N°1):

	Lunes	Miércoles	Jueves
7.30 a 8.15		5°D	
8.15 a 8.50		5°D	
9.40 a 10.20		5°C	5°C
10.20 a 11	5°D	5°C	5°C
14.20 a 15	5°D		

Tabla N°1: Horarios de Matemática en ambos cursos.

Como muestra la tabla, los días lunes 5°D tiene dos módulos separados. Pero por lo que pudimos observar, no presenta una gran complicación para la docente de matemática, ya que

La Tabla N°2 hace referencia a la asistencia de los alumnos durante el periodo de observación:

Fecha	Ausentes 5°C	Porcentaje de alumnos presentes	Ausentes 5°D	Porcentaje de alumnos presentes
28/05	-	100%	1	97%
30/05	1	96%	-	100%
31/05	4	83%	1	97%
13/05	1	96%	1	97%

Tabla N°2: Asistencia de los estudiantes durante el periodo de observaciones.

A continuación se dará detalle de tres aspectos importantes que pudimos observar sobre el curso y que desarrollaremos en el texto siguiente:

– El comportamiento de los estudiantes: los estudiantes trabajaban constantemente en grupos las actividades que la docente indicaba para cada clase. Debido a esta modalidad, había un constante bullicio y surgían interacciones, pero la mayoría de los grupos estaban centrados en la actividad que se encontraban realizando. La profesora, respondía inquietudes banco por banco, o en el caso que la duda fuera de más de un grupo, hacía la aclaración para todos. En todas las clases que observamos, las actividades fueron controladas en el pizarrón, y para esto, eran generalmente los estudiantes quienes se ofrecían a pasar al frente, por lo tanto podemos destacar que la participación fue frecuente y espontánea. Mientras que un compañero estaba resolviendo la actividad al frente, había algunas interrupciones por parte de los otros estudiantes, ya sea para pedir que se vuelva a explicar, manifestar algún error o porque no estaban comprendiendo. Las mismas intervenciones hacía la docente. Solo una vez durante nuestra observación, y en uno de los dos cursos, fue la profesora quien resolvió la actividad.

Por último, y no menos importante, podemos destacar que la gran mayoría se manifiesta motivado y realiza las actividades de forma autónoma, sin que la profesora tenga que insistir o repetir. Salvo casos excepcionales de estudiantes que no muestran interés alguno, por ejemplo ocurre con un estudiante de 5°D que no participa en clase.

– El clima de la clase: en general, las clases de matemática que observamos no se vieron afectadas por interrupciones. Sólo el día de jornada completa, hubo dos interrupciones. Una por parte del vicedirector para hacer un anuncio breve, y otra por parte de dos encargados del gabinete de informática para pedirles a los estudiantes que realicen unas encuestas sobre los

profesores. De todas maneras, ninguna de las dos llevó más de 5 minutos. Cabe destacar que ni las ventanas ni el pasillo son fuentes de distracción, ni se escuchan ruidos de aulas vecinas.

Con respecto a interrupciones internas, en general los estudiantes conversan mucho durante las clases. Pero mientras la docente a cargo explica algo, mantienen silencio, salvo algún caso puntual donde la docente llama la atención del o los alumnos y en seguida logra revertir la actitud.

– Relación docente-estudiante y estudiante-estudiante: la relación con la docente es de confianza pero a la vez formal. Se evidencia que hay un respeto mutuo. En cuanto a la relación entre los estudiantes, en uno de los cursos es muy buena y en el otro se pone de manifiesto que no hay buena relación entre mujeres y varones, y uno de los varones pasa la mayor parte del tiempo solo. La única vez que lo vimos interactuando fue en el día de jornada completa que nos tocó observar la hora de Educación Física. En ese espacio, se desenvolvía con más naturalidad y más integrado. Este alumno, según la información que nos brindó el preceptor y la docente, se comporta de la misma forma en todas las materias, es muy tímido y retraído. Al punto tal que hay algunos docentes que no le conocen la voz. Pero tampoco vimos alguna propuesta por parte de los docentes, ni predisposición por parte de sus compañeros para cambiar esta situación.

– Con respecto a las evaluaciones, lo que pudimos observar fue una devolución. Lo que hizo la docente fue frente al curso decir qué errores eran recurrentes y cuál era la forma correcta de resolución. Además, a pedido de los alumnos, dijo el puntaje asignado a cada problema o ejercicio.

1.3 Las clases observadas

Nuestras observaciones se desarrollaron durante cuatro clases en el período del 28 de mayo al 13 de junio.

En la Tabla N°3 se muestra un resumen de las principales actividades y trabajo matemático realizados, los temas que se dieron y los materiales utilizados. Para hacer referencia a las actividades llevadas a cabo en el pizarrón por la docente, se indicará con “(P)” y para las actividades realizadas solo por los estudiantes se indicará con “(E)”. De esta manera enfatizamos los sujetos que realizan la acción.

Fecha	Tema	Trabajos matemáticos realizados 5°C	Trabajos matemáticos realizados 5°D	Materiales utilizados
28-05	Función $ x $		Devolución sobre las evaluaciones. Gráfico cualitativo de $f(x)= x $ con conjunto de positividad, negatividad y conjunto de ceros. (P)	Pizarra de tiza, pizarra digital, papel y lápiz.
30-05	Función $ x $ Función cuadrática	Evaluación oral a los estudiantes que faltaron el día de la evaluación. Gráfico cualitativo de $f(x)=x^2$. (P). Actividad de desplazamiento de la función cuadrática. Análisis de parámetros, límite, imagen, dominio, etc. (E)	Gráfico de $f(x)= x\pm a $ y $f(x)= x \pm a$. (P) Actividad de desplazamiento de la función cuadrática. Análisis de los parámetros, límite, imagen, dominio, etc. (E)	Pizarra de tiza, pizarra digital, pape, lápiz, aula virtual y <i>GeoGebra</i> .
31-05	Función de valor absoluto Función cuadrática	Gráfico de $f(x)= x\pm a $ y $f(x)= x \pm a$. Controlan actividad de la clase anterior. Métodos para encontrar las raíces según como está definida la función.(P)		Pizarra de tiza, pizarra digital, papel, lápiz, aula virtual, <i>GeoGebra</i> .
13-06	Función cuadrática	Ejemplos para sacar las raíces de las funciones cuadráticas, según su forma: canónica, polinómica, factorizada. (P) Problemas de aplicación de función cuadrática. (E)	“Jornada educar en igualdad” Aclaración sobre ejercicios que van al parcial integrador. (P)	Pizarra de tiza, pizarra digital, papel y lápiz.

Tabla N°3: Descripción de las principales actividades en las clases observadas.

Como se puede observar, la secuenciación del contenido es ordenada y la docente trabaja prácticamente las mismas actividades en los dos cursos. Luego se dará más detalle de las actividades realizadas por los estudiantes.

En ambos cursos, la clase comienza de 5 a 10 minutos más tarde del horario de entrada. Esto se debe al tiempo que les toma a los estudiantes acomodarse en su banco, saludar al profesor, encender la computadora y la pizarra digital.

Con respecto a la introducción, en cada clase la docente dice qué tema van a tratar o pide a un alumno que lo diga retomando el tema de la clase anterior. Generalmente coloca en el pizarrón el título y luego comienza con el desarrollo de las actividades. Esto no suele durar más de 5 minutos. Cuando la docente tuvo que comenzar el tema nuevo, se demoró 15-20 minutos haciendo la introducción para llegar a presentar las funciones cuadráticas a partir de las polinómicas. Para esto, hizo algunos dibujos en el pizarrón y preguntas sobre los parámetros de las funciones. Los alumnos contestaron con rapidez, ya que este tema lo habían tratado y la profesora hacía preguntas que admitían una sola respuesta, suponiendo que ya sabían. Por ejemplo: “¿Cuál es la ordenada al origen?”, “¿Cómo se calcula la ordenada al origen?”, “¿Cuáles son los términos dependientes e independientes?”

Las actividades propuestas por la docente para que realicen los estudiantes durante las clases observadas se van a clasificar siguiendo el cuadro (ver Figura N°3) de Skovsmose (2000) que se muestran a continuación:

		Formas de organización de la actividad de los estudiantes	
		Paradigma del ejercicio	Escenarios de investigación
Tipo de referencia	Matemática pura	(1)	(2)
	Semirrealidad	(3)	(4)
	Situaciones de la vida real	(5)	(6)

Figura N°3: Ambientes de aprendizaje según Skovsmose.

La primera actividad fue para realizar de a dos estudiantes, con el compañero de banco. La consigna de la misma la debían buscar los alumnos en el aula virtual. La actividad comienza en 5°C a las 10 am y finaliza a las 10.35 am. En 5°C comienza a las 7.50 am y finaliza a las 8.25 am. En ambos cursos la puesta en común dura 20 minutos. Tipo de referencia según Skovsmose: Matemática pura – Escenario de investigación (2). Duración: 55 minutos. (En este tiempo se tiene en cuenta el trabajo realizado por los estudiantes y además la puesta en común guiada por la docente.)
Materiales: Aula virtual, *GeoGebra*, lápiz, papel y pizarrón digital.

Actividad N° 1:

Desplazamiento y análisis de la gráfica de la función cuadrática

Estudien cómo se modifica el gráfico de una función cuadrática al variar los coeficientes de su fórmula: $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$. Escriban la fórmula de la función en el campo de entrada y

utilicen la herramienta , llamada deslizador, que les permite modificar el valor de un número. Coloquen tres deslizadores llamados a, b y c, respectivamente. Hagan que varíen, desde -10 hasta 10.

- 1) Pongan en cero los deslizadores b y c. Muevan el punto sobre el deslizador de a sin tocar los otros; observen qué ocurre con el gráfico y respondan las siguientes preguntas:
 - a) ¿Qué sucede a medida que el valor de a aumenta?
 - b) ¿Qué determina el signo de a?
- 2) Pongan en cero el deslizador c. Muevan el punto sobre el deslizador de a y de b; observen qué ocurre con el gráfico y respondan las siguientes preguntas:
 - a) ¿Qué sucede con el gráfico de la función al variar los valores de a y de b?
 - b) ¿Qué sucede con el vértice de la parábola cuando b=0?
- 3) Pongan en 1 el deslizador de a y en 0 el deslizador de b. Muevan el punto sobre el deslizador de c; observen que sucede con el gráfico y respondan:
 - a) ¿Qué ocurre a medida que c va cambiando de valor?

En esta actividad, los estudiantes de ambos cursos manifestaron dificultades a la hora de utilizar *GeoGebra*, algunos no sabían cómo crear los deslizadores y cómo hacerlos variar. Ante estas dudas, algunos estudiantes nos preguntaron a nosotras, otros se consultaban entre ellos y algunos a la profesora. El resto lo pudieron resolver sin problema alguno.

Para realizar la segunda actividad en 5°C, la docente indicó que la hicieran de manera individual, aunque algunos alumnos la hacían con su compañero de banco. La docente les solicitó a los estudiantes que ingresaran al aula virtual y buscaran dentro de la Unidad N°3 correspondiente a funciones cuadráticas, el libro “Itzcovich, H. y Novembre, A. (2007). M 2. Matemática. Buenos Aires: Editorial Tinta Fresca” y que realizaran las actividades 2, 4 y 6 que presenta dicho libro.

Estas actividades toman como objeto la función cuadrática, en particular los tres problemas trabajan con el crecimiento y decrecimiento de la función, evaluar funciones y comparar sus valores obtenidos, por último decidir si un par ordenado (x,y) pertenece al gráfico de la función.

Clasificación según Skovsmose: Matemática pura – Paradigma del ejercicio (1)

Duración: 15 minutos.

Materiales: Aula virtual, papel y lápiz.

Actividad N°2:

▪ Actividad 2 del libro:

Lautaro dice que las funciones cuya fórmula es del tipo $g(x) = ax^2$ con $a < 0$ siempre decrecen, mientras que si $a > 0$ crecen siempre. Ramiro dice que no está de acuerdo. ¿Quién tiene razón? ¿Por qué?

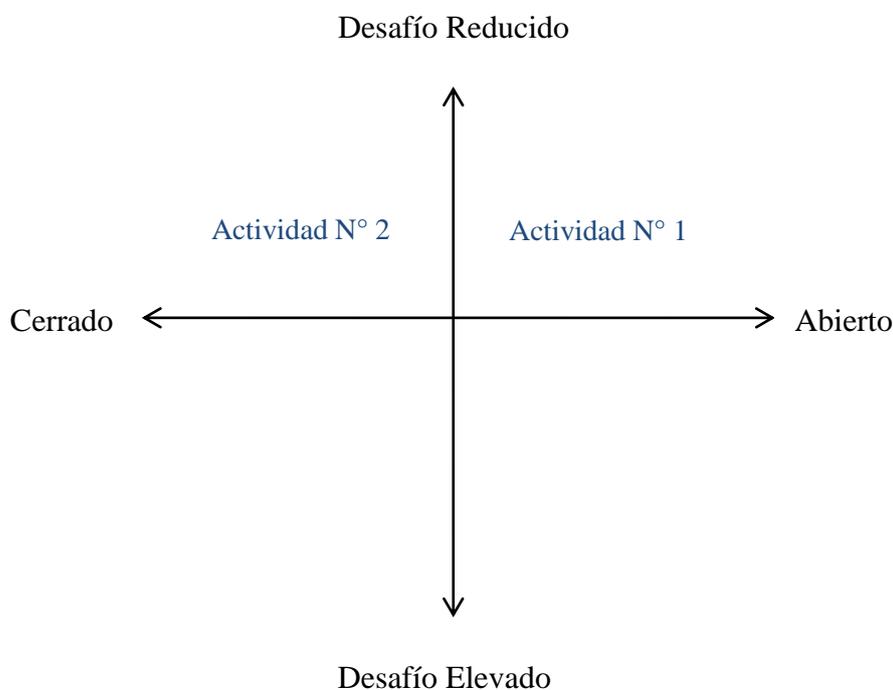
▪ Actividad 4 del libro:

Dos funciones tienen por fórmula $f(x) = bx^2$ y $g(x) = cx^2$. Si $f(-3) < g(-3)$, ¿qué pueden decir de los valores de b y c ? Expliquen cómo se dieron cuenta.

▪ Actividad 6 del libro:

Si la gráfica de la función de fórmula $h(x) = x^2 + c$ contiene el punto $(0,5)$, ¿cuánto vale c ?

A continuación, mostraremos un cuadro donde podremos ver dónde se ubican estas actividades según Ponte (2005).



La docente destina un tiempo para que los estudiantes intenten resolver las actividades de manera independiente, algunos estudiantes optan por acercarse a la profesora y consultarle en

caso de tener dudas. Para la primera actividad o Actividad N°1, la docente indicó cuales de los alumnos que se ofrecieron voluntariamente pasarían a mostrar sus respuestas al resto de sus compañeros, si no arribaban a la conclusión que la docente esperaba, ella se encargaba de hacer preguntas guías para obtenerla. Como por ejemplo: “¿Qué pasa cuando los parámetros a y b toman valores mayores a cero?”, “¿Qué sucede cuando ambos parámetros toman valores menores a cero?”, al realizar estas preguntas les pedía a los estudiantes que fueran anotando las respuestas en el pizarrón. Realizar estos registros resultó positivo para llegar a concluir cómo se desplaza la función según varían los parámetros. La docente tomaba las respuestas correctas de los estudiantes o en ciertos casos tomaba respuestas incorrectas y mostraba mediante un contraejemplo que dicha respuesta era errónea. Para la segunda actividad o Actividad N°2, pudimos notar que la mayoría de los estudiantes no presentó gran dificultad para resolverla, no pudimos estar presentes durante la corrección de esta actividad. Las dudas de los alumnos eran puntuales sobre cálculos o notaciones en general, era la docente la encargada de dar respuestas y de validar los conocimientos. Además notamos que no se generaban debates ni había interés por parte de los estudiantes de indagar un poco más sobre las actividades.

En las clases observadas, no hubo un cierre de la clase sino que se daba por terminada cuando se escuchaba sonar el timbre que así lo indicaba. Si alguna actividad quedaba sin resolver fuera de hora, la docente anunciaba que quedaba de tarea y lo realizaba de manera oral.

1.4 Observación de jornada completa

El día que hicimos la observación de día completo coincidió con la “Jornada educar en igualdad: prevención y erradicación de la violencia de género” afectando las tres primeras horas cátedra del día. En el momento de la formación, se anunció a todos los estudiantes del Nivel Secundario que ese día se iba a llevar a cabo dicha jornada. Se entiende que la escuela, en tanto espacio de análisis, reflexión y enseñanza, se constituye en un ámbito propicio para desnaturalizar las ideas y prácticas que generan violencia, contribuyendo a prevenir que se presente en sus distintas formas. La escuela es también un ámbito donde se deben proteger y efectivizar los derechos de todos los niños y jóvenes de ser escuchados, de no ser violentados y de vivir con dignidad. Si bien la violencia se expresa de diferentes modos, la Jornada Educar en Igualdad propone focalizar en la violencia hacia las mujeres, en el marco de la perspectiva de género ya que requiere de un tratamiento específico y diferenciado. Por lo cual

todos alumnos, debieron ver dos videos relacionados con violencia de género y luego debatir y contestar algunas preguntas.

Como se ve en la tabla a continuación (ver Tabla N°4), en 5°D esta jornada afectó las dos horas de matemática. De todas maneras la docente usó sus últimos 25 minutos para hablar sobre su materia, anunciar qué ejercicios iban a la evaluación integradora y los alumnos realizaron algunas preguntas referidas a este parcial.

	5°C	5°D
7.30 - 8.10	Geografía	Matemática
8.10 - 8.50	Geografía	Matemática
8.50 - 9.25	Física	Historia
9.25 - 9.40	<i>RECREO</i>	<i>RECREO</i>
9.40 - 10.20	Matemática	Física
10.20 – 11	Matemática	Física
<i>11 – 11.15</i>	<i>RECREO</i>	<i>RECREO</i>
11.15– 11.55	Educación Física	Educación Física
11.55-12.35	Educación Física	Educación Física
<i>12.35 – 13</i>	<i>RECREO ALMUERZO</i>	<i>RECREO ALMUERZO</i>
13 – 13.40	Historia	Geografía
13.40– 14.20	Historia	Geografía

Tabla N°4: Horario de clases del día que se realizó la observación de jornada completa.

Los alumnos prácticamente se comportan de igual manera en todas las materias que pudimos observar, trabajan en grupo, participan activamente, charlan, se evidencia relaciones de respeto y confianza con los otros profesores. Para destacar, ninguno de los docentes que observamos les dio tarea para realizar en sus casas. Y otro aspecto a tener en cuenta es que en el caso del 5°C, una profesora decidió que trabajen en grupos que ella conformó, lo cual al principio hizo que los estudiantes se mostraran reacios pero después realizaron la actividad sin ningún problema, lo que nos dio la pauta de que siempre están bien predispuestos a trabajar en clase.

Nuevamente, los recursos que utilizaron los demás docentes fueron el pizarrón, tanto de tiza como el digital., y también tanto 5°C como 5°D utilizaron internet, para buscar información en la hora de “Historia” y “Geografía” respectivamente.

2. Diseño de la práctica e implementación en el aula

En este capítulo nos vamos a concentrar en la descripción y análisis de nuestras prácticas de enseñanza. El mismo se divide en seis apartados, en los cuales se describe la planificación, los contenidos previamente desarrollados y los posteriores a la práctica que fueron condicionantes de la misma, las variables que intervinieron a la hora de planificar, las actividades y tareas llevadas a cabo, la organización de los escenarios y por último las instancias evaluativas.

2.1 Planificación anual de matemática en 5° año

En la planificación anual de matemática para 5° año, se encuentra la fundamentación, donde la docente evidencia el significado que representa la matemática para ella. Entre los diversos fundamentos podemos rescatar a la matemática como un producto cultural y social y como una actividad de producción que implica crearla, construirla y reflexionar sobre “el hacer”. Estos fundamentos son también parte de nuestra concepción sobre la matemática. Además se encuentra un breve diagnóstico sobre los cursos y su forma de trabajo, objetivos generales, bibliografía del alumno y del docente y por último el desarrollo de la asignatura especificado a través de un cuadro que contiene: unidad, conceptos, contenidos, objetivos específicos, estrategias y/o actividades, capacidades, criterios y formas de evaluación.

Dentro del programa anual de la asignatura se detallan cinco unidades didácticas que incluyen los contenidos a desarrollar y conceptos básicos para trabajar en el ciclo lectivo, que se corresponden con el Diseño Curricular de la Provincia de Córdoba para el Ciclo Orientado en Ciencias Sociales y Humanidades 2012-2020. En nuestras prácticas, desarrollamos el contenido funciones exponenciales que corresponde a la unidad N°4. A continuación se muestra la Tabla N°5 donde se ofrece una breve descripción del contenido de las unidades:

Unidad	Conceptos Básicos
Unidad N°1: Números Reales	Conjuntos numéricos. Radicales semejantes. Extracción fuera del radical. Operaciones con radicales. Racionalización de denominadores. Valor absoluto. Ecuaciones e inecuaciones.
Unidad N°2: Funciones	Concepto de función. Relaciones expresadas a través de fórmulas y gráficos. Análisis de gráficos de funciones. Concepto de límite.

	Continuidad.
Unidad N°3: Funciones cuadráticas	Función cuadrática. Parábola. Elementos. Análisis del desplazamiento. Características y formas de calcularlas. Análisis completo de una función cuadrática. Ecuaciones cuadráticas. Problemas de aplicación.
Unidad N°4: Funciones logarítmicas y exponenciales	Función exponencial y logarítmica. Ecuaciones exponenciales y logarítmicas. Gráficas de las funciones. Asíntotas. Logaritmo de un número. Propiedades del logaritmo. Cambio de base. Aplicaciones.
Unidad N°5: Funciones racionales	Funciones homográficas. Análisis del desplazamiento. Funciones racionales. Gráfica de funciones racionales. Asíntotas verticales y horizontales. Función inversa.

Tabla N°5: Unidades y conceptos básicos de la planificación anual para 5° año.

2.2 Contenidos previos y posteriores trabajados en el curso

Los contenidos previos trabajados en ambos cursos fueron los consignados en la Tabla N°5 pertenecientes a las unidades N°1, N°2 y N°3.

En el período de observaciones, presenciamos una devolución de una evaluación correspondiente a la unidad N°2, en ella se evaluó: determinar el valor de verdad de una serie de afirmaciones sobre funciones, calcular límite de funciones, determinar el conjunto imagen, conjunto dominio, analizar la continuidad, asíntotas, máximos, mínimos y realizar un gráfico cualitativo de una función a trozos.

Luego, se comenzó con funciones cuadráticas, que corresponde a la unidad N°3. Para dar comienzo a este tipo de función, se tomaron como base las funciones polinómicas, analizando su grado, coeficientes principales, término independiente, las raíces, ordenada al origen y formas de factorización; y la función de valor absoluto analizando su desplazamiento. Para desarrollar esta unidad, se realizaron las actividades descritas anteriormente en el capítulo 1 (uno) en la sección 1.3.

Podemos decir que los contenidos trabajados anteriormente en las clases de matemática, fueron de gran utilidad para analizar distintas características y propiedades de la función exponencial.

Luego de nuestras prácticas, la docente continuó con ecuaciones exponenciales y funciones logarítmicas, lo cual evidencia un orden con respecto a la dificultad de los contenidos y secuenciación de los mismos.

2.3 Las variables de la planificación de la enseñanza

Para nuestra planificación, la primera variable que tuvimos en cuenta es el tema a desarrollar, que es función exponencial. Además, siguiendo el texto de Gvirtz y Palamidessi (2008), consideramos para un primer momento de planificación las siguientes variables: objetivos, metas y expectativas de logro, selección, organización y secuenciación de los contenidos; luego, en la siguiente sección, ya con los contenidos implementados, hablaremos sobre: actividades, materiales y recursos, organización del escenario y evaluación de los aprendizajes. A continuación se dará mayor detalle acerca de las variables que intervinieron en la planificación.

2.3.1 Las metas, objetivos y expectativas de logro

Al comenzar a plantear el desarrollo de actividades, nuestras aspiraciones se basaron en las características de los cursos observadas en el trabajo áulico, en las opiniones de la docente tutora, de nuestras supervisoras y en los objetivos generales que presentaba la docente en su planificación anual de matemática para 5° año. De ellos podemos rescatar:

- ✓ Analizar el comportamiento de las funciones desde las diferentes formas de representación, interpretando sus parámetros.
- ✓ Interpretar información presentada en forma oral o escrita – textos, gráficos, fórmulas para resolver problemas.
- ✓ Resolver problemas mediante el uso de modelos matemáticos y estrategias personales de resolución para analizar los modelos utilizados en función de la situación desarrollando el pensamiento crítico y creativo.

En general, podemos decir que seleccionamos estos tres objetivos, pues las actividades planificadas estaban totalmente relacionadas con modelización matemática, con la intención de utilizar distintas formas de representación, ya sea mediante tablas, gráficos y expresiones analíticas, e intentando contribuir a desarrollar el pensamiento lógico, permitiendo formar sujetos capaces de observar, analizar y razonar.

Nuestros principales objetivos y metas para que propicien el aprendizaje de los estudiantes, fueron las siguientes:

– Construir el concepto de función exponencial, es decir, comenzando con trabajos exploratorios dándole sentido y significado al trabajo matemático.

– Comparar el crecimiento/decrecimiento de una función exponencial con respecto a las funciones que los estudiantes han estado trabajando anteriormente tales como: $f(x) = x$, $f(x) = |x|$, $f(x) = \sqrt{x}$ y $f(x) = ax^2 + bx + c$. Aquí se pone en evidencia la importancia de los conocimientos previos como andamio para los nuevos.

– Estimar y justificar el comportamiento de funciones de la forma: $f(x) = k \cdot a^x$, $f(x) = k \cdot a^{x+b}$, $f(x) = k \cdot a^x + c$ ($a \geq 0$ y $a \in \mathbb{R}$ y k, x, b y $c \in \mathbb{R}$ con $k \neq 0$).

- Visualizar la existencia de asíntotas y el límite para la función exponencial.

– Resolver problemas y ejercicios de aplicación intra y extra-matemáticos que involucren funciones exponenciales.

También buscamos:

- Fomentar la participación de los alumnos y discusión de los resultados.

- Trabajar como docentes orientadores.

- Incentivar la utilización de herramientas tecnológicas como materiales de exploración que faciliten la comprensión de los conceptos.

2.3.2 Selección, organización y secuenciación de los contenidos

Los temas a desarrollar en nuestras prácticas eran los siguientes:

- Análisis de la función exponencial de la forma $f(x) = k \cdot a^{x+c} + b$
- Desplazamiento de su gráfica.
- Problemas de aplicación de la función exponencial.
- Interés compuesto.

A la hora de comenzar a planificar nuestras clases nos propusimos iniciar las prácticas con actividades exploratorias que tuvieran como fin arribar a la definición formal de función exponencial. Para obtener esto, pasamos por funciones exponenciales de variables discretas, y luego extendimos el conjunto dominio hacia los reales, arribando a una función continua en todo \mathbb{R} como lo es la función exponencial. Continuamos con problemas de aplicación y problemas de análisis de las características de la función exponencial según varían sus parámetros mediante el uso del software *GeoGebra*, es decir, estudiamos dominio, imagen, ordenada al origen, raíz, asíntota horizontal, crecimiento o decrecimiento y realizar gráficos cualitativos. Una vez finalizados estos contenidos, teníamos la intención de hacer un proceso de modelización vinculado a interés compuesto dejando que los estudiantes problematicen

una situación de la vida real, lo cual no pudo ser llevado a cabo por cuestiones de tiempo. Para evaluar, teníamos pensado que hubiera tres instancias evaluativas, pero con dos notas finales. Es decir, una evaluación de 10 puntos y dos evaluaciones que la nota final fuera la nota promedio de cada una. Por ejemplo, si en la primera evaluación obtenían un 6 y en la segunda un 8, la nota final era un 7. Solo pudimos concretar una única evaluación integradora Sumativa y un trabajo práctico sin calificación de carácter formativo.

Los criterios y la metodología que utilizamos para la selección de contenidos fue privilegiar actividades e ideas que pongan en evidencia vínculos entre el mundo real y la matemática. Ese vínculo lo pensamos desde dos perspectivas: 1) proceder de cuestiones del mundo real o semirrealidades extra-matemáticas como medio para producir conocimientos matemáticos y 2) a partir de los conocimientos que se van construyendo u otros ya conocidos, explorar la realidad aplicando tales saberes.

Consideramos que la organización y secuenciación criteriosa de contenidos es de gran importancia ya que se crea un orden o estructura lógica que permite facilitar un aprendizaje significativo donde se reflejan las relaciones entre los contenidos y además admite que se pueda trabajar con diversos tipos de dificultad desarrollando aprendizajes cada vez más complejos.

Otros factores que influyeron a la hora de seleccionar los contenidos fueron:

- el tiempo disponible en la institución, el cual provocó que tuviéramos que hacer recortes en nuestra planificación y a su vez delimitaba los tipos de actividades que podíamos desarrollar. Debido a este factor el contenido que corresponde a interés compuesto no pudo ser desarrollado,

- el conocimiento de los recursos y materiales disponibles en la institución, nos permitió la selección de actividades que dependieran fuertemente de la manipulación de los mismos. Como por ejemplo el uso del software *GeoGebra* en tablets y/o celulares,

- las características de los estudiantes, ya que durante nuestras observaciones pudimos notar una participación e interés por la materia bastante positiva por lo que quisimos desafiarlos con actividades adecuadas a sus ritmos de trabajo y que les resultaran cautivadoras o motivadoras.

Aclaremos que para nuestra planificación, fue muy importante la construcción de guiones conjeturales como forma de organizar y conjeturar posibles situaciones para cada una de las clases y asignarle tiempo a cada actividad a desarrollar.

2.4 Actividades y tareas desarrolladas

A modo de organizar los contenidos efectivamente trabajados durante nuestras prácticas, se mostrarán las Tablas N°6 y N°7 correspondientes a 5°C y 5°D respectivamente. En dichas tablas en las cuales se señalan los contenidos trabajados, las actividades desarrolladas y los recursos y materiales utilizados en cada clase. Luego presentaremos las actividades implementadas.

Fecha de clases 5°C	Contenidos trabajados	Actividades desarrolladas	Recursos y materiales
25/07	Introducción a funciones exponenciales.	Actividad N°1: Contar el número de tiras. Actividad N°2: El cuento el rey.	Lápiz, papel, pizarra, tiza, calculadora, fotocopias, tiras de papel, tijeras, granos de arroz, afiches y fibrón.
26/07	Introducción a funciones exponenciales. Ajuste de curvas.	Actividad N°3: Torre de Hanoi. Actividad N°4: Gráfico de pares de puntos. Actividad N°5: Ajuste de puntos.	Lápiz, papel, pizarras, tiza, lápiz para pizarra digital, internet, <i>GeoGebra</i> , celular y tablet.
1/08	Análisis de funciones exponenciales particulares. Definición de función exponencial con dominio en los reales.	Actividad N°6: Evolución del peso de una especie animal.	Lápiz, papel, pizarras, tiza, lápiz para pizarra digital, internet (aula virtual), celular, Tablet y calculadora.
2/08	Análisis de funciones exponenciales particulares.	Actividad N°7: Exploración de las particularidades de las funciones: $f(x) = a^x$ y $g(x) = \left(\frac{1}{a}\right)^x$. Comparación de las características de diferentes funciones previamente trabajadas en el curso.	Lápiz, papel, pizarras, tiza, lápiz para pizarra digital, fotocopias, internet, celular, tablet, afiche y fibrón.
8/08	Análisis del gráfico de la función exponencial.	Actividad N°8: Análisis de la influencia de los parámetros en el gráfico de la función exponencial.	Lápiz, papel, pizarra digital, lápiz para pizarra digital, fotocopias, internet, tablet, celular y <i>GeoGebra</i> .
9/08	Análisis de gráficos particulares de funciones exponenciales. Problemas de aplicación de función exponencial.	Actividad N°9: Análisis de gráficos particulares de funciones exponenciales. Trabajo Práctico no evaluable.	Lápiz, papel, pizarras, tiza, lápiz para pizarra digital y fotocopias.
22/08	Problemas de aplicación de función exponencial. Análisis de funciones exponenciales específicas.	Cierre Actividad N°9. Actividad N°10: Actividades de ejercitación.	Lápiz, papel, pizarras, tiza, lápiz para pizarra digital, fotocopias y calculadora.
23/08	Funciones exponenciales	Actividad N°11: Funciones	Lápiz, papel, pizarras,

	determinadas por dos pares de puntos. Caracterización de funciones exponenciales. Desplazamiento de gráficos.	exponenciales determinadas por dos pares de puntos. Actividad N°12: Actividades de repaso	tiza, lápiz para pizarra digital, fotocopias y calculadora.
29/08	Todos los contenidos desarrollados durante el período de prácticas.	Evaluación Final	Lápiz y papel.
5/09		Devolución evaluación.	

Tabla N°6: Contenidos, actividades y recursos utilizados durante las prácticas en 5°C.

Fecha de clases 5°D	Contenidos trabajados	Actividades y tareas	Recursos y materiales
23/07	Introducción a funciones exponenciales.	Actividad N°1: Contar el número de tiras. Actividad N°2: El cuento el rey.	Lápiz, papel, pizarra, tiza, calculadora, fotocopias, tiras de papel, tijeras y granos de arroz.
25/07	Introducción a funciones exponenciales	Actividad N°3: Torres de Hanoi. Actividad N°4: Gráfico de pares de puntos.	Lápiz, papel, pizarras, tiza, lápiz para pizarra digital, internet, <i>GeoGebra</i> , celular, tablet, afiches y fibrón.
30/07	Introducción a funciones exponenciales. Ajuste de curvas.	Cierre Actividad N°4. Actividad N°5: Ajuste de puntos.	Lápiz, papel, pizarras, tiza, lápiz para pizarra digital, internet, Tablet, celular, computadora y <i>GeoGebra</i> .
6/08	Análisis de funciones exponenciales particulares. Definición de función exponencial con dominio en los reales.	Cierre Actividad N°5. Actividad N°6: Evolución del peso de una especie animal.	Lápiz, papel, pizarras, tiza, lápiz para pizarra digital, internet (aula virtual), celular, Tablet y calculadora.
8/08	Análisis del gráfico de la función exponencial.	Actividad N°8: Análisis de la influencia de los parámetros en el gráfico de la función exponencial.	Lápiz, papel, pizarra digital, lápiz para pizarra digital, fotocopias, internet, tablet, celular y <i>GeoGebra</i> .
13/08	Análisis del gráfico de la función exponencial.	Cierre Actividad N°8.	Lápiz, papel, pizarras, tiza, lápiz para pizarra digital y fotocopias.
22/08	Análisis de gráficos de funciones exponenciales. Problemas de aplicación de funciones exponenciales.	Actividad N°9: Análisis de gráficos particulares de funciones exponenciales. Trabajo Práctico	Lápiz, papel, pizarras, tiza, lápiz para pizarra digital, fotocopias y calculadora.
27/08	Problemas de aplicación de funciones exponenciales. Caracterización de funciones exponenciales. Desplazamiento de gráficos.	Actividad N°12: Actividades de repaso.	Lápiz y papel
29/08	Todos los contenidos	Evaluación Final	Lápiz y papel

	desarrollados durante el período de prácticas.		
5/09		Devolución evaluación. Toma de evaluación a ausentes.	

Tabla N°7: Contenidos, actividades y recursos utilizados durante las prácticas en 5°D.

Las siguientes actividades son las que desarrollamos en nuestras prácticas. De aquellas que nos parecieron más enriquecedoras para el aprendizaje daremos un detalle sustancioso y de las actividades más bien rutinarias, el detalle no será tan minucioso. Así mismo, vamos a clasificar cada actividad según los ambientes de aprendizaje de Ole Skovsmose (2000) visualizados en la Figura N°3 del Capítulo 1, página N°17 y según la clasificación de tareas teniendo en cuenta los distintos niveles de desafío de João Pedro da Ponte (2005).

Actividad N° 1: Contar el número de tiras

Tomen la tira de papel y recórtela por la mitad a lo ancho. Luego recorten simultáneamente las partes que quedaron por el corte anterior, nuevamente por la mitad. Repitan el procedimiento por lo menos 3 veces más. Deben ir registrando o tomando nota de lo que va sucediendo con las tiras de papel. A partir de ese registro, respondan:

1. ¿Cuántas tiras de papel había originalmente?
2. ¿Cuántas tiras hay después de cortar por primera vez?
3. ¿Cuántas hay después de realizar los 4 cortes?
4. Si continuaran con el mismo procedimiento ¿Cuántas tiras estiman habrá después de realizar 12 cortes? ¿Y después de realizar 50 cortes?
5. Generen una expresión que permita encontrar el número de tiras que quedan determinadas para cualquier cantidad o números n de cortes.

Esta actividad la clasificamos según Skovsmose como Escenario de investigación – Situación de la vida real (6).

Sin contar la puesta en común, esta actividad les tomó a los estudiantes 20 minutos. Se repartió a cada uno de ellos una fotocopia con la consigna de la Actividad N°1 y una tira de papel por grupo, los cuales estaban conformados por dos alumnos. Con respecto a las tiras de papel, sus medidas no eran uniformes pero sí manipulables, lo cual permitía como mínimo 4 (cuatro) cortes y como máximo 7 (siete). Notamos una muy buena predisposición por parte de ellos a la hora de realizar esta actividad. En ambos cursos, los estudiantes obtuvieron la expresión deseada de manera rápida, lo cual era esperado ya que, de acuerdo a las observaciones, estaban acostumbrados a buscar regularidades. En la Imagen N°3 a

continuación, se muestra una forma para organizar la información empírica por parte de un alumno:

0 cortes	→	1 tira
1 cortes	→	2 tiras
2 "	→	4 tiras
3 "	→	8 tiras
4 "	→	16 tiras
5 "	→	32 tiras

Imagen N°3: Producción de un estudiante para organizar la información empírica.

En la Imagen N°4 se puede observar la forma de generalizar que responde al ítem 5 de la Actividad N°1.

1)	1	5
2)	2	6
3)	16	8
4)	$2^{12} = 4096$	
	$2^{50} = 112590 \times 10^{15}$	
5)	$2^n = \text{num de tiras}$	

Imagen N°4: Producción de un estudiante para identificar variables y generalizar.

Pudimos observar que a los alumnos se les dificultaba físicamente seguir cortando después de realizar el cuarto o quinto corte, por el tamaño de la tira de papel que se había escogido, por lo que era necesario tempranamente encontrar la regularidad para así dar respuesta a los siguientes ítems de la Actividad N°1. Algunos estudiantes se dieron cuenta de la regularidad de manera autónoma mientras que a otros se les hizo notar mediante la factorización, que la cantidad de tiras al que arribaban se podía expresar como potencias de 2. Una vez que notamos que todos los estudiantes habían finalizado la actividad, le solicitamos a

un alumno elegido al azar, que pase al frente para compartir con sus compañeros su resolución. Tomamos esta decisión ya que nos parece importante que el alumno ocupe un rol central y ser nosotras quienes organicen la puesta en común.

Esta actividad se desarrolló en concordancia a lo planificado en el guión conjetural.

Actividad N° 2: El cuento del rey

Lean la narración del Cuento del Rey, utilicen la bolsa de arroz para hacer lo que relata el cuento y luego respondan las preguntas que se les plantean.

El juego del ajedrez fue inventado en la India. Cuando el rey hindú Sheram se enteró de este divertimento estratégico, se maravilló de lo ingenioso y de la variedad de combinaciones que en él eran posibles. Al hacerse eco que el inventor era uno de sus siervos, el rey requirió su presencia con objeto de remunerarle personalmente por su buen invento. El autor del invento, que se hacía llamar Seta, se presentó ante el soberano. Era un sabio que vestía con modestia y que vivía gracias a los medios que le suministraban sus discípulos. – Seta, quiero compensarte generosamente por el ingenioso juego que ideaste –le dijo el rey. El erudito contestó con una reverencia. – Soy lo bastante poderoso y acaudalado como para poder concederte tu deseo más ansiado – continuó explicando el rey–. Declárame una recompensa que te satisfaga y será tuya. El sabio se mantuvo callado. – No seas tímido –le animó el rey-. Cuéntanos tu anhelo. No escatimaré en gastos para complacerlo. – Grande es su beneplácito, gran soberano. Pero concédame un corto plazo de tiempo para pensar la respuesta. Mañana, tras una profunda meditación, le transmitiré mi petición. A la mañana siguiente Seta compareció de nuevo ante el monarca y lo dejó maravillado con su petición, sin precedente alguno por su humildad. – Oh gran soberano –dijo Seta–, ordene que me entreguen un grano de arroz por primera casilla del tablero de ajedrez que yo inventé. – ¿Un solo grano de arroz? –inquirió con sorpresa el rey. – Sí, mi señor. Por la segunda casilla, pida que me sean entregados dos granos de arroz por la tercera casilla, cuatro granos; por la cuarta casilla, ocho; por la quinta casilla, dieciséis; por la sexta casilla, treinta y dos... – ¡Basta! –le interrumpió el rey enfadado–. Se te entregará los granos de arroz correspondiente a las 64 casillas del tablero, tal y como es tu deseo; por cada nueva casilla, doble cantidad de arroz que por la precedente. Pero debes conocer que tu petición es indigna de mi benevolencia. Al pedirme tan ínfimo pago, menosprecias de manera irreverente mi recompensa. Y como erudito que eres, podrías haber dado mayor prueba de respeto ante la magnificencia de tu rey. Ya puedes retirarte. Mis sirvientes te entregarán el saco con el arroz que necesites. Seta esbozó una sonrisa, y tras abandonar la sala, se quedó esperando en la puerta exterior del palacio. Durante la comida, el rey se acordó del creador del ajedrez y envió a alguien para que se informara de si se había entregado ya al meditabundo Seta su mezquina recompensa. Esta historia continuará... (Recuperado de <http://www.blogodisea.com/leyenda-tablero-ajedrez-progresion-aritmetica.html>, consultada el 18 de junio de 2018)

Preguntas a responder luego de la lectura:

- 1) Acorde a lo relatado, ¿Podrían ustedes responderle al Rey cuál es la cantidad exacta de granos de arroz que hay en cada casilla?
- 2) ¿Cómo obtuvieron los resultados? Expliquen ésto y escriban los pasos seguidos para lograr tales resultados.
- 3) ¿Por qué suponen ustedes que el Rey pensaba que era una recompensa mezquina?

Esta actividad la clasificamos según Skovsmose como Escenario de investigación – Semirrealidad (4).

A los estudiantes les tomó 30 minutos resolver esta actividad, sin contar la puesta común. Se entregó a cada estudiante una fotocopia con la consigna, el trabajo se realizó de a 4 estudiantes según como estuvieran sentados y a cada grupo se le entregó una bolsita de arroz y una fotocopia con un tablero de ajedrez. Como autocrítica, consideramos que esta actividad no generó tanto interés debido a que tenían que leer un texto largo, aun así, los estudiantes realizaron la actividad.

Los estudiantes notaron que los resultados que obtenían para dar respuesta a esta actividad eran los mismos que los obtenidos en la Actividad N°1, pero no se correspondían con el número de casilla. Nuestra intervención fue hacer notar el rol que cumple el exponente en cada actividad con las siguientes preguntas que admitían una sola respuesta: “¿Qué rol cumple el exponente en esta actividad?” “¿Se puede decir que hay casilla 0?”, a partir de las respuestas a estas preguntas se esperaba concluir que es necesario realizar algún cambio en la expresión 2^n para que describa lo que efectivamente ocurre en el cuento.

De esta forma la mayoría de los estudiantes logró arribar a la expresión buscada la cual podía ser expresada de dos maneras: $f(n) = 2^{n-1}$ o $f(n) = \frac{2^n}{2} = 0,5 \cdot 2^n$. Al igual que en la primera actividad realizamos una puesta en común, en este caso se eligieron dos estudiantes que mostraran ambas expresiones y se concluyera que eran equivalentes. Un inconveniente que surgió para dar respuesta al ítem 1, fue que al realizar 2^{63} en la calculadora se desplegaba en la pantalla un número expresado en notación científica de las siguientes maneras: $9,223372037 \times 10^{18}$ o $9,2233720368E + 18$. Lo que realizamos fue explicarles qué significa esta notación y que al ser un número muy grande la calculadora no puede mostrarlo completo. Dejamos al lector la posibilidad de ver en el Anexo N°3 el guión conjetural correspondiente a la primera clase, con el fin de visualizar con mayor detalle los cálculos y trabajos que conciernen a esta actividad.

Luego de realizar las Actividades N°1 y N°2, y a modo de visualizar estas relaciones exponenciales obtenidas, llevamos afiches con tablas para completar con los estudiantes como puede observarse en la Imagen N°5. La decisión de llevar las tablas en afiches fue para que queden de manera permanente en el curso, ya que la utilización de la pizarra digital o el pizarrón de tiza es solo para visualizar en el momento.

n : número de casillo	2^{n-1} Cantidad de discos de Hanoi por casillo
1	1
2	2
3	4
4	8
5	16
6	32
64	2^{63}
n	2^{n-1}

n : número de torres	2^n : número de movimientos
0	1
1	2
2	4
3	8
4	16
12	$2^{12} = 4096$
50	2^{50}

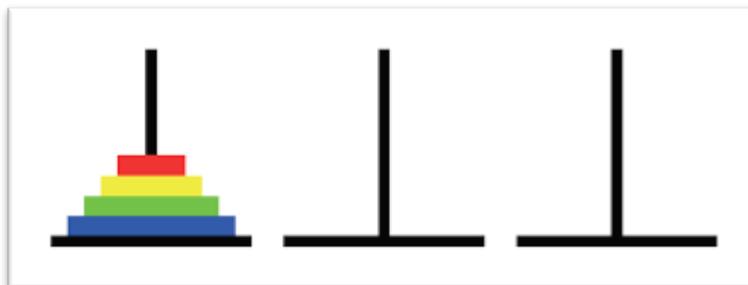
Imagen N°5: Tablas de las relaciones exponenciales completadas por los estudiantes.

Actividad N° 3: Torre de Hanoi

Se tienen 3 torres o postes verticales y discos de distinto tamaño y color. En el primer poste, se encuentra una pila de discos en tamaño creciente de diámetro y ubicados de arriba hacia abajo. Ésto es, el de mayor diámetro se encuentra en la base de la pila y el de menor diámetro encima de todos los discos. Con esa configuración se comienzan a mover los discos con el objetivo de trasladar los discos del primer poste hacia el tercer poste haciendo la menor cantidad de movimientos posibles. Ésto es, la pila de discos del primer poste debe llegar al tercer poste, siguiendo las siguientes reglas:

1. Sólo se puede mover un disco a la vez.
2. Un disco de mayor tamaño no puede estar sobre uno más pequeño que él mismo.
3. Sólo se puede desplazar el disco que se encuentre arriba en cada poste.

Estas reglas corresponden al juego denominado Torre de Hanoi como se ilustra en la imagen siguiente.



A continuación, se muestra una tabla con la resolución de 3 partidas correspondientes a juegos en los que se parte con 1, 2, y 3 discos. Investiguen en internet cómo se resuelve este juego. A partir de los

datos ofrecidos, completen la tabla y determinen la expresión que se necesita para encontrar la menor cantidad de movimientos cuando parten de “n” discos.

Cantidad de discos	Cantidad mínima de movimientos
1	1
2	3
3	7
4	<input type="checkbox"/>
5	<input type="checkbox"/>
6	<input type="checkbox"/>
7	<input type="checkbox"/>

(Recuperado de http://www.uterra.com/juegos/torre_hanoi.php, consultada el 2 de julio de 2018)

Esta actividad la clasificamos según Skovsmose como Escenario de investigación – Semirrealidad (4).

Para que los alumnos realicen esta actividad teníamos previstos 15 minutos, pero en un curso se realizó en 18 minutos y en el otro en 27 minutos. Este trabajo podían realizarlo en grupos de a 4 o 5 integrantes, consideramos que esta actividad fue motivadora y a los estudiantes les pareció interesante ya que era un juego. Lo que nos llamó la atención fue que incluso algunos estudiantes descargaron el juego en sus celulares mediante una aplicación. Si bien no estaba previsto darles tiempo para explorar el juego, al verlos cautivados, decidimos en ese momento con nuestra supervisora permitirles a los estudiantes jugar con las torres de Hanoi versión online.

Como la consigna pedía buscar en internet cómo se resolvía el juego, no tardaron demasiado en obtener la fórmula que se solicitaba y en completar la tabla.

Actividad N° 4: Gráfico de pares de puntos

Para realizar esta actividad, es necesario que tengan disponible *GeoGebra* y los datos correspondientes a las Actividades N°1, 2 y 3 ya realizadas. Tengan presente que, con tales actividades se fueron generando pares de puntos que relacionan dos variables. Por ejemplo, para la Actividad N°1, ustedes tenían que para el corte 1, le corresponden dos tiras, entonces el par (1,2) es un par de puntos para esa Actividad, de modo similar el par (2,4) también corresponde a esa Actividad. Para la Actividad N°2, por ejemplo tienen el par (1,1) o el (2,2) mientras que el par (2,3) se corresponde con la Actividad N°3.

- 1) Ingrese en campo de entrada de *GeoGebra*, al menos 7 pares de puntos obtenidos en la Actividad N°1. Seleccione el color azul para entrar esos pares.
- 2) Ingrese en campo de entrada de *GeoGebra*, al menos 7 pares de puntos obtenidos en la Actividad N°2. Seleccione el color rojo para entrar estos pares.
- 3) Ingrese en campo de entrada de *GeoGebra*, al menos 7 pares de puntos correspondientes a la Actividad N°3. Seleccione el color verde para entrar estos pares.

Esta actividad la clasificamos según Skovsmose como Paradigma del ejercicio – Matemática pura (1).

A los estudiantes les tomó aproximadamente 15 minutos realizar esta actividad, lo cual se corresponde al tiempo que teníamos previsto. La actividad estaba planificada para realizarla de manera individual, pero hubo quienes no llevaron sus tablets o tenían algún inconveniente en sus celulares por lo tanto realizaron la actividad en grupo o en la computadora del curso. Haciendo uso de los recursos disponibles, decidimos proyectar la consigna en la pizarra digital y ellos contaban con la misma en el aula virtual. Antes de que los estudiantes comenzaran a realizar la actividad, mostramos utilizando *GeoGebra*, cómo ingresar los pares de puntos tomando como referencia dos pares pedidos en el ítem 1. Para hacer ésto, les solicitamos a dos alumnos que nos dictaran un par de puntos correspondientes a la actividad cada uno. Al estar los afiches, mostrados en la Imagen N°5, pegados sobre una pared del curso, rápidamente pudieron contestarnos. También mostramos cómo se podía cambiar el color de los puntos.

Al estar familiarizados con este software resolvieron rápidamente dicha actividad. Como cierre de la actividad se proyectó *GeoGebra* en la pizarra digital con una producción realizada por los estudiantes que habían estado trabajando en la computadora del aula. Los pares de puntos para esta actividad quedaron graficados como se muestra en la Imagen N°6 a continuación:

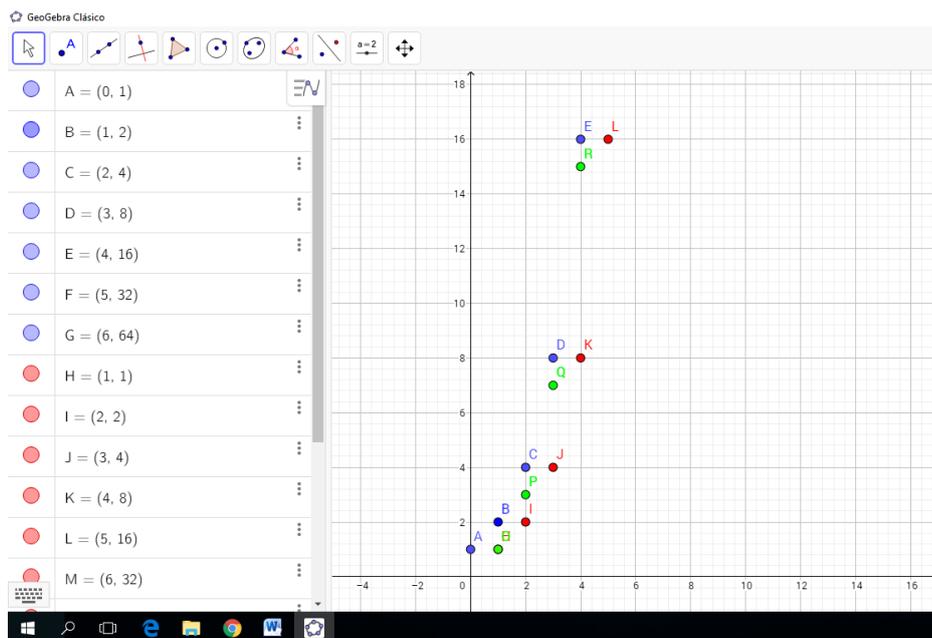


Imagen N°6: Actividad N°4 realizada en *GeoGebra*.

Este cierre da paso para la realización de la Actividad N°5 que será descrita a continuación, con el fin de ajustar los pares de puntos ingresados con distintas funciones que provee el programa *GeoGebra*.

Actividad N° 5: Ajuste de puntos

Para realizar esta actividad es necesario que tengan disponible *GeoGebra*. Ingresen en campo de entrada “Ajuste” y exploren los distintos comandos que se muestran en la pantalla de *GeoGebra*, hasta encontrar un ajuste de función que pase por todos los pares de puntos correspondientes a la Actividad N°1.

Repitan el mismo procedimiento para los pares de puntos correspondientes a la Actividad N°2.

Esta actividad la clasificamos según Skovsmose como Escenario de investigación – Matemática pura (2).

Esta actividad estaba pensada para ser realizada en 20 minutos, sólo en uno de los cursos se extendió 10 minutos más. De la misma manera que la actividad anterior, los alumnos debían realizarla individualmente, pero al haber algunos inconvenientes similares a los antes descritos, los estudiantes se agruparon y hubo quienes trabajaron en la computadora disponible en el aula. Para dar inicio a la actividad, se explicó qué sentido tiene realizar un ajuste en *GeoGebra*, es decir encontrar una curva que mejor se aproxima a los pares de puntos ingresados. Al ver algunas producciones de los alumnos que no respondían a la consigna, a modo de ejemplificación mostramos utilizando *GeoGebra* en la pizarra digital, cómo se

realiza un ajuste. Como estaba previsto, los estudiantes encontraron dos ajustes que satisfacían lo que pedía la consigna: *AjusteExp* y *AjusteBaseExp*. A diferencia de la Actividad N°4, esta actividad fue de exploración y nos sirvió para dar paso a decirles a los estudiantes que íbamos a trabajar con este tipo de función llamada función exponencial.

Si bien con estas dos actividades se vio cómo pasar de una función discreta, es decir puntos aislados cuyo dominio son los números Naturales, a una función continua con dominio en los números Reales, nos pareció un salto muy grande, por lo que decidimos que la actividad siguiente sea una actividad donde la variable sea continua y de ese modo dar sentido a la extensión del dominio.

Actividad N° 6: Evolución del peso de una especie animal

Problema 1

En un laboratorio de biología se está estudiando la evolución del peso de una especie animal. Un ejemplar pesa 2 kg al nacer. Un mes después, el peso se incrementa en un 10 %. Durante varios meses se observa la misma tendencia: cada mes el peso se incrementa un 10 % respecto del que tiene el mes anterior.

Suponiendo que esta tendencia sigue por un tiempo, ¿qué peso tendría el animal a los seis meses? ¿Y al año? ¿Y a los dos años?

Esta actividad la clasificamos según Skovsmose como Paradigma del ejercicio – Semirrealidad (3).

Esta actividad estaba pensaba para ser realizada en 20 minutos, pero en ambos cursos se extendió más de lo previsto, ya que para los estudiantes no se hizo evidente de manera rápida la regularidad que da respuesta a los interrogantes del problema. Este “Problema 1” se encuentra en el libro “Itzcovich, H. y Novembre, A. (2007). M 2. Matemática. Buenos Aires: Editorial Tinta Fresca” (p. 28) que corresponde al material de trabajo que presenta la docente para el curso y se encuentra disponible en el aula virtual de la materia. Se proyectó la consigna en la pizarra digital, se pidió a un estudiante que la leyera y que lograra identificar las variables que intervienen. Como estaba pensado, algunos estudiantes propusieron que la forma para resolver el interrogante que plantea la actividad, era haciendo regla de tres simple. Se procedió a mostrar mediante una tabla la diferencia entre el crecimiento lineal y el crecimiento de un fenómeno con las características descriptas en el problema. Esta comparación se realizó con el fin de descartar el crecimiento constante para el problema dado. A partir de la tabla que se fue formando para calcular el peso del animal a medida que

pasaban los meses, se logró generalizar una expresión que respondía a lo solicitado para cualquier tiempo t en $R \geq 0$.

Luego, se mostró a los estudiantes en la pizarra digital un archivo de *GeoGebra* donde se muestra el gráfico de la función que relaciona el peso del animal a los “x” meses. Se les dijo a los estudiantes que si bien el tiempo es una variable continua que admite solo valores positivos, es posible aislar a la función del problema dado y permitir que la variable dependiente tome cualquier valor real, ya que matemáticamente es posible realizar los cálculos correspondientes para cualquier t en R . De este modo, se pasó de las Actividades N°1, N°2 y N°3 donde el dominio de la correspondiente función exponencial eran los números Naturales, a poder extender el dominio de dicha función a todos los Reales.

A partir de la conclusión de esta actividad, se definió formalmente la función exponencial de la siguiente manera:

Las funciones de la forma: $f(x) = k \cdot a^{x+c} + b$ con $a > 0$ y $a \neq 1$, $k \neq 0$ y $x \in R$ en las que la variable independiente figura en el exponente de una expresión analítica, se llaman Funciones Exponenciales. Los parámetros que intervienen son: $a \in R_{>0}$, $a \neq 1$, b, c y $k \in R$ y $k \neq 0$.

Actividad N°7¹: Exploración de las particularidades de las funciones: $f(x) = a^x$ y $g(x) = \left(\frac{1}{a}\right)^x$

1) Ingrese en campo de entrada de *GeoGebra* las siguientes funciones:

$$f(x) = 2^x, g(x) = 3^x, h(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x, i(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$$

2) A partir de los gráficos realizados con *GeoGebra*, para cada función:

a) Analicen dominio, imagen, C^+ , C^- , C^0

b) Analicen $\lim_{x \rightarrow +\infty}$, $\lim_{x \rightarrow -\infty}$, para cada función. Analicen sus asíntotas y escriban las ecuaciones de las mismas.

c) Tache lo que No corresponda y justifique su elección:

Sí “a” es mayor que 1, la función es: creciente - decreciente.

Sí “a” es menor que 1, la función es: creciente - decreciente.

3) ¿Qué sucede con los gráficos de 2^x y $\left(\frac{1}{2}\right)^x$?

Esta actividad la clasificamos según Skovsmose como Paradigma del ejercicio – Matemática pura (1).

¹ Esta actividad no pudo llevar a cabo en 5°D, por falta de tiempo.

Esta actividad se llevó a cabo en 35 minutos, es decir 10 minutos más que los que se tenían previstos. Recordemos que la misma sólo pudo llevarse a cabo en el curso de 5°C, y se realizó luego de completar la tabla en la que se analizaron las características de algunas funciones previamente trabajadas en el curso. La tabla fue presentada en un afiche y constaba de 5 columnas y 6 filas. La primera columna indicaba el nombre de ciertas funciones ya conocidas por los estudiantes, la segunda columna presentaba la expresión analítica correspondiente a cada función nombrada, la tercera columna presentaba un gráfico de un ejemplo correspondiente a cada función, en la cuarta columna se pretendía indicar el dominio del gráfico de la función según corresponda, mientras que en la quinta columna se pretendía completar con el conjunto imagen de cada función. La forma de completar esta tabla, según los datos que brindaba, fue solicitándoles a los estudiantes que respondan oralmente qué correspondía para cada recuadro vacío. A continuación en la Imagen N°7 podrá visualizarse dicha tabla.

NOMBRE FUNCIÓN	EXPRESIÓN	GRÁFICO	DOM	IM
LINEAL	$f(x) = ax + b$	$f(x) = 2x + 3$	\mathbb{R}	\mathbb{R}
FUNCIÓN DE VALOR ABSOLUTO	$f(x) = x $	$f(x) = x $	\mathbb{R}	$\mathbb{R}_{\geq 0}$
CUADRÁTICA	$f(x) = ax^2 + bx + c$	$f(x) = -x^2 + 3$	\mathbb{R}	$[-3; 0]$
POLINÓMICA	$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$	$f(x) = x^2 - 2x + 1$	\mathbb{R}	\mathbb{R}
FUNCIÓN EXPONENCIAL	$f(x) = k a^{x+c} + b$		\mathbb{R}	$\mathbb{R}_{>0}$

Imagen N°7: Tabla completa del análisis de funciones particulares.

Al finalizar, les pedimos a los alumnos que abrieran *GeoGebra* en sus dispositivos electrónicos o donde tuviesen descargado el programa, y les entregamos una fotocopia con la Actividad N°7 para que realicen con su compañero de banco. Notamos que este tipo de actividades con el uso de celulares o tablets los incentivaba a trabajar y se mostraban más involucrados. En las Imágenes N°8 y N°9 podrán observarse algunas producciones de los estudiantes de dicha actividad.

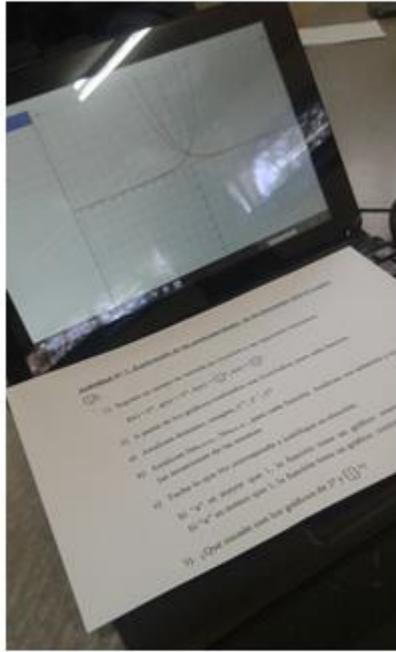


Imagen N°8: Producción en *GeoGebra* de un alumno de 5°C utilizando computadora.



Imagen N°9: Producción en *GeoGebra* de alumnos de 5°C utilizando celulares.

Para concluir con este trabajo les pedimos a algunos estudiantes seleccionados al azar que mostraran sus respuestas en frente de la clase. No hubo grandes dificultades para ingresar las funciones solicitadas en *GeoGebra* sino más bien en la resolución del ítem 2.c. La dificultad radica en que se trata de una función genérica y no una función particular como en los ítems anteriores. A raíz de esta dificultad tuvimos que intervenir en el curso y mostrarles a los estudiantes a través de ejemplos concretos, dándoles valores al parámetro a . A partir de esta intervención se pudo responder a la consigna. Esta tarea la consideramos como un ejercicio para ellos porque la mayoría de los ítems pudieron responderlos rápidamente y además eran parte de los contenidos previos que ya habían estado trabajado con su profesora del curso.

Actividad N°8: Análisis de la influencia de los parámetros en el gráfico de la función exponencial

Desplazamiento y análisis de la gráfica de la función exponencial.

Estudien cómo se modifica el gráfico de una función exponencial al variar los coeficientes de su fórmula: $f(x) = k \cdot a^{x+c} + b$. Escriban la fórmula de la función en el campo de entrada y utilicen la herramienta “Crear Deslizador”, que les permite modificar el valor de un número. Tienen que obtener en la pantalla de *GeoGebra*, cuatro deslizadores llamados k , a , b y c respectivamente. . Hagan que varíen, desde -5 hasta 5 .

- 1) Pongan en 1 el deslizador “k”, con $b=0$ y $c=0$. Muevan el punto sobre el deslizador de “a” sin tocar los otros; observen el gráfico o los gráficos y respondan las siguientes preguntas:
 - a) ¿Qué sucede con el gráfico a medida que el valor de “a” toma valores mayores a 1? ¿Y cuándo “a” toma valores entre 0 y 1?
 - b) ¿Qué pasa con el gráfico si “a” toma el valor cero? ¿Y si toma el valor 1? ¿Y si toma valores negativos?
- 2) Dejen fijo “a” en un valor mayor a 0 y $\neq 1$, con $b=0$ y $c=0$. Muevan el punto sobre el deslizador de “k”; observen el o los gráficos y respondan:
 - c) ¿Qué sucede con el o los gráficos al variar el valor de “k”?
 - d) ¿Cómo se relaciona el signo de “k” con la forma del gráfico cuando $0 < a < 1$? ¿y cuándo $a > 1$?
- 3) Muevan el punto sobre el deslizador de “c”, con $k=1$, $b=0$, $0 < a < 1$ ó $a > 1$; observen el o los gráficos y respondan:
 - e) ¿Qué ocurre con los gráficos al variar el valor de “c”?
- 4) Muevan el punto sobre el deslizador de “b”, con $k=1$, $c=0$ y $0 < a < 1$ ó $a > 1$; observen el o los gráficos y respondan:
 - f) ¿Qué ocurre con el o los gráficos al variar el valor de “b”?
 - g) ¿Qué sucede con la asíntota horizontal de estos gráficos? ¿Qué relación tiene el comportamiento de la asíntota horizontal con la variación de “b”?

Esta actividad la clasificamos según Skovsmose como Escenario de investigación – Matemática pura (2).

Para esta actividad teníamos previstos 40 minutos, pero en ambos cursos se extendió más de 60 minutos. Le entregamos a cada estudiante una fotocopia con la actividad para que realicen con *GeoGebra* desde sus dispositivos. Este trabajo lo realizaron con el compañero de banco.

En esta tarea era necesario ir tomando registro de las exploraciones, observamos que los estudiantes tenían incertidumbres en cómo se escribían las conclusiones y además, al ser una actividad demasiado abierta, los estudiantes obtenían distintas respuestas, por lo que fue de suma importancia realizar una puesta en común al finalizar.

En la primera pregunta, en el inciso a) lo que esperábamos que respondan es que el gráfico se va aproximando al eje de las ordenadas a medida que a toma valores mayores, es decir, la función crece más rápidamente a medida que a aumenta su valor. Y que, cuando $0 < a < 1$, la función es decreciente, y que a medida que a toma valores más cercanos a 0, el gráfico de la función se va acercando al eje de las ordenadas. Los estudiantes llegaron a esta conclusión y además un alumno se interesó en saber por qué sucedía esto, así es que en el

pizarrón realizamos la Tabla N°8 y pudimos observar que las imágenes de estas funciones presentadas como ejemplo son cada vez mayores, es decir, a medida que el parámetro a aumenta, el crecimiento que se produce en la función es más rápido, es por ello que el gráfico de la función se acerca al eje y .

x	$f(x) = 2^x$	$g(x) = 10^x$
1	2	10
2	4	100
3	8	1000
4	16	10000
5	32	100000

Tabla N°8: Tabla para comparar el crecimiento entre dos funciones exponenciales.

En cuanto al inciso b), lo que esperábamos es que noten que cuando a toma el valor 0, lo que se obtiene es la recta $f(x) = 0 \forall x \in R$ positivos. Si bien algunos preguntaron sobre por qué no toma valores para $x < 0$, lo que hicimos durante la puesta en común, fue interceder para que todos puedan observar esto, pedimos a los alumnos que ingresen 0^{-3} en la calculadora y vean el resultado. Al observar que la calculadora marca “Error”, mostramos que se producía porque $0^{-3} = \left(\frac{1}{0}\right)^3$ lo cual no está definido o es indeterminado.

Cuando a toma el valor 1, pudieron responder que se obtiene la recta $f(x) = 1$, por lo tanto no hay un crecimiento exponencial, ya que la función es constante, por ello descartamos en la definición que a tome ese valor. Si a toma valores negativos, *GeoGebra* no muestra ningún gráfico, a modo de interpretar lo que sucede mostramos para todo el curso el siguiente ejemplo: $(-3)^x$, si x toma valores pares o impares, para la función dada, tenemos resultados con signos alternados por lo tanto en la gráfica habría saltos que le darían discontinuidad al gráfico y a la función por lo tanto, la función no presenta un crecimiento exponencial.

En el ítem 2, intentamos hacer notar qué sucede cuando $x = 0$. Calculamos $f(0) = k \cdot a^0 = k \cdot 1$, entonces la ordenada al origen quedó determinada por el valor que tome k , esto vale ya que $b = 0$. Estos cálculos fueron escritos en el pizarrón durante la puesta en común.

Además, los estudiantes pudieron analizar qué sucedía con el gráfico cuando $0 < a < 1$ y $a > 1$. Lo que concluyeron en el primer caso, fue que k va a determinar:

- si la función es creciente o decreciente según si es $k < 0$ y $k > 0$ respectivamente.

– si el conjunto imagen toma valores reales negativos o reales positivos, según si $k < 0$ y $k > 0$ respectivamente.

Cuando $a > 1$, k va a determinar:

– si la función es creciente cuando $k > 0$ o decreciente cuando $k < 0$
– si el conjunto imagen toma valores reales positivos o negativos, según si $k > 0$ y $k < 0$ respectivamente.

En el ítem 3, deseábamos que noten que al variar el valor de c , el gráfico de la función se desplaza horizontalmente. Para obtener estas conclusiones tuvimos que mostrar primero algunos ejemplos concretos y elegimos utilizar las expresiones que obtuvimos en las Actividades N°1 y N°2 mostrando los gráficos en simultaneo. Las conclusiones fueron:

- Si $c < 0$ el gráfico de la función se desplaza hacia la derecha.
- Si $c > 0$ el gráfico se desplaza hacia la izquierda.
- El desplazamiento del gráfico de la función es de “ $|c|$ ” unidades.

En el ítem 4, que pide analizar el parámetro b , lo que pudieron concluir fue:

- Al variar b , el gráfico de la función se desplaza verticalmente hacia arriba si $b > 0$ y hacia abajo si $b < 0$. Para llegar a esta conclusión también fue necesario usar ejemplos concretos, en este caso tomamos las expresiones obtenidas de las Actividades N°1 y N°3.

- Cambia la ordenada al origen. Ahora es $k + b$, ya que $f(0) = k \cdot a^0 + b = k \cdot 1 + b = k + b$.

- La recta $y = b$ es la asíntota horizontal. Esta fue una conclusión que remarcamos bastante.

En las Imágenes N°10 y N°11 se pueden observar respuestas de dos estudiantes para el ítem 4 previo a la puesta en común. Dichas respuestas guardan concordancia con lo comentado previamente.

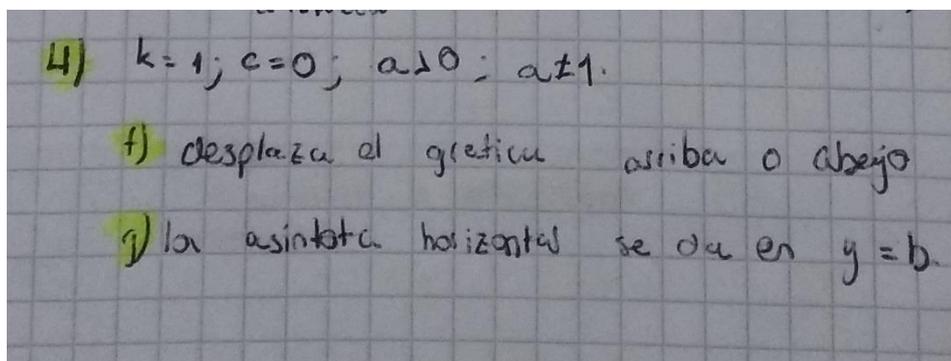


Imagen N°10: Respuesta de un estudiante para el ítem 4 de la Actividad N°8.

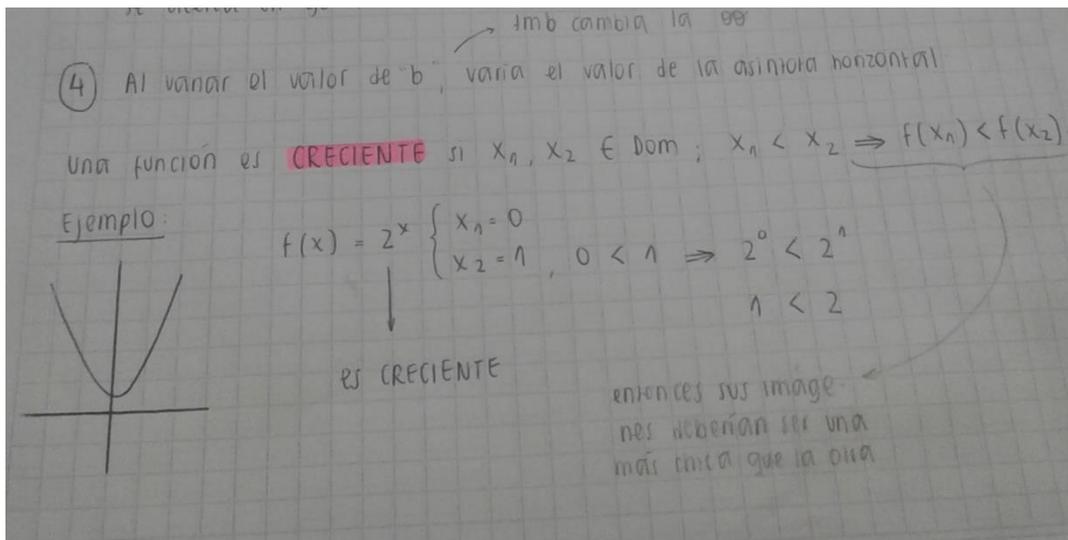
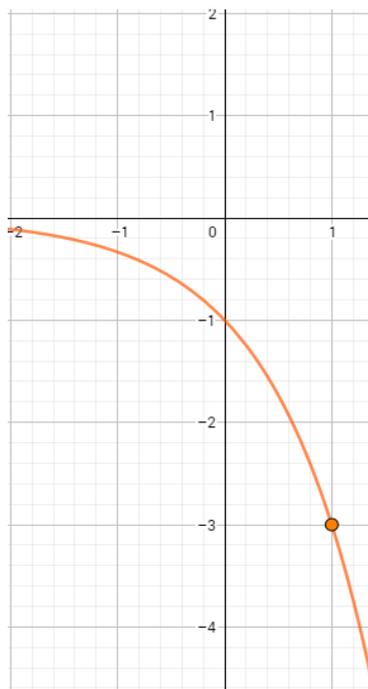
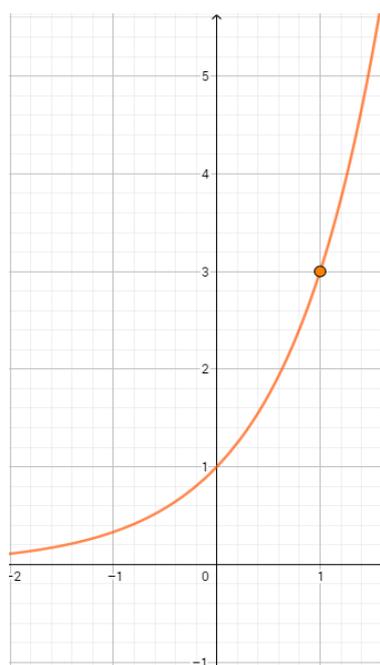


Imagen N°11: Respuesta de un estudiante para el ítem 4 de la Actividad N°8.

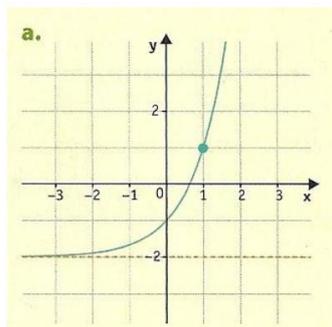
Para cerrar esta actividad exploratoria, pedimos a algunos estudiantes que pasen a comunicar sus conclusiones y algunas las dejaron registradas en el pizarrón. En el caso de 5°D fue necesario hacer un resumen con las conclusiones y subirlo al aula virtual, porque el día de la puesta en común el curso se encontraba bastante disperso. Dicho resumen puede verse en el Anexo N°4.

Actividad N° 9: Análisis de gráficos particulares de funciones exponenciales

1) Los siguientes gráficos corresponden a funciones de la forma $f(x) = k \cdot a^x$. Observen con detenimiento dichos gráficos e indiquen cuánto valen a y k en cada caso.



2) El siguiente gráfico corresponde a una función de la forma $f(x) = a^x + b$. Observe con detenimiento dicho gráfico e indique los valores de a y b .



3) Dada $f(x) = 3 \cdot 3^x - 27$, determine: su dominio, imagen, conjuntos de ceros, positividad y negatividad, $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$, ecuaciones de la asíntota horizontal. A partir de esa información, construya un gráfico aproximado de dicha función.

Esta actividad la clasificamos según Skovsmose como Paradigma del ejercicio – Matemática pura (1).

Para esta actividad teníamos previstos 20 minutos, pero se extendió a aproximadamente 40 minutos. Les entregamos a los alumnos una fotocopia con las consignas y les pedimos que para realizarla no podían utilizar *GeoGebra* ya que la idea era que utilicen las conclusiones a las que llegaron previamente en la Actividad N°8. Al no contar con mucho tiempo para realizarla, ya que el mismo día se tenía que realizar el trabajo práctico, el cual requería de 40 minutos, decidimos dejar de tarea el ítem 1, y en caso de tener dudas podían consultarnos la siguiente clase, resolvimos nosotras en frente el ítem 2, tomando ideas que dijeron los estudiantes, como por ejemplo que la asíntota horizontal es $y = -2$. Para el ítem 3 hicimos mayor hincapié en el gráfico cualitativo y las condiciones necesarias para realizarlo: asíntota horizontal, ordenada al origen, raíz y crecimiento o decrecimiento. Luego de obtener todas estas características realizamos en la pizarra digital el gráfico.

A continuación, se les entregó en fotocopias a los estudiantes, el trabajo práctico para que puedan realizarlo con su compañero de banco y con la opción de ayudarse con los registros que tenían en sus carpetas. En la sección 2.6 se dará detalle de dicho trabajo práctico.

Actividad N° 10: Actividades de ejercitación²

1) Sea $f(x) = 3 \cdot 4^x - 48$

a) Decidir si los siguientes puntos pertenecen a la función $f(x)$.

$$(2,6) ; (3,144) ; (-5,48)$$

b) Justificar si $f(x)$ es creciente o decreciente.

c) Indique el conjunto C^0

2) En un laboratorio se estudian dos tipos de bacterias a continuación se dan algunos datos obtenidos de la evolución de un gramo de bacteria de cada clase. Encontrar una fórmula para calcular cuántos gramos de bacterias hay segundo a segundo.

Cultivo 1: Las bacterias se reproducen cuadruplicándose segundo a segundo.

Cultivo 2: Las bacterias se reproducen de manera tal que la cantidad en cada segundo representa un 300% de la que había un segundo antes.

Esta actividad la dividimos en dos partes para clasificarla según Skovsmose. El ítem 1 corresponde a Paradigma del ejercicio – Matemática pura (1) y el ítem 2 a Paradigma del ejercicio – Semirrealidad. (3).

Esta actividad la realizaron en 20 minutos, tal como se tenía previsto. Se les entregó a los estudiantes una fotocopia con las consignas y tenían que realizarla de a dos. Para comenzar con el ítem 1, realizamos en el pizarrón los cálculos correspondientes para responder al primer interrogante del inciso a, dejando a los estudiantes que resuelvan de forma autónoma el segundo. Para responder al inciso b se apeló a la definición de función creciente o decreciente, con la intención de que no justificaran con el gráfico o con características de sus parámetros sino apelando a dicha definición. Para el inciso c se les recordó qué debían analizar para determinar el conjunto de raíces de la función, en general no presentaron complicaciones ya que anteriormente habían trabajado con la docente del curso el cálculo del conjunto raíz para otras funciones, si bien no se trata de la misma función, en lo conceptual y procedimental es similar. Por falta de tiempo, se dejó el ítem 2 para realizar de tarea, de todas maneras hubo estudiantes que al trabajar más rápido lo resolvieron ese mismo día.

² Esta actividad no pudo ser llevada a cabo en 5°D, por falta de tiempo.

Actividad N° 11: Funciones Exponenciales determinadas por dos pares de puntos.³

- 1) Encuentra las funciones exponenciales de la forma $f(x) = k \cdot a^x$ y $g(x) = k \cdot a^x$ de manera tal que:
- $f(x)$ pase por los puntos (3, -192) y (1,-12).
 - $g(x)$ pase por los puntos (1, 2) y (-2, 16).

Esta actividad la clasificamos según Skovsmose como Paradigma del ejercicio – Matemática pura (1).

Esta actividad la realizaron en 25 minutos, es decir que solo se extendió 5 minutos más de lo previsto. Se le repartió una fotocopia a cada estudiante y la manera de proceder fue similar a la resolución del ítem 1.a de la Actividad N°10. Es decir, se les recordó a los estudiantes qué conformaba a un par ordenado y se les explicó que la forma para resolverlo era mediante un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Se indicó que hay tres métodos para resolverlo y se procedió a usar el método de sustitución. Si bien años anteriores habían trabajado con sistema de ecuaciones, no recordaban el procedimiento, por lo tanto realizamos el primer inciso en el pizarrón y dejamos a ellos que resuelvan el segundo.

Actividad N°12: Actividades de repaso.

- 1) Indique si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa. Justifica tu respuesta.
- Siempre que una función exponencial es creciente, entonces $0 < a < 1$.
 - El par ordenado (1, -6) pertenece al gráfico de la función $f(x) = -3 \cdot 2^x$.
 - La función $f(x) = -7 \cdot 3^x - 2$ presenta una asíntota horizontal en $y = 2$.
 - El conjunto imagen de $f(x) = 0,3 \cdot 15^x$ es $(0, +\infty)$.
- 2) Grafique cualitativamente las siguientes funciones:
- $f(x) = -1 \cdot 5^x + 25$
 - $g(x) = 2 \cdot 3^x - 6$
- 3) Sea $f(x) = 0,5 \cdot 3^x$
- ¿Qué valor toma el parámetro c de la función? ¿Qué sucedería con el gráfico de la función $f(x)$ si c toma el valor 3?
 - ¿Qué valor toma el parámetro b de la función? ¿Qué sucedería con el gráfico de la función $f(x)$ si b toma el valor -2?

³ Ídem nota al pie n°2.

Esta actividad la clasificamos según Skovsmose como Paradigma del ejercicio – Matemática pura (1).

Esta actividad contenía ejercicios de repaso para la evaluación. Se les repartió a los estudiantes una fotocopia con la actividad y previo a comenzar se les recordó que no podían usar *GeoGebra* para resolverla (ya que se buscaba incentivar un trabajo analítico para poder realizar un gráfico aproximado con lápiz y papel), sí podían hacerla con su compañero de banco. Los estudiantes realizaron esta actividad en 40 minutos tal como se tenía previsto. Además por cuestiones de tiempo les pedimos a los estudiantes que del ítem 2 solo resolvieran durante esta clase el inciso a.

Se realizó una puesta en común, donde se les pidió a algunos estudiantes que pasaran a dar respuesta del ítem 1, a otro grupo que pase a dar respuesta del ítem 2 y a otro que pase a dar respuesta al ítem 3. El criterio de elección de los estudiantes estuvo determinado por la forma que trabajaron con la actividad y el grado de avance del trabajo. Cabe señalar que este criterio, como se hará evidente a continuación, no se mantuvo en ambos cursos lo que determinó diferencias en el trabajo en cada sección. Por ejemplo, en 5°C, que se pudo sostener el criterio explicitado, se dispuso tiempo como para lograr terminar de responder las actividades que habían quedado inconclusas de clases anteriores tales como el ítem 1 de la Actividad N°9. A diferencia de esto, en 5°D los estudiantes que pasaron a dar respuesta en esta clase de repaso, no habían logrado arribar a las conclusiones necesarias al momento de comunicar sus ideas. En este sentido, consideramos fue una mala decisión haber seleccionado estos alumnos pues se tuvo que disponer de más tiempo en ofrecerles una explicación personalizada que a esta altura no era necesario ni fue lo óptimo para el resto de la clase. Este hecho nos hace reflexionar acerca de la cantidad de variables a considerar en las instancias de decisiones sobre la gestión de una clase.

Para el inciso a del ítem 1, los estudiantes pudieron responder que la afirmación era falsa diciendo que el gráfico correspondía a una función creciente también si $a > 1$ y $k > 0$.

Para dar respuesta al inciso b, dijeron que para verificar que el par ordenado (1, -6) pertenezca al gráfico de la función, había que verificar si $f(1) = -6$. Evaluaron la función en el valor $x = 1$, y los cálculos que realizaron fueron: $f(1) = -3 \cdot 2^1 = -6$. Por lo tanto concluyeron que la afirmación era verdadera.

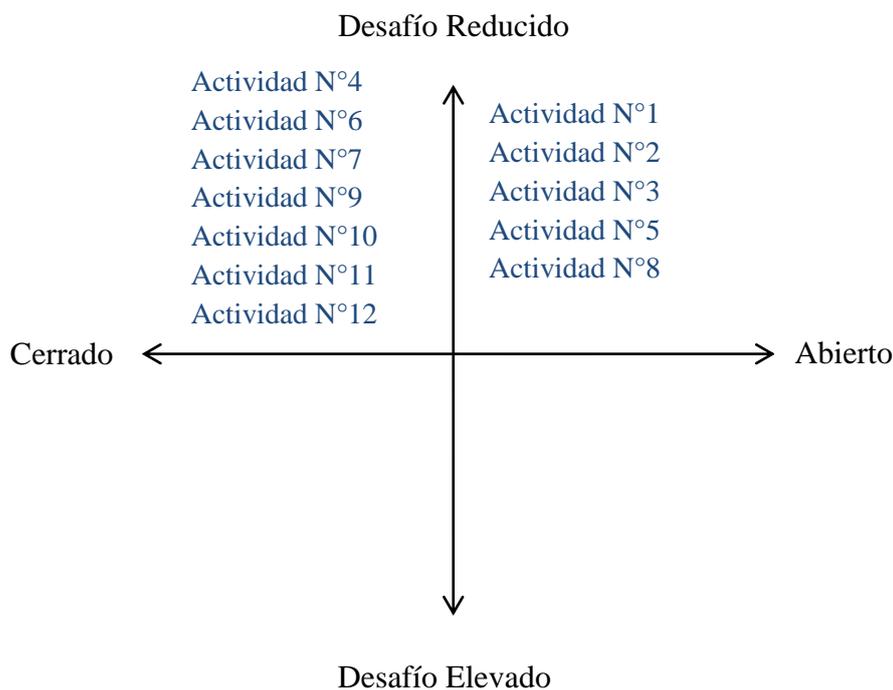
Para responder al ítem c, la conclusión la obtuvieron utilizando resultados de la Actividad N°8 relacionados con el sentido del parámetro b , donde se concluyó que este parámetro indicaba la ecuación de la asíntota horizontal. Por lo tanto dijeron que esta afirmación era falsa, ya que la asíntota de la función se encontraba en $y = -2$.

Para dar respuesta al ítem d, como se vio en la resolución de la Actividad N°8, el conjunto imagen de la función exponencial, quedaba determinado por $(b, \pm \infty)$, según si la función es creciente o decreciente, por lo que los estudiantes hicieron uso de esta conclusión para decir que la afirmación era verdadera.

Para realizar los gráficos cualitativos del ítem 2, algunos estudiantes no recordaban qué necesitaban para llevar a cabo esta tarea, así es que intervinimos diciéndoles qué requería averiguar, es decir, asíntota horizontal, raíces en caso de haber, ordenada al origen y teniendo en cuenta los parámetros a y k determinar si la función será o no creciente. Luego de darles esta ayuda, la mayoría pudo realizar un gráfico cualitativo correcto.

En respuesta al ítem 3 los estudiantes se remitieron a las conclusiones de la Actividad N°8, vinculadas con el parámetro c .

A continuación se muestra la clasificación y distribución según dificultad y apertura de todas las actividades según el esquema presentado por Ponte (2005).



2.5 La organización del escenario

Durante las actividades de enseñanza, siguiendo a Gvirtz et al. (2008), tuvimos en cuenta tres dimensiones fundamentales: el tiempo disponible para realizar las actividades propuestas, el espacio y la forma en la que estarán distribuidos los alumnos dentro de ese espacio. Como

se puede observar en la Tabla N°1 los días lunes 5°D cuenta con dos módulos seccionados, lo cual no es un dato menor, ya que afecta a la organización de la clase y a los tiempos destinados para las actividades. En lo temporal, otro factor que tuvo incidencia para el desarrollo de lo planificado fue la emergencia de actividades extracurriculares de los estudiantes que no habían sido programadas con anterioridad o incluso las programadas. Este hecho fue dando discontinuidad al trabajo lo que implicó la necesidad de volver a retomar ideas o actividades antes de continuar con lo programado. Esto es, se hizo evidente el efecto del marco institucional sobre el sistema micro didáctico del aula.

En general, los tiempos que teníamos planificados para desarrollar cada actividad, no fueron acertados, ya que la mayoría de las actividades demandó un poco más de lo estimado. Creemos que esto se debe a que algunas actividades eran exploratorias y requerían de un tiempo específico para que sea enriquecedor el trabajo. Además, al finalizar cada actividad, se realizaba una puesta en común, las cuales se extendían más de lo previsto, por inquietudes de los estudiantes o en otras ocasiones por su comportamiento. Debido a esto, en algunas clases fue necesario cambiar de lugar a algunos alumnos.

El espacio en el que se llevaron a cabo las clases fue siempre el aula destinada para cada curso. Como se vio en el apartado 2.4 las actividades fueron realizadas en grupo de dos o más estudiantes. Los grupos eran formados a partir de elecciones propias de los estudiantes. Sobre la idea de trabajar en conjunto, podemos mencionar algunas ventajas y desventajas en el trabajo áulico que observamos; como por ejemplo, que favorece el intercambio de ideas y conocimientos y a su vez mejora el vínculo alumno – alumno, y estimula a la participación, y como menos favorable notamos que genera distracción y que puede suceder que el trabajo sea realizado solo por algunos estudiantes.

2.6 La evaluación

De las tres instancias evaluativas que teníamos planificadas, solo pudimos llevar a cabo dos de ellas, una fue la evaluación integradora de carácter sumativo. Y la otra fue un trabajo práctico corto, a realizar en 40 minutos, de carácter formativo, del cual no se obtuvo una calificación.

Para elaborar el trabajo práctico que se entregó en ambos cursos, lo que tuvimos en cuenta fueron las actividades previas que se desarrollaron en los cursos. Cabe aclarar que las actividades vistas hasta la fecha del trabajo práctico, están descriptas en las Tablas N°6 y N°7.

Tomamos esta instancia, como un modo para rescatar información del estado de los estudiantes en relación a los contenidos, y les sugerimos que vieran a este trabajo como una forma de auto-evaluación. De ahí la calificación de evaluación formativa. Durante la realización del mismo, los estudiantes nos podían consultar dudas, buscar información en sus carpetas y podían trabajar con el compañero de banco. Esta decisión de trabajar de a dos, puso en evidencia algunas desventajas. Por ejemplo, en uno de los dos cursos, algunos alumnos se mostraban reacios a trabajar con su compañero de banco. Otra de las desventajas fue que al ver las notas de la evaluación final, se evidenció en un par de alumnos, que uno de ellos fue el que realizó el trabajo práctico, ya que en la evaluación final obtuvieron una amplia diferencia en sus calificaciones.

Para este instrumento evaluativo, no elaboramos criterios de evaluación ya que no se iba a calificar. Pero sí notamos, al momento de corregirlos, que la mayoría logró realizar correctamente más de la mitad de los ejercicios propuestos. Ese día, se ausentaron: un alumno en 5°C y tres alumnos en 5°D. La clase siguiente se llevó a cabo la entrega de los trabajos prácticos corregidos y realizamos una devolución haciendo hincapié en los errores generales, lo cual fue favorecedor para la evaluación integradora.

A continuación se muestra el trabajo práctico que se entregó en ambos cursos.

TRABAJO PRÁCTICO: FUNCIONES EXPONENCIALES.

1. Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y justifica tu respuesta.
 - a) Sea la función $f(x) = 3^{x-1}$ entonces $f(3) + f(1) = 10$.
 - b) La función $g(x) = \left(\frac{4}{5}\right)^x$ es decreciente.
 - c) La función $h(x) = 5^x$ tiene asíntota horizontal con ecuación $y = 0$.
 - d) La función $i(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x + 2$ tiene por raíz el punto $x = 1$.
 - e) Para $x = 0$ la función $j(x) = a^x + b$ toma el valor 1.

2. A dos personas se les cuenta un chisme, al cabo de una hora se lo contaron a tres personas cada uno, a la hora siguiente esas seis personas se lo habían contado a tres personas más cada uno. A la hora 5, el chisme se transmite a 486 personas. ¿A cuántas personas se les contó el chisme a la hora 10? ¿Podría encontrar una fórmula para decir a cuántas personas se le cuenta el chisme después de h horas?

Con la información presentada, completa la siguiente tabla.

Tiempo transcurrido (horas)	0	1	2	3	4	5
Cantidad de personas a las que se cuenta el chisme por hora	2	6				

En el caso del trabajo práctico, destacamos que nos permitió detectar las dificultades que tenían nuestros alumnos. Podemos decir que también se aprende de los errores y que la forma de aprender es haciendo un uso constructivo de ellos. Nosotras para eso, decidimos realizar una devolución señalando los errores comunes que observamos en los trabajos y pudimos ayudarles a detectarlos y corregirlos, lo cual fue óptimo como forma de aprendizaje y contribuyó para la siguiente evaluación en donde ciertos errores ya no se hicieron evidentes.

Para finalizar el período de prácticas y acreditar mediante una calificación el desempeño de cada estudiante, decidimos evaluarlos con una evaluación integradora sumativa, la realizamos para finalizar con ella el proceso de aprendizaje de todos los temas desarrollados. Para seleccionar los contenidos de cada evaluación se tuvo en cuenta con qué actividades se trabajó durante el período de prácticas, ya que en 5°D, por cuestiones de tiempo, no se llevaron a cabo algunas actividades de las previstas. De esta forma las actividades de las evaluaciones fueron similares a las desarrolladas en clase, en esta instancia con el fin de poder evaluar el trabajo autónomo del alumno.

Se les entregó a los estudiantes una fotocopia con la evaluación, el modo de realizarla fue individual y contaron con 80 minutos. No podían consultar en sus carpetas ni utilizar el celular.

El día que se llevó a cabo la evaluación, hubo un estudiante ausente en 5°D y no se ausentó ninguno en 5°C. Luego se mostrarán las evaluaciones planificadas para los estudiantes ausentes en ambos cursos. Se podrá visualizar que no hubo grandes modificaciones en las actividades previstas para el día de la fecha de la evaluación.

Ambas evaluaciones contenían al comienzo una breve introducción con lo que pretendíamos valorar y los criterios que se utilizarían para corregir. Dicha introducción es la siguiente:

Con esta evaluación se pretende valorar las posibilidades individuales de los estudiantes para trabajar con funciones exponenciales, su definición, sus aplicaciones en ejercicios y problemas.

Para la corrección se tendrán en cuenta:

- *Los procedimientos empleados en la resolución de las actividades entre ellos: el uso correcto de la notación y simbología matemática, la claridad en la presentación de los métodos empleados, el orden y prolijidad en la comunicación del trabajo.*
- *Las justificaciones utilizadas para dar respuesta a los diferentes incisos.*

Participación y colaboración para la resolución de actividades durante las clases, tareas realizadas, carpetas completas y respeto por el otro.

A continuación, se muestran las evaluaciones, el porcentaje de aprobados y desaprobados en cada curso, los criterios de evaluación y un análisis sobre la resolución.

EVALUACIÓN INTEGRADORA 5°C: FUNCIONES EXPONENCIALES.

1. Dar la definición de Función Exponencial acorde a lo presentado en el curso. [1pto]
2. Encontrar la función exponencial de la forma $f(x) = k \cdot a^x$ que pase por los puntos $(2, -18)$ y $(1, -6)$. [2ptos]
3. Elegir cuál de las siguientes funciones exponenciales se corresponden con los gráficos A y B. Justificar de manera clara y completa sus elecciones. [2ptos]

a) $f(x) = 2 + \left(\frac{5}{3}\right)^x$

b) $g(x) = -1,5 \cdot 2^{x+2} - 3$

c) $h(x) = -4 \cdot 0,2^x - 3$

d) $i(x) = 0,9 \cdot 2^{x-1} + 3$

e) $j(x) = 3 \cdot 0,3^x + 2$

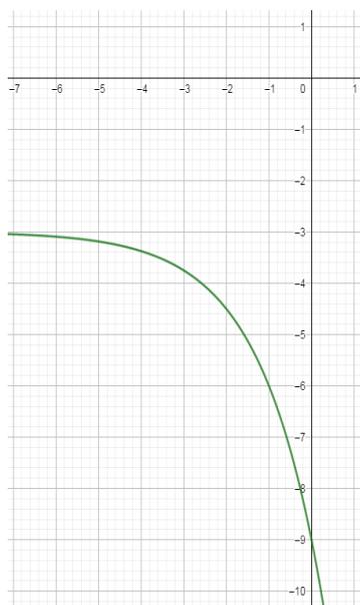


Gráfico A

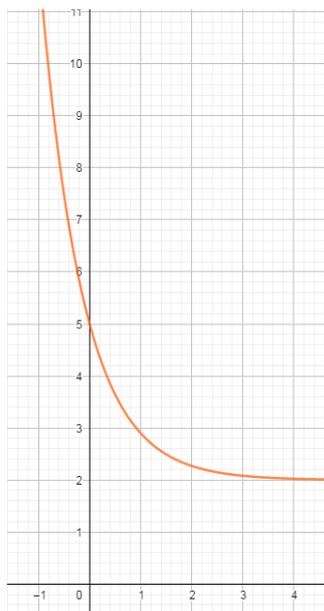


Gráfico B

4. Sea la función exponencial $h(x) = 3 \cdot 5^x - 15$

- a) Calcular raíz y ordenada al origen de $h(x)$. [0,5 pts]
- b) Indicar Dominio e Imagen de la función $h(x)$. [0,5 pts]
- c) Escribir la ecuación de la asíntota para $h(x)$. [0,5 pts]

d) Tomando como referencia las respuestas dadas en a), b) y c) y lo trabajado en clases, realizar un gráfico aproximado de la función $h(x)$. [1 ptos]

e) Determinar si $h(x)$ es creciente o decreciente. Justificar su respuesta. [0,5 ptos]

5. Resolver el siguiente problema:

Al estudiar un cultivo de cierto micro-organismo se dedujo que la reproducción de los mismos, se realiza de forma tal que, segundo a segundo cada micro-organismo se subdivide en tres (micro-organismos). Si se sabe que: a) al iniciarse el estudio había 8 micro-organismos en el cultivo, b) a los 4 segundos había 648 micro-organismos y c) se supone que, para un cierto tiempo t no muere ninguno de ellos:

a) Calcular la cantidad de micro-organismos que habrá al cabo de 1 segundo y al cabo de 3 segundos. [0,5 pts]

b) Acorde a la información presentada en el problema, y lo calculado en el inciso anterior completar la siguiente tabla. [0,5 pts]

Tiempo de observación (en segundos)	Cantidad de micro-organismos
0	8
1	
3	
4	648
8	
10	

c) Utilizando los datos obtenidos, escribir una fórmula que permita calcular la cantidad de micro-organismos al cabo de s segundos. [1pto]

Las capacidades que tuvimos en cuenta a la hora de corregir las evaluaciones en 5°C son las especificadas en la Tabla N°9, que también nos sirvió para determinar el puntaje para cada ítem de la evaluación.

Actividad e ítem	Capacidad que se evalúan.	Puntajes
1	Capacidad para poder definir de manera correcta y completa la noción de función exponencial.	1 punto
2	Capacidad para reconstruir la función a partir de la información dada. Capacidad para determinar parámetros.	2 puntos

	Capacidad para plantear un sistema de ecuaciones que les permita determinar los parámetros pertinentes. Capacidad para operar algebraica y numéricamente. Capacidad para expresar correctamente la función exponencial que cumple con las condiciones dadas.	
3	Capacidad para analizar gráficos y expresiones analíticas.	2 puntos
3 a	Capacidad para hacer correspondencia entre un gráfico y una expresión analizando los parámetros que intervienen.	1 punto
3 b	Capacidad para hacer correspondencia entre un gráfico y una expresión analizando los parámetros que intervienen.	1 punto
4 a	Capacidad para operar algebraicamente para calcular correctamente la raíz o conjuntos de ceros y ordenada al origen de una función dada.	0,5 puntos
4 b	Capacidad para reconocer y poder expresar de manera matemática tanto el conjunto imagen y conjunto dominio de una función exponencial dada.	0,5 puntos
4 c	Capacidad para reconocer y expresar en términos matemáticos la asíntota, ya sea utilizando límite o la conclusión de la Actividad N°8.	0,5 puntos
4 d	Capacidad para utilizar información numérica para graficar y capacidad para integrar ideas de función exponencial para lograr un gráfico de una función exponencial.	1 punto
4 e	Capacidad para identificar si una función es o no creciente. Capacidad para justificar matemáticamente de manera correcta. Capacidad para justificar u ofrecer un ejemplo.	0,5 puntos
5 a	Capacidad para interpretar un problema dado. Capacidad para reconocer la información dada y capacidad para integrar dicha información. Capacidad para realizar cálculos a partir de la información dada. Capacidad para seleccionar datos pertinentes de manera tal que logren responder a la consigna.	0,5 puntos
5 b	Capacidad para completar una tabla numéricamente a partir de información dada.	0,5 puntos
5 c	Capacidad para reconocer una función exponencial. Capacidad para expresar esa información en términos de una expresión analítica.	1 punto

Tabla N°9: Capacidades que se evalúan y puntaje para cada ítem de la evaluación para 5°C.

En los siguientes gráficos se ven reflejados, los porcentajes de alumnos aprobados y desaprobados en la evaluación integradora (ver Gráfico N°1) y la distribución de notas para dicha evaluación (ver Gráfico N°2).

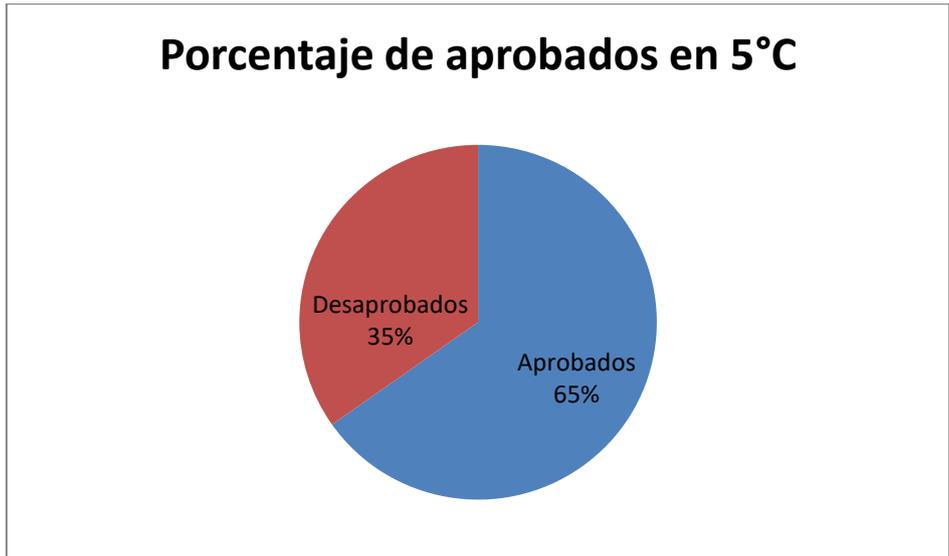


Gráfico N°1: Porcentaje de alumnos aprobados y desaprobados en 5°C.

Cabe aclarar que en el gráfico que se muestra a continuación, el eje vertical corresponde a la frecuencia de notas, es decir la cantidad de alumnos que obtuvieron tal nota. Y en el eje horizontal se marca el rango de notas.

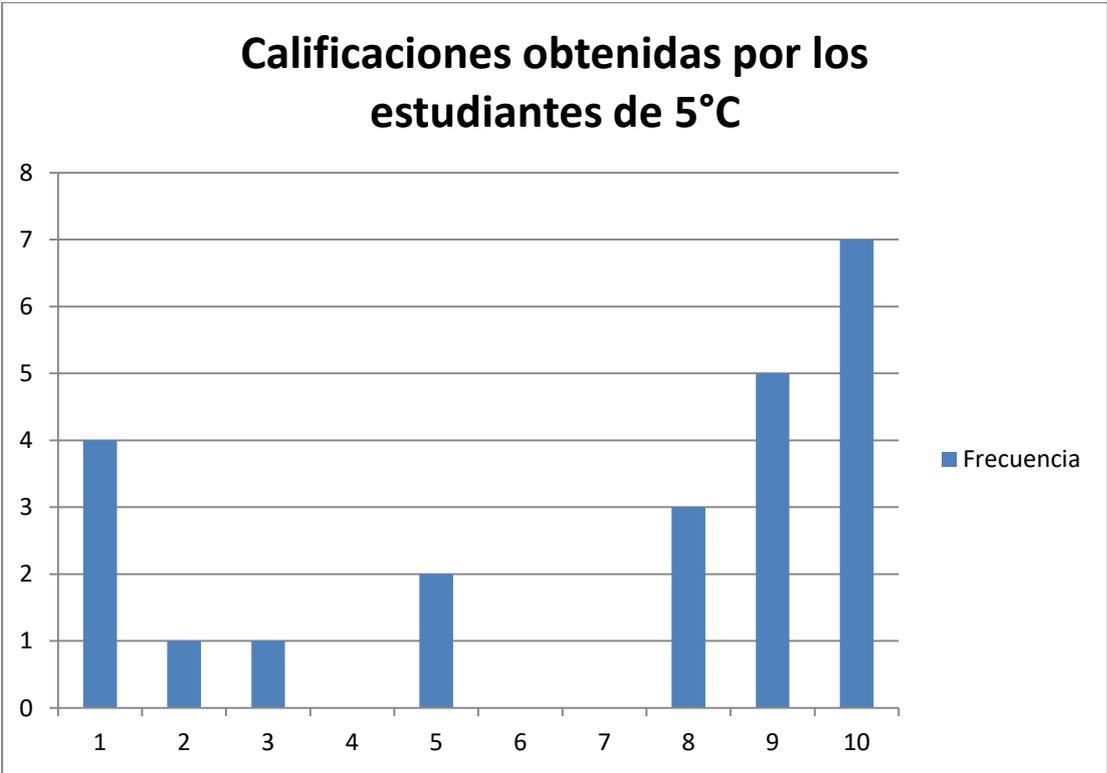


Gráfico N°2: Distribución de las notas de los estudiantes de 5°C.

Se puede observar con este gráfico de barras donde se distribuyen las frecuencias de calificaciones entre 1 (uno) y 10 (diez) que: la moda de este gráfico es la calificación 10 (diez); por otro lado la frecuencia de las calificaciones 2 (dos) y 3 (tres) es menor que las otras; la media aritmética o promedio de calificaciones de este gráfico es: 6,86 (seis con ochenta y seis); dejándose ver una alta dispersión o variabilidad de distribución entre las calificaciones superiores a 8 (ocho) e inferiores a 3 (tres) respecto a la media. Notamos una frecuencia respectivamente alta en la calificación 1 (uno) si bien nos hizo llamar la atención por ser la calificación más baja, pero esto era esperado pues durante las observaciones ya notábamos cierto desinterés en la mayoría de las materias por parte de estos estudiantes.

La distribución de las calificaciones se concentra en las notas superiores a 8 (ocho), siendo las calificaciones menores a 5 (cinco) un poco menos frecuente. Lo cual muestra un grupo que se involucró e interesó en la materia por aprender acerca de los contenidos desarrollados.

EVALUACIÓN INTEGRADORA 5ºD: FUNCIONES EXPONENCIALES.

1. Dar la definición de función exponencial presentada en el curso. [1pto]
2. Sea la función exponencial $g(x) = a^x + b$, donde $a \in R_{>0} - \{1\}$ y $b \in R$. Determinar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Reescribir las falsas de manera tal que sean correctas. Justificar dos de tus elecciones y/o las razones que utilizaste para decidir. [2ptos]
 - a) Si a es mayor a 1, la función es creciente. [0,5 ptos]
 - b) El parámetro b determina la ecuación de la asíntota vertical. [0,5 ptos]
 - c) Si $b = 2$, su ordenada al origen es: $g(0) = -3$ [0,5 ptos]
 - d) El conjunto imagen de esta función son todos los Reales positivos. [0,5 ptos]
3. Elegir cuál de las siguientes funciones exponenciales se corresponden a los gráficos A y B. Justificar de manera clara y completa tus elecciones. [2ptos]
 - a) $f(x) = 2 + \left(\frac{5}{3}\right)^x$
 - b) $g(x) = -1,5 \cdot 2^{x+2} - 3$
 - c) $h(x) = -4 \cdot 0,2^x - 3$
 - d) $i(x) = 0,9 \cdot 2^{x-1} + 3$
 - e) $j(x) = 3 \cdot 0,3^x + 2$

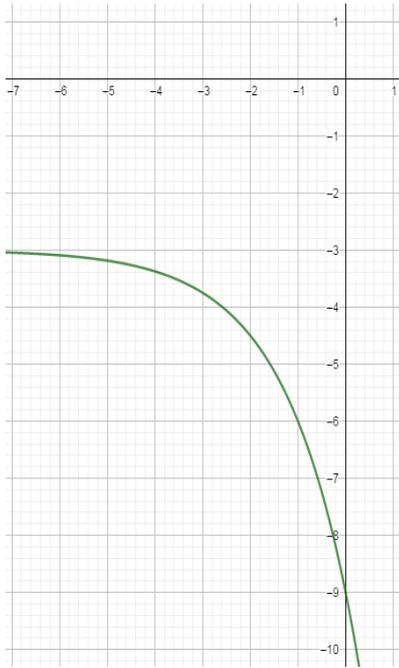


Gráfico A

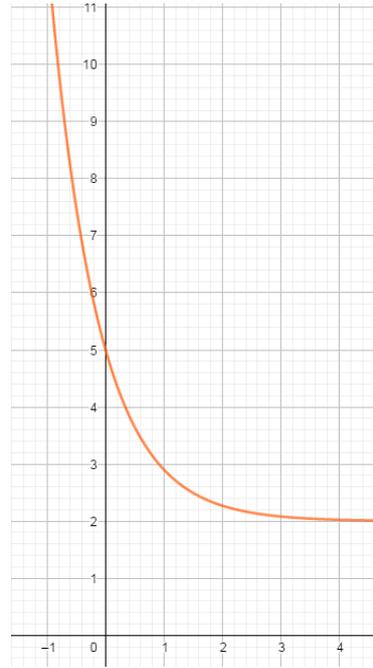


Gráfico B

4. Sea la función exponencial $h(x) = 3 \cdot 5^x - 15$

a) Calcular raíz y ordenada al origen de $h(x)$. [0,5 pts]

b) Indicar Dominio e Imagen de la función $h(x)$. [0,5 pts]

c) Escribir la ecuación de la asíntota para $h(x)$. [0,5 pts]

d) Tomando como referencia las respuestas dadas en a), b) y c) y lo trabajado en clases, realizar un gráfico aproximado de la función $h(x)$. [1pto]

e) Determinar si la función $h(x)$ es creciente o decreciente. Justificar su respuesta. [0,5 pts]

5. Resolver el siguiente problema:

Al estudiar un cultivo de cierto micro-organismo se dedujo que la reproducción de los mismos se realiza de forma tal que, segundo a segundo, cada micro-organismo se subdivide en tres (micro-organismos). Si se sabe que: a) al iniciarse el estudio había 8 micro-organismos en el cultivo, b) a los 4 segundos había 648 micro-organismos y c) se supone que, para un cierto tiempo t no muere ninguno de ellos:

a) Calcular la cantidad de micro-organismos que habrá al cabo de 1 segundo y al cabo de 3 segundos. [0,5 pts]

b) Acorde a la información presentada en el problema, y en el inciso anterior completar la siguiente tabla. [0,5 pts]

Tiempo de observación (en segundos)	Cantidad de micro-organismos
0	8
1	
3	
4	648
8	
10	

- c) Utilizando los datos obtenidos, escribir una fórmula que permita calcular la cantidad de micro-organismos al cabo de s segundos. [1pto]

Las capacidades que tuvimos en cuenta a la hora de corregir las evaluaciones en 5°C son las especificadas en la Tabla N°10, esta tabla también nos sirvió para determinar el puntaje para cada ítem de la evaluación.

Actividad e ítem	Capacidades que se evalúan.	Puntaje
1	Capacidad para definir de manera correcta y completa la noción de función exponencial.	1 punto
2	Capacidad para determinar el valor de verdad de una afirmación que involucra funciones exponenciales. Capacidad para justificar Capacidad para expresar ideas matemáticas.	2 puntos
2 a	Capacidad para interpretar la información que brindan los parámetros y su relación con el crecimiento de la función.	0,5 puntos
2 b	Capacidad para interpretar la información que presenta el parámetro b y su relación con la ecuación de la asíntota horizontal.	0,5 puntos
2 c	Capacidad para interpretar la información que brindan los parámetros y su relación con la ordenada al origen. Capacidad para operar algebraicamente con el fin de obtener el valor de la ordenada al origen.	0,5 puntos
2 d	Capacidad para interpretar la información que brindan los parámetros y su correspondencia para determinar la imagen la función.	0,5 puntos
3	Capacidad para analizar gráficos y expresiones analíticas.	2 puntos
3 a	Capacidad para hacer correspondencia entre un gráfico y una expresión teniendo en cuenta los parámetros que intervienen.	1 punto
3 b	Capacidad para hacer correspondencia entre un	1 punto

	gráfico y una expresión teniendo en cuenta los parámetros que intervienen.	
4 a	Capacidad para operar algebraicamente para calcular correctamente la raíz o conjuntos de ceros y ordenada al origen de una función dada.	0,5 puntos
4 b	Capacidad para reconocer y poder expresar de manera matemática el conjunto imagen y conjunto dominio de una función exponencial dada.	0,5 puntos
4 c	Capacidad para reconocer y expresar en términos matemáticos la asíntota, ya sea utilizando límite o la conclusión de la Actividad N°8.	0,5 puntos
4 d	Capacidad para utilizar información numérica para graficar. Capacidad para integrar ideas de función exponencial para lograr un gráfico de una función exponencial.	1 punto
4 e	Capacidad para identificar si una función es o no creciente. Capacidad para justificar matemáticamente de manera correcta. Capacidad para justificar u ofrecer un ejemplo.	0,5 puntos
5 a	Capacidad para interpretar un problema dado. Capacidad para reconocer la información dada e integrar dicha información. Capacidad para realizar cálculos a partir de información dada. Capacidad para seleccionar datos pertinentes de manera tal que logren responder a la consigna.	0,5 puntos
5 b	Capacidad para completar una tabla numéricamente a partir de información dada.	0,5 puntos
5 c	Capacidad para reconocer una función exponencial. Capacidad para expresar cierta información en términos de una expresión analítica.	1 punto

Tabla N°10: Capacidad que se evalúa y puntaje para cada ítem de la evaluación para 5°D.

En los siguientes gráficos se ven reflejados, los porcentajes de alumnos aprobados y desaprobados en la evaluación integradora (ver Gráfico N°3) y la distribución de notas en dicha evaluación (ver Gráfico N°4).

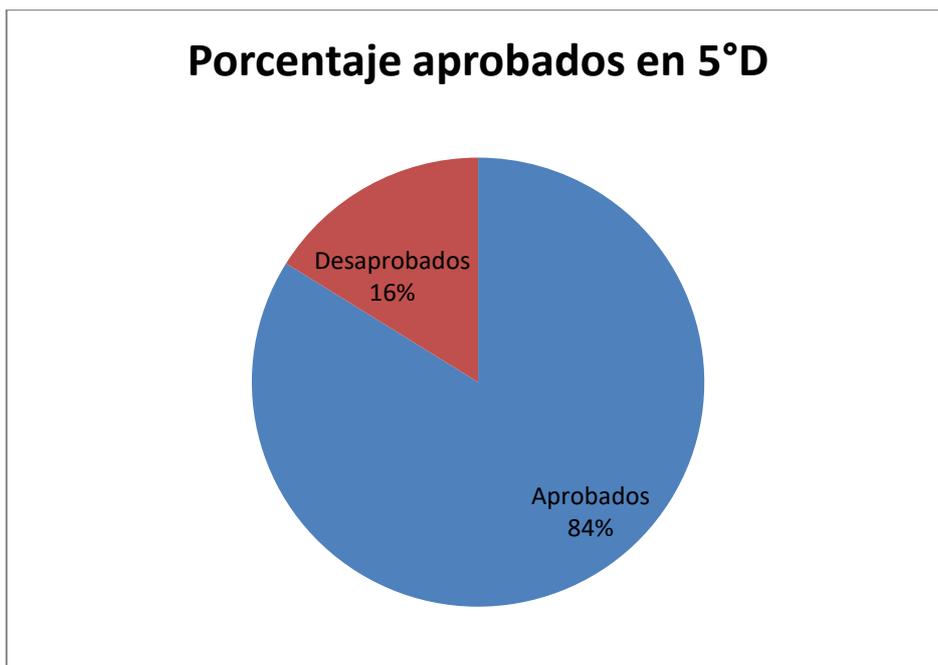


Gráfico N°3: Porcentaje de alumnos aprobados y desaprobados en 5°D.

Al igual que en el Gráfico N°2 el eje vertical corresponde a la cantidad de alumnos que obtuvieron tal nota y en el eje horizontal el rango de notas.

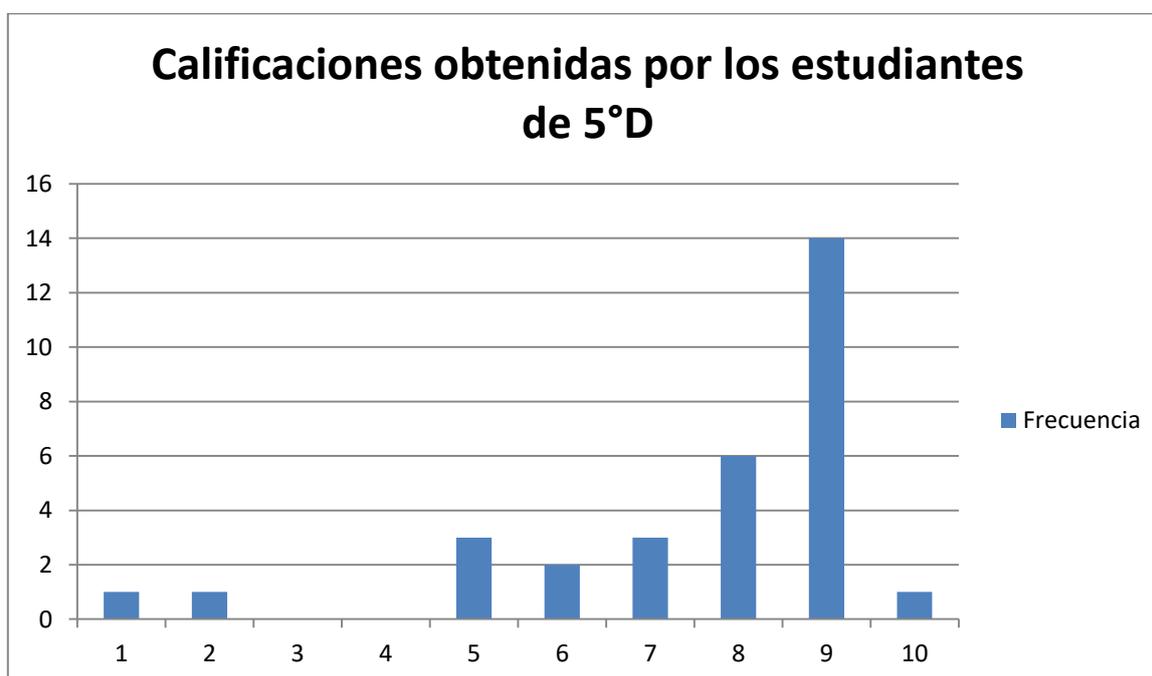


Gráfico N°4: Distribución de las notas de los estudiantes de 5°D.

Se puede observar con este gráfico de barras donde se distribuyen las frecuencias de calificaciones entre 1 (uno) y 10 (diez) que: la moda de este gráfico es la calificación 9 (nueve); por otro lado la frecuencia de las calificaciones 1 (uno), 2 (dos) y 10 (diez) son

menores que las otras; la media aritmética o promedio de calificaciones de este gráfico es: 7,58 (siete con cincuenta y ocho); una alta variación en la distribución de las calificaciones o dispersión puede observarse entre las calificaciones 8 (ocho), 9 (nueve) y 10 (diez). Nos llamó la atención que solo un estudiante lograra resolver al 100% la evaluación de forma correcta, tal vez porque el resto de los estudiantes no pudieron apropiarse por alguna razón de todos los contenidos desarrollados o bien porque la evaluación es una instancia donde influye el tiempo, los nervios y el trabajo autónomo de los alumnos. Siendo esta instancia muy diferente a las clases, pues los trabajos eran en grupos o mediante puestas en común, y en cuanto a el tiempo pues le dedicábamos lo necesario para que las actividades fueran comprendidas y se extendía más de lo planificado. La distribución de las calificaciones se concentra en las notas entre 5 (cinco) y 9 (nueve). Mostrando un grupo que se interesó por la materia y muy participativo durante las clases de Matemáticas.

Las evaluaciones que se tenían preparadas para los alumnos ausentes eran muy similares a los anteriores. Como se mencionó anteriormente, el día de la evaluación faltó un alumno en 5°D, por lo tanto se le tomó la evaluación la clase siguiente para que contara con 80 minutos seguidos.

2.6.1 Producciones de los estudiantes en la evaluación integradora

Aquí presentamos algunas producciones de los estudiantes que creemos vale la pena destacar pues ilustran sus trabajos. Acompañaremos tales producciones con breves comentarios.

En la Imagen N°12, un estudiante demuestra tener la capacidad para encontrar la regularidad presente en el problema, pero a la hora de completar la tabla se equivoca en el valor que le corresponde a la última fila para 10 segundos, designándole el valor correspondiente para 11 segundos.

Tiempo de observación (en segundos)	Cantidad de micro-organismos
0	8
1	24 ✓
3	216 ✓
4	648
8	52488 ✓
10	141716 x

11 → 141716 472392

Imagen N°12: Tabla completada por un estudiante.

En la Imagen N°13 a continuación, podemos apreciar un gráfico cualitativo correspondiente a la función dada en el ítem 3 de la evaluación, realizado por un estudiante, el cual podemos señalar que está correctamente realizado.

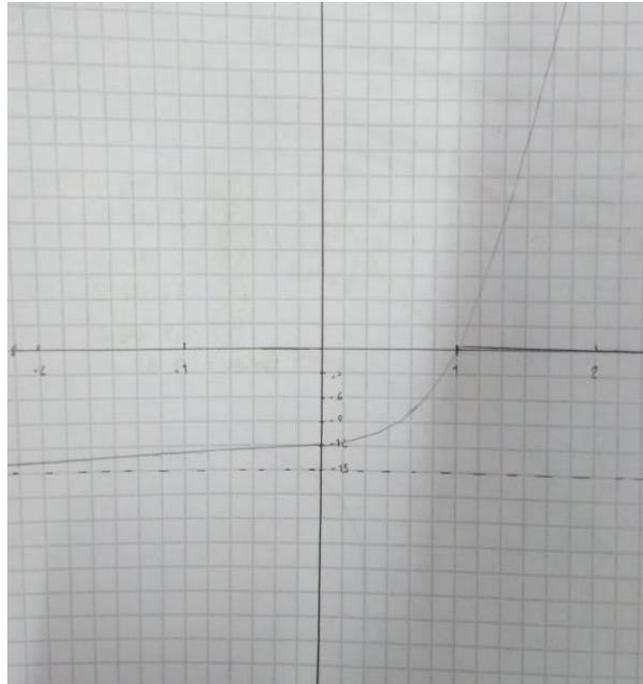


Imagen N°13: Gráfico cualitativo realizado por un estudiante.

En otro caso que se muestra en la Imagen N°14, el estudiante logra cumplir con la tarea de realizar un gráfico cualitativo, pero nos pareció importante señalar esta resolución ya que, como se observa señalado dentro de un círculo rojo, la parte del gráfico por encima del eje x o eje horizontal, no se correspondería a la función de esta actividad.

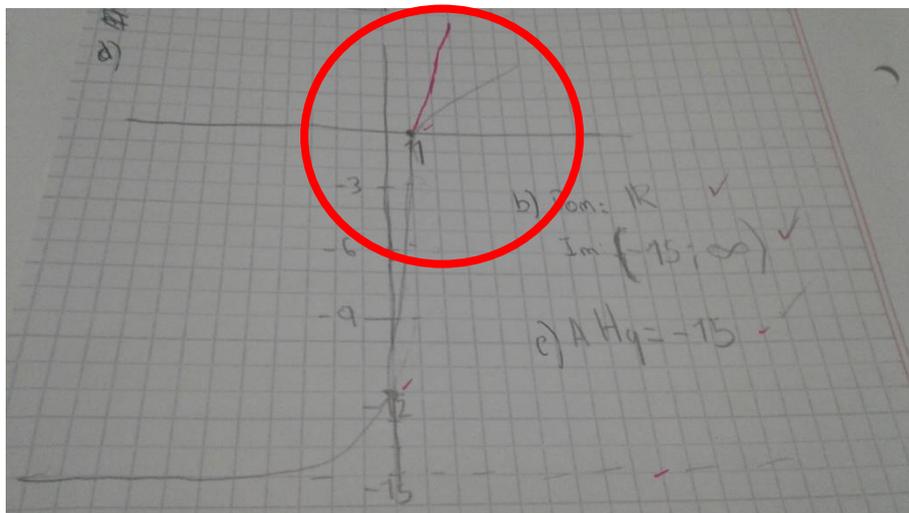


Imagen N°14: Gráfico cualitativo realizado por un estudiante.

En la Imagen N°15 puede visualizarse un error común por parte de los estudiantes, en donde nosotras valoramos el hecho de que hayan obtenido la generalización para el problema, pero asumimos que falta apropiación en la notación y en el uso de las variables.

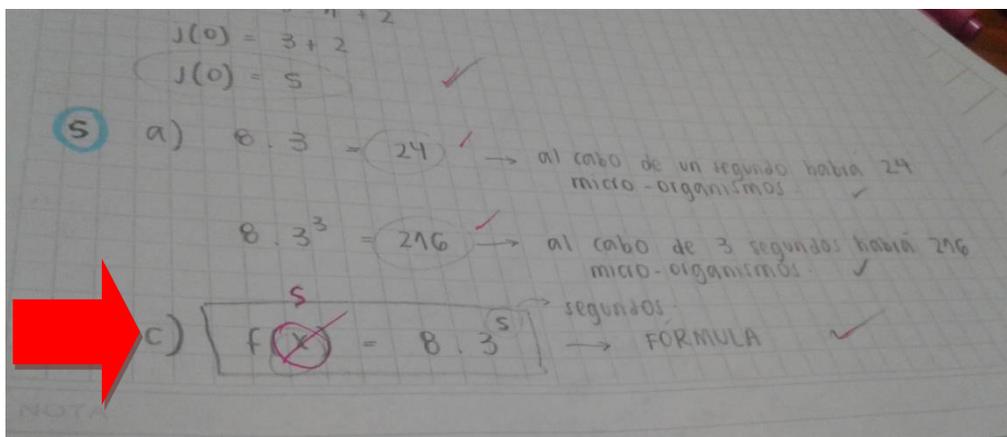


Imagen N°15: Generalización obtenida por un estudiante.

En la Imagen N°16, un estudiante demuestra tener la capacidad para identificar cómo se obtiene la ordenada al origen, sin embargo se observa un error en el procedimiento de cálculo probablemente debido a una distracción o que mentalmente ya había hecho la suma (con valor 3) y por esa razón escribió 3 en el próximo renglón.

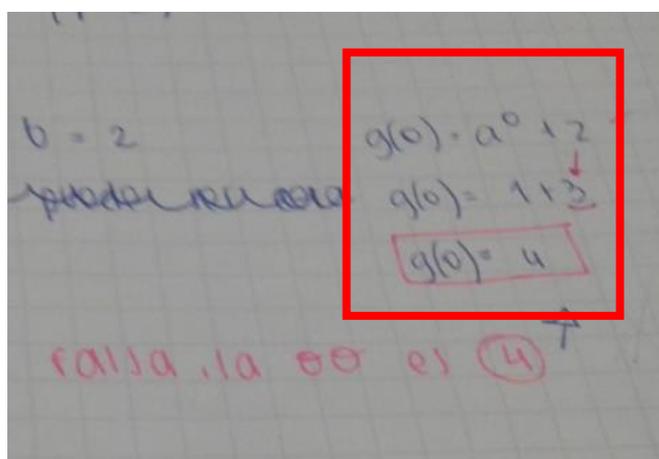


Imagen N°16: Cálculo de ordenada al origen realizado por un estudiante.

En la Imagen N°17, se muestra la resolución correcta que realiza un estudiante para un sistema de ecuaciones, si bien este contenido fue tratado brevemente, el estudiante logró aplicar este conocimiento, de una forma ordenada y clara a un contexto de naturaleza exponencial.

$f(x) = k \cdot a^x$
 Observando $-18 = k \cdot a^2$
 $-6 = k \cdot a^1$ → Sistema de ecuaciones

⊖ Despejo "k" → $-18 = k \cdot a^2$
 $\frac{-18}{a^2} = k$ ✓

⊖ Reemplazo "k" en la 2^{da} ecuación

$-6 = k \cdot a^1$
 $-6 = \frac{-18}{a^2} \cdot a^1$
 $-6 = -18 \cdot a^{-1}$

$-6 = -18 \cdot a^{-1}$ → $a \cdot (-6) = -18$
 $a = \frac{-18}{-6}$
 $a = 3$ ✓

⊖ Reemplazo "a"

$-6 = k \cdot 3$
 $\frac{-6}{3} = k$
 $k = -2$ ✓

$f(x) = -2 \cdot 3^x$

Imagen N°17: Resolución correcta de un sistema de ecuaciones realizado por un estudiante.

2.6.2 Reflexiones finales sobre la actividad de evaluar

Consideramos que evaluar es un momento en donde culmina el desarrollo de nuestra actividad como profesoras practicantes. Nos lleva, en consecuencia, a reflexionar intentando mejorar y progresar, ya que nos empezamos a cuestionar si logramos alcanzar los fines esperados, si realmente evaluamos lo que queríamos evaluar y qué se dejó afuera; las notas obtenidas, en promedio, fueron superiores a 6 (seis), es decir, consideremos que lograron apropiarse de los conceptos. Pensamos que no debemos tomar a la evaluación sólo como un instrumento que califica, sino más bien como un elemento importante para el proceso de aprendizaje.

Como autocrítica, consideramos que se trabajó en la mayoría de las actividades de forma grupal y evaluamos un trabajo autónomo. Al mirar los resultados de las evaluaciones debemos hacer una revisión en las estrategias de enseñanza/aprendizaje que utilizamos, qué podríamos cambiar, los problemas que seleccionamos, los recursos o materiales, nuestra predisposición para atender las dudas de los alumnos, las preguntas que realizamos, cuanto interés y sentido sobre la Matemática les provocamos con nuestras respuestas.

3. La problemática

En este capítulo, con una mirada más reflexiva hacia nuestras prácticas, analizaremos un “viejo” recurso, al cual le dimos un nuevo rol o status: Las Tablas y su uso didáctico como medio enriquecedor para el trabajo matemático áulico. Para comenzar con el estudio del problema, realizaremos un recorrido que dé cuenta del uso de tablas en distintas civilizaciones. Para hacer esto tomamos como referencia el texto de Ugalde (2014).

Al decir “viejo” queremos hacer referencia a que, si revisamos la historia o los documentos dejados por diversas civilizaciones, podemos encontrar que, por ejemplo, en las matemáticas babilónicas para elaborar el concepto de función, se encontraban tablas con los cuadrados, los cubos y los inversos de los números naturales, esto no quiere decir que los babilonios conocieran el concepto de función. En los registros del antiguo Egipto también aparecen ejemplos de usos de funciones particulares, como por ejemplo una tabla con la descomposición de $2/n$ en fracciones cuyo numerador es uno y el denominador un número entero positivo, llamadas fracciones unitarias, para los impares n desde 5 hasta 101 aparece en el Papiro Rhind o Papiro Ahmes (ver Imagen N°18), de unos 4000 años de antigüedad que se considera como el primer tratado de matemáticas que se conserva.



Imagen N°18: Papiro de Rhind tomada de la web (ver referencias).

Tanto en Babilonia como en Egipto, la matemática, desde el punto de vista del concepto de función, estaba limitada a la elaboración de tablas donde se evidenciaban mediciones de fenómenos observados.

La versión más básica y elemental del concepto de función es el concepto de dependencia entre cantidades. Como tal, está presente en tablas de arcilla de los babilonios y en papiros de los egipcios. Los babilonios escribieron múltiples tablas de cálculo, dos de ellas datan de 2000 a.C. Un dato interesante para tomar en cuenta es cómo estas tablas se presentan en forma de columnas (ver Imagen N°19), como un anticipo a través de la historia, de las tablas que hoy en día se utilizan en las escuelas para representar funciones de la forma $y = f(x)$, donde tanto x como y son variables discretas. Además, se sabe que tanto los babilonios como los egipcios complementaban sus tablas por medio de cálculos aritméticos, usando interpolaciones y extrapolaciones de datos.

Entre los siglos VII y XIII, la matemática árabe brinda las primeras evidencias de lo que hoy conocemos como razones trigonométricas. Los árabes de esa época tenían ya tablas con los valores del seno y coseno de un ángulo dado, y también tablas para la secante, cosecante, tangente y cotangente.

El interés en la trigonometría por parte de los árabes se vio potenciado cuando entraron en contacto con las tablas producidas en India, de hecho tenían como finalidad básica mejorar la exactitud de éstas. Una tradición en la astronomía y las matemáticas en el Bagdad de la época, tiene base en las fuentes persas e indias, que subrayaba una aproximación algebraica en las matemáticas, presente en las tablas astronómicas, con una motivación práctica. En esa tradición se coloca Al-Jwarizmi, quien construyó tablas astronómicas, que tuvieron influencia por 500 años.

Imagen N°19: Tablas astronómicas de Al-Jwarizmi tomada de la web (ver referencias).

En lo descrito en los párrafos anteriores se evidencian dos concepciones primitivas del concepto de función: las tablas de valores y la fórmula.

De todas las representaciones para funciones, la tabla de valores es quizá la más utilizada en forma cotidiana. Se le ve todos los días en los diarios o, en las noticias presentes en diferentes medios. Se usan para indicar precios, temperaturas, porcentajes. Por su naturaleza (de algún modo, presenta pares ordenados), es más cercana a la noción de relación o correspondencia, de la cual función es sólo un caso particular. Dicho esto, presentaremos en las siguientes secciones el contexto que tuvimos en cuenta para la elección de la problemática a tratar y el análisis de la misma. Tal problemática se vincula precisamente con el uso de tablas en el ámbito escolar y con el fin de un trabajo matemático centrado en función exponencial.

3.1 Contexto de la elección de la problemática

Considerando el trabajo de Ponte (2005), cabe indicar que, se espera que, las tareas diseñadas para la enseñanza de la matemática:

...en su conjunto, proporcionen una ruta de aprendizaje coherente, que permita a los alumnos una construcción de los conceptos fundamentales en juego, la comprensión de los procedimientos matemáticos, el dominio de las notaciones y las formas de representación relevantes, así como de las conexiones dentro y fuera de la matemática. (p. 18)

En este sentido cabe mencionar que nuestra propuesta de trabajo matemático en el aula, proporciona una ruta de aprendizaje que estuvo fuertemente atravesada por nuestra concepción de la matemática como ciencia de los modelos. Las actividades que dan cuenta de esto son: Actividad N°1, N°2, N°6 y N°10.

Siguiendo el esquema de modelización presentado por Blomhøj (2004) (ver Figura N°4), se observa que el recorrido está compuesto por seis sub-procesos: formulación del problema, sistematización, matematización, análisis del sistema matemático, interpretación/evaluación y validación.

Podemos decir que la Actividad N°1 presentó una situación real y las Actividades N°2, N°6 y N°10 se encontraban en un escenario de aprendizaje con referencia a una semirrealidad. Tanto la formulación del problema como la sistematización, estuvo a cargo de nosotras. El resto de los sub-procesos fue realizado en forma autónoma por los estudiantes. En ciertas actividades, como docentes tuvimos una mayor intervención durante el sub-proceso de matematización al intervenir con sugerencias sobre la notación, las formas de representación o los procedimientos matemáticos.

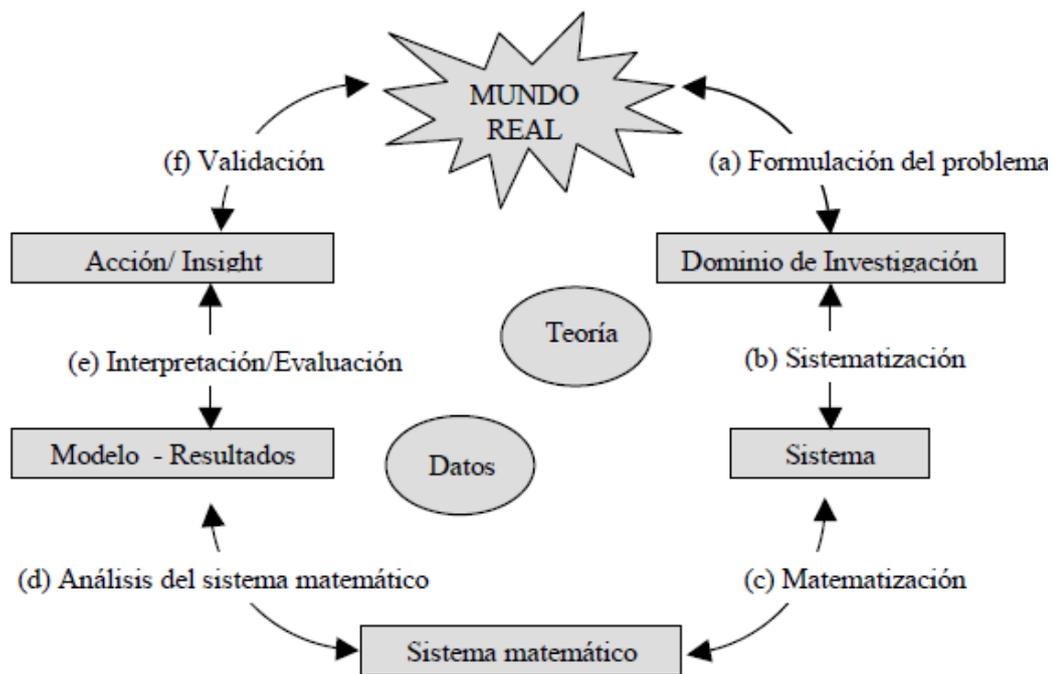


Figura N°4: Modelo gráfico del proceso de modelización según Blomhøj, tomado de notas de clases del curso Didáctica y Taller de Matemática (2017).

En la Imagen N°20 se muestra la manera en que un alumno traduce las relaciones que se presentan en la Actividad N°1 y N°2 al lenguaje matemático (matematización) y logra obtener el modelo matemático que necesita para dar respuesta a las actividades (análisis del sistema matemático). Si bien la validación se encuentra limitada, se puede verificar que los modelos seleccionados funcionan para los primeros 5 o 6 cortes y para las primeras 7 u 8 casillas.

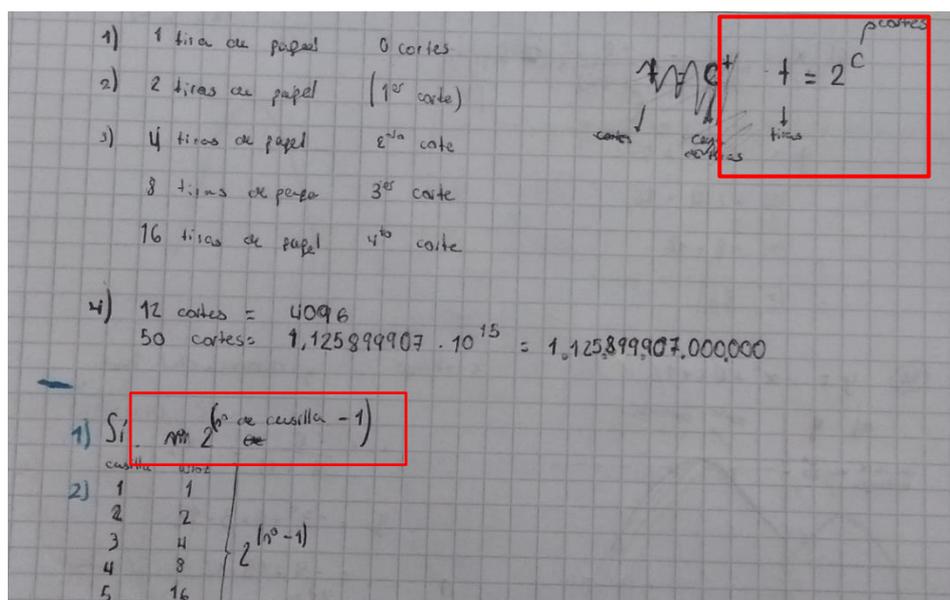


Imagen N°20: Producción de un alumno para encontrar modelos matemáticos.

Como pudo observarse en la Imagen N°5 (Capítulo 2, pág. 34), durante la puesta en común de estas actividades institucionalizamos las tablas como objeto matemático para reemplazar los esquemas que ellos realizaban (ver Imagen N°5 y N°20).

En el caso de la Actividad N°6 (Capítulo 2, pág. 38), nuestra intervención fue hasta el subproceso de matematización del problema. Lo que quedó para los alumnos fue encontrar el modelo que satisficiera el enunciado. En las siguientes imágenes (Imagen N°21 y N°22) se muestra dos formas de modelizar la misma situación. Al estar en un escenario de aprendizaje con referencia a la semirrealidad, este modelo no pudo ser validado apelando a datos empíricos reales.

A photograph of a student's handwritten work on lined paper. The text reads "G. Peso = 2.1, 10^meses". The "10" is written as a superscript.

Imagen N°21: Producción de un estudiante para modelizar una situación.

A photograph of a student's handwritten work on grid paper. The text reads "peso f = 1,1^m * 2". An arrow points from the word "peso" to the variable "f". Another arrow points from the word "mes" to the superscript "m".

Imagen N°22: Producción de un estudiante para modelizar una situación.

En la Actividad N°10 (ver Capítulo 2, pág. 47), los estudiantes pudieron cumplir con los subprocesos de matematización y análisis del sistema matemático creando un modelo; no así con el subproceso de validación, ya que al igual que en la Actividad N°6, la referencia de este problema es de semirrealidad.

Además de actividades vinculadas con la modelización, se decidió proponer actividades de exploración según Ponte (2005). Merece la pena destacar de la Actividad N°8 el ítem 1 inciso a (ver Capítulo 2, pág. 42), a partir del cual surgió una duda en torno al crecimiento de la función exponencial. Mediante una tabla se logró visualizar, comparando dos funciones exponenciales de la forma a^x , que a medida que el parámetro a aumenta, el gráfico de la función se acerca al eje de las ordenadas, pues para un mismo valor de x se produce un crecimiento más rápido en las imágenes.

Otra actividad de índole exploratorio que queremos mencionar es la Actividad N°5 (ver Capítulo 2, pág. 37), en la cual los estudiantes tenían que encontrar un ajuste de una función que mejor aproximara un conjunto de pares de puntos dados. Una manera para descartar como una buena aproximación a la función lineal, fue también a través de una tabla. En la misma se evidencia la diferencia entre el crecimiento lineal y el crecimiento exponencial para los mismos valores de la variable independiente.

Las actividades nombradas en esta sección, entre otras, tienen un denominador común que es el uso de tablas como medio enriquecedor para el trabajo matemático. En la siguiente sección se darán más detalles de este objeto matemático analizándolo y caracterizándolo según sus diferentes usos.

3.2 Análisis de la problemática

El siguiente esquema “Proceso cíclico del trabajo matemático” representa las diferentes etapas que recorrimos durante nuestras prácticas. Estas etapas no las consideramos como un proceso lineal, sino más bien un proceso cíclico (ver Figura N°5).

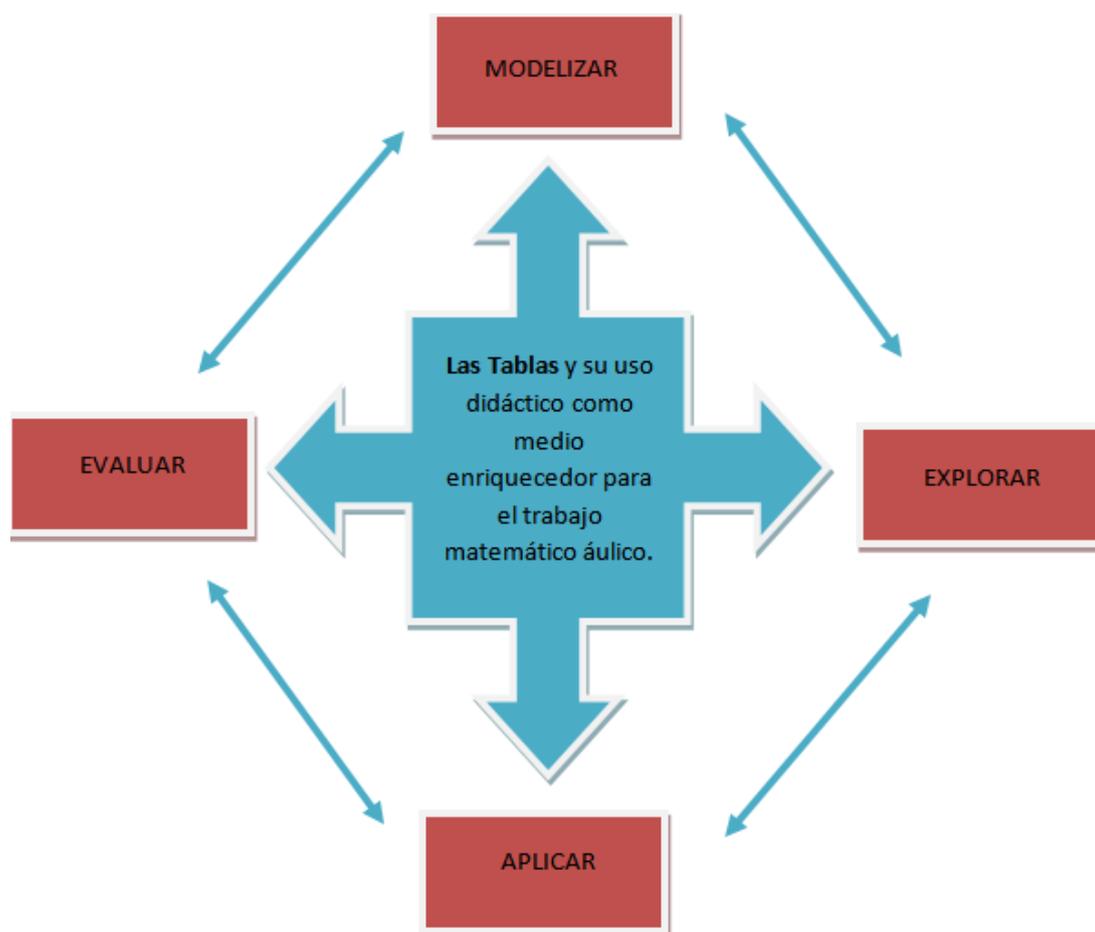


Figura N°5: Proceso cíclico del trabajo matemático durante nuestras prácticas.

Para desarrollar nuestro tema “Funciones Exponenciales”, partimos desde “Modelizar” siguiendo el proceso de modelización matemática presentado por Blomhøj (2004), también realizamos actividades de exploración y de aplicación teniendo en cuenta las diferentes tareas que presenta Ponte (2005), además hubo dos instancias evaluativas, donde pudimos acreditar la apropiación que los estudiantes hicieron de este objeto matemático, es decir las tablas.

Todas estas etapas mostradas en la Figura N°5 estuvieron vinculadas con el uso de tablas. Acorde a lo vivido en nuestras prácticas, reconocemos que hubo dos categorías principales del uso de las tablas. La primera categoría vincula las tablas como recurso didáctico nuestro, como docentes y la denominamos “tablas como recurso para la enseñanza”. En este caso, las usamos para presentar información relevante. Dentro de esta categoría podemos distinguir dos sub-categorías: tablas para representar funciones y tablas para validar. La segunda categoría se vincula con el uso de las tablas como medio enriquecedor para el trabajo matemático de los estudiantes y la denominamos “tablas como medio para el aprendizaje”. Dentro de esta categoría, podemos distinguir tres sub-categorías: tablas para organizar información empírica, tablas para la búsqueda de regularidades y tablas para generalizar.

Antes de profundizar sobre las categorías creadas, es importante, en primer lugar, definir qué es una tabla. Siguiendo el texto de Sanz Lerma (2001) “*Las tablas constituyen una estructura del lenguaje matemático reconocible por su forma expresiva y su uso específico*” (p.214), están compuestas por filas y columnas en las cuales se determina una relación entre ellas.

A continuación se hará una descripción de cada una de las categorías previamente mencionadas.

➤ Las tablas como recurso para la enseñanza:

- Como recurso didáctico para presentar funciones:

En esta distinción podemos ver cómo el uso de tablas, presentadas en afiches en este caso, fue útil para visualizar y completar con los estudiantes, distintas características de funciones que ellos habían trabajado previamente con su docente de curso y de función exponencial, que era el tipo de función que se estaba desarrollando en estas prácticas. Se puede ver en la Imagen N°7 (Cap. 2) que esta tabla consta de 6 filas y 5 columnas. En este sentido cabe destacar lo afirmado por Azcárate y Deulofeu (1990) que señalan: “...podemos considerar las siguientes representaciones: modelo físico o simulación, descripción verbal, tabla de valores, gráfica, fórmula o ecuación. Cada una de estas representaciones permite expresar un fenómeno de cambio, una dependencia entre variables” (p.62). Quisimos mencionar esta cita para destacar dentro de esta categoría, que una forma de representar

funciones es mediante tablas, las cuales fueron un recurso que trabajamos para que los alumnos visualicen relaciones entre variables, donde en la primera columna se colocaban valores correspondientes a la variable independiente y en la segunda columna valores correspondientes a la variable dependiente. Por lo general, se pedía a los estudiantes identificar qué variables estaban implicadas en cada actividad (ver Imagen N°5, Cap. 2, pág. 34) y estas eran descriptas en la primera fila de la tabla.

- Como recurso para validar:

Aquí es importante mencionar, que las tablas nos sirvieron para validar en casos concretos, ciertas afirmaciones. Es decir para estudiar el valor de verdad de una afirmación dada.

En la tabla correspondiente a la Actividad N°1 como se ilustra a continuación, se pueden observar en la primera columna los datos relacionados a la variable independiente y en la segunda columna los datos obtenidos empíricamente correspondientes a la variable dependiente. Ante el intento de un estudiante de vincular los datos haciendo uso de una regla de tres simple presentada en el siguiente cuadro, se solicitó al estudiante que lo presentara a todo el curso. En el cuadro presentado, el estudiante, dejó asentado los datos organizados en dos filas y dos columnas, en ese sentido, tal representación se asemeja a una tabla. Por medio de esa información y contrastándola con la primera tabla, se pudo visualizar que los datos logrados al aplicar dicha regla no coincidían con los de la experiencia. A partir de esta comparación, se descartó la validez de la aplicación de la regla de tres simple y con ella la correspondiente función lineal que subyace en esa idea. Esto es, el valor de verdad “se puede calcular el nuevo valor usando regla de tres simple” es falso.

n	2^n
1	2
2	4
3	8
4	16
5	32
6	64

Tabla correspondiente a la Actividad N°1

2	—	4
3	—	6

Regla de tres simple propuesta por un estudiante

La Tabla N°8 presentada en el Capítulo 2 (pág. 43) y que se presenta acá, fue de gran utilidad para ilustrar la veracidad de un caso concreto, dando respuesta a la inquietud de un estudiante, de porqué el gráfico de la función exponencial se acerca cada vez más al eje de las ordenadas a medida que el parámetro a toma valores mayores a 1. Con dicha tabla, se pudieron visualizar dos funciones exponenciales con bases distintas, dando cuenta que a mayor valor numérico de base, mayor es el crecimiento que presentan sus imágenes para un mismo valor del exponente.

x	$f(x) = 2^x$	$g(x) = 10^x$
1	2	10
2	4	100
3	8	1000
4	16	10000
5	32	100000

Tabla N°8: Tabla para comparar el crecimiento entre dos funciones exponenciales.

➤ Las tablas como medio para el aprendizaje:

– Como medio para organizar información empírica:

En una primera instancia los estudiantes no realizaron una tabla para organizar la información que obtenían de las actividades realizadas (ver Imagen N°3, Cap.2 pág. 31), entonces fuimos nosotras las que institucionalizamos y propusimos este objeto matemático para trabajar con las primeras actividades modelizadoras. Al realizar estas tablas logramos establecer relaciones entre la experimentación y las variables implicadas para cada actividad. Por ejemplo, en la Actividad N°1 se vinculaba la cantidad de cortes realizados con la cantidad de tiras de papel obtenidas, y en la Actividad N°2 se establece una correspondencia entre el número de casilla y la cantidad de granos de arroz.

Cantidad de cortes	Cantidad de tiras
1	2
2	4
3	8
4	16
5	32
6	64

Tabla correspondiente a la Actividad N°1

Número de casilla	Cantidad de granos de arroz
1	1
2	2
3	4
4	8
5	16
6	32

Tabla correspondiente a la Actividad N°2

El uso de tablas en estas actividades permitió organizar la información para poder visualizar de manera más clara los vínculos que se estaban estableciendo entre las variables en juego. Pero podemos notar una limitación para estos conjuntos de gran cardinalidad donde la tabla sólo ofrece una visión parcial de la relación de estos vínculos entre las variables.

Las tablas como medio para organizar información empírica que usamos durante nuestras prácticas, están conformadas por dos columnas, la primera es correspondiente a la variable independiente cuyo dominio, en estas primeras actividades, eran los números Naturales; la segunda se corresponde a la variable dependiente, también perteneciente a este conjunto numérico, por lo tanto podemos decir que son variables discretas. Es importante distinguir como una característica de este tipo de tablas que está compuesta por valores numéricos concretos obtenidos mediante una experiencia. Por ejemplo, como se puede observar en la tabla correspondiente a la Actividad N°1 presentada previamente, al momento de realizar un corte, se obtienen 2 (dos) tiras de papel, al realizar 2 (dos) cortes, se obtienen 4 (cuatro) tiras de papel. Se establece en forma concreta qué elemento del primer conjunto, es decir el número de corte, corresponde a qué elemento del segundo conjunto, esto es la cantidad de tiras de papel. La relación se puede ver a través de las filas y las columnas presentes en las tablas, en otras palabras, al primer elemento de la primera columna, le corresponde el primer elemento de la segunda columna, y así sucesivamente.

- Como medio para la búsqueda de regularidades:

“...la actividad matemática que potencialmente un problema permitiría desplegar no está contenida en el enunciado del problema sino que, ...depende sustancialmente de las interacciones que a propósito del problema pueden generar” (Sadovsky, 2005, p.46). En concordancia con esta frase podemos decir que con las consignas y nuestras interacciones presentes durante las actividades, lo que buscábamos era “tirar de la cuerda” en el sentido de Sadovsky (2005), es decir presentarles a los estudiantes situaciones o problemas que no se pudieran resolver empíricamente si no que tuvieran que encontrar distintos caminos para dar respuesta a los enunciados. Fue así que una vez que observaban los resultados presentes en la tabla, buscaban encontrar la regularidad que da sentido al fenómeno en estudio. Esto se pone en evidencia en las siguientes imágenes.

ormación presentada en el problema, y en el inciso anterior
ptos]

Tiempo de observación (en segundos)	Cantidad de micro-organismos
0	8
1	✓ 24 = 8 · 3 =
3	✓ 216 = 8 · 3 · 3 · 3 = 8 · 3 ³
4	648
8	✓ 52.988
10	472.392 ✓

Imagen N°23: Modo en que un alumno hace evidente la regularidad.

T	F (kg)
0	2 kg
1	$2 \text{ kg} + 0,10 \cdot 2 \text{ kg}$ $2 \text{ kg} \cdot (1 + 0,10)$ $2 \text{ kg} (1,10) = 2,20 \text{ kg}$
2	$2 \text{ kg} (1,10) + 2 \text{ kg} (1,10) \cdot 0,10$ $2 \text{ kg} \cdot (1,10) \cdot (1 + 0,10)$ $2 \text{ kg} (1,10) (1,10)$ $2 \text{ kg} \cdot (1,10)^2$

} FACTOR COMÚN

} FACTOR COMÚN

Imagen N°24: Producción de un estudiante para encontrar la regularidad.

Siguiendo con el texto de Azcárate et.al (1990) que nos dice:

...la tabla de valores nos da una visión cuantitativa, fácilmente interpretable desde la óptica de una correspondencia, es decir, de la identificación de pares de valores, pero en la mayoría de los casos parcial e insuficiente puesto que de ella difícilmente podemos extraer las características globales de la función. (p. 62)

Esta afirmación, nos conduce a la necesidad de la búsqueda de regularidades que de hecho se llevaron a cabo.

Las tablas como medio para la búsqueda de regularidades con las que trabajamos en clases, están compuestas por dos columnas, en la primera columna se colocan los datos correspondientes a la variable independiente concordante a las actividades, en la segunda columna se muestran los procesos realizados para obtener los datos numéricos dichos anteriormente en las tablas con organización empírica. Es importante tener en cuenta cuántos valores serán suficientes para lograr identificar la regularidad, a veces pueden ser suficientes tres valores, en otras será necesario ocho o más, eso quedará determinado por el estudiante o el profesor.

- Como medio para generalizar:

“...es importante que el alumno inicie con algunos casos simples directos e inversos y a partir de ellos trate de generalizar la ley” (Azcárate et. al, 1990, p. 83). Citamos esta idea porque pasar de casos concretos a generalizar implica un salto demasiado abstracto, por lo cual el uso de tablas en las actividades seleccionadas fue significativo para obtener estas generalizaciones.

Por su parte, Polya (1989) define a la generalización como: *“...pasar del examen de un objeto al examen de un conjunto de objetos, entre los cuales figura el primero; o pasar del examen de un conjunto limitado de objetos al de un conjunto más extenso que incluya al conjunto limitado”* (p. 97).

Las tablas que usamos como medio para generalizar están conformadas por dos columnas, en la primera se muestran los valores correspondientes para la variable independiente, en este tipo de tablas es necesario tener en claro cuál es el dominio perteneciente a cada actividad, pues una vez encontrada la regularidad podrá generalizarse extendiendo la regularidad a cualquier valor del dominio. Desde luego, acompañado esto con un análisis de la factibilidad de extender el dominio. La segunda columna se corresponde a la

variable dependiente, donde puede visualizarse la descripción de esta variable en términos de la variable independiente. Es importante escoger una buena notación para generalizar que sea clara y concisa, sin ambigüedades. En la Imagen N°5 mostrada en el capítulo anterior, pág. 34, se puede observar el paso de la regularidad a la generalización representado mediante puntos suspensivos.

La discusión realizada en este capítulo nos permite rescatar algunas características importantes de la utilización de tablas y los múltiples usos que tuvo en nuestras prácticas. Podemos concluir que las tablas son un lenguaje matemático que contribuyó a arribar a las resoluciones que se buscaban, pese a sus limitaciones, fue un medio enriquecedor para el aprendizaje de los estudiantes, pues es conocida para ellos, es decir conocen su estructura y fue de fácil apropiación. Como la utilización de la tabla fue propuesta por nosotras nos queda la duda qué hubiese pasado de no suceder esto, es decir si algún estudiante la hubiera presentado o si bien hubiésemos trabajado en mayor medida con otro medio de representación como gráficos o fórmulas.

Estas últimas tres utilidades de las tablas, como un medio para el trabajo matemático de los estudiantes en el aula, denotan un fuerte vínculo, ya que luego de recoger la información en las tablas, “tirando de la cuerda” con adecuadas consignas, se pueden obtener regularidades y concluir con una generalización.

Además podemos notar que le dimos mucho uso a las tablas, logramos desnaturalizarlas e investigar de manera más profunda sobre este objeto, cuáles son sus características y, cuáles sus restricciones. Fue un recurso didáctico para nosotras, aunque de manera inconsciente pues lo visualizamos ahora con una mirada más crítica y reflexiva desde afuera de las prácticas.

4. Conclusiones finales

En particular, con respecto al capítulo anterior, podemos decir que las tablas son un objeto matemático que está muy presente en el ámbito escolar, nosotras pudimos retomar este objeto en nuestras prácticas, dándole múltiples usos. Ahora, en instancia de escritura, las recuperamos con una mirada analítica. Entendemos que “una tabla” puede pensarse como un lenguaje matemático y que, como todo lenguaje debe ser entendido por los estudiantes, apropiado por ellos y poder transmitirse ese lenguaje en instancias de enseñanzas. Estas tres particularidades de las tablas como lenguaje, pudieron ser vistas y observadas en las prácticas. Las dos primeras en relación con el uso que hicieron los alumnos de las tablas durante las producciones en clases como así también en instancias evaluativas. Como medio para transmitir ideas por parte del docente, también fuimos capaces de mostrar ejemplos.

En general, siendo reflexivas sobre nuestras prácticas, consideramos que hubo varias instancias que significaron grandes desafíos para nosotras. En primer lugar saber que íbamos a enseñar y aprender con alumnos de quinto año, con una edad muy cercana a la nuestra y nos hacía dudar sobre cómo íbamos a lograr que nos vean como sus profesoras dada esa circunstancia. También mucha incertidumbre y miedos sobre el tema a desarrollar: funciones exponenciales, no era un tema donde nos sintiéramos seguras dada la complejidad del contenido. Después de realizar las observaciones y de elegir en qué curso iríamos cada una por personalidades y gustos, fue tarea difícil comenzar a seleccionar, organizar, secuenciar, los contenidos a trabajar y empezar a diseñar estrategias que llevaran a los estudiantes a aprender el concepto de función exponencial. Esto tomando en consideración que queríamos que ellos tuvieran un rol participativo y no que fuera una mera exposición por parte de nosotras como docentes. Además consideramos que al enseñar se debe tratar de poner ese aprendizaje en relación a la realidad que nos rodea, así es que buscábamos actividades en un ambiente de realidad o semirrealidad, modelizando para que los alumnos le encontraran un sentido a los conceptos que aprenden.

Es para nosotras importante destacar la idea de Patricia Sadovsky (2005):

...el docente discutiendo ideas matemáticas con sus alumnos, el docente considerando a los estudiantes como sujetos productores. Se trata- por supuesto- de una construcción producto de un modo de hacer que se va instalando en una clase, cuando el asunto es enseñar la actividad matemática y no solamente matemática. Las relaciones de confianza relativas al conocimiento están aquí en juego. (p.58)

En concordancia con esta idea, nos enfocamos en realizar puestas en común colectivas y darles la suficiente importancia que merecen como forma de aprendizaje. Lo cual, no quiere decir que siempre hayan terminado bien, por eso fue un gran desafío, pero sí era reconfortante cuando se podía aprender con ellas; buscábamos que los estudiantes se generaran preguntas, que tuvieran la suficiente confianza con nosotras como para no quedarse con dudas.

Es válido también, analizar la construcción de planificaciones y ejecución de las mismas, pues nos resultó una tarea difícil crear guiones conjeturales ya que era la primera vez que realizábamos trabajos de este estilo y crear situaciones ficticias o semirreales con cierto sentido, no era de lo más sencillo. Sí podemos decir que en varias oportunidades tener estos guiones fueron esenciales, ya que pudimos responder de manera rápida a las inquietudes de los estudiantes, sin embargo eso no aseguraba que no surjan eventualidades en las que mediante nuestros conocimientos y manteniendo nuestros principales objetivos tuviésemos que improvisar para actuar y responder. Improvisar en el sentido de actuar ante lo no previsto a partir de lo que si se había pensado en instancias de planificación.

Cada actividad debía ser revisada varias veces, generar consignas no era fácil, es por esto que el trabajo en equipo con nuestras profesoras supervisoras tuvo un fuerte peso para lograr una buena construcción de las mismas. Hubo actividades que por cuestiones de tiempo tuvieron que ser modificadas y otras no pudimos concretarlas. Pudimos diversificar las actividades y las formas de desarrollarlas, con distintos recursos y materiales, donde influyeron las herramientas que nos brindaba la institución y lo accesible que fueron, tanto la profesora tutora como las profesoras supervisoras, para dejarnos elegir el modo de trabajo de cada clase.

Respecto a nuestro trabajo como compañeras, fue muy significativo y fundamental un trabajo colaborativo, que nos sirvió para aprender de las capacidades de cada una y hacernos más fuertes para enfrentar los desafíos que se nos presentaban. Además sabemos que la labor docente requiere saber trabajar en equipo, así es que hemos aprendido mucho de esta aptitud.

Todos estos desafíos y la superación de ellos, fueron sin duda un gran aprendizaje, denota que la tarea del docente no es para nada simple y preparar una clase requiere de mucho tiempo previo, de un trabajo en equipo, de conocimientos matemáticos, de materiales, de alumnos predispuestos a aprender y de docentes con ganas de enseñar.

Este producto final refleja la inclusión de todos los contenidos aprendidos a lo largo de esta carrera que nos forma como futuros docentes, aunque más vinculados por un lado, al espacio curricular Didáctica Especial y Taller de Matemática, donde comenzamos a involucrarnos más fuertemente con alumnos, con los ambientes de aprendizajes, con las

diferentes tareas, con distintos autores que luego íbamos a poder hacer uso de sus ideas para lograr una práctica significativa. Por otro lado, con Metodología y Práctica de la Enseñanza pues muestra un trabajo que no comenzó con el ingreso a la institución sino un trabajo previo durante todo el año. Respecto a las prácticas, consideramos que se ve enmarcado por situaciones particulares como el hecho de no estar solas, es decir, dichas prácticas están fuertemente guiadas, pues en esta instancia estamos acompañadas por profesoras tutoras, por una compañera con la cual compartimos los trabajos de las clases, dentro de una institución con ciertos requisitos y con un tiempo determinado para desarrollar nuestros contenidos. También podemos decir que tal práctica nos sirvió para adquirir destrezas profesionales para la enseñanza y para acompañar el aprendizaje de las matemática de otros, para involucrarnos con los diferentes sujetos que conforman el ambiente educativo, ya sean alumnos, profesores, directivos, etc. Por último, no menos importante, también nos permitió visualizarnos a nosotras mismas como futuras docentes, reflexionando acerca de nuestras fortalezas, sobre qué debemos mejorar y qué podemos destacar como por ejemplo consideramos que podemos mejorar nuestro lenguaje matemático para así hablar formalmente y con propiedad. De manera similar podemos destacar el buen trabajo en equipo, que la selección de actividades fue óptima ya que pudimos hacer uso de TIC, trabajar con distintas tareas, pasar por diferentes escenarios de investigación y lograr empatía con los estudiantes.

Referencias Bibliográficas

- Azcárate, C. y Deulofeu, J. (1990). *"Funciones y Gráficas"*. España: Síntesis.
- Blomhøj, M. (2004) "Mathematical modelling - A theory for practice" (Trad. Mina, M) Argentina.
- Gvirtz, S. y Palamidessi, M. (2008). *"El ABC de la tarea docente: curriculum y enseñanza"*. Buenos Aires, Argentina: Aique Grupo Editor.
- Itzcovich, H. y Novembre, A. (2007). *"M 2. Matemática"*. Buenos Aires, Argentina: Tinta Fresca.
- Gobierno de la Provincia de Córdoba. Ministerio de Educación. Subsecretaría de Promoción de Igualdad y Calidad Educativa. *Diseño curricular: Ciclo orientado de la educación secundaria: Ciencias Sociales y Humanidades 2012-2020*. Recuperado de <http://www.igualdadycalidadcoba.gov.ar/SIPEC-CBA/publicaciones/EducacionSecundaria/DiseniosCurricSec-v2.php> (último acceso 8/10/2018)
- Polya, G. (1989). *"Como plantear y resolver problemas"* (Trad. Zugazagoitia, J). México: Trillas S.A de C.V (Original en inglés, 1945)
- Ponte, J. P. (2005). *"Gestão curricular em Matemática"*. [Gestión Curricular en Matemática]. Lisboa, Portugal: APM.
- Sadovsky, P. (2005). *"Enseñar matemática hoy: miradas, sentidos y desafíos"* Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal.
- Sanz Lerma, I. (2001). Construcción del lenguaje matemático, cuadros y tablas. *Éndoxa: Series Filosóficas*, n° 14, 199-226.
- Skovsmose, O. (2000). *"Escenarios de investigación"* (Trad. Valero, P y Perry, P) Revista EMA, 6 (1), 3-26.
- Ugalde, W. (2014). Funciones: desarrollo histórico del concepto y actividades de enseñanza aprendizaje. *Revista digital Matemática, Educación e Internet*, 14 (1).
<http://www.blogodisea.com/leyenda-tablero-ajedrez-progresion-aritmetica.html> (último acceso 18-6-2018)
- http://www.uterra.com/juegos/torre_hanoi.php (último acceso 2-7-2018)
- <http://estelainm.blogspot.com/2014/09/historia-del-papiro-de-rhind-y-otros.html> (último acceso 8-11-2018)
- <https://www.wdl.org/es/item/7326/> (ultimo acceso 8-11-2018)

Anexos

Anexo N° 1: deberes y derechos comunes a todos los miembros de la comunidad educativa.

DEBERES Y DERECHOS COMUNES A TODOS LOS MIEMBROS DE LA COMUNIDAD EDUCATIVA.

Respetar a todos los integrantes de la comunidad educativa. No discriminar a las personas pertenecientes o ajenas a la comunidad educativa. Respetar y apoyar el desarrollo de sus tareas diarias.

Escuchar y ser escuchado, priorizando el diálogo igualitario entre los agentes, el respeto a las personas y desde el rol que cada uno desempeña.

Respetar a todos los integrantes de la comunidad educativa dando muestra de solidaridad, compañerismo, comprensión, tolerancia y buena voluntad en su relación cotidiana. Usar fórmulas de cortesía y dejar siempre de lado la violencia para resolver conflictos personales. Respetar y atender a la diversidad, especialmente de los agentes con necesidades educativas especiales.

Respetar y escuchar a todos los miembros de la comunidad educativa y apelar a alguna autoridad superior en caso de que no se cumpla.

Evaluar y ser evaluado de acuerdo a las capacidades y exigencias de cada uno, respetando las necesidades de la institución y de los agentes, siendo la idoneidad el único requisito para la aprobación o desaprobación de lo realizado por el agente.

Comunicar y ser notificados de los resultados de sus evaluaciones a la mayor brevedad de acuerdo a los plazos establecidos para cada agente.

Defenderse de acuerdo a los procedimientos establecidos por la legislación pertinente, para el caso de iniciarse un proceso por una falta cometida por el agente.

Participar en la determinación de las medidas disciplinarias o de conjunto que contribuyan al mejoramiento de la convivencia y en su caso a ser sancionado por los superiores respetando las normas del derecho a la defensa.

Cumplir con la palabra empeñada.

Valorar y ser valorado por sus cualidades personales, logros, acciones y producciones de parte de otros agentes de la institución.

Desarrollar sus tareas en espacios limpios, cómodos y seguros, desarrollando las mismas en un marco de compromiso institucional de acuerdo al Horizonte Pedagógico Pastoral. Colaborar con el aseo de los espacios comunes.

Participar y decidir, dentro de los límites de su competencia, en la resolución y superación de situaciones de conflicto entre los miembros de la comunidad educativa. A intervenir en las situaciones conflictivas como mediador entre los distintos agentes.

Manejar con prudencia y discrecionalidad toda aquella información de índole personal que atiende a los otros agentes. Mantener comunicación fluida con los otros agentes.

Informar oportuna y responsablemente al agente responsable acerca de inconvenientes académicos y/o disciplinarios observados en otros agentes.

Ser responsables de las personas que se encuentran bajo nuestro control. A tomar decisiones en relación a las mismas, siempre cumpliendo las normativas legales vigentes.

Cuidar las instalaciones institucionales y bienes personales propios y ajenos, haciendo que los otros agentes las respeten a su vez. Ser responsables de su conducta dentro y fuera del establecimiento.

Abstenerse de ingresar con elementos y sustancias para la integridad propia y de la de los demás miembros de la comunidad educativa.

Cumplir con las órdenes impartidas por los superiores, siempre y cuando las mismas sean dictadas en cumplimiento del presente acuerdo. Asistir a todas las reuniones citadas desde las autoridades y/u otros agentes de la institución.

Representar al Colegio en eventos deportivos, sociales, culturales y de cualquier tipo. Participar activamente en todas las actividades personales o grupales que se propongan para beneficio de la comunidad educativa en su conjunto. Los eventos deberán ser autorizados por la Institución y la participación del agente estará sujeta al cumplimiento de los requisitos para intervenir en los mismos.

Cuidar el buen nombre de los integrantes de la comunidad educativa del Colegio.

Respetar los símbolos patrios y religiosos, como así también comportarse con respeto en todos los actos escolares, momentos comunitarios, institucionales y salidas didácticas.

Desempeñar el rol que cumple dentro de la Institución con responsabilidad.

Cumplimentar, conforme a las normas administrativas pertinentes, las formalidades exigidas en cuanto a presencia y puntualidad.

Respetar y cumplir los horarios. Respetar las normas previstas para el ingreso y egreso a la Institución. Disponer de los horarios de descanso y trabajo, salvo disposiciones de las autoridades institucionales debidamente justificadas.

Cumplimentar la documentación requerida por la Institución, siendo respetuoso por los tiempos de entrega y presentación y asumiendo las consecuencias del incumplimiento.

Asistir a los ámbitos escolares correctamente presentado, incluyendo en ello el debido respeto por el uniforme.

Plantear propuestas, proyectos y críticas en el marco de las instancias correspondientes.

Participar en el Consejo de Convivencia y cualquier otro tipo de convocatoria que busque dar respuesta a las situaciones emergentes de la realidad cotidiana. A ser representado y representar a sus pares –siempre que se cumpla con los requisitos- a sus compañeros, en la manifestación de sus intereses, necesidades y propuestas en relación a la convivencia y proceso de aprendizaje.

Sugerir soluciones alternativas ante problemáticas escolares emergentes.

Propiciar reuniones de los distintos agentes para optimizar los recursos.

Enseñar y aprender los contenidos educativos, sociales, religiosos y humanos en el marco de la realidad socio-cognitiva de los agentes. Recibir capacitación y actualización profesional permanente. Aplicar las estrategias necesarias para que el otro comprenda y aprenda los conocimientos y/o información transmitida.

Informar y comunicar todas las actividades concernientes al quehacer educativo.

A ser distinguido y premiado a partir de sus méritos con las distinciones previstas en la comunidad educativa para sus miembros.

Anexo N° 2: Reglamento Interno.

1. ASISTENCIA

- El horario escolar inicia 7:30 hs, el de finalización es el fijado por vice dirección y comunicado en el horario de cada curso al comienzo del ciclo lectivo.

- Se considerará llegada tarde el arribo a la escuela después del toque de timbre. Hasta los diez minutos subsiguientes, cada llegada tarde equivale a 1/5 de falta. Cuando llega entre los 10 y 30 minutos después del toque de timbre, el alumno incurrirá en media falta (1/2) de inasistencia.

- El ingreso tarde y no autorizado del alumno a cualquiera de las horas de clases, se asentará en el registro de asistencia, sin perjuicio de la medida sancionatoria que pudiera corresponder.

- Después de las 8:00 hs corresponderá una inasistencia completa. Se asentará el ausente, sin computar la inasistencia, cuando se presenten comprobantes de que la misma se debe a trámites personales que requieran la presencia física del alumno y no se puedan realizar en otro horario.

- El alumno que ingresando tarde al establecimiento le corresponda falta completa, no podrá retirarse del mismo antes del horario de finalización de clases si no es por medio del padre, madre o tutor y con el registro de la firma correspondiente.

- El alumno comprendido en el inciso anterior, desde el momento de su permanencia en el Colegio, podrá ser evaluado y queda sujeto al régimen disciplinario vigente.

- Se considerará inasistencia injustificada la ausencia del alumno sin autorización, en cualquiera de las horas de clases, aun cuando haya concurrido a las restantes, sin perjuicio de la sanción correspondiente.

- La justificación de las inasistencias deberá ser solicitada por escrito a través de la libreta o personalmente por el padre, madre o tutor dentro de los tres días hábiles subsiguientes a las mismas, en caso contrario se anotarán como no justificadas. Será responsabilidad del alumno y de sus padres la justificación en tiempo y forma de las inasistencias, sin esperar que el Colegio las solicite.

- En caso de ausencia a una evaluación previamente avisada, el alumno podrá ser evaluado cuando se reincorpore a clases y el docente lo considere oportuno, en el día de dictado de la asignatura o en otro horario que indique el profesor previamente y por escrito.

- El retiro anticipado del alumno en horario de clases será autorizado cuando el padre, madre o tutor se presenten en el Colegio. Para el caso en que el retiro lo efectúe un adulto

mayor distinto a los aquí mencionados, se requiere la autorización expresa de los padres o tutor del alumno, la cual debe venir asentada en el cuaderno de comunicados.

- Si dicho retiro se hace antes de las últimas dos horas cátedras, corresponderá $\frac{3}{4}$ de inasistencia, si el alumno/a se retira antes de la última hora cátedra, corresponde $\frac{1}{2}$ falta.

- La ausencia a las clases de escuadras deportivas se computan con $\frac{1}{2}$ falta de inasistencia.

2. REINCORPORACIONES

- Cuando el 90 % de las inasistencias estén justificadas por motivos de salud, y siempre que las mismas refieran a una enfermedad que implica faltas de manera continua, se exceptuará el pago de la reincorporación toda vez que se presente el certificado médico correspondiente.

- Cuando el 90 % de las inasistencias estén justificadas por distintos motivos, ajenos a razones de salud, se bonificará un 20% el importe total de la reincorporación.

- En caso de una tercera reincorporación (30 inasistencias), la misma deberá ser solicitada personalmente por el/la padre/madre/tutor del alumno al Sr. Jefe de Preceptores.

- Llegadas a las 35 inasistencias, el/la padre/madre/tutor del alumno deberá solicitar y seguir el trámite de reincorporación en la DGDPE, quedando a resolución de dicho organismo el concederla o no.

3. UNIFORME Y PRESENTACIÓN

- El uniforme del Colegio tiene por finalidad fomentar el sentido de pertenencia de los alumnos a la Institución. Todos aquellos que visten el escudo del Colegio asumen como horizonte el carisma comunitario. Desde esta perspectiva y con la participación de los alumnos se ha acordado el siguiente uniforme: chomba blanca con escudo del Colegio, vivos rojos y azules en cuello y mangas, pantalón azul (no se aceptará el pantalón de jean ni jogging), pollera pantalón azul, sweater rojo con el escudo del Colegio, medias azules y zapatos colegiales. Los días de Educación Física se podrá asistir con conjunto deportivo azul con el escudo del Colegio, remera blanca con escudo del Colegio, medias y zapatillas deportivas.

- Para la clase de Educación Física se podrá utilizar conjunto deportivo, remera blanca o remeras institucionales, pantalón corto azul, negro o blanco, medias y zapatillas deportivas.

- Para reforzar el uniforme se permitirá excepcionalmente como abrigo una campera de diseño y colores discretos, sin inscripciones ni escudos y logos institucionales.

- Asistir a clases sin el uniforme correspondiente y sin una justificación válida por escrito, dará lugar a una firma en la planilla de urbanidad. La reiteración del incumplimiento,

será susceptible de sanción disciplinaria. La repitencia en los llamados de atención por parte del preceptor en este aspecto, será considerada una falta agravada en relación al uniforme, pudiendo impedirse al alumno el ingreso a clases, y se dará participación a los señores padres para solicitar su colaboración al respecto.

- La correcta presentación de los alumnos a clases se funda en criterios de pertenencia institucional y según lo acordado en el marco del Consejo Escolar de Convivencia.

- Los varones deben concurrir al colegio con pulcritud, afeitados, sin aros ni piercing, cabello recogido de manera prolija y sin teñir.

- Las mujeres se presentarán con pulcritud, sin colgantes, sin piercing ni maquillaje y cabello sin teñir.

4. FIRMAS Y SANCIONES

- Las planillas de indisciplina y urbanidad constituyen instrumentos usados por el cuerpo docente para reforzar en los alumnos la adquisición de hábitos de convivencia. En ellas quedan asentadas de manera escrita, los llamados de atención acerca de conductas contrarias a los acuerdos escolares de convivencia y del presente Reglamento. Los alumnos podrán ser sancionados con amonestaciones o tareas de servicio a la comunidad. La medida sancionatoria aplicada será el resultado del discernimiento de un acto puntual de indisciplina o del análisis y la evaluación de las firmas acumuladas. Las mismas estarán a cargo del Jefe de Preceptores juntamente con el preceptor del curso al que pertenece el alumno. La contemporaneidad, proporcionalidad y gradualidad hacen a las características esenciales de las sanciones.

- El alumno/a que a la fecha de realización de actividades extracurriculares planificadas desde la Dirección del Nivel (viajes, campamentos, visitas didácticas, etc.) registre diez (10) o más amonestaciones, pierde el derecho a participar de las mismas. El alumno, si persiste en la intención de realizar la actividad, deberá presentar una nota escrita al Jefe de Preceptores solicitando autorización para hacerlo. La decisión final será adoptada después del análisis y evaluación del contexto disciplinario del alumno por parte del preceptor encargado de la sección a la que asiste, el Jefe de Preceptores, equipo docente encargado de dicha planificación y equipo directivo.

- El alumno que a la finalización del ciclo lectivo hubiese acumulado más de catorce (14) amonestaciones, será evaluado en su situación disciplinaria por parte del equipo directivo del nivel, el Jefe de Preceptores y Preceptor encargado, pudiendo disponerse su matrícula condicional para el año siguiente conforme al cumplimiento de ciertos requisitos explicitados por escrito en un acta firmada por los padres y el alumno.

5. CLASIFICACIÓN DE LAS FALTAS

- Falta leve: la acumulación de llamados de atención y de firmas en las planillas de indisciplina y urbanidad.

- Falta moderada: cuando se atenta contra el mobiliario y/o instalaciones del colegio, la falta de honestidad puesta de manifiesto en una situación de copia durante un trabajo de evaluación. La reincidencia de faltas leves, una vez agotadas las instancias sancionatorias previstas para este tipo de faltas, las transforma en moderadas.

- Falta grave: la que atenta de manera premeditada contra la integridad física y/o integridad psicológica-moral de un miembro de la comunidad educativa. La reincidencia de faltas moderadas, una vez agotadas las instancias sancionatorias previstas para este tipo de faltas las transforma en graves.

- Falta gravísima: la que por su magnitud, produce un daño significativo en lo físico, psicológico y /o moral a un agente institucional. Pueden ser procedentes como atenuantes, y según las circunstancias de cada caso: asumir la responsabilidad, mostrarse en actitud colaborativa y trabajar espontáneamente en la reparación del hecho. Pueden ser procedentes como agravantes, y según las circunstancias de cada caso: la premeditación e intencionalidad explícita, valerse del anonimato, dificultar el esclarecimiento, exponer al grupo a ser sancionado, ser reincidente. El colegio se reserva el derecho de exigir a los señores padres del alumno, la reparación económica de lo que intencionalmente fue dañado, sin perjuicio de la sanción disciplinaria que pudiera corresponder.

6. NORMATIVAS PREVISTAS PARA EL USO DEL CELULAR

El uso del celular en hora clase es siempre una falta disciplinaria. A los fines de establecer la correspondiente medida correctiva, se hace necesario distinguir entre faltas leves, moderadas y graves. Las primeras, consistentes en tenerlo encendido y no en el modo silencio, dejarlo sonar y distraer a la clase conlleva un llamado de atención. La falta moderada implica directamente su uso, como leer y responder mensajes, atender una llamada, lo cual dará lugar a una firma en la planilla de indisciplina. Ante la reincidencia de faltas moderadas, la autoridad interviniente podrá solicitar le sea entregado el aparato y poner en conocimiento a los padres del alumno, a los efectos de retirar ellos mismos el teléfono o autorizar su reintegro, sin perjuicio de la sanción que pudiera corresponder. La falta grave, como utilizarlo para filmar o fotografiar escenas de la vida escolar sin previa autorización, reproducir o publicar contenidos grabados, copiar en una evaluación, implicará una sanción disciplinaria.

Anexo N°3: Guión conjetural clase 1

Previo a comenzar la primera clase, le vamos a solicitar a la profesora del curso que le pida a los estudiantes que lleven, para el día 23/07 los estudiantes del 5°D y 25/07 los del 5°C, tijeras, calculadora (aunque pueden usar la del celular) y Tablet o dispositivo donde tengan instalado *GeoGebra*. Con ésto se busca que todos los estudiantes puedan participar de las actividades programadas para el día que corresponde a cada curso. Para esas clases, llevaremos tijeras por las dudas algunos estudiantes olviden llevar las de ellos.

En ese sentido, cabe indicar que, la cantidad de estudiantes que asiste a cada curso es: 5C, 23 estudiantes (a cargo de Florencia); 5D, 31 estudiantes (a cargo de Mariel). Los horarios de cada curso son los que se muestran en la Tabla N°1 siguiente:

Horas	Lunes	Miércoles	Jueves
7.30 a 8.15		5°D	
8.15 a 8.50		5°D	
9.40 a 10.20		5°C	5°C
10.20 a 11	5°D	5°C	5°C
14.20 a 15	5°D		

Tabla N°1: Distribución de horarios por día, hora y curso.

En lo que sigue se realiza una descripción de las clases planificadas que van acompañadas de sus correspondientes Guiones Conjeturales.

Previo a eso, queremos dejar indicado que, para organizar esta práctica, hemos privilegiado actividades e ideas que pongan en evidencia vínculos entre el mundo real y la matemática. Ese vínculo lo pensamos desde dos perspectivas: 1-proceder de cuestiones del mundo real o semirrealidades extra-matemáticas como medio para producir conocimientos matemáticos y 2- a partir de los conocimientos que se van construyendo u otros ya conocidos, explorar la realidad aplicando tales saberes.

Esperamos que ese modo de trabajo se vaya haciendo evidente en los Guiones Conjeturales que presentamos a continuación.

Clase 1 (23-7- 5°D / 25-7-5°C):

Presentación (tiempo estimado: 10/15 min.)

P: Buen día chicos, mi nombre es Mariel/Florencia, estoy estudiando la carrera de Profesorado en Matemática de la Universidad Nacional de Córdoba; en la Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación. Dentro de las carreras que ofrece esta facultad se encuentra el Profesorado en Matemáticas. Puede ocurrir que los alumnos pregunten qué se estudia en esa facultad. En caso que surja esta pregunta les diremos que las carreras que ofrece la facultad son: Analista en computación, Licenciatura en Ciencias de la Computación, Licenciatura en Astronomía, Licenciatura en Física, Profesorado en Física, Licenciatura en Matemática y Profesorado en Matemáticas. Los profesados tienen una duración de cuatro años, en el cuarto año de nuestra carrera tenemos una materia: Metodología y Prácticas de la Enseñanza, en donde tenemos que hacer nuestras prácticas así es que les agradezco su predisposición, a la profesora del curso y a la Institución por esta oportunidad.

Voy a estar a cargo de la materia por 5 semanas. Durante las primeras 4 semanas vamos a avanzar en contenidos propios de la Unidad N° 4 del programa de matemática para 5° año, mientras que en la quinta semana habrá una evaluación. Además de esa evaluación, dentro de las primeras 4 semanas habrá 2 actividades evaluativas, cortas. La forma de puntuar esas dos actividades, será hacer un promedio entre las notas que obtengan, para así determinar una nota final. Por ejemplo, si en la primera actividad se sacan un 8, y en la segunda un 6, la nota final será un 7. Estas actividades las podrán realizar con su compañero de banco. Las fechas que tenemos previstas para la Primera Actividad Evaluativa son: el 6 de agosto para 5° D y el 8 de agosto para el 5° C y estimamos que la Segunda Actividad será el: 13 de agosto en el 5° D y el 15 de agosto en el 5° C. Por último, el 22 de agosto para ambos cursos será la evaluación final, ésta se realizará individualmente. Si faltan a la evaluación o a alguna de las actividades evaluativas, la realizarán la siguiente clase. Esta última es una evaluación de carácter sumativo mientras las dos primeras tienen una función formativa.

Las fechas acordadas, las iremos anotando en el pizarrón para que los estudiantes las copien.

Esperamos que, luego de dar las fechas de las evaluaciones, los alumnos pregunten cuál es el contenido que entra en las evaluaciones, de ser así les responderíamos que es una continuación de lo que han estado trabajando. En ese caso les diremos, que es un nuevo tipo de función que por ahora no le pondremos nombre porque lo vamos a ir construyendo entre todos.

En el caso que consulten sobre la presencia de su profesora de curso (o profesora tutora), les comentaremos que durante las clases estarán, su profesora del curso, nuestra compañera de prácticas: Mariel/Florencia, como profesora auxiliar y nuestra docente supervisora.

Una vez finalizada esta primera interacción con los estudiantes, iniciaremos el trabajo matemático utilizando una fotocopia con la Actividad N°1 descrita a continuación y una tira de papel, para cada grupo. (Las tiras de papel van a ser de distintos colores y tamaños). Pensando en que la actividad sea resuelta en grupos de 2 estudiantes, estimamos que, en el caso que asistan todos, tiene que haber: en el 5°C, 10 grupos de 2 y uno de 3. Y en el 5°D, 14 grupos de 2 y uno de 3. El tiempo destinado o previsto para este trabajo es de 15 minutos. Si no asisten todos, los grupos podrán reacomodarse según como estén sentados, de forma que queden grupos de dos o con un máximo tres integrantes.

Actividad N° 1 (Tiempo previsto: 15-20 min). Contar el número de tiras.

Tomen la tira de papel y recórtela por la mitad a lo ancho. Luego recorten simultáneamente las partes que quedaron por el corte anterior, nuevamente por la mitad. Repitan el procedimiento por lo menos 3 veces más. Deben ir registrando o tomando nota de lo que va sucediendo con las tiras de papel. A partir de ese registro, respondan:

1. ¿Cuántas tiras de papel había originalmente?
2. ¿Cuántas tiras hay después de cortar por primera vez?
3. ¿Cuántas hay después de realizar los 4 cortes?
4. Si continuaran con el mismo procedimiento ¿Cuántas tiras estiman habrá después de realizar 12 cortes? ¿Y después de realizar 50 cortes?
5. Generen una expresión que permita encontrar el número de tiras que quedan determinadas para cualquier cantidad o números n de cortes.

Las primeras dudas que pueden aparecer, en esta instancia, están en relación con la consigna, por ejemplo, pueden preguntar, cómo hacer los cortes. Si bien es a libre elección cómo llegan a determinar la mitad de la tira, la forma de responderles será ejemplificando luego de leer nuevamente la actividad. Cabe aclarar, que nuestra ejemplificación será plegando la hoja a la mitad haciendo coincidir sus vértices y luego recortando. Además consideramos que tal vez la mayoría comience a realizar los cortes sin anotar, lo cual puede ocasionar pérdida de información, así que en caso de notarlo, les vamos a recordar que tienen que ir registrando lo hecho, del modo más sistemático posible, y de ser necesario se les entregará una nueva tira de papel.

Nosotras consideramos que es una actividad sencilla de realizar, porque ellos están acostumbrados a buscar regularidades desde primer año y a expresar ideas apelando a un lenguaje simbólico. Suponemos que, tal vez algún grupo puede arribar a la expresión “ 2^n ”. Si así fuere, dicho grupo será el que pasará al frente a explicar cómo obtuvieron tal expresión. Si hay más de un grupo que obtuvo la expresión, será quien ejerza el rol de profesora quien designe qué grupo pasa al frente a explicarle al resto de sus compañeros, con el fin que todos registren y entiendan la expresión a la que llegaron. Le dedicaremos 10 minutos a la puesta en común.

En caso que la expresión exponencial no surja en ningún grupo, la actividad terminará con una exposición al frente de 10 minutos intentando construirla entre todos. Será quien ejerza el rol de profesora la encargada de guiar a los alumnos a que concluyan que todos los números obtenidos son múltiplos de 2 y su valor dependerá del número de corte realizado. Para ayudar con ese trabajo, se usará la propiedad de potenciación de multiplicar dos o más potencias de igual base. Para guiar esa discusión, por ejemplo, se puede preguntar: “¿Qué hay en común entre los primeros 5 números que encontraron?” “¿Qué pasa si factorizamos cada uno de esos números?” Les pediremos a los alumnos que vayan copiando en sus carpetas los procedimientos y conclusiones a las que vamos llegando de manera tal que todos tengan completa la resolución de la actividad. Vamos a dar el ejemplo de tomar el número 16, que se factoriza de la siguiente manera, según se indica en la Tabla N° 2:

Número	Divisor
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

Tabla N°2: Factorización del número 16.

A partir de esta Tabla N°2 se concluirá que: $16=2^4$

Con ésto se busca mostrar o convencer a los estudiantes que todos los resultados obtenidos se pueden expresar como potencias de 2. Y así llegar a la expresión buscada.

Luego haremos preguntas en relación al problema para ver que se haya entendido la expresión. Como por ejemplo: “¿Qué función cumple ‘n’?”, “Si quiero realizar 27 cortes ¿Cuántas tiras obtendría?”.

La idea es que considerando entonces la respuesta a la pregunta 5 de la Actividad N°1 podamos decir que, en el corte número n, la cantidad total de tiras será 2^n .

Luego de este cierre parcial y en los 40 minutos siguientes, se continuará con otra actividad empírica o Actividad N°2, descrita abajo, a realizar en grupos de a 4 o 5 estudiantes. Los grupos se conformarán según cómo estén sentados.

Mientras los estudiantes se van agrupando, se les reparte la nueva actividad en fotocopias y una bolsita de arroz por grupo.

Actividad N° 2: (Tiempo Aproximado: 25 min) El cuento del rey.

Lean la narración del Cuento del Rey, utilicen la bolsa de arroz para hacer lo que relata el cuento y luego respondan las preguntas que se les plantean.

El juego del ajedrez fue inventado en la India. Cuando el rey hindú Sheram se enteró de este divertimento estratégico, se maravilló de lo ingenioso y de la variedad de combinaciones que en él eran posibles. Al hacerse eco que el inventor era uno de sus siervos, el rey requirió su presencia con objeto de remunerarle personalmente por su buen invento. El autor del invento, que se hacía llamar Seta, se presentó ante el soberano. Era un sabio que vestía con modestia y que vivía gracias a los medios que le suministraban sus discípulos. – Seta, quiero compensarte generosamente por el ingenioso juego que ideaste –le dijo el rey. El erudito contestó con una reverencia. – Soy lo bastante poderoso y acaudalado como para poder concederte tu deseo más ansiado – continuó explicando el rey–. Declárame una recompensa que te satisfaga y será tuya. El sabio se mantuvo callado. – No seas tímido –le animó el rey–. Cuéntanos tu anhelo. No escatimaré en gastos para complacerlo. – Grande es su beneplácito, gran soberano. Pero concédame un corto plazo de tiempo para pensar la respuesta. Mañana, tras una profunda meditación, le transmitiré mi petición. A la mañana siguiente Seta compareció de nuevo ante el monarca y lo dejó maravillado con su petición, sin precedente alguno por su humildad. – Oh gran soberano –dijo Seta–, ordene que me entreguen un grano de arroz por primera casilla del tablero de ajedrez que yo inventé. – ¿Un solo grano de arroz? –inquirió con sorpresa el rey. – Sí, mi señor. Por la segunda casilla, pida que me sean entregados dos granos de arroz por la tercera casilla, cuatro granos; por la cuarta casilla, ocho; por la quinta casilla, dieciséis; por la sexta casilla, treinta y dos... – ¡Basta! –le interrumpió el rey enfadado–. Se te entregará los granos de arroz correspondiente a las 64 casillas del tablero, tal y como es tu deseo; por cada nueva casilla, doble cantidad de arroz que por la precedente. Pero debes conocer que tu petición es indigna de mi benevolencia. Al pedirme tan ínfimo pago, menosprecias de manera irreverente mi recompensa. Y como erudito que eres, podrías haber dado mayor prueba de respeto ante la magnificencia de tu rey. Ya puedes retirarte. Mis sirvientes te entregarán el saco con el arroz que necesites. Seta esbozó una sonrisa, y tras abandonar la sala, se quedó esperando en la puerta exterior del palacio. Durante la comida, el rey se acordó del creador del ajedrez y envió a alguien

para que se informara de si se había entregado ya al meditando Seta su mezquina recompensa. Esta historia continuará...

Preguntas a responder:

1) Acorde a lo relatado, ¿Podrían ustedes responderle al Rey cuál es la cantidad exacta de granos de arroz que hay en cada casilla?

2) ¿Cómo obtuvieron los resultados? Expliquen ésto y escriban los pasos seguidos para lograr tales resultados.

3) ¿Por qué suponen ustedes que el Rey pensaba que era una recompensa mezquina?

Consideramos que si quedó clara la primera actividad, en esta segunda no van a tener mayores complicaciones en cuanto al arribo a la expresión correcta. Suponemos que los estudiantes van a encontrar que los resultados que van obteniendo coinciden con los de la expresión “ 2^n ”, pero intentaremos hacerles ver empíricamente con las primeras 8 casillas que esa expresión no satisface exactamente los resultados que deberían obtener. Por ejemplo: “¿Qué sucede en la primera casilla con la expresión?” Se van a encontrar con que en la primera casilla el resultado es 1, que vendría de calcular 2^0 . La importancia en esta actividad es ver qué rol cumple el “n” del exponente, que es distinto al rol que cumple en la primera actividad. Acá, el exponente “n” hace referencia al número de una casilla, y no hay, o no tiene sentido hablar de la “casilla 0”, para la primer casilla o casilla en el lugar uno. Indicaremos entonces que pareciera que hay que hacer algún cambio en la expresión para el exponente para que los resultados que se obtienen acuerden con lo que efectivamente ocurre. Se van a encontrar con que en la primera casilla o casilla 1, hay un grano de arroz, en la segunda casilla, o casilla 2, dos granos de arroz, en la tercera casilla, o casilla 3, hay 4 granos de arroz, en la quinta casilla, o casilla 5, hay 8 granos de arroz. Se pondrá en evidencia que la cantidad de arroz en cada casilla se corresponde respectivamente con $2^0, 2^1, 2^2, 2^3$ y 2^4 pero que, el exponente no concuerda con el correspondiente número de casilla. En esa instancia se puede indicar que, para la casilla 1 corresponde el exponente 0 o 1-1, para la 2 el exponente es 1 o 2-1. Entonces para la casilla 3, ¿cómo calculo el correspondiente exponente? , ¿Para las casilla 4?, ¿para la casilla “n”? Puede pasar, que algún grupo o estudiante arribe a la expresión deseada (2^{n-1}). En esa instancia remarcaremos que en este fenómeno, el exponente está desplazado en 1 respecto del número de casilla. También puede pasar que algunos se den cuenta observando sus registros, que poniendo como exponente el número de casilla y luego dividiendo por 2, es otra forma de llegar a la expresión. Por ejemplo:

$2^1/2 = 1$, corresponde con el resultado a obtener en la primera casilla.

$2^2/2 = 2$, corresponde con el resultado a obtener en la segunda casilla.

$2^3/2 = 4$, corresponde con el resultado a obtener en la tercera casilla.

$2^4/2 = 8$, corresponde con el resultado a obtener en la cuarta casilla y así sucesivamente.

Si sucede ésto, le pediremos a los alumnos que hagan uso de la propiedad de potenciación para cociente de potencias de igual base ($a^b/a^c = a^{b-c}$). Como el denominador es siempre “ 2^1 ”, en la expresión queda “ 2^{n-1} ”. De esta forma llegarían a la expresión deseada, con “ n ” variando de 1 a 64 por ser el número de casilla.

En caso que nadie indique algo similar, quizás se puede mostrar ese abordaje como medio para validar o justificar lo hecho.

Un inconveniente que puede surgir luego de encontrar la expresión deseada, es que al calcular con la calculadora 2^{63} , el resultado que ésta despliega en la pantalla, está expresado en notación científica de dos maneras posibles: $9,223372037 \times 10^{18}$ o $9,2233720368E+18$. Lo que haremos en ese caso, será explicar que al ser un número tan grande, a la calculadora no le alcanzan los dígitos para mostrarlo completo, es por eso que lo redondea y usa este tipo de notación en potencias de 10, en este caso el “ $\times 10^{18}$ ” y el “ $E+18$ ” significan que hay que correr la coma o punto 18 lugares, o como indique el exponente que acompaña al 10.

Nosotras mostraremos en el pizarrón cual es el real resultado de $2^{63} = 9.223.372.036.854.775.808$ para diferencien lo que muestra la calculadora con el resultado real.

Luego de que todos hayan finalizado la actividad, o cumplidos los 25 minutos que tenían para realizarla, se hará una nueva puesta en común con algún grupo que exponga cómo llegaron a la expresión final “ 2^{n-1} ”, y dé respuesta a las preguntas de la actividad.

A modo de cierre, intentaremos que como conclusión, se vea qué tienen en común las dos expresiones a las que llegaron en las actividades N°1 y N°2, “ 2^n ” y “ 2^{n-1} ” respectivamente. Algunos podrían señalar que en ambas la base es “2”, entonces intentaremos que busquen algo nuevo o algo que les resulte diferente en comparación con las expresiones con las que vienen trabajando. Otros pueden decir que lo que tienen en común es “ n ”. Si señalan ésto, les preguntaremos “¿Qué lugar ocupa la variable “ n ” en las expresiones encontradas?” esperando que den como respuesta que “ n ” está en el exponente. También podría aparecer entre los comentarios que estas expresiones tienen la variable independiente en el exponente. En caso que no sepan responder qué tienen en común, retomaremos lo registrado en la Actividad N°1 para hacerles las siguientes preguntas: “¿Qué tenían que hacer con la primera tira?” “¿Cuál era el paso siguiente?” “¿Qué estamos repitiendo en el procedimiento o qué se mantiene constante?” esperando que ellos respondan que lo que se

mantiene constante es cortar por la mitad cada tira, por lo tanto, que con cada corte siempre se obtienen dos tiras. Eso es así para para cada una de las tiras cortadas. Ese hecho se representa o refleja en el número 2 o base de la expresión 2^n ya obtenida. Luego preguntaremos “¿Qué va cambiando con cada acción o corte?” Revisaremos entre todos los registros. A modo de visualizarlo, lo escribiremos en el pizarrón de la siguiente forma según se detalla en la Tabla N°3:

Cantidad de cortes	Cantidad de tiras obtenidas
0	$1 = 2^0$
1	$2 = 2^1$
2	$4 = 2^2$
3	$8 = 2^3$

Tabla N°3: Cantidad de tiras según cantidad de cortes.

Una vez visualizada la Tabla N°3, les diremos: “Supongamos que realizan el corte número 12, ¿cómo calculan el número de tiras que obtienen?” esperamos que contesten es que tuvieron que hacer “ 2^{12} ” para determinar el número de tiras. Luego les preguntaremos, para realizar cada cálculo, qué deben cambiar. Esperamos que respondan que lo que va cambiando es el número que se coloca en el exponente.

A partir de esta discusión podremos indicar que, para cada cálculo se vinculan dos variables: “el número total de tiras que se obtienen luego de cada corte” o variable dependiente (dependiente, ya depende del número de cortes que decido hacer) y el “número de corte” o variable independiente (independiente, pues yo manipulo la cantidad de cortes a realizar). De modo tal que, para obtener el valor de la variable dependiente o calcular el número total de tiras que se obtienen luego de cada corte, la variable independiente ocupa el lugar de un exponente en la expresión encontrada. Decimos ésto pues, ustedes hasta ahora, venían trabajando con expresiones de la forma $ax^2 + bx + c$ o función polinómica de grado dos, donde “a” es el coeficiente del término principal, “b” coeficiente del término lineal y que ambos términos dependen de la variable “x”. También acompaña a la expresión, “c” o término independiente. Una vez que concluyamos que trabajaremos con expresiones en las que la variable independiente se coloca en el exponente de una expresión dada, tales como por ejemplo 2^n o 2^{n-1} o 3^{m+2} o $(2,5)^{cx-b}$. Les diremos que con ese tipo de expresiones vamos a trabajar ahora y que las mismas, las denominaremos por ahora, “relaciones exponenciales”.

Antes de finalizar la clase, para visualizar estas relaciones les mostraremos un afiche o cartulina con las tablas N°4 y N°5 que se muestran a continuación.

n : número de corte	2^n : número total de tiras que se obtienen luego de cada corte
0	1
1	2
2	4
3	8
4	16
5	32
6	64

Tabla N° 4: Actividad N°1: Contar el número de tiras.

n : número de casilla	2^{n-1} : cantidad de granos de arroz en cada casilla
1	1
2	2
3	4
4	8
5	16
6	32
7	64

Tabla N° 5: Actividad N°2: El cuento del rey.

Les diremos que esta relación entre las variables, donde para cada valor de “n”, se le asigna un valor en 2^n o en 2^{n-1} según la actividad, se puede expresar como un par ordenado de números de la forma $(n, 2^n)$ o $(n, 2^{n-1})$. Y que por ejemplo, en la tabla N°4, si “n” es 4, tenemos el par (4,16) o si “n” es 6, tenemos el par (6,64).

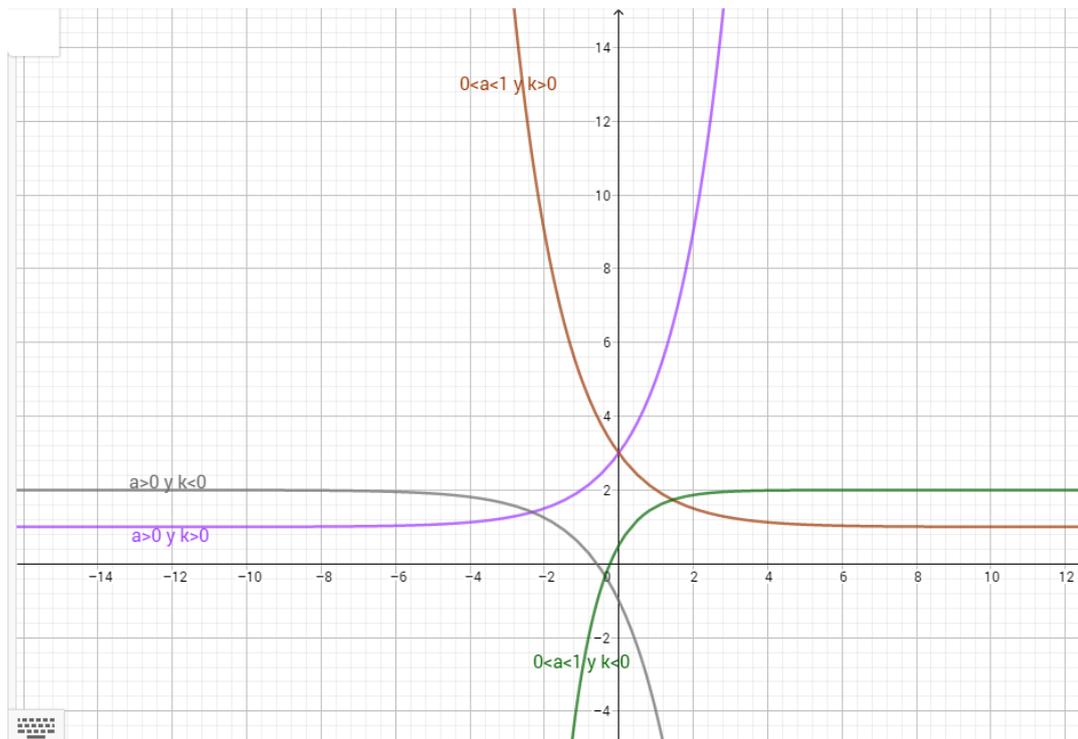
Al tener pares de puntos, podremos representarlos en un plano cartesiano, cosa que haremos la próxima clase con ayuda de *GeoGebra*.

Al finalizar, les recordaremos que traigan para la siguiente clase, Tablet o dispositivo donde tengan instalando *GeoGebra* para poder seguir explorando tales relaciones.

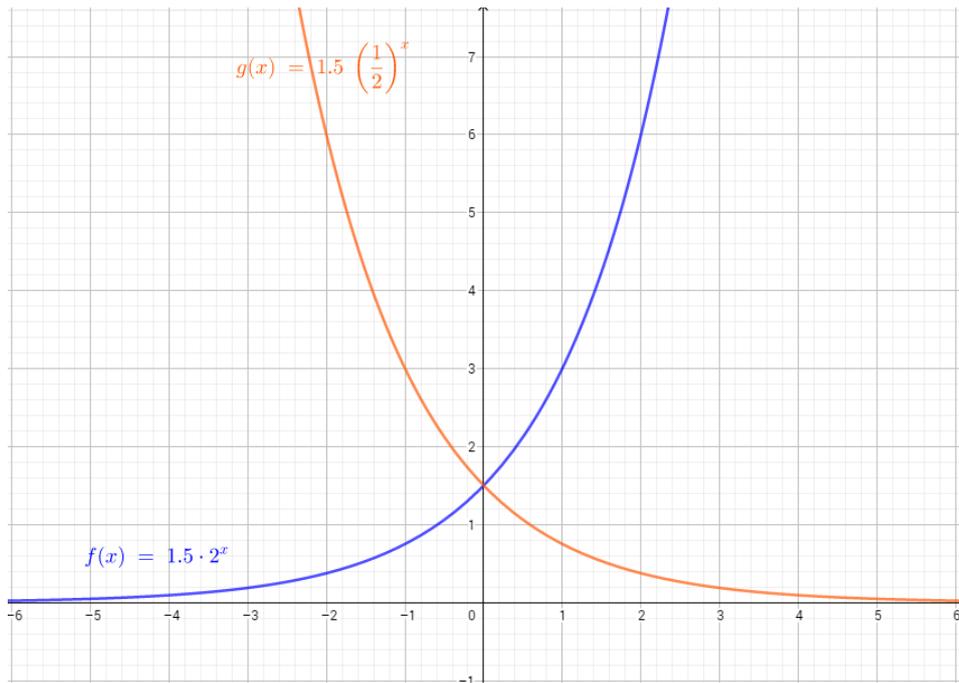
Anexo N°4: Resumen Actividad N°8 subido al aula virtual.

Dada la función $f(x) = k \cdot a^x + b$

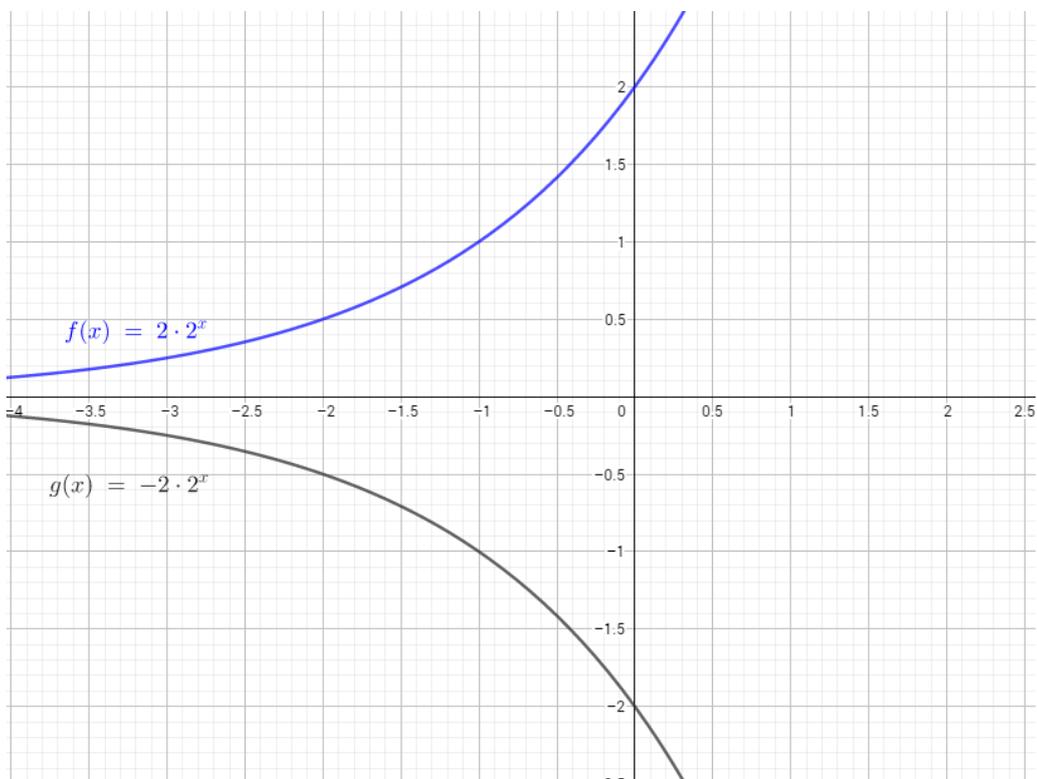
- Si $a > 1$ y $k > 0$ entonces: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ y $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = b$, $y = b$ es la ecuación de la asíntota horizontal. Si $b = 0$, la asíntota horizontal es $y = 0$, pues $\lim_{x \rightarrow -\infty} k \cdot a^x = 0$.
- Si $a > 1$ y $k < 0$ entonces: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ y $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = b$, $y = b$ es la ecuación de la asíntota horizontal. Si $b = 0$, la asíntota horizontal es $y = 0$, pues $\lim_{x \rightarrow -\infty} -k \cdot a^x = 0$.
- Si $0 < a < 1$ y $k > 0$ entonces: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b$ y $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$, $y = b$ es la ecuación de la asíntota horizontal. Si $b = 0$, la asíntota horizontal es $y = 0$, pues $\lim_{x \rightarrow +\infty} k \cdot a^x = 0$.
- Si $0 < a < 1$ y $k < 0$ entonces: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b$ y $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$, $y = b$ es la ecuación de la asíntota horizontal. Si $b = 0$, la asíntota horizontal es $y = 0$, pues $\lim_{x \rightarrow +\infty} -k \cdot a^x = 0$.
- La ordenada al origen en todos los casos es $k + b$, pues $f(0) = k \cdot a^0 + b = k \cdot 1 + b = k + b$
- Gráficos cualitativos:



- Si las bases son inversas, las funciones son simétricas con respecto al eje y .
Ejemplos:



- Si los coeficientes k son opuestos, las funciones son simétricas con respecto al eje x .
Ejemplos:



Los abajo firmantes, miembros del Tribunal de Evaluación del Trabajo Final de Prácticas de *Metodología y Practica de la Enseñanza*, damos Fe que el presente ejemplar impreso se corresponde con el aprobado por el Tribunal.



UNC

Universidad Nacional de Córdoba



FAMAF

Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación

www.famaf.unc.edu.ar

Medina Allende s/n, Ciudad Universitaria

CP: X5000HUA, Córdoba, Argentina

Tel: +54 351 4334051 (rotativas)

Fax: +54 351 4334054