

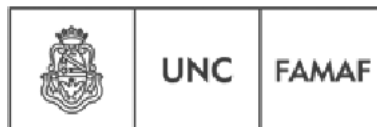
Trabajo Especial de Licenciatura en Astronomía

# Lentes gravitacionales fuertes: análisis y detección

Tania Aguirre Tagliaferro

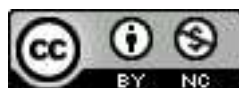
*Directores: Dr. Mariano Domínguez*

*Dr. Carlos Valotto*



Facultad de Matemática, Astronomía y Física  
U.N.C.

Marzo, 2015



Licencia Creative Commons Atribución No Comercial Sin Obra Derivada 4.0 Internacional



## Resumen

En este trabajo especial estudiamos los métodos de detección de las lentes gravitacionales fuertes, enfocándonos principalmente en el análisis y la detección de arcos de estos sistemas. Expondremos los distintos métodos para la búsqueda de arcos gravitacionales candidatos y describiremos los métodos ya existentes con sus respectivos catálogos asociados: COSMOS, el Programa Hubble Frontiers Field y SLACS. En particular, utilizamos paquetes estándares de análisis de imágenes, de ajuste de distribución de luminosidad superficial y técnicas de diferencias de imágenes aplicadas sobre los arcos ya previamente identificados por estos relevamientos. En base a estas técnicas, presentamos el tratamiento y selección de una muestra de arcos para la creación de un conjunto de entrenamiento para ser utilizado con algoritmos de aprendizaje automático. Los métodos desarrollados se aplicaron a observaciones de cúmulos de galaxias, obteniéndose identificaciones de arcos con baja contaminación y alta completitud. Nuestra perspectiva a futuro consiste en aplicar el método desarrollado en este trabajo en nuevas observaciones fotométricas y en otras frecuencias, particularmente, en imágenes obtenidas en el submilimétrico.

### **Categorías:**

98.62.Sb

98.62.Ve

98.62.-g

**Palabras claves:** Lentes Gravitacionales Fuertes - Arcos de Sistemas de Lentes - Detección de Arcos - Aprendizaje Automático



A mi mamá.



# Índice general

|                                                                   |           |
|-------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1. Lentes Gravitacionales</b>                                  | <b>1</b>  |
| 1.1. Introducción . . . . .                                       | 1         |
| 1.2. Teoría de lentes gravitacionales . . . . .                   | 3         |
| 1.2.1. Ángulo de deflexión . . . . .                              | 3         |
| 1.2.2. La ecuación de la lente . . . . .                          | 4         |
| 1.2.3. Magnificación y distorsión . . . . .                       | 7         |
| 1.2.4. Curvas críticas y cáusticas . . . . .                      | 9         |
| 1.3. Modelos de lentes con simetría axial . . . . .               | 9         |
| 1.3.1. Masa puntual . . . . .                                     | 11        |
| 1.3.2. Esfera isotérmica singular (SIS) . . . . .                 | 11        |
| 1.3.3. Perfil de Navarro, Frenk & White (NFW) . . . . .           | 14        |
| 1.4. Retraso temporal . . . . .                                   | 14        |
| <b>2. Catálogos y métodos de detección asociados</b>              | <b>17</b> |
| 2.1. Primer catálogo de lentes fuertes del campo COSMOS . . . . . | 17        |
| 2.1.1. Datos . . . . .                                            | 18        |
| 2.1.2. Metodología . . . . .                                      | 18        |
| 2.2. Sloan Lens Advanced Camera for Surveys (SLACS) . . . . .     | 23        |
| 2.2.1. Selección de candidatos . . . . .                          | 23        |
| 2.2.2. Procesamiento de imágenes ACS . . . . .                    | 24        |
| 2.2.3. Sistemas observados . . . . .                              | 24        |
| 2.3. Programa Hubble Frontier Fields (HFF) . . . . .              | 25        |
| 2.3.1. HFF: cúmulo Abell 2744 . . . . .                           | 25        |
| 2.3.2. Resultados . . . . .                                       | 28        |
| 2.4. Otros métodos de detección . . . . .                         | 30        |

|                                                                                                                     |           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>3. Conformación de un conjunto de entrenamiento</b>                                                              | <b>37</b> |
| 3.1. Muestra de arcos . . . . .                                                                                     | 37        |
| 3.1.1. Código de simulación y resta de galaxias . . . . .                                                           | 39        |
| 3.2. Muestra de galaxias . . . . .                                                                                  | 41        |
| 3.3. Cálculo del conjunto de atributos ( <i>features</i> ) de las imágenes de entrena-<br>miento: Wndchrm . . . . . | 41        |
| 3.3.1. Descripción del método . . . . .                                                                             | 41        |
| 3.3.2. Aplicación del método . . . . .                                                                              | 42        |
| <b>4. Técnicas de aprendizaje automático</b>                                                                        | <b>53</b> |
| 4.1. Introducción a los algoritmos de Aprendizaje Automático . . . . .                                              | 53        |
| 4.1.1. Algoritmos aplicados . . . . .                                                                               | 54        |
| 4.1.2. Validación cruzada de K iteraciones . . . . .                                                                | 56        |
| 4.2. Generando los clasificadores . . . . .                                                                         | 56        |
| 4.2.1. Selección de features . . . . .                                                                              | 56        |
| 4.2.2. Resultados del entrenamiento con el algoritmo Naive Bayes . . . . .                                          | 57        |
| 4.2.3. Resultados del entrenamiento con el algoritmo de Regresión Logística . . . . .                               | 59        |
| 4.2.4. Resultados del entrenamiento con el algoritmo Random Forest . . . . .                                        | 59        |
| 4.3. Aplicación de los clasificadores a la muestra objetivo . . . . .                                               | 60        |
| 4.3.1. Aplicación del clasificador de Naive Bayes sobre la muestra objetivo . . . . .                               | 61        |
| 4.3.2. Aplicación del clasificador de Regresión Logística sobre la muestra<br>objetivo . . . . .                    | 61        |
| 4.3.3. Aplicación del clasificador Random Forest sobre la muestra objetivo . . . . .                                | 64        |
| 4.4. Discusión de los resultados obtenidos . . . . .                                                                | 65        |
| <b>5. Conclusiones</b>                                                                                              | <b>67</b> |
| 5.1. Resumen de trabajo y resultados . . . . .                                                                      | 67        |
| 5.2. Perspectivas futuras . . . . .                                                                                 | 68        |
| <b>A. Apéndice</b>                                                                                                  | <b>71</b> |



# 1. Lentes Gravitacionales

Las lentes gravitacionales proveen una herramienta fundamental para estudiar la distribución de materia oscura de una galaxia masiva, de cúmulos de galaxias, la cosmología de fondo y tienen la llamativa ventaja de funcionar como telescopios naturales ya que nos brindan información de objetos lejanos. Estos objetos lejanos, que en realidad son fuentes afectadas por el fenómeno de lentes, se pueden observar como arcos gravitacionales o imágenes múltiples en el regimen de lente gravitacional fuerte. Es por ello que resulta importante analizar y encontrar nuevos sistemas de lentes gravitacionales, por ejemplo, mediante técnicas de análisis de imágenes, como las que se desarrollarán en los siguientes capítulos de este trabajo.

En este capítulo presentamos una introducción a nuestro trabajo a partir de los conceptos teóricos en los que se basa el estudio de lentes gravitacionales. Se expone una definición de lente gravitacional, describiremos la ecuación de la lente y los conceptos derivados de ésta tales como densidad de masa superficial, radio de Einstein y magnificaciones. También presentaremos el modelo para una masa puntual, de Esfera Isotérmica (SIS, por su siglas en inglés) para la densidad de masa superficial y el modelo NFW para la densidad de masa de la materia oscura. Por último, definiremos el tiempo de retardo (*time delay*, en inglés) y su importancia como estimador de la constante de Hubble  $H_0$ .

## 1.1. Introducción

Los rayos de luz son desviados al propagarse a través de un campo gravitatorio inhomogéneo. Mitchell (1793, ver Meneghetti 2006) fue el primero en mencionar la posibilidad de que un campo gravitatorio influya en la propagación de la luz. Soldner (1804) estudia este efecto y utilizando un formulismo newtoniano, concluye que un rayo de luz que pase cerca del limbo solar sería desviado  $0.84''$ . En 1911, más de un siglo después Einstein trabaja sobre la influencia de la gravedad en la luz. En aquel momento, aún no había desarrollado por completo su Teoría General de la Relatividad (RG),

por lo que usó física newtoniana para describir la desviación de la luz. Sin saber de la existencia de los resultados de Soldner, Einstein calculó que un rayo de luz que pasa rasante al Sol sería desviado un ángulo  $\alpha_N = 2GM_{\odot}/c^2R_{\odot} = 0,84''$ . En 1916, Einstein completa su Teoría General de la Relatividad y deriva un nuevo valor para este ángulo:  $\alpha_{RG} = 4GM_{\odot}/c^2R_{\odot} = 1,74''$ . El factor adicional de 2 con respecto al resultado newtoniano refleja la curvatura del espacio. Este resultado fue comprobado en 1919 por Eddington (Dyson et al. 1920) durante un eclipse solar, con una precisión suficiente como para distinguir entre la predicción newtoniana y la relativista, dándole un importante ímpetu a la teoría elaborada por Einstein.

En la década de 1960, varios estudios teóricos mostraron la utilidad del efecto de la reflexión gravitacional de la luz, denominado *lentes gravitacionales*. Refsdal (1964a,b) deriva las ecuaciones básicas de la teoría de lentes y propone la posibilidad de determinar la constante de Hubble usando el tiempo de retrado entre dos imágenes de una fuente variable. Klimov (1963) estudió el efecto de lentes ocasionadas por galaxias de fondo (en inglés: *galaxy-galaxy lensing*). Liebes (1964) en cambio, analizó el fenómeno con masas puntuales, considerandola posibilidad de que estrellas de la Vía Láctea puedan actuar como lentes para estrellas en Andrómeda (M31). Sin embargo, se comprobó por primera vez el efecto de lente en objetos extragalácticos cuando Walsh, Carswell y Weymann (1979) descubrieron dos quásars separados por 6 segundos de arco, on idénticos colores, *redshifts* y espectros.

Desde entonces el campo de estudio de las lentes grvitacionales fue creciendo y diferenciándose según la magnitud del efecto y la naturaleza de los objetos involucrados. Este efecto resulta ser una herramienta de gran utilidad debido a su amplio campo de aplicación, como por ejemplo, para la determinación de las masas, perfiles de masas para objetos extensos, el valor de la constante de Hubble, restrcción en los parámetros cosmológicos, la utilización de las lentes como telescopios naturales para obtener información de objetos muy lejanos, determinación de sistemas binarios, e incluso exoplanetas.

En las siguientes secciones resumiremos las ecuaciones básica que describen la desviación de la luz debido a la preseca de un campo gravitatorio. Luego, introduciremos algunos modelos simples que describen la distribución de masa de la lente y que son ampliamente usados para la caracterización de muchos fenómenos de lentes gravitacionales.

## 1.2. Teoría de lentes gravitacionales

### 1.2.1. Ángulo de deflexión

Partiendo de la Teoría de la RG, sabemos que la luz se propaga a través de las líneas geodésicas del espacio-tiempo (ver Wambsganss (1998)). Si consideramos la métrica de Minkowski perturbada por un campo débil, podemos encontrar el ángulo de deflexión que sufre un rayo de luz al atravesar este campo generado por una masa  $M$ :

$$\tilde{\alpha} = \frac{4GM}{c^2\xi} \quad (1.1)$$

donde  $\xi$  es el parámetro de impacto, el cuál debe ser mucho mayor al radio de Schwarzschild ( $R_s \equiv 2GMc^{-2}$ ). Esta condición implica que ante un campo gravitatorio débil, las ecuaciones de campo de RG pueden linealizarse. Este hecho simplifica notablemente el análisis, ya que el ángulo de deflexión de un conjunto de objetos masivos es directamente la suma (vectorial) de los ángulo individuales. Consideremos ahora un caso que se asemeje más a la realidad, como el de una distribución de masa tridimensional. Incluso en cúmulos de galaxias, el tamaño físico de la lente es mucho menor que las distancias involucradas entre el observador, la lente y la fuente. Eso justifica el uso de la “aproximación de la lente fina”, en la que la deflexión sucede en un tramo muy corto del camino de la luz, por lo que podemos aproximar la distribución adicional tridimensional a una bidimensional, ubicada en el plano de la lente. Así para una distribución de densidad arbitraria  $\rho(\boldsymbol{\xi}, z)$ , el ángulo de la deflexión total es:

$$\tilde{\alpha}(\boldsymbol{\xi}) = \frac{4G}{c^2} \int \frac{(\boldsymbol{\xi} - \boldsymbol{\xi}')\Sigma(\boldsymbol{\xi}')d\xi'}{|\boldsymbol{\xi} - \boldsymbol{\xi}'|^2} \quad (1.2)$$

con

$$\Sigma(\boldsymbol{\xi}) = \int \rho(\boldsymbol{\xi}', z)dz \quad (1.3)$$

$\Sigma(\boldsymbol{\xi}')$  es la densidad de masa superficial en el plano perpendicular a la línea de la visual. El vector de dos componentes  $\boldsymbol{\xi}'$  indica la posición de cada elemento de masa sobre este plano,  $z$  es la componente en la línea de la visión, y  $\boldsymbol{\xi}$  es la posición de un punto genérico en el cuál deseamos calcular  $\tilde{\alpha}$ .

### 1.2.2. La ecuación de la lente

Un escenario típico de una lente gravitacional se muestra en la Fig. 1.1. En este caso, una concentración de masa a una distancia  $D_L$  desvía los rayos de luz de una fuente ubicada a una distancia  $D_S$ . La magnitud y la dirección de esta desviación será descrita por el ángulo  $\tilde{\alpha}$ .

La ecuación de la lente que nos interesa relaciona la posición verdadera de la fuente con su posición observada en el cielo. Esta relación la podemos expresar en función de los ángulos de la siguiente forma:

$$\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\theta} - \frac{D_{LS}}{D_S} \tilde{\boldsymbol{\alpha}}(D_L \boldsymbol{\theta}) \equiv \boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{\theta}) \quad (1.4)$$

donde definimos como ángulo de deflexión escalado a  $\boldsymbol{\alpha}$ . Esta ecuación es la denominada **ecuación de la lente**, e implica que una fuente cuya posición verdadera es  $\boldsymbol{\beta}$  será observada en la posición  $\boldsymbol{\theta}$ . Incluso, puede resultar que exista más de una solución para  $\boldsymbol{\theta}$ , lo que generaría imágenes múltiples de la misma fuente. En la Fig. 1.2 se puede observar un ejemplo de imágenes múltiples: un quásar 4 veces lenteado por la galaxia *ZW 2237+030*, lo que se denomina efecto cuadrupolar y a la forma geométrica se la conoce como Cruz de Einstein.

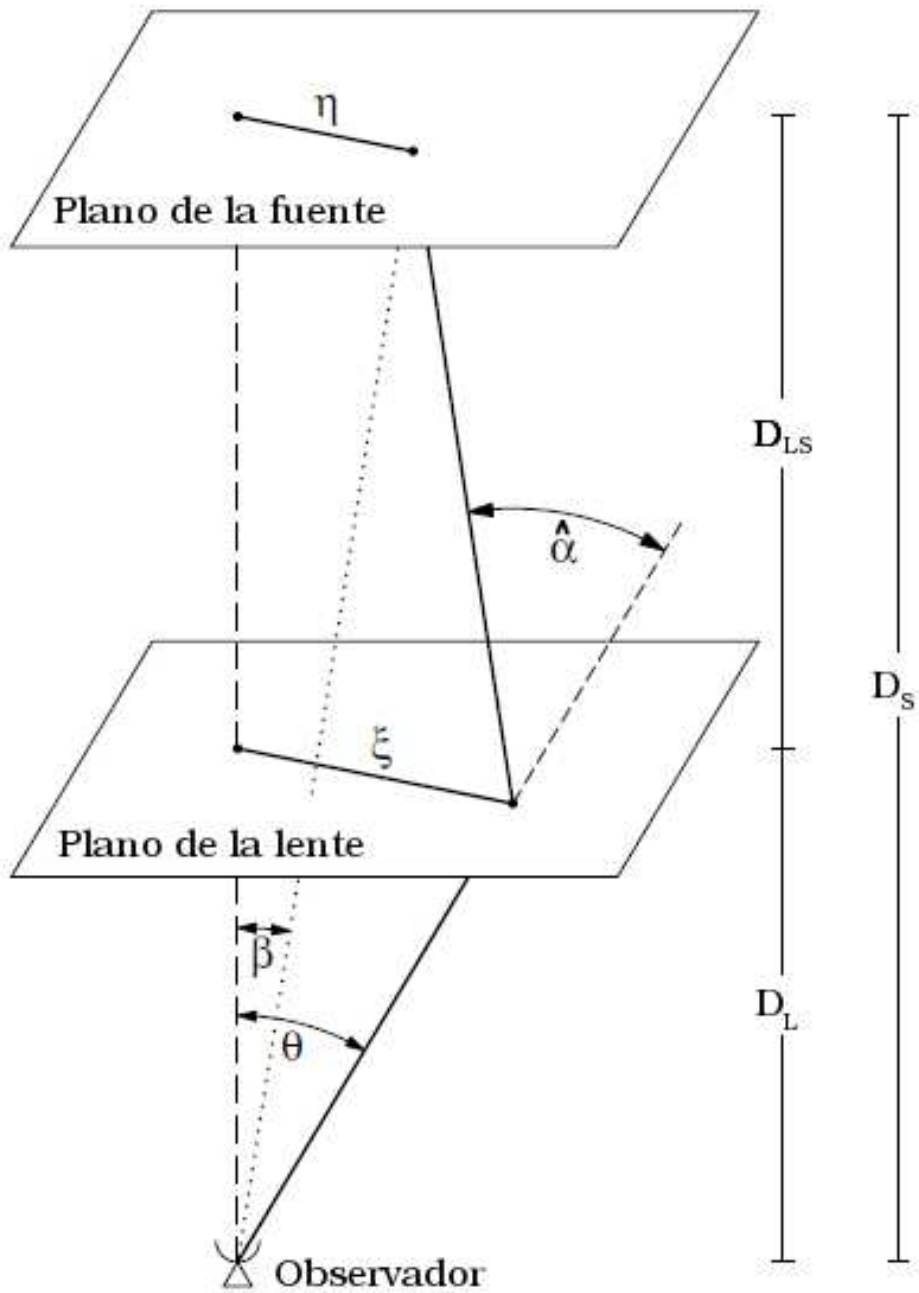
Como se puede observar, la naturaleza de la fuente va estar dominada por el ángulo  $\boldsymbol{\alpha}$ , el cual contiene la información de la distribución de masa y las distancias entre el observador, la lente y la fuente. Para analizar el detalle, resulta conveniente expresar  $\boldsymbol{\alpha}$  de la siguiente manera:

$$\boldsymbol{\alpha} = \frac{1}{\pi} \int \kappa(\boldsymbol{\theta}') \frac{\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}'}{|\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}'|^2} \quad (1.5)$$

donde  $\kappa(\boldsymbol{\theta}')$  es la **densidad de masa superficial crítica o convergencia**.

$$\kappa(\boldsymbol{\theta}) = \frac{\Sigma(D_L \boldsymbol{\theta})}{\Sigma_{cr}}; \text{ con } \Sigma_{cr} = \frac{c^2}{4\pi G} \frac{D_S}{D_L D_{LS}} \quad (1.6)$$

$\Sigma_{cr}$  es la **densidad de masa superficial crítica**, que depende únicamente de las distancias a la lente y a la fuente. Si  $\Sigma \geq \Sigma_{cr}$ , entonces  $\kappa \geq 1$  y se producirán imágenes múltiples o arcos gravitacionales de una misma fuente, y en este caso estaremos frente a un régimen de lente gravitacional fuerte. En la Fig. 1.3 mostramos al grupo denominado *Cheshire Cat* rodeado por un conjunto de arcos gravitacionales. Cuando  $\kappa \leq 1$  nos encontramos en un régimen de lente gravitacional débil.



**Figura 1.1.:** Representación de un sistema de lentes gravitacionales en la aproximación de lente fina. (Adaptado de Schneider, Kochanek & Wambsganss 2005.)

Debemos tener en cuenta que las distancias utilizadas en esta descripción son distancias cosmológicas en un espacio-tiempo que puede tener curvatura. Por lo tanto la suma  $D_S = D_L + D_{LS}$  no es válida. En esta descripción utilizamos distancias diametro-



**Figura 1.2.:** Imágenes múltiples correspondientes a un quásar 4 veces lenteado por una galaxia que forman una Cruz de Einstein. La imagen fue tomada por el Telescopio Espacial Hubble <sup>a</sup>

---

<sup>a</sup>[www.spacetelescope.org](http://www.spacetelescope.org)



**Figura 1.3.:** Cheshire Cat es un grupo de galaxias dominado por dos galaxias elípticas gigantes rodeadas por al menos cuatro arcos gravitacionales. La imagen fue tomada por el Observatorio Chandra. <sup>a</sup>

---

<sup>a</sup>[www.chandra.harvard.edu](http://www.chandra.harvard.edu)

angulares definidas en el Apéndice en la Sección A.

Si hacemos uso de algunas identidades matemáticas, podemos expresar a  $\alpha$  como el

gradiente de un potencial de deflexión:

$$\alpha = \nabla\psi ; \text{ con } \psi = \frac{1}{\pi}\kappa(\theta')\ln|\theta - \theta'|d^2\theta' \quad (1.7)$$

Si expresamos la convergencia según la ecuación de Poisson obtenemos:  $\nabla^2\psi = 2\kappa$ .

### 1.2.3. Magnificación y distorsión

Uno de los principales efectos en lentes gravitacionales es la distorsión que se produce en objetos extensos, como puede ser una galaxia de fondo que aparece como un arco de luz (arco gravitacional) debido a la presencia de un cúmulo de galaxias. La forma real de la fuente será diferente a la forma observada ya que los rayos de luz son desviados en forma diferencial. En general, la forma de las imágenes debe determinarse resolviendo la ecuación de la fuente para cada punto de la fuente. En el análisis, además, debe considerarse la conservación del brillo superficial. Esto se debe a que no existe emisión ni absorción de fotones en la deflexión de la luz en el plano de la lente.

Lo que nos permite cuantificar la distorsión que sufre un objeto es la matriz Jacobiana, al cual expresa el cambio en la vecindad del punto  $\beta$  al ser mapeado al punto  $\theta$ :

$$A(\theta) = \frac{\partial\beta}{\partial\theta} = \begin{pmatrix} 1 - \kappa - \gamma_1 & -\gamma_2 \\ -\gamma_2 & 1 - \kappa + \gamma_1 \end{pmatrix} \quad (1.8)$$

$$(1.9)$$

donde definimos al *shear*  $\gamma$  y sus componentes como:

$$\gamma \equiv \gamma_1 + i\gamma_2, \quad \gamma_1 = \frac{1}{2}(\partial_{11}^2\psi - \partial_{22}^2\psi), \quad \gamma_2 = \partial_{12}^2\psi \quad (1.10)$$

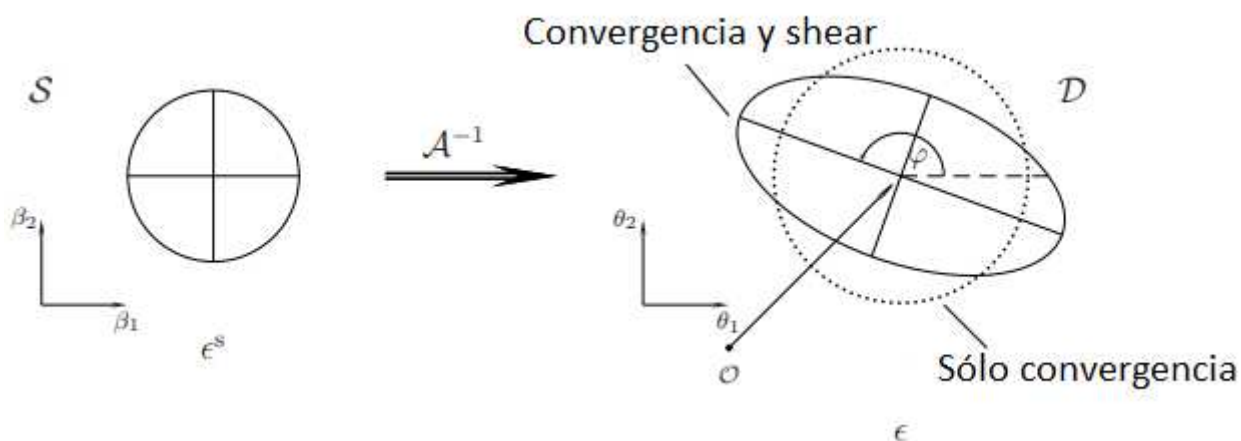
Para entender mejor el significado físico de la convergencia y del *shear*, podemos escribir la matriz Jacobiana como:

$$A = (1 - \kappa) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \gamma \begin{pmatrix} \cos 2\phi & \sin 2\phi \\ \sin 2\phi & -\cos 2\phi \end{pmatrix}$$

$\phi$  es la dirección de la fuerza tidal del *shear* inducido relativa al sistema de coor-

denadas. La distorsión introducida por la convergencia en isotrópica, es decir que las imágenes solo son reescaladas por un factor constante en todas las direcciones. Por otro lado, el shear estira la forma intrínseca de la fuente en una dirección privilegiada, es decir, se introduce una elipticidad en la forma de la imagen. En la Fig. 1.4 se ejemplifica el caso de una fuente circular, que es mapeada en el plano de la lente en una elipse. Una consecuencia importante de la distorsión es la magnificación. Sabemos que un ángulo sólido  $\delta\beta^2$  es mapeado según la ecuación de la lente en un ángulo sólido  $\delta\theta^2$ . En este caso, la conservación del brillo superficial implica que el flujo emitido por la fuente será magnificado. La magnificación puede expresarse como la inversa de la matriz Jacobiana:

$$\mu \equiv \frac{1}{\det A} = \frac{1}{(1 - \kappa)^2 - |\gamma|^2} \quad (1.11)$$



**Figura 1.4.:** Una fuente circular, a la izquierda, es mapeada con la inversa del Jacobiano  $A^{-1}$  en una elipse. En ausencia de *shear*, la imagen resultante es un círculo con radio modificado que dependerá de  $\kappa$ . La imagen fue adaptada de Schneider, Kochanek & Wambsganss 2005.

Entonces, las imágenes son distorsionadas en tamaño y forma. La distorsión en la forma se debe a efectos tidales del campo gravitacional descritos únicamente por el *shear*  $\gamma$ , mientras que la magnificación es causada por la deformación isotrópica debido a la densidad de masa,  $\kappa$ , como a la deformación anisotrópica debido al shear.



### 1.2.4. Curvas críticas y cóusticas

Las lentes pueden entenderse en gran detalle haciendo un análisis cualitativo de algunas de sus propiedades. Los puntos en donde el Jacobiano se anula,  $\det A=0$ , se denominan curvas críticas y al ser mapeadas al plano de la fuente (usando la ecuación de la lente) forman otras curvas llamadas cóusticas. Analíticamente, la magnificación  $\mu = \frac{1}{\det A}$  diverge cuando la imagen se forma en una curva crítica, lo cual es físicamente imposible. En la realidad todas las fuentes tienen un tamaño finito, lo que genera magnificaciones finitas. Aun así, fuentes ubicadas muy cerca de las curvas cóusticas pueden producir imágenes con grandes magnificaciones cerca de las curvas críticas, en el plano de la lente.

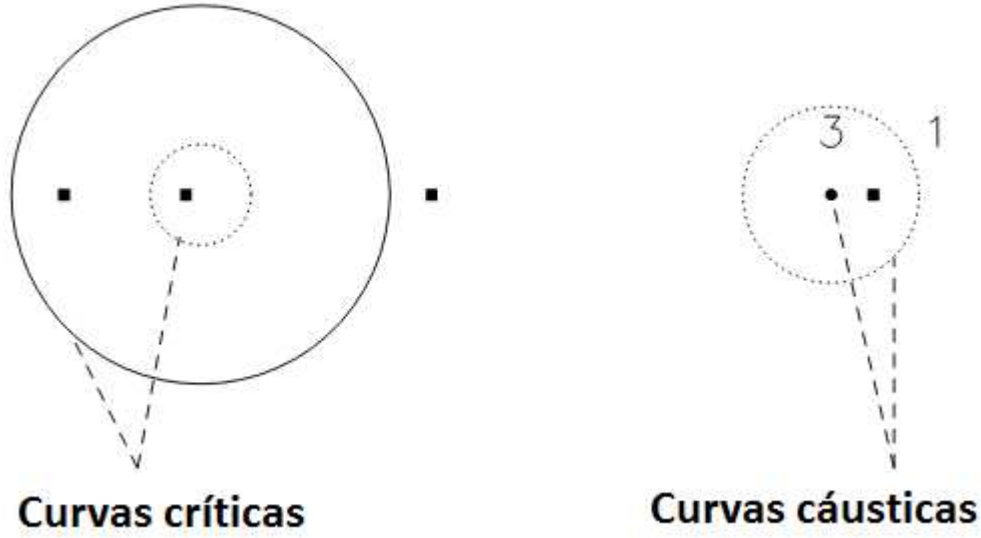
El número de imágenes que forma una fuente depende de su ubicación con respecto a las curvas cóusticas. Si la fuente se mueve y cruza una cóustica, hará que se creen o que se destruyan dos imágenes cerca de la curva crítica. En particular, si la fuente se encuentra en el interior de una cóustica, como se ejemplifica en la Fig. 1.5, tendrá dos imágenes más que si se encuentra en el exterior. En el ejemplo de esta última figura pueden observarse las curvas críticas y sus correspondientes curvas cóusticas. Cabe destacar el caso de la curva crítica representada con una línea sólida, que al ser mapeada produce una curva cóustica degenerada, coincidente con el eje óptico de la lente. En el caso de que una fuente se ubique exactamente en el centro, es decir, donde se encuentra la curva cóustica puntual, será mapeada en un anillo circular cerrado cuya posición coincide con la curva crítica. Esta formación recibe el nombre de *anillo de Einstein*.

## 1.3. Modelos de lentes con simetría axial

Una distribución de masa axialmente simétrica estará caracterizada por una densidad de masa  $\Sigma(\boldsymbol{\xi}) = \Sigma(\xi)$ , que estará centrada en el origen. El ángulo de deflexión será entonces:

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}}(\boldsymbol{\xi}) = \frac{4\pi GM(\xi)}{c^2 \xi^2} \boldsymbol{\xi} \quad (1.12)$$

donde  $M(\xi)$  es la masa proyectada contenida en el círculo de radio  $\xi$ . Por condiciones de simetría vemos que  $\boldsymbol{\alpha}$  es coplanar con  $\boldsymbol{\theta}$  y con  $\boldsymbol{\beta}$ . Por lo tanto, podemos reducir la ecuación de la lente a una dimensión:



**Figura 1.5.:** Mapeo de una fuente puntual por una lente no singular con simetría axial. En la izquierda se detallan las posiciones de las imágenes y las curvas críticas. En la derecha se ubican las posiciones de la fuente y sus respectivas cáusticas.

$$\beta = \theta - \alpha(\theta) \quad (1.13)$$

Para analizar con facilidad las propiedades de la lente, resulta conveniente expresar  $\alpha$  de la siguiente manera:

$$\alpha(\theta) = \bar{\kappa}(\theta)\theta; \quad \text{donde } \bar{\kappa} = \frac{2}{\theta^2} \int_0^{\theta'} \kappa(\theta') d\theta' \quad (1.14)$$

es la densidad de masa superficial media dentro de  $\theta$ . Esta expresión nos permite factorizar el determinante de la matriz Jacobiana como:

$$\det(A) = (1 - \bar{\kappa})(1 + \bar{\kappa} - 2\kappa) \quad (1.15)$$

lo cual facilita el análisis de las curvas críticas, que por simetría, serán círculos. Así, el  $\det(A)$  será cero cuando alguno de los factores se anule. La región donde  $1 - \bar{\kappa} = 0$  corresponde a una *curva crítica tangencial*, en cambio cuando  $1 + \bar{\kappa} - 2\kappa = 0$  corresponde a una *curva crítica radial*. Reciben estos nombres ya que las imágenes que se formen

cerca de ellas serán distorsionadas en dicha dirección.

La curva crítica tangencial estaría ubicada donde  $\bar{\kappa} = 1$ . Esto implica que si localizamos la ubicación de esta curva, podremos calcular la masa que hay dentro de ella a partir de la ecuación 1.14. El radio angular de la curva,  $\theta_E$  recibe el nombre de *radio de Einstein* y suele usarse como escala característica de la lente. La relación entre  $\theta_E$  y la masa dentro del radio  $\theta_E$  es:

$$\theta_E = \left( \frac{4GM}{c^2} \frac{D_{LS}}{D_L D_S} \right)^{1/2} \quad (1.16)$$

Usando la definición de  $\bar{\kappa}$  es posible demostrar (Schneider, Kochanek & Wambsganss, 2005) que el *shear* puede ser expresado de la siguiente forma:

$$\gamma(\boldsymbol{\theta}) = [\kappa(\theta) - \bar{\kappa}(\theta)]e^{2i\omega} \quad (1.17)$$

donde podemos ver que el shear tiene la misma fase ( $\omega$ ) que el ángulo polar de  $\boldsymbol{\theta}$ , lo cual resulta lógico por la condición de simetría. Esto significa que la distorsión de una fuente va a estar orientada siempre de la misma forma con respecto al centro de la lente.

### 1.3.1. Masa puntual

Consideremos el caso de una masa puntual  $M$ . El ángulo de deflexión y la ecuación de la lente serán:

$$\hat{\alpha}(\xi) = \frac{4GM}{c^2 \xi}; \quad \beta = \theta - \frac{\theta_E^2}{\theta} \quad (1.18)$$

Esta ecuación de la lente es cuadrático en  $\theta$  y tiene dos soluciones:

$$x_{\pm} = \frac{1}{2}(y \pm \sqrt{y^2 + 4}); \quad \text{donde } x = \theta/\theta_E, \quad y = \beta/\theta_E \quad (1.19)$$

Lo que implica que se formará una imagen a cada lado de la lente.

### 1.3.2. Esfera isotérmica singular (SIS)

Un modelo simple que podemos considerar y que en primera aproximación describe muy bien las propiedades de la lente de galaxias (Rusin et al. (2003)), es el modelo de esfera isotérmica singular (SIS, por sus siglas en inglés). Físicamente, este modelo corresponde a una distribución de partículas ligadas gravitacionalmente, cuyas velocidades

siguen una distribución de Maxwell, siendo  $\sigma_v$  su dispersión de velocidades unidimensional.

El perfil de densidad que satisface estas condiciones es:

$$\rho(r) = \frac{\sigma_v^2}{2\pi G} \frac{1}{r^2} \quad (1.20)$$

Como Esta distribución de masa tiene dos características que deben tenerse en cuenta: la densidad diverge en el centro y la masa total diverge para  $r \rightarrow \infty$ . Aun así, las propiedades de la lente no se alteran para radios intermedios.

En ángulo de deflexión en este caso, resulta tener una magnitud constante, lo que resulta en la siguiente ecuación de la lente:

$$\alpha(\theta) = \theta_E \frac{\theta}{|\theta|} \Rightarrow y = x - \frac{x}{|x|} \quad (1.21)$$

donde utilizamos el mismo cambio de variables de la ecuación (1.19). Por otro lado, donde  $y < 1$  existen dos soluciones; las imágenes se forman en  $x_{\pm} = y \pm 1$ , a ambos lados de la lente. Por otro lado, donde  $y > 1$  la ecuación tiene una única solución en  $x = y + 1$ .

El *shear* y la convergencia adoptan la misma expresión:

$$\gamma(\theta) = \kappa(\theta) = \frac{\theta_E}{2|\theta|}, \text{ con } \theta_E = \frac{4\pi\sigma_v^2 D_{LS}}{c^2 D_S} \quad (1.22)$$

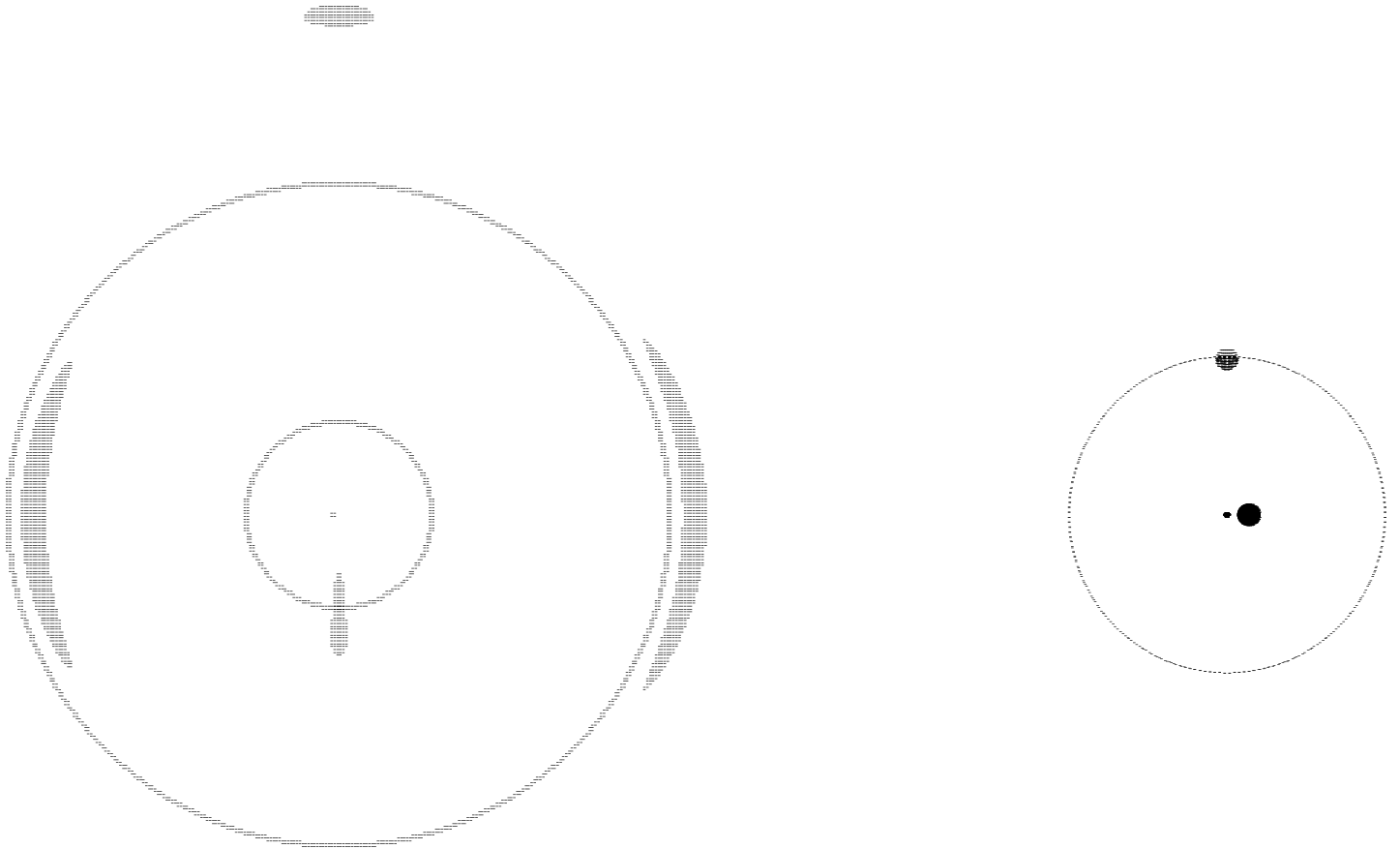
La masa de este modelo puede escribirse como la masa característica,  $M_{200}$ , definida com la masa dentro del radio,  $R_{200}$ , el cual es el radio que encierra una densidad media igual a 200 veces la densidad crítica del Universo:  $\bar{\rho}(R_{200}) = 200\rho_{cr}(z)$  (siendo  $z$  el *redshift*). Aquí  $\rho_{cr}(z)$  es la densidad crítica:  $\rho_{cr} = 3H(z)^2/8\pi G$ . Por lo tanto:

$$M_{200} = \frac{2\sigma_v^3}{\sqrt{50GH(z)}} \quad (1.23)$$

En muchos casos suele usarse una variable más realista de este modelo, que evita la singularidad en densidad superficial agregando un núcleo de radio  $\theta_c$ . Es decir:

$$\kappa(\theta) = \frac{\theta_E}{2|\theta|} \Rightarrow \kappa(\theta) = \frac{\theta_E}{2\sqrt{\theta^2 + \theta_c^2}} \quad (1.24)$$

En la Fig. 1.6 se ejemplifica la distorsión de dos fuentes extensas ubicadas cerca de las curvas cáusticas de una lente no singular.



**Figura 1.6.:** Mapeo de una fuente extensa por una lente no-singular con simetría axial. Una fuente cerca de la cáustica puntual en el centro de la lente (imagen derecha) produce dos imágenes arqueadas orientadas tangencialmente cerca de la curva crítica exterior, y otra más débil en el centro. Otra fuente ubicada en la cáustica exterior produce una imagen radialmente elongada en la curva crítica interna, y una imagen orientada tangencialmente fuera de la curva crítica externa. (De Narayan & Bartelmann, 1996)

### 1.3.3. Perfil de Navarro, Frenk & White (NFW)

Navarro et al. (1997) encontraron por medio de simulaciones que el perfil de densidad de los halos de materia oscura se ajusta muy bien a la siguiente función radial:

$$\rho(r) = \frac{\delta_c \rho_{cr}(z)}{(r/r_s)(1+r/r_s)^2} \quad (1.25)$$

donde  $\delta_c$  es la sobredensidad crítica del halo y depende exclusivamente del parámetro de concentración adimensional,  $c$ :

$$M_{200} = \frac{800\rho_{cr}(z)}{3}\pi R_{200}^3; \text{ con } c = \frac{R_{200}}{r_s} \quad (1.26)$$

donde  $r_s$  es el radio de escala y  $R_{200}$  es el radio dentro del cual  $\bar{\rho}(R_{200}) = 200\rho_{rc}(z)$ . Como vemos, el perfil queda completamente caracterizado por dos parámetros,  $c$  y  $R_{200}$ . La masa característica en este caso es:

$$M_{200} = \frac{800\rho_{cr}(z)}{3}\pi R_{200}^3 \quad (1.27)$$

Este perfil es más plano que el SIS en la parte interna, y más pronunciado en la parte externa. La utilidad de este modelo radica en que la densidad central del halo refleja la densidad cósmica media del tiempo en el que se formó, es decir que dependerá de los parámetros cosmológicos  $\Omega_m$  y  $\Omega_\Lambda$ . El valor absoluto del *shear* para este modelo es el usual:  $|\gamma| = \bar{\kappa} - \kappa$ . El ángulo de deflexión es  $\alpha = \theta\bar{\kappa}$  y es una función suave en  $\theta = 0$ , por lo tanto una lente NFW produce una o tres imágenes, a diferencia del SIS. Las expresiones explícitas que adoptan el *shear* y la convergencia pueden hallarse en (Wright & Brainerd, 1999).

## 1.4. Retraso temporal

De la ecuación de la lente (ecuación 1.4) y teniendo en cuenta que el ángulo de deflexión es el gradiente del potencial efectivo  $\Psi$ , obtenemos (Schneider, Kochanek & Wambsganss, 2005):

$$(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\beta}) - \nabla_{\boldsymbol{\theta}}\Psi = 0 \quad (1.28)$$

Esta ecuación puede ser escrita como el gradiente

$$\nabla_{\theta} \left( \frac{1}{2} ((\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\beta})^2 - \Psi) \right) = 0 \quad (1.29)$$

El término dentro del paréntesis es una función de retraso temporal para una imagen producida por la lente gravitacional:

$$\tau(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\beta}) = \tau_{geom} + \tau_{grav} = \frac{1 + z_L}{c} \frac{D_L D_S}{D_{LS}} \left( \frac{1}{2} (\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\beta})^2 - \Psi(\theta) \right) \quad (1.30)$$

donde  $z_L$  es el *redshift* de la lente,  $\Psi$  es el potencial gravitacional, y  $D_L$ ,  $D_S$  y  $D_{LS}$  son las distancias a la lente, a la fuente y la distancia entre la lente y la fuente respectivamente.  $\tau$ , el retraso gravitacional, es la suma de un retraso geométrico  $\tau_{geom}$ , que refleja el retraso temporal comparado con un camino recto entre la fuente y la lente, y  $\tau_{grav}$  es el retardo debido al potencial gravitacional de la lente. De las ecuaciones 1.29 y 1.30 podemos ver que la imagen de la fuente producida por la lente aparecerá en una ubicación que corresponde a un extremo en el viaje de la luz, lo cual refleja el principio de Fermat de la óptica geométrica: la trayectoria de la luz es aquella para la cual el tiempo de viaje es estacionario, la posición real de la imagen de una fuente satisface:

$$\frac{dt}{d\theta} = 0 \quad (1.31)$$

Recientemente, Kelly et al. (2015) reportaron el primer descubrimiento de una supernova lenteada de forma múltiple. Observaron cuatro imágenes de una Cruz de Einstein con un diámetro de  $2''$  alrededor de una galaxia elíptica a *redshift*  $z=0.544$ , miembro del cúmulo MACSJ1149.5+2223. A partir de estos resultados, los autores pudieron estimar los tiempos de retardo entre las imágenes múltiples y las magnificaciones correspondientes, y de esta forma, proveen la posibilidad de estimar la constante de Hubble  $H_0$  y otras dependencias con demás parámetros cosmológicos. Por otro lado, para un dado modelo cosmológico, los tiempos de arribo miden directamente la diferencia del potencial gravitacional, y eso conlleva a poder reconstruir la distribución de masa de la lente.





## 2. Catálogos y métodos de detección asociados

En este capítulo, se introducen los distintos relevamientos de lentes gravitacionales existentes y sus respectivos métodos de detección: el primer catálogo de lentes del relevamiento COSMOS donde se observan lentes fuertes tipo galaxia-galaxia, las lentes del Programa Hubble Frontier Field (particularmente del cúmulo Abell 2744), el relevamiento SLACS y otros métodos de detección.

### 2.1. Primer catálogo de lentes fuertes del campo COSMOS

El Cosmological Evolution Survey es un relevamiento destinado a probar la evolución de galaxias en función del redshift y los entornos de la estructura en gran escala. Este survey cubre un campo de alrededor de 0.64 grados cuadrados con imágenes de los Telescopios Hubble, Spitzer, Chandra, XMM, VLA, ESO-VLT, NOAO, CFHT.

Faure et al. (2008) presentaron un primer catálogo de 67 candidatos a lente fuerte de tipo galaxia-galaxia del relevamiento del Hubble Space Telescope COSMOS. 20 de estos sistemas tienen imágenes múltiples o grandes arcos fuertemente curvados. Mientras que los 47 restantes presentan arcos débiles y difusos. La búsqueda inicial se realizó de forma visual sobre los datos y se restringió a galaxias lente de tipo temprano con arcos hallados en radios menores que  $\sim 5''$ . Se construyeron modelos de masa para los mejores candidatos a lente y se compararon los resultados con los catálogos de lente fuerte del relevamiento SLACS (Bolton et al. (2006)) y la base de datos del CASTLES (Kochanek et al. (1999)). Estos nuevos sistemas de lente fuerte tipo galaxia-galaxia (tanto la lente como la fuente lenteada son galaxias) constituyen una muestra valuable para estudiar la distribución de masa de galaxias de tipo temprano y los halos de materia

oscura asociados. Por lo tanto, esta muestra tiene un rol importante para el testeo de algoritmos para la búsqueda automática de lentes gravitacionales.

### 2.1.1. Datos

Para la búsqueda de los sistemas de lente fuerte galaxia-galaxia los autores las tres bases de datos del COSMOS: las imágenes de alta resolución del ACS/HST, las imágenes de Suprime/Subaru y las imágenes multicolor del Megacam/CFHT. Analizan todo el campo de visión del ACS del campo de COSMOS, el cual corresponde a 1.64 grados cuadrados. Usan el relevamiento v1.2 de los datos del COSMOS. Por otro lado, las imágenes multicolor del campo COSMOS se obtienen del telescopio Subaru con las bandas  $B_j$ ,  $V_j$ ,  $g+$ ,  $r+$ ,  $i+$  y  $z+$ , y desde el CFHT con las bandas  $u^*$  e  $i^*$ . Se deriva un catálogo fotométrico de la combinación de estos dato, basado en la detecciones en la banda *Subarui+* (Capak et al. 2007).

### 2.1.2. Metodología

Los autores realizaron un procedimiento de cuatro pasos para identificar los sistemas de lente fuerte galaxia-galaxia:

- 1) Seleccionaron una lista de posibles lentes desde el catálogo de redshift fotométrico.
- 2) Inspeccionaron visualmente las imágenes del ACS de todas las galaxias en el catálogo de redshift fotométrico para producir un catálogo de posibles lentes fuerte “galaxy-galaxy”.
- 3) Investigaron el catálogo de potenciales lentes fuertes usando imágenes multicolor para chequear diferencias entre la galaxia principal y el posible objeto lenteado.
- 4) Sustrajeron el modelo de brillo superficial de una galaxia de la galaxia de frente para determinar morfología y la configuración de lente de la potencial galaxia lenteada de fondo.

### El catálogo de posibles lentes

La búsqueda se limitó en galaxias intrínsecamente brillantes a redshifts moderados. Para un primera investigación del campo COSMOS, se visualizaron en primer lugar las galaxias tipo temprano, las cuales tienen una distribución de brillo superficial suave y simple. Enfatizaron en este punto para seleccionar sistemas a partir catálogos con reds-

hifts fotométricos. Como es más fácil crear un modelo para el perfil de brillo de las galaxias de tipo temprano, la muestra se redujo a galaxias que necesiten ser inspeccionadas visualmente. Para seleccionar galaxias que sean candidatos a lentes se basaron en los siguientes criterios:

- El redshift fotométrico debe estar entre el rango  $0,2 \leq z_{phot} \leq 1,0$ .
- La magnitud absoluta en el filtro  $v$  debe ser  $M_v < -20$ , bajo la suposición de que las galaxias más brillantes son también las más masivas.
- La búsqueda se limitó a galaxias de tipo temprano que hubieran clasificadas espectroscópicamente. La motivación de este criterio fue que los sistemas masivos con distribución de luz simple son fáciles de ajustar y de sustraer.

De esta forma, obtienen el catálogo denominado 'P' con 9452 galaxias elípticas brillantes.

### Inspección visual

Faure et al. (2008) inspeccionan visualmente recortes (o estampillas) de imágenes de  $10'' \times 10''$  del ACS alrededor de todas las galaxias del catálogo 'P' para buscar características de lentes (arcos tangenciales o imágenes múltiples). El recorte de búsqueda es limitado a  $r_{arc} \lesssim 5''$ . Con esto se impone un límite superior sobre la escala de masa de la lente, y de esta forma, se excluyen cúmulos como posibles principales deflectores. De los 9452 candidatos del catálogo 'P' solo quedaron 337 candidatos en un catálogo que denominaron 'E'.

### Imágenes en pseudocolor

Las lentes gravitacionales son aproximadamente acromáticas, por lo tanto, un arco gravitacional o un sistema de imágenes múltiples deberían tener un color consistente a lo largo de las imágenes. Además, el color de la galaxia principal raramente tiene el mismo color que la galaxia lenteada. Por lo que esta prueba del color es una buena forma de discriminar casos falsos de lentes gravitacionales fuertes. Para los 337 candidatos del catálogo 'E', se produjeron los mejores imágenes en pseudocolor con la mejor *Point Spread Function* (PSF, por sus siglas en inglés) para la bandas  $B$ ,  $r$  e  $i$  del Subaru así como así también con las imágenes de ACS. Los autores usan los datos del ACS F814W como un mapa de iluminación, y las imágenes del Subaru  $B_J$ ,  $r^+$  y  $z^+$  como un mapa de color. De los 337 candidatos, encontraron que 67 tienen colores acordes a

sistemas de lentes gravitacionales.

### Ajuste de la galaxia lente y sustracción

Los autores realizaron un ajuste y extrajeron la galaxia lente para observar la forma de los objetos lenteados. Para este trabajo, realizaron un ajuste 2-dimensional a la distribución de brillo superficial derivado usando el programa *Galaxy Image 2D* o GIM2D (Simard et al. (2002)). GIM2D es un paquete de IRAF/SPP escrito para usarse sobre descomposiciones *bulge/disk* o bulbo sobre disco de galaxias distantes de baja señal/ruido. Así, los autores adoptan una parametrización de Sérsic más un disco exponencial para el perfil de brillo superficial de la galaxia lente. La ley de Sérsic es parametrizada mediante el flujo total en el bulge, el índice de Sérsic  $n$ , la elipticidad del bulge ( $\varepsilon = 1 - \text{fracab}$ , donde  $a$  y  $b$  son los semiejes mayor y menor respectivamente), el ángulo de posición del bulge y el radio efectivo del bulge  $R_{eff}$ . El perfil exponencial depende del flujo total fotométrico del disco, la longitud de escala del disco, el ángulo de posición del disco y la declinación del disco. De esta forma, GIM2D encuentra los mejores valores de ajuste para todos estos parámetros, y les provee una salida del proceso de descomposición.

En adición a los parámetros estructurales de cada objeto, los autores también calculan un modelo de la lente para cada galaxia, la cual es convolucionada con una PSF de comparación antes de realizarlo con los datos reales. Una imagen de residuos se obtiene mediante la sustracción del modelo desde la imagen. En la mayoría de los casos, todos los candidatos a arcos aparecen claramente luego de substraer el modelo.

### Resultados de la búsqueda de lentes fuertes

Se dividió a la muestra en dos submuestras: por un lado los arcos múltiples y sistemas con grandes imágenes curvadas (los “mejores sistemas”) y por otro lado los sistemas con un solo arco. Dada la forma distintiva, las imágenes múltiples y los grandes arcos curvados tienen mayor probabilidad de ser pertenecer a un sistema de lente gravitacional fuerte que los sistemas donde hay un solo arco.

**Los mejores sistemas** En veinte casos, se detectaron sistemas con una sola imagen de un arco largo y elongado o con dos o más arcos de colores similares localizados simétricamente alrededor de la galaxia lente o con características de tipo anillo.

En la figura 2.1 se pueden observar ejemplos de distintos sistemas a los cuales se les encontró un modelo para la galaxia lente y una posterior sustracción para el caso de los mejores sistemas. En la columna de la derecha se muestran los sistemas en el filtro F814w, en los paneles centrales se encuentra el modelo para la galaxia lente, mientras que en la columna de la izquierda se observan los residuos de la resta de imágenes. De esta forma, los arcos y las imágenes múltiples se pueden observar mejor y es más fácil analizar las propiedades de los mismos a partir de los residuos. En la última columna, también se puede observar que quedan zonas “blancas”, como es el caso del residuo de la primera fila. Esto se debe a que el ajuste para la galaxia lente no es óptimo en la zona central de la galaxia.

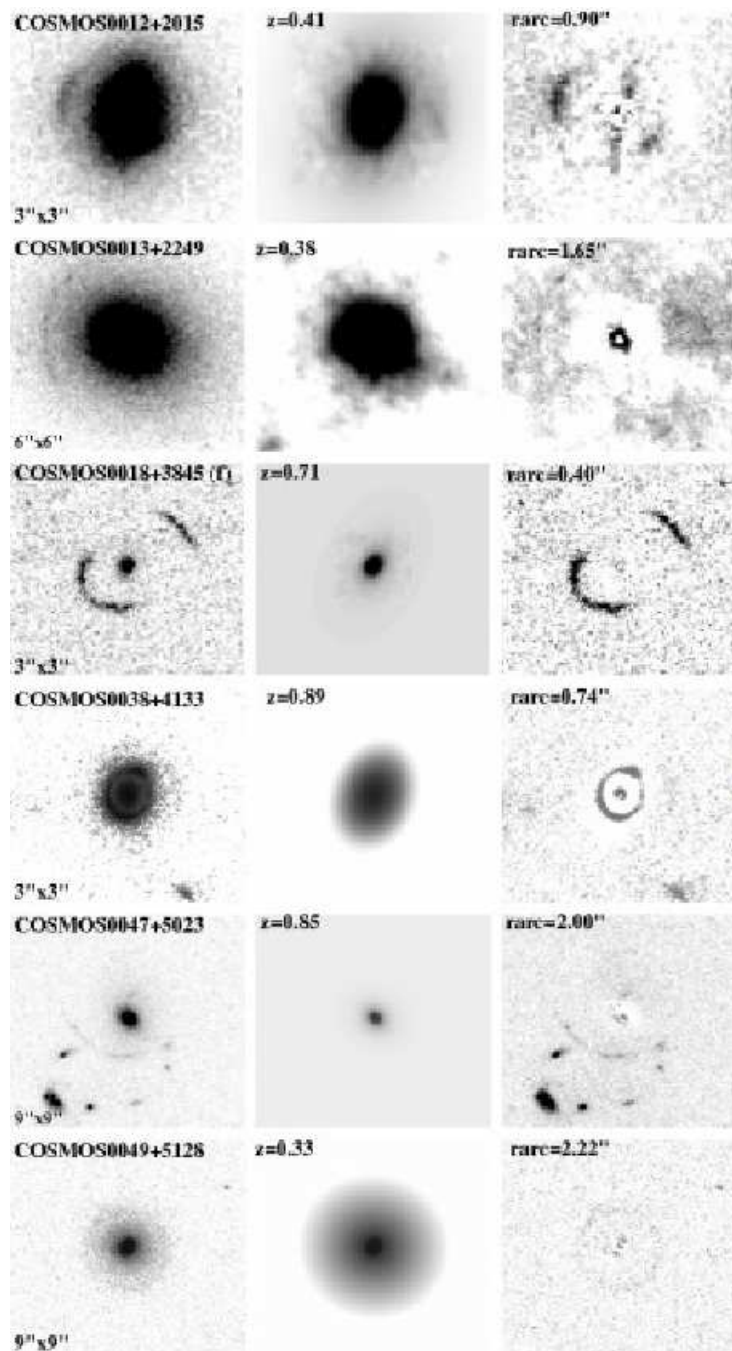
### **Sistemas de un solo arco**

Cuarenta y siete de los candidatos a lentes tienen un solo arco identificado tanto como en el ACS como en las imágenes color. En estos casos, los arcos son más bien débiles y se pueden observar mejor sus propiedades luego de sustraer la galaxia central.

En la Fig. 2.2 se pueden observar ejemplos de esta muestra. En la columna de la derecha se encuentran los distintos sistemas en la banda I, en la columna central aparecen los modelos para la galaxia lente, y en la columna de la izquierda, las imágenes residuales donde se aprecian mejor las propiedades de los arcos y de las imágenes múltiples.

### **Modelos de masa simples para los mejores sistemas**

De forma adicional, Faure et al. (2008) utilizaron el código Lenstool (Kneib et al., 2011) para hacer un modelo de masa parametrizado de la lente. El modelo de lente estará dado por un Elipsoide Isotérmico singular (SIE). Agregaron un shear externo cuando el SIE sólo no puede reproducir la configuración de la imagen. Los parámetros optimizados por el código son las coordenadas, la orientación, elipticidad y dispersión de velocidad del SIE, y la dirección y amplitud del shear externo. El redshift de la fuente es calculado asumiendo que la fuente se encuentra a dos veces la distancia comóvil de la lente. De esta forma, se produce un límite inferior para estimar la dispersión de velocidad del candidato a lente. Por último, calcularon el radio de Einstein se lo calcula como ya se vio en el Capítulo 1 mediante la ecuación 1.20 y adoptando un perfil SIE, modelan el potencial de la lente.



**Figura 2.1.:** En cada fila se muestran algunos candidatos de la muestra de las mejores lentes fuertes en el campo COSMOS. De izquierda a derecha: la primera columna se corresponde con la banda I del ACS de la lente. La segunda columna es el modelo Gim2D de la galaxia lente. La tercera columna es la substracción de las dos primeras columnas. La imagen fue extraída de Faure et al. (2008).

## 2.2. Sloan Lens Advanced Camera for Surveys (SLACS)

El relevamiento Sloan Lens Advanced Camera for Surveys (o Sloan Lens ACS, por sus siglas en inglés), es un relevamiento del Telescopio Espacial Hubble (HST) para las lentes gravitacionales fuertes. Los candidatos a lentes se seleccionaron espectroscópicamente desde la base de datos Sloan Digital Sky Survey (SDSS, York et al. (2000)) de espectros de galaxias con múltiples líneas de emisión a redshifts significativamente más alto que las galaxias target del SDSS. El relevamiento SLACS está optimizado para detectar galaxias lentes brillantes de tipo temprano con fuentes lenteadas débiles, en orden de incrementar la muestra de las lentes conocidas.

Si bien el relevamiento SLACS cuenta con 70 sistemas de arcos identificados, nosotros nos concentraremos en el trabajo de Bolton et al. (2006) donde se describe el método de selección de candidatos a lentes. En este primer trabajo, los autores presentan un relevamiento de imágenes del HST, con un catálogo de 19 sistemas de lentes descubiertas, junto con 9 sistemas candidatos observados. Los autores muestran que las galaxias lente del SLACS tienen colores y excentricidades típicas de una muestra espectroscópica, pero de alguna forma, son más brillantes y están más concentradas en el centro.

El relevamiento SLACS provee la primer muestra significativa y homogénea de galaxias lente brillantes de tipo temprano. La alta tasa de confirmación de lentes en el relevamiento SLACS sugiere la necesidad del descubrimiento de forma espectroscópica de la lente como una meta científica de futuros relevamientos espectroscópicos de galaxias.

### 2.2.1. Selección de candidatos

Para realizar la selección de candidatos a lentes, Bolton et al. (2006) sustraen el mejor ajuste de los espectros patrón seleccionados aplicando un análisis de componentes principales (PCA, por sus siglas en inglés) al espectro de la galaxia objetivo del SDSS. Es necesario que el continuo del SDSS esté bien ajustado por el espectro patrón que produce efectivamente una muestra de galaxias con un espectro dominado por absorción con un buen comportamiento y con redshifts óptimos (a los cuales llaman  $z_{FG}$ , por *foreground*). El espectro residual es entonces escaneado y se buscan líneas de emisión a redshifts más grandes que  $z_{FG}$ . Los espectros en los que se detecta significativamente dicha emisión se toman como candidatos a lente por tener emisiones en dos redshifts

distintos a lo largo de la misma línea de la visual. Tomando  $z_{FG}$ ,  $z_{BG}$  (el redshift de los objetos de fondo, o *background*) y midiendo la dispersión de velocidad  $\sigma_v$  desde el SDSS se puede determinar a primer orden la sección eficaz de lente fuerte para cada sistema en el plano de la lente, así, utilizan el Modelo de Esfera Isotérmica (SIS), con un radio de Einstein dado por  $\theta_E = 4\pi(\sigma_a^2)(D_{ls}/D_s)$ . En el plano de la imagen la región de imagen múltiple es 4 veces más grande que la sección eficaz de lente fuerte en el plano de la lente, en el sentido de que todas las imágenes dentro de un radio  $2\theta_E$  con respecto al centro de potencial muestran imágenes fuertemente lenteadas. Para maximizar el número de lentes fuertes, en el relevamiento, los autores definen la lista de objetivos Cycle-13 HST a partir de los candidatos con las secciones eficaces lenteadas predichas más altas. Así, la muestra de objetivos del HST está dominada por una selección en función de la dispersión de velocidad.

En este primer trabajo de los autores Bolton et al. (2006) seleccionaron los objetivos para candidatos a lente a partir de la muestra espectroscópica de la Luminous Red Galaxies (LRG) del Sloan (Eisenstein et al. (2001)) y de la muestra MAIN del SDSS (Strauss et al. (2002)). Todos los sistemas seleccionados exhiben morfología de tipo temprano.

### 2.2.2. Procesamiento de imágenes ACS

Las imágenes del ACS se tomaron con el canal 420 Wide-Field Channel (WFC) en dos filtros: el F435w y el F814w. Los candidatos a lentes del SLACS fueron seleccionados de forma tal que produzcan lentes brillantes con fuentes de fondo débiles. Esto si bien facilita el estudio fotométrico, morfológico y cinemático de las galaxias lentes, también se dificulta la detección del candidato. Debido a esto, los autores buscan sustraer la galaxia lente mediante un ajuste suave. Para ello, utilizan un modelo paramétrico de la distribución de brillo superficial con un perfil de Sérsic y luego se lo ajustan a la galaxia lente de los sistemas, así, estiman los parámetros morfológicos y realizan la sustracción.

### 2.2.3. Sistemas observados

Los autores presentan un catálogo de 28 candidatos a lentes observados mediante el relevamiento SLACS. Estos candidatos se seleccionaron a partir de la sustracción de la galaxia lente de la imagen del sistema. Si en la imagen residual aparecen arcos e imágenes múltiples que puedan ser reproducidos por un modelo simple para la densidad de masa



superficial, entonces se clasifica al sistema como candidato a lente gravitacional fuerte. Los autores parametrizan a la lente con una elipse isotérmica singular (SIE, Kormann et al. 1994), con tres parámetros libres: el radio de Einstein, la elipticidad y el ángulo del posición del semieje mayor. De esta forma, encuentran el mejor ajuste a los parámetros de la lente utilizando una minimización de  $\chi^2$  con respecto a la galaxia substraída. En la Fig. 2.3 se muestran ejemplos de los sistemas de lente gravitacional y su respectivos residuos obtenidos a partir de extraer la galaxia lente. Cada fila se corresponde con un sistema distinto. La primera columna de la izquierda se corresponde con el sistema en el F435w, su correspondiente residuo es la columna central izquierda. Mientras que la columna central derecha se corresponde con el sistema en el F814w, y la columna de la derecha es su residuo correspondiente. En las columnas de los residuos se pueden observar las imágenes múltiples.

En la Tabla 2.1 se listan los 28 sistemas, con sus respectivas magnitudes  $g, r, i$ , los redshifts  $z_{FG}, z_{BG}$ , el valor calculado de  $\sigma_v$  y en la columna “Lentes” se establece si, por el criterio de los redshifts adoptado, el sistema es un candidato a lente o no.

## 2.3. Programa Hubble Frontier Fields (HFF)

Las imágenes del Hubble Frontier Fields (HFF, Lotz et al. (2014)) proporcionan acceso a las galaxias más distantes magnificadas. El objetivo es construir modelos de lentes capaces de describir los cúmulos masivos que conforman este relevamiento, así los sistemas individuales de lentes puedan ser identificados y sus propiedades intrínsecas adecuadamente derivadas. En la Tabla 2.2 se listan los seis cúmulos pertenecientes al programa HFF con sus redshifts y coordenadas correspondientes.

### 2.3.1. HFF: cúmulo Abell 2744

Particularmente, nos interesó describir el tratamiento realizado por Lam et al. (2014) sobre el cúmulo Abell 2744. La imagen de larga exposición con el Hubble Space Telescope (HST) del cúmulo masivo Abell 2744 es la más profunda alguna vez hecha para un cúmulo de galaxias, y muestra algunas de las galaxias más débiles ( $m \approx 29$ ) y jóvenes alguna vez detectadas. Lam et al. (2014) aplicaron un método de lente de modelo independiente, el WSLAP+, al cúmulo y proveerón un modelo de densidad de masa del cúmulo, magnificación y estimas de distancias geométricas para las imágenes múltiples.

## 2. Catálogos y métodos de detección asociados

| Nombre del sistema       | $g, r, i$         | $R_{ef}('')$    | $z_{FG}$ | $z_{BG}$ | $\sigma_v(kms^{-1})$ | Lentes |
|--------------------------|-------------------|-----------------|----------|----------|----------------------|--------|
| SDSS J003753.21094220.1  | 18.00,16.81,16.39 | $2.16 \pm 0.06$ | 0.1954   | 0.6322   | $265 \pm 10$         | Si     |
| SDSS J021652.54081345.3  | 19.07,17.46,16.90 | $3.05 \pm 0.13$ | 0.3317   | 0.5235   | $332 \pm 23$         | Si     |
| SDSS J073728.45+321618.5 | 19.38,17.84,17.15 | $2.16 \pm 0.13$ | 0.3223   | 0.5812   | $310 \pm 15$         | Si     |
| SDSS J081931.92+453444.8 | 18.63,17.51,17.07 | $2.32 \pm 0.13$ | 0.1943   | 0.4462   | $231 \pm 16$         | ?      |
| SDSS J091205.30+002901.1 | 17.31,16.22,15.78 | $3.36 \pm 0.05$ | 0.1642   | 0.3239   | $313 \pm 12$         | Si     |
| SDSS J095320.42+520543.7 | 18.57,17.61,17.22 | $1.77 \pm 0.09$ | 0.1310   | 0.4670   | $207 \pm 14$         | ?      |
| SDSS J095629.77+510006.6 | 18.41,17.17,16.62 | $2.33 \pm 0.09$ | 0.2405   | 0.4700   | $299 \pm 16$         | Si     |
| SDSS J095944.07+041017.0 | 18.52,17.48,17.02 | $1.21 \pm 0.04$ | 0.1260   | 0.5350   | $212 \pm 12$         | Si     |
| SDSS J102551.31003517.4  | 17.07,16.03,15.57 | $4.05 \pm 0.08$ | 0.1589   | 0.2764   | $247 \pm 11$         | ?      |
| SDSS J111739.60+053413.9 | 18.72,17.56,17.12 | $2.49 \pm 0.11$ | 0.2285   | 0.8232   | $279 \pm 21$         | ?      |
| SDSS J120540.43+491029.3 | 18.40,17.22,16.65 | $2.30 \pm 0.10$ | 0.2150   | 0.4808   | $235 \pm 10$         | Si     |
| SDSS J125028.25+052349.0 | 18.40,17.26,16.77 | $1.76 \pm 0.07$ | 0.2318   | 0.7946   | $254 \pm 14$         | Si     |
| SDSS J125135.70020805.1  | 18.58,17.59,17.24 | $3.64 \pm 0.19$ | 0.2243   | 0.7843   | $216 \pm 23$         | Si     |
| SDSS J125919.05+613408.6 | 18.80,17.46,17.01 | $1.94 \pm 0.07$ | 0.2333   | 0.4488   | $263 \pm 17$         | ?      |
| SDSS J133045.53014841.6  | 18.34,17.45,17.05 | $0.84 \pm 0.04$ | 0.0808   | 0.7115   | $178 \pm 09$         | Si     |
| SDSS J140228.21+632133.5 | 18.26,16.98,16.49 | $2.67 \pm 0.08$ | 0.2046   | 0.4814   | $275 \pm 15$         | Si     |
| SDSS J142015.85+601914.8 | 16.39,15.56,15.17 | $2.17 \pm 0.03$ | 0.0629   | 0.5350   | $194 \pm 05$         | Si     |
| SDSS J154731.22+572000.0 | 17.94,16.84,16.39 | $2.56 \pm 0.06$ | 0.1883   | 0.3955   | $243 \pm 11$         | ?      |
| SDSS J161843.10+435327.4 | 18.78,17.60,17.09 | $1.34 \pm 0.05$ | 0.1989   | 0.6656   | $257 \pm 25$         | Si     |
| SDSS J162746.44005357.5  | 18.54,17.29,16.89 | $2.08 \pm 0.08$ | 0.2076   | 0.5241   | $275 \pm 12$         | Si     |
| SDSS J163028.15+452036.2 | 18.84,17.41,16.92 | $2.02 \pm 0.07$ | 0.2479   | 0.7933   | $260 \pm 16$         | Si     |
| SDSS J163602.61+470729.5 | 18.92,17.68,17.18 | $1.48 \pm 0.05$ | 0.2282   | 0.6745   | $221 \pm 15$         | ?      |
| SDSS J170216.76+332044.7 | 18.01,16.91,16.40 | $2.80 \pm 0.07$ | 0.1784   | 0.4357   | $239 \pm 14$         | ?      |
| SDSS J171837.39+642452.2 | 16.86,15.97,15.54 | $3.67 \pm 0.07$ | 0.0899   | 0.7367   | $270 \pm 16$         | Si     |
| SDSS J230053.14+002237.9 | 18.97,17.63,17.14 | $1.76 \pm 0.10$ | 0.2285   | 0.4635   | $283 \pm 18$         | Si     |
| SDSS J230321.72+142217.9 | 17.58,16.39,15.96 | $3.02 \pm 0.09$ | 0.1553   | 0.5170   | $260 \pm 15$         | Si     |
| SDSS J232120.93093910.2  | 16.07,15.21,14.82 | $3.92 \pm 0.05$ | 0.0819   | 0.5324   | $236 \pm 07$         | Si     |
| SDSS J234728.08000521.2  | 19.81,18.51,17.95 | $1.78 \pm 0.28$ | 0.4168   | 0.7145   | $330 \pm 50$         | ?      |

**Tabla 2.1.:** Propiedades de sistemas observados. Tabla extraída de Bolton et al., 2006, que corresponde a los 28 sistemas observados con sus respectivos valores de magnitudes  $g, r, i$ , su radio efectivo  $R_{ef}$ , los redshifts  $z_{FG}$  y  $z_{BG}$ , la dispersión de velocidad  $\sigma_v$  y en la columna “Lentes” se denota si el sistema es candidato a ser una lente gravitacional o si no hay certeza de que lo sea.

| Nombre del cúmulo | $z$   | RA         | DEC         |
|-------------------|-------|------------|-------------|
| Abell 2744        | 0.308 | 00:14:21.2 | -30:23:21.2 |
| MACSJ0416.1-2403  | 0.396 | 04:16:08.9 | -24:04:28.7 |
| MACSJ0717.5+3745  | 0.545 | 07:17:34   | +37:44:49.0 |
| MACSJ1149.5+2233  | 0.543 | 11:49:36.3 | 22:23:58.1  |
| Abell S1063       | 0.348 | 22:48:44.4 | -44:31:48.5 |
| Abell 370         | 0.375 | 02:39:52.9 | -01:34:36.5 |

**Tabla 2.2.:** Cúmulos del Programa Hubble Frontier Fields.

Combinando el modelo predicho con mediciones de redshift fotométrico, los autores identifican 65 imágenes múltiples y arcos. Los redshifts de las imágenes múltiples detectadas se corresponden con fuentes ubicadas entre  $1,4 < z < 9,8$ .

En la Fig. 2.4 se puede observar la imagen del cúmulo Abell 2744 con el filtro F814w

extraída del Programa HFF.

### Modelo de lente independiente

El método de modelo de lente independiente desarrollado por Diego et al. (2005), es un método iterativo en base a una grilla que puede construirse tanto como para lentes gravitacionales fuertes como para lentes débiles. Los autores demuestran que este método pueden ser óptimo si se tienen en cuenta también las deflexiones de las galaxias miembro (Weak and Strong Lensing Analysis Package plus member galaxies: WSALP+, Sendra et al. (2014)). Como es un método de forma libre, es especialmente útil para modelar distribuciones de masa complejas, especialmente de los cúmulos elegidos por el Programa HFF.

Dada la ecuación de la lente escrita de la forma:

$$\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{\theta}, \Sigma(\boldsymbol{\theta})) \quad (2.1)$$

donde  $\boldsymbol{\theta}$  es la posición angular observada de la fuente,  $\boldsymbol{\alpha}$  es ángulo de deflexión,  $\Sigma(\boldsymbol{\theta})$  es la densidad de superficial masa del cúmulo en la posición  $\boldsymbol{\theta}$  y  $\boldsymbol{\beta}$  es la posición de la fuente de fondo. Tanto para lente fuerte como débil, los observables de la lente pueden expresarse en términos de derivadas del potencial de la lente:

$$\psi(\boldsymbol{\theta}) = \frac{4GD_l D_{ls}}{c^2 D_s} \int d^2\boldsymbol{\theta}' \Sigma(\boldsymbol{\theta}') \ln(|\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}'|) \quad (2.2)$$

donde  $D_l$ ,  $D_{ls}$  y  $D_s$  son, respectivamente, las distancias diámetro angulares a la lente, desde la lente a la fuente y desde el observador a la fuente. La parte desconocida del problema de la lente es la densidad de masa superficial y las posiciones de las fuentes de fondo. Como se muestra en Sendra et al. (2014), el problema de la lente puede ser reexpresado como un sistema lineal de ecuaciones, que se puede compactar de la forma:

$$\Theta = \Gamma X \quad (2.3)$$

donde los observables de la lente medidos están contenidos en la matriz  $\Theta$  de dimensión:  $N_\Theta = 2N_{SL}$ , la densidad de masa superficial y las posiciones de las fuentes están en la matriz  $X$  de dimensión  $N_X = N_c + N_g + 2N_s$ , y la matriz  $\Gamma$  es conocida (para una configuración de la grilla y el campo de deflexión inicial de la galaxia) y tiene la dimensión  $N_\Theta \times N_X$ ;  $N_{SL}$  es el número de observables de lente fuerte,  $N_c$  es el número

de celdas (un campo de visión (*field of view*) de  $2.56'' \times 2.56''$ ),  $N_g$  es el número de campos de deflexión que consideran y  $N_s$  es el número de fuentes de fondo. Si además se tienen en cuenta las pequeñas deflexiones de las galaxias miembro, se puede mejorar la determinación de la masa.

Los autores seleccionan las galaxias elípticas (de la secuencia roja) más brillantes en la región central del cúmulo y se las asocia a una determinada masa acorde a su luminosidad. Las galaxias miembro son aquellas que yacen sobre la relación color-magnitud para galaxias de tipo temprano, requiriendo que las posiciones en el diagrama color-magnitud sean delimitadas por ciertas condiciones empíricas como se puede ver en la Fig. 2.5. Las galaxias miembro más brillantes que  $m_{f160w} = 22$  son seleccionadas para construir el campo de deflexión, y están marcadas con cruces rojas.

De las magnitudes en la banda H (F160W), asumen inicialmente una relación masa luminosidad de  $20M_{\odot}/L_{\odot}$  para construir el campo de deflexión sumado sobre las galaxias miembro, cada una con un perfil NFW truncado. Para el caso particular del cúmulo A2744 también incorporan las galaxias más brillantes de cada cúmulo (BCGs, por *Bright Cluster Galaxies*).

### 2.3.2. Resultados

En este trabajo, los autores utilizan 23 sistemas de imágenes múltiples para determinar el modelo de lente del Abell 2744. En la Tabla 2.3 se pueden observar los 23 sistemas (con un total de 65 imágenes múltiples y arcos) con sus respectivas magnificaciones y fotometría (las magnitudes observadas y las magnitudes predichas por el modelo) correspondientes.

La solución obtenida para la distribución de masa se muestra en la Fig. 2.6, la imagen de la izquierda muestra los contornos linealmente espaciados del modelo de lente superpuestos en una imagen color del cúmulo A2744, en color violeta se superpuso la imagen del cúmulo en rayos X. La imagen de la derecha muestra el mismo conjunto de contornos de masa superpuesto a un mapa de masa de señal-ruido  $>3$ . En la Fig. 2.7 se muestran las correspondientes curvas críticas del modelo de lente contruido.

### 2.3. Programa Hubble Frontier Fields (HFF)

| Imagen | $\mu$        | AB mag Observ               | Magnitud(es) predichas |
|--------|--------------|-----------------------------|------------------------|
| 1.1    | 6.29±0.03    | 22.30±0.03 (F160W)          | 22.20±0.07             |
| 1.2    | 7.82±0.06    |                             |                        |
| 1.3    | 4.17±0.14    | 22.65±0.03 (F160W)          | 22.75±0.07             |
| 2.1    | 22.17±1.25   | 22.81±0.03 (F160W)          | 22.85±0.19             |
| 2.2    | 15.82±1.25   |                             |                        |
| 2.3    | 8.56±1.07    |                             |                        |
| 2.4    | 6.72±0.71    | 24.15±0.06 (F160W)          | 24.11±0.16             |
| 3.1    | 32.85±1.96   | 23.09±0.06 (F160W, 3.1+3.2) | 23.42±0.21             |
| 3.2    | 14.43±1.31   |                             |                        |
| 3.3    | 7.90±0.31    | 25.36±0.12 (F160W)          | 25.03±0.15             |
| 4.1    | 5.37±1.20    |                             |                        |
| 4.2    | 7.29±0.24    |                             |                        |
| 4.3    | 7.54±0.23    |                             |                        |
| 4.4    | 5.82±0.25    |                             |                        |
| 4.5    | 3.03±0.12    |                             |                        |
| 5.1    | 50.33±13.63  |                             |                        |
| 5.2    | 411.56±85.31 |                             |                        |
| 5.3    | 10.78±1.78   |                             |                        |
| 6.1    | 5.19±0.19    | 24.39±0.07 (F160W)          | 24.70±0.14, 24.39±0.13 |
| 6.2    | 4.68±0.10    | 24.81±0.09 (F160W)          | 24.50±0.12, 24.50±0.12 |
| 6.3    | 3.51±0.05    | 24.81±0.09 (F160W)          | 24.81±0.11, 25.12±0.12 |
| 7.1    | 3.53±0.10    | 25.35±0.10 (F160W)          | 25.24±0.13             |
| 7.2    | 5.54±0.05    |                             |                        |
| 7.3    | 3.82±0.03    | 25.15±0.10 (F160W)          | 25.26±0.14             |
| 10.1   | 30.39±2.12   |                             |                        |
| 10.2   | 64.08±83.6   |                             |                        |
| (10.3) | 4.88±0.19    |                             |                        |
| 11.1   | 2.70±0.13    |                             |                        |
| 11.2   | 4.33±0.10    |                             |                        |
| 11.3   | 4.26±0.02    |                             |                        |
| 12.1   | 22.70±1.43   |                             |                        |
| 12.2   | 25.86±0.80   |                             |                        |
| 12.3   | 46.30±2.21   |                             |                        |
| 13.1   | 17.26±0.81   |                             |                        |
| 13.2   | 16.35±0.59   |                             |                        |
| 13.3   | 3.92±0.06    |                             |                        |
| 14.1   | 3.96±0.57    | 26.57±0.17 (F105W)          | 27.38±0.74             |
| 14.2   | 46.25±27.59  | 24.71±0.07 (F105W)          | 23.90±0.84             |
| 14.3   | 4.54±1.48    |                             |                        |
| 15.1   | 7.82±0.20    | 27.10±0.19 (F814W)          | 27.42±0.37             |
| 15.2   | 3.88±0.16    | 28.18±0.32 (F814W)          | 27.86±0.24             |
| 15.3   | 7.77±0.68    |                             |                        |
| 16.1   | 6.30±0.08    | 28.05±0.10 (F105W)          | 27.79±0.11             |
| 16.2   | 5.19±0.01    | 28.00±0.10 (F105W)          | 28.26±0.11             |
| 16.3   | 6.56±0.42    |                             |                        |
| 17.1   | 7.81±0.66    | 28.45±0.10 (F160W)          | 28.48±0.24             |
| 17.2   | 9.88±0.91    | 28.22±0.10 (F160W)          | 28.19±0.24             |
| 17.3   | 5.63±0.34    |                             |                        |
| 17.4   | 10.10±1.29   |                             |                        |
| 18.1   | 10.35±0.36   | 27.33±0.08 (F125W)          | 27.54±0.26             |
| 18.2   | 11.69±0.86   |                             |                        |
| 18.3   | 3.97±0.36    | 28.58±0.15 (F125W)          | 28.37±0.19             |
| 19.1   | 17.79±0.92   | 27.93±0.36 (F160W)          | 27.73±0.50             |
| 19.2   | 10.41±0.13   | 28.31±0.44 (F160W)          | 27.35±0.42             |
| 20.1   | 9.57±0.15    | 26.39±0.05 (F606W)          | 26.25±0.34             |
| 20.2   | 12.73±0.95   |                             |                        |
| 20.3   | 4.57±0.11    | 27.05±0.31 (F606W)          | 27.19±0.08             |
| 21.1   | 15.95±1.37   |                             |                        |
| 21.2   | 11.03±0.41   |                             |                        |
| 22.1   | 51.34±6.75   |                             |                        |
| 22.2   | 41.89±4.51   |                             |                        |
| 22.3   | 2.59±0.23    |                             |                        |
| 23.1   | 7.84±0.06    |                             |                        |
| 23.2   | 8.94±0.09    |                             |                        |

**Tabla 2.3.:** Magnificación y fotometría de los sistemas identificados. La Tabla fue extraída de Lam et al. (2014).

## 2.4. Otros métodos de detección

Como pudimos ver en los trabajos de COSMOS y SLACS, un procedimiento común a ambos es trabajar con la substracción de imágenes y analizar los residuos de las mismas.

Joseph et al. (2014) presentan un trabajo de búsqueda automática para lentes fuertes basado en un *Análisis de Componente Principal* (PCA, Jolliffe (1986)). Los autores presentan un algoritmo que utiliza PCA para sustraer galaxias desde imágenes y también muestran dos algoritmos para hallar lentes fuertes. El método combinado está optimizado para hallar Anillos de Einstein completos o arcos, basado netamente en criterios morfológicos. En primer lugar, realizaron una preselección de galaxias masivas. Las imágenes de las galaxias fueron simuladas usando una PCA y posteriormente fueron sustraídas desde las imágenes datos. Luego, realizaron un filtrado de la imagen residual con dos métodos diferentes.

Los autores buscaron construir un modelo de luminosidad empírico desde la misma muestra de galaxias, es decir, utilizaron técnicas de *Aprendizaje Automático* (ver Capítulo 4) utilizando la PCA. La diversidad de términos referidos a la forma del objeto lenteado (anillos, arcos, imágenes múltiples) hace que estén bien representados en esta base, y de esta forma, pudieron distinguir adecuadamente entre lentes y fuentes.

El algoritmo puede resumirse como sigue:

1. Realizaron una preselección de galaxias con un rango de parámetros de forma previamente definidos (tamaño, elipticidad, magnitudes, colores, etc.). En este primer paso construyeron recortes, pequeñas imágenes que llamaremos *stamps*, de galaxias en las cuales se van a buscar objetos lenteados. Para esto utilizaron el programa *Source Extractor* (SExtractor, Bertin & Arnouts (1996)).

2. Construyeron una base de PCA a partir de la muestra seleccionada de galaxias de acuerdo a los parámetros de forma y luego realizaron la descomposición de las componentes principales. De esta forma, pudieron distinguir entre las componentes de arcos con las componentes de galaxias.

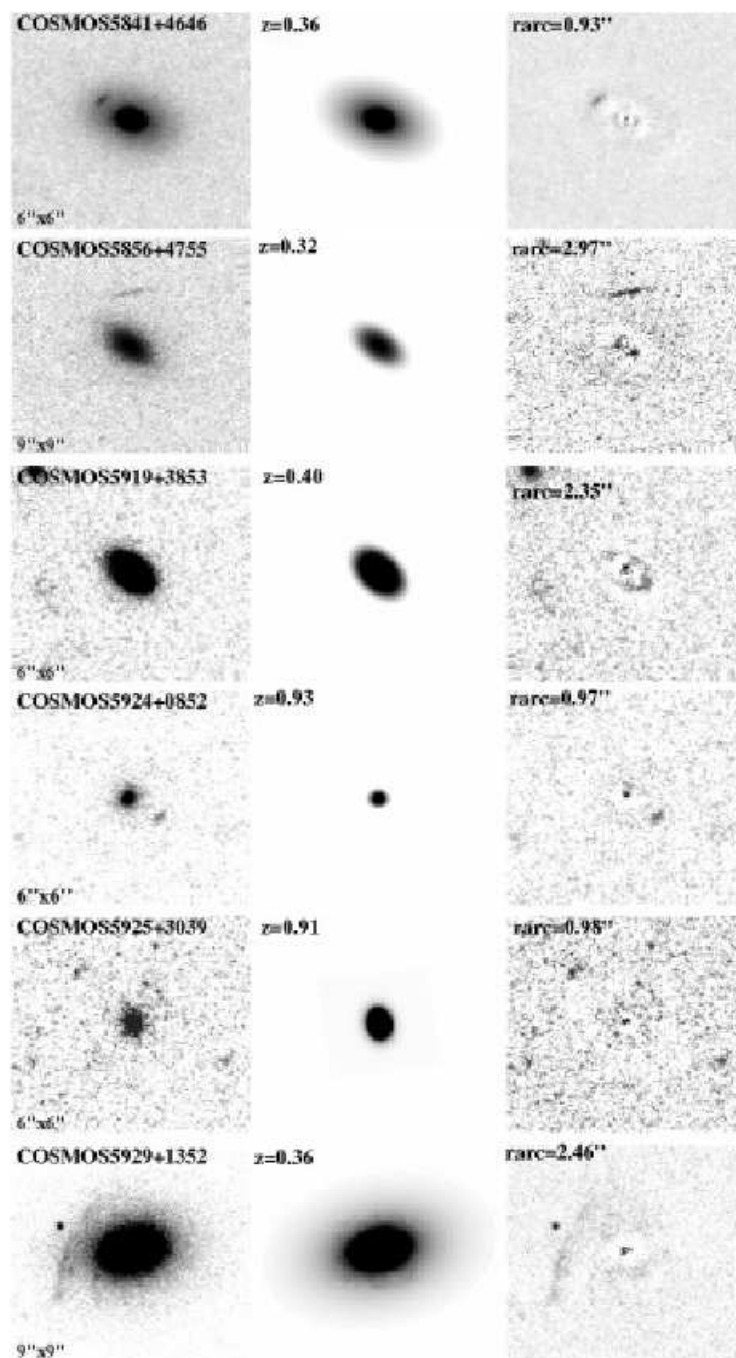
3. Reconstruyeron la galaxia central y se la sustrajeron de la imagen original. Para la reconstrucción de la galaxia lente, deben elegirse adecuadamente los coeficientes de PCA para no introducir, por ejemplo, ruido.

4. Detección de objetos lenteados en las imágenes residuos. Se utilizan dos algoritmos para la detección de arcos o anillos de Einstein en los residuos:

- a) *Transformación polar*: Este método usa un filtro tipo *curvlet* (son *wavelets* curva-

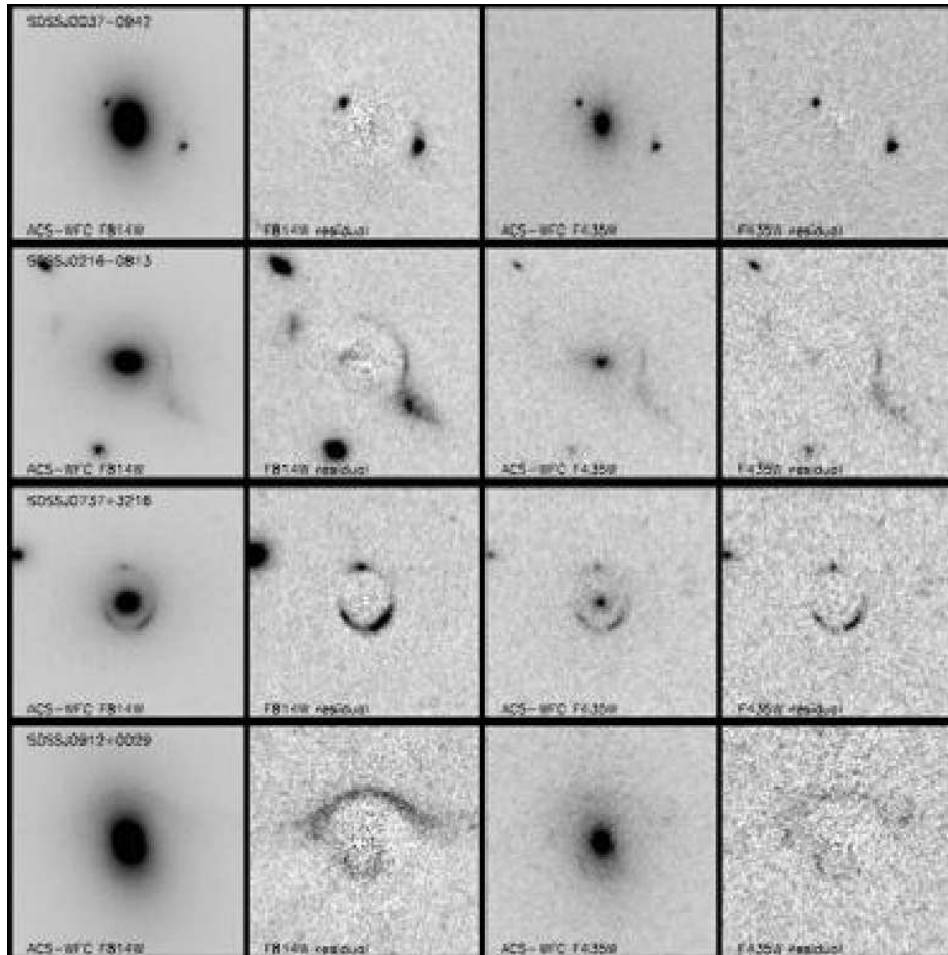
das) en la imagen residual para mejorar cualquier atributo (a lo que llamaremos *feature*, ver Capítulo 4) de anillo o curvatura. La imagen restante es transformada a coordenadas polares, donde un anillo se vuelve una línea, y esto permite una mejor detección de anillos o arcos débiles. El problema se torna, entonces, en un problema de detección de líneas y se define un umbral de detección para determinar si una línea es un anillo o no.

b) *Island finding*: El segundo método, utiliza SExtractor en las imágenes residuales, de esta forma identifica estructuras y evalúa si son arcos gravitacionales acorde a su orientación, multiplicidad y elongación.

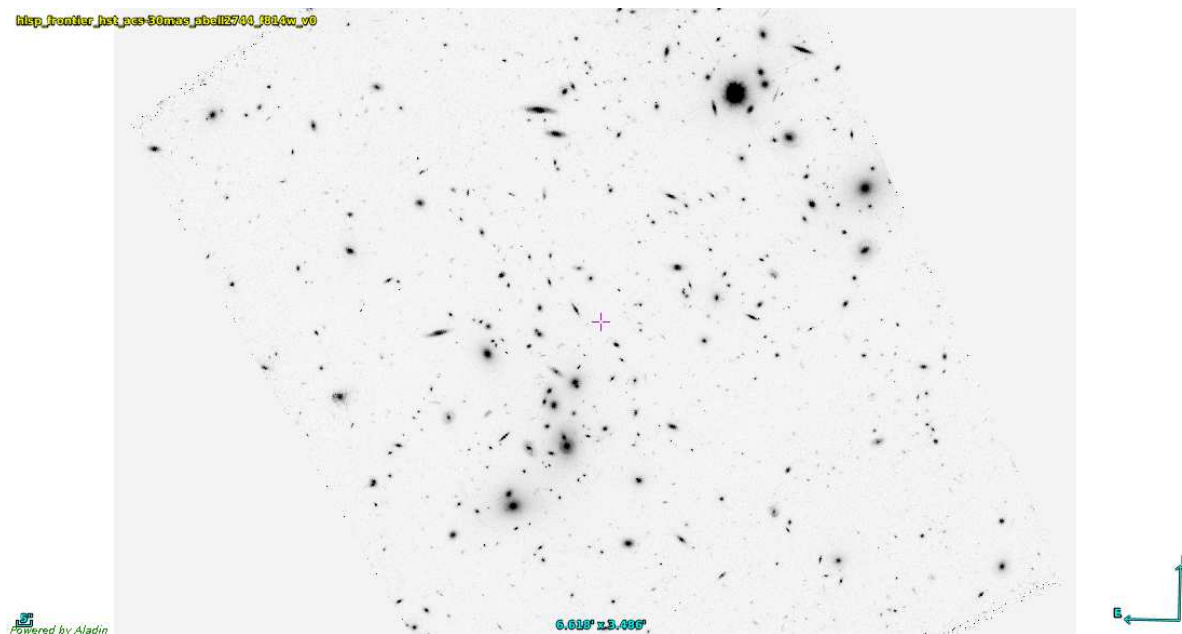


**Figura 2.2.:** En cada fila se muestran algunos sistemas candidatos de la muestra donde hay un sólo arco lente fuerte en el campo COSMOS. De izquierda a derecha: la primera columna es la imagen de la banda I del ACS de la lente. La segunda columna es el modelo GIM2D de la galaxia lente. La tercera columna es la sustracción de las dos primeras imágenes. La última columna es la resta de las dos primeras. La imagen fue extraída de Faure et al. (2008).

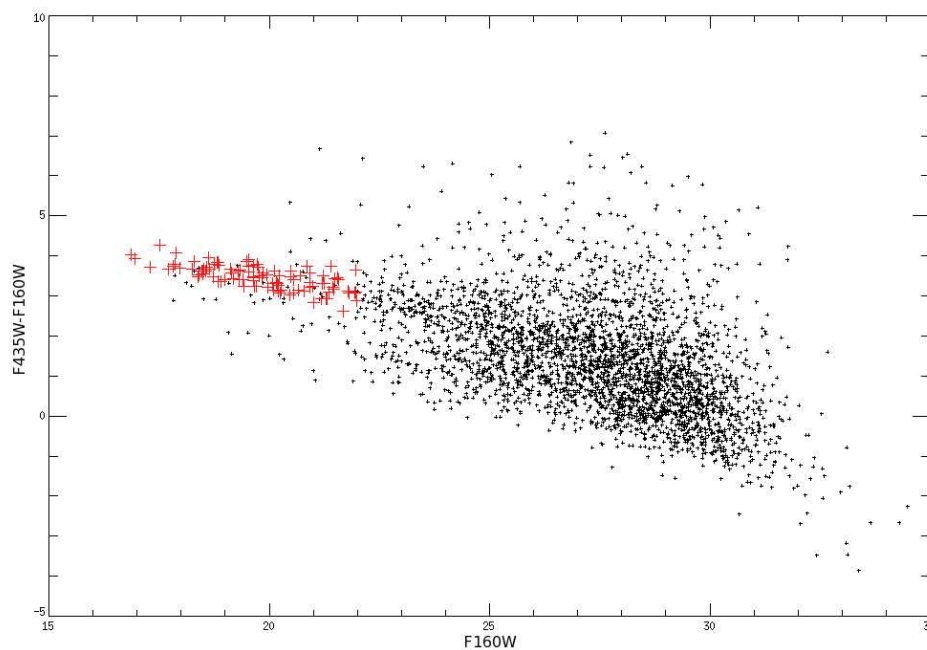




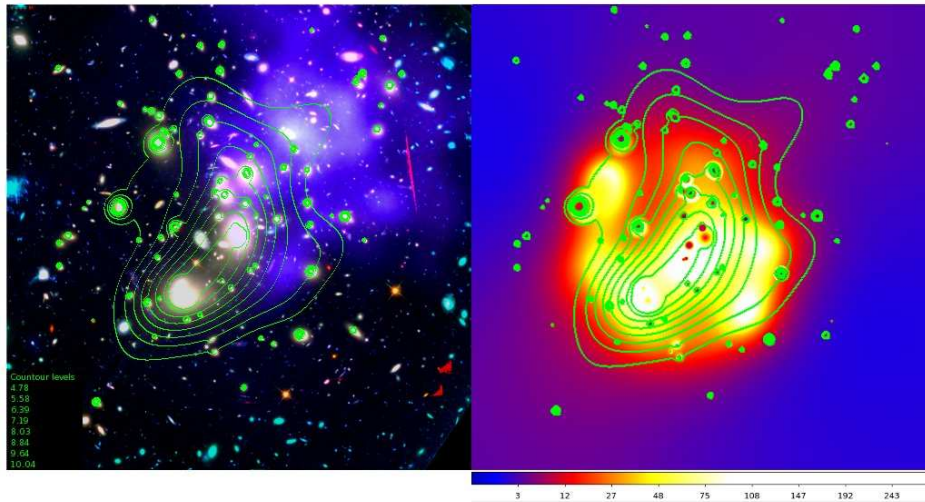
**Figura 2.3.:** Ejemplos de la sustracción de la galaxia candidata a lente. Cada fila es un sistema distinto. De izquierda a derecha: La primera columna se corresponde con el sistema en el F435w, su correspondiente residuo es la segunda columna. La tercera columna se corresponde con el sistema en el F814w, y la última columna es su residuo correspondiente. La imagen fue extraída de Bolton et al. (2006).



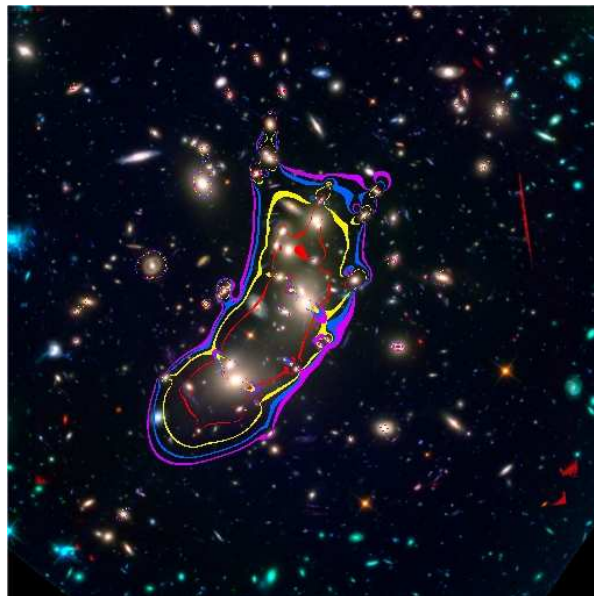
**Figura 2.4.:** Cúmulo Abell 2247 en el filtro F814w. Imagen extraída del Programa HFF (Lotz et al. (2014)).



**Figura 2.5.:** Diagrama Color-Magnitud de todas las fuentes detectadas en el cúmulo Abell 2744. Las galaxias miembros más brillantes que  $m_{f160w} = 22$  son seleccionadas para construir el campo de deflexión, y estn marcadas con cruces rojas. La imagen fue extraída de Lam et al. (2014).



**Figura 2.6.:** Figura izquierda: Contornos lineales del modelo de la lente superpuestos en una imagen color del cúmulo A2744. La imagen en rayos-X fue obtenida con Chandra. Figura derecha: el mismo conjunto de contornos de masa superpuesto a un mapa de masa de señal-ruido. La mayoría de los contornos de masa yacen en una región donde la señal ruido es mayor a 3. Imagen extraída de Lam et al. (2014).



**Figura 2.7.:** Curvas críticas derivadas del modelo de lente del cúmulo A2744. Las mismas corresponden a un rango de redshift de:  $z=1$  (rojo),  $z=2$  (amarillo),  $z=4$  (azul) y  $z=9$  (magenta). Las curvas críticas son seleccionadas como área en el mapa de magnificación con valores mayores a 200. Imagen extraída de Lam et al. (2014).



## 3. Conformación de un conjunto de entrenamiento

Como se pudo ver en los relevamientos descritos en el Capítulo 2, no existe un procedimiento estándar para la detección de imágenes múltiples y arcos en sistemas de lentes gravitacionales. Motivados por el interrogante de si es posible optimizar la detección de arcos, queremos establecer un método para la detección automática de lentes gravitacionales. Como el objetivo principal de este trabajo es desarrollar una técnica de identificación de arcos de lentes gravitacionales, conformamos una muestra de arcos a partir del relevamiento COSMOS y una muestra de galaxias pertenecientes al cúmulo Abell 2744. De esta forma, estos dos conjuntos conforman nuestras muestras para el entrenamiento para detectar nuevos arcos en imágenes.

En este capítulo, se describirán específicamente las muestras utilizadas, el procedimiento para llegar a las mismas, y el tratamiento de los datos.

### 3.1. Muestra de arcos

Para conformar nuestra muestra de arcos, seleccionamos las dos muestras de lentes gravitacionales del relevamiento COSMOS. De la primera muestra, la cual está conformada por los mejores sistemas, de un total de veinte, nos quedamos con 16 sistemas de lentes gravitacionales. De la segunda muestra, la de un sólo arco, contamos con 14 objetos, dejando un conjunto de un total de 30 arcos de lentes gravitacionales con sus respectivos parámetros morfológicos. No utilizamos en total de arcos de COSMOS porque varios de éstos no tenían determinados sus parámetros cosmológicos y otros sistemas descartados eran muy complejos y difíciles de modelar por el método que describiremos en este capítulo.

En la Fig. 3.1 y en la Fig. 3.2 se pueden observar las imágenes de los sistemas de lentes candidatos COSMOS seleccionados por nosotros. En la Tabla 3.1 se listan los

### 3. Conformación de un conjunto de entrenamiento

30 sistemas seleccionados para los cuales se incluyen los siguientes parámetros: Nombre del objeto,  $R_e$  (radio efectivo en kpc),  $n$  (índice de Sérsic),  $PA$  (ángulo de posición), elipticidad,  $z^+_{lente}$  (magnitud correspondiente al filtro  $z^+$  de la galaxia lente) y  $mag_{arco}$  (magnitud del arco en el F814w).

| Objeto    | $R_e$ [kpc] | $n$ | PA    | elipticidad | $z^+$ | $mag_{arco}$ (F814w) |
|-----------|-------------|-----|-------|-------------|-------|----------------------|
| 0009+2455 | 0.7         | 3.7 | -2.5  | 0.31        | 19.14 | 23.3                 |
| 0012+2015 | 0.53        | 8.1 | -10.2 | 0.25        | 18.80 | 21.6                 |
| 0013+2219 | 0.9         | 3.9 | 38.2  | 0.16        | 18.11 | 22.4                 |
| 0038+4133 | 0.72        | 5.2 | -2.9  | 0.26        | 19.82 | 20.5                 |
| 0047+2931 | 0.73        | 2.3 | -38.4 | 0.29        | 19.17 | 21.6                 |
| 0049+5128 | 1.07        | 1.2 | -24.6 | 0.22        | 19.25 | 23.3                 |
| 0050+0357 | 0.31        | 2.8 | -44.7 | 0.4         | 20.94 | 22.1                 |
| 0050+4901 | 0.36        | 2.9 | 26.6  | 0.39        | 20.55 | 22.7                 |
| 0055+3821 | 0.40        | 2.4 | 10.3  | 0.14        | 20.35 | 21.8                 |
| 0056+1226 | 6.96        | 4.6 | 40.3  | 0.0         | 18.28 | 23.3                 |
| 0105+4531 | 0.47        | 3.4 | 15.9  | 0.00        | 20.15 | 22.3                 |
| 0124+5121 | 0.24        | 2.4 | -51.4 | 0.25        | 21.6  | 23.2                 |
| 0216+2955 | 0.9         | 6.1 | -16.6 | 0.06        | 19.53 | 22.6                 |
| 0220+2335 | 0.60        | 1.7 | 87.2  | 0.00        | 20.27 | 21.8                 |
| 0221+3445 | 1.06        | 5.5 | -22.7 | 0.04        | 18.83 | 22.3                 |
| 0227+0451 | 0.3         | 6.3 | 80.9  | 0.33        | 20.88 | 22.3                 |
| 5752+2057 | 0.51        | 1.0 | 3.8   | 0.14        | 19.94 | 21.6                 |
| 5754+5952 | 0.22        | 6.9 | -16.5 | 0.43        | 21.09 | 22.5                 |
| 5806+5809 | 0.43        | 2.9 | -13.6 | 0.0         | 18.72 | 21.7                 |
| 5856+4755 | 0.17        | 1.1 | 48.8  | 0.39        | 19.25 | 22.9                 |
| 5857+5949 | 0.61        | 1.4 | -32.8 | 0.36        | 19.67 | 21.9                 |
| 5921+0638 | 0.49        | 6.8 | 29.9  | 0.08        | 19.97 | 20.6                 |
| 5929+4553 | 0.67        | 2.1 | -23.2 | 0.06        | 19.6  | 22.3                 |
| 5931+0229 | 0.81        | 1.9 | 89.9  | 0.01        | 18.7  | 21.6                 |
| 5939+3044 | 0.58        | 1.7 | 76.9  | 0.0         | 19.47 | 22.9                 |
| 5940+3253 | 0.51        | 1.4 | 58.4  | 0.4         | 18.96 | 22.5                 |
| 5941+3628 | 0.76        | 1.0 | -5.4  | 0.08        | 19.93 | 22.8                 |
| 5943+2816 | 0.69        | 1.3 | 79.9  | 0.01        | 19.12 | 22.4                 |
| 5947+4752 | 0.51        | 1.6 | 4.1   | 0.07        | 19.25 | 22.6                 |
| 5959+0348 | 6.96        | 4.6 | 40.3  | 0.0         | 18.28 | 23.3                 |

**Tabla 3.1.:** Sistemas de lentes gravitacionales seleccionados a partir de los candidatos de COSMOS.

En la Fig. 3.3 y en la Fig. 3.4 se muestran las distribuciones de las magnitudes de galaxias lente y de las magnitudes de los arcos de estos sistemas respectivamente, la

línea discontinua se corresponde con el valor medio de cada distribución, siendo para magnitudes de las galaxias  $\overline{z^+} = 19,59$  y para las magnitudes de los arcos  $\overline{m}_{F814w} = 22,29$ . Algo para notar que realmente las galaxias son más brillantes que los arcos, por lo que es posible que el perfil de luminosidad de la galaxia impida que el arco se detecte bien. Por este motivo, decidimos crear un modelo para la distribución de brillo superficial de la galaxia lente y buscaremos sustraer a la galaxia lente de la imagen original.

### 3.1.1. Código de simulación y resta de galaxias

Para llevar a cabo búsquedas de arcos, se utilizamos una técnica desarrollada por (Sánchez et al., 2014) que involucra el procesado digital de cada imagen obtenida y su posterior contraposición con los datos previos de la misma zona del cielo observada. Este tipo de técnicas se las denomina DIA (Differential Image Photometry) y es óptima en este caso para extraer al objeto brillante, como lo es la galaxia lente, y así, dejar un residuo donde se destaque el arco. Este código se basa en la creación de un modelo de galaxia simulada semejante a la galaxia lente del sistema. Se resta el modelo de la galaxia simulada a la imagen real del sistema, y de esa forma, se obtienen imágenes donde predominan los arcos.

El código empleado crea un modelo para la galaxia del sistema utilizando un perfil de Sérsic:

$$\Sigma(r) = \Sigma_e e^{-k[(\frac{r}{r_e})^{1/n} - 1]} \quad (3.1)$$

donde  $r_e$  es el radio efectivo,  $\Sigma_e$  es la intensidad encerrada por el radio efectivo,  $n$  es el índice de Sérsic y  $k$  depende del valor de  $n$ . Los parámetros morfológicos mencionados los tomamos de la base de datos del relevamiento COSMOS.

Este software fue desarrollado en Python <sup>1</sup> y utiliza la biblioteca Astro.py (Astropy Collaboration et al. 2013) a partir el *World Coordinate System* (WCS) de las imágenes de COSMOS. Con esto, de busca crear una galaxia modelo similar en brillo y forma a la galaxia lente de los sistemas. El procedimiento se puede describir de la siguiente forma:

#### 1) Resolución

Calculamos la escala de píxel de cada imagen (en segundos de arco por píxel). También, hallamos la resolución correspondiente utilizando la astrometría provista por el WCS de la imágenes originales de COSMOS.

---

<sup>1</sup><http://www.python.org>

### 3. Conformación de un conjunto de entrenamiento

---

#### 2) Centrado:

El centrado en las galaxias de los recortes (lo que llamaremos *stamps*) de COSMOS se realizó teniendo en cuenta al sistema de lente completo. Por lo tanto, centramos a la galaxia simulada en el mismo origen que la galaxia de COSMOS.

3) Se generó un perfil de Sérsic de la galaxia simulada teniendo en cuenta los parámetros morfológicos provistos por COSMOS. Desde el origen, para cada píxel dentro de un radio, aplicamos un perfil de Sérsic y fue truncado en  $15R_S$ , siendo  $R_S$  el radio de Sérsic.

#### 4) Inclinación:

La matriz correspondiente a la imagen simulada se la proyectó en una nueva matriz mediante una rotación, y de esta forma se logró inclinar la galaxia.

#### 5) Resta de imágenes:

Se restó píxel a píxel la imagen del sistema simulado a la imagen de la galaxia real de COSMOS. De esta forma, la galaxia lente del centro del sistema fue removida.

#### 6) Enmascarado:

Para un modelo simple como un perfil de Sérsic para la galaxia central, es normal que el número de cuentas por píxel del modelo sea mucho mayor al de la galaxia lente. Como consecuencia, esto deja en la imagen residual una región donde el número de cuentas es negativo. Para solucionar este problema, aplicamos una máscara en el centro de la imagen restada para eliminar el brillo residual en las alas del perfil de Sérsic. De esa forma se rellenó la máscara central con valores obtenidos de promediar varias regiones del fondo de la imagen.

En la Fig. 3.5 se muestran ejemplos de las galaxias simuladas con el código para distintos parámetros morfológicos. La escala es de 30 miliarcosegundos/píxel, y PA es la inclinación que se efectuó sobre la galaxia.

En la Fig. 3.6, Fig. 3.7 y Fig. 3.8 se muestran ejemplos de resta de imágenes. El panel de la izquierda es la imagen del sistema, la figura del centro es el modelo creado para la galaxia lente simulada con un perfil de Sérsic y la imagen de la derecha son los residuos correspondientes al hacer la sustracción de la galaxia lente. En todos los casos, ocurre que el número de cuentas por píxel de la galaxia simulada es mayor al de la galaxia lente, esto nos indica que el modelo de galaxia que estamos utilizando es muy simple. Aún así, el enmascarado homogeneiza el fondo de la imagen, y en la imagen residual se distinguen correctamente los arcos, y ese es nuestro principal objetivo.

En la Fig. 3.9 y en la Fig. 3.10 se pueden observar las 30 imágenes que conforman nuestra muestra de arcos



## 3.2. Muestra de galaxias

La muestra de entrenamiento de galaxias está conformada por recortes (o estampillas) de galaxias del cúmulo Abell 2744 del Programa Hubble Frontiers Field, la imagen con la que se trabajó fue en el filtro f814w del HST, para que la comparación con la muestra de COSMOS sea coherente. En la Fig. 2.4 del Capítulo 2 exponemos la imagen del Abell 2744 en el filtro mencionado; a partir de esta imagen se hicieron recortes de 52 galaxias elegidas aleatoriamente. Ambas muestras, tanto la de arcos como la de galaxias deben ser consistentes en números, para obtener una estadística confiable, es por ello que decidimos que 30 arcos y 52 galaxias con cantidades comparables den número. Uno de nuestros objetivos futuros es aumentar significativamente la cantidad de miembros de ambas muestras para generar clasificadores y estadísticas más confiables, como así también, tener en cuenta un nuevo conjunto de galaxias que se puede prestar a confusión al momento de identificar nuevos sistemas de lentes: galaxias anillo y galaxias muy elongadas.

En la Fig. 3.11 se pueden observar algunas galaxias que conforman nuestra muestra de galaxias.

## 3.3. Cálculo del conjunto de atributos (*features*) de las imágenes de entrenamiento: Wndchrm

Un *feature* se define como una propiedad medible de un fenómeno observado. Nuestro objetivo es poder extraer los distintos *features* que caracterizan las imágenes de pertenecen a nuestras muestras. Wndchrm (Shamir et al. (2008)) es un código abierto para el análisis de imágenes crudas. Trabaja mediante la extracción de los contenidos que describen la imagen. También se pueden seleccionar los features más representativos y utilizar el vector de features de cada imagen para la clasificación.

### 3.3.1. Descripción del método

El método de análisis de imágenes trabaja mediante el cómputo de un gran número features de las imágenes. Para la extracción de cada feature se usan transformadas Radon, estadísticas de Chebyshev, filtros Gabor, histogramas de Multiescala, los primeros 4 momentos (media, desviación estándar, skewness y kurtosis), features de textura Tamura, features de estadística de borde, objetos estadísticos, features de Zernike, features

de Haralick y features de Chebyshev-Fourier.

Los features de las imágenes son extraídos no sólo de los píxeles de la imagen cruda sino también de varias transformadas la imagen y transformadas de transformadas. Las transformadas de la imagen son Transformadas Rápidas de Fourier (FFT), wavelets, transformada de Chebyshev y la transformada de Edge.

Este programa permite extraer un conjunto de features más pequeño de 1025 features o un vector más grande de 2659, pero requiere un costo computacional más grande.

#### 3.3.2. Aplicación del método

La aplicación de este método consiste en dos pasos:

1) Entrenar un clasificador con un conjunto de muestras que son consideradas como datos verdaderos (*ground truth*). En nuestro caso, las muestras de arcos y de galaxias.

2) Clasificar y evaluar la efectividad del clasificador usando un segundo conjunto de muestras de forma tal que ninguno de los conjuntos de evaluación se haya utilizado para entrenar.

Para entrenar un clasificador, la primera tarea consiste calcular los contenidos que describen las imágenes de todo el conjunto de datos. Para utilizar el Wndchrm, las imágenes deben estar en formato TIFF o PPM.

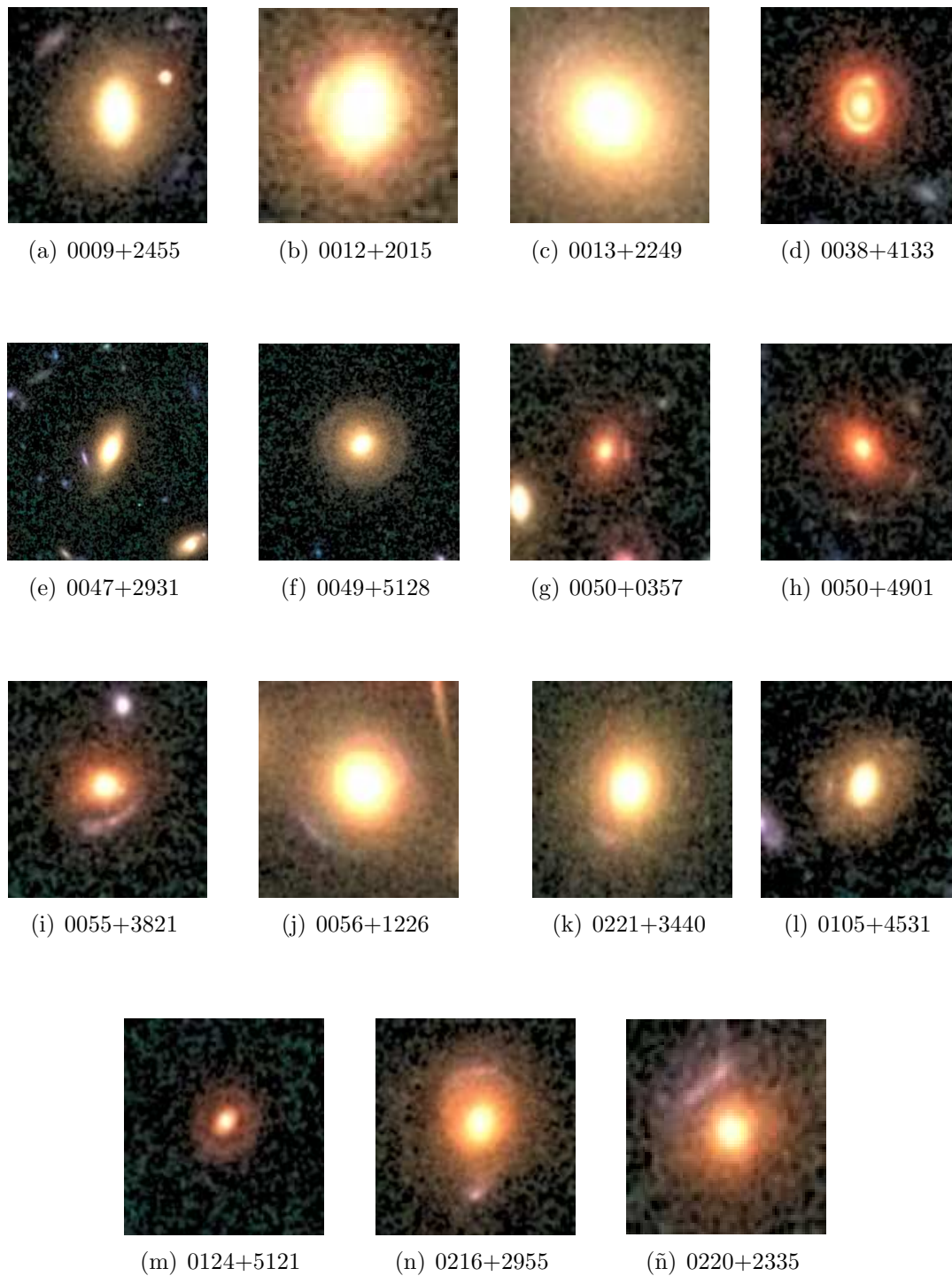
Una vez que los contenidos que describen las imágenes son calculados, el conjunto de datos está listo para ser evaluado por el clasificador.

En este trabajo, nos interesó particularmente la instancia de clasificación. Es decir, utilizar el vector de features de cada imagen como un entrada para otras técnicas de aprendizaje automático que se describirán en el Capítulo 4. Así, aplicamos el Wndchrm a nuestros conjuntos de datos, es decir, tanto a la muestra de los 30 arcos como a la muestra de las 52 galaxias y obtuvimos por cada imagen un vector con 2659 features.

Este proceso puede repetirse en la medida que se agreguen nuevas imágenes de arcos y galaxias al conjunto de entrenamiento. Debe entenderse la selección del conjunto de entrenamiento realizada como un ejemplo práctico a los fines de comprobar la efectividad de los mtodos desarrollados.

### 3.3. Cálculo del conjunto de atributos (*features*) de las imágenes de entrenamiento: Wndchrm

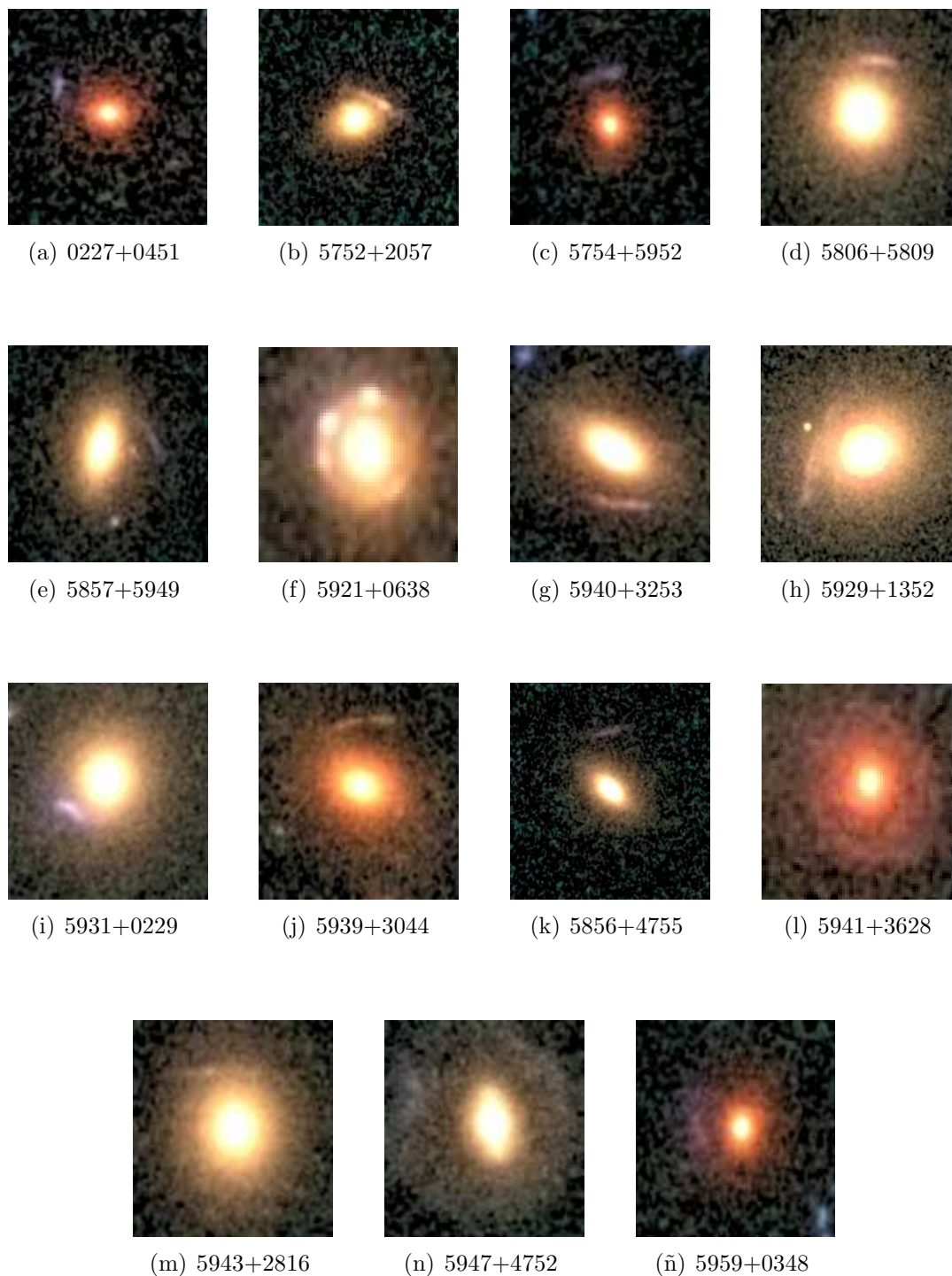
---



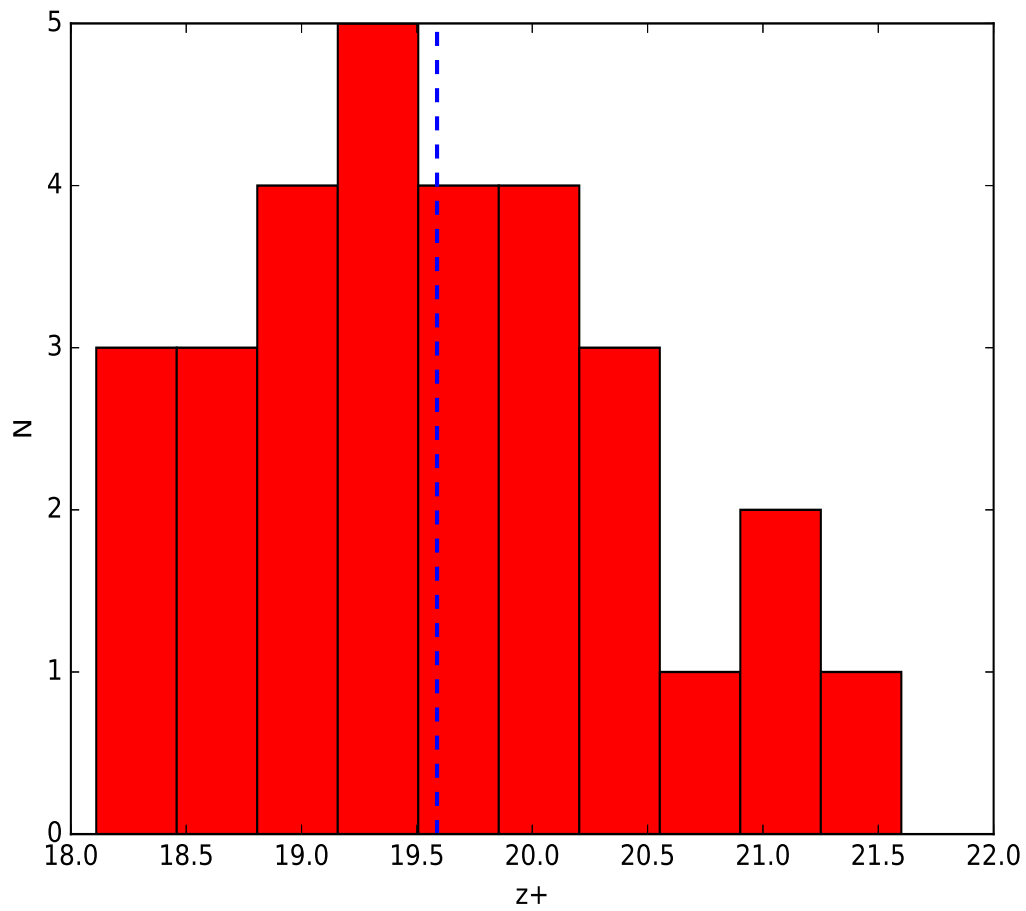
**Figura 3.1.:** Submuestra de lentes gravitacionales seleccionados a partir de los candidatos de lente fuerte de COSMOS en el filtro F814w de COSMOS. Debajo de cada imagen se indica el nombre de cada sistema.

### 3. Conformación de un conjunto de entrenamiento

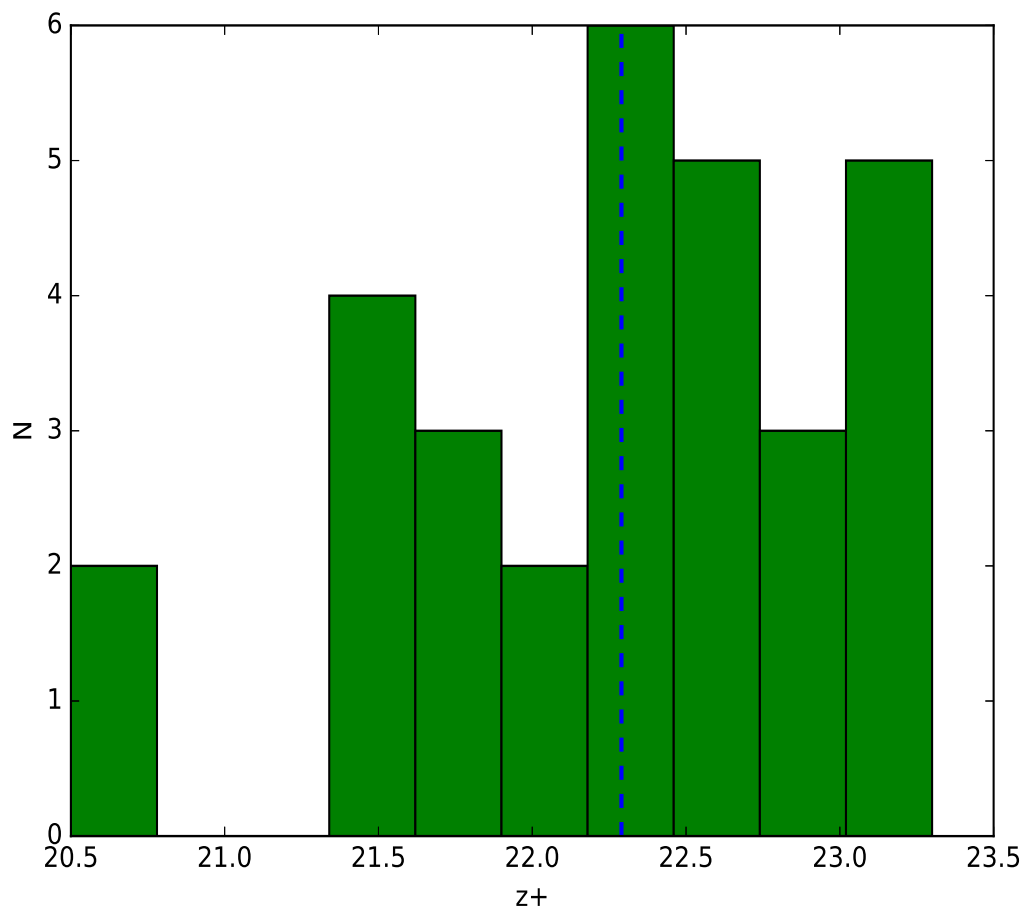
---



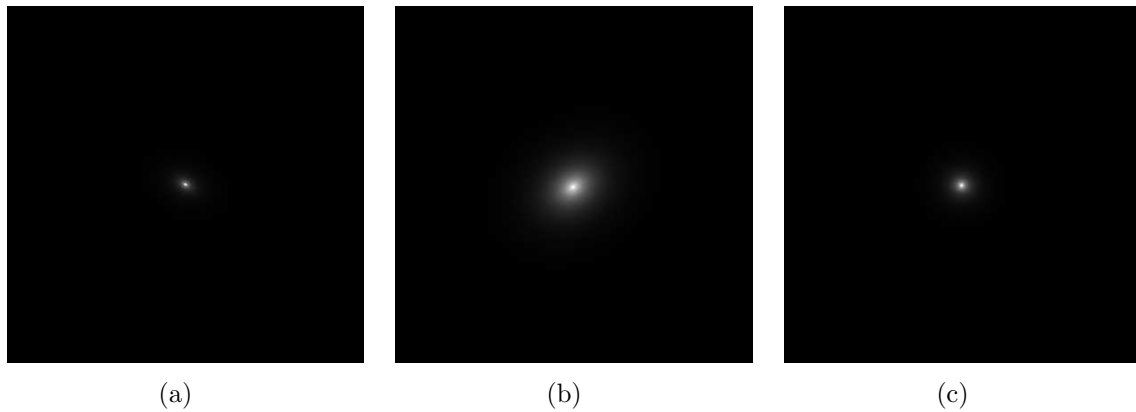
**Figura 3.2.:** Submuestra de lentes gravitacionales seleccionados a partir de los candidatos de lente fuerte de COSMOS en el filtro F814w de COSMOS. Debajo de cada imagen se indica el nombre de cada sistema.



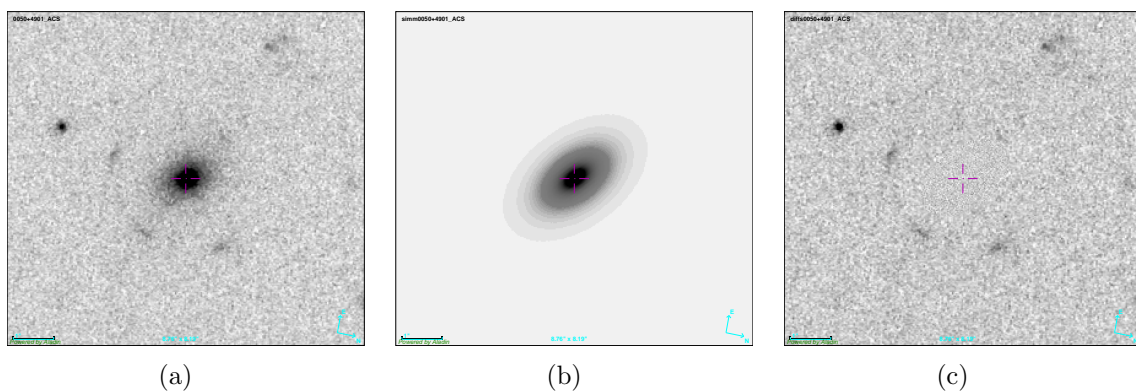
**Figura 3.3.:** Distribución de magnitudes  $z^+$  de galaxias lente. La línea discontinua representa el valor medio  $\overline{z^+} = 19,59$



**Figura 3.4.:** Distribución de magnitudes  $m_{F814w}$  de los arcos. La línea discontinua representa el valor medio  $\overline{m}_{F814w} = 22,29$



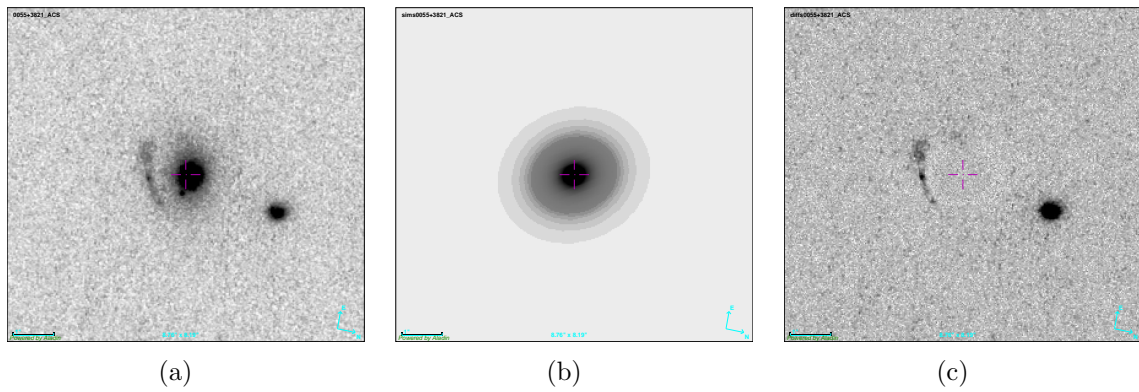
**Figura 3.5.: Galaxias simuladas** (a): Para la galaxia lente del sistema 0047+2931:  $R_e = 0.73$ ,  $n=2.3$ ,  $PA=-38.4$ , elipticidad=0.29,  $z^+=19.17$ . (b): Para la galaxia lente del sistema 0049+5128:  $R_e = 1.07$ ,  $n=1.2$ ,  $PA=-24.6$ , elipticidad=0.22,  $z^+=19.25$ . (c): Para la galaxia lente del sistema 5947+4752:  $R_e = 0.51$ ,  $n=1.6$ ,  $PA=4.1$ , elipticidad=0.07,  $z^+=19.25$



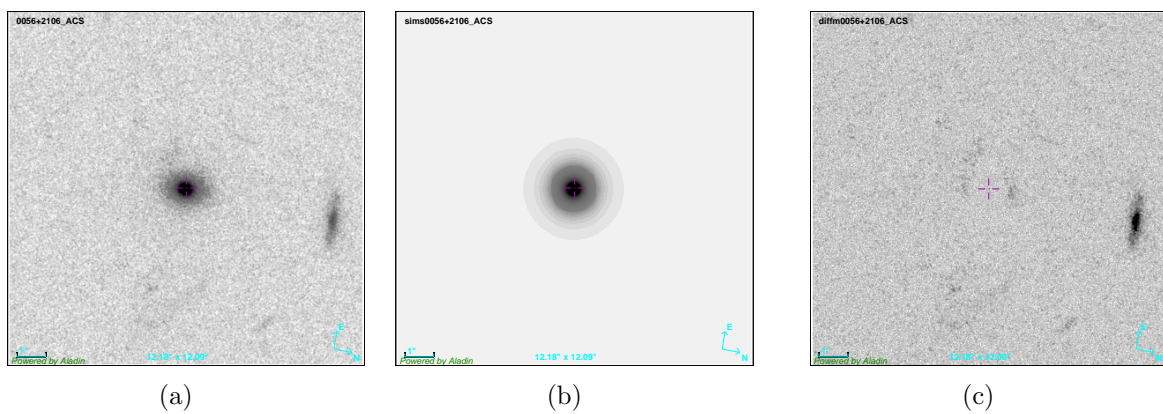
**Figura 3.6.: Sistema 0050+4901** (a): Imagen del sistema en el F814w. (b): Modelo generado para la galaxia lente. (c): Residuos de hacer la resta entre la imagen real y el modelo

### 3. Conformación de un conjunto de entrenamiento

---

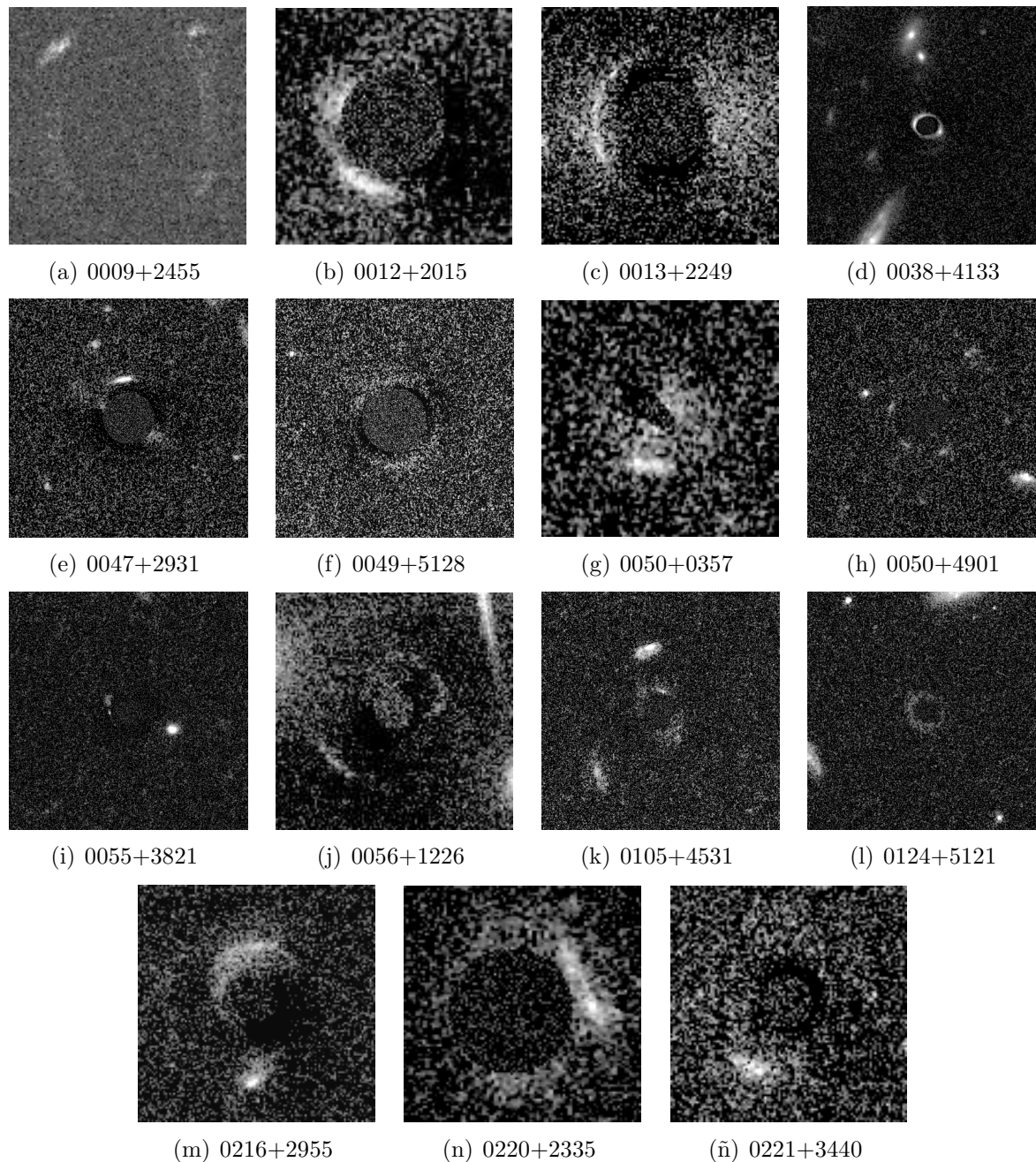


**Figura 3.7.:** Sistema 0055+4901 (a): Imagen del sistema en el filtro F814w. (b): Modelo generado para la galaxia lente. (c): Residuos de hacer la resta entre la imagen real y el modelo



**Figura 3.8.:** Sistema 0056+2106 (a): Imagen del sistema en el F814w. (b): Modelo generado para la galaxia lente. (c): Residuos de hacer la resta entre la imagen real y el modelo

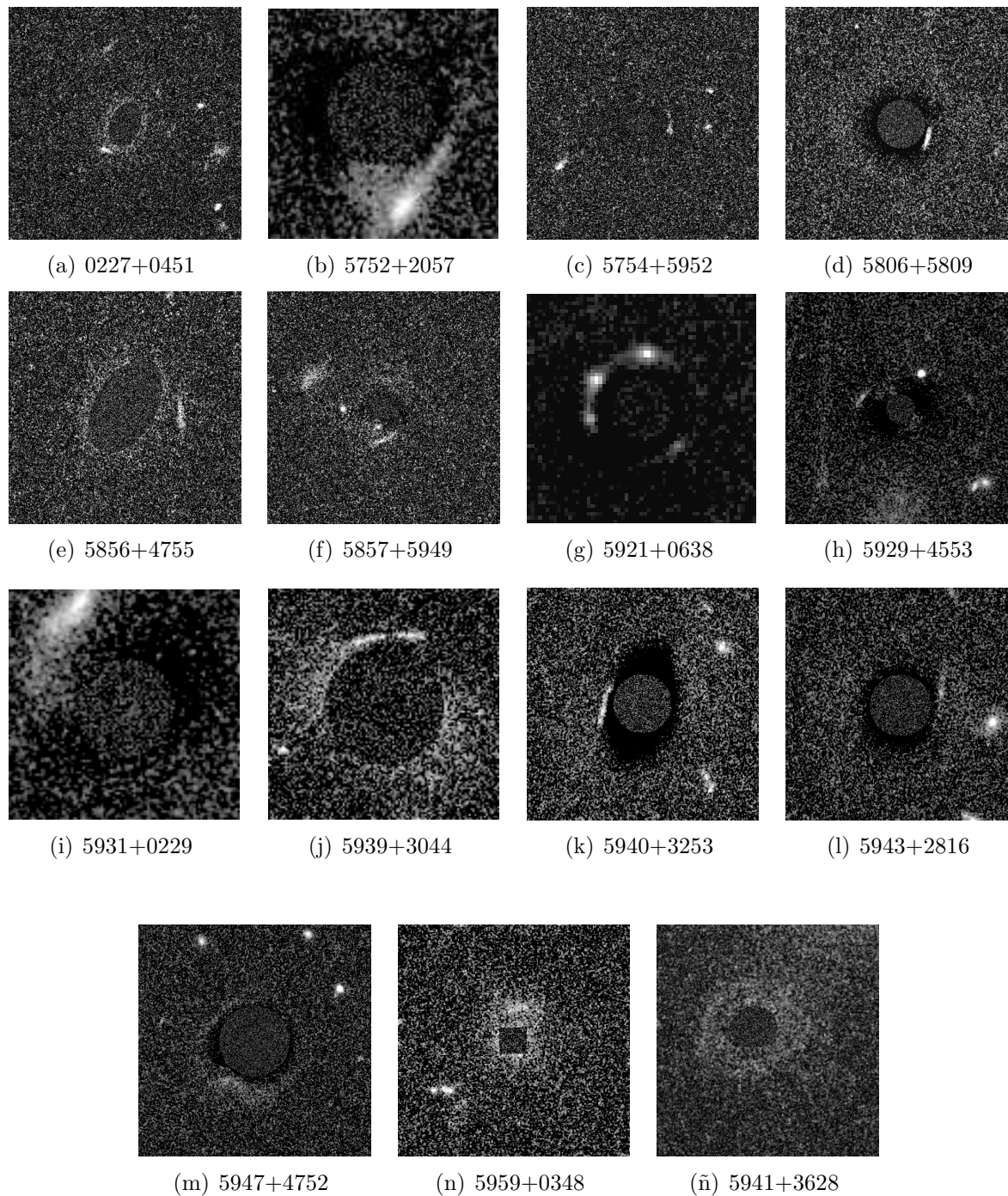




**Figura 3.9.:** Submuestra de arcos candidatos resultante de la resta de los sistemas de lentes gravitacionales de COSMOS y las imágenes de galaxias simuladas

### 3. Conformación de un conjunto de entrenamiento

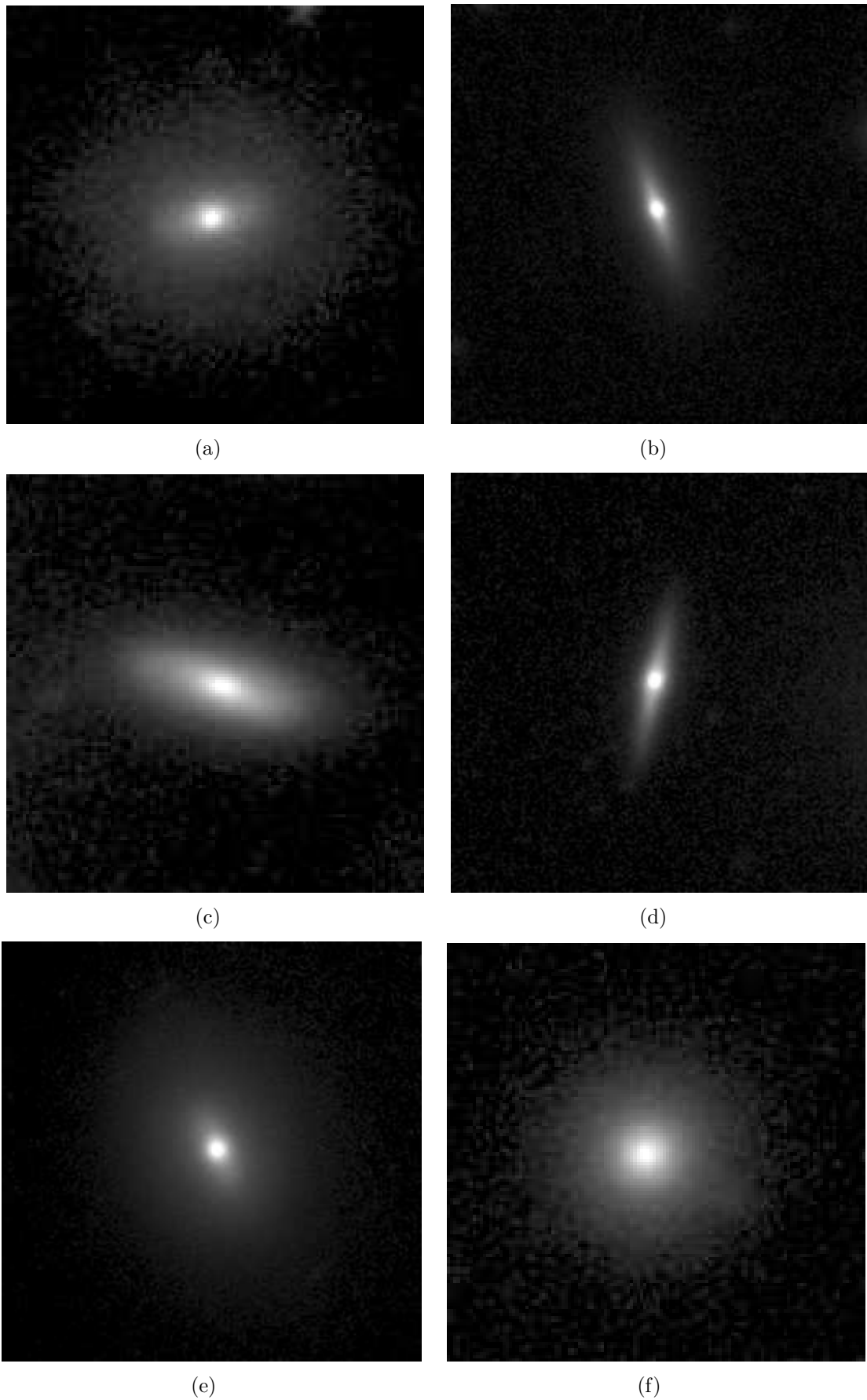
---



**Figura 3.10.:** Submuestra de arcos candidatos resultante de la resta de los sistemas de lentes gravitacionales de COSMOS y las imágenes de galaxias simuladas

3.3. Cálculo del conjunto de atributos (*features*) de las imágenes de entrenamiento: Wndchrm

---



---

Figura 3.11.: Muestra de galaxias Ejemplos de las galaxias que pertenecen a la muestra de 52 galaxias seleccionadas del cúmulo Abell 2744 en el filtro F814w



## 4. Técnicas de aprendizaje automático

En este trabajo el problema que se plantea es hallar algún procedimiento mediante al cual se pueda determinar si una imagen tiene arcos. Nos encontramos frente a una situación de clasificación binaria, es decir, nos interesa determinar si un objeto candidato es un arco gravitacional o no, utilizando solamente la información contenida en una imagen. Para ello, buscamos aplicar técnicas de aprendizaje automático empleando como conjuntos de entrenamiento las muestras construídas en el Capítulo 3, como así también, utilizar los features extraídos de estos conjuntos con el código *Wndchrm* (Shamir et al. (2008)).

La implementación de los diversos algoritmos de aprendizaje automático utilizados fue desarrollada con la ayuda de la distribución Weka (Hall et al., 2009). En este capítulo se desarrollan las bases teóricas de las técnicas de aprendizaje automático junto con los distintos algoritmos utilizados para el entrenamiento de nuestros clasificadores y se exponen las características del entrenamiento de cada clasificador. Además, aplicamos los clasificadores entrenados a un conjunto de datos provenientes de dos cúmulos de galaxias con objetos (arcos y galaxias) previamente identificados, al cual denominaremos muestra objetivo.

### 4.1. Introducción a los algoritmos de Aprendizaje Automático

El Aprendizaje automático o *Machine Learning* es una disciplina que explora la construcción y el estudio de algoritmos que pueden aprender a partir de los datos. Estos algoritmos operan mediante la construcción de un modelo a partir de ejemplos de entrada y los usa para hacer predicciones o tomar decisiones y lograr que el rendimiento de un programa, al realizar una tarea, mejore con la experiencia (haciendo referencia al número de realizaciones de esta misma tarea).

Estos algoritmos se aplican a diversos problemas, entre los cuales se halla el problema de clasificación. El problema de clasificación suele abordarse utilizando una clase objetivo (lo que se desea clasificar) y diversas características o *features* asociados a un conjunto de datos, y donde el algoritmo debe crear un modelo sobre estos elementos. El conjunto de datos se lo denomina de entrenamiento ya que sirve de ejemplo para que el algoritmo construya el modelo, mientras que los features son la información que será utilizada por el modelo para clasificar nuevas mediciones, y la clase objetivo es el dato que deseamos que nuestro modelo prediga. Así, existen varios algoritmos que, según sean las particularidades del problema y de los datos de entrenamiento, pueden aplicarse y así mediante ejemplos clasificar nuevas instancias.

### Tratamiento sobre los features

En el Capítulo 3 describimos el código Wndchrm. Los features obtenidos a partir este código serán la entrada a los algoritmos de Aprendizaje automático.

Para trabajar con estas herramientas del *Machine Learning* se escribieron los datos en formato .arff (provenientes de *attribute relation format file*), el cual es el formato de transferencia de datos utilizado por Weka.

Weka es un conjunto de tareas de textitMachine Learning desarrolladas en java. Posee algoritmos de clasificación, de agrupamiento o de *clustering*, de regresión, de asociación y de selección de *features*.

#### 4.1.1. Algoritmos aplicados

Presentamos los algoritmos aplicados a las muestras de entrenamiento para la clasificación de arco o no arco y mencionaremos sus principales características.

##### Algoritmo de selección de features

El objetivo principal es reducir el tamaño del conjunto de features al más pequeño, conservando la mayor cantidad de información posible. Este algoritmo mide la correlación entre cada feature y el valor de la clase objetivo, y la correlación entre los otros features. Los features que maximizan la primera correlación y minimizan la segunda serán los que se presumen óptimos.

##### Algoritmo de Naive Bayes

El algoritmo de Naive Bayes (NB) utiliza el teorema de Bayes, el cual indica que las probabilidades condicionales de dos fenómenos aleatorios A y B se relacionan simétricamente

$$P(A|B)P(B) = P(B|A)P(A) \quad (4.1)$$

Donde  $P(A|B)$  es la probabilidad de que ocurra A habiendo ocurrido B,  $P(B|A)$  es la probabilidad de que ocurra B habiendo ocurrido A y  $P(A)$  es la probabilidad de que ocurra A

De esta forma se puede estimar la probabilidad de que un cierto modelo describa un conjunto de datos. Sea  $y$  la clase objetivo, con  $y_k$  una clase en particular, y  $f$  el vector que contiene los features, entonces podemos, utilizando lo anterior, expresar la probabilidad de que  $y_k$  sea la clase correcta dados  $f$  tal como:

$$P(y = y_k | \vec{f}) = \frac{P(\vec{f} | y = y_k)P(y = y_k)}{P(\vec{f})} \quad (4.2)$$

El algoritmo entonces evalúa para cada clase  $y_k$  la probabilidad dados los features medidos en  $f$ , y luego debe decidir con cuál quedarse. Dos formas de elegir son: utilizando un máximo a posteriori o MAP, el cual elige la clase que maximiza  $P(\vec{f} | y = y_k)P(y = y_k)$ ; y una segunda forma es utilizando el *Maximum Likelihood* o Probabilidad Máxima o ML, que maximiza  $P(\vec{f} | y = y_k)$ .

### Regresión logística

Las funciones logísticas son utilizadas en la regresión logística para modelar cómo la probabilidad  $p$  de un evento puede verse afectada por las variables  $x$ . Los clasificadores que utilizan regresión logística implementan un modelo de regresión lineal de la forma:

$$\text{logit}(p_i) = \ln\left(\frac{p_i}{1 - p_i}\right) = \alpha + \beta x_i \quad (4.3)$$

Donde  $x_i$  es la probabilidad de éxito para el elemento  $i$ , los *logit* (los logaritmos de la razón de momios) de las probabilidades binomiales  $p_i$  son modeladas como una función lineal de los  $x_i$ . Esto es lo mismo que decir que mapeamos las tasas de éxito  $p_i/(1-p_i)$  (pertenecientes a  $[0,1]$ ), al eje real  $(-\infty, +\infty)$  mediante una función logística dada por:

$$\text{log}(x) = \ln\left(\frac{x}{1 - x}\right) \quad (4.4)$$

Así, mediante un ajuste lineal podemos asignar probabilidades a cada valor de cada feature y luego elegir la clase que las maximiza.

### **Random Forest**

Este método se aplica cuando hay un razonable número de features que son susceptibles a ser discretizables. El procedimiento consta de generar muchos árboles de decisión, donde cada árbol utiliza un subconjunto aleatorio de features, que debe ser de tamaño no mucho menor al conjunto total. Una vez entrenado el modelo, para clasificar nuevas instancias cada árbol emite un voto según sea la predicción a la que arribó, y luego se utiliza el voto más repetido para emitir la predicción final.

#### **4.1.2. Validación cruzada de K iteraciones**

La validación cruzada es una técnica utilizada para evaluar los resultados de un análisis estadístico y garantizar que son independientes de la partición entre datos de entrenamiento y de prueba. En la validación cruzada de K iteraciones (*K-fold cross-validation*) los datos de la muestra se dividen en K subconjuntos. Uno de los subconjuntos utiliza como datos de prueba y el resto (K-1) como datos de entrenamiento. El proceso de validación cruzada es repetido durante K iteraciones, con cada uno de los posibles subconjuntos datos de prueba. Finalmente, se realiza la media aritmética de los resultados en cada iteración para obtener un único resultado.

## **4.2. Generando los clasificadores**

Los clasificadores se generaron a partir de las muestras mencionadas en el Capítulo 3. Es decir, que la muestra de entrenamiento utilizada quedó compuesta por 30 arcos (obtenidos a partir de la resta de imágenes) y 52 galaxias. Para poder aplicar los algoritmos de aprendizaje automático fue necesario primero determinar cuáles van a ser los features más adecuados para poder realizar la clasificación binaria de arco o no arco (galaxia).

### **4.2.1. Selección de features**

Aplicamos la técnica CfsSubsetEval de Weka Hall (1998) que implementa selecciones mediante correlaciones. Esta técnica provee un ranking de los mejores features, en nuestro caso fueron 28. Seleccionamos los 8 primeros para emplear nuestros algoritmos y



agregamos el feature *arcglxs* que representa la clasificación binaria arco/galaxia, donde la clase a son los arcos y la clase g son las galaxias. Esta técnica encontró que los mejores features eran 28, luego se generó una submuestra con los primeros 8 de los mismos. Para todos los clasificadores que se describen a continuación trabajamos con 9 atributos (o features): *ChebyshevFourierCoefficients1*, *CombMoments3*, *CombMoments9*, *CombMoments33*, *CombMoments-Chebyshev-Fourier41*, *CombMoments-Fourier15*, *EdgeFeatures27*, *OtsuObjectFeatures18* y *arcglxs*.

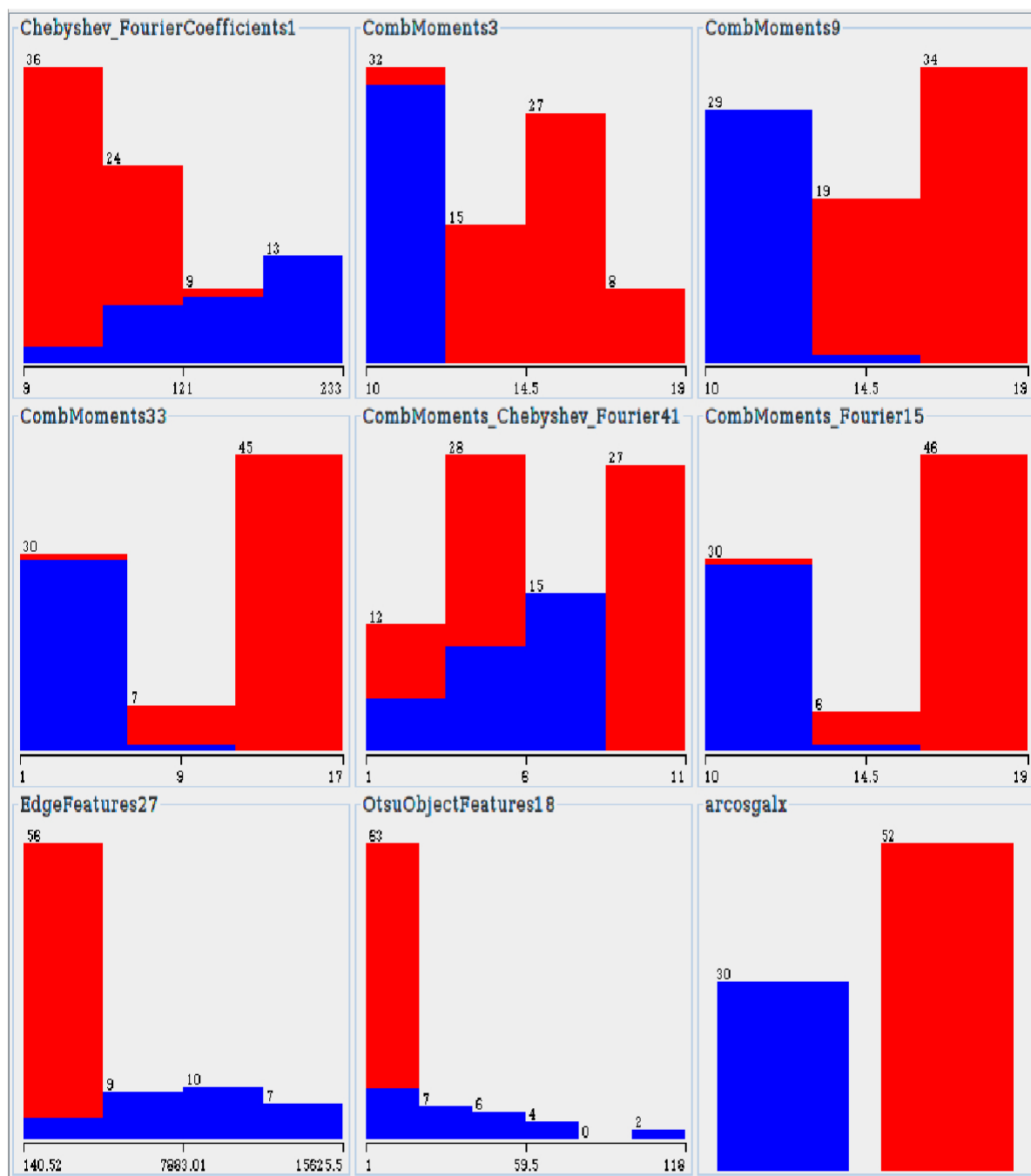
En la Fig. 4.1 se pueden observar las distribuciones de cada feature para la clase galaxias y para la clase arcos. En rojo se representan la clase galaxias y en azul la clase arcos. En general, el comportamiento bimodal de los primeros 8 features es óptimo para nuestro problema porque se encuentra bien diferenciado.

#### 4.2.2. Resultados del entrenamiento con el algoritmo Naive Bayes

Se entrenó un clasificador de Naive Bayes (NB), incluido en Weka. Se realizó una correlación cruzada de K=10 iteraciones, con un total de 82 objetos. En la Tabla 4.1 se puede observar la matriz de confusión que resume la instancia de entrenamiento para el clasificador. Siendo a=arcos y g=galaxias, se puede ver en la matriz que al aplicar este algoritmo, se identificaron 29 arcos como arcos, se clasificó un solo arco como galaxia y se clasificaron a las 52 galaxias como galaxias. Con una sola instancia mal clasificada y con 81/82 instancias clasificadas correctamente, este clasificador tiene una efectividad del 98,78%.

| a  | g  |
|----|----|
| 29 | 1  |
| 0  | 52 |

**Tabla 4.1.:** Matriz de Confusión para el clasificador obtenido a partir del algoritmo Naive Bayes. **a** es la identificación para los arcos, mientras que **g** es la identificación para los “no arcos” o galaxias.



**Figura 4.1.:** Distribución de features para los 9 obtenidos a partir de la selección de features: *ChebyshevFourierCoefficients1*, *CombMoments3*, *CombMoments9*, *CombMoments33*, *CombMoments-Chebyshev-Fourier41*, *CombMoments-Fourier15*, *EdgeFeatures27*, *OtsuObjectFeatures18* y *arcsgalx*. En rojo se representan la clase galaxias y en azul la clase arcos

### 4.2.3. Resultados del entrenamiento con el algoritmo de Regresión Logística

Se entrenó un clasificador de Regresión Logística, incluido en Weka. Se realizó para este clasificador una correlación cruzada de  $K=10$  iteraciones, con un total de 82 objetos. En la Tabla 4.2 se puede observar la matriz de confusión que resume la instancia de entrenamiento para el clasificador. Siendo  $a$ =arcos y  $g$ =galaxias, se puede ver en la matriz que al aplicar este algoritmo, se identificaron 29 arcos como arcos, se clasificó un sólo arco como galaxia, se clasificó a una galaxia como arco y se clasificaron 51 galaxias como galaxias. Con dos instancias mal clasificadas, y con  $80/82$  instancias clasificadas correctamente, este clasificador tiene una efectividad de 97,56 %.

| <b>a</b> | <b>g</b> |
|----------|----------|
| 29       | 1        |
| 1        | 51       |

**Tabla 4.2.:** Matriz de Confusión para el clasificador obtenido a partir del algoritmo de Regresión Logística.  $a$  es la identificación para los arcos, mientras que  $g$  es la identificación para los “no arcos” o galaxias.

### 4.2.4. Resultados del entrenamiento con el algoritmo Random Forest

Se entrenó un clasificador Random Forest (RF), incluido en Weka, con 100 árboles de 8 features cada uno. Se realizó para este clasificador una correlación cruzada de  $K=10$  iteraciones, con un total de 82 objetos. En la Tabla 4.3 se puede observar la matriz de confusión que resume la instancia de entrenamiento para el clasificador. Siendo  $a$ =arcos y  $g$ =galaxias, se puede ver en la matriz que al aplicar este algoritmo, se identificaron 29 arcos como arcos, se clasificó un solo arco como galaxia, se clasificó a una galaxia como arco y se clasificaron 51 galaxias como galaxias. Con dos instancias mal clasificadas, y con  $80/82$  instancias clasificadas correctamente, este clasificador tiene una efectividad de 97,56 %.

| <b>a</b> | <b>g</b> |
|----------|----------|
| 29       | 1        |
| 1        | 51       |

**Tabla 4.3.:** Matriz de confusión para el clasificador obtenido a partir de un algoritmo Random Forest. **a** es la identificación para los arcos, mientras que **g** es la identificación para los “no arcos” o galaxias.

### 4.3. Aplicación de los clasificadores a la muestra objetivo

Aplicamos los modelos de los clasificadores a la muestra objetivo. Esta muestra está compuesta por elementos nuevos, arcos y galaxias previamente identificados y extraídos de nuevas imágenes. Nuestro objetivo es evaluar la efectividad de cada clasificador entrenado sobre estos nuevos objetos. Para ello, procedimos de la misma forma que en la etapa de entrenamiento: extrajimos los features con el código Wndchrm de cada una de las imágenes, realizamos una selección de features con la técnica CfsSubsetEval de Weka. Obtuvimos 28 features de los cuales nos quedamos con los mismos 9 con los que se trabajó durante la etapa de entrenamiento de los clasificadores. La muestra objetivo está conformada por una submuestra de arcos y una submuestra de galaxias.

#### •Submuestra objetivo de arcos

Seleccionamos 9 miembros para componer esta submuestra de arcos. Se extrajeron recortes de una imagen del cúmulo Abell 2744 en el filtro F814w perteneciente al programa Hubble Frontiers Field (HFF) 8 arcos gravitacionales previamente identificados por Lam et al. (2014), y por otro lado, agregamos un objeto dudoso, extraído de la misma imagen, que no está identificado por los autores pero que visualmente se asemeja a la forma de un arco o de una galaxia de canto. El objeto dudoso será entonces nuestro candidato a arco gravitacional.

En la Fig. 4.2 presentamos los miembros de la submuestra objetivo de arcos. En la Fig. 4.3 se puede observar el objeto candidato a arco que seleccionamos visualmente.

#### •Submuestra objetivo de galaxias

Seleccionamos 25 galaxias para componer esta submuestra. Los recortes de cada gala-

xia se extrajeron de una imagen del cúmulo Abell 370 en el filtro F814w del Programa Hubble Frontiers Field (HFF). En la Fig. 4.4 se pueden observar algunos de los miembros que componen la submuestra objetivo de galaxias.

Así, la muestra objetivo queda conformada en total por 34 miembros, 9 arcos y 25 galaxias. El siguiente paso consiste en evaluar los modelos previamente entrenados en esta muestra y estudiar sus predicciones.

### 4.3.1. Aplicación del clasificador de Naive Bayes sobre la muestra objetivo

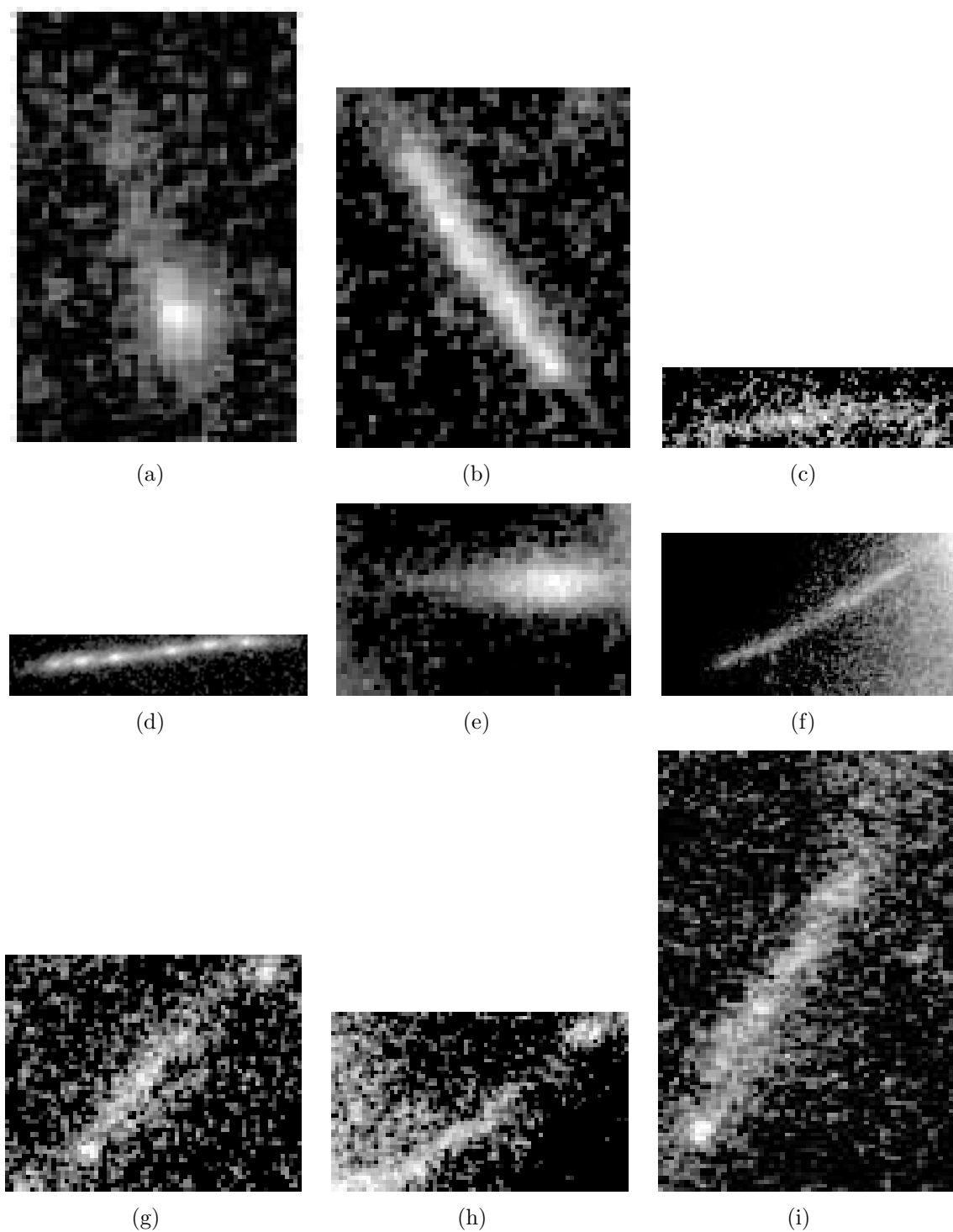
Aplicamos el modelo clasificador de Naive Bayes (NB) a la muestra objetivo. En la Tabla 4.4 se puede observar la matriz de confusión que resume el desempeño del clasificador. Se clasificaron 8 arcos como arcos, un arco como galaxia, una galaxia como arco y 24 galaxias como galaxias. Al buscar el objeto clasificado como galaxia, encontramos que era el objeto candidato que muestra la Fig. 4.3. Por otro lado, la galaxia que este modelo clasifica como arco es la que se puede observar en la Fig. 4.5. Estimamos que posiblemente este clasificador confunde a la galaxia como arco debido a la distribución de luminosidad suave y a su forma elipsoidal, que visualmente puede llegar a asemejarse con un arco. Con 32/34 instancias clasificadas correctamente, la efectividad de la evaluación es del 94,12 %.

| <b>a</b> | <b>g</b> |
|----------|----------|
| 8        | 1        |
| 1        | 24       |

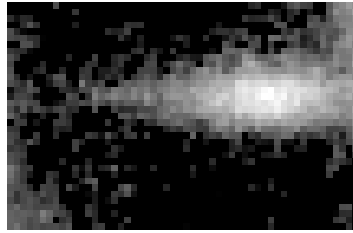
**Tabla 4.4.:** Matriz de confusión de aplicar clasificador de Naive Bayes (NB) a la muestra objetivo. **a** es la identificación para los arcos, mientras que **g** es la identificación para los “no arcos” o galaxias.

### 4.3.2. Aplicación del clasificador de Regresión Logística sobre la muestra objetivo

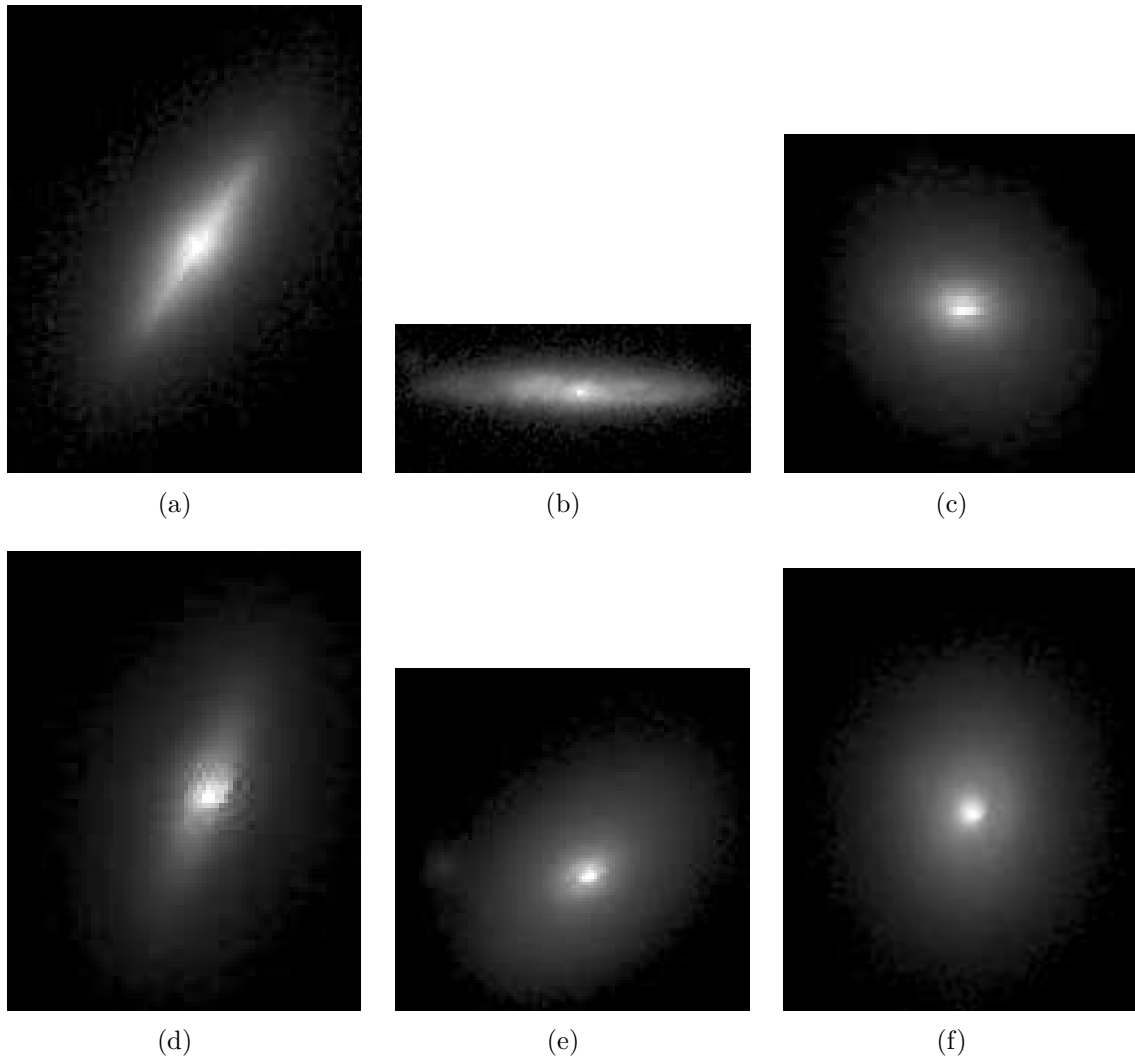
Aplicamos el modelo clasificador de Regresión Logística a la muestra objetivo. En la Tabla 4.5 se puede observar la matriz de confusión que resume el desempeño del clasificador. Se clasificaron 9 arcos como arcos, 4 galaxias como arcos y 21 galaxias como



**Figura 4.2.:** Submuestra objetivo de arcos seleccionados de una imagen del cúmulo Abell 2744 en el filtro F814w de Programa HFF



**Figura 4.3.:** Objeto candidato a arco, perteneciente a la muestra objetivo, seleccionado de una imagen del cúmulo Abell 2744 en el filtro F814w del Programa HFF.



**Figura 4.4.:** Submuestra objetivo de galaxias seleccionadas a partir de una imagen del cúmulo Abell 370 en el filtro F814w del Programa HFF.

galaxias. El objeto candidato que se muestra en la Fig. 4.3 es clasificado como arco. Las 4 galaxias clasificadas como arcos se pueden observar en la Fig. 4.6, dónde la galaxia (a)

de esta figura es la galaxia mal clasificada como arco del modelo Naive Bayes. Con 30/34 instancias clasificadas correctamente, la efectividad de la evaluación es del 88,24%.

| <b>a</b> | <b>b</b> |
|----------|----------|
| 9        | 0        |
| 4        | 21       |

**Tabla 4.5.:** Matriz de confusión de aplicar clasificador de Regresión Logística a la muestra objetivo. **a** es la identificación para los arcos, mientras que **g** es la identificación para los “no arcos” o galaxias.

### 4.3.3. Aplicación del clasificador Random Forest sobre la muestra objetivo

Aplicamos entonces el modelo clasificador Random Forrest a la muestra objetivo, con 100 árboles de 8 features cada uno. En la Tabla 4.6 se puede observar la matriz de confusión que resume el desempeño del clasificador. Se clasificaron 9 arcos como arcos, una galaxia como arco y 24 galaxias como galaxias. La galaxia mal clasificada como arco es la que se observa en la Fig. 4.5. Por otro lado, el candidato a arco (Fig. 4.3) es clasificado como arco. Con 33/34 instancias clasificadas correctamente, la efectividad de la evaluación es del 97,06%, siendo así este clasificador en que posee mejor rendimiento.

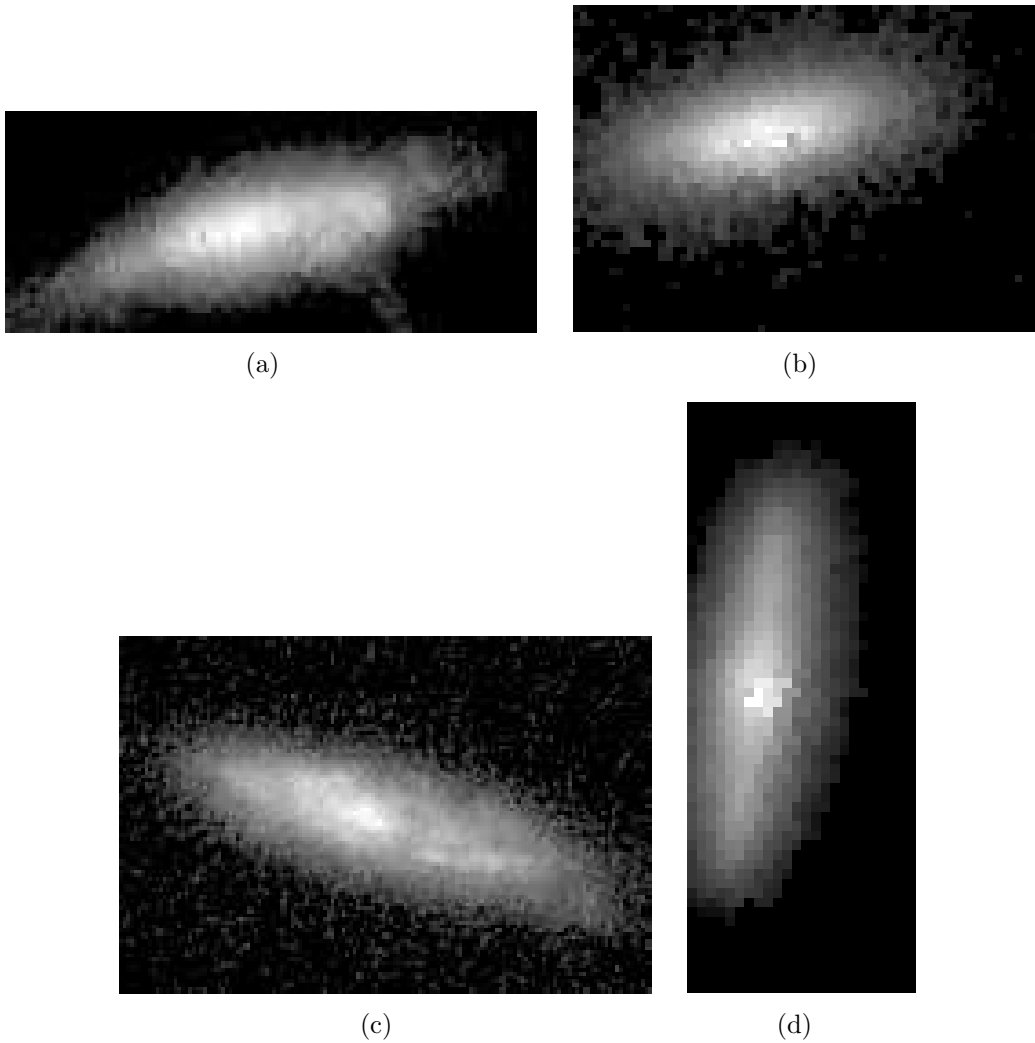
| <b>a</b> | <b>g</b> |
|----------|----------|
| 9        | 0        |
| 1        | 24       |

**Tabla 4.6.:** Matriz de confusión de aplicar clasificador de Random Forrest a la muestra objetivo. **a** es la identificación para los arcos, mientras que **g** es la identificación para los “no arcos” o galaxias.



**Figura 4.5.:** Galaxia mal clasificada como arco por el clasificador NB





**Figura 4.6.:** Galaxias mal clasificadas como arcos por el modelo de Regresión Logística.

## 4.4. **Discusión de los resultados obtenidos**

La efectividad de los clasificadores difieren levemente tanto en la etapa de entrenamiento como en la etapa de evaluación.

El modelo de Naive Bayes presenta un rendimiento elevado y superior al de los demás clasificadores en la etapa de entrenamiento. Este panorama cambia al aplicarlo sobre la muestra objetivo, posiblemente debido a la poca flexibilidad que tiene este clasificador en general y a las asunciones de independencia de los features.

Para el modelo de Regresión Logística observamos que los resultados de la etapa de entrenamiento y de la aplicación de este clasificador sobre la muestra objetivo se dife-

rencian en un margen pequeño, aunque esta diferencia es la más significativa comparada con el resto de los clasificadores, ya que este modelo es el que más efectividad pierde durante la etapa de evaluación. El algoritmo de Regresión Logística es susceptible al “sobre-ajuste”, especialmente con muestras pequeñas como es nuestro caso. La solución a este problema podría encontrarse al agrandar el tamaño de la muestra y aumentar los features.

Para el modelo de Random Forrest encontramos que el resultado de la clasificación durante el entrenamiento es comparable con el modelo de Naive Bayes, pero en la instancia de evaluación sobre la muestra objetivo tuvo el mejor desempeño de los tres. Este clasificador es muy robusto y sus resultados son promisorios. Aumentar el número de features -por ejemplo, aquellos relacionados al color de las imágenes- en la muestra de entrenamiento en un futuro sería beneficioso para aumentar la confiabilidad de este clasificador.

Con respecto a los objetos clasificados de la muestra objetivo, nos llamó fuertemente la atención que en las tres instancias de evaluación se clasificó como arco a la misma galaxia (Fig. 4.5), esto nos hace pensar en que deberíamos incluir un feature relacionado específicamente con la forma del objeto o la distribución de luminosidad del mismo. Por otro lado, nuestro arco candidato fue clasificado como arco por dos clasificadores. Para afirmar que este objeto es efectivamente un arco gravitacional vamos a aumentar los miembros de la muestra de entrenamiento con el fin de darles más efectividad a nuestros clasificadores.

# 5. Conclusiones

## 5.1. Resumen de trabajo y resultados

En este trabajo se desarrolló un método que utiliza las técnicas de Aprendizaje Automático para la detección de arcos en sistemas de lentes gravitacionales localizados en sistemas de galaxias. Este método se basa en el análisis de imágenes. En el Capítulo 2 se expusieron distintos métodos con los cuales la mayoría de los mismos realizan un análisis de las imágenes residuales, que son el resultado de la resta píxel a píxel entre la imagen real y un modelo de fuente. Siguiendo con ese mismo lineamiento, se realizó una tarea similar. El principal aporte de este trabajo es la implementación de técnicas de Aprendizaje Automático, que contrastando con trabajos anteriores, se obtienen resultados consistentes. De esta forma, entrenamos agentes clasificadores basados en ejemplos extraídos del catálogo COSMOS y del *Hubble Frontiers Field Program*, los cuales tienen una alta confiabilidad y otorgan una clasificación con baja contaminación. Nuestro trabajo se puede resumir en el siguiente procedimiento, el cual se esquematiza en la Fig. 5.1:

- Realizamos una preselección de sistemas de lentes gravitacionales fuertes obtenida de 30 campos a partir de catálogo COSMOS.
- A partir de esta preselección, aplicamos a estos sistemas una sustracción de un modelo para la galaxia lente con perfil de Sérsic, con el objetivo de aislar los arcos gravitacionales.
- Se constituyó una muestra de imágenes de 30 arcos aislados y por 52 galaxias, para usar como conjuntos de entrenamiento (para conformar nuestros clasificadores) en los distintos algoritmos de Aprendizaje Automático.
- Se aplicó el software *Wndchrm* de cómputo de características (*features*) sobre las imágenes de las muestras.
- Mediante la herramienta *Weka*, se realizó una clasificación de los features mencionados y se trabajó con los mejores 8 clasificados.

- Entrenamos los clasificadores con tres algoritmos distintos: Naive Bayes, Regresión Logística y Random Forrest. Los resultados, evaluados con una validación cruzada de 10 hojas, fueron:

**Naive Bayes:** En la etapa de entrenamiento se clasificaron correctamente el 98.78% de las instancias.

**Regresión Logística:** En la etapa de entrenamiento se clasificaron correctamente el 97.78% de las instancias.

**Random Forrest:** En la etapa de entrenamiento se clasificaron correctamente el 97.56% de las instancias.

- Creamos una muestra objetivo para aplicarle los clasificadores, con la idea de evaluar los modelos previamente entrenados. Esta instancia la llamamos etapa de validación. La muestra objetivo está conformada por 34 miembros: 9 arcos (8 arcos confirmados y un objeto dudoso no identificado) y 25 galaxias. Obtuvimos los siguientes resultados para cada clasificador:

**Naive Bayes:** El rendimiento del clasificador fue del 94.11%.

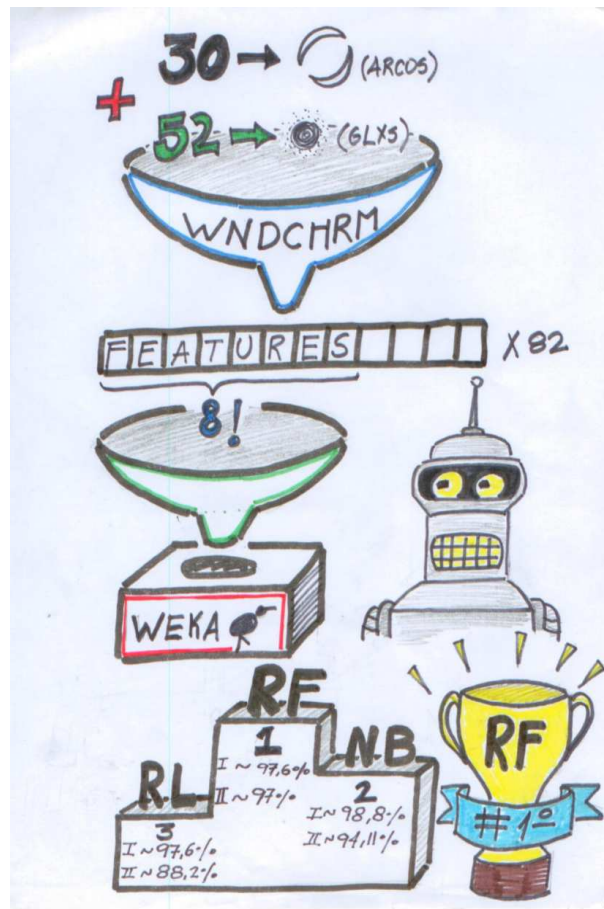
**Regresión Logística:** El rendimiento del clasificador fue 88.23%, siendo así el clasificador que pierde más efectividad.

**Random Forrest:** La efectividad del clasificador fue del 97.06%, siendo el clasificador que tiene el mejor rendimiento. Con estos resultados, pudimos observar que el clasificador construido mediante el algoritmo de Random Forrest es el que mejor desempeño tiene, tanto en la etapa de entrenamiento como en la etapa de validación.

Las técnicas de Aprendizaje Automático aplicadas en este trabajo presentan ciertas ventajas que hacen que este método sea muy prometedor: no es necesaria una inspección visual de las imágenes, son susceptibles de utilizar información de nuevos *features* (como el uso de colores), es posible aplicarlas a diversos conjuntos de datos de dominio público (como SLACS, Hubble Frontiers Field Program, COSMOS, CLASH) y no presentan un costo computacional elevado.

## 5.2. Perspectivas futuras

Nuestro principal objetivo es la identificación de candidatos a arcos gravitacionales no identificados previamente. Para ello, es necesario conformar una muestra de entrenamiento de mayor tamaño. Esto mejoraría la efectividad de nuestros clasificadores, con el



**Figura 5.1.:** Esquema que resume el procedimiento y los resultados de nuestro trabajo.  
<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Agradecemos a Yose Kanagusuku por crear el dibujo.

fin de aplicarlos sobre imágenes de cúmulos de galaxias no inspeccionados con este tipo de herramientas.

Las herramientas aquí desarrolladas con susceptibles de mejorar significativamente si se emplean programas o *softwares* avanzados de determinación de parámetros fotométricos como GALAPAGOS (Barden et al., 2012), permitiendo construir conjuntos de entrenamientos de órdenes de magnitud más grandes. Este tipo de implementaciones generalizarían nuestros métodos, impactando positivamente en la aplicabilidad de los mismos. Finalmente, es nuestra intención llevar estas técnicas de identificación a otras frecuencias, como imágenes submilimétricas (ALMA), donde la tasa de arcos es mayor, y donde el estudio de estos objetos se encuentra aún poco desarrollado. Determinaciones de los parámetros observacionales de estos objetos podrían mejorar notoriamente las

## 5. Conclusiones

---

mediciones asociadas a la morfología, distribución de masa del sistema, y aportar una contraparte en este rango del espectro de las fuentes lenteadas.

# A. Apéndice

## Ecuaciones de campo de Einstein

Actualmente, se explica el origen de las estructuras del universo mediante la teoría del Big Bang, en la cual la dinámica de la materia y su proceso de evolución están determinados por interacciones gravitacionales y son descritos por las ecuaciones de campo de Einstein de la teoría de la relatividad general:

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} - \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \quad (\text{A.1})$$

donde  $g_{\mu\nu}$  es la métrica del espacio tiempo,  $G_{\mu\nu}$  es el tensor de curvatura,  $T_{\mu\nu}$  es el tensor energía-momento,  $\Lambda$  es la constante cosmológica,  $R$  es el escalar curvatura ( $R \equiv R^\mu{}_\mu$ ) y  $R_{\mu\nu}$  es el tensor de Ricci el cual es una contracción de  $R^\mu{}_{\nu\kappa\lambda}$ , el tensor de Riemman que se define de la siguiente manera (Weinberg , 1972):

$$R^\mu{}_{\nu\kappa\lambda} \equiv \partial_\kappa \Gamma^\mu{}_{\nu\lambda} - \partial_\lambda \Gamma^\mu{}_{\nu\kappa} + \Gamma^\mu{}_{\alpha\kappa} \Gamma^\alpha{}_{\nu\lambda} - \Gamma^\mu{}_{\alpha\lambda} \Gamma^\alpha{}_{\nu\kappa} \quad (\text{A.2})$$

donde  $\Gamma^\mu{}_{\nu\lambda}$  se denomina conexión afín y sus componentes se definen a partir de la métrica y sus derivadas, según la siguiente ecuación:

$$\Gamma^\mu{}_{\nu\lambda} = \frac{1}{2}g^{\mu\nu}(\partial_\nu g_{\kappa\lambda} + \partial_\lambda g_{\kappa\nu} - \partial_\kappa g_{\nu\lambda}) \quad (\text{A.3})$$

Para poder resolver las Ecuaciones de campo de Einstein (ecuación A.1), es necesario adoptar alguna simetría que las simplifiquen. Si se asume el Principio Cosmológico (Weinberg , 1972), hipótesis de que el universo es espacialmente homogéneo e isotrópico a gran escala, se encuentra que la métrica más general que lo satisface es la de Friedmann-Robertson-Walker (FRW), que - escrita en coordenadas esféricas - es:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a^2(t) \left[ \frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \text{sen}^2\theta d\phi^2 \right] \quad (\text{A.4})$$

donde  $a(t)$  es el factor de escala (también llamado factor de expansión de Hubble) y determina la cinemática del universo y  $K$  es la constante de curvatura espacial, que se refiere a las propiedades de las hipersuperficies del universo<sup>1</sup>.  $K$  es 1 si el universo es cerrado; 0 si es plano; y -1 si es abierto y está dada por el escalar de curvatura ( $R = g^{ij}R_{ij}$ ):

$$R = \frac{6K}{a^2(t)} \quad (\text{A.5})$$

Es importante tener en cuenta que las ecuaciones de campo de Einstein y las simetrías impuestas por el Principio Cosmológico determinan la geometría del universo, pero no su topología global.

La constante de Hubble  $H_0$  es la constante de proporcionalidad entre la velocidad de recesión  $v$  y la distancia propia  $d$  en un Universo en expansión.

$$v = H_0 d \quad (\text{A.6})$$

El subíndice 0 hace referencia al presente, ya que  $H$ , en general, cambia con el tiempo. Se puede definir una distancia de Hubble,  $D_H$  como:

$$D_H = c/H_0 \quad (\text{A.7})$$

La densidad de masa del Universo  $\rho$  y el valor de la constante cosmológica  $\Lambda$  son propiedades dinámicas del Universo. De esta forma, definimos los parámetros de densidad:

$$\Omega_M \equiv \frac{8\pi G\rho_0}{3H_0^2} \quad (\text{A.8})$$

$$\Omega_\Lambda \equiv \frac{\Lambda c^2}{3H_0^2} \quad (\text{A.9})$$

donde, nuevamente, el subíndice "0" indica que estas cantidades están evaluadas en la época actual. Se define un tercer parámetro  $\Omega_k$  que mide la "curvatura del espacio" y está definido mediante la relación:

$$\Omega_\Lambda + \Omega_k + \Omega_M = 1 \quad (\text{A.10})$$

Estos parámetros determinan completamente la geometría del Universo si es ho-

---

<sup>1</sup>superficies tomadas a un tiempo determinado,  $t = \text{constante}$ .



---

homogéneo, isotrópico y dominado por la materia. El modelo cosmológico más aceptado actualmente es el  $\Lambda$ CDM, un universo plano, con constante cosmológica  $\Lambda$  y que contiene materia ordinaria y materia oscura fría. Es un modelo simple y que concuerda con las observaciones. Los parámetros, según (Hinshaw et al., 2013), son:  $\Omega_m = 0,282 \pm 0,020$ ,  $\Omega_\Lambda = 1 - \Omega_m = 0,718$ ,  $\Omega_K = 0$  y  $H_0 = 69,7 \pm 2 \text{ km/s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ .

## Redshift

El corrimiento al rojo (redshift) de un objeto es el corrimiento Doppler de su luz emitida debido al movimiento radial de mismo.

$$z \equiv \frac{\nu_e}{\nu_0} - 1 = \frac{\lambda_0}{\lambda_e} - 1 \quad (\text{A.11})$$

donde  $\lambda_0$  y  $\nu_0$  son la longitud de onda y frecuencias observadas respectivamente y  $\lambda_e$  y  $\nu_e$  son la longitud de onda y frecuencia emitida.

Para valores chicos de  $v/c$ , o distancias pequeñas  $d$ , en el Universo en expansión, la velocidad es linealmente proporcional a la distancia.

$$z \approx \frac{v}{c} = \frac{d}{D_H} \quad (\text{A.12})$$

Siendo la ec. A.12 válida sólo para pequeños redshifts.

El redshift cosmológico es directamente proporcional al factor de escala  $a(t)$ , o al “tamaño” del Universo. Para un objeto con redshift  $z$

$$1 + z = \frac{a(t_0)}{a(t_e)} \quad (\text{A.13})$$

donde  $a(t_0)$  es el tamaño del Universo en el momento en el cual el haz de luz del objeto es observado y  $a(t_e)$  es el tamaño al momento en el cual fue emitido.

## Distancia comóvil

Una pequeña distancia comóvil  $\delta D_c$  entre dos objetos cercanos en el universo es la distancia entre ellos la cual permanece constante con la época si esos dos objetos se están moviendo con el flujo de Hubble. En otras palabras, es la distancia entre ellos la cual podría ser medida por ‘reglas’ al momento en que están siendo observadas (distancia

propia) dividido por el factor de escala del Universo desde entonces hasta ahora, es decir, es la distancia propia multiplicada por  $(1+z)$ . La distancia comóvil total en la línea de la visual  $D_C$  desde nosotros hasta un objeto distante se puede calcular integrando contribuciones infinitesimales  $\delta D_C$  entre eventos cercanos a lo largo de la dirección radial desde  $z=0$  hasta el objeto.

Peebles (1993, pp 310321) define la función:

$$E(z) \equiv \sqrt{\Omega_M(1+z)^3 + \Omega_k(1+z)^2 + \Omega_\Lambda} \quad (\text{A.14})$$

la cual es proporcional al tiempo derivado del logaritmo del factor de escala,  $\frac{da(t)}{a(t)}$ . Como  $dz = da$ ,  $dz/E(z)$  es proporcional al tiempo de viaje de un fotón a lo largo de un intervalo  $dz$ , dividido por el factor de escala a ese tiempo, la cual resulta ser la definición de distancia comóvil. La distancia comóvil total a lo largo de la línea de la visual está dada entonces por la integración de todas estas contribuciones:

$$D_C = D_H \int_0^z \frac{dz'}{E(z')} \quad (\text{A.15})$$

## Distancia comóvil transversal

La distancia comóvil entre dos eventos en el mismo redshift o distancia pero separados en el cielo por algún ángulo  $\delta\theta$  es  $D_M\delta\theta$  y la distancia comóvil transversal  $D_M$  está relacionada con la distancia comóvil en la línea de la visual  $D_C$ :

$$D_M = \begin{cases} D_H \frac{1}{\sqrt{\Omega_k}} \sinh[\sqrt{|\Omega_k|} D_C/D_H], & \text{para } \Omega_k > 0; \\ D_C, & \text{para } \Omega_k = 0; \\ D_H \frac{1}{\sqrt{|\Omega_k|}} \sin[\sqrt{|\Omega_k|} D_C/D_H], & \text{para } \Omega_k < 0. \end{cases} \quad (\text{A.16})$$

## Distancia Diámetro Angular

La distancia diámetro angular  $D_A$  está definida como el cociente del tamaño físico transversal de un objeto físico con su tamaño angular (en radianes). Se usa para convertir separaciones angulares en las imágenes de telescopios en separaciones propias en la fuente. La distancia diámetro angular está relacionada con la distancia comóvil transversal mediante:

---


$$D_A = \frac{D_M}{1+z} \quad (\text{A.17})$$

También existe una expresión para la distancia diámetro angular  $D_{A12}$  entre dos objetos. Para  $\Omega_k \geq 0$ , la fórmula es:

$$D_{A12} = \frac{1}{1+z_2} \left[ D_{M2} \sqrt{1 + \Omega_k \frac{D_{M1}^2}{D_H^2}} - D_{M1} \sqrt{1 + \Omega_k \frac{D_{M2}^2}{D_H^2}} \right] \quad (\text{A.18})$$

donde  $D_{M1}$  y  $D_{M2}$  son las distancias comóviles transversales a los redshifts  $z_1$  y  $z_2$  respectivamente.

## Distancia Luminosidad

La distancia luminosidad  $D_L$  está definida mediante la relación bolométrica entre el flujo bolométrico  $S$  y la luminosidad bolométrica  $L$ .

$$D_L \equiv \sqrt{\frac{L}{4\pi S}} \quad (\text{A.19})$$

La relación entre la distancia comóvil transversal y la distancia diámetro angular con la distancia luminosidad está dada por:

$$D_L = (1+z)D_M = (1+z)^2 D_A \quad (\text{A.20})$$

A partir de la distancia luminosidad de un objeto, podemos definir el módulo de la distancia  $DM$  como:

$$DM = 5 \log \frac{D_L}{10pc} = m - M - K \quad (\text{A.21})$$

donde  $m$  es la magnitud aparente del objeto,  $M$  es la magnitud absoluta y  $K$  es la corrección  $K$ .



# Bibliografía

- Astropy Collaboration, Robitaille, T. P., Tollerud, E. J., et al. 2013, *A&A*, 558, AA33
- Barden, M., Häußler, B., Peng, C. Y., McIntosh, D. H., & Guo, Y. 2012, *MNRAS*, 422, 449
- Bertin, E., & Arnouts, S. 1996, *A&AS*, 117, 393
- Bolton, A. S., Burles, S., Koopmans, L. V. E., Treu, T., & Moustakas, L. A. 2006, *ApJ*, 638, 703
- Diego, J. M., Sandvik, H. B., Protopapas, P., et al. 2005, *MNRAS*, 362, 1247
- Diego, J. M., Tegmark, M., Protopapas, P., & Sandvik, H. B. 2007, *MNRAS*, 375, 958
- Dyson, F. W., Eddington, A. S., & Davidson, C. 1920, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A*, 220, 291
- Eisenstein, D. J., Annis, J., Gunn, J. E., et al. 2001, *AJ*, 122, 2267
- Faure, C., Kneib, J.-P., Covone, G., et al. 2008, *ApJS*, 176, 19
- Hinshaw, G. and Larson, D. and Komatsu, E. and Spergel, D. N. and Bennett, C. L. and Dunkley, J. and Nolta, M. R. and Halpern, M. and Hill, R. S. and Odegard, N. and Page, L. and Smith, K. M. and Weiland, J. L. and Gold, B. and Jarosik, N. and Kogut, A. and Limon, M. and Meyer, S. S. and Tucker, G. S. and Wollack, E. and Wright, E. L. 2013, *ApJS*, 19, 208
- Hogg, D. W. 1999, *arXiv:astro-ph/9905116*
- Jolliffe, I. T. 2002, *Principal Component Analysis*, Springer, 488
- Joseph, R., Courbin, F., Metcalf, R. B., et al. 2014, *A&A*, 566, A63

- Kelly, P. L., Rodney, S. A., Treu, T., et al. 2015, *Science*, 347, 1123
- Kneib, J.-P., Bonnet, H., Golse, G., et al. 2011, *Astrophysics Source Code Library*, 1102.004
- Kochanek, C. S., Falco, E. E., Impey, C. D., et al. 1999, *After the Dark Ages: When Galaxies were Young*, 470, 163
- Kormann, R., Schneider, P., & Bartelmann, M. 1994, *A&A*, 284, 285
- Lam, D., Broadhurst, T., Diego, J. M., et al. 2014, *ApJ*, 797, 98
- Lotz, J., Mountain, M., Grogin, N. A., et al. 2014, *American Astronomical Society Meeting Abstracts #223*, 223, 254.01
- Meneghetti, M., Bartelmann, M., Jenkins, A., & Frenk, C. 2006, *The 9th Asian-Pacific Regional IAU Meeting*, 236
- Narayan, R., & Bartelmann, M. 1996, *arXiv:astro-ph/9606001*
- Navarro, J. F., Frenk, C. S., & White, S. D. M. 1997, *ApJ*, 490, 493
- Rusin, D., Kochanek, C. S., & Keeton, C. R. 2003, *ApJ*, 595, 29
- Sánchez, A. G.; Baugh C. M.; Percival W. J.; Peacock J. A.; Padilla N. D.; Cole S.; Frenk C. S.; Norberg P., 2006, *MNRAS*, 366, 189.
- Sánchez, B. O.; Domínguez Romero, M. y Lares, M., 2014, "Series temporales en galaxias: detección de eventos transitorios en imágenes", *UNC*, 109.
- Schneider, P.; Kochanek, C. and Wambsganss, J., 2005, *Gravitational Lensing: Strong, Weak and Micro*
- Schneider, P. 2005, *ApJ*, 180
- Sendra, I., Diego, J. M., Broadhurst, T., & Lazkoz, R. 2014, *MNRAS*, 437, 2642
- Shamir L, Orlov N, Eckley DM, Macura T, Johnston J, Goldberg IG. Wndchrm an open source utility for biological image analysis. *Source Code for Biology and Medicine*. 2008;3:13. doi:10.1186/1751-0473-3-13.
- Simard, L., Willmer, C. N. A., Vogt, N. P., et al. 2002, *ApJS*, 142, 1

Strauss, M. A., Weinberg, D. H., Lupton, R. H., et al. 2002, *AJ*, 124, 1810

Walsh, D., Carswell, R. F., & Weymann, R. J. 1979, *Nature*, 279, 381

Wambsganss, J. 1998, *Living Reviews in Relativity*, 1, 12

Weinberg, S., 1972, *Gravitation and Cosmology*, New York, Wiley.

Oaxaca Wright, C., & Brainerd, T. G. 1999, arXiv:astro-ph/9908213

York, D. G., Adelman, J., Anderson, J. E., Jr., et al. 2000, *AJ*, 120, 1579

Zitrin, A., Broadhurst, T., Coe, D., et al. 2011, *ApJ*, 742, 117

# Agradecimientos

A mis directores: Mariano y Carlos, por la paciencia enorme y por entender los momentos difíciles.

Sobre todo a Bruno, que trabajó a la par mía, ayudándome, con la mejor predisposición (y paciencia...).

A mi familia. A mi papá, a mis hermanas y sobre todo a mi vieja, que me acompañó (a rendir!) varios mis exámenes y que me dio el mejor ejemplo de perseverancia.

A Yose y Facu, por el equipo.

A mis abuelos Tato, Tata y Emilia.

A toda la banda del IATE-Obse!