

Universidad Nacional de Córdoba

TRABAJO FINAL DE PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA

Profesorado en Matemática

Autores: Ana Victoria Bertoglio / Claudia Magalí Siner



*Pythagoras
569 a.c. - 475 a.c
Filósofo y matemático
griego considerado el primer
matemático puro.*



UNC

Universidad Nacional de Córdoba



FAMAF

Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación

Universidad Nacional de Córdoba

**Facultad de Matemática, Astronomía, Física y
Computación**

TRABAJO FINAL DE PRÁCTICAS

Metodología y Práctica de la Enseñanza

Título: INTRODUCCIÓN A LA FUNCIÓN AFÍN CON DISTINTOS MEDIOS TECNOLÓGICOS EN TERCER AÑO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

Autoras: Bertoglio, Ana Victoria; Siner, Claudia Magalí

Equipo responsable de MyPE: Esteley, Cristina B.; Asinari, Marianela C; Coirini Carreras, Araceli; Dipierri, Iris C.; Mina, María del Valle; Smith, Silvina

Profesoras Supervisoras de Práctica: Mina, María del Valle y Esteley, Cristina B.

Carrera: Profesorado en Matemática

Fecha: 22 de Noviembre de 2018



22 de Noviembre de 2018 Introducción a la Función Afín con distintos medios tecnológicos en tercer año de educación secundaria por Bertoglio, Ana Victoria y Siner, Claudia Magalí.

Esta obra está bajo una [Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/).

Agradecimientos

Queremos agradecer a las personas que nos acompañaron en el transcurso de nuestras prácticas, tanto a los estudiantes, como docentes del curso, docentes supervisoras, compañeros de Metodología y Practica de la Enseñanza, así como también familiares y amigos ya que sin ellos no hubiesen sido tan significativas nuestras prácticas profesionales docentes.

Clasificación:

97 Mathematical Education
97D Education and instruction in mathematics

Palabras Claves:

Función afín, Tabla, Pendiente, Ordenada al origen, Tecnologías

RESUMEN

En el presente informe describiremos nuestra experiencia durante la práctica profesional docente llevada a cabo en el marco de la asignatura Metodología y Práctica de la Enseñanza, realizada en dos cursos de tercer año en un colegio de la ciudad de Córdoba. En nuestra experiencia como docentes nos enfocamos en la introducción de la Función Afín. Además, se presentará la planificación donde se podrá apreciar los temas dados como ser representaciones de la función afín, pendiente, ordenada al origen, etc. Con sus respectivas estrategias de enseñanza y aprendizaje. Posteriormente, incluiremos el análisis de una problemática, que tuvimos que afrontar en nuestras prácticas. La misma se trató de cómo el uso de tablas y de manipuladores virtuales condicionan el aprendizaje de la relación matemática para la pendiente de una función afín.

ABSTRACT

In the following report we describe our experience during the professional teaching practices. They were part of the Methodology and Teaching practices subject and were performed in two different third grade classes of a school located in Cordoba city.

Despite we focused on introducing affine function as teachers, we also present the planning of the classes for teaching affine function representations, lines, intercepts, etc. including their teaching and learning strategies.

After that, we include the analysis of a problem we have to deal with during the classes. This was about the learning of mathematical relations for a line of an affine function influenced by the use of tables and virtual tools.

Índice

CAPÍTULO 1	3
Introducción	3
1. La institución	3
1.1. Características generales de las aulas	5
1.2. Hábitos de trabajo en la institución	7
1.3. Organización general del curso	9
1.4. Las clases de matemática.....	10
1.5. Observaciones de jornada completa	14
1.5.1. Jornada Completa de 3°E.....	14
1.5.2. Jornada Completa de 3°G.....	15
CAPÍTULO 2.....	17
Diseño de la práctica e implementación en el aula	17
2. Planificación anual del curso y contenidos a desarrollar en las prácticas	17
2.1. Análisis de nuestra planificación.....	19
2.1.1. Las metas, objetivos o expectativas de logro	20
2.1.2. La selección de los contenidos.....	21
2.1.3. La organización y secuenciación de los contenidos.....	22
2.1.4. (d) Las tareas y las actividades; (e) La selección de materiales y recursos 22	
2.1.5. La participación de los alumnos.....	39
2.1.6. La organización del escenario	40
2.1.7. La evaluación de los aprendizajes.....	41
CAPÍTULO 3.....	55
Una mirada teórica del análisis de dos propuestas de enseñanza para la relación matemática para la pendiente de una función afín.	55

3.1.	Descripción de la problemática	55
3.2.	Los medios utilizados en las clases	57
3.2.1.	Manipuladores Virtuales	57
3.2.2.	Tablas	58
3.3.	Análisis de los guiones conjeturales propuestos para la enseñanza de pendiente 59	
3.3.1.	Estudio del guion conjetural para trabajar con el manipulador virtual ...	59
3.3.2.	Estudio del guion conjetural para trabajar con una Tabla.....	63
3.3.3.	Análisis de los medios abordando un marco teórico.....	67
3.4.	Reflexiones Finales.....	68
CAPÍTULO 4.....		71
Conclusiones Finales.....		71
REFERENCIAS		75
ANEXOS		79
Anexo 1		80
Anexo 2		98
Anexo 3		104

CAPÍTULO 1

Introducción

1. La institución

El colegio en que se realizaron las prácticas de enseñanza se encuentra ubicado en el centro de la Ciudad de Córdoba, Argentina. Es una institución educativa preuniversitaria, de gestión estatal, dependiente de la Universidad Nacional de Córdoba.

Ofrece desde su creación en 1687 una alternativa curricular de nivel secundario. La formación que brinda es la de un Bachillerato Humanista de siete años, con un Plan de Estudios que une conocimientos de asignaturas clásicas y contemporáneas de los estudios humanistas. Es una institución que cuenta con turno mañana y tarde para el nivel secundario en donde se destinan ocho divisiones para cada curso de primero a quinto y seis divisiones para cada uno de los cursos de sexto y séptimo divididas por secciones. Las secciones A, B, C y D corresponden al turno mañana y las secciones E, F, G y H al turno tarde. También se destinan seis aulas para 6to y 7mo año divididos por secciones, donde las secciones A, B, C corresponden al turno mañana y las secciones D, E, F al turno tarde, lo que hace un total de 52 aulas. También cuenta con un turno tarde-noche en donde se desarrolla un nivel de Posgrado, que ofrece las carreras de Martillero y Corredor Público, Tecnicatura Superior en Bromatología y Comunicación Visual, además de ofrecer distintos cursos como el de Preceptor.

La estructura edilicia ocupa casi media manzana de extensión. Presenta un estilo colonial que se visualiza en cada aspecto de la institución, tanto físico como en su esencia e ideología. Cuenta con planta baja, primer y segundo piso que están conectados mediante escaleras.

Al ingresar por la puerta principal hay un amplio pasillo que comunica con un primer patio interno llamado Patio Principal (Figura 1). Este patio se encuentra rodeado por aulas, el Museo del Colegio, la sala de profesores, la Dirección, la Regencia y la preceptoría de 6° y 7° año; posee una fuente central y árboles con una altura mayor al edificio de la institución.



Figura 1. Panorámica del patio principal

Seguido a este patio se encuentra otro de similares características (Figura 2), donde funcionan el Centro de Estudiantes y varias secretarías, como la de Asuntos Académicos, la Secretaría de Asuntos Económicos y el Departamento de Pedagogía. En este patio se encuentran también unos baños.



Figura 2. Fuente del patio secundario

En el primer piso encontramos la Preceptoría y Aulas de 3^o, 4^o y 5^o año, el Salón de Actos, la Sala de Reuniones, la Sala de Música, el Salón de Plástica, la Biblioteca, la Cantina y otros baños.

Por último, en el segundo piso se encuentra Preceptoría y aulas de 1^o, 2^o y 3^o año, un kiosco más pequeño que la cantina ubicada en el primer piso y grandes balcones que dan al patio principal.

El Colegio brinda una infraestructura y recursos pedagógicos que comprenden Laboratorio de Química, Gabinetes de Informática, Física y Ciencias Naturales, un Aula Magna y un Anfiteatro equipados con tecnología multimedia. Además, todas las aulas cuentan con cañones de proyección, pantallas y casi todas tienen sistema de sonido integrado.

Los estudiantes cuentan con la Biblioteca conformada por todo tipo de libros y textos de las distintas áreas de estudio de la Institución.

1.1. Características generales de las aulas

Consideramos de suma importancia el análisis de la dimensión de las aulas ya que nos ayuda a pensarlas como el espacio donde suceden procesos de enseñanza y aprendizaje, así como también las múltiples experiencias.

Los cursos observados fueron 3°E (Figura 3) y 3°G (Figura 4) ubicados en el segundo y primer piso respectivamente, ambos en el turno tarde y con distintos docentes a cargo del espacio curricular Matemática. En esta institución los estudiantes ingresan al nivel secundario un año antes que el resto de los jóvenes de la provincia de Córdoba y, por lo tanto, son estudiantes entre 13 y 14 años de edad

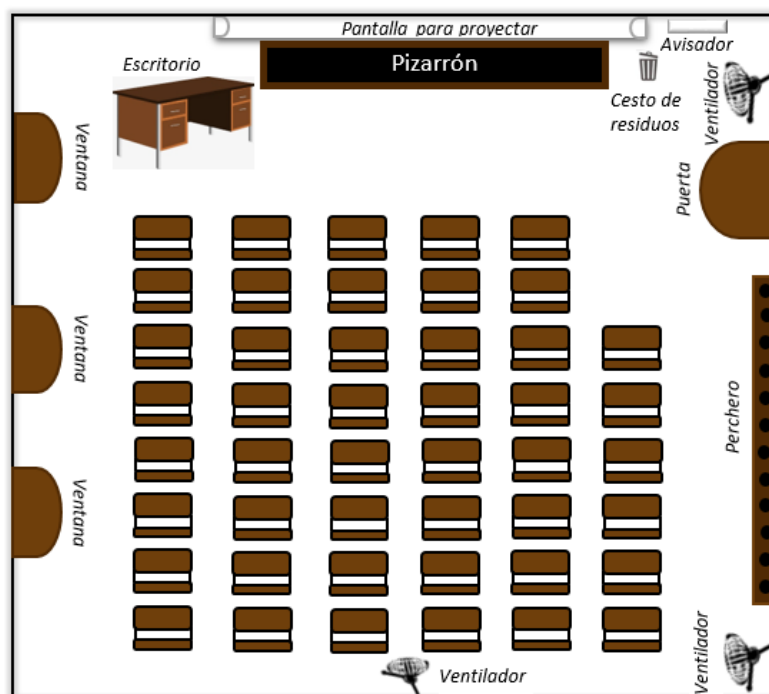


Figura 3. Esquema representativo del espacio en el aula de 3°E

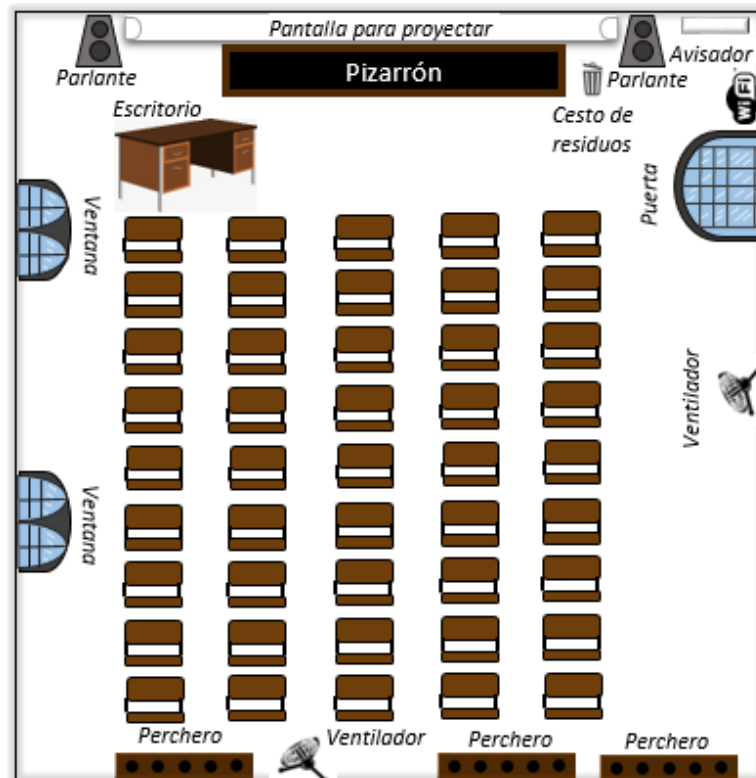


Figura 4. Esquema representativo del espacio en el aula de 3°G

Las aulas de ambas divisiones tienen la misma infraestructura, cuentan con ventanas grandes (tres ventanas en 3°E y dos ventanas en 3°G) lo que produce buena entrada de luz y pisos y bancos de madera, estos últimos se encuentran atornillados al suelo y son numerados. Los pasillos entre los bancos son estrechos y, al recorrerlos, muchas veces se dificulta el paso por ellos ya que en el piso se encuentran las mochilas de los estudiantes. Hay una distancia apropiada entre los bancos que se encuentran en la primera fila y el pizarrón, lo que hace que el docente puede moverse cómodamente. En el interior podemos observar:

- Un pizarrón a tiza. Este pizarrón tiene la particularidad de estar pintados sobre la pared.
- Un avisador (donde se agregan noticias, horarios, cronograma anual, etc.).
- Ventiladores de pared.
- Un cesto de residuos y percheros.
- Un cañón ubicado en el techo del aula y una pantalla desplegable sobre el pizarrón para proyectar con el mismo.

- Parlantes ubicados en cada esquina del pizarrón sobre la pared y una netbook brindada por Conectar Igualdad¹ que está siempre en el curso (sólo en 3°G).

El entorno del aula se encuentra en buen estado. Las paredes son de dos colores: blancas de la mitad hacia arriba y marrón claro el resto. No cuenta con calefacción, pero el interior del curso es cálido. La iluminación artificial es buena, permite ver el pizarrón en todas sus dimensiones.

1.2. Hábitos de trabajo en la institución

La jornada del turno tarde se extiende desde las 13:30 hs. hasta las 18:45 hs. La organización de esta jornada está dada por módulos de 40 minutos cada uno, separados por recreos de 5 minutos, a excepción de un recreo a mitad del día escolar que tiene una duración de 10 minutos.

En los recreos algunos estudiantes permanecen en las aulas y otros salen. Estos últimos estudiantes se quedan generalmente cerca de sus aulas, en los balcones que tienen vista al patio principal o van al quiosco. En cada piso se encuentra una ludoteca que contiene, entre otros, juegos de ajedrez y damas, y en algunos recreos los estudiantes hacen uso de ellos. El jefe de preceptores (que se encuentra en preceptoría) en la jornada diaria, durante los recreos, camina por los pasillos de la institución cuidando el interior de las aulas.

Para ingresar al aula, los docentes de nuestros cursos de práctica esperan que ingresen los estudiantes, se paran en frente de ellos, saludan y comienzan la clase. Los estudiantes son los responsables de llevar los materiales requeridos para el correcto desarrollo de la clase. En ambos terceros, se utilizan los libros *Entre Números II y III* de Editorial Santillana; además para el 3°E, el docente llevó una fotocopia con ejercicios para realizar en la clase, de la cual, los estudiantes, tuvieron que sacar una copia. Se suele usar material digital cuando se quiere trabajar con una guía de actividades. En este sentido, siguiendo las lecturas Flores, P., Lupiáñez, J. L., Berenguer, L., Marín, A. y Molina, M. (2011) se puede decir que los materiales que ambos cursos utilizan son:

¹ Plan lanzado por el poder ejecutivo en el año 2010 con el objetivo de enriquecer la educación pública fomentando la utilización de la tecnología.

Según su utilidad:

- Contenido: Geometría y funciones
- Momento en que se utiliza: Pre-instruccional y Post-instruccional
- Tipo de tarea y actividad: Mostrar, observar, manipular y resolver problemas
- Tipo de aprendizaje: Comprender y resolver problemas

Según el formato:

- Soporte: Papel y digital
- Accesibilidad: Fácil de encontrar en el mercado
- Grado de difusión: Muy conocido y difundido

En uno de los terceros, el docente hace un seguimiento de cada alumno y controla quién llevó el material solicitado y asigna signos más o menos en su planilla dependiendo de esto.

Los preceptores tienen un rol central en el desarrollo de las actividades escolares. Además del trabajo administrativo (tomar lista, dar anuncios, pedir libretas, pegar informes, etc.) son ellos quienes sostienen un vínculo permanente con los estudiantes y, junto con el docente, se convierten mediadores para que los estudiantes canalicen sus inquietudes y necesidades. En este sentido, el preceptor constituye un vínculo importante entre los estudiantes y la institución.

En cuanto al libro de temas, los docentes deben llenarlo diariamente en donde se consignan:

- Asignatura y Nombre del profesor.
- Día, fecha, mes, número de clase y unidad.
- Tema de la clase (contenidos temáticos, expresados con precisión y claridad).
- Firma del profesor.

Con respecto a las reglas de convivencia de la institución, algunas se pueden observar expresamente escritas en lugares tales como la biblioteca. Esta tiene pegada en la esterilla una fotocopia donde se les comunica al alumno cómo se realizan los préstamos y los tipos del mismo (consulta o domiciliario), cuáles son las sanciones por: materiales devueltos fuera

de la fecha estipulada, por devolver libros en mal estados o comportamientos inadecuados en la biblioteca (también hay una fotocopia que dice lo que no se puede hacer en la biblioteca).

Dentro del curso, las normas de convivencia no están explicitadas de manera escrita, pero los estudiantes conocen las pautas de comportamiento en la institución, por ejemplo, no cambiarse de bancos, no conversar en tono alto en otras etc.

1.3. Organización general del curso

En tercer año donde realizamos las prácticas, el espacio curricular correspondiente a matemática se denomina “Matemática III”. La distribución horaria de dicha asignatura curricular para los cursos 3°E y 3°G ocurre en cinco días semanales con un total de cinco horas-cátedra por semana. En la Tabla 1 presentada abajo se muestran los días y horarios en los que realizamos nuestras observaciones.²

LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES	
		3ro “E”			13:30-14:10
				3ro “E”	14:15-14:55
				3ro “E”	15:00-15:40
		3ro “G”	3ro “E”		15:45-16:25
	3ro “G”	3ro “G”			16:35-17:15
3ro “E”	3ro “G”				17:20-18:00
				3ro “G”	18:05-18:45

Tabla 1: Horario de clases de ambos cursos

Ambos cursos son mixtos. El curso 3°E cuenta con 29 estudiantes de los cuales 18 son mujeres y 11 son varones. El curso 3°G, tiene 26 estudiantes de los cuales 10 son mujeres y 16 son varones. No hay presencia de estudiantes integrados o con capacidades especiales en ninguno de los dos cursos observados.

Los bancos son individuales, dispuestos en seis filas para el 3°E y en cinco filas para el 3°G. Están fijos en el piso y organizados por números de menor a mayor. Esta numeración se corresponde con el orden en que aparecen los estudiantes en la lista de asistencia, por ejemplo: el primer alumno de la lista se sienta en el Banco 1, el segundo en el Banco 2 y así sucesivamente. Esta forma de ubicar a los estudiantes debe respetarse en todo momento,

² Este esquema representa a la primera semana de clases ya que luego, por motivos institucionales, los horarios fueron cambiados.

salvo que alguno tenga un problema (como ser de visión) y que, por su ubicación en la lista esté sentado atrás, en este caso, se realiza un cambio de banco previo a un pedido de autorización.

A pesar de que los bancos están atornillados, los estudiantes trabajaban de a dos, con su compañero más cercano, esto puede verse al momento de resolver una actividad, volviendo a sus respectivos asientos para la corrección de la misma.

En los días observados el nivel de asistencia de los alumnos fue elevado (la cantidad de ausentes nunca superó las seis personas), algo que solo se vio interrumpido el día 8 de junio, debido a un viaje realizado por éstas divisiones.

1.4. Las clases de matemática

Durante el período de observación, en uno de los cursos, los estudiantes trabajaron con el libro de texto *“Entre Números II: Actividades de Matemática”* de Editorial Santillana, del cual leían definiciones y conceptos referidos a cada tema, acompañados por el docente, y resolvían sus respectivos ejercicios. Mientras que, en el otro tercero, el principal material de trabajo era una fotocopia con actividades realizada por el docente. Durante las observaciones no se utilizó el proyector, el principal recurso didáctico fue el pizarrón para apoyar explicaciones orales, corregir actividades, entre otros usos.

En ambos cursos, durante el desarrollo de las clases reconocimos bien marcados los momentos de introducción y desarrollo de la misma. Como cierre, los docentes informaban acerca del trabajo para la clase siguiente.

En uno de los cursos se inició tema nuevo durante las observaciones. El docente escribió *Funciones* como título en el pizarrón y comenzó diciendo cuál era la importancia de este tema, tanto en la matemática como en la naturaleza y la sociedad mediante ejemplos. También mencionó que este contenido implicaba el reconocimiento de las diferentes variables y magnitudes involucradas en una situación. Luego, finalizó la introducción comentando a los estudiantes que se lo abordaría mediante diferentes problemas que permitirían distinguir las distintas representaciones del mismo y que, de a poco, iban a

construir la definición de función. Se le dedicó a la introducción unos 10 minutos, aproximadamente.

El momento del desarrollo en este curso se basó, sobre todo, en la resolución de una serie de problemas que el docente había entregado a los estudiantes en una fotocopia para que pudieran analizar y caracterizar las distintas representaciones de una función. La metodología de trabajo consistió en dejar a los estudiantes resolver las actividades de a dos o de manera individual, mientras que el docente pasaba entre los bancos para aclarar dudas. Luego se hacía una pausa para explicar un ejercicio de esa fotocopia en el pizarrón y se incentivaba la participación a los estudiantes, donde estos canalizaban dudas o respondían las preguntas que el docente les hacía. A este momento se le dedicó 30 minutos, aproximadamente.

Una de las actividades que se resolvió al frente fue la siguiente (Figura 5) la cual nos parece pertinente analizarla en base a los aportes de Ponte (2005) y Skovsmose (2000).

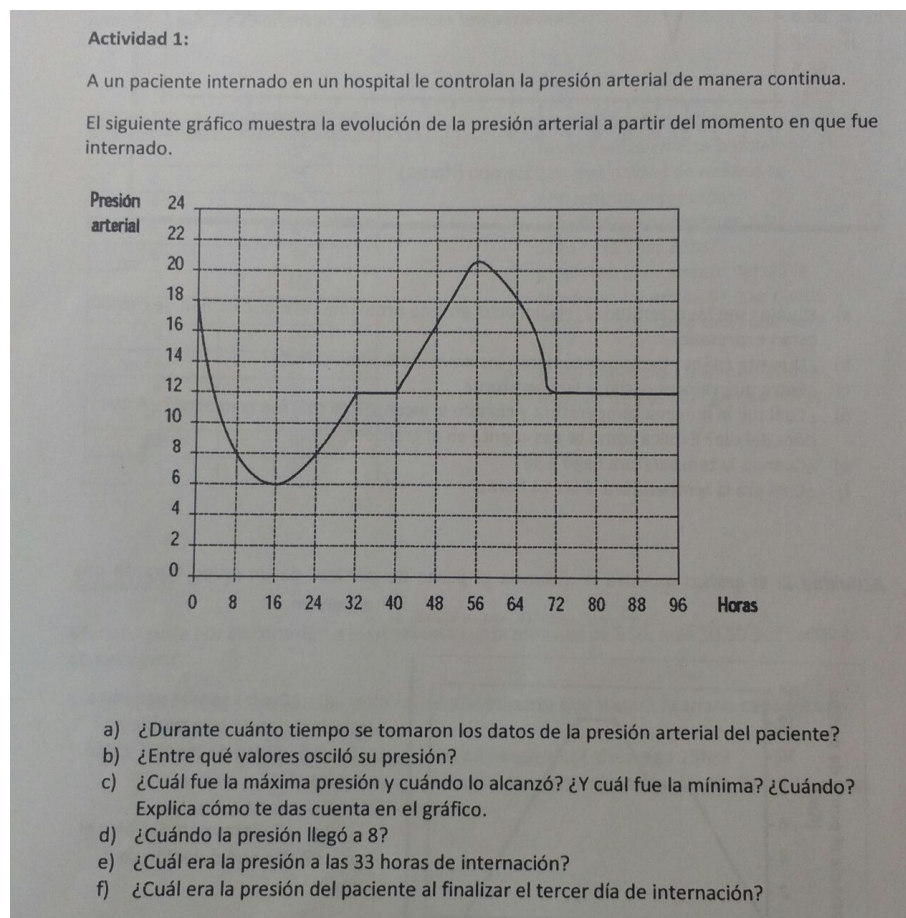


Figura 5. Actividad tomada de la fotocopia que el docente proporcionó a los estudiantes

Si tenemos en cuenta el momento en que se desarrolló esta actividad, vemos que la misma se llevó a cabo en el marco de introducir la noción de función. En base a esto, se puede decir que los estudiantes no contaban con los conocimientos necesarios para que esta actividad pueda clasificarse como un ejercicio. Por este motivo nos parece pertinente clasificarla según Ponte (2005) como un problema ya que, por lo observado, los estudiantes debían explorar y consultar al docente al momento de resolver las actividades.

Como esta actividad consistió en un primer acercamiento a la noción de función, la dificultad se vio reflejada al momento de diferenciar entre un par ordenado y un intervalo. Esta complejidad se abordó luego, durante nuestras prácticas profesionales.

Ole Skovsmose en su texto “*Escenarios de investigación*” (2000) diferencia dos tipos de prácticas educativas: los escenarios de investigación y el paradigma del ejercicio. Estos pueden ser entendidos y estudiados mediante tres tipos de referencias que permiten construir un significado a la actividad que se desarrolla en la clase, que son: Matemáticas puras, semirrealidad y situaciones de la vida real. Skovsmose indica que “Al combinar los tres tipos de referencias con los dos paradigmas de las prácticas en el salón de clase, surge una matriz que define seis tipos diferentes de *ambientes de aprendizaje*” (p.9)

Siguiendo a Skovsmose (2000) clasificamos esta actividad (Figura 5) como de semirrealidad (en cuanto al Tipo de referencia), pues la actividad fue creada por el docente, con el fin de que los estudiantes puedan aplicar el contenido de función aprendido para encontrar la solución al ejercicio (paradigma del ejercicio).

De las cinco clases observadas en este curso, cuatro fueron de desarrollo de contenidos y consistían como se mencionó anteriormente, en la resolución de problemas entregados por el docente.

En el otro curso, observamos clases donde se trabajó un tema ya empezado: cuerpos geométricos. En este caso, la introducción de la clase, consistió en la descripción de lo que se realizaría en la clase y se escribían en el pizarrón títulos que sintetizaran lo realizado.

El desarrollo de las clases para este curso se basó en la solución y corrección de ejercicios. En la mayoría de las clases el desarrollo del contenido se extendía aproximadamente treinta minutos. Las estrategias de aprendizaje para este curso consistieron

en la resolución de los ejercicios propuestos en el libro *Entre Número II* resueltos en el pizarrón por los estudiantes. Una vez escrita la respuesta, el docente de manera oral, realizaba preguntas disparadoras sobre el ejercicio resuelto, dando lugar a que los estudiantes reflexionen críticamente sobre la respuesta escrita, con el fin de que ellos pudieran justificar los ejercicios realizados. Se designaba quién pasaba al frente, quién leía las consignas y quién respondía las preguntas que se realizaban. En otras oportunidades, los estudiantes se ofrecían voluntariamente.

Cuando el docente realizaba las preguntas, las respuestas desconocidas por los estudiantes se resolvían apelando a una búsqueda independiente en el libro de texto.

Los docentes de ambos cursos realizaban las explicaciones de distintas maneras, de modo que todos los estudiantes pudieran comprender lo que se estaban haciendo para continuar con la tarea propuesta. Ambos docentes cuestionaban constantemente a los estudiantes con preguntas para que éstos elaboraran y desarrollaran sus respuestas, buscando que expliquen el porqué de las mismas.

En cuanto al clima de la clase, los estudiantes se mostraban curiosos y receptivos. Realizan todas las actividades indicadas por el docente y, durante las exposiciones dialogadas del profesor, mantenían un alto nivel de atención y concentración. Los estudiantes realizaban muchos aportes o preguntas de contenidos matemáticos durante las clases y participaban activamente respondiendo las preguntas que el profesor realizaba. Las clases fueron dinámicas y en los momentos de debates, los profesores se mostraban amables y respondían todas las inquietudes; además cabe aclarar que la relación con sus estudiantes era muy buena.

A su vez, los estudiantes se mostraban siempre respetuosos, responsables, atentos y muy educados en su comportamiento, tanto entre sí como con los docentes. Se observó en ellos la actitud de pararse al comienzo de la clase y saludar, guardar silencio ante los pedidos y resolver las tareas diariamente. Se observó una clara tendencia al trabajo en equipo (como curso completo) o en grupos. Los estudiantes tendían, espontáneamente, a realizar las actividades en conjunto. Por ejemplo, cuando alguien terminaba las actividades propuestas por el docente ayudaban a los compañeros que todavía no lo habían hecho.

1.5. Observaciones de jornada completa

1.5.1. Jornada Completa de 3°E

En cuanto a la observación de día completo que se realizó en 3°E, esta se llevó a cabo un día martes donde los estudiantes cursaban: Historia, Lengua y Culturas Latinas III, y Geografía.

Se pudo notar que los estudiantes se adaptaban rápidamente a las distintas metodologías, ritmos y tiempos de enseñanza que tenía cada docente. Se mostraban sumamente participativos y estaban predispuestos a responder cada pregunta que el docente correspondiente realizaba. Todos los docentes, por su parte, también mostraron interés por las dudas o debates que los estudiantes generaban en sus clases y les proporcionaban un amplio protagonismo a estos, ya que, de esas intervenciones, surgían temas interesantes para ser tratados en/con la materia. Esto motivaba que, por ejemplo, en Historia, los estudiantes se quedaran conversando con el docente sobre temas de la actualidad en los recreos.

Todos los docentes observados comenzaban sus clases haciendo un repaso de las anteriores clases y realizando preguntas a los estudiantes. Llevaban un control riguroso del tiempo para no extenderse y para poder dar una breve síntesis al final de cada hora cátedra. El recurso didáctico principal utilizado fue el pizarrón; en Geografía se usó el proyector y mapas físicos de Europa. Además, en todas las materias se contaba con un cuadernillo, del cual los estudiantes seguían las clases.

El trabajo de los estudiantes en las clases variaba de acuerdo a la materia. En Historia las clases consistían en exposiciones dialogadas; no se observaron actividades grupales. En esta clase fueron más notorias las intervenciones de los estudiantes. En Lengua y Culturas Latinas, la actividad principal consistió en el análisis de oraciones. El docente permitía el trabajo de a pares mientras recorría los bancos para responder dudas. Luego, en la segunda hora de 40 minutos, un estudiante analizó una oración y se hicieron correcciones. La docente dejó tarea.

En la clase de Geografía se observó una estrategia de trabajo similar a la de Historia. Los estudiantes tenían una amplia participación tanto al responder como al realizar preguntas.

El proyector se utilizó para mostrar a los alumnos un video de las corrientes marinas, durante el cual los alumnos prestaron atención, observando en silencio. Los mapas fueron utilizados para la actividad que se realizó luego, donde los estudiantes pasaban al frente a marcar, por ejemplo, qué países forman la Península Ibérica.

Se observó una hora libre en donde la preceptora se responsabilizó del curso, proporcionando a los estudiantes actividades a realizar, para aprovechar este tiempo.

1.5.2. Jornada Completa de 3°G

Se observó un buen comportamiento de los alumnos entre ellos, con los diferentes docentes y con la preceptora a cargo del curso. Las materias observadas del día fueron: Lengua y Literatura III, Música, Lengua y Cultura Latinas III, Ciencias Naturales III y Plástica III.

En la clase de Lengua y Literatura los alumnos contaban con una carpeta en donde tomaban anotaciones de lo que el docente escribía en el pizarrón, de las respuestas que ellos elaboraban o de las de sus compañeros. Los alumnos trabajaban de manera individual, lo que producía una mejor actitud de escucha entre ellos y para con el docente.

Puesto que las observaciones se realizaron en el período de evaluaciones trimestrales en el colegio, se observó en la hora de Música la realización de una instancia evaluativa, donde se les pidió a los estudiantes traer realizado un trabajo práctico que consistía en crear una pieza musical con sonidos especificados con anterioridad. Además, el docente les entregó una fotocopia con actividades que debían realizarse en ese momento y les hizo escuchar, mediante los dispositivos digitales del aula, una pieza musical que debía ser analizada. Los alumnos trabajaron concentradamente y algunos tomaron tiempo del recreo para terminar de desarrollar las actividades, ya que el docente lo permitió.

En la clase de Lengua y Cultura Latinas, al igual que en 3°E, se trabajó el análisis de oraciones. Para ello el docente recorría el aula mientras respondía las dudas; los alumnos contaban, además, con un diccionario y podían agruparse de a dos para realizar la actividad. Se observaron 80 minutos, en donde, además de trabajar con el análisis mencionado, también se realizó la corrección de las oraciones en el pizarrón, con una notoria participación de los

alumnos. Los análisis sintácticos que no se terminaron, quedaron de tarea para ser corregidos en la clase siguiente.

En Cs. Sociales se utilizó el proyector, pero ante una dificultad técnica se utilizó como recurso alternativo el pizarrón; los alumnos respondían las preguntas que les hacía el docente en relación a un experimento realizado una clase anterior en el Gabinete de Ciencias Naturales, y anotaban en sus carpetas lo escrito por el docente en el pizarrón. Se observaron 80 minutos de esta asignatura.

Por último, se observaron 80 minutos de la clase de Plástica, donde los alumnos continuaron realizando los dibujos que trabajaron en la clase anterior. Para ello, emplearon lápices de colores y las carpetas de dibujo. El docente realizó la aclaración en el pizarrón acerca de los colores primarios que conforman cada color complementario. Los alumnos mantuvieron un ambiente de trabajo constante y el docente recorría los bancos para analizar cada trabajo. Al finalizar la hora, la preceptora acompañó a los estudiantes a retirarse del aula para finalizar ese día lectivo.

CAPÍTULO 2

Diseño de la práctica e implementación en el aula

En el siguiente capítulo describiremos la planificación y como se implementó la misma en el aula, teniendo como referencia la planificación anual de los docentes y la unidad que se nos designó.

2. Planificación anual del curso y contenidos a desarrollar en las prácticas

La planificación anual analizada de la asignatura Matemática III de tercer año de la institución, se extiende desde el 13 de marzo hasta el 21 de noviembre del corriente año lectivo. Este documento se organizó en tres ejes que se corresponden con los del Diseño Curricular del Ciclo Básico de la Educación Secundaria de la Provincia de Córdoba. A continuación, se comentarán los ejes tomados de la planificación de 3°E con los contenidos que los conforman.

I) Álgebra y Funciones:

- Lenguaje Algebraico. Esta unidad trata sobre la traducción del lenguaje coloquial al simbólico apelando a operaciones con monomios y polinomios
- Gráficos y funciones en \mathbb{Q} . Esta unidad es una primera aproximación a la noción de función trabajando entre otros temas pares ordenados.
- Funciones y Sistemas de Ecuaciones. Esta unidad se centra en la definición de función, análisis de gráficos, el estudio de la función lineal y sistemas de dos ecuaciones.

II) Números y operaciones: Proporcionalidad³

III Geometría y medida:

- Ángulos y triángulos (repaso de lo visto el año anterior).
- Cuadriláteros.
- Perímetros y áreas. Teorema de Pitágoras.

³ No hay mayores precisiones sobre los contenidos

- Representación en la recta numérica de raíces cuadradas no enteras de números naturales usando el teorema de Pitágoras.
- Trigonometría

En ambos cursos se trabajó la noción de función, previo a nuestras prácticas. Se desarrollaron los siguientes contenidos: sistema de coordenadas cartesianas, puntos del plano como pares ordenados, interpretación de gráficos cartesianos, variables independiente y dependiente, dominio e imagen de una función, lectura de gráficos, definición de Función, análisis de gráficos: crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos relativos y absolutos y, por último, raíz y ordenada al origen. Esto, por supuesto, nos sirvió significativamente para realizar nuestra planificación.

El contenido que desarrollamos en nuestras prácticas corresponde a la Unidad 7 de la planificación de los docentes tutores: Funciones y Sistemas de Ecuaciones, ubicado en el Eje 1. A continuación, detallamos los temas incluidos en esta unidad, tal como aparece en dicho documento:

- a) Definición de Función. Análisis de gráficos: crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos relativos y absolutos; raíz ordenada al origen.
- b) Función lineal: pendiente, ordenada al origen, raíz.
- c) Rectas paralelas y perpendiculares. Relación entre sus pendientes.
- d) Sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas. Método: gráfico, igualación y sustitución. Sistemas compatibles determinados e indeterminados, y sistemas incompatibles.

El tema a) fue tratado por los profesores del curso, previamente a nuestras prácticas, por lo que nuestra planificación se basó en los ítems b), c) y d).

Para realizar la planificación se tuvieron en cuenta las expectativas de logro propuestas en el programa por los docentes. Aspectos del trabajo de aula que se vieron cuando realizamos las observaciones, como ser el modo de trabajo de los estudiantes, fueron tenidos en cuenta para luego esbozar la guía de actividades que íbamos a desarrollar.

Entre las expectativas de logro señaladas en la planificación, queremos destacar las siguientes:

- Producir e interpretar fórmulas, tablas de valores y gráficos de situaciones contextualizadas que respondan a funciones lineales y de proporcionalidad directa e inversa.
- Reconocer, analizar y graficar funciones lineales.
- Hallar rectas paralelas y perpendiculares a otra dada.
- Resolver situaciones utilizando sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.
- Interpretar la clasificación de los sistemas de ecuaciones en forma gráfica y analítica.

En cuanto a las expectativas de logro que figuran en el programa de la materia, la gran mayoría están fundadas en los objetivos que presenta el Diseño Curricular del Ciclo Básico de la educación secundaria propuestos por el Ministerio de Educación de la Provincia de Córdoba. Allí se puede observar cómo la planificación de los docentes de los cursos se basó en estas expectativas propuestas para lograr que los estudiantes se apropien de un lenguaje algebraico y poder tratar aspectos generales en las propiedades geométricas, utilizar un software geométrico para realizar construcciones, emplear y estudiar funciones para resolver problemas extramatemáticos e intramatemáticos, entre otras.

2.1. Análisis de nuestra planificación

Para realizar la estructura de nuestra propuesta de enseñanza, nos apoyamos en las ocho variables básicas que consideran Gvirtz y Palamidessi, (2006). Entendemos por variables “las cosas o aspectos de la realidad en las que debemos pensar si queremos planificar y desarrollar una actividad sistemática de la enseñanza” (Gvirtz y Palamidessi, 2006, p. 12)

Estas variables son:

- a) Las metas, objetivos o expectativas de logro;
- b) La selección de los contenidos;
- c) La organización y secuenciación de los contenidos;
- d) Las tareas y las actividades;

- e) La selección de materiales y recursos;
- f) La participación de los alumnos;
- g) La organización de los escenarios;
- h) La evaluación de los aprendizajes.

A continuación, desarrollaremos cada una de estas variables, teniendo en cuenta la propuesta de enseñanza elaborada y la reflexión que resultó de nuestra experiencia en las prácticas profesionales donde implementamos la misma.

2.1.1. Las metas, objetivos o expectativas de logro

Teniendo en cuenta la caracterización que se presenta en el texto de Gvirtz y Palamidessi (2006) “las metas y objetivos suelen aludir a aspiraciones más bien concretas, puntuales, más relativas a la tarea cotidiana del docente” (p.13). Nuestras aspiraciones consistieron en realizar una propuesta de enseñanza que colocara al estudiante en el centro de su propia actividad, así como también integrara a todos los estudiantes. Para lograr esto, se consideraron las expectativas de logro que figuraban en el programa anual de los docentes tutores, los diálogos que mantuvimos con ellos y las sugerencias de nuestra profesora supervisora de prácticas. Así, construimos los siguientes objetivos para Función Afín.

- Que los estudiantes realicen una traducción de aspectos geométricos a los parámetros de la expresión algebraica, de la función afín y viceversa.
- Que los estudiantes puedan distinguir trayectorias rectilíneas en el plano y representarlas algebraicamente mediante la expresión de función afín, y viceversa.
- Que puedan reconocer las distintas representaciones (simbólica, algebraica, gráfica, tablas, coloquial y realidad) de una función afín y, seleccionar la más adecuada para encontrar raíces, pendientes y ordenadas al origen.
- Que los estudiantes puedan reconocer en la expresión simbólica y gráfica de una función afín la representación de una situación problemática de semirealidad que se modele mediante este tipo de función.

2.1.2. La selección de los contenidos

Para una mejor organización, dividimos el contenido a desarrollar en nuestras prácticas en Ejes Temáticos.

Estos son:

- Eje Temático 0: Introducción
 1. Actividad introductoria para definir función afín basada en una animación realizada con GeoGebra⁴
- Eje temático 1: Función afín
 1. Expresión algebraica y representación gráfica de la función afín.
 2. Definición y reconocimiento de la pendiente y ordenada al origen.
 3. Cálculo de la raíz de una función afín.
 4. Ejercitación que permita visualizar las distintas traducciones de una representación a otra de la función afín.
- Eje temático 2: Rectas en el plano
 1. Rectas paralelas y perpendiculares.
 2. Condiciones para que una recta sea paralela o perpendicular.
 3. Ejercitación que permita visualizar las distintas traducciones de una representación a otra de las rectas en el plano
- Eje temático 3: Sistemas de ecuaciones
 1. Encontrar las coordenadas de los puntos de intersección mediante una solución simultánea de las ecuaciones de las rectas.

⁴ GeoGebra (<https://www.geogebra.org/classic>) es un software libre de matemática utilizado por docentes y estudiantes de todo el nivel educativo. Ofrece tres perspectivas diferentes de cada objeto matemático: Vista gráfica (Geometría), vista algebraica (Álgebra) y vista de hoja de cálculo. Estas, se vinculan dinámicamente lo que permite una conexión con cada representación.

2. Método de resolución de un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas para encontrar las coordenadas del punto de intersección de dos rectas definidas por una función afín.

Por cuestiones ajenas a nosotras desarrollamos los Ejes Temáticos 0 y 1 durante nuestras prácticas.

2.1.3. La organización y secuenciación de los contenidos

Para Gvirtz y Palamidessi (2006) hay tres criterios para la organización de los contenidos. Estos son: por disciplinas, por actividades e intereses y por temas o proyectos de trabajo. Nosotras optamos por la organización del contenido por actividades e intereses, tomando como referencia el eje temático 0 que cuenta con una animación realizada en GeoGebra, que nos permitiría abordar todos los ejes temáticos restantes propuestos.

La secuencia de los contenidos que figuran en los ejes temáticos, fueron organizados en función de su grado de significatividad para que todos los temas tuvieran una coherencia entre sí y los estudiantes pudieran ver la relación entre los conceptos de cada eje.

Al colocar como Eje temático 1: función afín, los estudiantes podrían visualizar, entre otras cosas, que la representación gráfica de esta función es una recta, cómo se define la expresión algebraica de la misma y cuáles son los parámetros que la conforman. Esto nos ayudaría al momento de definir de forma algebraica las condiciones para que una recta sea paralela o perpendicular a otra, lo cual se encuentra en el Eje temático 2: rectas en el plano. Para el Eje temático 3: Sistemas de Ecuaciones, es decir, reconocer de manera gráfica rectas paralelas y secantes (entre ellas, las perpendiculares), nos daría pie para identificar de manera gráfica, cuándo un sistema de ecuaciones tiene solución única, infinita o ninguna.

La idea central de cada eje estaba fuertemente ligado a una animación realizada en GeoGebra la cual se explicará en la sección de tareas y actividades.

2.1.4. (d) Las tareas y las actividades; (e) La selección de materiales y recursos

Decidimos desarrollar en esta sección las variables d) y e) ya que consideramos que están vinculadas entre sí debido a que “la presentación del contenido a los alumnos requiere

de soportes sobre los que los alumnos realizarán las actividades” (Gvirtz y Palamidessi, 2006, p. 18).

Todas las actividades fueron pensadas con el fin de que los estudiantes pudieran realizarla de forma individual o conjunta. Generalmente, luego de cada actividad, se realizaba una puesta en común para favorecer el intercambio de ideas entre los compañeros.

A continuación, se detallarán las actividades realizadas en ambos cursos que fueron más significativas en nuestras clases. Mencionaremos cómo se fueron desarrollando y que decisiones fueron necesarias tomar.

Actividades para el eje temático 0: Introducción.

La actividad que se realizó en el Eje temático 0 llamado Introducción, se basó en la búsqueda de regularidades mediante la identificación de diferentes gráficas de funciones para que los estudiantes logran reconocer qué expresiones algebraicas de estas gráficas, son funciones afines. Para realizar esto presentamos dos animaciones. La primera consistió en un videojuego, *Fortnite*⁵, conocido por los estudiantes (Figura 6) del cual se les presentó una animación de 30 segundos en donde se podían ver trayectorias rectilíneas que realizaban los objetos utilizados por los personajes. Este video fue disparador para presentarles la segunda animación realizada en GeoGebra (Figura 7). Mediante la pregunta **¿Cómo creen ustedes que hacen los programadores para que todo lo mencionado tenga movimiento?** (Ver página 6 del guion 1 en el Anexo 1), intentamos motivar la discusión y organizar, de alguna manera, el recorrido de enseñanza posterior sobre la temática.

⁵ <https://www.epicgames.com/fortnite/en-US/home>



Figura 6. Recorte del Videojuego Fortnite propuesto para iniciar las actividades



Figura 7. Captura de la animación realizada por nosotras con GeoGebra

La actividad realizada en GeoGebra tenía como objetivo lograr que los estudiantes identificaran trayectorias rectilíneas y no rectilíneas, distinguir entre rectas paralelas y perpendiculares y por último buscar regularidades que permitieran descubrir la expresión algebraica de las trayectorias rectilíneas para luego definir esas trayectorias como funciones afines.

Para realizar la animación se crearon en GeoGebra rectas que fueran paralelas, perpendiculares y secantes, así como también cónicas y un gráfico que representa a la función $\text{sen}(x)$ (Figura 8). A estas rectas se le asociaron imágenes de satélites, cometas, astronautas entre otros (Figura 8) que trataban de imitar objetos del espacio y apelar al sentido común de los estudiantes, en cuanto a ciertas nociones del espacio como, por ejemplo: los satélites no pueden chocarse entre sí, los cometas, si pueden chocarse entre sí, etc. Todas estas relaciones y trayectorias están representadas en la Figura 8 por colores distintos para que se destaquen una de las otras. Así las rectas que son paralelas se marcaron de color amarillo, las perpendiculares de fucsia, entre otras relaciones como puede verse en la Figura 8.

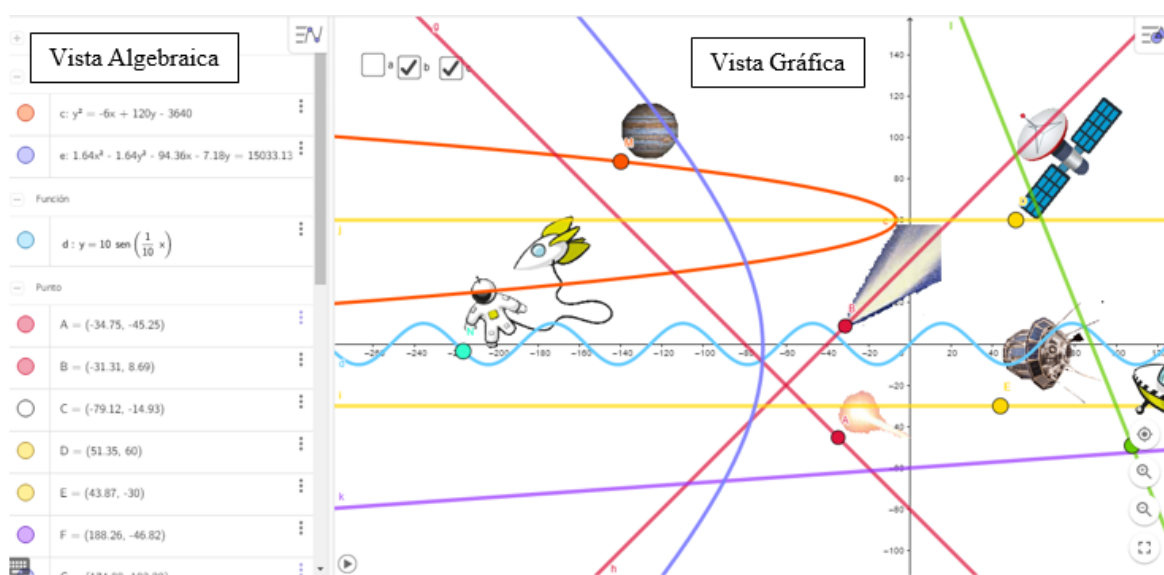


Figura 8. Representación de la estructura en GeoGebra elegida para realizar la animación

Actividades para el Eje temático 1: Función afín

Actividad 1: Uso de trayectorias rectilíneas para realizar la animación en GeoGebra

Para la primera parte del Eje Temático 1 (Expresión algebraica y gráfica de la función afín) se usó la animación en GeoGebra, la vista algebraica de este software (que se muestran en la Figura 8) y las acciones que el mismo presenta como rastro, visualizar fondo, entre otras. Todo esto se utilizó con el objetivo de guiar a los estudiantes a que puedan visualizar que detrás del videojuego, se definieron trayectorias en un sistema de coordenadas, que los objetos están puestos sobre una gráfica y que estas gráficas están descritas de forma

algebraica. Para lograr esto, se fue exhibiendo de forma inversa lo hecho en la animación, como ser: quitar el fondo de la animación, hacer visibles los puntos que asociamos a cada imagen como se muestra en la Figura 9, mostrar los ejes cartesianos, y por último las trayectorias asociadas a cada imagen. Para una mejor interiorización de estas acciones, el lector podrá ver lo realizado en el guion 1 que se encuentra en el Anexo 1.

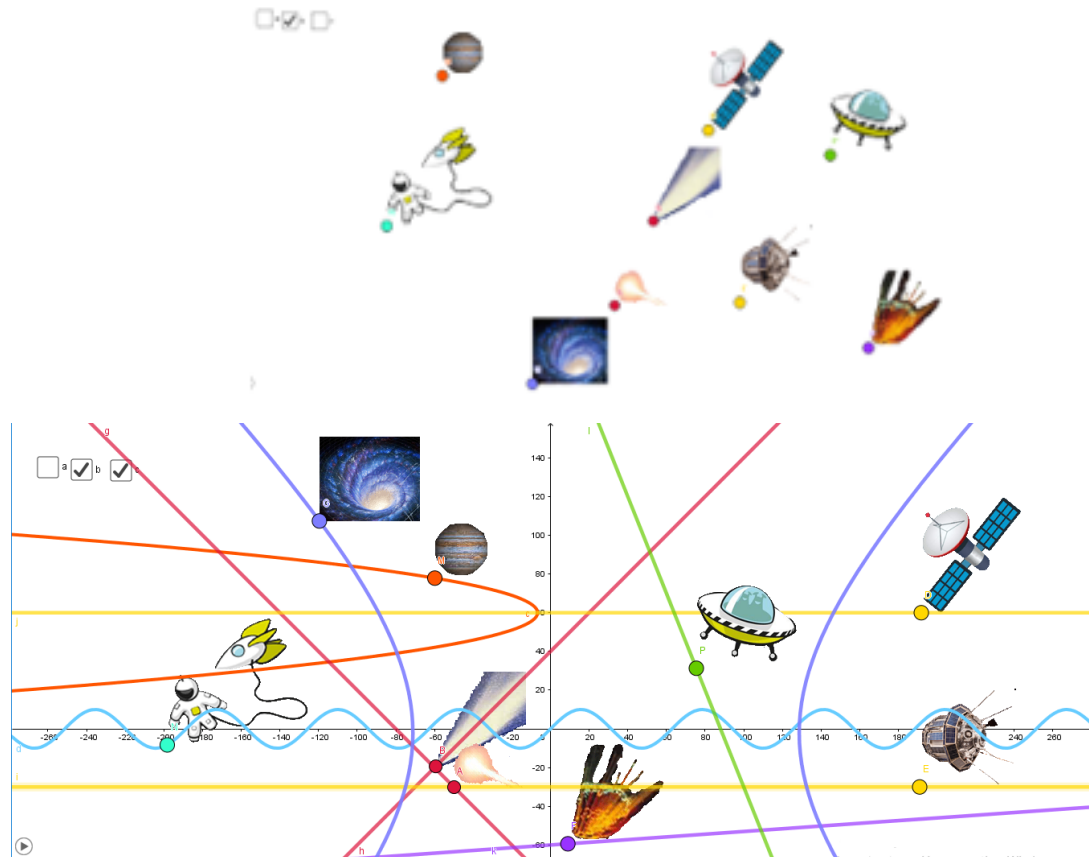


Figura 9. Animación sin fondo, con puntos visibles, trayectorias y eje de coordenadas

Actividad 2: Análisis de los parámetros de la función afín con un recurso online de GeoGebra

La siguiente actividad consistió en el análisis de los parámetros de la función afín. El objetivo que se esperaba fue el de identificar, en su expresión algebraica, cuál es el parámetro que representa a la pendiente y cuál el que define la ordenada al origen, y así, poder visualizar

como estos modifican la recta. Para esta instancia, se usó un recurso⁶ disponible en la web de la sección materiales GeoGebra. De acuerdo a los objetivos mencionados, el material elegido consistió en el análisis de los parámetros de la función afín, haciendo uso de deslizadores⁷, como se muestra en la Figura 10, para poner en evidencia como, en la vista gráfica, la recta se modifica a medida que estos parámetros varían. A este material hubo que hacerle una pequeña modificación, ya que tanto el deslizador azul como el rojo, que se muestran en la Figura 10, tomaban los valores reales comprendidos entre $[-50, 50]$. Se decidió que, para una mejor visualización, los deslizadores comprendieran solo los números enteros comprendidos entre $[-50, 50]$

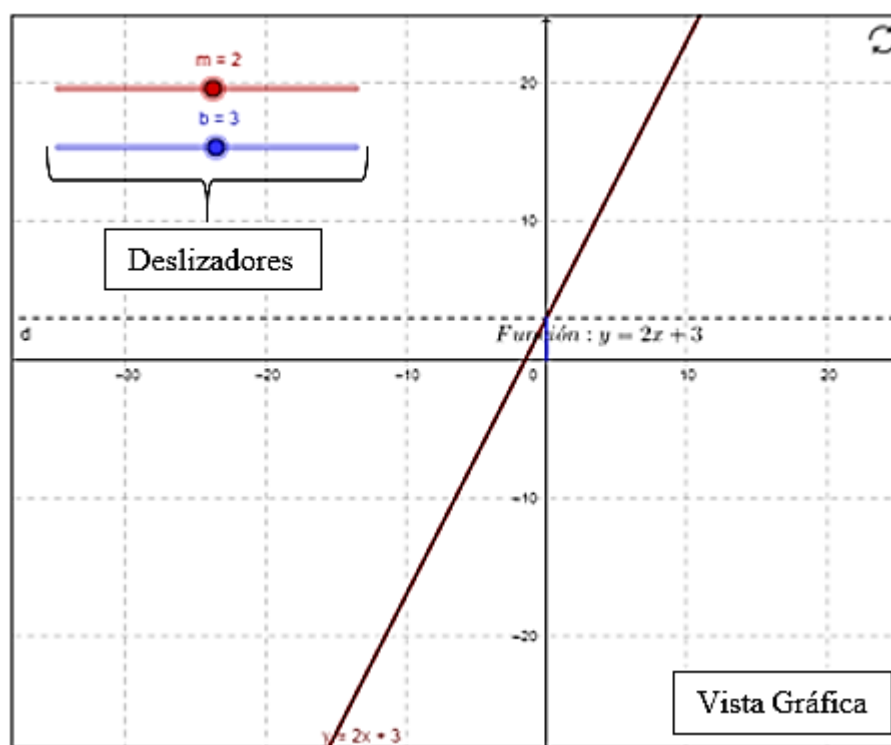


Figura 10. Deslizadores de GeoGebra para explorar los parámetros de la función afín

⁶ <https://www.geogebra.org/m/E6Yz7NmR> Esta sección consiste en una plataforma virtual en donde usuarios de GeoGebra comparten materiales elaborados por ellos para ayudar a la comunidad que conforma este software dinámico.

⁷ Los deslizadores son una herramienta de GeoGebra que nos permite asociar ciertos parámetros de la función lineal para estudiar cómo estos modifican la recta. En nuestro caso, se asoció los parámetros m y b que corresponden a la pendiente y la ordenada al origen respectivamente.

Se realizó una serie de preguntas para que los estudiantes pudieran identificar cuál es el coeficiente que representa a la pendiente y cuál el que define la ordenada al origen. Estas fueron:

- a) ¿Qué pasa si muevo el deslizador azul / rojo?
- b) ¿Qué valores toma el parámetro b / m ?
- c) ¿Qué le sucede a la recta cuando b / m toma esos valores?
- d) ¿Qué cambia en la fórmula al mover el deslizador azul / rojo?

Como ya se mencionó anteriormente, se esperaba con estas preguntas que los estudiantes visualizaran como se modificaba la recta variando cada parámetro. Por ejemplo, si accionábamos el deslizador rojo (Figura 10) que corresponde a la pendiente, la recta se aproximaba más al eje de las ordenadas, y si accionábamos el deslizador azul que corresponde a la ordenada al origen, la recta subía o bajaba (dependiendo del valor que tomara) por el eje de las ordenadas.

Actividad 3: Identificación de funciones afines, reconocimiento de parámetros y obtención de los mismos resolviendo una ecuación de primer grado con una incógnita

Una de las tareas que se dio en los dos cursos, fue la resolución de algunas actividades seleccionadas de la Guía de Actividades 1 que se adjunta en el Anexo 2. Esta guía se proponía reforzar los contenidos de función vistos anteriormente con los docentes tutores y los nuevos que se habían desarrollado hasta el momento: cálculo de la pendiente conociendo la ordenada al origen y un punto que pertenece a la recta, el cálculo de raíces e identificar gráficos con su expresión algebraica. Las actividades fueron entregadas a cada estudiante por medio de fotocopias. Y para la resolución de las mismas, se utilizó un Power Point que fue acompañado por exposiciones orales nuestras explicando cada ejercicio.

En la Figura 11 se muestra la solución del inciso 2 de la Actividad 3. La consigna consistió en identificar las expresiones algebraicas con la recta correspondiente. Se analizó la función $y = \frac{2}{3}x - 1$. Se hizo hincapié en nombrar correctamente cada parámetro de la expresión algebraica y en marcar con un círculo de color celeste, como puede verse en la Figura 11, donde estaba representado el parámetro mencionado. Luego se realizó la tabla de

valores que se muestra en color rojo en la Figura 11 donde se pusieron algunos valores que puede tomar la variable independiente y se calculó la imagen de estos valores realizando la cuenta como puede verse en la Figura 11.1. Luego se organizaron los valores de la tabla en pares ordenados (Figura 11.2). De esta forma, los estudiantes buscaban que los puntos encontrados pertenecieran al gráfico de la función que se presentaba.

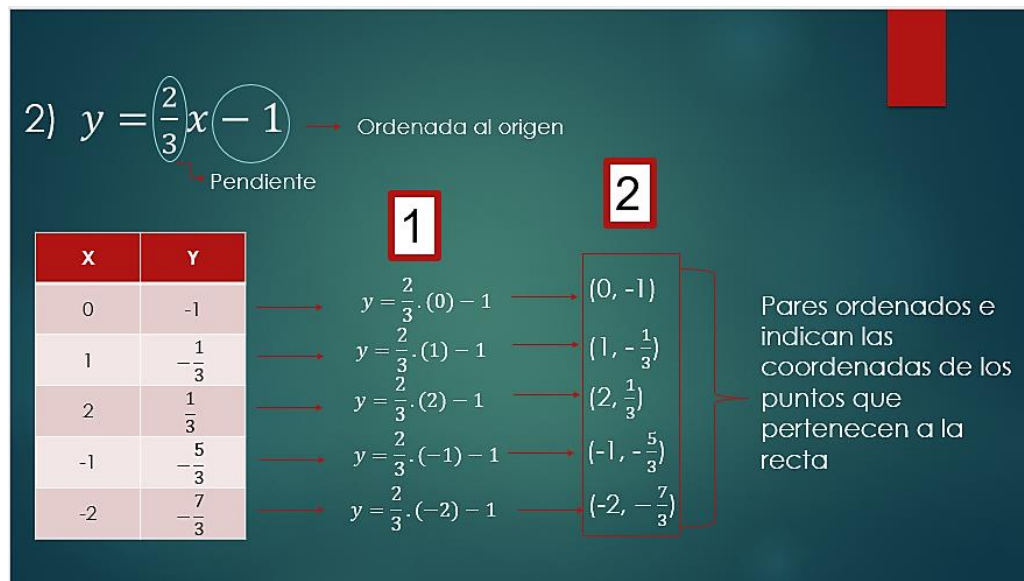


Figura 11. Captura de la solución del inciso 2 de la actividad 3

El inciso 3 de la actividad 3, consistió en encontrar el valor de la pendiente sabiendo la ordenada al origen y un punto que pertenece a la recta. Para resolver esta actividad, se realizó la diapositiva que se muestra en la Figura 12 donde la ordenada al origen es 15 y el punto (-2, 18) pertenece a la recta. El objetivo de esta actividad era que los estudiantes despejaran de una ecuación el valor de la pendiente (m). Para eso se reconoció cuales eran los valores de “x” e “y” qué representaba el par ordenado y qué parámetro correspondía a la ordenada al origen (Figura 12, recuadro naranja). Luego se reemplazaron estos valores en la expresión simbólica $y = mx + b$ y se despejó el valor de m.

b) Ordenada al origen: 15 \rightarrow $b = 15$

El punto $(-2, 18)$ pertenece a la recta \rightarrow $\begin{cases} x = -2 \\ y = 18 \end{cases}$

Hallar el valor de m en la expresión simbólica $y = mx + b$

$$y = mx + b$$

$$18 = m(-2) + 15 \rightarrow \frac{18 - 15}{-2} = m \rightarrow m = -\frac{3}{2}$$

Figura 12. Captura de la solución del inciso 3 de la Actividad 3

El inciso 5 (de la misma actividad) consistía en encontrar las raíces de las funciones afines. Para su resolución, primero se dio la definición de las raíces de una función de manera analítica y geométrica, como se muestra en la Figura 13.

Las **raíces** de una función son los valores de x para los cuales la imagen $f(x)$ es cero

Es decir, busco un valor de x para que $f(x) = 0$

Geoméricamente es el punto donde la gráfica de la función intercepta al eje de las abscisas

Figura 13. Captura de la definición de raíz que se trabajó

Luego en la Figura 14 A se muestra la resolución de uno de los incisos de la Actividad 4 de manera analítica, donde se fue escribiendo un “punteo” de los pasos a seguir para

resolver la actividad, como se observa en la Figura 14 A.1 y 14 A.2

d) $f(x) = x + 3 - 5$
 $f(x) = x - 2$

► Buscar el valor de x que satisface la ecuación $f(x) = 0$ **1**

$x - 2 = 0$

► Resolver la ecuación y hallar el valor de x que satisface la ecuación $f(x) = 0$ **2**

$x = 2$

Figura 14 A. Captura de la solución de la Actividad 4

En la Figura 14 B se observa cómo se resolvió la actividad de manera gráfica, marcando el punto que representa a la raíz de la función en color rojo.

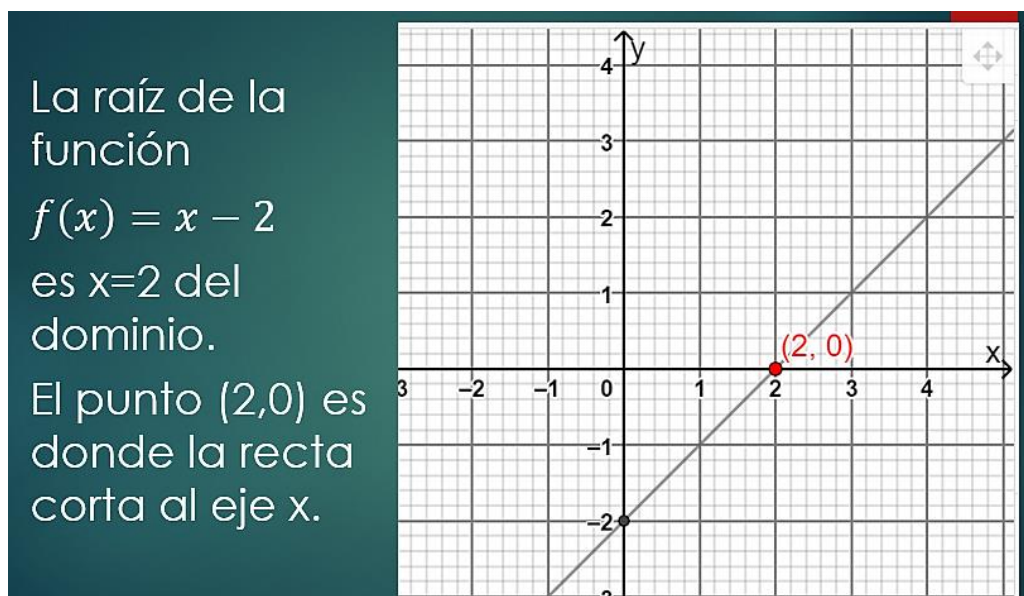


Figura 14 B. Captura de la solución de la Actividad 4

El inciso 7 consistía en determinar el valor de verdad de un enunciado para ver si un par ordenado pertenecía o no a la recta. Se tomó a modo de ejemplo, el enunciado que se muestra en la Figura 15. En este caso, había que decidir si el par ordenado $(2, 3)$ pertenecía a la recta

$y = 3x + 6$. Para ello, se reemplazaron los valores de “x” e “y” en la ecuación correspondiente (ver 1 en Figura 15) y se resolvió la ecuación. Como en este caso no se obtuvo una igualdad, se concluyó que la afirmación es falsa. Se les aclaró a los estudiantes que cuando la igualdad se cumple, la afirmación es verdadera.

a) El par ordenado (2, 3) pertenece a $y = 3x + 6$ **Falso**

$y = 3x + 6$ $x = 2$ e $y = 3$

$3 = 3(2) + 6$ $3 = 12$ $3 \neq 12$

Figura 15. Captura de la solución de la Actividad 7

Actividad 4: Interpretación geométrica de la relación matemática $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ para la pendiente de una función afín con el manipulador virtual Phet Interactive Simulations

Esta actividad consistió en la interpretación geométrica de la relación matemática $\frac{\Delta y}{\Delta x}$, pendiente de la función afín. Este tema se abordó de distintas maneras en los cursos. En uno, el primer abordaje fue mediante el uso de TIC utilizando un manipulador virtual, Phet Interactive Simulations (<https://phet.colorado.edu/es/simulations>) (Figura 16).

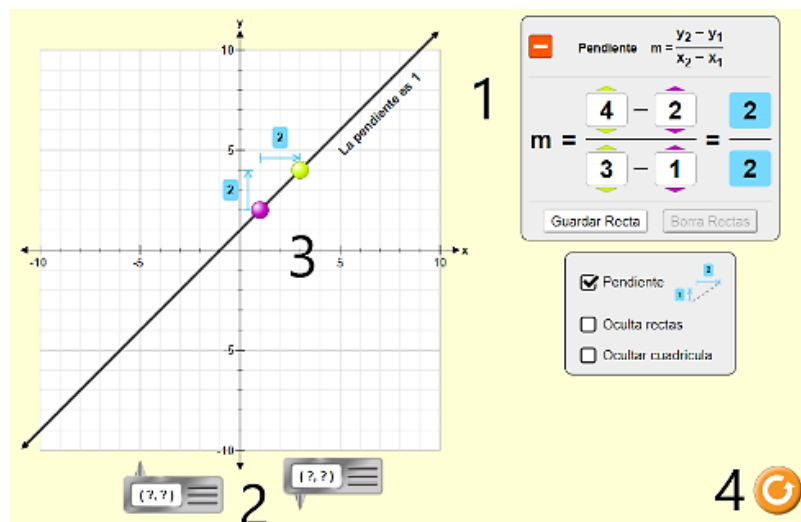


Figura 16. Captura del manipulador virtual que permite explorar los parámetros de la función afín

Entendemos que, los manipuladores virtuales para matemáticas son representaciones digitales que ayudan a ilustrar las relaciones propias de esta ciencia y sus aplicaciones. Permiten al estudiante trabajar la matemática de forma experimental, es decir, explorar con los objetos matemáticos y poder investigar propiedades, relaciones, producir conjeturas, conclusiones, etc. De este modo, estos materiales brindan a los estudiantes un aprendizaje basado en la experiencia y la intuición. Permite también construir, fortalecer y conectar varias ideas matemáticas al tiempo que aumentan la variedad de problemas sobre los que pueden pensar y resolver.

Esta actividad se llevó a cabo en el aula usando el proyector y los celulares de los estudiantes. Antes de comenzar con la actividad se les envió, a través de bluetooth, la aplicación. Esta debía estar descargada en los dispositivos móviles para que no sea necesario utilizarlo con una conexión a internet. Como material de soporte, se completó con una guía de actividades en fotocopias para que los estudiantes pudieran trabajar de a dos. La guía consistía en lo siguiente:

Objetivos:

- Construir una fórmula para calcular la pendiente de una recta dados dos puntos de ella.

- Construir y determinar la pendiente de una recta dado las coordenadas de dos puntos cualesquiera en la recta.

1) Observe y responda en su carpeta las siguientes preguntas:

- a) ¿Cuál es la conexión entre el numerador (parte superior de la fracción) y la recta graficada (o puntos en la recta)?
- b) ¿Cuál es la conexión entre el denominador (parte inferior de la fracción) y la recta graficada (o puntos en la recta)?

2) Coloque los dos puntos del simulador Phet de una manera que cree una pendiente de $m = 5$

¿Qué estrategia usaste para crear esa pendiente? ¿Cuál es otra estrategia que podrías usar?

3) Para calcular la pendiente se necesita mirar 2 puntos en la recta, (x_1, y_1) y (x_2, y_2) .

a) Utilizando la ecuación de la pendiente que aparece en la pantalla del simulador Phet y graficando 3 rectas cualesquiera, completar el siguiente cuadro.

	1	2	3
Gráfico			
Coordenadas de los puntos en la recta	(\quad , \quad) y (\quad , \quad)	(\quad , \quad) y (\quad , \quad)	(\quad , \quad) y (\quad , \quad)
Cálculo de la pendiente	$m = \frac{\square - \square}{\square - \square} = \frac{\square}{\square}$	$m = \frac{\square - \square}{\square - \square} = \frac{\square}{\square}$	$m = \frac{\square - \square}{\square - \square} = \frac{\square}{\square}$
Tipo de pendiente	<input type="checkbox"/> Positiva <input type="checkbox"/> Negativa <input type="checkbox"/> Cero <input type="checkbox"/> Indefinida	<input type="checkbox"/> Positiva <input type="checkbox"/> Negativa <input type="checkbox"/> Cero <input type="checkbox"/> Indefinida	<input type="checkbox"/> Positiva <input type="checkbox"/> Negativa <input type="checkbox"/> Cero <input type="checkbox"/> Indefinida

b) En la fracción que representa la pendiente, describir como el numerador y el denominador se relacionan con el gráfico.

4) Calcular la pendiente de una recta que contiene los puntos:

- i. $(-5, -3)$ y $(1, 6)$
- ii. $(-9, 8)$ y $(5, -9)$

El trabajo con el manipulador virtual, no resultó lo bastante claro para el desarrollo de la clase ya que por una observación del profesor tutor, los estudiantes esperaban ver el punto que representaba la pendiente. Esto hizo que la comprensión de los estudiantes sobre el significado de la relación matemática $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ no fuera comprendido del todo. Debido a esto y conversando con la profesora supervisora, se determinó realizar un cambio en el guion conjetural que consistió en utilizar el pizarrón para graficar dos funciones en donde los estudiantes pudieran visualizar el concepto de distancia en “x” y el de distancia en “y”.

Como el manipulador no dio los resultados esperados, se decidió que esta actividad no se realice en el otro curso. Esta “experiencia” será objeto de análisis en el Capítulo 3.

Queremos mencionar que esta actividad en un principio se iba a realizar en el Aula Multimedia del colegio. Allí, los estudiantes iban a disponer de unos minutos para explorar el programa y luego responder la guía de actividades que se describió arriba, pero debido a motivos organizativos que nos excedían no se pudo contar con este espacio, por lo que se decidió realizar la actividad en el aula.

Actividad 5: Interpretación geométrica de la relación matemática $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ con Tablas

La siguiente actividad completa el abordaje de la relación matemática $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ trabajada con tecnologías. Debido a esto, se optó por realizar una tabla de valores para la función $f(x) = 3x + 1$ que dé cuenta a qué nos referíamos con la diferencia en “x” (Δx) e “y” (Δy). Se realizó la tabla que se muestra en la Figura 17 donde se escribieron los elementos del dominio y su respectivo valor de la imagen para esa función.

	X	Y	
$\Delta x = x_2 - x_1 = -2 - (-3) = 1$	-3	-8	$\Delta y = y_2 - y_1 = -5 - (-8) = 3$
$\Delta x = x_2 - x_1 = -1 - (-2) = 1$	-2	-5	$\Delta y = y_2 - y_1 = -2 - (-5) = 3$
$\Delta x = x_2 - x_1 = 0 - (-1) = 1$	-1	-2	$\Delta y = y_2 - y_1 = 1 - (-2) = 3$
$\Delta x = x_2 - x_1 = 1 - 0 = 1$	0	1	$\Delta y = y_2 - y_1 = 4 - 1 = 3$
$\Delta x = x_2 - x_1 = 2 - 1 = 1$	1	4	$\Delta y = y_2 - y_1 = 7 - 4 = 3$
$\Delta x = x_2 - x_1 = 3 - 2 = 1$	2	7	$\Delta y = y_2 - y_1 = 10 - 7 = 3$
	3	10	

Figura 17. Tabla realizada para descubrir la regularidad en la relación matemática $\frac{\Delta y}{\Delta x}$

Para mostrar a qué nos referíamos con la “diferencia en y” y la “diferencia en x” se tomaron los primeros dos pares ordenados de la tabla (-3, -8) y (-2, -5) y se designó que $x_1 = -3$, $y_1 = -8$, $x_2 = -2$, $y_2 = -5$. Luego se realizó la diferencia entre estos valores, como se puede ver en la Figura 17, resaltados con llaves de color negro, obteniendo como resultado 1 y 3 respectivamente. Se prosiguió el desarrollo de la idea tomando los pares ordenados (-2, -5) y (-1, -2), marcados en la Figura 17 con llaves de color celeste, y se analizó nuevamente que el resultado de esta diferencia era 1 y 3. Por último, se tomó el primer par ordenado (-3, -8) y (3, 10), obteniendo de nuevo que la diferencia en “x” y la diferencia en “y” eran 6 y 18 respectivamente. Luego, realizando el cociente entre los resultados de las diferencias y simplificando la expresión, obtuvimos $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{18}{6} = \frac{3}{1}$, llegando a los valores que se obtuvieron con anterioridad en el resolución de los pares ordenados ya analizados. Mediante este procedimiento se pudo generalizar la definición de la relación matemática en cuestión. De forma recursiva se logró que los estudiantes visualizaran el significado de relación

matemática $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ y, en particular, a que nos referíamos cuando hablamos de “diferencia en x” y “diferencia en y”⁸

Actividad 6: Guía de situaciones problemáticas en un entorno de semirrealidad

Esta Guía se dio como una propuesta de acercamiento a la función afín como un modelo matemático. El objetivo era que los estudiantes puedan afianzar el concepto de relación matemática, mediante situaciones problemáticas que hacen referencia a una realidad o semirrealidad También que pudieran integrar conceptos preexistentes como ser el de dominio e imagen de una función o escribir la expresión algebraica de la función afín sabiendo su pendiente, puntos por lo que pasa, entre otras.

Se buscaba principalmente abordar la función lineal mediante situaciones problemáticas que representaran un contexto de semirrealidad para poder integrar todos los conceptos que se desarrollaron en nuestras prácticas profesionales. Se analizará una de las actividades presentes en esta guía que consiste en la resolución de un problema, mientras que las otras pueden verse en el Anexo 3.

⁸ Esta actividad utilizando tabla, también fue llevada a cabo en la clase siguiente en el curso donde se había implementado el uso del manipulador virtual Phet, pero aquí con el objetivo de validar la relación matemática que ya se había desarrollado con ese recurso digital.

Actividad 1

Todos los taxis cobran un monto fijo por empezar un viaje, llamado “bajada de bandera”, y luego un precio por cuadra llamado “ficha”. Un taxi cobra \$33 la bajada de bandera y \$2 la ficha:

- a) ¿Cuáles son las variables de la situación planteada?
- b) ¿Cuál es la variable independiente en esta situación? ¿Y la dependiente?
- c) ¿Cuál es el monto fijo que cobra el taxista por empezar el viaje?
- d) ¿Cuál es el monto que nos cobran por cada cuadra recorrida?
- e) ¿Cuánto cuesta un viaje de diez cuadras?
- f) Si un viaje costó \$103 ¿Se puede saber cuántas cuadras recorrió el taxi?
- g) ¿Cuánto cuesta un viaje de cuarenta cuadras?
- h) Si tenemos \$113,70 ¿Cuántas cuadras podemos recorrer en un viaje?
- i) Si quisiéramos saber cuánto pagaremos por cada viaje en taxi que realicemos. ¿Cuál es la expresión algebraica que nos permitirá calcular el total a pagar en función de las cuadras recorridas?
- j) Realizar un gráfico de la situación planteada
- k) ¿Tiene sentido en este caso calcular la raíz para esta situación?
- l) ¿Cuál es el dominio de la función encontrada? ¿y la imagen?

Para esta actividad, se les otorgó a los estudiantes unos minutos con fin de que lean el enunciado para luego realizar la resolución de la misma al frente. Se fueron realizando preguntas a los estudiantes como, por ejemplo: ¿alguna variable depende de otra?, para poder responder las cuestiones planteadas en el inciso b). En c), se preguntó si el monto varía de acuerdo a las cuadras recorridas y qué parámetro de la función afín representa este. Para d) se realizó la siguiente pregunta: ¿Qué parámetro de la función afín representa el valor que nos cobra el taxi por cada cuadra? En e) se esperaba que realizaran la siguiente ecuación $10(2) + 33 = 53$ y así continuando hasta resolver la actividad.

Actividades para el eje temático 2: Rectas en el plano

Se proponía volver a nuestra animación realizada en GeoGebra (Figura 8) para que los estudiantes pudieran identificar qué trayectorias eran paralelas y cuales perpendiculares. Una vez identificadas, usando la vista algebraica de GeoGebra, se pretendía que visualizaran cómo es la expresión algebraica que define a cada par de rectas que guardan estas relaciones y que condiciones deberían cumplir para que efectivamente fueran paralelas y perpendiculares.

Actividades para el eje temático 3: Sistemas de ecuaciones

Se proponía usar la animación realizada en GeoGebra para encontrar las coordenadas de los puntos de intersección de las trayectorias rectilíneas, mediante una solución simultánea de las ecuaciones de las rectas. Para lograr lo mencionado íbamos a realizar preguntas como, por ejemplo: ¿dónde se produciría el choque entre los cometas? Esto nos daba pie para analizar un sistema de ecuaciones en donde los estudiantes pudieran aplicar algún método de resolución del mismo, y luego volver a nuestra animación para responder a la pregunta inicial con esta solución analítica. De manera análoga, podríamos haberles preguntado ¿qué otros objetos de la animación pueden llegar a intersecarse? ¿en qué coordenadas lo harían? Pretendíamos así, darle sentido a la solución de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas en un problema de impacto de cuerpos en el espacio.

2.1.5. La participación de los alumnos

Como ya se mencionó en el Capítulo 1, los estudiantes eran curiosos y receptivos en las clases. Debido a esto, se decidió realizar una interacción constante con los estudiantes realizando preguntas que promovieran las discusiones en la clase, la participación de los estudiantes al momento de pasar al frente al realizar un ejercicio, y el planteo de dudas que surgían en los grupos de trabajo al momento de realizar las actividades. Todo esto se realizó con la intención de poder atender de manera equitativa a todos los estudiantes y que ellos fueran partícipes en cada actividad y debate que se originaban en los cursos. De esta forma “los alumnos pueden analizar y enriquecer el plan de trabajo propuesto por el docente [...]” (Gvirtz y Palamidessi, 2006, p. 20)

Se optó también por pedirles las actividades de tarea, a modo de trabajos prácticos, para corregirlas y ponerles una nota con el fin de fomentar el compromiso en los estudiantes, ya

que esta nota luego influiría positivamente en los resultados de las evaluaciones. A su vez, estas calificaciones servirían como parámetro para observar los temas que requerían de una mejor y más amplia explicación por nuestra parte.

2.1.6. La organización del escenario

Para Gvirtz y Palamidessi la enseñanza se desenvuelve en un escenario que está definido por el tiempo que se le dedica a la tarea, el espacio en donde se desarrolla la misma y la disposición que tienen los estudiantes dentro del aula.

En cuanto al uso del tiempo, se mencionó en el Capítulo 1 que las clases consistían de 40 minutos separados cada uno por un recreo de 5 minutos. Este aspecto influyó al momento de preparar nuestras clases, ya que las actividades y los temas a desarrollar debieron ser tales que se pudieran desarrollar en los 40 minutos que disponíamos. Mayor desafío resultó en 3ºE, donde las horas cátedras estaban distribuidas en 4 días a la semana (ver Tabla 1 del Capítulo 1). Luego, al reacomodarse los horarios como puede verse en la Tabla 2, pudimos reorganizar las propuestas que teníamos para llevarlas a cabo en esta nueva organización horaria.

LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES	
	3ro "G"	3ro "E"			13:30-14:10
		3ro "G"			
	3ro "G"	3ro "E"		3ro "E"	14:15-14:55
		3ro "G"			
	3ro "G"	3ro "E"		3ro "E"	15:00-15:40
					15:45-16:25
					16:35-17:15
					17:20-18:00
					18:05-18:45

Tabla 2. Horarios de clases adoptados durante nuestras prácticas

En cuanto al agrupamiento los estudiantes se sentaban de manera individual y al momento de realizar las actividades se ponían de a pares o en grupos, para después, en la puesta en común volver a sus lugares para facilitar la discusión y realización de la misma.

2.1.7. La evaluación de los aprendizajes

Durante nuestras prácticas profesionales, se llevaron a cabo dos evaluaciones, una formativa y otra sumativa.

La evaluación formativa consistió en entregar la guía de Actividades que se muestra a continuación:

Guía de Actividades 1

1) A continuación, le presentamos las fórmulas de varias funciones y sus gráficos, Vinculen cada gráfico con su fórmula e indiquen cuales son funciones afines.

a) $y = x + 3$

c) $y = -2x + 2$

e) $f(x) = 2x - 8$

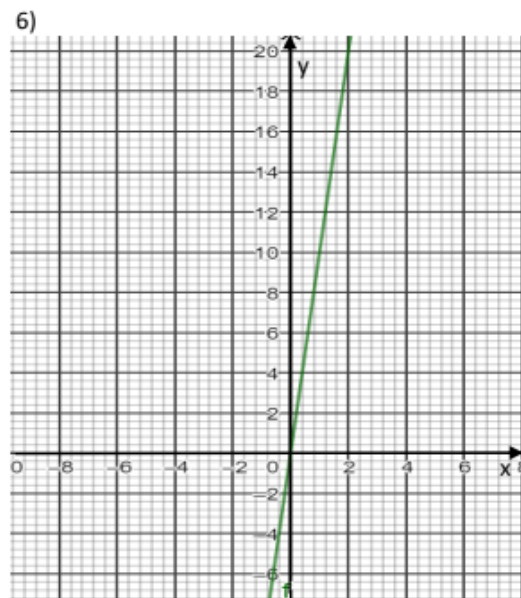
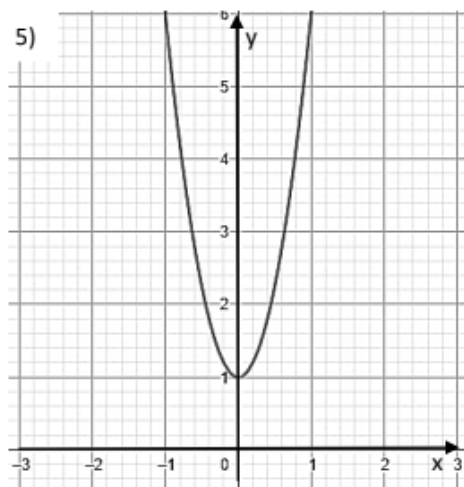
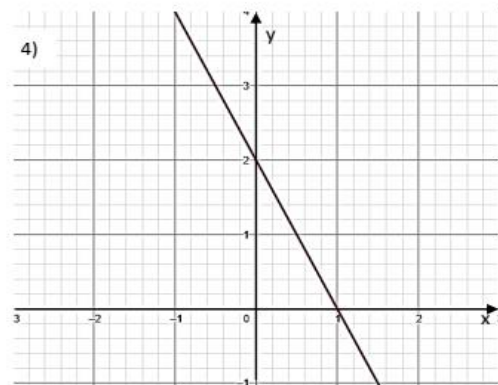
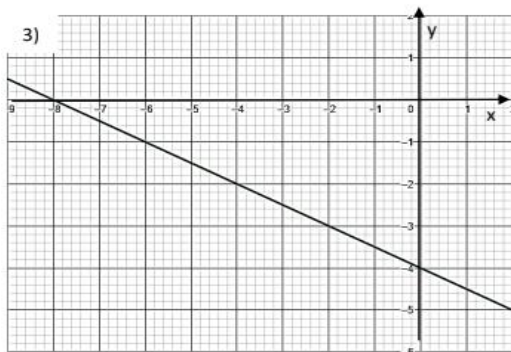
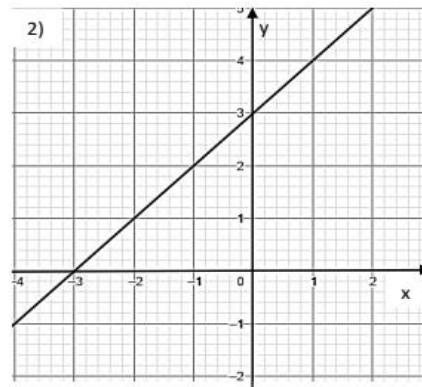
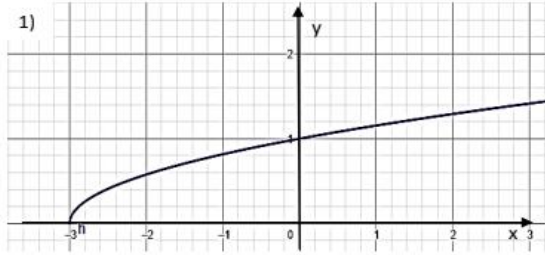
g) $3y^2 - 3 = x$

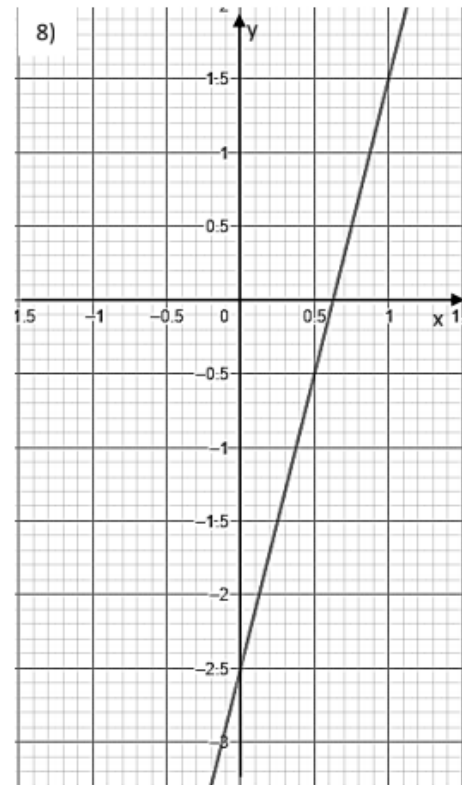
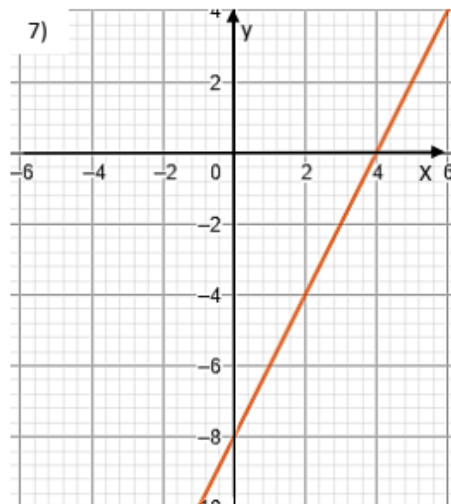
b) $f(x) = 5x^2 + 1$

d) $f(x) = 10x$

f) $x = -2y - 8$

h) $x = \frac{5}{8} + \frac{1}{4}y$





2) Identifique las siguientes fórmulas con la recta que representa cada una de éstas, según la información presentada en los siguientes sistemas de coordenadas cartesianas:

1) $y = 3x - 2$

2) $y = \frac{2}{3}x - 1$

3) $y = 6x - 2$

4) $y = x - 1$

5) $y = 2x - 1$

6) $y = \frac{3}{2}x - 1$

7) $y = x$

8) $y = \frac{2}{5}x + 13$

9) $y = -1$

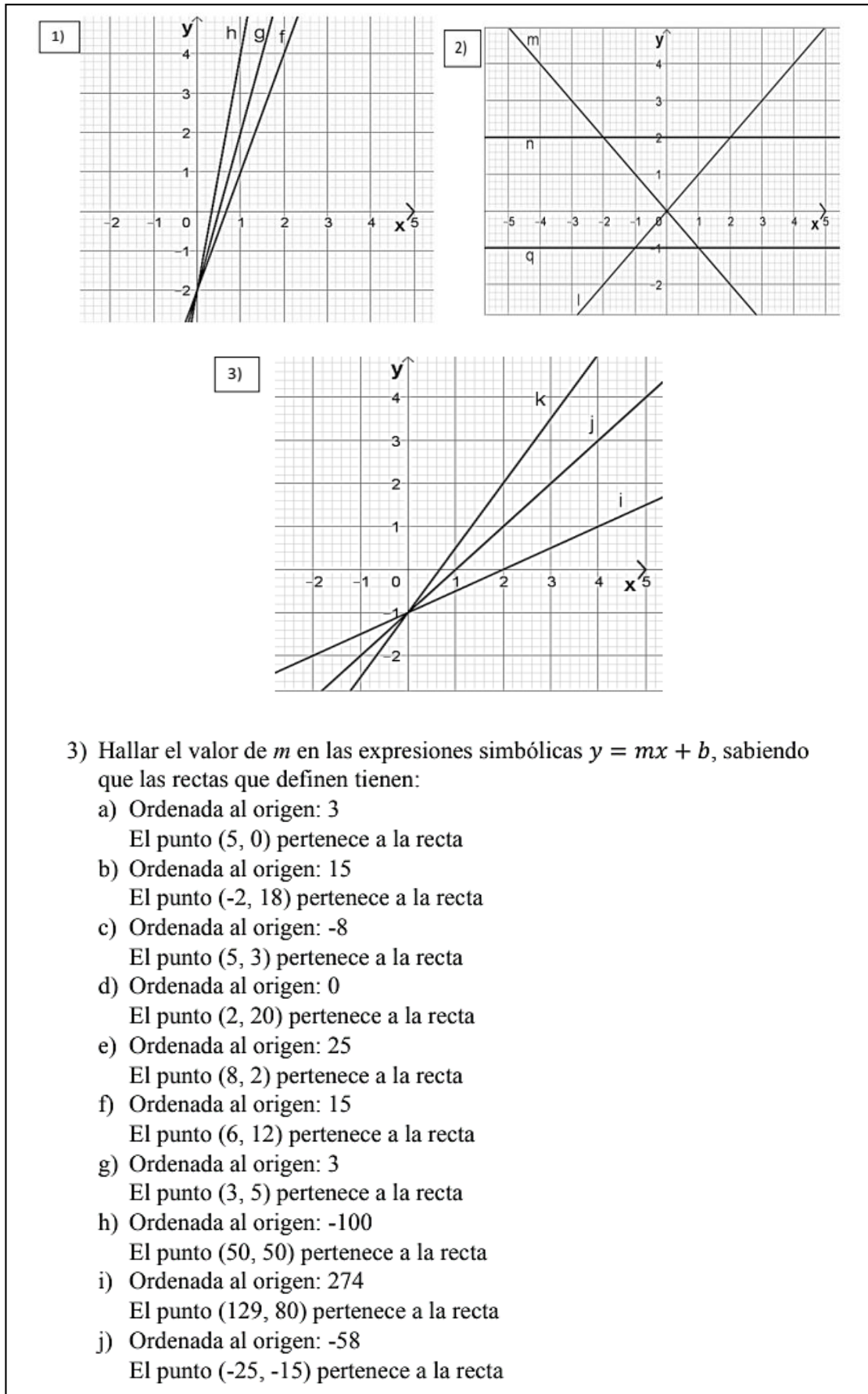
10) $y = 2$

11) $y = 4x - 2$

12) $y = \frac{1}{3}x + 3$

13) $y = \frac{1}{2}x - 1$

14) $y = -x$



4) Encontrar las raíces de las funciones afines

- a) $f(x) = x + 7$
- b) $f(x) = 7x - 2$
- c) $f(x) = 13x + 2x - 6$
- d) $f(x) = x + 3 - 5$
- e) $f(x) = 4x - 12$
- f) $f(x) = 5x + 13$
- g) $f(x) = 24x$
- h) $f(x) = 3x + 2x + 7$
- i) $f(x) = -5x + 12 - 3$
- j) $f(x) = 7x$
- k) $f(x) = 5x + 7 - 4$
- l) $f(x) = 4x - 2x + 3$
- m) $f(x) = x - 14$

5) Represente gráficamente las funciones afines del ejercicio 4

6) Indique si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifique su respuesta

- a) El par ordenado (2,3) pertenece a $y = 3x + 6$
- b) El punto (4,5) pertenece a $y = \frac{1}{2}x + 3$
- c) El punto (7,3) pertenece a $y = \frac{4}{28}x + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$
- d) El par ordenado (1,2) pertenece a $y = \frac{3}{2}x + 3$
- e) El par ordenado (5,5) pertenece a $y = 2x + 3$
- f) El punto (1,10) pertenece a $y = \frac{1}{2}x + 7$
- g) El par ordenado (4,9) pertenece a $y = \frac{13}{27}x + 6$
- h) El par ordenado (2,5) pertenece a $y = \frac{1}{2}x + 4$
- i) El punto (3,7) pertenece a $y = \frac{1}{2}x + \frac{11}{2}$

La evaluación formativa de seguimiento nos proporcionó información acerca de la apropiación de los contenidos enseñados, tales como: graficar e identificar funciones afines, encontrar la raíz de una función afín y despejar el valor de la pendiente desde la ecuación de la recta, quedando ésta como una evaluación formativa con carácter de trabajo práctico, para uno de los cursos.

Los resultados obtenidos en este trabajo práctico se muestran en los siguientes gráficos (Gráfico 1 y Gráfico 2), para 3°G y 3°E, respectivamente, que indican la cantidad de alumnos que obtuvieron una nota superior al 30%

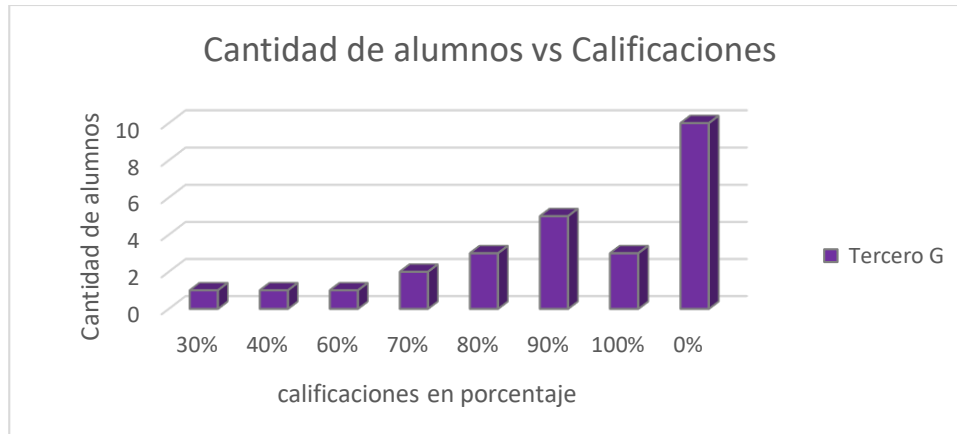


Gráfico 1. Porcentaje de los resultados obtenidos en el Trabajo Práctico de 3°G

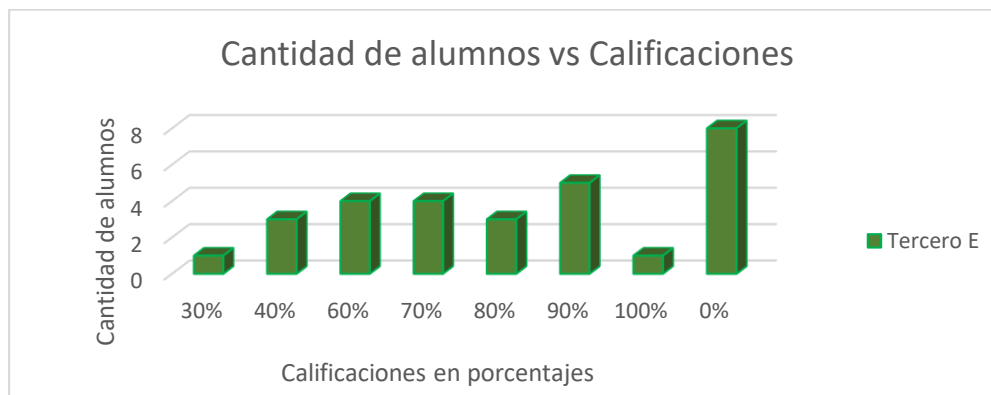


Gráfico 2. Porcentaje de los resultados obtenidos en el Trabajo Práctico de 3°E

La mayoría de alumnos obtuvieron buenas calificaciones: en 3°G la mayoría de los estudiantes obtuvieron un 70% o más en la calificación de su trabajo, y en 3°E la mayoría de los estudiantes un 60% o más en la calificación del mismo. Dados estos resultados consideramos que hubo una apropiación de algunos contenidos por parte de los estudiantes. Queremos aclarar que el 0% corresponde a los estudiantes que no entregaron este trabajo práctico.

La evaluación sumativa, se tomó el último día de nuestras prácticas. En ambos cursos se destinó 120 min para la resolución de la misma. Las evaluaciones tienen ejercicios similares, pero en un curso se armaron dos temas mientras que en el otro no.

Los objetivos que nos proponíamos con esta evaluación sumativa eran:

- Realizar una traducción de lo geométrico a la expresión algebraica de la función afín. Como así también la traducción de la expresión algebraica de la función afín a lo geométrico.
- Distinguir las trayectorias rectilíneas y representarlas algebraicamente mediante la expresión de función afín, y viceversa.
- Reconocer las distintas representaciones (simbólica, algebraica, gráfica, tablas, coloquial y realidad) de la función y sus elementos, de esta forma encontrar raíces, pendientes y ordenadas al origen.
- Reconocer en una situación problemática lo que representa la expresión simbólica y gráfica de una función afín.

A continuación, se muestra la evaluación sumativa:



UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA
COLEGIO NACIONAL DE MONSERRAT

N°

Alumno:	Año	Sección	Calificación	Sello y Firma del Profesor
Asignatura:				
Fecha:				

Criterios de evaluación:

- ✓ Interpretación de cada consigna, es decir que la respuesta obtenida sea pertinente a lo pedido en el ejercicio.
- ✓ Uso adecuado de la simbología y terminología matemática correspondiente al tema
- ✓ Claridad en los procedimientos, de modo tal que el lector pueda seguir el proceso empleado para resolver un ejercicio y se aprecie sin ambigüedades la respuesta
- ✓ Justificación de procedimientos vinculando los parámetros de la fórmula de una función afín con las características de la recta que la representa.
- ✓ Presentación ordenada y clara.

1) Encuentre la fórmula de una función lineal sabiendo que:

- a) Tiene pendiente 5 y ordenada al origen -3
- b) Tiene ordenada al origen 4 y raíz 4
- c) La recta que representa a la función pasa por los puntos (-6; -10) y (0; 2)
- d) La recta que representa a la función es una recta paralela al eje x, que pasa por (-3; 9)

2) En el siguiente gráfico se representan cuatro rectas:

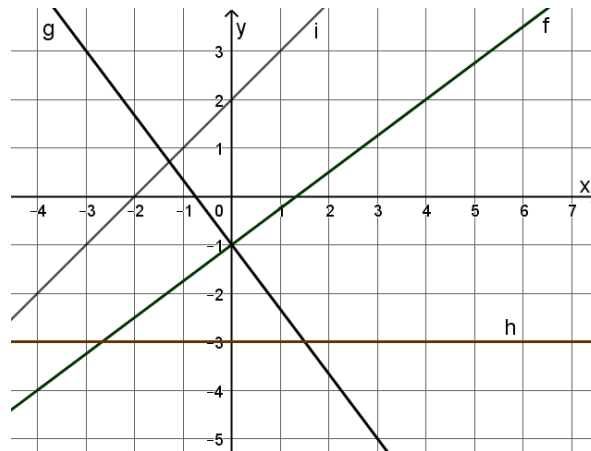
- Identifique la fórmula de la función con la recta que representa su gráfica. Justifique.

a) $f(x) = 0x + (-3)^1$

b) $f(x) = -\frac{4}{3}x - 1$

c) $f(x) = \frac{3}{4}x - 1$

- Encuentre la fórmula de la función que representa la recta que no corresponde a ninguna de las fórmulas anteriores.
- Indica cuales de las funciones anteriores son crecientes, decrecientes o constantes.



3) Dadas las fórmulas de las siguientes funciones afines:

a) $y = -\frac{3}{5}x + 3$

b) $y = 6x + 1$

i) Utilice la relación matemática $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ para graficar las rectas que las representan.

ii) Encuentre el valor de la raíz de cada expresión algebraica.

4) Indique si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifique su respuesta

a) El par ordenado (2,1) pertenece a la recta representada por $y = \frac{3}{2}x + 3$

b) La recta que representa a la función $y = 2x + 3$, corta al eje de las abscisas en (-5,0)

c) La raíz de la función $f(x) = \frac{1}{2}x + 4$ es $x = -8$

d) La pendiente de $y = -\frac{3}{5}x + 3$ es $m = \frac{6 - (-3)}{-5 - 10}$

5) Un grupo de científicos de la NASA quiere realizar una especie de “estación de servicio espacial”, para facilitar el abastecimiento de combustible en las misiones lunares.

Sabiendo que la distancia entre la Tierra y la Luna es de aproximadamente 400.000 km, los científicos creen pertinente colocar la estación de servicio espacial a mitad de la distancia total. Para ello, hacen una prueba con un “vehículo” espacial para ver si la ubicación de la estación es correcta, según el combustible que éste necesita, y obtienen los siguientes resultados:

Distancia (km)	Cantidad de combustible en el tanque (l)
0	30.000
30.000	25.000
60.000	20.000
90.000	15.000

- ¿Cuál es la variable dependiente en la relación que muestra esta tabla?
¿Cuál es la variable independiente?
- ¿Cuál es la variable dependiente en la relación que muestra esta tabla?
¿Cuál es la variable independiente?
- ¿Puede representarse estas dos variables mediante una función afín?
Construye la fórmula de la relación que les permita a los científicos calcular la cantidad de combustible que requiere un satélite en función de la distancia recorrida.
- ¿Con cuánto combustible sale el “vehículo” espacial de la base ubicada en la tierra?
- ¿A qué distancia de la Tierra el “vehículo” espacial se quedará sin combustible?
- ¿Es adecuada la propuesta de los científicos de ubicar la estación de servicio espacial a la mitad de la distancia entre la Tierra y la Luna?
- Realice un gráfico que represente la relación entre las variables de la situación planteada.
- ¿Cuál es el dominio y la imagen de la función encontrada?

Para el armado de la evaluación, se eligieron actividades que estuvieran en coherencia con las trabajadas en clases y que respondieran al nivel de dificultad exigido durante el período de prácticas. La situación problemática planteada en el Punto 5 de esta evaluación, fue diseñado con el objetivo de representar una situación de semirrealidad con el cual los alumnos se involucraran y pudieran analizar esta problemática haciendo uso de todos los contenidos vistos de función y función afín.

Los criterios de evaluación fueron consensuados con la profesora supervisora para que los estudiantes supieran que conocimientos o habilidades íbamos a evaluar en sus respuestas

Para completar el armado de esta evaluación se tuvieron en cuenta, sugerencias de los profesores tutores y profesora supervisora, como ser el agregado, en las actividades 3) y 5), de una cuadrícula para que los estudiantes pudieran graficar las rectas en ese lugar.

Los puntajes asignados a cada actividad se muestran en la siguiente tabla:

Actividad	1	2	3	4	5
Total	2	2	2	2	2
a)	0,5	1	1	0,5	0,25
b)	0,5		1	0,5	0,5
c)	0,5	0,5		0,5	0,25
d)	0,5	0,5		0,5	0,25
e)					0,25
f)					0,25
g)					0,25

Tabla 3. Puntajes de cada actividad de la evaluación

Estos puntajes fueron tomados en consensuados con los docentes tutores y responsables del curso en base a los objetivos a evaluar, previamente desarrollados según los contenidos trabajados a lo largo de nuestras prácticas. Se pensó que cada actividad valiera dos puntos y luego dividir esos dos puntos en la cantidad de incisos que tenía cada actividad. En el caso de que la división quedara con número decimal periódico se decidió darle mayor valor a las que consideramos más importantes y que habían sido trabajadas con mayor énfasis en las clases.

Para colocar la nota final, se realizó una lista de cotejo en Excel utilizando las fórmulas que brinda el programa para optimizar el cálculo de esa nota, donde se tuvieron en cuenta los criterios que figuraban en la evaluación, el procedimiento realizado por cada estudiante al momento de resolver cada consigna, así como también el resultado obtenido.

Teniendo en cuenta estos aspectos, se elaboró la siguiente lista de cotejo:

Cada inciso del 1)	Encuentra los datos necesarios	Escribe la ecuación de la recta
Total: 0,5	0,25	0,25

2)	Rta	Justificación	Encuentra los datos necesarios	Escribe la ecuación de la recta	Rta
Total: 2	0,5	0,5	0,25	0,25	0,5

3)	Grafico con tabla	Grafico sin tabla	Rta valor de la raíz	Justificación
Total: 2	0,75	1	0,5	0,5

Cada inciso del 4)	Rta	Justificación
Total: 0,5	0,25	0,25
5) a)	Rta	Justificación
Total: 0,25	0,2	0,05
5) b)	Encuentra los datos necesarios	Escribe la ecuación de la recta
Total: 0,50	0,25	0,25
5) c), d), e)	Rta	Justificación
Total: 0,25	0,1	0,15
5) f)	Realiza el gráfico	Nombra los ejes
Total: 0,25	0,2	0,05
5) g)	Rta	Justifica relacionando
Total: 0,25	0,15	0,1

Tabla 4. Listas de Cotejo realizada para la corrección de la evaluación

Teniendo en cuenta esta lista, se obtuvieron los siguientes resultados para ambos cursos. También se decidió otorgar un punto extra en la evaluación sumativa, a aquellos estudiantes que aprobaran el Trabajo Práctico con un 60% y a los que tuvieran menos de ese porcentaje, no se les iba a descontar ningún punto en uno de los cursos. En el otro curso se decidió en conjunto con el docente a cargo otorgarles un punto extra en la evaluación a todos los alumnos que habían entregado las actividades. En el Gráfico 3 se muestran los resultados de

las evaluaciones de los dos cursos considerando los puntos extras mencionados anteriormente.

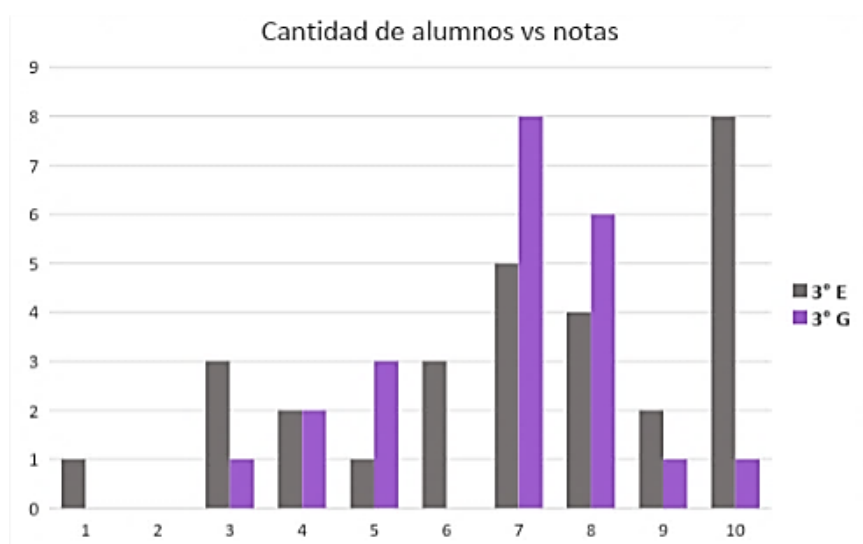


Grafico 3. Gráfico de barras de las notas de ambos cursos obtenidas en la evaluación sumativa

Podemos ver en el gráfico anterior que los resultados de las evaluaciones fueron variados.

Cabe aclarar que en esta institución las evaluaciones se aprueban con 7 puntos, por lo que, sobre un total de 29 alumnos, un 62% de los estudiantes de 3°E tuvieron una nota superior o igual a 7 mientras que un 36% tuvo una nota inferior.

Para 3°G, sobre un total de 22 alumnos⁹, un 50% obtuvieron nota inferior a 7 y un 50% tuvieron nota superior o igual a 7.

De los resultados que arroja el gráfico, consideramos que el instrumento de evaluación respondió a lo enseñado y aprendido por los estudiantes, así como también a los criterios de evaluación presentados.

En el próximo capítulo realizaremos el análisis de una problemática que surgió en nuestras prácticas, la cual nos pareció interesante de estudiar con referencia a un marco teórico particular.

⁹ En esta instancia de evaluación, estuvieron ausentes 4 estudiantes en 3°G. En 3°E asistió la totalidad de los alumnos

CAPÍTULO 3

Una mirada teórica del análisis de dos propuestas de enseñanza para la relación matemática para la pendiente de una función afín.

3.1. Descripción de la problemática

A lo largo de nuestras prácticas profesionales surgieron numerosas dificultades que se convirtieron en desafíos para nuestras clases, pero que a la vez nos ayudaron a reflexionar sobre la implementación de diferentes procesos de aprendizaje para abordar determinados temas del ámbito de las matemáticas de nivel secundario. En este capítulo analizaremos dos estrategias de enseñanza distintas para el tema de la relación matemática para la pendiente de una función afín que desarrollamos en nuestras prácticas. Estas propuestas se analizarán desde dos abordajes mediando recursos didácticos distintos: las tecnologías digitales y el uso de tablas.

Nuestra problemática surge de algunas dificultades que se observaron al desarrollar nuestras planificaciones en el aula sobre el tema de la relación matemática para la pendiente de una función afín. Este contenido se abordó de manera dispar en los cursos dónde realizábamos nuestras prácticas profesionales debido a que la implementación del guion conjetural, que estaba apoyado fuertemente en el uso de tecnologías digitales como un medio para favorecer la enseñanza de pendiente, no fue, a nuestro parecer, productivo.

Luego de conversar con el par pedagógico y con las profesoras supervisoras se logró inferir que el medio utilizado para el desarrollo de la clase no fue quizás, el óptimo. Es por esto que se consideró necesario elaborar un guion conjetural alternativo adoptando una nueva estrategia de enseñanza que no tuviera como centro las tecnologías digitales si no, un medio en donde se pueda modificar datos fácilmente, manipularlos y descubrir regularidades. Es por esto que el nuevo guion conjetural, esta vez, estuvo apoyado por la utilización de tablas.

Al llevar a la práctica el nuevo guion conjetural, se pudo observar que el desarrollo de la clase, en cuanto a tiempo, fue más eficiente que mediante una exploración con manipulador virtual. Dada esta situación, se pensó que los resultados de los estudiantes, al ser evaluados

en ese contenido en una actividad de la evaluación pudieron ser distintos, mostrando una mejor comprensión de la relación matemática en un curso que en otro.

Para validar o no la afirmación anterior, se tuvo en cuenta los resultados de los exámenes, en particular la actividad 3 inciso i) que consistía en realizar el gráfico de la función afín usando la relación matemática $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ y el valor de la ordenada al origen (ver Evaluación en el Capítulo 2, sección 2.1.7). Analizando estos resultados mediante la lista de cotejo, se obtuvieron los siguientes porcentajes que responden a la cantidad de alumnos de 3°E y 3°G, que realizaron correctamente esta actividad: 62,07% y 63,64%, respectivamente.

Viendo que la diferencia no es tan significativa, nos comenzamos a cuestionar qué, de nuestras planificaciones, lograron que esta disimilitud en lo percibido durante las clases, que se ve en un ejercicio particular de la evaluación, no sea demasiado distintiva.

En este momento de nuestras prácticas es en donde se enmarcó nuestra problemática y debido a ello, buscamos responder a la siguiente pregunta:

¿Cómo el uso de tablas y de manipuladores virtuales condicionan el aprendizaje de la relación matemática $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ para la pendiente de una función afín?

Siguiendo a Villarreal (2013) adoptamos como perspectiva para analizar las distintas estrategias que se abordaron en los guiones conjeturales, que el conocimiento varía de acuerdo a los medios que se empleen para producirlo. Así, consideramos que los medios condicionaron el proceso de aprendizaje de este concepto matemático, la pendiente de una función afín, y nada se comprenderá de la misma forma si median recursos distintos. En este caso, la tecnología digital y el uso de tablas produjeron conocimientos diferentes para la pendiente.

Para analizar esta cuestión estudiaremos en profundidad nuestros guiones conjeturales colocando la atención en los medios, y reflexionaremos acerca de la forma en la que los dos medios contribuyeron al desarrollo de la temática y el impacto que tuvieron en los estudiantes.

3.2. Los medios utilizados en las clases

3.2.1. Manipuladores Virtuales

Cómo ya se mencionó en el Capítulo 2, los manipuladores virtuales para matemáticas son representaciones digitales que ayudan a ilustrar las relaciones matemáticas, sus aplicaciones y permiten al estudiante trabajar la matemática de forma experimental.

En cuanto a los beneficios matemáticos que otorgan los manipuladores virtuales, Chavarría Sánchez (2012) menciona entre otros:

- Hacer consistentes ideas y procesos matemáticos.
- Permitir a los estudiantes razonar mientras manipulan en la computadora gráficas o figuras dinámicas y las expresiones matemáticas relacionadas con éstas.
- Facilitar la exploración rápida de los cambios en las expresiones matemáticas con el simple movimiento del mouse, en contraposición de lo que sucede cuando se utiliza lápiz y papel.

Tal como se señaló en el Capítulo 2, PhET Interactive Simulations (<https://phet.colorado.edu/es/simulations>) es un manipulador virtual desarrollado por la Universidad de Colorado que crea simulaciones interactivas de relaciones matemáticas y de las ciencias. Estas simulaciones, son realizadas en base de una investigación educativa e involucran a los estudiantes mediante un entorno intuitivo y similar al juego.

Como puede verse en la Figura 18, cada simulación cuenta con información relacionada al tema que se trabaja, una breve descripción del mismo y los objetivos de aprendizaje que se pretenden lograr. Además cuenta con información para profesores donde se explica el uso y significado de cada elemento que conforma la simulación como también una serie de actividades propuestas por otros docentes que utilizaron la simulación que son de libre acceso. Cada simulación viene en distintos idiomas y con los requisitos de software necesarios para el correcto funcionamiento de las mismas.

The screenshot shows the PhET Interactive Simulations website. At the top left is the PhET logo with the text 'INTERACTIVE SIMULATIONS'. To its right is a search bar and the University of Colorado Boulder logo. Further right are 'INGRESAR' and 'REGISTRO' buttons. The main content area is titled 'Graficando Rectas' and features a simulation interface with a coordinate plane, a play button, and a control panel. Below the simulation are 'DESCARGAR' and 'INSERTAR' buttons. To the left is a navigation menu for 'Simulaciones' (Simulations) with sub-categories like 'Nuevas Simulaciones', 'Matemáticas', and 'Por Grado Escolar'. To the right, there are social media icons (Facebook, Twitter, Pinterest), a 'DONAR' button, and a logo for 'THE NROC PROJECT' with the text 'PhET es apoyado por' and 'y educadores como tú.' Below the simulation interface is a list of links: 'INFORMACIÓN', 'PARA PROFESORES', 'TRADUCCIONES', 'SIMULACIONES RELACIONADAS', and 'REQUISITOS DEL SOFTWARE'.

Figura 18. Pantalla principal del Phet Interactive Simulations

3.2.2. Tablas

Al estudiar un objeto matemático, como ser la función, se tiene en cuenta que existen diversas formas de registros de representación de este concepto. Algunas de estas pueden ser verbales (enunciados que describen algún comportamiento de naturaleza social, matemática etc.), gráficas (representaciones en el plano cartesiano), expresiones algebraicas (fórmulas en donde se relacionan dos variables), manipuladores virtuales y tablas (Balvin y Villa Ochoa, 2006). Cada una de estas representaciones enriquece el aprendizaje de los estudiantes ya que pueden ver como una misma situación puede representarse de modos diferentes y ayudan a la comprensión de los conceptos matemáticos al vincularlos.

En nuestras prácticas hemos articulado cada una de estas representaciones para lograr construir y definir los conceptos matemáticos que involucra la función afín, ya que creemos que la conversión entre estas representaciones es una actividad necesaria para la aprehensión de los conceptos matemáticos. En esta sección nos centraremos en el uso de tablas como un medio para representar la función.

Para “visualizar” cualquier tipo de información se pretende que, de forma organizada, se facilite la comprensión de la misma para evitar problemas del tipo organizativo que dificulte la comprensión (si la información es amplia y desordenada). Cuando se quiere

visualizar información del tipo matemático, una buena representación puede ser una tabla de valores.

La tabla de una función se compone de dos columnas en donde se representan los elementos del dominio y la imagen. Estos se escriben en la primera y segunda columna, respectivamente. Mediante la tabla quedan expresados los datos que conforman los pares ordenados que definen la función y que tienen como coordenadas los elementos del dominio y de la imagen. Este medio es de gran ayuda para organizar datos, para después validar o buscar una regularidad.

Por último, nos queremos remitir nuevamente a Villareal (2013) para pensar el término tecnología no solo desde su uso cotidiano si no, también como todo aquello que fue creado por el hombre. Siguiendo este pensamiento, consideramos a la tabla como un medio tecnológico que, junto con el manipulador virtual, estuvo mediando nuestras prácticas profesionales.

3.3. Análisis de los guiones conjeturales propuestos para la enseñanza de pendiente

3.3.1. Estudio del guion conjetural para trabajar con el manipulador virtual

Nuestro guion conjetural inicial se centraba en el uso del simulador llamado Graficando Rectas (ver Figura 18). Este cuenta con varias solapas (Figura 19) que se centran en un aspecto particular de las funciones afines como, por ejemplo, la pendiente. En la última solapa se ponen en práctica los conocimientos adquiridos en las anteriores mediante el juego.



Figura 19. Pantalla de inicio del manipulador virtual

Los objetivos del guion conjetural hacían referencia a las expectativas que se querían lograr en la clase, mediante las actividades que proponía este recurso tecnológico.

Uno de los objetivos planteado fue el siguiente:

- Que los estudiantes construyan una fórmula para calcular la pendiente de una recta dados dos puntos cualesquiera pertenecientes a ella.

Este objetivo quedó limitado a la construcción de la expresión algebraica proporcionada por el simulador (Figura 20. B) y no produjo una construcción pensada por los alumnos. Debido a ello, se optó por realizar una estrategia para que los estudiantes comprendieran el significado de pendiente de una recta, manipulando el recurso virtual. Es decir, pudieran comprender la relación matemática $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

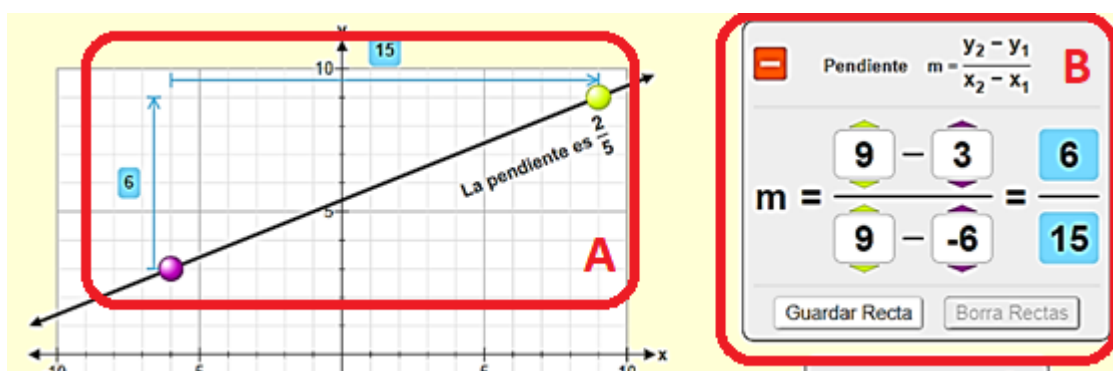


Figura 20. Captura de la relación $\frac{\Delta y}{\Delta x}$

Para llevar a cabo el objetivo mencionado se pensó en un primer momento, que los estudiantes, mediante la exploración, pudieran asociar los colores amarillo y lila de los puntos que se observan en la Figura 20 A, con los mismos colores de los pares ordenados que representan dichos puntos como se ve en la Figura 20 B, usando las herramientas que el manipulador brindaba. Al vernos limitadas en cuanto a la exploración del recurso, se optó por mostrar a los estudiantes las flechas en color celeste que se pueden ver en la vista gráfica del manipulador virtual (Figura 20 A). Esto se realizó con el objetivo de que los alumnos pudieran observar que los números que figuran sobre las flechas celestes, representan la cantidad de unidades que se desplaza un punto y que este número tenía una relación con el

valor del numerador (respectivamente denominador) de la fracción que representa la pendiente de la función afín (Figura 20 B).

Al ver que no fue tan evidente para los estudiantes la traducción entre aspectos geométricos y numéricos que proponía el manipulador virtual¹⁰, ya que las medidas de la altura y de la base que se muestran en color celeste en la Figura 20. A, daban cuenta del aspecto numérico de los segmentos y de la relación que hay con la expresión que me define la pendiente de una recta (Figura 20 B). Por sugerencia de la profesora supervisora, se decidió que en vez de seguir trabajando con el manipulador virtual, se realizarían dos gráficos en el pizarrón para visualizar con mayor precisión lo que significa la relación matemática $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

Se eligió la función $f(x) = 2x$ y se realizó el siguiente análisis:

Se eligieron las coordenadas (0,0) y (4,8) que representan puntos pertenecientes a la recta y usando estos pares de puntos, se obtuvo el valor de la pendiente usando la relación matemática como se muestra en la Figura 21. Una vez obtenido el valor de la pendiente, realizamos el gráfico en el pizarrón y observamos la idea de desplazamiento en el eje de las abscisas y en el eje de las ordenadas como la distancia que hay desde las coordenadas x e y , respectivamente, de un punto a otro.

¹⁰ Creemos que los estudiantes estaban enfocados en otra parte del manipulador virtual intentado responderse dónde estaba el valor de la pendiente gráficamente

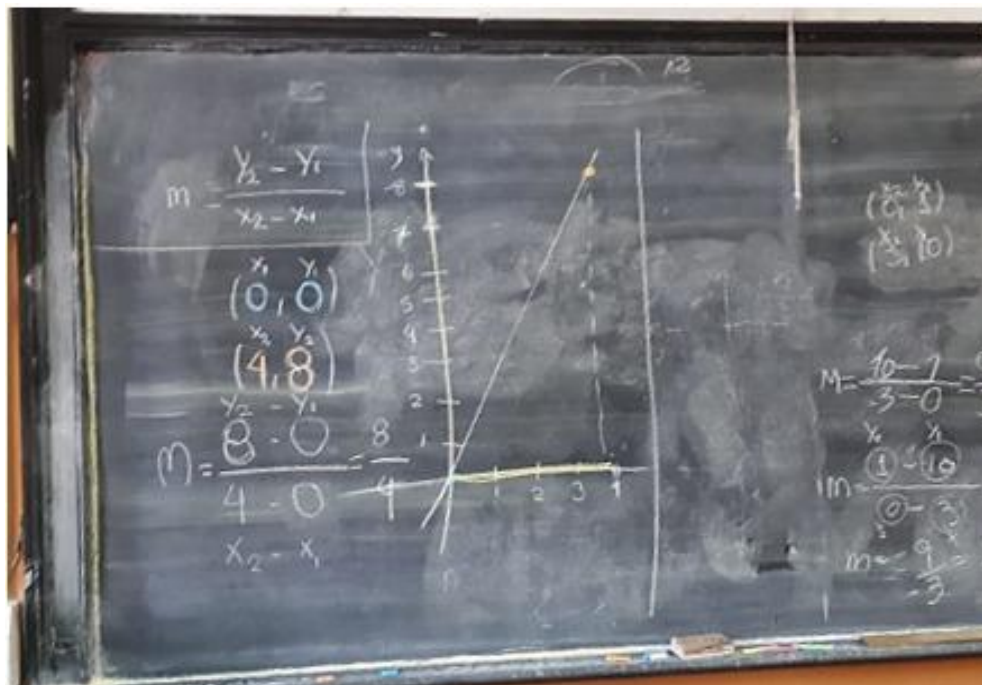


Figura 21. Estrategia gráfica para el cálculo de la pendiente utilizando la relación matemática $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ para la función afín $f(x) = 2x$

Para esto nos posicionamos en el punto $(0,0)$ de la gráfica y de allí nos desplazamos tantas unidades sobre el eje de las abscisas como indica el denominador de la expresión para la pendiente y, tantas unidades paralelamente al eje de las ordenadas como indica el numerador de la pendiente, marcando este desplazamiento sobre los ejes con tiza de color amarillo como se puede observar en la Figura 21. Luego vimos que si proyectamos dos rectas paralelas a los ejes (línea punteada de la Figura 21) desde los puntos $(4,0)$ y $(0,8)$, sus intersecciones nos daban las coordenadas $(4,8)$ del punto que pertenece a la recta.

Se puede decir que esto colaboró con la comprensión de los estudiantes para entender la relación matemática $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ como un desplazamiento en los respectivos ejes, pero no podemos afirmar que se haya producido el reconocimiento de la relación entre este desplazamiento y el concepto de pendiente tal cual se lo había definido mediante el manipulador virtual.

Al observar la dificultad de reconocer el sentido de la pendiente en “un gráfico”, fue necesario recurrir a una explicación en donde se enfatizaba la “construcción” colectiva del sentido de representación de la pendiente de una recta. Además, se evidenció que no hubo una explicación apropiada, para los estudiantes, que diera sentido a los procesos de

traducción propios de un análisis meramente numérico de la pendiente a uno del tipo geométrico – analítico. Esta evidencia nos dio pie para diseñar una estrategia de enseñanza alternativa en donde, a partir de un análisis numérico que dé cuenta del significado de la definición de pendiente, pudiéramos hacer evidentes para los estudiantes lo que ésta significa geoméricamente en el gráfico, es decir, vieran la pendiente como una variación entre la variable dependiente y la independiente. Para ello se utilizó, como mencionamos con anterioridad, la tabla de pares de valores para una función.

3.3.2. Estudio del guion conjetural para trabajar con una Tabla

Para este nuevo abordaje, se elaboró un guion donde se trabajó con la función $f(x) = 3x + 1$ y se realizó una tabla como se muestra en la Figura 22, con valores positivos y negativos para la variable independiente y se calculó la imagen para cada valor establecido de dicha variable. Una vez completada la tabla, se tomaron valores de la variable independiente que se muestran en la Figura 22 y se calculó su diferencia usando $x_2 - x_1$. Lo mismo se realizó para los valores de la variable dependiente usando $y_2 - y_1$.

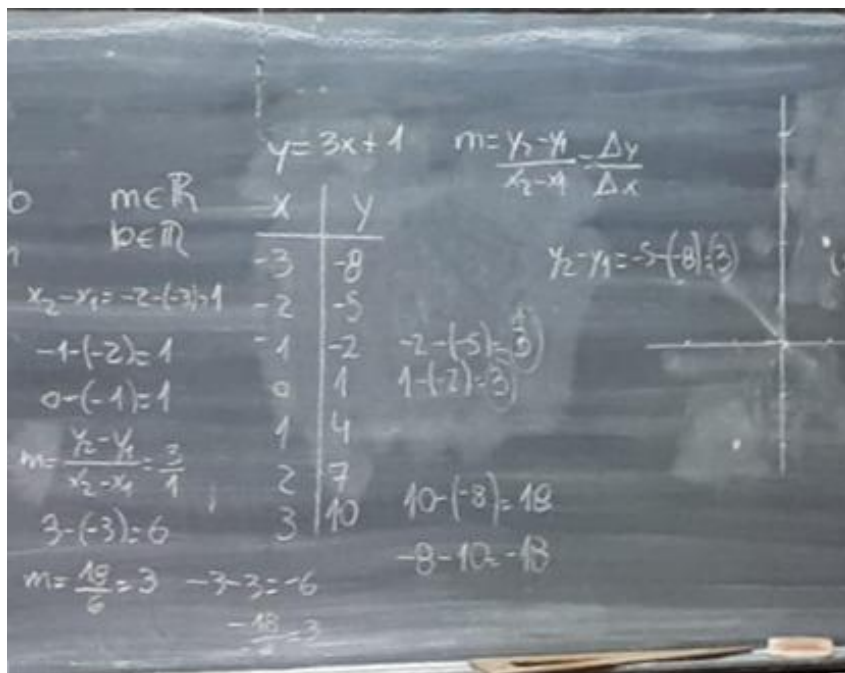


Figura 22. Abordaje del cálculo de la pendiente mediante la tabla de pares ordenados de la función afín $f(x) = 3x + 1$

Por último, se procedió a realizar la división entre la diferencia de la variable dependiente e independiente empleando como fórmula $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. Lo anterior se realizó con los primeros tres valores que se observan en la tabla de la Figura 22, y luego se procedió a realizar el cálculo entre el primer valor y el último, lo que generó una fijación de ideas en los alumnos en cuanto a que el valor obtenido siempre es el mismo (Figura 22), para cualquier par de pares ordenados de la tabla.

Mediante preguntas orientadoras se guió a los estudiantes para que pudieran describir cuál era la operación que se realizaba con los valores de cada variable, llegando así a la definición de la pendiente como la relación matemática $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

Se pudo observar que los valores obtenidos de los respectivos Δy y Δx variaban según el par de pares ordenados considerados, pero que, al hacer la división y simplificar (en caso de ser necesario) para obtener una fracción irreducible; se concluía que Δy siempre tomaba valor constante 3. Además, este valor coincidía con el numerador de la pendiente y nos indicaba que el incremento que había de un valor a otro para la variable dependiente era 3. De igual manera se concluyó que Δx siempre tomaba valor 1, que este valor coincidía con el denominador de la pendiente y además nos indicaba que el incremento que había de un valor a otro para la variable independiente era 1.

Una vez que este concepto se interiorizó en los estudiantes, se procedió a analizar cómo esta relación podría servir para realizar el gráfico de la función afín, sin recurrir a la representación punto a punto. Para la construcción del gráfico, se apeló al uso de un afiche en el cual se efectuó una cuadrícula donde se marcaron 3 puntos que pertenecen a la recta dados por las coordenadas: (-3, -8), (0, 1) y (3, 10) (ver Figura 23).

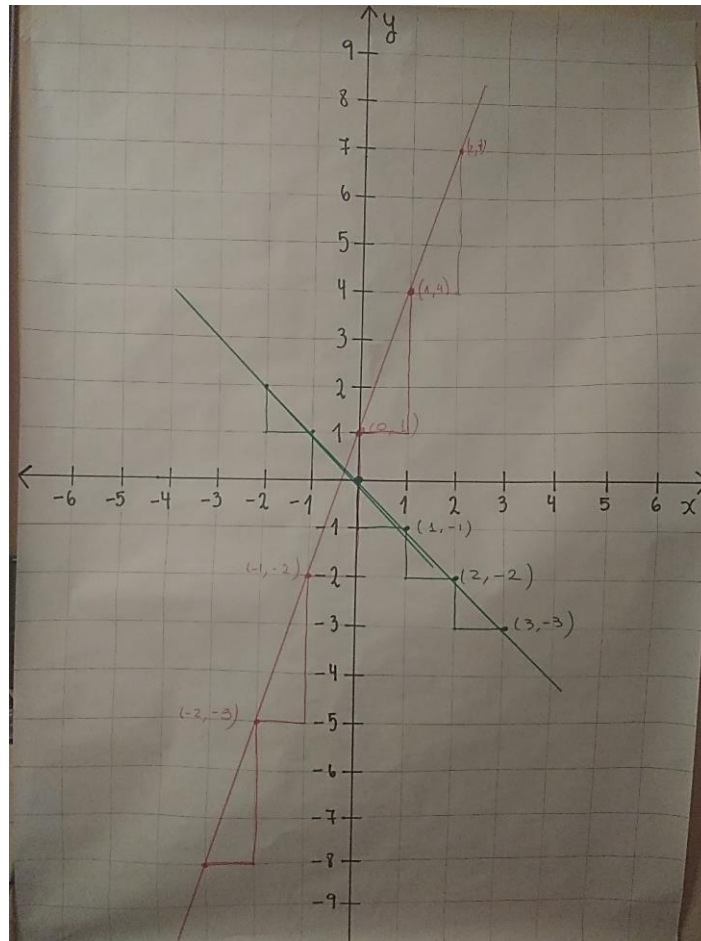


Figura 23. Foto de la lámina utilizada para graficar las funciones afines $f(x) = 3x + 1$ y $f(x) = -x$

Una vez marcados los puntos del gráfico en el afiche se les explicó a los estudiantes que el resultado obtenido en la expresión que define la pendiente, indicaba la distancia que se recorre paralela al eje de las abscisas si nos referíamos a Δx y paralela el eje de las ordenadas si nos referíamos a Δy , desde un punto que pertenece a la recta. También, se hizo la salvedad de que si el valor que tomaba Δx es positivo, el desplazamiento se realiza hacia la derecha y si es negativo, hacia la izquierda. Y si el valor que tomaba Δy es positivo, el desplazamiento se realiza hacia arriba y si es negativo, hacia abajo.

Entonces, posicionándonos en uno de los puntos mencionados, se realizó el siguiente gráfico (Figura 23) donde se ve destacados en color rojo, la recta que representa a la función

$$f(x) = 3x + 1$$

En color verde en la Figura 23, se observa otra recta (representación de $y = -x$) propuesta por los estudiantes que quisieron realizar para evidenciar la idea de los incrementos como desplazamiento paralelos a los ejes coordenados en otro ejemplo.

En esta estrategia de enseñanza, se recuperaba en cierta medida lo que se quiso realizar con el simulador virtual PhET, ya que se acudía a las nociones de desplazamiento por los ejes del sistema cartesiano, es decir, las flechas en color celeste que se pueden ver en la Figura 20.A. Sin embargo, con el uso de tablas, el cálculo de incrementos y observación de los incrementos en los gráficos, se proporcionó a los estudiantes un mejor sentido numérico de lo que nos indicaba la pendiente. De esta manera, los estudiantes pudieron observar la relación matemática para la pendiente que se establece entre las distintas representaciones, es decir, fórmula-tabla-gráfico y, de este modo, pudieron realizar una construcción de los conceptos trabajados en esta clase e integrar los trabajados con anterioridad.

3.3.3. Análisis de los medios abordando un marco teórico

En Matemática se suele definir el concepto de función desde una perspectiva analítica, es decir, como una relación entre magnitudes y variables. Este abordaje (de la expresión analítica/numérica de una función), nos permite calcular las imágenes de los elementos que pertenecen al dominio. Así la fórmula $f(x) = 2x$, por ejemplo, es una expresión analítica que asigna a cada valor de x del dominio, un valor y de la imagen que corresponde a $2x$.

Otros abordajes matemáticos analizan la perspectiva geométrica de una función mediante la representación gráfica de la misma en un sistema de ejes cartesianos.

Ya se mencionó que, para el aprendizaje de conceptos matemáticos, es esencial recurrir a múltiples registros de representación. Cada registro de representación nos brinda una perspectiva distinta de los conceptos u objetos matemáticos. En este apartado, queremos referirnos brevemente a las diferentes perspectivas, analítica – numérica y geométrica, con las que abordamos el tema función afín. En particular a cómo se trató la pendiente de acuerdo a las perspectivas mencionadas y cómo los medios utilizados condicionaron dos escenarios distintos.

Para realizar esto, consideramos el trabajo de Posadas Balvin y Villa Ochoa (2006), donde analizan un abordaje del concepto de la función afín desde una perspectiva variacional, es decir, desde “la variación y el cambio de magnitudes a través de los diferentes registros de representación propuestos: gráfico, tabular, simbólico y lenguaje natural” (Balvin y Villa Ochoa, 2006, p. 5). Para esto, distinguen cuatro registros semióticos¹¹ de representación para estudiar el concepto de función afín, estos son:

- El registro de representación en lengua natural (castellano).
- El sistema de representación gráfica cartesiano ortogonal.
- El registro de representación tabular.
- El registro de representación simbólico.

Para los fines de este informe, trabajaremos con dos de ellos.

¹¹ Tomamos el concepto de “representación semiótica” de Duval citado por Balvin y Villa Ochoa (2006), definido como “aquellas producciones constituidas por el empleo de signos (enunciado en lenguaje natural, fórmula algebraica, gráficas, figuras geométricas, etc.)” (p.81)

Consideramos que la perspectiva geométrica que se abordó con el trabajo del manipulador virtual PhET está presente en el segundo registro de representación, el sistema de representación gráfica cartesiana ortogonal, ya que “La primera regla de conformidad¹², es la ubicación de puntos a partir de dos o tres ejes coordenados ortogonales graduados, determinados por una dupla o tripleta” (Posadas Balvin y Villa Ochoa, 2006, p. 98). Esto se evidencia en el manipulador virtual PhET dado que se trabaja con puntos cuyas coordenadas se leen en los respectivos ejes y luego se determina una relación entre estos para el cálculo de la pendiente.

Además, el manipulador representa a la pendiente como una relación entre figuras geométricas, puesto que Δy y Δx están representados mediante segmentos en color celeste ver en Figura 20, para luego analizar las variaciones que se producen en las unidades que representan. En palabras de Posadas Balvin y Villa Ochoa (2006), “llamaremos incremento, cambio o variación de una cantidad de magnitud, a la longitud del segmento, resultado de la diferencia geométrica entre la longitud de dos segmentos formados por el punto origen y el punto que indica dos cantidades consecutivas de una misma magnitud” (p.99).

En cuanto al trabajo realizado en tabla, la literatura nos indica que la noción de pendiente fue abordada desde una perspectiva analítica – numérica, y se lo analiza desde el segundo registro de representación: representación tabular ya que, donde “el análisis del concepto de función, a partir del registro tabular, se hará de acuerdo a la variación de las razones de las diferencias entre las cantidades de magnitud.” (Posadas Balvin y Villa Ochoa, 2006, p. 102).

3.4. Reflexiones Finales

El enfoque de la pendiente, produjo un conflicto al relacionar el aspecto numérico – geométrico. Para nosotras era claro el análisis de la pendiente como una relación matemática que indicaba la variación en los distintos ejes, mientras que los estudiantes buscaban el valor numérico de la pendiente representada como un punto en el gráfico, ya que previamente se había visualizado de esa manera la ordenada al origen. Esto no fue percibido por nosotras al

¹² Posadas Balvin y Villa Ochoa (2006) reconocen que las “reglas de conformidad” son aquellas estrategias globales que debe usar el sujeto para abordar una situación cualquiera. Por ejemplo, cuando se resuelve un ejercicio combinado la primera regla de conformidad sería separar en términos para respetar el orden jerárquico de las operaciones.

momento de realizar nuestras prácticas, pero fue señalado por el docente a cargo de uno de los cursos.

El abordaje realizado mediante la tabla, permitió mantener una continuidad con la forma de trabajo que veníamos adoptando para el análisis de pendiente. Desde un primer momento nos centramos en un enfoque analítico – numérico cuando se les pidió en la primera guía de actividades que buscaran el valor de la pendiente despejándola de la ecuación de la recta (ver inciso 3) de la evaluación formativa que se presenta en el capítulo 2).

Además, este abordaje permitió dar una explicación intermedia entre el análisis de la pendiente como un “objeto” numérico al obtenerla de una ecuación y luego al pensarla como un “objeto” variacional, relacionado con la pendiente de una recta (perspectiva geométrica). Esto no fue tan evidente al usar el manipulador virtual ya que se daban por transparentes estas explicaciones en este recurso, pero que se realizaron explícitamente con la tabla.

Para intentar responder a la pregunta: ¿Cómo el uso de tablas y de manipuladores virtuales condicionan el aprendizaje de la relación matemática $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ para la pendiente de una función afín? Consideramos que los medios son recursos que organizan las situaciones de enseñanza, en las cuales las decisiones que debemos tomar deben estar adaptadas al escenario en el que se da el aprendizaje. Por ejemplo, las tablas se utilizan para realizar la construcción en conjunto con los alumnos, del concepto de pendiente y, en nuestro caso, produjeron un ambiente de aprendizaje guiado por el docente.

Con respecto al manipulador virtual la tarea de los estudiantes es diversa y variada, pueden explorar, realizarse preguntas e investigar, como así también pueden llevar su atención a aspectos que van más allá de la actividad propuesta, por lo que consideramos que es importante que el docente sea capaz de prever esta situación para colaborar con los estudiantes en la obtención de respuestas a sus propias preguntas a la vez que lo orientamos nuestras intenciones didácticas.

Por último, valoramos que el uso de recursos en la enseñanza tiene una doble tarea: mejorar el aprendizaje y crear condiciones para que tanto docentes y alumnos interactúen con el fin de mejorar los resultados de su formación. Coincidimos con Papert en que “[...]”

La tecnología no es la solución, es sólo la herramienta. Pero mientras la tecnología no produce automáticamente una buena educación, la falta de tecnología garantiza automáticamente una mala educación” (citado en Villarreal, 2013, p. 98).

CAPÍTULO 4

Conclusiones Finales

A modo de conclusión, queremos realizar una reflexión de nuestro paso por las prácticas profesionales que vivenciamos en el transcurso de la materia Metodología y Práctica de la Enseñanza.

Primero queremos referirnos a la importancia de una buena planificación. Desde el momento en que se nos designó el tema a desarrollar empezamos a transitar un camino lleno de incertidumbres, el cual se fue esclareciendo con los aportes de nuestras profesoras supervisoras y tutores. Fue un arduo trabajo que implicó mucha dedicación desde el inicio hasta el final, ya que debimos investigar no solo los aspectos puramente matemáticos como ser las diferencias entre función afín y función lineal y la cuál íbamos a presentarles a los estudiantes, las diferentes representaciones (gráfica, analítica, tabular, etc.) y cómo abordar cada una y cuál es la forma más conveniente para enseñar la relación matemática $\frac{\Delta y}{\Delta x}$, sino también las estrategias de enseñanza más eficientes para los estudiantes. Se pudo apreciar, en las observaciones, el trabajo que se realizaba en cada curso y esto se tuvo en cuenta al momento de realizar las planificaciones, así como también valoramos la creación de la animación como una estrategia de enseñanza que nos podía hacer avanzar en todos los ejes temáticos propuestos.

Nuestro primer contacto con la Institución fue realizando observaciones en los cursos que posteriormente íbamos a dar clases. Esto nos permitió conocer a nuestros futuros alumnos, docentes a cargo, preceptores y personal no docente de la Institución que estuvieron siempre dispuestos a colaborar con nosotras y a ayudarnos en cuanto lo necesitáramos. Por ejemplo: habilitarnos el uso del proyector, hasta habilitarnos el uso del aula multimedia del colegio para explorar la pizarra digital y hacer uso de las notebooks para descargar el manipulador virtual que usaríamos para llevar a cabo una de las planificaciones pero que luego, por motivos ya mencionados, no se pudo llevar a cabo.

El segundo contacto fue al momento de ingresar al aula como profesoras y llevar a cabo nuestra propuesta de enseñanza la cual pretendía ser innovadora al hacer uso de tecnologías

digitales, lo que nos generaba un desafío adicional que estábamos dispuestas a afrontar. Coincidiendo con Doorman y Gravemeijer (2009) (parafraseado por Villa Ochoa, 2010)

En el proceso de aprendizaje, los estudiantes inicialmente hacen uso de un lenguaje tentativo e inscripciones que no obedecen a las nociones matemáticas formales. [...] En este proceso el profesor juega un papel importante en el sentido en que direcciona las discusiones al interior de la clase y simultáneamente estimula a los estudiantes para presentar sus soluciones y focalizarse en las matemáticas necesarias para el estudio de futuros conceptos. (p. 20)

Fue un trabajo constante expresarnos con la terminología apropiada para que los estudiantes incorporaran estos términos en su vocabulario y lograran tener un mejor acercamiento a la matemática formal.

No queremos dejar de mencionar que en nuestras prácticas nos enfrentamos a problemas diarios que se viven en el ambiente educativo, lo que nos obligó a ser flexibles para adaptarnos a estos cambios y poder finalizar nuestras prácticas.

Otro momento que nos parece importante destacar fue el de elegir una problemática surgida en nuestras prácticas. En esta instancia fue necesaria tener una mirada objetiva y crítica de lo que se realizó en las prácticas profesionales. Fue importante el dialogo constante con nuestras profesoras supervisoras que nos ayudaron y guiaron en todo este proceso para poder realizar un trabajo productivo, en donde se plasmaran todas nuestras vivencias en torno a la problemática elegida.

Esperamos que esta experiencia no solo nos sirva a nosotras como futuras docentes si no, también a toda persona que se interese por la educación y en particular por la enseñanza de la relación matemática $\frac{\Delta y}{\Delta x}$.

De esta problemática pudimos ver que el medio didáctico condiciona la enseñanza de un concepto matemático y que nada será comprendido de igual manera cuando se utilizan recursos distintos.

El trabajo colaborativo con el par pedagógico y los docentes responsables de la cátedra Metodología y Práctica de la Enseñanza, nos dotaron de numerosas herramientas y

habilidades nuevas para la etapa de ser docentes. Logramos evidenciar en nosotras cambios significativos durante el desarrollo de nuestras prácticas y con posterioridad a ella, como ser: la importancia de la comunicación con los colegas que nos ayudó a reformular las planificaciones y evitar enfrentarnos a los mismos problemas que se habían evidenciado en otro curso. También aprendimos a escuchar a los alumnos para que la clase sea lo más productiva posible. Nos permitió aprender a desenvolvernos frente a un curso y aceptar las normas que rigen en cada institución y cómo éstas influyen en nuestro desempeño. Es una experiencia tan fuerte que, por instantes, nos desestabilizó, pero en otros momentos nos fortaleció, y que al finalizarlas nos dejó tristeza ya que no queríamos abandonar esa etapa.

Para finalizar podemos decir que nuestras prácticas nos dejaron aprendizajes significativos como la importancia de realizar guiones conjeturales, como desenvolvernos en una institución y en el aula, lo cual, usaremos para construir nuestra mejor versión de profesoras de matemáticas y seguiremos por supuesto instruyéndonos en el arte de educar.

REFERENCIAS

- Azcaráte C.; Deulofeu J. (1996). MATEMÁTICAS: culturas y aprendizajes en *Funciones y Gráficas*. Madrid, España: Editorial Síntesis.
- Chavarría Sánchez G. (2012). *Manipuladores Virtuales*. Tesis de maestría en enseñanza de la matemática para la educación primaria. Universidad Americana. Recuperado de <https://es.scribd.com/presentation/88401171/MANIPULADORES-VIRTUALES> (último acceso 07 de abril de 2012)
- Diseño Curricular del Ciclo Básico de la Educación Secundaria 2011-2015 (Tomo 2). Ministerio de Educación de la Provincia de Córdoba.
- Encuadre General de la Educación Secundaria 2011-2015 Ministerio de Educación de la Provincia de Córdoba.
- Flores, P., Lupiáñez, J. L., Berenguer, L., Marín, A. y Molina, M. (2011). *Materiales y recursos en el aula de matemáticas*. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada
- Gvirtz, S.; Palamidessi, M. (1998). “*El ABC de la tarea docente: Currículum y Enseñanza*”. p. 175-205. Buenos Aires, Argentina: AIQUE.
- Hitt, F. (1998). “*Visualización matemática, representaciones, nuevas tecnologías y currículum*”. Dpto. de Matemática Educativa, Cinvestav, CONACyT. Mexico D.F: Artículos de investigación. Educación Matemática vol. 10.
- Martínez de la Rosa, F.; Martínez Delgado-Ureña, J.J. (2014). “*El uso de tablas de valores para la representación gráfica de funciones*”. Épsilon – Revista de Educación Matemática Vol. 31.
- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), “*O professor e o desenvolvimento curricular*” (pp. 11-34). Lisboa: APM.
- Posada Balvin, F.A; Villa Ochoa, J. A. (2006). *Propuesta Didáctica de aproximación al concepto de función lineal desde una perspectiva variacional*. Tesis de maestría en docencia de las matemáticas. Universidad de Antioquia. Facultad de Educación.
- Skovsmose O. (2000). “Escenarios de investigación”. *Revista EMA* vol 6, N°1 pp. (3-26)

- Villa Ochoa J. A (2010). *La comprensión de la tasa de variación para una aproximación al concepto de derivada. Un análisis desde la teoría de Pirie y Kieren*. Tesis para optar el título de Doctor en Educación. Universidad de Antioquia. Facultad de Educación.

ANEXOS

Anexo 1

Guion 1

El presente guion, (y los que seguirán después de este) están destinados a los estudiantes de 3^{ro} “E” y “G” y a los profesores Gerardo Yuszczuk y María Noel Gigena del Colegio Nacional de Monserrat, en el marco de nuestras Prácticas Profesionales.

Creemos pertinente dividir el contenido de nuestras prácticas en Ejes temáticos para una mejor organización al momento de dar nuestras clases. Los Ejes serán:

- Eje Temático 0: Introducción
 2. Actividad introductoria para definir función afín basada en una animación realizada con GeoGebra

- Eje temático 1: Función afín
 5. Expresión algebraica y gráfica de la función afín.
 6. Definición y reconocimiento de la pendiente y ordenada al origen.
 7. Cálculo de la raíz de una función afín.
 8. Ejercitación que permita visualizar las distintas traducciones de una representación a otra de la función afín.

- Eje temático 2: Rectas en el plano
 4. Rectas paralelas y perpendiculares.
 5. Condiciones para que una recta sea paralela o perpendicular.
 6. Ejercitación que permita visualizar las distintas traducciones de una representación a otra de las rectas en el plano

- Eje temático 3: Sistemas de ecuaciones
 3. Encontrar las coordenadas de los puntos de intersección mediante una solución simultánea de las ecuaciones de las rectas.

4. Método de resolución de un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas para encontrar las coordenadas del punto de intersección de dos rectas definidas por una función afín.
5. Sistema compatible determinado o indeterminado y sistema incompatible de dos ecuaciones con dos incógnitas.
6. Ejercitación.

➤ Recursos y Materiales: En el período de nuestras prácticas se utilizarán los siguientes recursos y materiales:

1. GeoGebra <https://www.geogebra.org/classic>
2. Phet Interactive Simulation <https://phet.colorado.edu/es/>
3. Fotocopias
4. Libro de clases: *Entre Números III*

Eje temático 1

Objetivos del Eje temático 1

Los objetivos que nos proponemos son:

- Que los estudiantes realicen una traducción de lo geométrico a la expresión algebraica de la función afín.
- Que los estudiantes puedan distinguir las trayectorias rectilíneas y representarlas algebraicamente mediante la expresión de función afín, y viceversa.
- Que puedan reconocer las distintas representaciones (simbólica, algebraica, gráfica, tablas, coloquial y realidad) de la función y, de esta forma encontrar raíces, pendientes y ordenadas al origen.
- Que los estudiantes puedan reconocer en la expresión simbólica y gráfica de una función afín que representa la situación problemática

Clase 1

Objetivo de la clase: Que los estudiantes puedan distinguir, con el uso de GG, trayectorias rectilíneas; decir en qué caso hay paralelismo y perpendicularidad entre rectas, y que los estudiantes puedan hacer una traducción de lo geométrico a lo algebraico con la expresión de función afín.

Esta clase está pensada para ser realizada en 80 minutos, que serán distribuidos en dos clases de 40 minutos cada una. A continuación, se muestran los días destinados para llevar a cabo esta clase 1:

- Jueves 26/7 de 15:45 a 16:25 y el viernes 27/7 de 13:30 a 14:10 para 3ro “E”.
- Viernes 27/7 de 18:05 a 18:45 y el martes 31/7 de 16:35 a 17:15 para 3ro “G”.

Como es nuestra primera clase, la dividiremos en varias secciones. Entre ellas están:

1. Presentación: (10 minutos)
 - (a) Nombre de la institución educativa a la que pertenecemos.
 - (b) En qué momento de nuestras carreras estamos.
 - (c) Nombre de la materia que nos permite realizar nuestras prácticas.
 - (d) Modalidad de trabajo, modos de evaluar y tiempo de permanencia.

2. Introducción: Mostraremos dos videos (uno comercial y otro diseñado por nosotras) y daremos la pregunta disparadora para su análisis. (5 minutos)

3. Desarrollo: (55 minutos)
 - (a) Momento 1: Énfasis en la naturaleza de la Trayectoria de los objetos. (15min)
 - (b) Momento 2: Ejemplificación de las trayectorias con el videojuego. (10 min)
 - (c) Momento 3: Paralelismo y perpendicularidad ejemplificados mediante trayectorias particulares en el videojuego (15 min)

(d) Momento 4: Visualización de las rectas que definen las trayectorias de algunos objetos del videojuego (15 min)

4. Síntesis: (10min)

1. **Presentación**

Entramos al aula, saludamos y nos presentamos. Establecemos cuáles serán las formas de trabajo durante las clases y las pautas de evaluación.

— Buenas tardes chicos, ya nos conocen, estuvimos compartiendo varias clases con ustedes, pero nos presentamos de todos modos para que recuerden nuestros nombres. Ella es la profesora _____, a quien ya conocen, estuvo trabajando con ustedes al igual que yo, ella es la profesora María, que nos va a acompañar durante este período de clases y yo soy _____, voy a ser su profesora durante este mes. Para los que no recuerden, nosotras somos estudiantes de la FAMAF y estamos aquí realizando nuestras prácticas profesionales que se dan en el marco de la materia Metodología y Práctica de la Enseñanza que se encuentra en el último año de nuestra carrera. (Una pregunta que puede surgir en este momento es ¿Qué es FAMAF? Le responderemos que es la Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación. Otra pregunta que puede surgir es ¿Por qué no tiene la sigla de Computación? Diremos que hace aproximadamente 3 años se decidió modificar su nombre ya que computación es una carrera que se dicta en la facultad, pero como históricamente la facultad se llamó FAMAF, se decidió optar por seguir con las mismas siglas)

— Antes de comentar como va a ser la modalidad de trabajo que vamos a tener en este mes de clases, quiero agradecer al profesor/a _____ por permitirnos realizar estas prácticas y a ustedes por la predisposición y la buena voluntad de recibirnos en las clases como sus nuevas profesoras por un cierto tiempo.

— Ahora sí, les voy a comentar la modalidad de trabajo

— El modo de trabajo durante la clase no va a ser muy distinto a como vienen trabajando, realizaremos actividades del libro, en otras oportunidades se traerán actividades distintas, y en algunas instancias, trabajarán en grupo. Todas estas instancias serán acompañadas de una parte teórica, que la vamos a ir construyendo entre todos. Haremos uso de GeoGebra, que con el/la profesor/a ya lo han utilizado. Para los que no lo tienen, les pedimos que lo descarguen en sus teléfonos desde Play Store, App Store, Google Play o también en tablets. Si quieren y pueden, traen la tablets, o una computadora. Lo que ustedes prefieran.

— Las evaluaciones consistirán en un trabajo práctico grupal y una evaluación escrita e individual. El primer trabajo será realizado de a pares de compañeros. El segundo, en cambio, es individual.

2. Introducción

Mostraremos a los estudiantes, un video sobre un videojuego llamado Fortnite con la finalidad de, introducirlos en la actividad que hemos pensado y así motivar el análisis del video, que mostraremos más adelante.

— La clase de hoy mostraremos dos videos, uno que quizás algunos conozcan y otro que hemos realizado nosotras llamado **“Estallido Galáctico”**. Abran sus carpetas, coloquen la fecha de hoy, y cómo título de lo que vamos a hacer pongan actividad introductoria a función afín (Esto quedará consignado en el pizarrón)

(Comenzamos con la presentación del videojuego *Fortnite* (Ilustración 1). El proyector será preparado previamente al comienzo de la clase.)



Figura 1: Captura del videojuego Fortnite

1) ¿Notan movimientos particulares de las personas en la pantalla? (esperamos un sí)
Además de los personajes, ¿Qué otros objetos se mueven? (esperamos que respondan armas, balas, etc.)

2) ¿Cómo creen ustedes que hacen los programadores para que todo lo mencionado tenga movimiento? (pueden decir que ingresan datos en una computadora para que todo se mueva. En base a eso, cambiaremos la pregunta 3 por ¿Cómo serán los datos que se ingresan? ((* Si no saben qué contestar se les dirá que vamos a seguir con el próximo video a ver si podemos entre todos responder esta pregunta)

3) ¿Qué piensan que hay detrás del programa? ¿controlando el movimiento de cada objeto? (Se espera que por el lugar y el momento en que se desarrolla la actividad, respondan algunas ideas matemáticas como, por ejemplo, coordenadas, o si no saben qué responder, se recurre a lo dicho anteriormente (*))

Luego de este videojuego, les mostraremos el creado por nosotras (Ilustración 2).



Figura 2: Captura de Estallido Galáctico

Este es el video que hemos creado con mi compañera. Veamos que sucede.

3. Desarrollo

(a) Momento 1

Luego de que los estudiantes observen el video y hagan comentarios sobre él, se realizarán las siguientes preguntas con el objetivo de ir analizando lo que está detrás del videojuego.

1) **¿Qué características observan en la animación?** (esperamos que digan un universo donde hay cometas, satélites, astronautas que se están moviendo, parece que algunos se chocan etc.)

2) **¿Qué piensan ustedes que hicimos nosotras para que los objetos se muevan de esta manera?** (Esperamos algún aspecto matemático como, por ejemplo, fórmulas, ecuaciones o tal vez funciones. También puede suceder que no sepan qué decir o que de manera intuitiva digan que colocamos imágenes en GG y las hicimos mover). Cualesquiera sean las respuestas plantearemos una consigna para lograr que los estudiantes puedan elaborar una respuesta que se aproxime a los contenidos que queremos desarrollar.

— Las respuestas responden a lo que ustedes observan pero ahora miremos con detenimiento el movimiento de un objeto particular, por ejemplo, el del satélite (puede surgir la pregunta ¿por qué el satélite y no otro objeto? diremos que es

solo a modo de ejemplo, pero que ellos pueden elegir otro objeto. Sea cual sea la elección del objeto se seguirá de la siguiente forma, (ver Cuestión 3).

3) ¿Cómo se mueve el _____? (Pueden responder realizando un gesto con sus manos, por lo que les daremos el puntero láser para que señalen el movimiento que realiza.) En este punto diremos que la figura que describe ese movimiento que están realizando se llama **trayectoria**. (Acá puede surgir la pregunta ¿Qué es una trayectoria? la cual responderemos en el ítem 4)

4) ¿Qué piensan ustedes que puede ser una **trayectoria**? (Esperamos que digan moverse de un lugar a otro, el movimiento de un objeto, un recorrido etc. Tomaremos esas ideas y, recuperando las ideas de los estudiantes, escribiremos en el pizarrón lo siguiente:

“Una trayectoria es un conjunto de puntos que describen las posiciones de un objeto cuando se mueve de uno a otro punto en el plano.”

— Teniendo en cuenta esta definición, ¿Qué trayectorias conocen? (esperamos que digan circulares, rectas, curvas) Muy bien, todas esas son distintas trayectorias, para organizarnos, vamos a establecer dos grupos de trayectorias: las rectilíneas y las no rectilíneas. A ver _____ ¿A que nos referimos con rectilíneas? (se espera que respondan que se mueve en línea recta. De ser así nombraremos a otro estudiante para ver si está de acuerdo con lo que dijo el primer estudiante y luego afirmaremos dicha respuesta con el siguiente ejemplo en el pizarrón.

Se dibujan dos puntos en el pizarrón y, teniendo presente la definición, trazaremos la recta para mostrar el recorrido de un punto a otro. Se hará otro similar para demostrar cuando no es rectilínea.



Si el estudiante no responde o no puede poner en palabras que es una trayectoria rectilínea, se le preguntará a otro estudiante hasta que la respuesta emerja, de lo

contario, la diremos nosotras con el ejemplo en el pizarrón mencionado anteriormente)

(b) Momento 2

Propondremos a los estudiantes analizar las trayectorias que se ven en el video diseñado por nosotras.

— Ahora que ya hemos clasificado en dos grupos a las distintas trayectorias, realizaremos el siguiente cuadro que lo vamos a completar con los nombres de los objetos que se mueven en estos dos grupos (daremos un tiempo para que realicen el cuadro en sus carpetas y comenzaremos con la pregunta (2))

— Trayectorias Rectilíneas	— Trayectorias no Rectilíneas
—	—
—	—
—	—

(1) ¿Cómo clasificarían las trayectorias que realizan los objetos? (esperamos que puedan decir cuáles son las que están en el grupo rectilíneas y cuáles no, y las anoten en el cuadro realizado)

— Nosotros vamos a enfocarnos ahora en las trayectorias que se encuentran en el grupo de las trayectorias rectilíneas (que corresponden a los objetos del videojuego), (puede surgir la pregunta ¿por qué solo en ese grupo? Responderemos que a medida que se avanza con los contenidos matemáticos, se ven distintas trayectorias cada vez más complejas, y en 3er año se ven las rectilíneas.)

Dado que ya falta poco para el toque de timbre, terminaremos acá, pero la próxima clase vamos a seguir con el análisis de este video juego.

Fin de los primeros 40 minutos de clase (jueves 26/7 o 27/7)

Inicio de los segundos 40 min de clase. (Viernes 27/7 y 31/7) Comenzaremos con un repaso de lo que se hizo la clase anterior, usando como recurso el Power Point y mostramos lo que sigue (Figura 3)

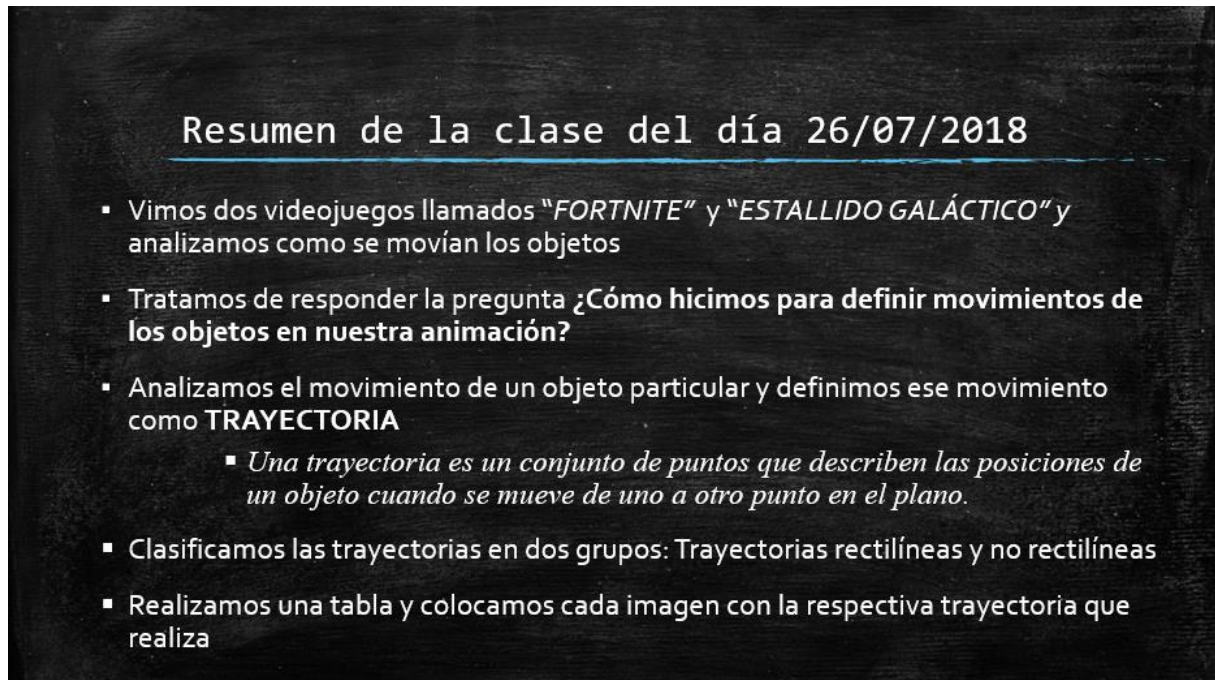


Figura 3: Resumen de la clase del día 21/07/2018

En el ítem 3 se le pedirá a un estudiante que lea de su carpeta qué es una trayectoria. Luego se leerán los ítems restantes y se procederá al desarrollo del momento 3

(c) Momento 3

Previamente se tendrá preparado el proyector y la animación en GG.

¿Cómo son las trayectorias de los satélites? (esperamos que digan que los satélites tienen la misma trayectoria rectilínea) preguntaremos **¿y en algún momento se intersectan sus trayectorias o se intersectarán sus trayectorias?** (esperamos un no) Preguntaremos ¿Qué nos indica esto? Esperamos que respondan que se mueven en trayectorias paralelas

¿Hay algún objeto cuya trayectoria se intersecte con la de otro? (esperamos que digan que los cometas) **¿y de qué manera se intersecan?** (esperamos que respondan que de manera perpendicular)

(d) Momento 4

Consideramos en este momento volver a las cuestiones acerca de cómo se realizan los videojuegos, y en particular, nuestra animación.

— Ahora que ya hemos hablado sobre algunos aspectos de nuestro videojuego veamos si podemos contestar la pregunta con la que empezamos la clase. ¿Se la acuerdan? La escribamos en el pizarrón **¿Cómo hicimos para definir movimientos de los objetos en nuestra animación?**

Para guiar a los estudiantes a que puedan visualizar que detrás del videojuego se definieron trayectorias en un sistema de coordenadas, que los objetos están puestos sobre una gráfica y que estas gráficas están descritas de forma algebraica; iremos de a poco, exhibiendo de forma retrospectiva lo hecho en el videojuego. Para ello seguiremos los siguientes pasos:

- a- Quitar el fondo del videojuego realizado en GG (Ilustración 4)



Figura 4: Captura de estallido galáctico sin fondo

— Ahora le vamos a quitar el fondo a nuestro videojuego y veamos qué pasa si hacemos visibles ciertos objetos geométricos a los cuales les asociamos una imagen.

- b- Hacer visibles los puntos a los que asociamos cada imagen (Ilustración 5)

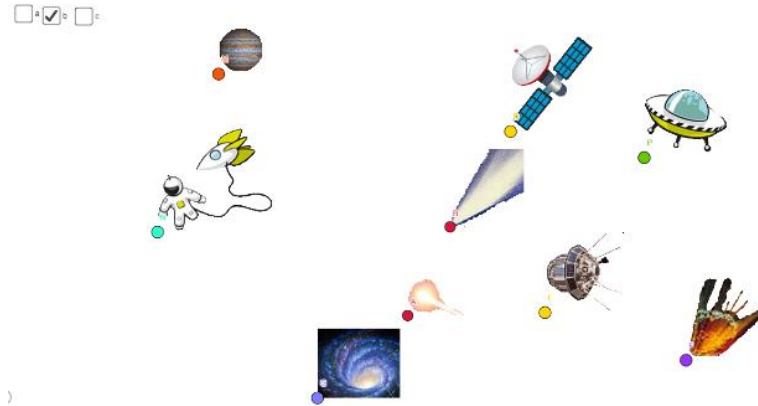


Figura 5: Captura de estallido galáctico con puntos visibles

— Ahora que hicimos los puntos visibles, vemos que hay imágenes que tienen puntos del mismo color y otras que no. Hay una opción en GG que se llama rastro que nos permite ver la trayectoria de los puntos, activemos esta opción y veamos que sucede (Figura 6)

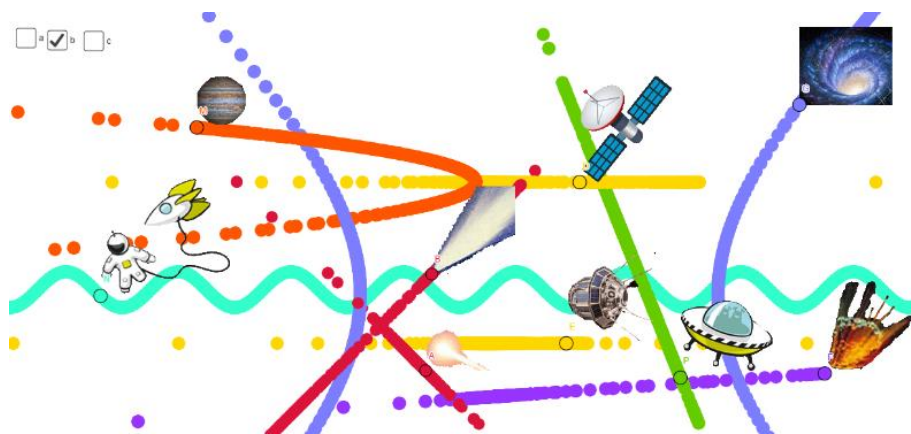


Figura 6: Captura de Estallido Galáctico activando la función rastro

— Teniendo en cuenta el cuadro que realizamos para clasificar las imágenes según su tipo de trayectoria, ¿Qué pueden decir sobre los colores de los puntos y las trayectorias que estos realizan? (se espera que digan que los puntos amarillo, rosa, verde y violeta pertenecen a trayectorias rectilíneas y los otros no).

c- Mostrar los ejes cartesianos (Figura 7)

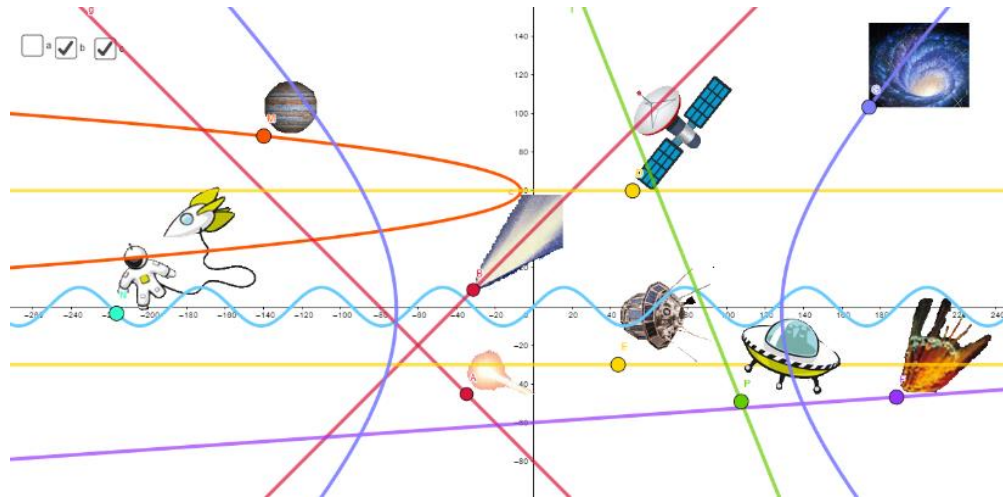


Figura 7: Captura de estallido galáctico mostrando las rectas y los ejes cartesianos

— Con esto que están viendo, pueden responder **¿Cómo hicimos para definir movimientos de los objetos en nuestra animación?** (se espera que respondan usando funciones) ¿Recuerdan qué es una función?

— Ahora activemos la vista algebraica que nos proporciona GG (Figura 8)

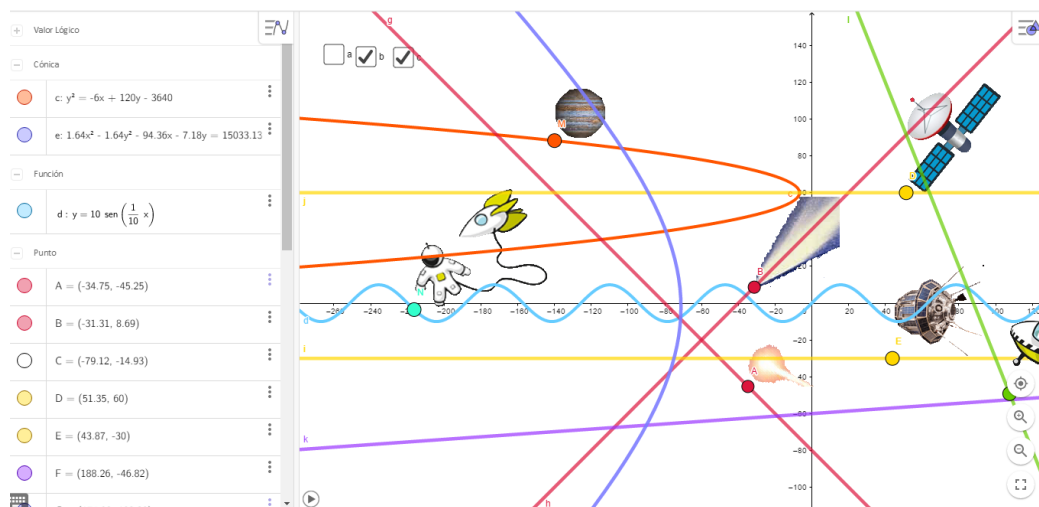


Figura 8: Captura de Estallido Galáctico con la vista algebraica activada

¿Qué vemos en la vista algebraica? Se espera que respondan valor lógico, cónica, función, punto, recta (los alumnos pueden preguntar ¿Qué es cónica? Responderemos que son las curvas o gráficos resultantes de intersectar un cono con un plano. Mostraremos una hoja con la intersección hablada. (Figura 9) ¿Qué es valor lógico? Responderemos que es una

expresión que usan los programadores para designar la verdad (true) o falsedad (false) de un enunciado. Nosotras la usamos para ocultar el fondo, y para que aparezcan los puntos y las cónicas, rectas y funciones ¿Qué es todo eso que aparece en la vista algebraica? A esta responderemos que ahí se encuentran las expresiones que definen los objetos geométricos que hemos usado para hacer el videojuego).

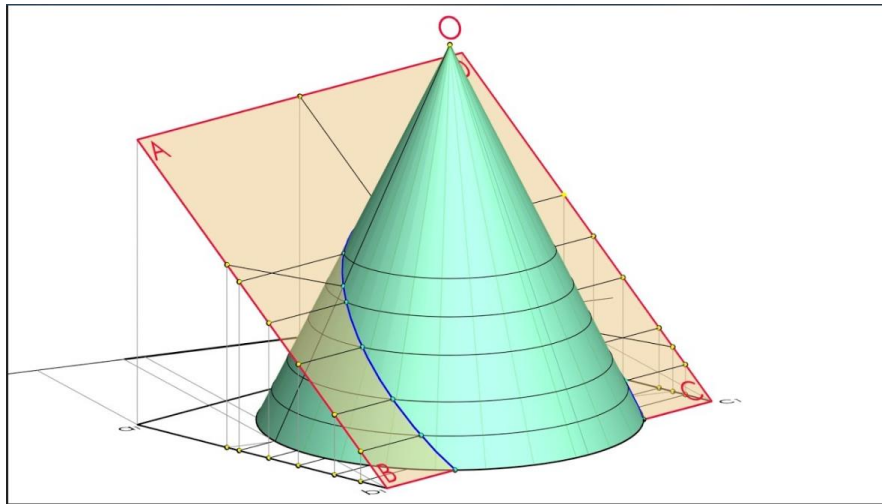


Figura 9: Intersección de un cono y un plano

Ahora que tenemos, los ejes, la vista algebraica y las gráficas, veamos cómo hemos definido las expresiones de cada objeto geométrico que se ve en la vista gráfica.

En este momento se pretende que los alumnos, usando los colores de los puntos y la vista algebraica (que asocia el mismo color a la expresión algebraica de la trayectoria que representa), observen regularidades en las trayectorias rectilíneas y no rectilíneas para que luego puedan asociar las trayectorias rectilíneas con su expresión algebraica $y = mx + b$

— Veamos la sección en la vista algebraica que dice cónica ¿Qué puntos se encuentran sobre esta recta? (se espera que respondan los puntos M y G) y ¿Qué imagen está asociada a ese punto) (se espera que respondan el planeta y el agujero negro).

¿Qué ven en la expresión que define esas curvas? (se espera que respondan que en la curva naranja hay dos variables de las cuales una está elevada al cuadrado y en la curva violeta están las mismas variables, pero ambas elevadas al cuadrado)

diremos que estas expresiones están así descritas porque las cónicas se expresan mediante ecuaciones cuadráticas y por eso vemos que hay variables que están elevadas al cuadrado.

— Veamos ahora la sección que dice función ¿Qué puntos se encuentran sobre esta recta? (se espera que respondan el punto N) y ¿Qué imagen está asociada a ese punto) (se espera que respondan el astronauta). ¿Qué ven en la expresión que define esta curva? (se espera que digan que también hay dos variables (x, y) y una expresión seno). Diremos que esta función se llama seno y se denota por (escribiremos en el pizarrón) $y = \text{sen}(x)$

— Ahora vamos a concentrarnos en la sección recta, para una mejor visualización, vamos a ocultar las 3 curvas que analizamos recién porque ahora nos vamos a centrar en un análisis más detallado de esta sección.

Para realizar esto, vamos a tener que hacer clic en una fórmula de la cónicas y con el botón derecho propiedades → avanzado y en la casilla que dice condiciones para mostrar el objeto, borramos $f = \text{true}$. Esto lo realizamos para las 2 cónicas, la función seno, y los puntos que están asociados a esas funciones. Ocultamos las imágenes también. (Figura10)

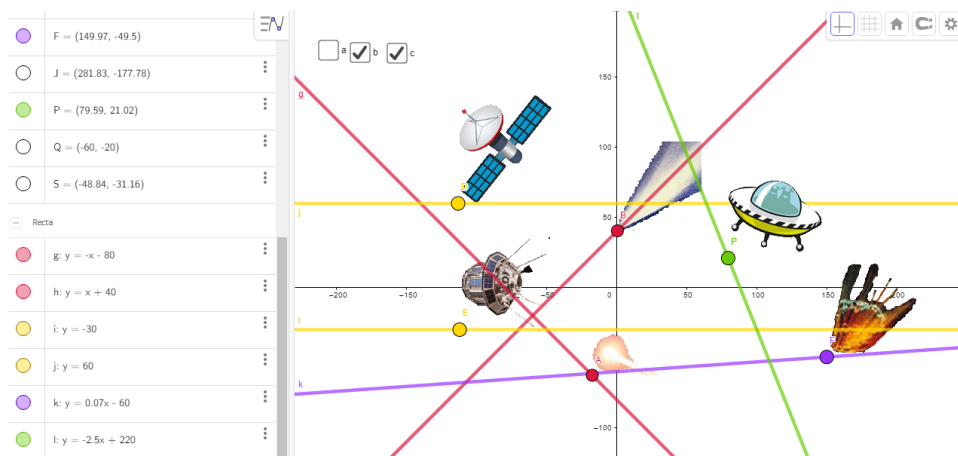


Figura 10: Captura de Estallido Galáctico ocultando las cónicas y la función seno

— ¿Qué puntos se encuentran sobre una recta? (se espera que respondan los puntos A, B, D, E, F, P) y ¿Qué imagen está asociada a cada punto?) (se espera que respondan Satélites, cometas, meteorito y ovni). ¿Qué ven en la expresión que define esta curva? (se espera que digan que hay dos variables (x, y) que no tienen

ningún exponente, que la variable x en algunos casos es positiva y en otros es negativa). ¿Qué tienen en común estas expresiones? (Se anotará sus respuestas en el pizarrón). (se espera: Que todas empiezan con y igual a un número multiplicado por la variable x y sumado o restado otro número), (Se escribirá en el pizarrón lo siguiente

$y = mx \pm b$ y se explicara que este símbolo \pm representa que se suma o se resta)

— Mirando la expresión h , ¿Qué número acompaña a la x ? (se espera que respondan un 1, de lo contrario, se les recordará que cuando una variable aparece sola significa que siempre hay un 1 acompañando a la x , pues $x = 1 \cdot x$)

— ¿Por qué en la expresión i no aparece este término? (Señalando lo que se escribió en el pizarrón mx) (Se espera que respondan que es porque la variable m , tomó el valor cero. Si los estudiantes no saben que decir, diremos que las variables x e y son los valores que toma el punto en el sistema de coordenadas y si este término no aparece es porque... ¿Qué valores tomo m ? se espera que respondan 0)

— Veamos esta expresión que escribimos en el pizarrón $y = mx + b$. ¿Les parece que es una expresión matemática apropiada? (esperamos un sí). Aclaremos que la expresión anterior es equivalente a definir $f(x) = mx + b$.

— A esta expresión vamos a llamarle función afín. En algunos libros y en particular el de ustedes, la expresión de función afín recibe el nombre de función lineal. No está mal llamarla así, pero no es correcto, ya que la expresión algebraica de la función lineal es $y = mx$ y la de la función afín es la que escribimos aquí (se señalará el pizarrón) en particular el libro de ustedes, la definen como función lineal. Esto se lo decimos para que sepan la diferencia entre una y otra.

4. Síntesis

— Recordemos ahora todo lo que hemos hecho hoy en la clase. _____
¿Con qué empezamos la clase? (se espera que respondan recordando lo que habíamos realizado la clase anterior con el videojuego)

— _____ ¿Qué analizamos después? (Los objetos que se mueven en trayectorias paralelas y perpendiculares)

— Para finalizar volvimos a nuestra pregunta inicial (señalaremos el pizarrón ya que la dejamos escrita) y mediante las expresiones que vimos en la vista algebraica de GG, descubrieron que para que los objetos se muevan. ¿Qué utilizamos) (Se espera que respondan cónicas, función seno y función afín)

— _____ ¿Qué función particular es la que vamos a estudiar? (Se espera función afín) y ¿Qué expresión algebraica tiene? (se espera que digan $y = mx + b$).

Se mostrará un PowerPoint (Figura 11 y 12) que resuma todos estos ítems para que puedan copiarlos en sus carpetas y de no llegar con los 40 min se los subirá al aula virtual.

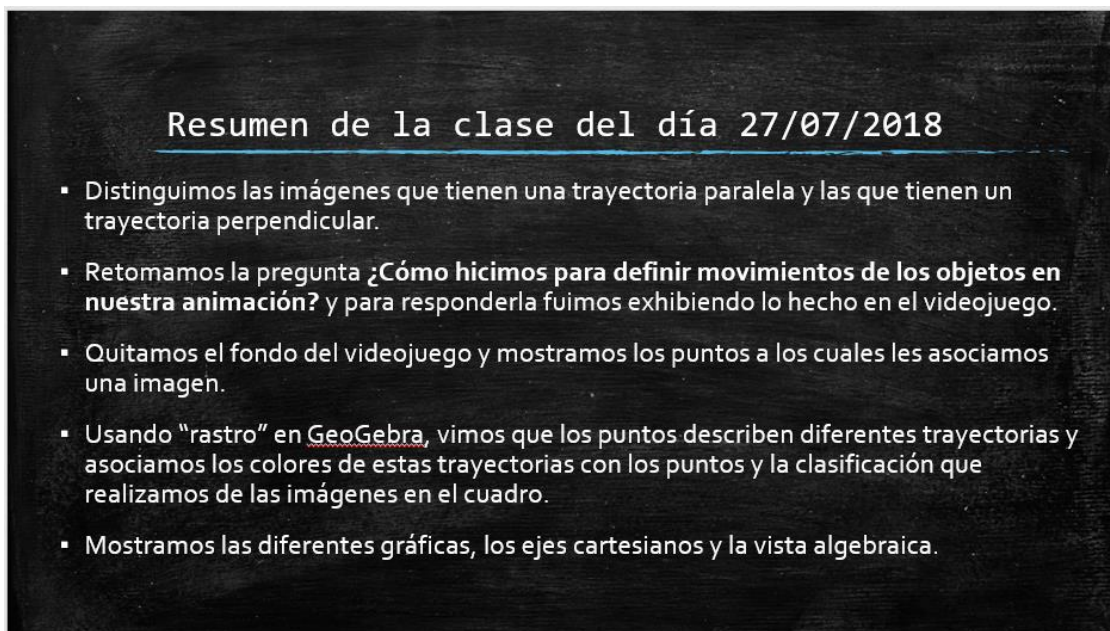


Figura 11: Diapositiva de PowerPoint sobre lo que se vio en la clase

- Con la vista algebraica vimos que había diferentes secciones entre ellas: cónica, función, punto, recta y valor lógico
- Hay diferentes expresiones cuadráticas que definen otras trayectorias.
- Analizamos la sección:
 - **Recta:** observamos que tenían en común todas esas expresiones y buscamos una regularidad para finalmente decir que estas trayectorias rectilíneas son funciones llamadas funciones afín y su fórmula es $y = mx + b$

Figura 12: Diapositiva de PowerPoint sobre lo que se vio en la clase

Anexo 2

Guía de Actividades 1

1) A continuación, le presentamos las fórmulas de varias funciones y sus gráficos, Vinculen cada gráfico con su fórmula e indiquen cuales son funciones afines.

a) $y = x + 3$

b) $y = -2x + 2$

c) $f(x) = 2x - 8$

d) $3y^2 - 3 = x$

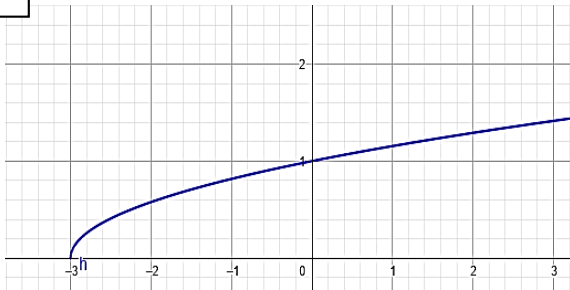
e) $f(x) = 5x^2 + 1$

f) $f(x) = 10x$

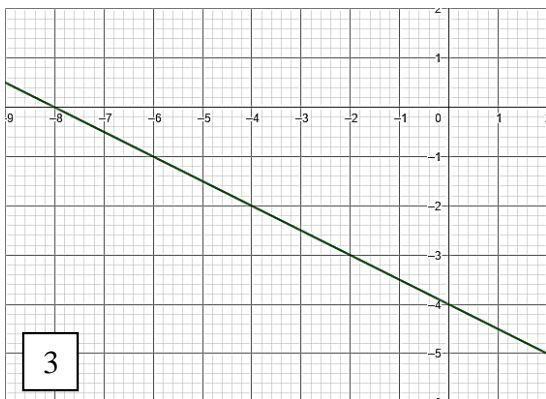
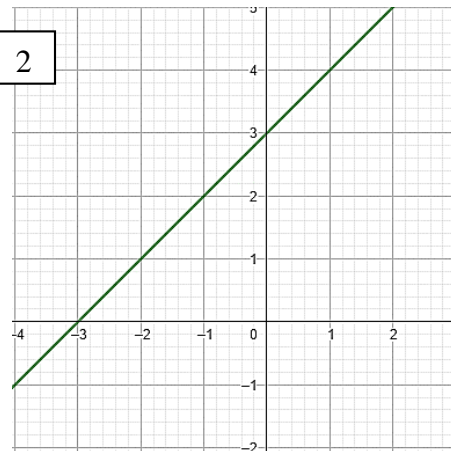
g) $x = -2y - 8$

h) $x = \frac{5}{8} + \frac{1}{4}y$

1

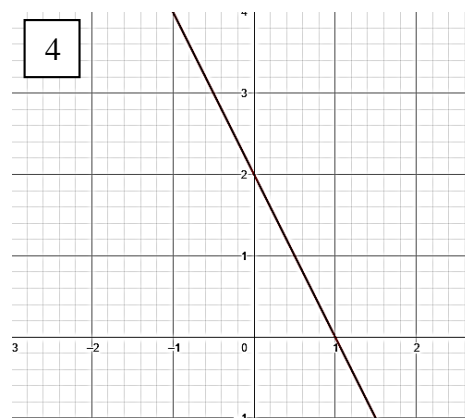


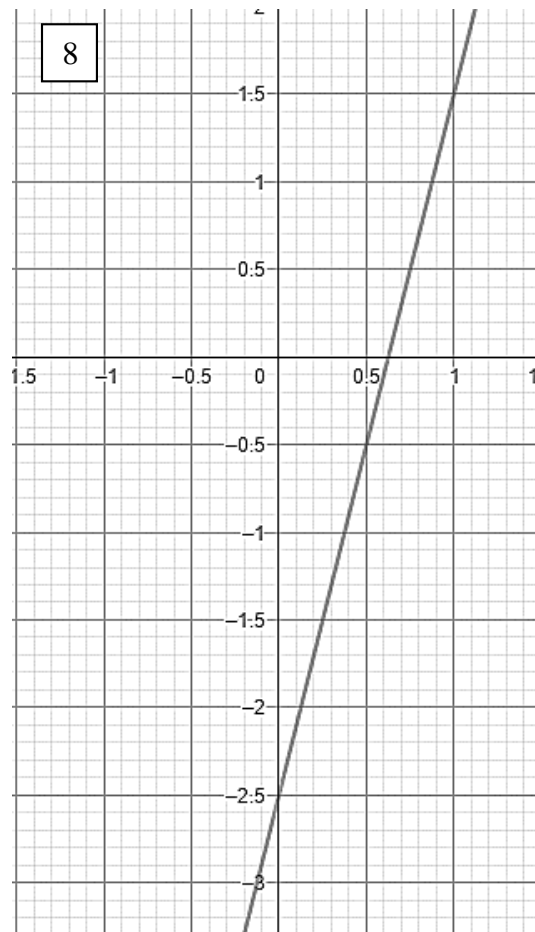
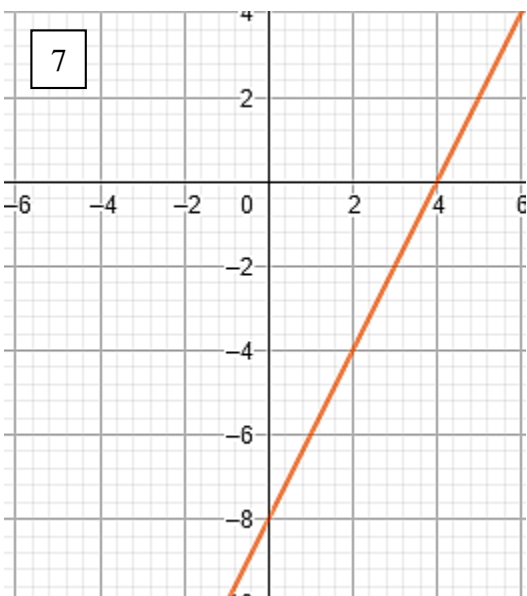
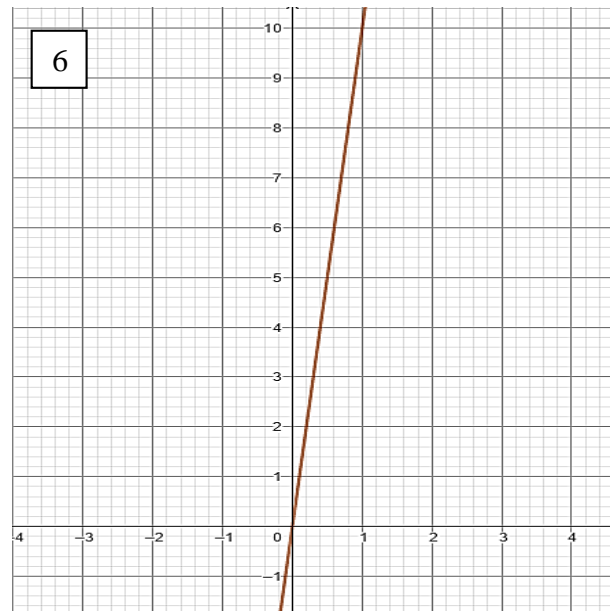
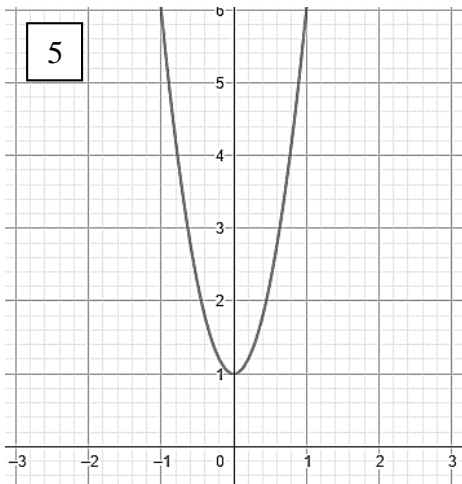
2



3

4





2) Identifique las siguientes expresiones con la recta correspondiente:

1) $y = 3x - 2$

2) $y = \frac{2}{3}x - 1$

3) $y = 6x - 2$

4) $y = x - 1$

5) $y = 2x - 1$

6) $y = \frac{3}{2}x - 1$

7) $y = x$

8) $y = \frac{2}{5}x + 13$

9) $y = -1$

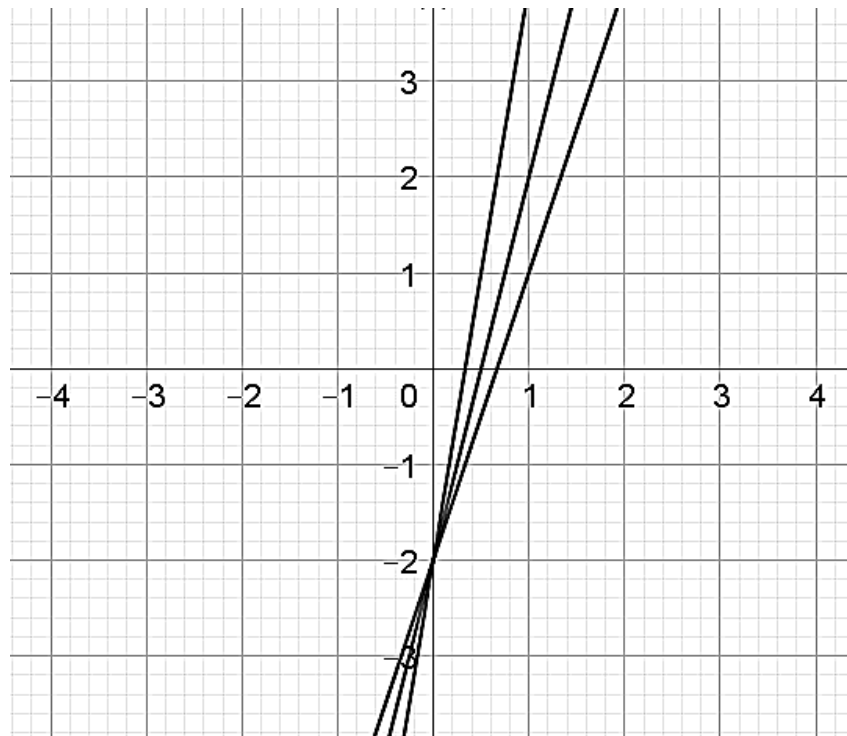
10) $y = 2$

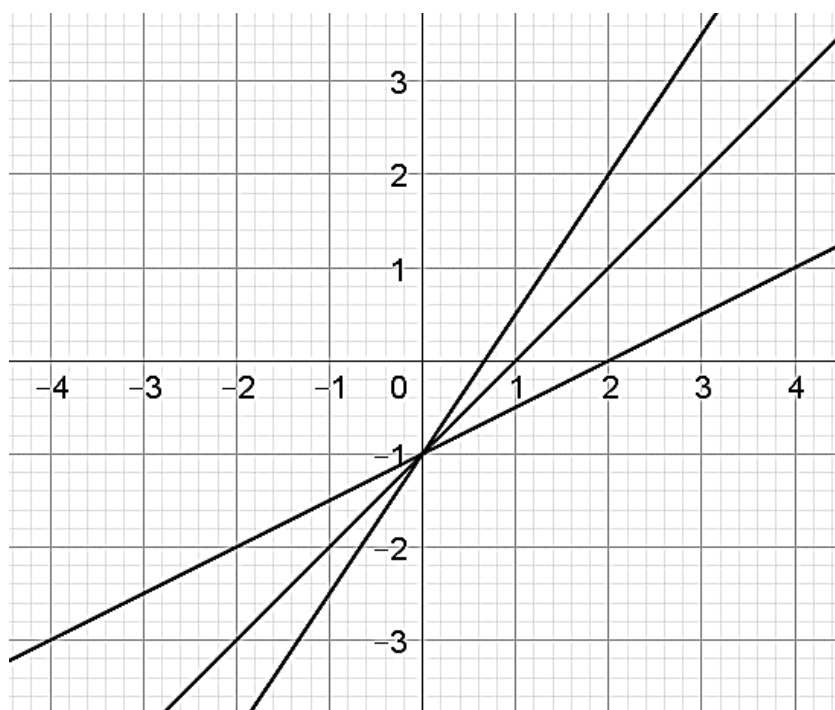
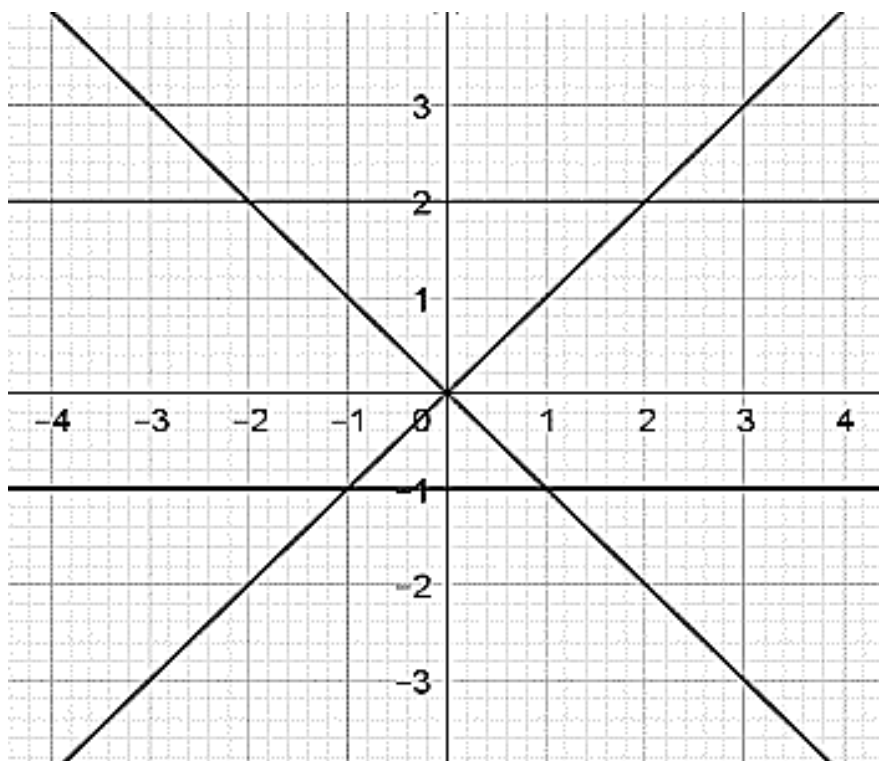
11) $y = 4x - 2$

12) $y = \frac{1}{3}x + 3$

13) $y = \frac{1}{2}x - 1$

14) $y = -x$





3) Hallar el valor de m sabiendo que las rectas tienen:

- a) Ordenada al origen: 3
Punto por el que pasa la recta (5, 0)
- b) Ordenada al origen: 15
Punto por el que pasa la recta (-2, 18)
- c) Ordenada al origen: -8
Punto por el que pasa la recta (5, 3)
- d) Ordenada al origen: 0
Punto por el que pasa la recta (2, 20)
- e) Ordenada al origen: 25
Punto por el que pasa la recta (8, 2)
- f) Ordenada al origen: 15
Punto por el que pasa la recta (6, 12)
- g) Ordenada al origen: 3
Punto por el que pasa la recta (3, 5)
- h) Ordenada al origen: -100
Punto por el que pasa la recta (50, 50)
- i) Ordenada al origen: 274
Punto por el que pasa la recta (129, 80)
- j) Ordenada al origen: -58
Punto por el que pasa la recta (-25, -15)

4) Represente gráficamente las siguientes funciones:

- a) $f(x) = x + 7$
- b) $f(x) = 7x - 2$
- c) $f(x) = 13x + 2x - 6$
- d) $f(x) = x + 3 - 5$
- e) $f(x) = 4x - 12$
- f) $f(x) = 5x + 13$
- g) $f(x) = 24x$
- h) $f(x) = 3x + 2x + 7$
- i) $f(x) = -5x + 12 - 3$
- j) $f(x) = 7x$
- k) $f(x) = 5x + 7 - 4$
- l) $f(x) = 4x - 2x + 3$
- m) $f(x) = x - 14$

5) Encontrar las raíces de las funciones afines del ejercicio 4

6) Resolver los siguientes ejercicios del libro “Entre Números III”:

- 9, 10 y 12 de la página 67
- 15 de la página 68

7) Indique si las siguientes preguntas son verdaderas o falsas. Justifique su respuesta

- a) ¿El par ordenado (2,3) pertenece a $y = 3x + 6$?
- b) ¿El par ordenado (4,5) pertenece a $y = \frac{1}{2}x + 3$?
- c) ¿El par ordenado (7,3) pertenece a $y = \frac{4}{28}x + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$?
- d) ¿El par ordenado (1,2) pertenece a $y = \frac{3}{2}x + 3$?
- e) ¿El par ordenado (5,5) pertenece a $y = 2x + 3$?
- f) ¿El par ordenado (1,10) pertenece a $y = \frac{1}{2}x + 7$?
- g) ¿El par ordenado (4,9) pertenece a $y = \frac{13}{27}x + 6$?
- h) ¿El par ordenado (2,5) pertenece a $y = \frac{1}{2}x + 4$?
- i) ¿El par ordenado (3,7) pertenece a $y = \frac{1}{2}x + \frac{11}{2}$?

Anexo 3Guía de actividades 2 para 3°G y 3°E**Actividad 1:**

Todos los taxis cobran un monto fijo por empezar un viaje, llamado “bajada de bandera”, y luego un precio por cuadra llamado “ficha”. Un taxi cobra \$33 la bajada de bandera y \$2 la ficha:

- ¿Cuáles son las variables de la situación planteada?
- ¿Cuál es la variable independiente en esta situación? ¿Y la dependiente?
- ¿Cuál es el monto fijo que cobra el taxista por empezar el viaje?
- ¿Cuál es el monto que nos cobran por cada cuadra recorrida?
- ¿Cuánto cuesta un viaje de diez cuadras?
- Si un viaje costó \$103 ¿Se puede saber cuántas cuadras recorrió el taxi?
- ¿Cuánto cuesta un viaje de cuarenta cuadras?
- Si tenemos \$113,70 ¿Cuántas cuadras podemos recorrer en un viaje?
- Si quisiéramos saber cuánto pagaremos por cada viaje en taxi que realicemos. ¿Cuál es la expresión algebraica que nos permitirá calcular el total a pagar en función de las cuadras recorridas?
- Realizar un gráfico de la situación planteada
- ¿Tiene sentido calcular la raíz para esta situación?
- ¿Cuál es el dominio de la función encontrada? ¿y la imagen?

Actividad 2:

Encuentren la fórmula de una función lineal sabiendo que:

- Tiene pendiente -3 y raíz 4
- Tiene pendiente -2 y ordenada al origen 7
- Tiene ordenada al origen 4 y raíz -3
- Pasa por los puntos (-1, 2) y (1, 5)
- Tiene pendiente 9 y pasa por (-2, 5)
- Tiene ordenada al origen -8 y pasa por (1, 4)
- Pasa por (1, -5) y (-3, 8)
- Pasa por (-8, 3) y (9, -1)
- Es una recta horizontal que pasa por (-5,2)

Actividad 3:

Un grifo verte agua a un depósito dejando caer 25 litros cada minuto.

- Formar una tabla de valores apropiada para representar la función capacidad en función del tiempo y graficarla.
- ¿Cuánto tiempo tardará en llenar una piscina de 50.000 litros?

Actividad 4:

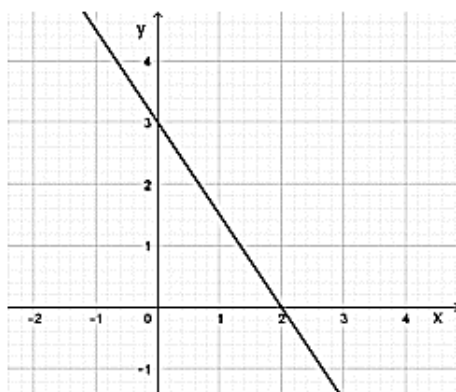
Una bicicletería cobra, por el alquiler de cada bicicleta, una cantidad fija de \$20, mas \$1 por cada minuto.

- ¿Cuál es la fórmula que expresa el importe del alquiler de una bicicleta en función del tiempo?
- Determinar el tiempo que una persona alquiló una bicicleta, si pagó en total \$65

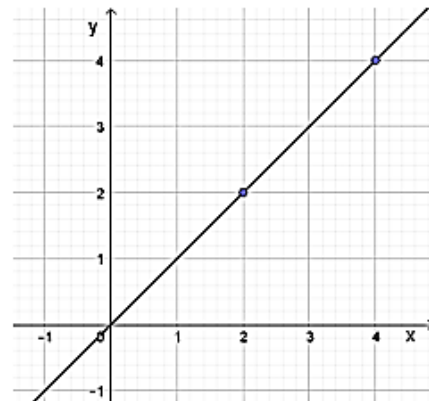
Actividad 5:

Escriban la ecuación, en cada caso, de la recta dibujada

a)



b)



Actividad 6:

Los remis cobran un monto fijo por empezar un viaje, llamado “bajada de bandera”, y luego un precio por cuadra llamado “ficha”. Un remis cobra \$38 la bajada de bandera y \$0,5 la ficha:

- a) ¿Cuáles son las variables de la situación planteada?
- b) ¿Cuál es la variable independiente en esta situación? ¿Y la dependiente?
- c) ¿Cuál es el monto fijo que cobra el remisero por empezar el viaje?
- d) ¿Cuál es el monto que nos cobran por cada cuadra recorrida?
- e) Si quisiéramos saber cuánto pagaremos por cada viaje en remis que realicemos. ¿Cuál es la expresión algebraica que nos permitirá calcular el total a pagar en función de las cuadras recorridas?
- f) Realizar el gráfico de la situación planteada en el mismo eje de coordenadas de la Actividad 1
- g) ¿Tiene sentido calcular la raíz para esta situación?
- h) ¿Cuál es el dominio de la función encontrada? ¿y la imagen?

Los abajo firmantes, miembros del Tribunal de Evaluación del Trabajo Final de Prácticas de *Metodología y Práctica de la Enseñanza*, damos Fe que el presente ejemplar impreso se corresponde con el aprobado por el Tribunal.



UNC

Universidad Nacional de Córdoba



FAMAF

Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación

www.famaf.unc.edu.ar

Medina Allende s/n, Ciudad Universitaria

CP: X5000HUA, Córdoba, Argentina

Tel: +54 351 4334051 (rotativas)

Fax: +54 351 4334054