

**Universidad Nacional de Córdoba**

**Facultad de Matemática, Astronomía,  
Física y Computación**

**INFORME FINAL**  
**Metodología y Práctica de la Enseñanza**

**Título:** OPERANDO CON FRACCIONES DESDE EL ABORDAJE 'PARTE-DE'

**Autoras:** Bonzi, Lucía; Guidobaldi, Paulina.

**Equipo Responsable de MyPE:** Esteley, Cristina B.; Coirini Carreras, Araceli; Dipierri, Iris C.; Gerez Cuevas, Nicolás; Mina, María; Smith, Silvina.

**Profesoras Responsables de Prácticas:** Esteley, Cristina B.; Coirini Carreras, Araceli.

**Carrera:** Profesorado en Matemática.

**Fecha:** 23 - 11 - 2017



Trabajo Final de Prácticas del Profesorado en Matemática por Bonzi Lucía y Guidobaldi Paulina se distribuye bajo una [Licencia Creative Commons Atribución – No Comercial – Sin Obra Derivada 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/).



## **CLASIFICACIÓN**

97 Mathematical Education

## **PALABRAS CLAVES**

Práctica profesional – Fracciones – Modos de abordaje – Parte-de – Operaciones con fracciones – Situaciones problemáticas.

## **RESUMEN**

En el presente informe se describe el desarrollo de prácticas profesionales de clases de matemática realizadas por dos alumnas del Profesorado en Matemática. Las mismas se llevaron a cabo en una institución secundaria de la ciudad de Córdoba, y anterior a esto se realizaron observaciones de clases en donde se registraron características de los grupos de alumnos y aspectos edilicios, que luego fueron analizados para la toma de decisiones en la planificación de los contenidos. A lo largo del informe se presenta la propuesta didáctica, la ejecución de la misma y un análisis fundamentado sobre lo acontecido.

## **ABSTRACT**

Herein it is described the development of the professional professional practices of math instruction, which were carried out by two students of the Mathematics Professorship. After observing several classes, said practices took place in a secondary school of the city of Córdoba. In the observation period, characteristics of the student groups and aspects of the structure building structure were registered to be analyzed and taken into account in decision making regarding the planning of the contents. Throughout this report, it is presented the teaching proposal, the execution of it and a well-grounded analysis of the events.

*Agradecemos a nuestras familias por su apoyo incondicional, a los docentes que supieron guiarnos y a la Institución que nos recibió en esta etapa, a nuestros amigos por su compañía y contención en cada momento; y en especial a José y Agustín que nos brindaron su espacio para desarrollar este trabajo.*

## ÍNDICE

Prefacio .....	7
<b>1. <u>Introducción: el escenario de desarrollo</u> .....</b>	<b>8</b>
<b>1.1.</b> Caracterización de la institución .....	8
<b>1.2.</b> Información sobre los cursos .....	11
<b>1.3.</b> Descripción de los recursos disponibles .....	11
<b>1.4.</b> Estilo de trabajo observado en las clases de matemática .....	12
<b>1.5.</b> Comentarios relacionados con los alumnos y sus actitudes con los distintos docentes .....	13
<b>2. <u>Planificación: descripción de la elaboración y el desarrollo de la propuesta</u> .....</b>	<b>14</b>
<b>2.1.</b> Planificación anual de matemática .....	14
<b>2.1.1.</b> Análisis de la planificación y del programa anual de matemática .....	14
<b>2.1.2.</b> Aspectos externos considerados para la elaboración de nuestra propuesta .....	15
<b>2.1.3.</b> Los contenidos previos como punto de partida .....	15
<b>2.2.</b> Nuestra planificación .....	16
<b>2.2.1.</b> Fundamentos de selección, organización y secuenciación. ....	18
<b>2.2.2.</b> Objetivos generales .....	19
<b>2.2.3.</b> Modo de abordaje y metodología particular utilizada en nuestras prácticas .....	19
<b>2.2.4.</b> Aclaraciones de los cambios que tuvo el cronograma a lo largo de la práctica .....	20
<b>2.3.</b> Relatos de clases efectuadas .....	21
<b>2.3.1.</b> Primera clase .....	21
<b>2.3.2.</b> Segunda clase .....	26
<b>2.3.3.</b> Tercera clase .....	31
<b>2.3.4.</b> Cuarta clase .....	36
<b>2.3.5.</b> Quinta clase .....	37
<b>2.3.6.</b> Sexta clase .....	43
<b>2.3.7.</b> Séptima clase .....	47
<b>2.3.8.</b> Octava clase .....	49
<b>2.3.9.</b> Novena clase .....	52
<b>2.3.10.</b> Décima clase .....	52
<b>2.4.</b> Instrumentos de evaluación .....	53

2.4.1.	Control de cuadernos .....	53
2.4.2.	Trabajos prácticos .....	54
2.4.3.	Evaluación integradora .....	59
2.4.4.	Análisis del tipo de evaluación .....	62
3.	<b><u>Problemática</u></b> .....	64
3.1.	Dificultades por parte de los alumnos .....	64
3.2.	Dificultades que se nos presentaron en la tarea docente .....	70
4.	<b><u>Conclusiones finales</u></b> .....	75
	<b>Referencias bibliográficas</b> .....	77
5.	<b><u>Anexos</u></b> .....	78
5.1.	Anexo I .....	78
5.2.	Anexo II .....	86

## **PREFACIO**

En este informe describimos el desarrollo de nuestras prácticas profesionales de clases de matemática realizadas en una institución secundaria de la ciudad de Córdoba.

Las mismas las llevamos a cabo durante el período comprendido entre el 7 de agosto de 2017 y el 15 de septiembre de 2017 en dos divisiones de primer año. Anterior a esto realizamos observaciones de clases de matemática en las correspondientes divisiones en donde registramos características de los grupos de alumnos y aspectos edilicios, que luego analizamos para la toma de decisiones en la planificación de los contenidos.

El informe se estructura en cinco capítulos; el primer capítulo contiene la información de la institución que consideramos relevante comunicar; en el segundo capítulo se encuentra la descripción de la propuesta, todos los aspectos que la conformaron y los relatos de lo ocurrido en cada una de las clases; el tercer capítulo corresponde al análisis de una problemática que atravesó todo este período y que elegimos principalmente para contribuir con nuestra experiencia al análisis de situaciones de prácticas similares; en el cuarto capítulo presentamos las reflexiones finales que abarcan todo lo sucedido y lo desarrollado en este informe; y finalmente en el capítulo cinco el lector puede encontrar los anexos correspondientes.

## 1. Introducción: el escenario de desarrollo

Este capítulo se divide en cinco apartados, en ellos detallamos las características a nivel edilicio y organizativo de la institución donde desarrollamos nuestras prácticas profesionales. Además la descripción de los recursos disponibles para el uso en los diferentes espacios curriculares, de las relaciones entre los alumnos y el personal del ámbito institucional, y de los cursos en los cuales se efectuaron las clases teniendo en cuenta todos los aspectos anteriores dentro del espacio curricular 'matemática'.

### 1.1. Caracterización de la institución

Llevamos a cabo el desarrollo de nuestras prácticas profesionales en un instituto público de gestión privada de carácter religioso al cual solo asisten alumnos de sexo masculino y posee nivel primario, secundario y terciario. La especialidad del ciclo orientado del nivel secundario es Economía y Administración<sup>1</sup>.

El edificio de la institución se ubica en Barrio Alberdi de la ciudad de Córdoba y ocupa una manzana completa del mismo. Los espacios se distribuyen en el edificio en planta alta y planta baja. En las imágenes 1 y 2 se puede observar que la planta baja se divide en dos patios centrales (patio 1 y patio 2) comunicados por un pasillo. El ingreso a la institución es por una puerta principal que desemboca en la portería, que luego separa el ingreso a ambos patios a través de dos puertas laterales.

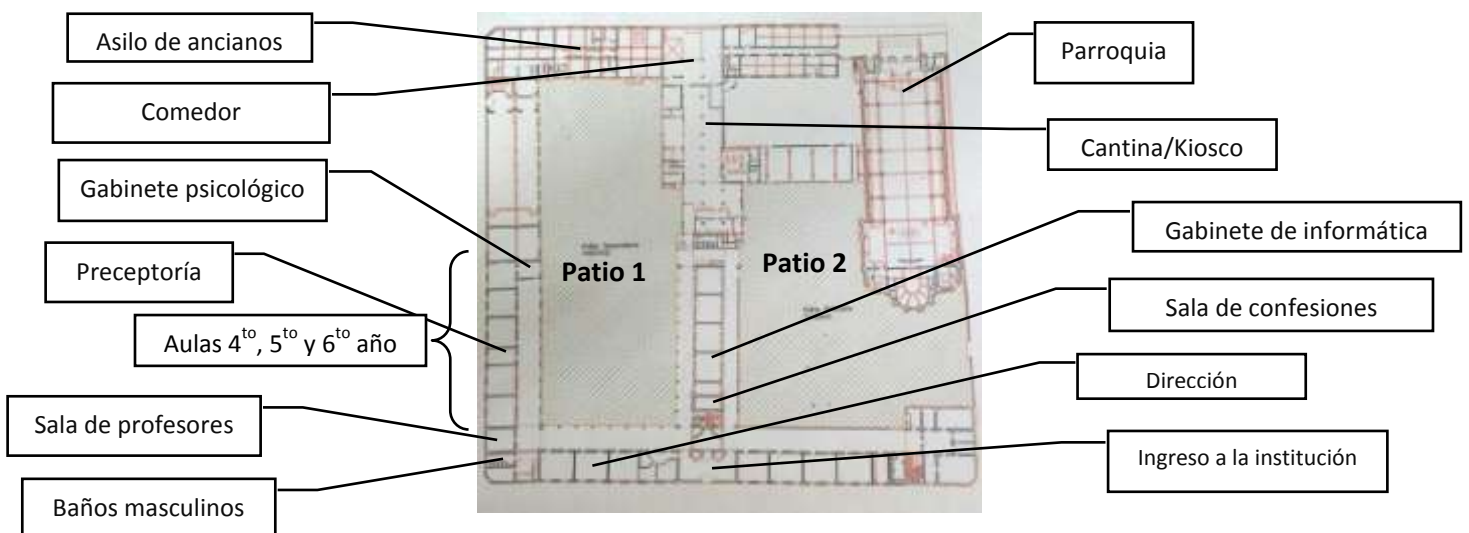


Imagen 1 - Planta baja del edificio

<sup>1</sup>La orientación *Economía y Administración*, como la restantes orientaciones que presenta el Diseño Curricular de la provincia de Córdoba (2017), además de focalizar, integrar y desarrollar contenidos de los espacios propios del campo de la Formación General, garantiza a los estudiantes la apropiación de saberes agrupados al Campo de Formación Específica, propios del Bachiller de Economía y Administración, definidos en un conjunto de espacios curriculares diferenciados donde se enfatizan los procesos económicos, organizacionales y sus dimensiones administrativas.



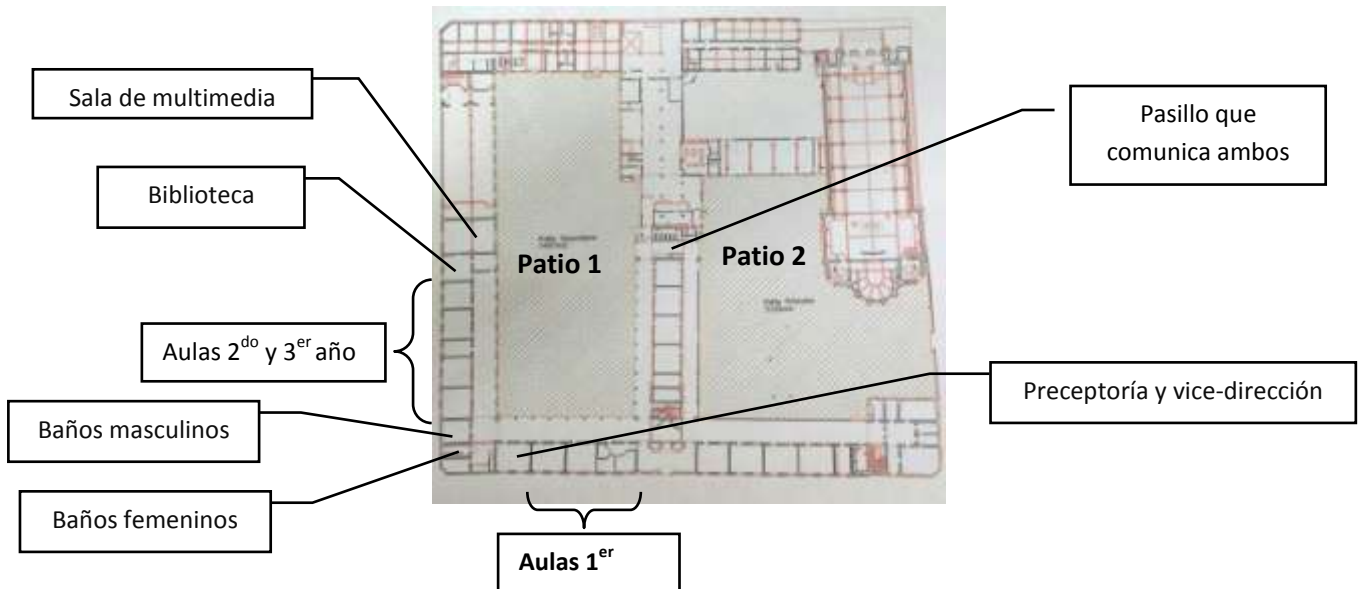


Imagen 2 - Planta alta del edificio

Alrededor del patio 1, tanto en planta baja como en planta alta, se ubican los espacios correspondientes al nivel secundario, un comedor destinado para alumnos universitarios<sup>2</sup> y un asilo de ancianos que alberga religiosos de la comunidad de la institución.

El nivel secundario cuenta con catorce aulas que están distribuidas de la siguiente manera: tres para primer año, tres para segundo año, dos para tercer año, dos para cuarto año, dos para quinto año y dos para sexto año. Además cuenta con sala de profesores, secretaría, dirección, vice-dirección, preceptorías, sala para confesiones religiosas, gabinete psicológico, baños masculinos y femeninos, gabinete de informática, cantina/kiosco, biblioteca y sala de multimedia para usos múltiples. Todos los espacios se comunican a través de una galería, ya sea abierta en planta baja o cerrada con ventanales en planta alta, ambas rodeando el patio 1 en forma de U. A continuación se pueden observar imágenes que ilustran algunos de los espacios antes detallados.



Imagen 3 – Galería planta alta  
sector nivel secundario



Imagen 4 – Galería planta baja  
sector nivel secundario

<sup>2</sup>Los alumnos universitarios se albergan en una residencia que depende de la comunidad de la institución pero la misma no se ubica dentro del edificio.

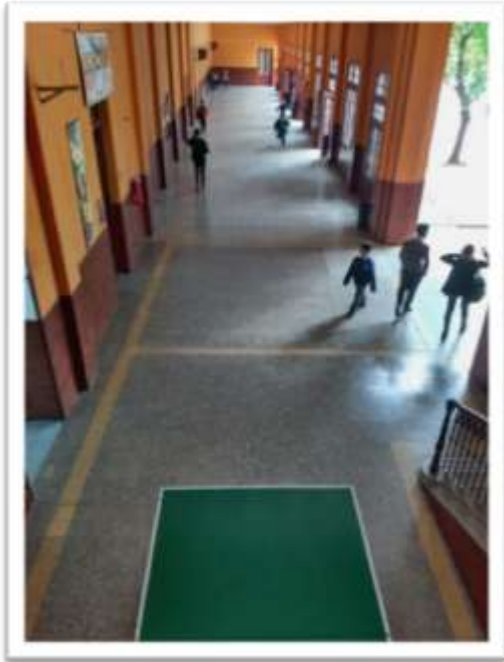


Imagen 5 – Galería planta baja  
sector nivel secundario



Imagen 6 – Patio 1

Alrededor del patio 2, tanto en planta baja como en planta alta, se ubican los espacios correspondientes al nivel primario, al nivel terciario y la Parroquia de la comunidad de la institución. La cantina/kiosco es de uso común para los tres niveles y se puede ingresar a ella desde ambos patios (1 y 2).

En relación a las aulas pudimos observar que tienen espacio suficiente para la cantidad de alumnos, una buena iluminación, dos ventiladores de pared, mesas y sillas individuales dispuestas en columnas, escritorio y silla para el profesor, cesto de basura, ventanales a los laterales con vista a la galería y a la calle, pizarra para fibrón y pizarrón de tiza y arriba de estos últimos se encuentran símbolos religiosos. En las siguientes imágenes se puede observar la disposición de los elementos dentro del aula.



Imagen 7 – Aula 1ºA



Imagen 8 – Aula 1ºA

Los horarios de escolaridad del nivel secundario son por la mañana y en contra turno. El ingreso de los alumnos es a las 6:50hs y dependiendo de la división y el año escolar es el horario de salida. El contra turno es un período escolar obligatorio que se desarrolla por la tarde para el espacio curricular Educación Física.

### 1.2. Información sobre los cursos

Trabajamos ambas practicantes en dos divisiones de primer año, división A y C; de manera tal que mientras una estaba a cargo de una división la otra colaboraba desde su rol como par pedagógico. Las divisiones tienen cinco horas cátedras<sup>3</sup> semanales de matemática cumpliendo con lo establecido en el Diseño Curricular de la provincia de Córdoba, la distribución de las mismas se detalla en el siguiente cuadro:

HORAS		LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES
1º	6:55 7:35					
2º	7:35 8:15					
3º	8:30 9:10	MATEMÁTICA (división C)				MATEMÁTICA (división C)
4º	9:10 9:50	MATEMÁTICA (división C)	MATEMÁTICA (división A)			MATEMÁTICA (división C)
5º	10:00 10:40	MATEMÁTICA (división C)	MATEMÁTICA (división A)			
6º	10:40 11:20	MATEMÁTICA (división A)				
7º	11:30 12:10	MATEMÁTICA (división A)				
8º	12:10 12:45	MATEMÁTICA (división A)				

Los estudiantes tienen entre doce y trece años. En la división A hay treinta y seis alumnos mientras que en la división C hay treinta y nueve alumnos, algunos completaron el nivel primario en la misma institución y otros provienen de diferentes instituciones escolares, por ende hay diversidad en el nivel académico general de los alumnos y en su adaptación al nuevo espacio. Además no hay alumnos repitentes en ninguna de las divisiones en las que trabajamos.

### 1.3. Descripción de los recursos disponibles

Tanto en la biblioteca como en la sala de multimedia hay una pizarra digital, que por el momento son utilizadas para las clases de lengua e historia. Debido a la cantidad de alumnos el gabinete de informática prácticamente no se utiliza y las aulas no cuentan con recursos informáticos.

<sup>3</sup> Una hora cátedra tiene una duración de cuarenta minutos.

En la preceptoría hay a disposición, para el uso en cualquier materia, dos equipos para proyectar imágenes. Los alumnos pueden asistir a la institución con su celular, pero por reglamento, solo si el docente lo autoriza para una actividad específica de la asignatura lo pueden utilizar. Además hay disponible una red de wi-fi para uso administrativo.

El uso de los materiales descritos no varía sustancialmente en los distintos espacios curriculares, sin embargo todos los docentes hacen uso de una Plataforma Virtual a la cual toda la comunidad educativa tiene acceso. La institución y las familias de los alumnos se comunican a través de esta plataforma, pues en ella se encuentran las calificaciones de cada asignatura, las sanciones disciplinares, las inasistencias y comunicados generales.

Particularmente en las clases de matemática los estudiantes no utilizan libro de texto específico ni fotocopias de actividades o teoría. Las evaluaciones o trabajos prácticos son entregados en una fotocopia para cada alumno y además durante las clases no usan calculadora, ya que la docente prepara las actividades con números que no dificultan el manejo de las operaciones y así puede prescindir de su utilización.

#### **1.4. Estilo de trabajo observado en las clases de matemática**

Los tiempos en las clases de matemática son para el desarrollo del contenido teórico a través de ejemplos, definiciones y reglas prácticas. También para la resolución y corrección de actividades en la pizarra que son escritas y corregidas por la docente, tomando los aportes orales de los alumnos luego de que ellos disponen de un tiempo de resolución individual y para preguntas. En el caso de que las mismas no se logren realizar/corregir en su totalidad es la única tarea con la que cuentan los estudiantes para hacer fuera del horario de clase. De acuerdo a lo descrito por Skovsmose (2000) algunas de las actividades observadas se ubican dentro del ambiente de aprendizaje *paradigma del ejercicio con referencia a la matemática pura*, que son las que involucran una ejercitación práctica del contenido dado y no aluden a la construcción o a la investigación del mismo; y otras, dentro del ambiente de aprendizaje *paradigma del ejercicio con referencia a la semirrealidad*, que son situaciones problemáticas artificiales imaginadas por el autor del problema y que para su resolución es irrelevante cualquier otra información no detallada.

Los métodos de evaluación y acreditación de los contenidos son a través de trabajos prácticos escritos individuales, con o sin uso del cuaderno de matemática, y de evaluaciones individuales escritas. Además se califica cada estudiante a fin de año con una nota conceptual en la que se incluye la presentación del cuaderno de matemática.

La relación docente-alumno es adecuada y formal. En el momento de participación de los alumnos la docente responde sus preguntas y conduce la clase considerando las respuestas u opiniones de los mismos pertinentes a cada situación. Durante los momentos de resolución de actividades, de manera individual, la docente se acerca a los alumnos que tienen alguna duda o pregunta particular, y si considera necesario realiza aclaraciones generales para todo el grupo.

### **1.5. Comentarios relacionados con los alumnos y sus actitudes con los distintos docentes**

Dependiendo de la exigencia y del carisma del profesor a cargo los alumnos se muestran menos o más interesados o predispuestos a participar en las clases, así como a realizar aportes para la misma.

Durante el período en la institución no evidenciamos graves problemas de disciplina, en general en ambos cursos los alumnos son respetuosos entre ellos y para con los docentes. En general la distribución de los mismos en el aula es por orden alfabético de sus apellidos y no por factores que beneficien el desarrollo de la clase, como la conducta, las afinidades, entre otros. En su mayoría se mostraron comprometidos y aceptaron de manera positiva nuestra presencia y propuesta, a pesar de que la cantidad y distribución de los estudiantes en muchas ocasiones dificulta la posibilidad de captar la atención de todos.

La relación que más pudimos observar fue la de los alumnos con su preceptor. Es quien les señala las indisciplinas y sus respectivas sanciones, pero además se muestra con una actitud amistosa y empática para con ellos atendiendo a sus necesidades y exigencias personales. El preceptor dentro de sus obligaciones cuida de los alumnos, en los recreos y horas libres, mientras que también se une a las actividades recreativas durante los horarios escolares.

Otra persona que está a disposición de los alumnos cuando tienen algún inconveniente es el celador general de la institución. Él trata con los estudiantes de manera particular y trabaja para la adaptación de los grupos desde su formación en psicología, y además colabora para resolver problemas de disciplina y académicos en conjunto con los docentes y el psicólogo del instituto.

## **2. Planificación: descripción de la elaboración y el desarrollo de la propuesta**

Este capítulo se divide en cuatro apartados y dentro de cada uno de ellos se encuentran diferentes secciones que separan la información correspondiente. En el primer apartado detallamos la información relacionada a la planificación anual de la docente del curso que fue sustancial para la elaboración de la nuestra. En el segundo apartado se encuentran el proceso de elaboración de nuestra planificación y sus aspectos más relevantes y generales. En el tercer apartado describimos lo acontecido durante las clases en forma de relato; y el último apartado está compuesto por el instrumento de evaluación utilizado como así también los resultados obtenidos durante el período.

### **2.1. Planificación anual de matemática**

#### **2.1.1. Análisis de la planificación y del programa anual de matemática**

En la planificación anual de la asignatura se encuentran la fundamentación de la actividad matemática en las clases, los objetivos generales de la docente, los criterios de evaluación que tiene en cuenta, la modalidad de evaluación que implementa y una grilla que le sirve de sostén para la planificación de las unidades didácticas que componen el programa anual de matemática.

Luego de analizar la planificación anual decidimos respetar y adherir con nuestra propuesta a lo allí descripto; tal como al objetivo general que atraviesa los contenidos involucrados en nuestra práctica: *usar expresiones fraccionarias para resolver problemas*; a los criterios de evaluación: *expresión oral y escrita, razonamiento, justificación de los pasos realizados para resolver situaciones problemáticas y utilización del lenguaje propio de la asignatura*; y a la modalidad de evaluación: *seguimiento diario teniendo en cuenta responsabilidad, participación, comportamiento y estudio diario, evaluaciones escritas y trabajos prácticos*.

Por otro lado en el programa anual de la asignatura se detallan *ocho unidades didácticas* que incluyen los contenidos a desarrollar durante el ciclo lectivo. En particular la **Unidad N° 5** correspondiente al tema 'Fracciones' es la que la docente del curso nos propuso planificar para nuestras prácticas; a continuación se describen todas las unidades:

- Unidad N°1: operaciones con números naturales (Contenidos: *números naturales, operaciones con números naturales, propiedades de las operaciones con números naturales y operaciones combinadas*).
- Unidad N°2: potenciación y radicación de números naturales (Contenidos: *potenciación de números naturales, propiedades de la potenciación con números naturales, radicación de números naturales, propiedades de la radicación de números naturales y operaciones combinadas con números naturales*).
- Unidad N°3: lenguaje coloquial y simbólico (Contenidos: *lenguaje coloquial y simbólico, resolución y verificación con números naturales, propiedad distributiva, ecuaciones con potencias y raíces con números naturales, problemas que se resuelven mediante el planteo de una ecuación*).

- Unidad N°4: múltiplos y divisores (Contenidos: *divisibilidad, múltiplos y divisores, criterios de divisibilidad, números primos, compuestos, factorización de un número natural, divisor común mayor y múltiplo común menor y resolución de situaciones problemáticas*).
- **Unidad N°5: fracciones (Contenidos: *concepto de fracción, fracciones equivalentes, representación de una fracción en la recta numérica, amplificación y simplificación de fracciones, adición y sustracción de fracciones, multiplicación y división de fracciones y situaciones problemáticas*).**
- Unidad N°6: potenciación y radicación de fracciones (*potenciación y radicación de fracciones, cálculos combinados con fracciones, resolución y verificación de ecuaciones*).
- Unidad N°7: números decimales (Contenidos: *expresiones decimales, sumas y restas, multiplicación y división de fracciones, potenciación y radicación de expresiones decimales, cálculos combinados*).
- Unidad N°8: figuras geométricas y SIMELA (Contenidos: *unidades de longitud, reducción de unidades, cálculo del perímetro de un polígono, unidades de superficie*).

### 2.1.2. Aspectos externos considerados para la elaboración de nuestra planificación

Para la elaboración de la planificación de las clases se nos pidió tener en cuenta algunos aspectos que debían ser respetados en cada uno de los contenidos, para guardar coherencia con la importancia que se le otorga al cálculo de operaciones en la Unidad N°5 y con la fundamentación de la actividad matemática que sostiene la docente en el aula; además para mantener cierta linealidad con la dinámica de clase a la que los alumnos acostumbran (descrita en la apartado 1.4).

Uno de los aspectos fue considerar cierta cantidad de actividades que permitiese a los alumnos resolverlas durante la clase y además corregirlas. Otro fue tener en cuenta que los alumnos no acostumbran a trabajar durante las clases con recursos informáticos, calculadoras ni celulares. Por lo que en el caso de proponer actividades con alguno de estos, se debía contemplar la adaptación y manipulación al recurso.

Dentro de los diferentes modos de abordar un contenido se nos requirió considerar a *la fracción como parte de una unidad dada*<sup>4</sup> y trabajar desde este abordaje el desarrollo de los demás temas haciendo énfasis en el cálculo de operaciones con fracciones. Además darle importancia al planteo y resolución de situaciones problemáticas, ya que la institución tiene como enfoque educativo priorizar las mismas a lo largo del desempeño de todos los espacios curriculares, y es la capacidad considerada por la docente del curso en la planificación anual para abordar la Unidad N°5.

### 2.1.3. Los contenidos previos como punto de partida

Durante el período de observaciones de las clases de matemática, en las respectivas divisiones (A y C) mencionadas en el capítulo anterior, se desarrollaron contenidos correspondientes a las Unidades N°3 y N°4 del programa anual. En particular para la

---

<sup>4</sup> Unidad dada: unidad preestablecida que se utiliza para la representación de una fracción.

elaboración de nuestra planificación tuvimos en cuenta principalmente los siguientes contenidos previos: *pasaje del lenguaje coloquial al lenguaje simbólico, divisibilidad, múltiplos y divisores, criterios de divisibilidad, números primos, números compuestos, factorización de un número natural, divisor común mayor, múltiplo común menor y resolución de situaciones problemáticas con números naturales*. Estos contenidos fueron esenciales, ya que nos basamos en la importancia de utilizar los conocimientos previos de los estudiantes para lograr conexión entre los saberes a lo largo de todo ciclo escolar.

## 2.2. Nuestra planificación

Nuestro período de prácticas constó de un total de diez clases que abarcaron veintitrés horas cátedras. Los días lunes las clases para ambas divisiones (A y C) tienen una duración de ciento veinte minutos y cada clase se separa por un recreo en dos momentos, uno de cuarenta y otro de ochenta minutos. Los días martes la división A dispone de ochenta minutos y un recreo que divide la clase en dos momentos de cuarenta minutos cada uno; mientras que los días viernes la división C dispone de ochenta minutos para el desarrollo de la clase.

Luego de los recreos y la vuelta a la calma<sup>5</sup>, que atraviesan las clases, los minutos efectivos para el desarrollo de las mismas no son exactamente los que mencionamos antes. Para la planificación de las clases que disponen ciento veinte minutos consideramos ciento diez minutos efectivos aproximadamente; y en las clases de ochenta minutos consideramos setenta minutos efectivos.

A continuación presentamos el cronograma que implementamos en cada división durante las seis semanas de prácticas, con el detalle de la distribución de los temas en los días correspondientes.

<b>Planificación implementada correspondiente al desarrollo de los contenidos trabajados en la división A.</b>		
<b>FECHA</b>	<b>CONTENIDOS TRABAJADOS</b>	<b>ACTIVIDADES DESARROLLADAS</b>
7/8/2017	Introducción de fracciones. Representación de fracciones en la recta numérica.	Identificación de una fracción a partir de sus diferentes representaciones gráficas. Ubicación de fracciones en la recta numérica.
8/8/2017	Equivalencia de fracciones.	Juego: La Escoba del 1.
14/8/2017	Equivalencia de fracciones. Representación de fracciones equivalentes en la recta numérica.	Revisión de actividades de la clase del 7/8. Identificación de fracciones equivalentes.
15/8/2017	Amplificación y simplificación de fracciones.	Resolución del Trabajo Práctico n° 1. Desarrollo de estrategias de amplificación y simplificación de fracciones.
22/8/2017	Adición y sustracción de fracciones de igual y distinto denominador. Situaciones problemáticas de adición y sustracción de fracciones.	Devolución del Trabajo Práctico n° 1. Desarrollo de estrategias de resolución de adiciones y sustracciones de fracciones.

<sup>5</sup>Consideramos vuelta a la calma el momento en el que los alumnos ingresan al aula, se ubican en sus respectivos lugares, guardan silencio y predisponen el ambiente para el desarrollo de la clase.



		Resolución de situaciones problemáticas.
28/8/2017	Multiplicación y división de fracciones.	Revisión de actividades de la clase del 22/8. Cálculo de multiplicaciones y divisiones de fracciones.
29/8/2017	Multiplicación y división de fracciones.	Repaso y corrección de actividades de la clase del 28/8. Resolución del Trabajo Práctico n° 2.
4/9/2017	Todos los contenidos correspondientes a la Unidad N° 5.	Repaso general de los contenidos. Devolución del Trabajo Práctico n° 2.
5/9/2017	Todos los contenidos correspondientes a la Unidad N° 5.	Resolución de la evaluación integradora.
12/9/2017		Actividad de cierre. Devolución de evaluación integradora.

<b>Planificación implementada correspondiente al desarrollo de los contenidos trabajados en la división C.</b>		
<b>FECHA</b>	<b>CONTENIDOS TRABAJADOS</b>	<b>ACTIVIDADES DESARROLLADAS</b>
7/8/2017	Introducción de fracciones. Representación de fracciones en la recta numérica.	Identificación de una fracción a partir de sus diferentes representaciones gráficas. Ubicación de fracciones en la recta numérica.
11/8/2017	Equivalencia de fracciones.	Juego: La Escoba del 1.
14/8/2017	Equivalencia de fracciones. Representación de fracciones equivalentes en la recta numérica. Amplificación y simplificación de fracciones.	Revisión de actividades de la clase del 7/8. Desarrollo de estrategias de amplificación y simplificación de fracciones.
18/8/2017	Amplificación y simplificación de fracciones.	Resolución del Trabajo Práctico n° 1. Repaso y corrección de actividades de la clase del 14/8.
25/8/2017	Adición y sustracción de fracciones de igual y distinto denominador. Situaciones problemáticas de adición y sustracción de fracciones.	Devolución del Trabajo Práctico n° 1. Desarrollo de estrategias de resolución de adiciones y sustracciones de fracciones. Resolución de situaciones problemáticas.
28/8/2017	Multiplicación y división de fracciones.	Revisión de actividades de la clase del 25/8. Cálculo de multiplicaciones y divisiones de fracciones.
1/9/2017	Multiplicación y división de fracciones.	Repaso y corrección de actividades de la clase del 28/8. Resolución del Trabajo Práctico n° 2.
4/9/2017	Todos los contenidos correspondientes a la Unidad N° 5.	Repaso general de los contenidos. Devolución del Trabajo Práctico n° 2.

8/9/2017	Todos los contenidos correspondientes a la Unidad N° 5.	Resolución de la evaluación integradora.
15/9/2017		Actividad de cierre. Devolución de evaluación integradora.

### 2.2.1. Fundamentos de selección, organización y secuenciación

Para la selección de los contenidos tuvimos en cuenta diversos factores tales como los que mencionan Gvirtz y Palamidessi (2008):

- La disciplina: en nuestro caso la disciplina a la que referimos es matemática, y propiciamos a lo largo de la escritura de la propuesta sostener que el desarrollo de la misma aluda al pensamiento crítico<sup>6</sup> de los estudiantes, a la reflexión sobre el hacer matemático y a la construcción del conocimiento. Apoyamos también a la idea de que la matemática es un medio que fomenta la escritura formal y la transición del lenguaje coloquial al lenguaje simbólico. Además la resolución de actividades y problemas, en todos sus formatos, favorece la argumentación y el intercambio de juicios entre los alumnos y el docente.
- Los recursos disponibles: como ya mencionamos en el capítulo 1 los recursos tecnológicos con los que disponen los alumnos son limitados, por lo que en nuestra propuesta acudimos a la utilización de otros materiales que favorecieran la comprensión de los temas y la construcción del conocimiento. Basándonos en la concepción de Cascallana (1996) de que el manejo y manipulación de los recursos permite una conexión directa del alumno con la disciplina, y brinda más sentido al trabajo y al hacer matemático siendo una herramienta indispensable para avanzar en el proceso de abstracción.
- Nuestras capacidades: pues en ese momento teníamos que considerar nuestra falta de experiencia en la selección y en la adaptación de los contenidos al nivel secundario, debido a que fue nuestra primera experiencia como docentes a cargo de un curso. Sumado a esto la cantidad de temas a preparar ya viene dada en el programa anual y la selección de actividades debía responder a todos ellos.
- Características de los alumnos: consideramos actividades que resulten adecuadas para alumnos de primer año que están en un proceso de adaptación al nivel secundario, a la institución, a sus nuevos compañeros y docentes, a la cantidad de espacios curriculares y a los ritmos que se mantienen en este nivel.
- El alcance de la bibliografía: como existen diversos abordajes en el tema 'fracciones' los libros disponibles presentan diferencias, ya que adhieren a unos u otros modos de abordarlo. Al momento de seleccionar la bibliografía teníamos que analizar si la propuesta de la misma se adhería a lo que se nos delimitó (ver sección 2.1.2), y así poder hacer uso de ella para escribir la propuesta.
- El alcance de los contenidos: trata sobre la precisión y delimitación de los contenidos que dependen sobre todo del tiempo disponible para desarrollarlos. Como la delimitación de los contenidos es parte del programa anual quedó a nuestra consideración la precisión de los temas, y debido al poco tiempo con el que

<sup>6</sup> Concuera con el concepto de pensamiento crítico matemático de Skovmose (2000).

disponíamos decidimos optar por trabajar construyendo el sentido de cada uno pero de tal manera que pudiésemos abarcarlos a todos.

En cuanto a la organización y la secuenciación de los contenidos los principales factores que influyeron fueron el tiempo disponible para nuestra práctica y la conexión de los temas dentro de la Unidad N°5. Teniendo en cuenta lo que expresan Gvirtz y Palamidessi (2008) en su libro *"(...) para entender un concepto se deberá haber entendido el concepto inmediato anterior en la cadena lógica"* (p.192), consideramos de gran importancia que las actividades tengan relación entre sí y con el tema dictado cada día; por esto adherimos a mantener una secuenciación que refleje las relaciones entre los conceptos siguiendo una estructura lógica.

### **2.2.2. Objetivos generales**

De nuestros fundamentos de selección, organización y secuenciación de los contenidos se desprendieron los siguientes objetivos generales:

- Obtener una respuesta positiva e interés de parte de los alumnos a las distintas propuestas de cada clase.
- Utilizar actividades que involucren la manipulación de algún elemento tangible.
- Brindar a los alumnos un medio para pensar, reflexionar y trabajar matemáticamente a través de una metodología particular<sup>7</sup>.
- Mostrar que la matemática brinda herramientas para agilizar los cálculos y reemplazar los procedimientos que resultan obsoletos.
- Consolidar las nociones trabajadas incluyendo en la propuesta actividades del tipo paradigma del ejercicio.
- Motivar la interacción y participación de todos los alumnos durante el desarrollo de las clases.
- Utilizar en la formulación de la propuesta los contenidos previos; ya sean los anteriores a nuestras prácticas, los correspondientes a la unidad o los que componen la misma clase.
- Evaluar el desempeño de los estudiantes de manera continua para que los mismos tomen conciencia de la importancia de la construcción gradual del conocimiento.
- Lograr la construcción del concepto matemático 'fracciones' dándole sentido y significado durante su desarrollo.

### **2.2.3. Modo de abordaje y metodología particular utilizada en nuestras prácticas**

El modo en el que abordamos la fracción fue considerándola como parte de una unidad dada. Este abordaje como 'parte-de', tanto en contextos continuos como discretos, es de común realización en el momento de introducción al concepto de fracción en el cual se debe usar una representación simple, ya que constituye a la más natural para los niños. Esencialmente consiste en dada una unidad 'dividir' la misma en partes iguales, según indique el denominador, y 'tomar' de ella la cantidad de partes según indique el numerador. Por lo tanto algunas de las habilidades necesarias para el dominio de esta interpretación son: dividir

---

<sup>7</sup> Se profundizará sobre la metodología particular en la sección 2.2.3.

un 'todo' (la unidad dada) en partes iguales, reconocer la unidad dada y sus partes, reconocer que 'el todo' se conserva, entre otras.

La metodología implementada fue la comunicación visual de los contenidos como medio para pensar y reflexionar sobre el concepto a trabajar, haciendo uso de afiches y material lúdico; la resolución individual de dos trabajos prácticos y una evaluación integradora; el control de los cuadernos de matemática para corroborar el registro responsable de los alumnos; y la puesta en común y corrección de las actividades. Además los estudiantes recibían fotocopias con las actividades planificadas para cada clase y una síntesis del contenido teórico desarrollado, con la intención de asegurarnos que todos tuvieran un registro ordenado y detallado en sus cuadernos (ver fotocopias en Anexo I).

Particularmente la puesta en común y corrección de las actividades era un momento en el que los alumnos tomaban más protagonismo y participación, ya que realizando sus resoluciones y explicaciones en la pizarra conducían la clase. Lo hacían los estudiantes que deseaban mostrar sus resoluciones, pero teníamos en cuenta la participación de todos. Las aclaraciones o correcciones necesarias para cada actividad esperábamos que surjan del aporte de todos los alumnos, y de no ser suficientes o no surgir las realizábamos nosotras.

#### **2.2.4. Aclaraciones de los cambios que tuvo el cronograma a lo largo de toda la práctica**

Desde el inicio de la planificación de nuestra práctica el cronograma de contenidos ha sufrido diversos cambios en la organización de los temas y en la extensión del período que abarca, hasta llegar al implementado que ya presentamos anteriormente (ver introducción del apartado 2.2).

Uno de los cambios fue en la distribución de los temas por clase, ya que inicialmente habíamos planificado desarrollar introducción de fracciones, fracciones equivalentes, representación de fracciones en la recta numérica, amplificación y simplificación de fracciones, adición y sustracción de fracciones de igual y distinto denominador, resolución de situaciones problemáticas de adición y sustracción, y multiplicación y división de fracciones; durante las cuatro primeras clases. Luego de ejecutar las dos primeras clases decidimos redistribuirlos teniendo en cuenta el tiempo que se necesitaba para llevar a cabo las puestas en común de las actividades, que fue más del previsto. Por otro lado habíamos pensado el primer trabajo práctico para la quinta clase, en él se evaluarían los temas antes mencionados, pero observamos que de esta forma las primeras clases serían solo de desarrollo del contenido teórico con sus respectivas actividades, y las últimas serían instancias evaluativas. Entonces optamos por ubicarlo en la tercera clase y evaluar en él los contenidos: introducción de fracciones, fracciones equivalentes y representación de fracciones en la recta numérica.

En una primera instancia contábamos con ocho clases para el desarrollo de nuestras prácticas, y las clases siete y ocho correspondían al segundo trabajo práctico y a la evaluación integradora respectivamente; quedando así dos instancias evaluativas en clases consecutivas. Entonces el otro cambio fue la extensión del período a diez clases, que se consensuó con la institución, y que permitió realizar una clase intermedia a las evaluaciones con actividades de repaso de toda la Unidad N°5.

### 2.3. Relatos de clases efectuadas

A continuación presentamos los relatos de las diez clases efectuadas durante nuestro período de prácticas en ambas divisiones (A y C). En los mismos se desarrollan la propuesta en general, los contenidos dictados por clase, las actividades implementadas y las diferencias ocurridas entre las divisiones en el caso que sea necesario explicitarlas.

Aclaremos que previo a la ejecución de cada clase formulamos la planificación correspondiente en forma de guion conjetural. Dentro del apartado 5.2 se encuentra la caracterización de un guion conjetural y un ejemplo utilizado en nuestra práctica en que caso de se requiera una descripción del tema.

Al final de cada relato se realiza una comparación entre lo que se efectuó con el guion conjetural, en el caso de que estos hayan sido distintos.

#### 2.3.1. Primera clase

##### Objetivos de la clase

Para el docente:

- Recuperar los conocimientos existentes en los alumnos sobre fracciones como 'parte-de' para utilizarlos como punto de partida.
- Guiar la comprensión de la definición de fracción mediante ejemplos de naturaleza continua y discreta, apelando a situaciones de semirrealidad.
- Lograr con las actividades el manejo de las distintas representaciones gráficas de una fracción.
- Anticipar el concepto de fracciones equivalentes que se desarrollará en las siguientes clases y la conexión que existe entre las mismas.
- Enseñar la ubicación de las fracciones en la recta numérica, con ejemplos que no tengan dificultad en la partición de la unidad para no entorpecer el aprendizaje de la ubicación.

Para los alumnos:

Se espera que los estudiantes:

- Den cuenta de que variar la típica manipulación<sup>8</sup> de fracciones es trabajar con distintas representaciones de una misma situación.
- Ubiquen los números en la recta numérica y no presenten dificultad en la partición de la unidad utilizando sus hojas cuadrículadas para ello.

##### Recursos para la clase

- Fotocopias con los conceptos teóricos que se desarrollaron en la clase y las actividades correspondientes.

---

<sup>8</sup> Consideramos típica manipulación de fracciones a trabajar solo con chocolates, tortas o pizzas para la representación gráfica.

### Descripción general de la propuesta

Para la primera clase disponíamos de ciento diez minutos y la misma estuvo dividida en cinco momentos estructurales: *introducción de fracciones, formalización del concepto de fracción, resolución y corrección de actividades, representación de fracciones en la recta numérica* y por último *resolución de actividades*.

#### Momento 1: *introducción de fracciones*

La dinámica de este momento fue a través de preguntas que estaban relacionadas entre sí y con las respuestas que daban los alumnos. En cada pregunta pedíamos a los mismos que justifiquen y ejemplifiquen sus respuestas para dar sentido a los ejemplos posteriores.

Las preguntas iniciales para conducir este momento fueron las siguientes:

- ¿Qué son las fracciones? ¿Para que las usábamos o usamos?
- Para que dos personas compartan un alfajor y coman la misma cantidad hay que repartirlo: ¿En cuántas partes hay que repartirlo?

Luego de esto utilizamos tres ejemplos para ilustrar el uso de las fracciones, tratando de resaltar en cada uno de ellos los significados del numerador y el denominador. Además trabajamos oralmente en las justificaciones, que se basaron en el significado de la fracción teniendo en cuenta la unidad dada y la representación gráfica de la fracción con tal unidad.

El primer ejemplo consistió en dibujar un alfajor en la pizarra y marcar en línea punteada la mitad del mismo. Luego señalando la situación preguntamos a los estudiantes si recordaban de qué manera podemos escribir o describir matemáticamente esta situación y luego escribimos ' $\frac{1}{2}$ ' en la pizarra señalando que partimos en dos partes iguales el alfajor, esto se notaba en el número que estaba en la parte inferior de la línea de fracción (2) que llamamos 'denominador' y preguntamos a los alumnos si recordaban cómo se llama al número de arriba de la línea de fracción (numerador).

El segundo ejemplo se trató de una pregunta: ¿Cómo sé cuándo un video de YouTube está cargado hasta la mitad? Luego de la respuesta de los alumnos dibujamos la situación del video en la pizarra, pintamos la barra del video hasta la mitad y preguntamos si consideraban que así era correcto. Para notar que las partes en las que se divide el entero tienen que ser iguales volvimos a dibujar el ejemplo, pero pintando la barra del video de manera tal que no representaba la mitad y preguntamos si de esta manera era correcto recibiendo un no como respuesta de parte de los estudiantes.

El tercer ejemplo que se detalla a continuación se dictó oralmente y su resolución fue entre todos:

Juan tiene un chocolate dividido en 6 cuadraditos iguales y decide comerse un cuadradito el viernes, dos cuadraditos el sábado y los últimos tres el domingo. ¿Qué parte del chocolate come el viernes? ¿Y el sábado cuánto come? ¿Y el domingo?

En las respuestas a las preguntas del problema buscábamos que los alumnos utilicen correctamente el lenguaje matemático, por ejemplo en el caso de que dijeran un pedacito de

chocolate hacíamos énfasis en que era un pedacito de los seis en los que estaba dividido el chocolate y así poder llegar a la fracción buscada, por ejemplo a  $\frac{1}{6}$  en el caso de la primera pregunta.

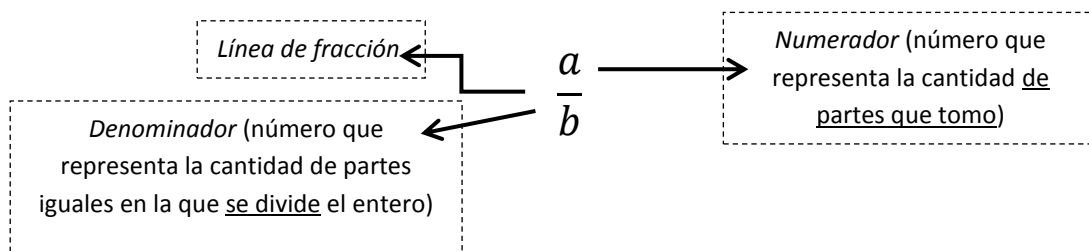
Durante el desarrollo de este ejemplo los alumnos respondieron a la tercera pregunta diciendo que el domingo Juan se come  $\frac{3}{6}$  del chocolate, y algunos alumnos dijeron que Juan se come la mitad del chocolate o  $\frac{1}{2}$  del chocolate, y a esto respondimos que las respuestas son correctas pero profundizaríamos sobre situaciones como esa la clase siguiente.

### Momento 2: formalización del concepto de fracción

En este momento dictamos la definición de fracción que utilizamos para todo nuestro período de prácticas.

*Decimos fracción a las expresiones de la forma  $\frac{a}{b}$  donde  $a$  y  $b$  son dos números naturales cualesquiera.*

Y realizamos en la pizarra el siguiente esquema para que quedara registrada la formalización de lo hasta ahora trabajado:



Seguido a esto realizamos un ejemplo de naturaleza discreta para mostrar otra situación en la que se puede utilizar una fracción para describirla matemáticamente. La situación era la siguiente:

Si tengo 457 'likes'<sup>9</sup> en mi foto de cumpleaños y 36 de esos 'likes' corresponden a mis compañeros de clase. ¿Cómo represento los 'likes' de mis compañeros con una fracción?

A esta pregunta los alumnos respondieron de diversas maneras pues resultó ser un ejemplo muy diferente para ellos. Tuvieron que imaginar el entero (el todo), las partes iguales en las que divido el entero y hasta comparar el ejemplo con los de naturaleza continua, para identificar finalmente que las partes iguales corresponden a los 'likes' y el entero son todos los 'likes' juntos *una especie de bolsa en la cual se encuentra la totalidad de los 'likes'*; de esta forma construyeron el significado adecuado y con el aporte oral de todos llegaron a una misma conclusión que resolvía el problema.

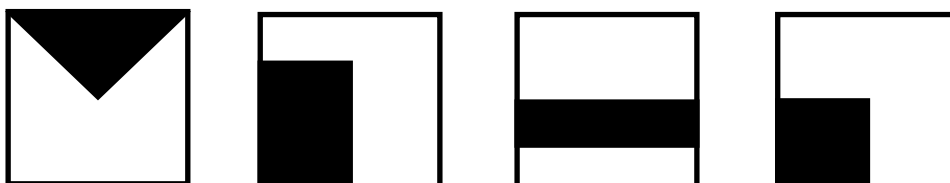
<sup>9</sup> 'Like' nombre que se le da a la función correspondiente a la red social Instagram para indicar que un contenido, en este caso una foto, te ha gustado.

Momento 3: resolución y corrección de actividades

En este momento entregamos a los alumnos la fotocopia con las actividades relacionadas a los temas desarrollados hasta el momento, les brindamos un tiempo para que resuelvan y luego procedimos a corregirlas con la metodología detallada en la sección 2.2.3.

**Actividades**

- 1) a. ¿En qué casos la zona pintada representa  $\frac{1}{4}$  del cuadrado?

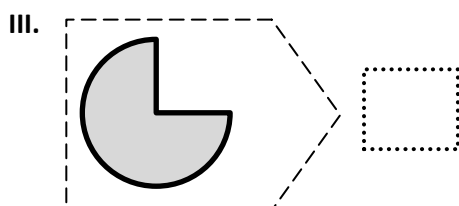
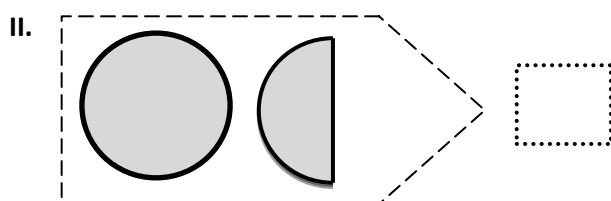
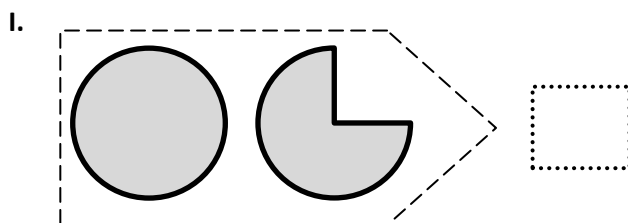


- b. Partir las figuras que fueron seleccionadas en el inciso a. y pintar lo que corresponda para que finalmente quede representado/ pintado en ella la fracción  $\frac{3}{8}$

- 2) a. Esta figura representa una unidad dada. ¿Cómo representan con ella  $\frac{1}{2}$ ? ¿Y  $\frac{3}{4}$ ? ¿Y  $\frac{5}{4}$ ?



- 3) En cada ítem hay representada una fracción. Indique de qué fracción se trata



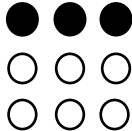


4) Determine qué parte del rectángulo está pintada

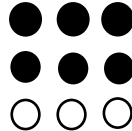


5) a. ¿En qué casos se ha pintado  $\frac{2}{3}$  de las bolitas?

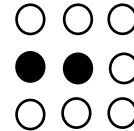
I.



II.



III.



b. ¿Qué parte de las bolitas representa lo pintado en los casos descartados en los ítems del inciso a?

En la actividad 3 algunas resoluciones coincidieron con un tipo de notación de las fracciones que habíamos previsto, dieron el resultado utilizando el número mixto<sup>10</sup>. Para desprendernos de esta notación hicimos preguntas que condujeron a los alumnos a identificar el total de partes iguales que se encontraban pintadas en la figura para utilizar esta cantidad como numerador, también la cantidad de partes en la que se dividía la unidad dada para colocar esa cantidad como denominador, y escribir así una fracción que describa la misma situación.

#### Momento 4: *representación de fracciones en la recta numérica*

En esta instancia preguntamos a los alumnos si recordaban haber usado o dibujado una recta numérica y ubicado los números naturales en ella alguna vez. Luego de recibir diversas respuestas indicamos que además de ubicar números naturales aprenderíamos a ubicar fracciones en la recta numérica, y lo enseñamos utilizando solo fracciones con denominador dos, cuatro y ocho siguiendo el objetivo planteado para la clase. Las fracciones representadas fueron  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{3}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{8}$ ,  $\frac{6}{8}$  y  $\frac{10}{8}$  comenzando con las menores al número natural uno y siguiendo con las mayores al número natural uno respetando el orden en que están enunciadas.

#### Momento 5: *resolución de actividades*

En este momento entregamos a los alumnos la fotocopia con las actividades de representación en la recta numérica y debido al tiempo, la corrección de las mismas no se realizó en esta clase.

<sup>10</sup>El número mixto es un número formado por un entero y una fracción menor que un entero. Ejemplo:  $1\frac{1}{2}$  que representa la fracción  $\frac{3}{2}$ .

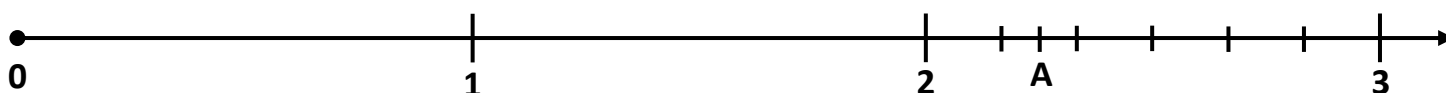
- 6) a. Ubique el número 2 en la siguiente recta numérica



- b. Ubique en la siguiente recta numérica el número  $\frac{3}{6}$



- 7) Determine qué número es el que corresponde a la letra A que aparece en el siguiente tramo de la recta numérica:



### 2.3.2. Segunda clase

#### Objetivos de la clase

Para el docente:

- Efectuar una clase que difiera de la convencional, que resulte divertida o atractiva para los alumnos y que dé sentido a los contenidos a tratar o ya tratados.
- Llevar a cabo una actividad que muestre de una manera tangible el concepto de fracción equivalente.
- A través del material lúdico permitir la participación de todos los alumnos y la integración de ellos en un ambiente de producción matemática.
- Motivar visualmente, con la linealidad del fichero<sup>11</sup>, la idea de recta numérica y la representación de fracciones equivalentes en una recta numérica.

Para los alumnos:

Esperamos que los alumnos:

- Muestren entusiasmo en la ejecución y manipulación del juego.
- Reconozcan la intencionalidad de la actividad y que una clase de matemática no necesariamente es una clase magistral.
- Reconozcan la fracción como 'parte-de'.
- Reconozcan y vinculen fracciones equivalentes.

<sup>11</sup> Fichero: elemento del juego implementado en la clase (ver Imagen 9)

### Recursos para la clase

- El juego con sus elementos para veinte equipos de dos alumnos cada uno. Repuestos de fichas y ficheros.
- Disposición de las mesas y sillas diferente a la que tienen a diario, lo que consiste en enfrentar las mesas de a dos para que cada par de alumnos tenga su lugar de juego.

### Descripción general de la propuesta

La segunda clase constaba de setenta minutos para su desarrollo y la actividad planteada fue un juego: 'La Escoba del 1' para el cual era necesaria la participación de todos los alumnos. La clase tuvo tres momentos estructurales: *presentación del juego*, *ejecución del juego* y por último *visualización del concepto de fracción equivalente*.

### Información sobre el juego

Nombre del juego: La Escoba del 1

En este juego el objetivo es armar un entero con diferentes fichas que representan partes del mismo. Por ejemplo: dos medios, cuatro cuartos o combinación de algunos que pueden implicar el uso de más de dos fichas. El juego es entre dos o tres personas y se pueden formar como máximo cuatro enteros iguales.

Descripción de los elementos del juego:

A cada par de alumnos se le hará entrega de dos **ficheros de cartón** de 40cm de largo x 8cm de ancho los cuales representan el entero a formar, como el que se ilustra a continuación.

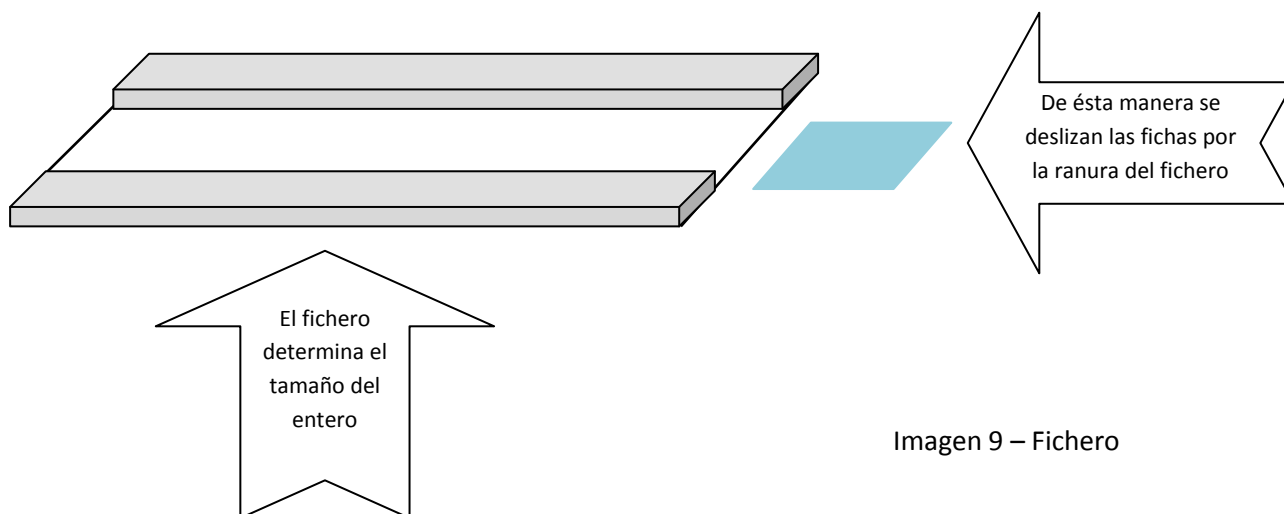


Imagen 9 – Fichero

Este rectángulo permite que los alumnos encajen y deslicen las fichas en él. **Las fichas** son de cartón diferenciadas por color y largo según la fracción del entero que representen. El total de las fichas inicialmente se encontrará en **una bolsa** (que no permite ver el interior) y además se hará entrega de cuatro **bolsitas de cartón** para que guarden en ellas las fichas con

las que logren formar un entero. Un ejemplo del material descrito se puede observar en la siguiente Imagen:



Imagen 10 – Piezas del juego

A lo largo de la clase que se efectuó en la división A surgieron algunas eventualidades que se detallarán luego en el desarrollo de los momentos, una de tales eventualidades provocó que las fichas utilizadas en las divisiones fueron distintas. Las fichas del juego para la división A fueron *dos medios* (anaranjados), *cuatro cuartos* (verdes), *seis sextos* (azules) y *diez décimos* (rojos) formando un total de veintidós fichas como se observa en la Imagen 11. Las fichas del juego para la división C fueron *dos medios* (anaranjados), *cuatro cuartos* (verdes), *seis sextos* (azules) y *ocho octavos* (celestes) formando un total de veinte fichas como se observa en la Imagen 12.

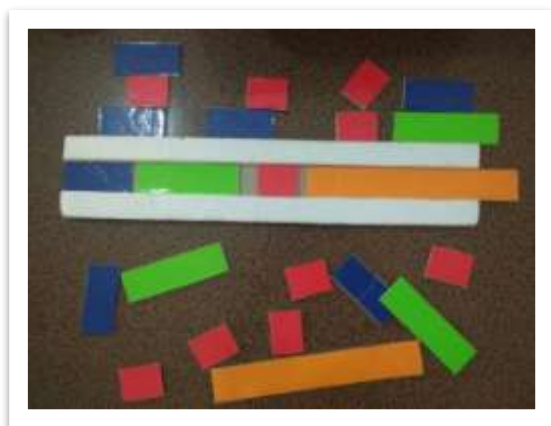


Imagen 11 – fichas del juego y fichero de la división A

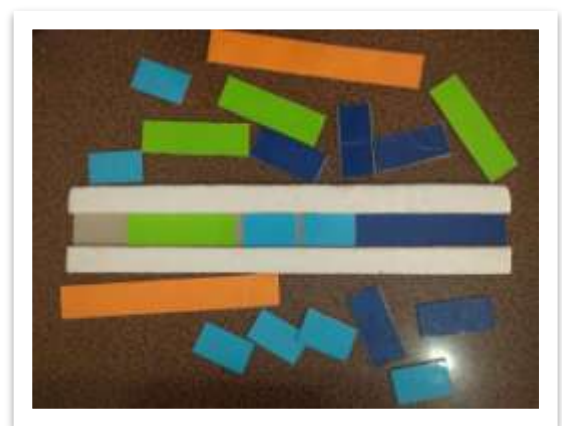


Imagen 12 – fichas del juego y fichero de la división C

#### Instrucciones del juego:

Cada jugador tiene a disposición un fichero. Cada uno de los integrantes toma cuatro piezas de la bolsa al azar e intentan armar con ellas un entero, si no lo logran deben tomar una pieza más al azar y así sucesivamente hasta armar un entero. Cuando lo consiguen tienen a

disposición bolsitas para guardar las fichas con las que formaron el entero. Con las sobrantes tienen que tratar de formar otro entero y de no ser posible se retira una nueva pieza de la bolsa (al azar) y se continúa de la misma manera que al comienzo.

El jugador que más enteros forme al terminarse las piezas de la bolsa es el ganador. En el caso de haber empate se cuentan las fichas restantes con las cuales no formaron enteros y ganará el que tenga menos.

#### Momento 1: *presentación del juego*

En éste momento le asignamos a cada alumno su contrincante (previamente seleccionado con la lista de presentes y ausentes de ese día), explicamos la dinámica e instrucción del juego mostrando los elementos del mismo y repartimos el material lúdico entre los mismos. En ambas divisiones esto se desarrolló de igual manera y según lo planificado en el guion conjetural.

#### Momento 2: *ejecución del juego*

Una vez listos los duetos para jugar se dio comienzo a la actividad y pasados los primeros minutos invitamos a los alumnos a que jueguen nuevamente entre las parejas o que intercambien oponentes. Durante el desarrollo de este momento en la división A los alumnos se apropiaron del material como medio de interacción y de búsqueda del concepto que atravesaba el juego. Los estudiantes no optaron por la competencia sino más bien lo utilizaron como un medio tangible para descubrir las maneras y opciones de completar el fichero, a diferencia de los alumnos de la división C, en que la ejecución del juego duró menos tiempo del previsto porque los estudiantes demandaron mayor competitividad de la que permitía el instructivo aburriéndose rápidamente del mismo. Por otro lado la manipulación del material tampoco les generó atracción como sucedió en la división A, siendo esta diferencia una de las eventualidades anticipadas en la descripción de los elementos del juego.

#### Momento 3: *visualización del concepto equivalencia de fracciones*

Por lo sucedido en el momento anterior en la división A la visualización del concepto se llevó a cabo mediante preguntas generales a todos los alumnos, tales como: ¿Cuántas fichas anaranjadas necesito para completar un fichero? Si tengo fichas anaranjadas y verdes ¿cuántas fichas de cada color necesito para completar el fichero?

A medida que los alumnos respondían, luego de tomar las fichas de su mesa y completar sus ficheros, elegimos algunos al azar que tuviesen las fichas mencionadas en las preguntas pero ordenadas de manera diferente, y pasaron al frente de la clase para mostrar al resto de los estudiantes las combinaciones encontradas. Durante esta puesta en común detallamos en la pizarra, utilizando las observaciones y conclusiones de los alumnos, qué parte del entero era cada ficha y cuántas fichas se necesitaban para completarlo con todas las fichas de un mismo color.

Siguiendo con la visualización del concepto realizamos más preguntas para concluir que todos los enteros miden lo mismo sin importar qué fichas los compongan ni el orden de

las mismas, algunas preguntas fueron: ¿Qué relación hay entre todos los enteros que formaron durante el juego? ¿Son finalmente todos los enteros iguales o no?

Para aproximarnos más al concepto de fracciones equivalentes y concluir que ciertas fichas se pueden intercambiar por otras de diferente color debido a que ocupan el mismo lugar dentro del fichero, formulamos preguntas como: ¿Qué relación ven entre la primera ficha de 'Juan' y las dos primeras fichas de 'Pedro' (eligiéndolas previamente equivalentes)? ¿Cuántas fichas azules necesito para completar el fichero si quito la ficha anaranjada? ¿Cuántas fichas rojas necesito para completar el fichero si quito la ficha anaranjada? ¿Cuántas fichas verdes necesito para completar el fichero si quito la ficha anaranjada? Quedando aquí evidente la equivalencia de las fracciones con la fracción  $\frac{1}{2}$  y luego anotamos en la pizarra las distintas equivalencias haciendo uso implícito de la transitividad de la relación entre las mismas.

Otra de las eventualidades que anticipamos en la descripción de los elementos del juego y que generó el cambio de fichas para la división C, es que dentro de las combinaciones posibles para completar el fichero los alumnos presentaron una que involucraba a dos sextos, un cuarto y cuatro décimos. Matemáticamente dicha suma no es igual a uno por lo tanto es incorrecta, pero en el juego los errores milimétricos del material (cartón, cartulina, cinta, etc.) permitieron que ésta complete el fichero tal como se observa en la Imagen 13.



Imagen 13 – combinación de fichas errónea

Una vez resaltado el error de la combinación les aclaramos a los alumnos que al avanzar en los temas de la Unidad N° 5 veríamos un cálculo que explicaría de manera matemática el por qué del error que se presentó.

Al finalizar el tercer momento resaltamos que el fundamento matemático central que atraviesa el juego es el concepto de fracción equivalente y anticipamos que profundizaríamos formalmente sobre el mismo la clase siguiente. Cabe aclarar que durante la puesta en común los alumnos ya habían mostrado conocimiento sobre el mismo, y llamaban a la relación entre las fichas que ocupan el mismo lugar dentro del fichero 'fracciones equivalentes'.

El momento de la visualización descrito anteriormente no se realizó exactamente de la manera en que estaba planificado en el guion conjetural, debido a la forma en que los alumnos se apropiaron del material y al carácter no competitivo, que generó que no guardaran en las bolistas los enteros formados tal como indicaba el instructivo. A pesar de esto reformulamos las preguntas que invitaban a los alumnos a comunicar sobre el concepto que

atravesaba el juego y logramos llegar a la conclusión buscada: las fracciones equivalentes son las que ocupan el mismo lugar en el fichero.

Para la división C, teniendo en cuenta lo sucedido en la división A se presentaron en la planificación dos formas posibles de efectuar la puesta en común (visualización del concepto), incorporando a la existente hasta ese momento la ocurrida en la división A. La cual finalmente fue la que se llevó a cabo pero de una manera más rápida y lo suficientemente guiada para llegar al objetivo.

En el cierre de clase de ambas divisiones se hizo el aviso formal del primer trabajo práctico a realizarse en la cuarta clase, informando a los alumnos sobre los temas que el mismo involucraba (*fracciones, fracciones equivalentes y representación de fracciones en la recta numérica*).

### **2.3.3. Tercera clase**

#### Objetivos de la clase

Para los docentes:

- Realizar en la pizarra las actividades correspondientes a la primera clase para que todos los alumnos tengan la posibilidad de corregir sus errores.
- Formalizar el concepto de fracción equivalente trabajado con el juego de la clase anterior.
- Utilizar la recta numérica para dar sentido al concepto de fracción equivalente.
- Desarrollar los contenidos de la clase partiendo de lo trabajado anteriormente.
- Plantear actividades del tipo paradigma del ejercicio y acordes al tiempo que le corresponde en la clase, para que sean revisadas y corregidas en la pizarra para todos los alumnos.

Para los alumnos:

Esperamos que los estudiantes:

- Recuerden al juego de manera positiva y como medio significativo para formalizar el concepto de fracción equivalente.
- Adopten práctica en el manejo de las operaciones tales como amplificar y simplificar, con las actividades del tipo paradigma del ejercicio que les presentamos.

#### Recursos para la clase

- Fotocopias con las actividades y el contenido teórico trabajado.
- Fotocopia con los criterios de divisibilidad y la relación entre múltiplo y divisor.
- Elementos correspondientes al juego: La Escoba del 1 (ficheros y fichas) y afiche con las equivalencias obtenidas durante el juego.

### Descripción general de la propuesta

Para la tercera clase disponíamos de ciento diez minutos y estuvo dividida en cuatro momentos estructurales: *corrección de actividades, formalización del concepto de fracción equivalente, representación de fracciones equivalentes en la recta numérica y por último desarrollo de los conceptos de amplificación y simplificación de fracciones.*

#### Momento 1: *corrección de actividades*

Durante este momento utilizamos la metodología de revisión de actividades descrita en detalle en la sección 2.2.3, para corregir actividades pendientes de la primera clase.

En particular en la actividad 5b) los estudiantes respondieron utilizando fracciones equivalentes entre sí ( $\frac{1}{3}$  y  $\frac{3}{9}$ ,  $\frac{2}{3}$  y  $\frac{6}{9}$ ) situación que les generó dudas en el momento de resolución de la primera clase, pues las resoluciones aparentaban ser distintas; pero destacamos que eran correctas y son estas situaciones las que trabajamos en la clase anterior (con el juego) y que formalizaremos en esta clase.

#### Momento 2: *formalización del concepto de fracción equivalente*

Pegamos un afiche que mostraba las fracciones equivalentes obtenidas en el juego: La Escoba del 1 (ver imágenes 14 y 15), y recordamos a los alumnos las distintas denominaciones que surgieron para la noción de equivalencia tales como: *las fracciones equivalentes son iguales, miden lo mismo, ocupan lo mismo, miden/completan/lleñan/cubren lo mismo o también son equivalentes/ similares, etcétera*; luego destacamos que fueron varias las nociones que se reconocieron pero consensuamos una única, entonces inicialmente definimos que:

*Dos fracciones son equivalentes si representan la misma parte de una unidad dada.*



Imagen 14 – afiche utilizado en la división C.



Imagen 15 – afiche utilizado en la división A.

Seguido a esto preguntamos a los estudiantes: ¿Cuál fue la unidad dada en el juego? Y en su mayoría respondieron ‘el fichero’. Para dar continuidad a la formalización detallamos en la pizarra la fracción que representaba cada ficha según su color:



- Anaranjada  $\frac{1}{2}$
- Verde  $\frac{1}{4}$
- Azul  $\frac{1}{6}$
- Roja  $\frac{1}{10}$  (para división A) y celeste  $\frac{1}{8}$  (para división C).

Y ejemplificamos numéricamente algunas de las equivalencias que involucraba el juego, mediante preguntas a los estudiantes como: ¿Cuántas fichas rojas  $\frac{1}{10}$  necesito para obtener la equivalencia con seis fichas azules? (en la división A) ¿Cuántas fichas celestes  $\frac{1}{8}$  necesito para obtener la equivalencia con seis fichas azules? (en la división C). Luego de esto escribimos en la pizarra, para que todos tengan en sus cuadernos, algunas de las equivalencias que habíamos encontrado (las correspondientes a cada división) en la puesta en común del juego:

$$\frac{1}{2} y \frac{2}{4} ; \frac{3}{6} y \frac{2}{4} ; \frac{1}{2} y \frac{3}{6} ; \frac{1}{2} y \frac{5}{10} ; \frac{5}{10} y \frac{2}{4} ; \frac{3}{6} y \frac{5}{10} ; \frac{1}{2} y \frac{4}{8} ; \frac{1}{4} y \frac{2}{8} ; \frac{4}{8} y \frac{2}{4} ; \frac{4}{8} y \frac{3}{6} ; \frac{4}{4} y \frac{2}{2} ; \frac{3}{4} y \frac{6}{8} .$$

Tomando las equivalencias " $\frac{1}{2} y \frac{3}{6}$ " y " $\frac{1}{4} y \frac{2}{8}$ " señalamos sobre ellas en la pizarra la regla que cumplen las fracciones equivalentes, que utilizamos posteriormente en la definición formal.

*Una fracción  $\frac{a}{b}$  es equivalente a otra fracción  $\frac{c}{d}$  si se verifica que:  $a \cdot d = b \cdot c$*

*(Donde  $a, b, c$  y  $d$  son números naturales cualesquiera)*

Para reconocer cuál de las dos definiciones utilizaban los alumnos para decidir si un par de fracciones es equivalente, propusimos los siguientes ejemplos en donde se les pedía a los estudiantes que determinen lo anterior y lo justifiquen.

- $\frac{8}{4} y \frac{4}{8}$
- $\frac{5}{10} y \frac{4}{8}$
- $\frac{3}{3} y \frac{15}{15}$

### Momento 3: representación de fracciones equivalentes en la recta numérica

Dibujamos en la pizarra una recta numérica y preguntamos a los estudiantes si recordaban cómo habíamos ubicado fracciones en ella en la primera clase, y de la misma manera marcamos las fracciones  $\frac{3}{2}, \frac{10}{10}, \frac{1}{2}, \frac{5}{10}, \frac{2}{2}, \frac{15}{10}$ , que ya sabíamos equivalentes, para observar la particularidad que tienen en la recta numérica. Y de ésta manera concluimos, que las fracciones equivalentes caen en el mismo punto de la recta numérica e hicimos la comprobación del resultado utilizando la definición de fracciones equivalentes.

En la división A el cuarto momento no se llevó a cabo pero como quedaba tiempo para el final de la clase se formuló sobre la pizarra de manera improvisada tres pares de fracciones en los que los alumnos debían decidir si eran pares equivalentes o no, utilizando los contenidos desarrollados en la clase, mientras que en la división C se desarrolló tal como se detalla a continuación.

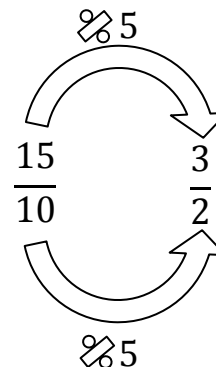
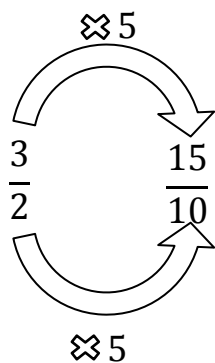
Momento 4: *desarrollo de los conceptos de amplificación y simplificación de fracciones*

Luego de ver en la recta numérica que  $\frac{3}{2}$  es equivalente a  $\frac{15}{10}$  preguntamos a los alumnos si recordaban sobre múltiplos y divisores, tema desarrollado en la Unidad N°4. Para que analizaran con estos conceptos la relación entre el número tres y el número quince; como también la del número dos y el número diez.

Tomando todas las respuestas nos detuvimos en la que decía que: el quince es múltiplo de tres y el diez es múltiplo de dos, y les preguntamos ¿cuál es el número por el que multiplico al tres para obtener el quince? ¿Y al dos para obtener el diez? Ambas respuestas fueron cinco y determinamos que al multiplicar numerador y denominador de una fracción por el mismo número, se obtiene una amplificación de la misma y ésta última, como ya vimos (pues son ejemplos de la actividad de equivalencia de fracciones), es equivalente a la primera.

Luego preguntamos a los alumnos: si tuviesen inicialmente la fracción  $\frac{15}{10}$  ¿qué puedo hacer con ella para obtener el  $\frac{3}{2}$ ? Y tomando las respuestas mostramos que una de las cosas que habían respondido anteriormente era que tres es divisor de quince y dos es divisor de diez. Pero en ambos casos también cinco es divisor común de quince y diez. Entonces llegamos a ver que si dividimos al quince por cinco y al diez por cinco los resultados son tres y dos respectivamente, y así obtuvimos la fracción  $\frac{3}{2}$  que es una simplificación de la primera.

Durante la explicación oral utilizamos la pizarra dejando en ella los siguientes esquemas que permitían la visualización de los procedimientos amplificación y simplificación de fracciones:



Lo último que desarrollamos en la tercera clase fue el concepto de fracción irreducible y dictamos de manera oral su definición:

*Una fracción  $\frac{a}{b}$  se dice fracción irreducible si el único divisor común entre su numerador y su denominador es el número natural 1.*

Seguido a esto enunciamos una regla práctica para encontrar la fracción irreducible de una fracción dada, esta consiste en simplificar utilizando el máximo común divisor entre su numerador y su denominador.

Por último se entregaron las actividades correspondientes a los temas desarrollados en la clase, pero debido a la falta de tiempo los alumnos no llegaron a resolverlas y les pedimos que las traigan resueltas para la próxima clase.

### Actividades

- 1) Completar amplificando o simplificando las fracciones dadas según corresponda como indican las flechas.

$$\begin{array}{ccc}
 \begin{array}{c} \times 3 \\ \curvearrowright \end{array} & \begin{array}{c} \times 5 \\ \curvearrowright \end{array} & \begin{array}{c} \times 10 \\ \curvearrowright \end{array} \\
 \frac{3}{2} = \_ & = \_ & = \_ \\
 \_ = \_ & = \frac{15}{60} & = \_ \\
 \begin{array}{c} \curvearrowleft \\ \div 3 \end{array} & \begin{array}{c} \curvearrowleft \\ \div 5 \end{array} & \begin{array}{c} \curvearrowleft \\ \div 10 \end{array}
 \end{array}$$

- 2) Calcular la fracción irreducible que corresponde a cada una de las siguientes fracciones:

i)  $\frac{56}{16}$     ii)  $\frac{81}{72}$     iii)  $\frac{3443}{9009}$     iv)  $\frac{35}{10}$

Recordar que si utilizamos el **M.C.D** del numerador y denominador para simplificar una fracción, la fracción que se obtiene es llamada **fracción irreducible**

- 3) Para cada una de las siguientes fracciones escribir dos fracciones equivalentes cualquiera. Verificar la equivalencia de las fracciones utilizando la definición.

i)  $\frac{64}{220}$     ii)  $\frac{9}{15}$

#### 2.3.4. Cuarta clase

##### Objetivos de la clase

Para el docente:

- Evaluar los conocimientos dictados hasta el momento a través de un trabajo práctico individual priorizando la comprensión de los alumnos.
- Desarrollar en la división A, y repasar en la división C, los contenidos simplificación y amplificación de fracciones.
- Plantear en la división A actividades del tipo paradigma del ejercicio y acordes al tiempo que le corresponde en la clase, para que sean revisadas y corregidas en la pizarra para todos los alumnos.

Para los alumnos:

Esperamos que los estudiantes:

- Puedan resolver las actividades planteadas en el trabajo práctico haciendo uso de sus cuadernos.
- Noten el valor que tiene su cuaderno y la responsabilidad que les pertenece de completarlo para la resolución del trabajo práctico.
- Realicen las actividades planteadas para consolidar los conocimientos dados, y revisen con la corrección general sus resoluciones.

##### Recursos para la clase

- Fotocopia que incluía las actividades del trabajo práctico.

##### Descripción general de la propuesta

La cuarta clase contaba con setenta minutos para su desarrollo y en ella se efectuó la *resolución del primer trabajo práctico* y un *repaso general del tema amplificación y simplificación de fracciones* (en la división C) y el *desarrollo* del mismo (en la división A), determinando dos momentos estructurales.

##### Momento 1: *resolución del primer trabajo práctico*

El desarrollo de este momento tuvo una duración de cuarenta minutos en el cual solo respondimos dudas sobre enunciados de actividades, debido a que ejemplos similares se habían corregido en la pizarra la clase anterior atendiendo a todas las dudas y preguntas de los alumnos. Para la resolución de este trabajo los estudiantes podían consultar en sus cuadernos las clases anteriores, por ende las definiciones y los ejercicios ya trabajados. Las actividades y los criterios de corrección y evaluación correspondientes se detallan en la sección 2.4.2.

## Momento 2: *amplificación y simplificación de fracciones*

En la división A utilizamos los últimos cuarenta minutos para desarrollar el tema correspondiente, realizar y también corregir sus actividades; siguiendo lo detallado en el momento 4 de la sección 2.3.3.

Mientras que en la división C utilizamos este tiempo para hacer un repaso general del tema y corregir las actividades entregadas en la clase anterior. La metodología del mismo fue a través de ejemplos y recordando los procedimientos correspondientes a amplificar y simplificar fracciones, ya que cuando se efectuaron el tiempo disponible no fue el suficiente para que los alumnos interioricen las ideas.

### **2.3.5. Quinta clase**

#### Objetivos de la clase

Para el docente:

- Realizar en la pizarra actividades correspondientes a amplificación y simplificación de fracciones para que todos los alumnos tengan la posibilidad de corregir sus errores.
- Producir un aprendizaje significativo de los procesos de adición y sustracción a través de un afiche.
- Generar destreza en el cálculo mediante actividades del tipo paradigma del ejercicio y reglas prácticas para la resolución.
- Retomar el trabajo práctico y los errores o confusiones generales de los alumnos para aclarar dudas y destacar que una evaluación es una instancia de aprendizaje muy importante.

Para el alumno:

Esperamos que los estudiantes:

- Realicen las actividades y utilicen la adición y sustracción como herramienta para resolver las situaciones problemáticas.
- Extraigan los datos de situaciones problemáticas correctamente y evidencien qué proceso las resuelve.
- Reciban positivamente las correcciones en cada trabajo práctico y con ellas entiendan los errores que cometieron en las resoluciones.

#### Recursos para la clase

- Fotocopia del primer trabajo práctico, para los alumnos que estuvieron ausentes la clase anterior.
- Fotocopias de actividades correspondientes a adición y sustracción.
- Afiches con la representación de fracciones para explicar el procedimiento de sustracción y adición.

### Descripción general de la propuesta

Durante la quinta clase, para la cual disponíamos de setenta minutos, se desarrollaron cuatro momentos estructurales: *corrección de actividades de amplificación y simplificación de fracciones, desarrollo de adición y sustracción de fracciones, devolución del primer trabajo práctico* y por último *resolución de actividades de adición y sustracción de fracciones*.

#### Momento 1: *corrección de actividades de amplificación y simplificación de fracciones*

En la división A utilizamos este momento para corregir las actividades que habían quedado pendientes en la clase anterior con la metodología de corrección ya descrita en la sección 2.2.3.

En la división C durante los últimos minutos de la cuarta clase surgió un error de resolución durante la corrección en la pizarra de la actividad 2) de amplificación y simplificación de fracciones, en la que se pedía hallar la fracción irreducible de las fracciones dadas.

Una de esas fracciones era  $\frac{3443}{9009}$  y la descomposición del numerador y denominador en factores primos, que se hace con el objetivo de hallar el máximo común divisor entre ellos, era muy complicada. La descomposición de estos números tiene factores primos como noventa y uno y trescientos trece, números primos que los alumnos no acostumbraban a utilizar. Además había que dividir por siete y ese criterio de divisibilidad no se desarrolló en la Unidad N°4.

Ante esto decidimos realizar este ejemplo en la pizarra, bajo el supuesto de que los alumnos no lo habían logrado resolver. Pero en esta resolución se presentó un error en la descomposición del denominador, donde se dividió por un factor que no es primo. Esto condujo a que los estudiantes aportaran sus posibles resoluciones, las cuales también estaban erróneas, principalmente por estar incompletas.

Entonces en este primer momento de la quinta clase utilizamos el tiempo para salvar los errores descritos anteriormente, retomando en la pizarra las resoluciones de la practicante y de los alumnos que habían hecho sus aportes. Con el objetivo de utilizarlas para concluir en la forma ideal de descomposición, remarcando que la descomposición de un número natural en factores primos es única excepto el orden de los mismos.

A continuación mostramos cómo se completaron y corrigieron las propuestas (escrito en color verde), y la forma ideal de descomposición que se basa en ordenar los factores de menor a mayor.

Alumno 1	Alumno 2	Practicante
$\begin{array}{r l} 9009 & 3 \\ 3003 & 3 \\ 1001 & 11 \\ 91 & 7 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 9009 & 3 \\ 3003 & 3 \\ 1001 & 11 \\ 91 & 7 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 9009 & 11 \\ 819 & 3 \\ 273 & 3 \\ 91 & 7 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array}$
$9009 = 3^2 \cdot 11 \cdot 7 \cdot 13$	$9009 = 3^2 \cdot 11 \cdot 7 \cdot 13$	$9009 = 11 \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot 13$

### Descomposición ideal

9009	3
3003	3
1001	7
143	11
13	13
1	

$$9009 = 3^2 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$$

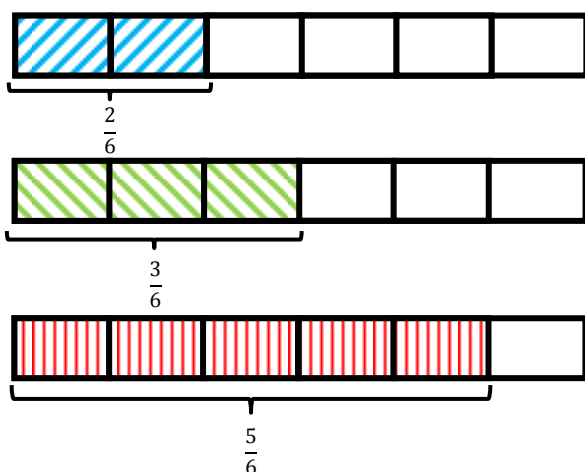
Por último añadimos ésta descomposición ideal a la descomposición en factores primos del numerador (3443) y utilizamos el once, que es el máximo común divisor entre ellos, para realizar la simplificación correspondiente y calcular la fracción irreducible.

#### Momento 2: desarrollo de adición y sustracción de fracciones

Para desarrollar este tema llevamos un afiche (ver Imagen 16) en el que inicialmente se encontraban tres enteros idénticos divididos en seis partes iguales cada uno. En el primer entero estaba representada la fracción  $\frac{2}{6}$ , en el segundo entero estaba representada la fracción  $\frac{3}{6}$  y en el último no había ninguna fracción representada, pues en él se ilustraría el resultado de la adición de las dos fracciones anteriores.

Para dar comienzo al tema preguntamos a los alumnos qué fracción está representada en cada uno de los dos primeros enteros y colocamos la correspondiente en ambos. Seguido a esto recordamos que la suma involucra un proceso, como lo dice el título, de *adición* es decir se añade o pega. Entonces les preguntamos: ¿Cómo podemos hacer para adicionar éstas fracciones? Y dirigiéndonos a la representación gráfica, con la idea de adicionarlas, añadimos una fracción seguida de la otra en el tercer entero; aclarando que eso se puede hacer porque ambas fracciones tienen el mismo denominador.

Luego contamos las partes que quedaron pintadas en el tercer entero e identificamos la fracción representada en él, concluyendo que  $\frac{5}{6}$  es la suma de las dos fracciones.



#### ADICIÓN DE FRACCIONES

$$\frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{5}{6}$$

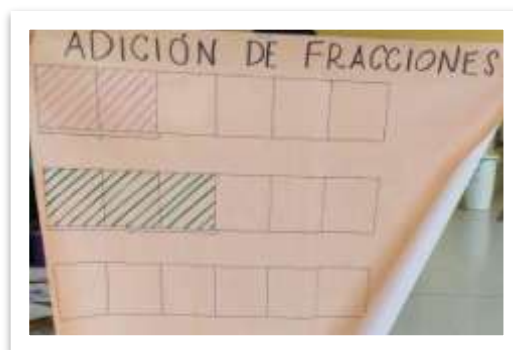
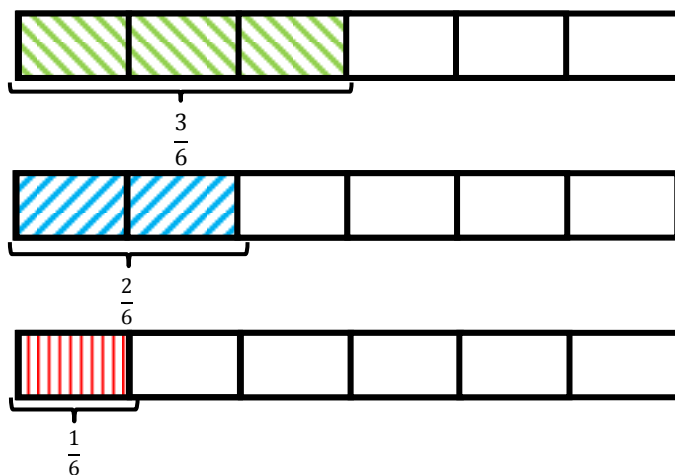


Imagen 16 - Afiche

Para explicar el proceso de sustracción procedimos de manera similar utilizando un afiche (ver Imagen 17) en el que había dos fracciones con igual denominador representadas, y un entero para ilustrar en él la resta de las fracciones.

Recordamos a los estudiantes que la resta involucra un proceso, como lo dice el título, de *sustracción*, es decir de quitar. Por lo tanto si queremos sustraer dos fracciones podemos quitar, en el gráfico donde está representada la fracción  $\frac{3}{6}$ , las partes que corresponden a la fracción  $\frac{2}{6}$ . En ese momento quitamos tales partes, pues estas dos eran de cartulina y estaban pegadas con cinta sobre la primera fracción, y pintamos en el último entero el resultado de la sustracción.



SUSTRACIÓN DE FRACCIONES

$$\frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$$



Imagen 17 - Afiche

Finalmente concluimos de manera oral lo siguiente:

*La suma o resta de dos fracciones con igual denominador es una nueva fracción de modo tal que cuyo numerador es igual a  $a \pm c$  y el denominador es  $b$ :*

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b}$$

Y escribimos en la pizarra las dos reglas involucradas en las operaciones, para que los estudiantes generalicen los ejemplos realizados antes:

- $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$
- $\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$

Siguiendo con la explicación ampliamos los procedimientos a fracciones con distinto denominador distinguiendo esto de lo ejemplificado anteriormente.



Para esto resolvimos en la pizarra la siguiente adición:

$$\frac{5}{4} + \frac{6}{2} =$$

Y resaltamos que: dado que los denominadores son distintos podemos amplificar o simplificar las fracciones de modo tal que las obtenidas tengan el mismo denominador, y así podremos, ya que son equivalentes a las primeras, hacer la adición de las mismas como ya se vio en la explicación anterior. Entonces señalando las fracciones que estaban en la pizarra preguntamos: ¿Nos conviene amplificarlas o simplificarlas? Y como  $\frac{5}{4}$  no se puede simplificar a una fracción con denominador dos, amplificamos la fracción  $\frac{6}{2}$  a una fracción con denominador cuatro y de esa forma obtuvimos la siguiente adición de fracciones con igual denominador:

$$\frac{5}{4} + \frac{6}{2} = \frac{5}{4} + \frac{12}{4} = \frac{17}{4}$$

Además como no siempre es conveniente hacer el mismo procedimiento presentamos dos reglas prácticas para buscar el común denominador entre dos o más fracciones dadas:

- En el caso de que sea conveniente amplificar las fracciones, se recomienda utilizar el mínimo común múltiplo de los denominadores como denominador común.
- En el caso de que sea conveniente simplificar las fracciones, se recomienda tener en cuenta los criterios de divisibilidad.

Luego realizamos en la pizarra, considerando el aporte de los alumnos, las siguientes adiciones y sustracciones de fracciones que involucran en su procedimiento diferentes amplificaciones o simplificaciones. En la división A presentamos inicialmente los tres primeros ejercicios, tal como indicaba el guion conjetural, y el cuarto lo agregamos después para evidenciar que no siempre podemos simplificar las fracciones involucradas en la operación como en el tercer ejercicio. Por lo tanto en la propuesta para la división C presentamos solo los últimos tres ejercicios para que los alumnos reconozcan de manera implícita las diferencias y además porque el primero se resuelve de manera similar al ejemplo presentado para explicar la adición de fracciones con distinto denominador.

$$1) \frac{3}{2} + \frac{4}{6} = \frac{9}{6} + \frac{4}{6} = \frac{13}{6}$$

$$2) \frac{3}{4} - \frac{4}{7} = \frac{21}{28} - \frac{16}{28} = \frac{5}{28}$$

$$3) \frac{7}{8} - \frac{16}{32} = \frac{7}{8} - \frac{4}{8} = \frac{3}{8}$$

$$4) \frac{7}{8} - \frac{11}{32} = \frac{28}{32} - \frac{11}{32} = \frac{17}{32}$$

Respecto a las resoluciones de los ejercicios en el primer y segundo utilizamos el mínimo común múltiplo como denominador común para realizar la sustracción.

En el tercero, debido a que treinta y dos y dieciséis son divisibles por cuatro y que treinta y dos dividido cuatro es ocho, simplificamos la segunda fracción y obtuvimos una fracción equivalente cuyo denominador es ocho como la primera.

Y finalmente vimos que no siempre puedo simplificar como en el segundo ejercicio, porque tengo que controlar que en el numerador también se pueda realizar la división correspondiente.

### Momento 3: *devolución del primer trabajo práctico*

En este momento entregamos los trabajos a los alumnos y resaltamos la importancia y utilidad del cuaderno completo a conciencia. En el momento de la corrección de los trabajos notamos que a pesar de que algunos alumnos tenían el cuaderno completo no habían logrado realizar bien las actividades propuestas; creemos que esto se puede deber a que en las clases no resolvieron las actividades, sino que las copiaron de sus compañeros para completar el cuaderno.

Además indicamos que hubo muchos errores en la representación de fracciones en la recta numérica, llevamos un afiche con la recta correspondiente (ver Imagen 18) para ubicar en ella las fracciones que pedía el enunciado y explicamos con más rigurosidad cómo hacerlo con las que tenían denominador cinco, ya que estas no fueron ubicadas por la mayoría de los alumnos (en la sección 2.4.2 se encuentran las actividades del trabajo práctico).

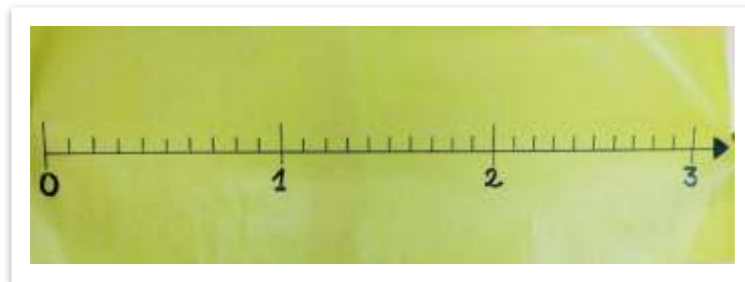


Imagen 18 - Afiche

### Momento 4: *resolución de actividades de adición y sustracción de fracciones*

En este momento entregamos a los alumnos la fotocopia con las actividades relacionadas al tema desarrollado en esta clase. Pedimos que las resuelvan de tarea dado que el primer ejercicio involucra un proceso similar a los ejemplos trabajados en clase y que resuelvan las situaciones problemáticas para poder discutirlos en la clase siguiente.

#### Actividades:

- 1) Calcular las siguientes adiciones y sustracciones y simplificar el resultado a su fracción irreducible:

$$a) \frac{2}{6} + \frac{1}{4} + \frac{4}{10} =$$

$$b) \frac{60}{36} - \frac{6}{12} =$$

$$c) \frac{1}{3} + \frac{2}{5} =$$

- 2) Andrés pintó  $\frac{4}{9}$  de una pared durante la mañana, y a la tarde,  $\frac{3}{7}$  de la misma. ¿Qué fracción quedó pintada al final del día?
- 3) Ignacio se comió  $\frac{1}{4}$  de tarta y su hermana  $\frac{1}{3}$ . ¿Qué fracción de tarta en total comieron entre los dos? ¿Y qué parte de la tarta sobró?
- 4) Un barco recorre 3 puertos en una semana, descarga  $\frac{1}{5}$  de su contenido en el primer puerto en el que desembarca y  $\frac{1}{4}$  de su contenido en el segundo puerto. ¿Cuánto contenido le queda descargar en el último puerto?

Por último anunciamos el próximo trabajo práctico que sería tomado en la séptima clase, informando a los alumnos sobre los temas que el mismo involucraba (*amplificación y simplificación de fracciones, adición y sustracción de fracciones, situaciones problemáticas de adición y sustracción de fracciones*).

### 2.3.6. Sexta clase

#### Objetivos de la clase

Para el docente:

- Controlar las actividades de adición y sustracción para concluir con los conceptos trabajados la clase anterior.
- Plantear visualmente la multiplicación de fracciones a través de un afiche.
- Mostrar que la matemática brinda algoritmos para realizar los cálculos y resolver multiplicaciones y divisiones de fracciones.
- Resolver las divisiones utilizando el inverso multiplicativo y la multiplicación para aplicar lo aprendido y así otorgarle mayor sentido.

Para los alumnos:

Esperamos que:

- Controlen sus resoluciones para aprender de los errores y que utilicen las instancias de corrección y repaso para afianzar conceptos previos.
- Utilicen el afiche como medio para involucrarse en la explicación y que vean en él el sentido de la multiplicación.
- Resuelvan las actividades del tipo paradigma del ejercicio y adquieran confianza y destreza en el cálculo de las operaciones.

#### Recursos para la clase

- Afiche que se utilizará como herramienta para desarrollar el contenido de la clase.
- Fotocopia con actividades y el contenido teórico desarrollado en la clase.

### Descripción general de la propuesta

Durante la sexta clase, para la cual disponíamos de ciento diez minutos, se desarrollaron tres momentos estructurales: *corrección de actividades de adición y sustracción de fracciones*, *desarrollo del tema multiplicación y división de fracciones* y por último *resolución de actividades de multiplicación y división de fracciones*.

#### Momento 1: *corrección de actividades de adición y sustracción de fracciones*

En la división A este momento no solo lo utilizamos para la corrección de las actividades, sino también para realizar un repaso general en la pizarra de los procedimientos para adicionar y sustraer fracciones, mediante diferentes ejemplos.

En ambas divisiones la corrección de las actividades se efectuó a través de la metodología usual descrita en la sección 2.2.3. En particular para la corrección de las situaciones problemáticas pedimos a los alumnos que en sus resoluciones escritas en la pizarra, detallaran los datos del problema y respondieran a la pregunta correspondiente de manera coloquial.

#### Momento 2: *desarrollo del tema multiplicación y división de fracciones*

Dimos comienzo al tema haciendo preguntas a los alumnos, para poder escribir de manera simbólica las situaciones que involucran una multiplicación. Las preguntas fueron:

- ¿Cómo escribo matemáticamente lo siguiente: 4 monedas de \$2?
- ¿Qué cálculo realizaba para resolver el siguiente problema? Si tengo 4 cajas de 2 botines cada una, ¿cuántos botines tengo en total?
- Si tengo cuatro botellas de medio litro ¿Cómo puedo calcular cuántos litros tengo en total?

En todos los casos escribimos en la pizarra el pasaje de lenguaje coloquial a lenguaje simbólico reemplazando el conector 'de' por el símbolo del producto:

- Cuatro monedas de dos pesos cada una, se escribe simbólicamente como  $4 \cdot 2$
- Cuatro cajas de dos botines cada una, se escribe simbólicamente como  $4 \cdot 2$
- Cuatro botellas de medio litro, se escribe simbólicamente como  $4 \cdot \frac{1}{2}$

Para aproximarnos al significado de multiplicar dos fracciones, presentamos una situación en la que el orden de los factores era primero una fracción y luego un número natural. Preguntamos ¿cómo escribir matemáticamente un medio de seis chocolates iguales? Con esto conducimos a los alumnos a pensar en qué es un medio de seis chocolates, para poder utilizar un modo similar a este a la hora de resolver la multiplicación entre dos fracciones.

Una vez planteado todo lo anterior les pedimos que escriban matemáticamente un medio de tres cuartos y obtuvimos como resultado la siguiente multiplicación:  $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$ . Destacando que en ésta situación también podemos pensar en la mitad de tres cuartos para

resolver la multiplicación por lo tanto, para contribuir a la idea visual de este procedimiento y dar el resultado de la misma, utilizamos un afiche como el que se ve en la Imagen 19:

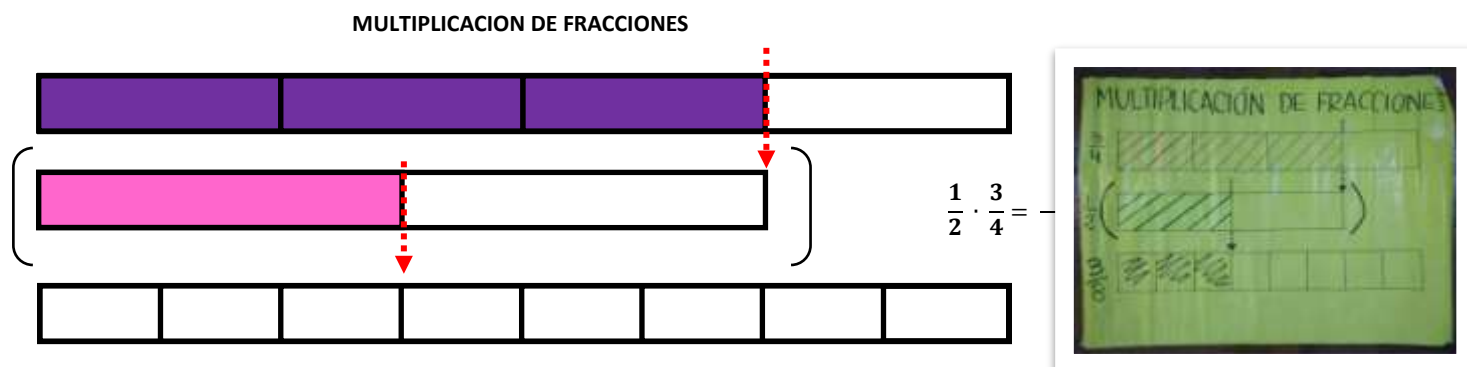


Imagen 19 - Afiche

Inicialmente tenía un entero dividido en cuatro partes iguales y pintadas tres de ellas (lo que corresponde a la fracción  $\frac{3}{4}$ ), debajo de ese había un entero que representaba el nuevo entero a dividir, es decir un gráfico equivalente a las tres cuartas partes tomadas. Y debajo del mismo había un entero partido en ocho partes iguales en el cuál representaríamos la fracción  $\frac{3}{8}$  que es el resultado de la multiplicación.

A través de éste afiche, describimos rápidamente que un medio de tres cuartos es partir el  $\frac{3}{4}$  en dos partes iguales y tomar una de ellas, teniendo en cuenta el significado del numerador y denominador de la fracción  $\frac{1}{2}$ .

Paralelamente al desarrollo de la explicación escribimos en la pizarra la igualdad correspondiente a la multiplicación:  $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$  y preguntamos a los estudiantes qué regularidad/particularidad encontraban entre los factores y el resultado, así pusimos en evidencia que: si multiplico numerador con numerador y denominador con denominador de las fracciones dadas obtenemos la fracción que corresponde al resultado de la multiplicación entre ellas.

Hicimos énfasis en que obtener el resultado a través del cálculo resulta más ágil y práctico que hacer el procedimiento gráfico que realizamos con el afiche. Entonces vimos cómo la matemática nos brinda herramientas que nos ayudan a optimizar procedimientos para realizar cálculos. Finalmente escribimos la regularidad encontrada:  $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$

Seguido a esto aclaramos que a los números naturales también se los puede representar como fracciones cuyo numerador es el mismo número natural dado y cuyo denominador corresponde al número natural uno. Por lo tanto, todas las veces que sea necesario, podíamos considerar y escribir a cualquier número natural como una fracción acorde a lo convenido y esta convención fue de especial utilidad en la operación con

fracciones. Tomamos algunos números naturales para ejemplificar en la pizarra su representación fraccionaria y reescribimos las multiplicaciones planteadas con números naturales al inicio de la clase para resolverlas utilizando la regla de multiplicación de fracciones.

$$4 \cdot \frac{1}{2} = \frac{4}{1} \cdot \frac{1}{2} = \frac{4}{2} = \frac{2}{1} = 2 \qquad \frac{1}{2} \cdot 6 = \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{1} = \frac{6}{2} = \frac{3}{1} = 3$$

Luego vimos un ejemplo para introducir el concepto de inverso multiplicativo, que sería utilizado para dividir fracciones, y dejamos el resultado expresado en su fracción irreducible:

$$\frac{5}{6} \cdot \frac{6}{5} = \frac{30}{30} = \frac{1}{1} = 1$$

Posteriormente enunciamos que:

*El inverso multiplicativo de una fracción  $\frac{a}{b}$  es la fracción  $\frac{b}{a}$  que cumple:  $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$*

Para ayudar a que los conceptos presentados hasta el momento se comprendan mejor, preguntamos a los alumnos cuál es el inverso multiplicativo del número natural cuatro recordando constantemente las definiciones trabajadas.

Después de este desarrollo presentamos la regla para dividir dos fracciones dadas, en la cual utilizamos el concepto de inverso multiplicativo y la regla para multiplicar dos fracciones.

*Dividir una fracción  $\frac{a}{b}$  por otra  $\frac{c}{d}$  es igual a multiplicar  $\frac{a}{b}$  por el inverso multiplicativo de  $\frac{c}{d}$ .*

Simbólicamente esto es:  $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$

Y detallamos en la pizarra sobre esa notación lo siguiente:

$$\begin{array}{c} \text{Dividendo} \swarrow \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} \\ \downarrow \text{Divisor} \qquad \searrow \text{Inverso} \\ \qquad \qquad \qquad \text{multiplicativo del} \\ \qquad \qquad \qquad \text{divisor} \end{array}$$

Finalmente para aplicar el procedimiento utilizamos un ejemplo y lo resolvimos en la pizarra con el aporte de los alumnos:  $\frac{2}{7} : \frac{1}{3} = \frac{2}{7} \cdot \frac{3}{1} = \frac{6}{7}$

Momento 3: *resolución de actividades de multiplicación y división de fracciones.*

En este momento entregamos a los alumnos las fotocopias con las actividades correspondientes a los temas desarrollados en la clase y utilizaron el tiempo restante para resolverlas.

### Actividad de multiplicación de fracciones

1) Resolver las siguientes multiplicaciones y simplificar los resultados a su fracción irreducible:

a.  $10 \cdot \frac{2}{15}$

b.  $\frac{6}{8} \cdot 7$

c.  $\frac{250}{50} \cdot \frac{1}{5}$

d.  $\frac{9}{11} \cdot \frac{3}{9}$

### Actividad de división de fracciones

1) Indicar en cada ítem si la solución dada es verdadera o falsa. Justificar en cada caso su respuesta y dejar expresados los cálculos correspondientes.

a.  $\frac{2}{5} : \frac{1}{10} = \frac{20}{15}$

b.  $\frac{25}{5} : 5 = \frac{1}{5}$

c.  $\frac{18}{6} : \frac{30}{10} = 1$

d.  $\frac{5}{4} : \frac{1}{8} = \frac{5}{32}$

#### 2.3.7. Séptima clase

##### Objetivos de la clase

Para el docente:

- Evaluar los conocimientos desarrollados hasta el momento a través de un trabajo práctico priorizando la comprensión de los alumnos.
- Realizar un repaso de los contenidos desarrollados la clase anterior y corregir las actividades correspondientes a multiplicación y división de fracciones.

Para los alumnos:

Esperamos que los estudiantes:

- Puedan resolver las actividades planteadas en el trabajo práctico haciendo uso de los cuadernos.
- Noten el valor que tiene su cuaderno y la responsabilidad que les pertenece de completarlo para la resolución del trabajo práctico.
- Revisen sus resoluciones de las actividades de multiplicación y división de fracciones con la corrección general en la pizarra.

### Recursos para la clase

- Fotocopias con las actividades del trabajo práctico.

#### Descripción general de la propuesta

Durante la séptima clase, para la cual disponíamos de setenta minutos, se desarrollaron dos momentos estructurales: *resolución del segundo trabajo práctico*, y *repaso de multiplicación y división de fracciones con la corrección de sus actividades*.

#### Momento 1: *resolución del segundo trabajo práctico*

Utilizamos los primeros cuarenta minutos de la clase para que los alumnos realicen el segundo trabajo práctico individual, en el cual se evaluaron los temas: *amplificación y simplificación de fracciones, fracción irreducible, adición y sustracción de fracciones y situaciones problemáticas de adición y sustracción de fracciones*. El mismo se entregó en fotocopias individuales y para su resolución los estudiantes tenían a disposición su cuaderno de matemática sobre el que venían trabajando en las clases previas. Las actividades y los criterios de corrección y evaluación correspondientes se detallan en la sección 2.4.2.

#### Momento 2: *repaso de multiplicación y división de fracciones con la corrección de sus actividades*

En ambas divisiones realizamos un breve repaso de multiplicación y división de fracciones en la pizarra utilizando diferentes ejemplos.

Primero recordamos la regla para multiplicar fracciones y resolvimos una multiplicación con el aporte oral de los alumnos:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$
$$\frac{5}{2} \cdot \frac{6}{7} = \frac{5 \cdot 6}{2 \cdot 7} = \frac{30}{14} = \frac{15}{7}$$

Seguido a esto mencionamos la definición de inverso multiplicativo y realizamos dos preguntas para que al responderlas los alumnos logren esclarecer el concepto:

- ¿Qué fracción es el inverso multiplicativo de la fracción  $\frac{2}{9}$ ?
- ¿Qué fracción es el inverso multiplicativo del número natural 5?

Finalmente reescribimos la regla para dividir dos fracciones en la que utilizábamos los conceptos de multiplicación de fracciones e inverso multiplicativo:  $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$

Y desarrollamos un ejemplo para recordar el procedimiento:

$$\frac{10}{3} : \frac{8}{5} = \frac{10}{3} \cdot \frac{5}{8} = \frac{10 \cdot 5}{3 \cdot 8} = \frac{50}{24} = \frac{25}{12}$$



Luego de esto corregimos las actividades de multiplicación y división de fracciones que fueron entregadas la clase anterior y que los alumnos habían comenzado a resolver. También realizamos el aviso de la evaluación integradora que sería tomada en la novena clase.

### 2.3.8. Octava clase

#### Objetivos de la clase

Para el docente:

- Unir a través de un repaso general con ejercicios y ejemplos los temas de la Unidad n°5: fracciones.
- Brindar una herramienta de estudio que se construirá en conjunto con los alumnos a lo largo de la clase.
- Realizar las actividades del repaso que fueron seleccionadas teniendo en cuenta los errores o confusiones generales de los alumnos en los trabajos prácticos para aclarar dudas y destacar que una evaluación es una instancia de aprendizaje muy importante.
- Plantear situaciones problemáticas para reconocer a la multiplicación de fracciones como el cálculo que las resuelve.

Para los alumnos:

Esperamos que los estudiantes:

- Pregunten sobre los conceptos que aún no comprenden.
- Propongan resoluciones a las actividades planteadas según lo aprendido.
- Consoliden los conceptos trabajados a través de nuevos ejemplos y ejercicios.
- Acompañen a través de sus aportes el desarrollo de la clase.
- Revisen las correcciones que se hicieron sobre sus trabajos prácticos para que puedan corregir sus errores.

#### Recursos para la clase

- Fotocopias con las actividades de repaso.
- Afiche con la recta numérica dibujada como el de la actividad n°2 de la fotocopia de repaso.

#### Descripción general de la propuesta

Para el desarrollo de la octava clase disponíamos de ciento diez minutos. La misma estuvo dividida en dos momentos estructurales: *resolución de actividades de repaso y devolución del segundo trabajo práctico.*

Momento 1: *resolución de actividades de repaso*

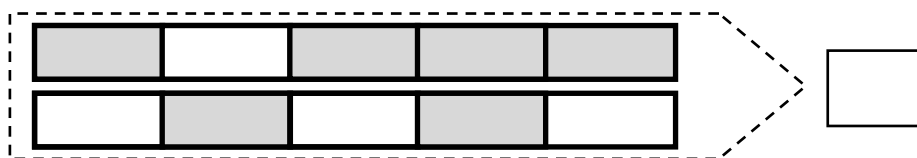
El desarrollo de esta clase consistió en realizar un repaso general de todos los temas dados durante nuestras prácticas, dado que la clase siguiente sería la evaluación integradora. Para ello entregamos una hoja de actividades y realizamos los mismos en la pizarra con el aporte oral de los alumnos respondiendo a sus preguntas, pero debido al tiempo no se dio lugar a que ellos pasen al frente a resolver las actividades.

En cada ejercicio repasamos la regla práctica involucrada y escribimos las justificaciones o respuestas correspondientes a cada uno. En todas las actividades mantuvimos las explicaciones, los procedimientos y las formas implementadas en el desarrollo de cada tema, rescatando y retomando todas las posibles resoluciones que fueron surgiendo en los alumnos a lo largo de cada clase. Para más detalle de cómo trabajamos el desarrollo de los contenidos utilizados en este repaso, revisar las secciones del apartado 2.3.

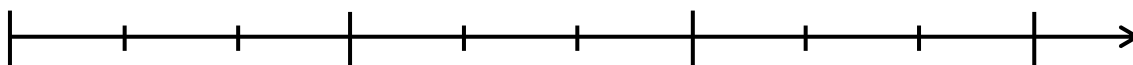
La actividad nº8 consiste en resolver dos situaciones problemáticas de multiplicación. Hasta esta clase no se habían enunciado formalmente actividades de este tipo, por lo que en este momento destinamos unos minutos para que los alumnos las piensen y luego procedimos a resolverlas con el aporte de todos en la pizarra. Sin embargo, los estudiantes tenían una aproximación a estas problemáticas ya que en la introducción del tema realizamos planteos similares.

**Actividades**

1. Determinar la fracción que se encuentra representada en la siguiente figura:

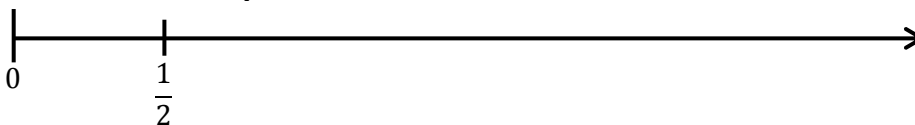


2. Ubicar en la recta numérica las siguientes fracciones:  $\frac{4}{9}, \frac{8}{3}, \frac{12}{9}, \frac{4}{3}, \frac{27}{9}, \frac{9}{3}$



3. Decir cuáles de las fracciones del ejercicio anterior son equivalentes entre sí y justificar su respuesta.

4. Ubicar la fracción  $\frac{5}{4}$  en la siguiente recta numérica:



5. Completar las celdas amplificando o simplificando de manera tal que las fracciones obtenidas sean equivalentes entre ellas:

$$\frac{1}{\square} = \frac{\square}{6} = \frac{6}{12} = \frac{66}{\square}$$

6. Calcular la fracción irreducible de la fracción  $\frac{32}{12}$  y justificar el resultado utilizando la definición.

Resolución 1	Resolución 2

7. Resolver las siguientes situaciones problemáticas:
- Llegó el calor y Agustín quiere invitar a sus amigos a pasar el domingo en su pileta. Para eso el sábado a la mañana llenó  $\frac{3}{10}$  de la pileta, y por la tarde llenó  $\frac{5}{10}$  de la misma. ¿Qué fracción de la pileta le falta llenar?
  - La profesora de biología dio como tarea ver un documental sobre el tema que trabajaron en la clase. Federico ese mismo día reprodujo  $\frac{2}{7}$  del video y al día siguiente  $\frac{1}{3}$  del mismo. ¿Qué fracción del video reprodujo en total?
8. Resolver las siguientes situaciones problemáticas:
- José dejó  $\frac{3}{5}$  de la pared para pintar con colores cálidos. Si pintará de color marrón  $\frac{2}{3}$  de lo destinado a los colores cálidos. ¿Qué parte de la pared será de color marrón?
  - En el cumpleaños de Ariel se repartieron pizzas sobre la mesa y cada pizza se cortó en doce porciones ¿qué fracción de la pizza representa cada porción? Al finalizar la fiesta los invitados habían comido cincuenta y dos porciones de pizza ¿cuántas pizzas completas comieron los invitados?
9. Dar el inverso multiplicativo de la fracción  $\frac{1}{13}$  y verificar que cumple la definición.
10. Calcular la siguiente división de fracciones:  $\frac{2}{26} : \frac{1}{13} =$

### Momento 2: devolución del segundo trabajo práctico

Para cerrar la clase devolvimos el segundo trabajo práctico a los alumnos que fue realizado la clase anterior, explicamos que las correcciones correspondientes estaban hechas sobre los mismos y los ejercicios que tratamos en el momento del repaso fueron similares a los del trabajo práctico para que preguntaran sobre ellos las dudas.

### **2.3.9. Novena clase**

#### Objetivos de la clase

Para el docente:

- Evaluar los conocimientos correspondientes a la Unidad N°5: *Fracciones* desarrollados durante todo nuestro período de prácticas a través de una evaluación integradora.
- Obtener un documento que registre los aprendizajes alcanzados teniendo en cuenta que los alumnos en esta instancia no podrán hacer uso de sus cuadernos.

Para los alumnos:

Esperamos que los estudiantes:

- Puedan resolver las actividades planteadas en la evaluación integradora y noten en las mismas la importancia de haber realizado las actividades en clase y los trabajos prácticos, ya que guardan cierta similitud en los enunciados o en los procedimientos de resolución.
- Expresen sus respuestas y justificaciones de manera clara y ordenada evidenciando en ellas seguridad y confianza del aprendizaje logrado.

#### Recursos para la clase

- Fotocopia con las actividades de la evaluación integradora.

#### Descripción general de la propuesta

En la novena clase utilizamos los setenta minutos disponibles para la resolución de la evaluación integradora individual. En esta ocasión los alumnos no podían hacer uso de sus cuadernos y mientras la resolvían solo podían consultarnos sobre dudas de enunciados. Las actividades que se evaluaron en esta instancia y los criterios de evaluación y corrección se detallan en la sección 2.4.3.

### **2.3.10. Décima clase**

#### Objetivos de la clase

Para el docente:

- Obtener una apreciación de los alumnos con respecto a nuestro desempeño y aportes que nos orienten para trabajos futuros.
- Entregar las evaluaciones integradoras corregidas a los alumnos.
- Cerrar nuestro período de prácticas.

Para los alumnos:

Esperamos que los estudiantes:

- Realicen una narración escrita informal que describa sus apreciaciones sobre el período transcurrido.
- Revisen sus evaluaciones integradoras con las correcciones para que aprendan de los errores y afirmen sus resoluciones correctas.

#### Descripción general de la propuesta

Para la décima clase contábamos con cuarenta minutos durante los cuales llevamos a cabo una actividad de cierre y la entrega de las evaluaciones integradoras corregidas.

Para la actividad de cierre los alumnos tenían que escribir una narrativa informal, que podía ser anónima, contando su experiencia en el período de prácticas y los aspectos que consideraban relevantes comunicarnos. Para guiarlos, en el caso de que no supieran qué o cómo escribir, propusimos unas preguntas opcionales en la pizarra:

- ¿Qué dificultades encontraron en los contenidos tratados durante las clases?
- ¿Cómo se sintieron en el desarrollo de las clases y con las actividades propuestas?
- ¿Qué consejos como alumnos podrían aportar para el futuro trabajo de las docentes Lucía y Paulina?

Y luego de recibir todas las narrativas entregamos un presente a cada alumno, a la docente, a los preceptores y a la vicedirectora en agradecimiento a su participación y colaboración durante nuestro período de prácticas profesionales.

## 2.4. Instrumentos de evaluación

### 2.4.1. Control de cuadernos

Para cumplir con el objetivo de evaluación continua propusimos realizar un control de los cuadernos de matemática. El mismo consistía en cada clase completar una cuadrícula como la que se ve abajo, con signos '+ y -' la cual se entregó a cada alumno el primer día de nuestras prácticas para que adjunte en su cuaderno.

Registro del trabajo en el cuaderno de Matemática			
Clase 1	Clase 2	Clase 3	Clase 4
Clase 5	Clase 6	Clase 7	Clase 8

Debido a que completar los cuadernos era una actividad de carácter obligatorio los signos se contabilizaron para la nota de cada trabajo práctico, teniendo en cuenta si lo que se

dictaba o se copiaba en la pizarra estaba escrito en el cuaderno, si las actividades estaban resueltas y la participación y compromiso del estudiante en el desarrollo de la clase. En general al control lo realizaba el par pedagógico que no estaba a cargo del curso en el que se efectuaba.

Luego de haber transcurrido el período de prácticas podemos decir que esta propuesta fue efectiva y productiva. Los resultados se reflejaron en la actitud de los alumnos y en el compromiso, puesto que completar el cuaderno se volvió para ellos una actividad de valor a la hora de estudiar y resolver los trabajos presentados. Notamos en la mayoría de los estudiantes una apropiación de esta metodología que les servirá en la continuidad del ciclo lectivo.

#### **2.4.2. Trabajos prácticos**

Recordamos que la resolución de ambos trabajos prácticos era individual y los alumnos podían utilizar sus respectivos cuadernos para consultar en ellos las clases previas con sus actividades y definiciones.

Los criterios de evaluación y corrección que tuvimos en cuenta en la resolución de los dos trabajos prácticos fueron los siguientes:

- Se tendrá en cuenta cada parte de los incisos por separado, priorizando la atención en el desarrollo de la resolución y en el proceso de resolución.
- Si los incisos dependen unos de otros se considerará el procedimiento en cada inciso, para evitar que el arrastre de errores condicione toda la actividad.
- Se intentará determinar/leer cada error en particular y analizar el porqué de la resolución y dónde reside la confusión (sea teórica, sea un descuido, sea una distracción o por nerviosismo/tensión del alumno, entre otras).
- Los signos + y – de las cuadrículas de control de cuadernos influirán en la nota contabilizando en cada alumno particularmente cuántos signos positivos y negativos tiene hasta el día que se efectúa el trabajo. Para la corrección de cada trabajo práctico se habrán contabilizado tres clases por lo que los signos + tendrán un valor de 0,66 puntos cada uno sobre el total del puntaje (10 puntos).
- Se considerará la ausencia de los alumnos a clases e inclusive a un trabajo práctico de forma particular, para brindar a todos los estudiantes las mismas oportunidades de resolución, corrección y evaluación de las actividades.

Los contenidos a desarrollar en cada inciso del **primer trabajo práctico** y sus respectivos puntajes fueron:

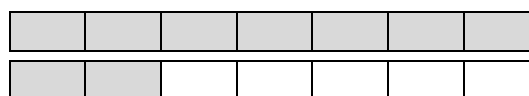
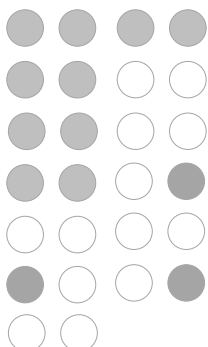
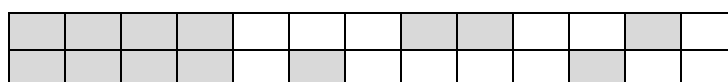
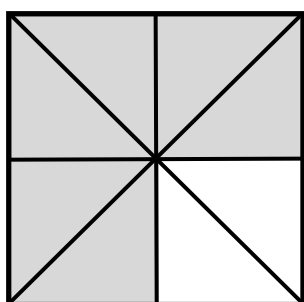
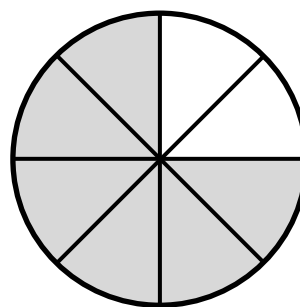
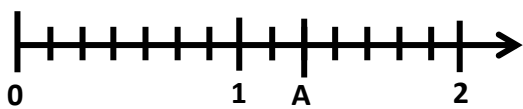
- En la *Actividad 1)* esperamos que los alumnos den cuenta de las distintas representaciones gráficas de una misma fracción y que reconozcan a qué fracción de la unidad corresponde tal representación. (PUNTAJE: 1,5 puntos sobre 10 puntos)
- En la *Actividad 2)a.* esperamos que los alumnos identifiquen las particiones de la unidad, en especial la partición en quintos que involucra: reconocer la equivalencia entre  $\frac{1}{5}$  y  $\frac{2}{10}$ ; y que demuestren haber comprendido la ubicación de las fracciones en la recta numérica. (PUNTAJE: 1,25 puntos sobre 10 puntos)

- En la *Actividad 2)b.* esperamos tres tipos de justificaciones: *porque las fracciones equivalentes caen en el mismo punto de la recta numérica, porque cumplen la definición de fracciones equivalentes ( $a.d = b.c$ ) o porque representan la misma parte de la unidad dada.* (PUNTAJE: 1,5 puntos sobre 10 puntos)
- En la *Actividad 3)* esperamos que los estudiantes den cuenta del manejo del cálculo que involucra la definición de fracciones equivalentes, determinando qué implica cumplir o no con la igualdad de los productos. (PUNTAJE: 1,5 puntos sobre 10 puntos considerando para cada par de fracciones 0,75 puntos sobre 10).
- En la *Actividad 4)* esperamos que los alumnos demuestren la significancia del numerador y denominador de una fracción en una unidad dada. (PUNTAJE: 2,25 puntos sobre 10 considerando 1 punto sobre 10 para el inciso a. y 1,25 puntos sobre 10 para el inciso b.)

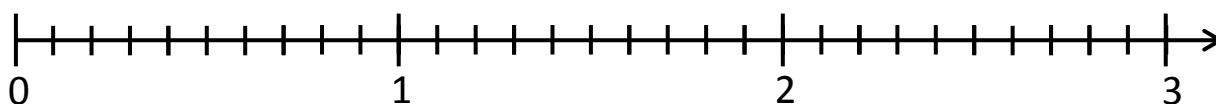
### TRABAJO PRÁCTICO Nº 1 de Matemática

#### Fracciones – Fracciones equivalentes – Representación de fracciones en la recta numérica

- 1) Unir con flechas las figuras que representan la misma fracción. Escribir en todos los casos de qué fracciones se trata.



2) a. Ubicar en la recta numérica las siguientes fracciones:  $\frac{12}{5}, \frac{9}{5}, \frac{18}{10}, \frac{7}{10}, \frac{24}{10}$



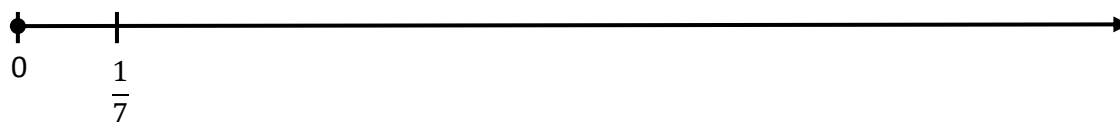
b. Decir cuáles de las fracciones anteriores son equivalentes entre sí y justificar su respuesta.

3) Determinar si los siguientes pares de fracciones son fracciones equivalentes utilizando la definición.

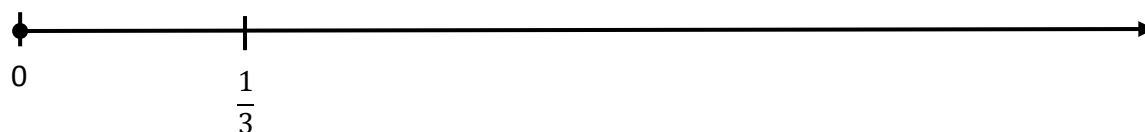
$$\frac{4}{3} \text{ y } \frac{8}{6}$$

$$\frac{7}{9} \text{ y } \frac{9}{7}$$

4) a. Ubicar el número 1 en la siguiente recta numérica



b. Ubicar la fracción  $\frac{6}{9}$  en la siguiente recta numérica



Los contenidos a desarrollar en cada inciso del **segundo trabajo práctico** y sus respectivos puntajes fueron:

- En la *Actividad 1.a)* y *1.b)* esperamos que los alumnos logren identificar los factores o divisores por los cuales hay que amplificar o simplificar las fracciones para obtener la fracción equivalente utilizando o no la regla práctica que les propusimos en las clases teóricas. (PUNTAJE: 2 puntos sobre 10 puntos)
- En la *Actividad 2)* esperamos que los estudiantes utilicen la definición de fracción irreducible para reconocer cuándo una fracción solo se puede simplificar utilizando el divisor 1 y cuándo hay más divisores comunes entre numerador y denominador. (PUNTAJE: 2,25 puntos sobre 10 puntos)
- En la *Actividad 3.a)* y *3.b)* esperamos que los alumnos realicen los cálculos, lo que determinará si los estudiantes reconocen cómo utilizar la simbología y las fórmulas introducidas en las clases teóricas. Y que puedan expresar el resultado del cálculo en su fracción irreducible lo que supondrá si reconocen los divisores que simplifican las fracciones a su mínima expresión. (PUNTAJE: 1,25 puntos sobre 10 puntos)
- En la *Actividad 4.a)* y *4.b)* esperamos que los alumnos logren extraer los datos de la situación problemática y que reconozcan el cálculo que la resuelve logrando expresar



la respuesta a la pregunta de manera coloquial. (PUNTAJE: 2,5 puntos sobre 10 puntos).

**TRABAJO PRÁCTICO Nº 2 de Matemática**

**Fracciones – Amplificación y simplificación de fracciones – Fracción irreducible – Adición y sustracción de fracciones**

***Dejar los cálculos correspondientes a cada ítem expresados en la hoja de resolución.***

1. Completar las celdas amplificando o simplificando de manera tal que las fracciones obtenidas sean equivalentes entre ellas.

a.  $\frac{\square}{6} = \frac{8}{12} = \frac{\square}{36} = \frac{48}{\square}$       b.  $\frac{7}{\square} = \frac{\square}{33} = \frac{42}{66} = \frac{\square}{660}$

2. Calcular la fracción irreducible que corresponde a cada una de las siguientes fracciones:

a)  $\frac{16}{6}$

b)  $\frac{11}{33}$

c)  $\frac{21}{15}$

3. Resolver las siguientes operaciones y simplificar el resultado a su fracción irreducible:

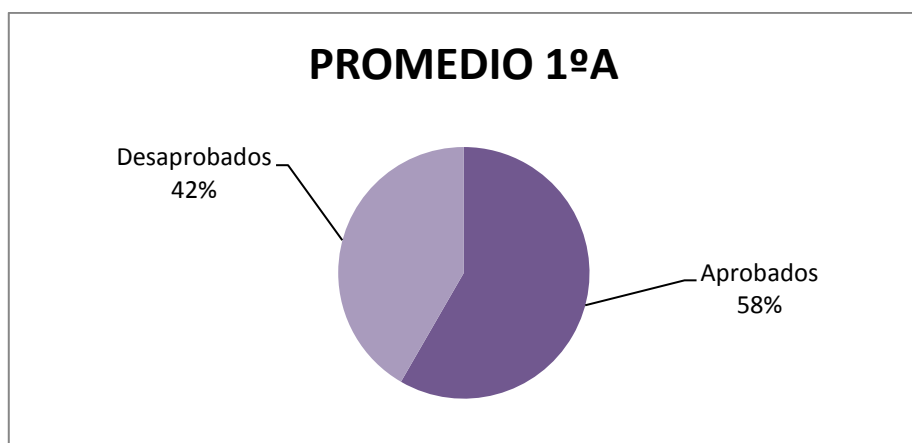
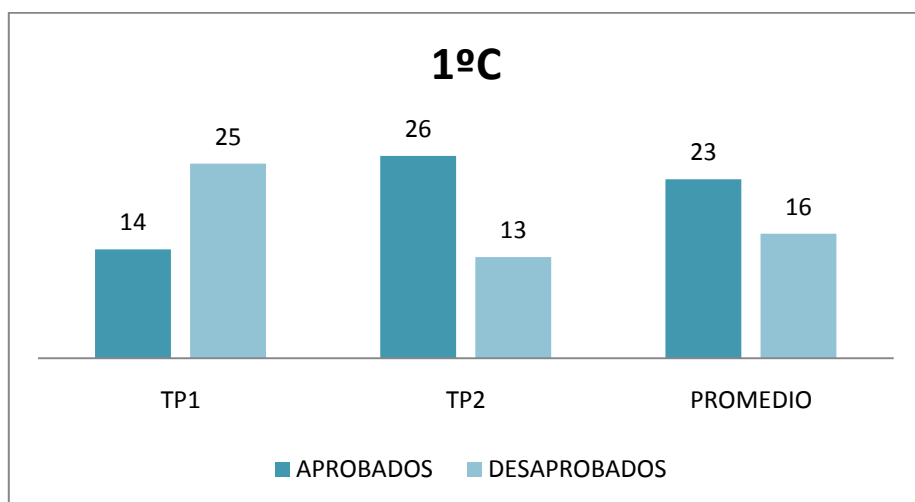
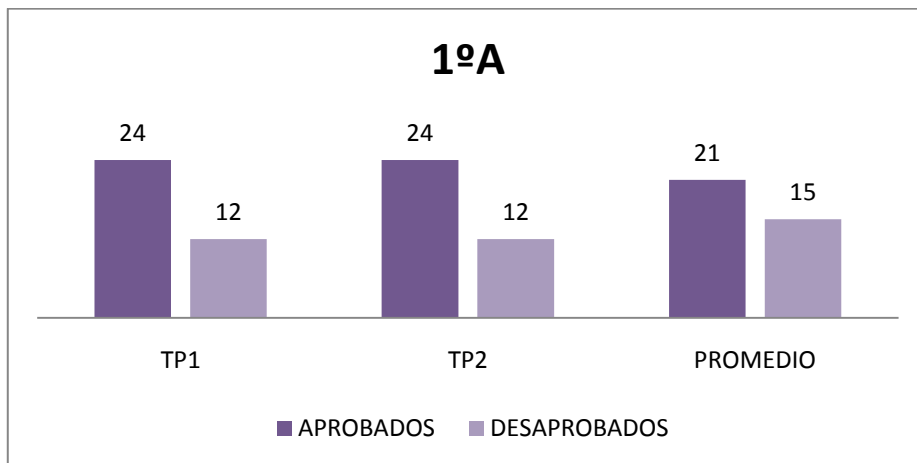
a)  $\frac{8}{25} + \frac{7}{25} =$

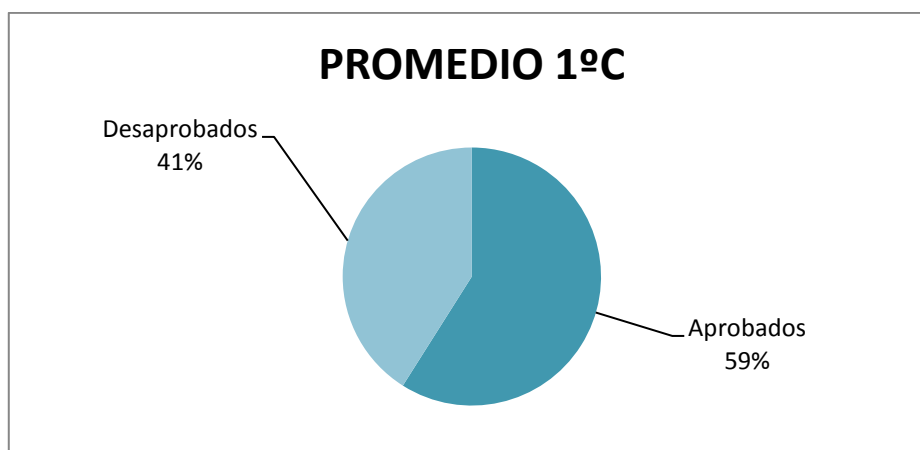
b)  $\frac{20}{16} - \frac{4}{16} =$

4. Resolver las siguientes situaciones problemáticas:

- a) Gonzalo comió  $\frac{2}{8}$  de torta en su cumpleaños y su amigo Sebastián  $\frac{1}{4}$  de la misma. ¿Qué fracción de torta comieron entre los dos?
- b) Nicolás pintó  $\frac{2}{5}$  de un cuadro de color rojo,  $\frac{1}{4}$  del mismo de color azul y el resto de color amarillo. ¿Qué fracción del cuadro se pintó de amarillo?

En los siguientes dos gráficos, se ve reflejada para cada división, la cantidad de alumnos aprobados y desaprobados en cada trabajo práctico, como también en el promedio final entre los mismos, que fue la nota con la cual la docente del curso completó las libretas para el cierre del segundo trimestre. Además se encuentran por debajo de ellos los gráficos que muestran los porcentajes de alumnos aprobados y desaprobados en el promedio:





### **2.4.3. Evaluación integradora**

En esta instancia mantuvimos los mismos criterios de evaluación y corrección que en la resolución de los trabajos prácticos (ver sección 2.4.1), la diferencia estuvo en la contabilización de los signos + y – de las cuadrículas de control de cuadernos que correspondían a un total de dos clases, y los signos + tenían un valor de 0,5 puntos cada uno sobre el total del puntaje (10 puntos).

Además para la resolución de la evaluación integradora los alumnos no podían utilizar sus cuadernos para consultar sobre los temas involucrados.

Los contenidos a desarrollar en cada inciso y sus respectivos puntajes fueron:

- En la *Actividad 1)a.* esperamos que los alumnos identifiquen las particiones de la unidad, en especial la partición en cuartos que involucra: reconocer la equivalencia entre  $\frac{2}{8}$  y  $\frac{1}{4}$  o identificar la unidad dada y dividir en cuatro partes iguales tal como indica el denominador; y que demuestren haber comprendido la ubicación de las fracciones en la recta numérica. (PUNTAJE: 0,5 puntos sobre 10 puntos).
- En la *Actividad 1)b.* esperamos que logren identificar cuáles son los pares de fracciones equivalentes y justifiquen con alguna de las cuatro maneras posibles: porque las fracciones equivalentes caen en el mismo punto de la recta numérica o porque representan la misma parte de la unidad dada, porque cumplen la definición de fracciones equivalentes ( $a.d = b.c$ ), porque una fracción es amplificación de la otra, porque una fracción es simplificación de la otra. (PUNTAJE: 1 punto sobre 10 puntos).
- En la *Actividad 2)* esperamos que los alumnos recuerden la definición de fracciones equivalentes y puedan utilizarla para verificar la respuesta. (PUNTAJE: 0,75 puntos sobre 10 puntos).
- En la *Actividad 3)* esperamos que los alumnos utilicen la definición para seleccionar la fracción irreducible y que sepan justificar formalmente la elección. (PUNTAJE: 1 punto sobre 10 puntos).

- En la *Actividad 4*) esperamos que los alumnos logren identificar los factores o divisores por los cuales hay que amplificar o simplificar las fracciones para obtener la fracción equivalente utilizando o no la regla práctica que les propusimos en las clases teóricas. (PUNTAJE: 0,75 puntos sobre 10 puntos)
- En la *Actividad 5.a) y 5.b)* esperamos que los alumnos logren extraer los datos de la situación problemática y que reconozcan los cálculos que la resuelve logrando expresar la respuesta a la pregunta de manera coloquial. (PUNTAJE: 2 puntos sobre 10 puntos).
- En la *Actividad 6* esperamos que los alumnos logren extraer los datos de la situación problemática y que reconozcan la multiplicación que la resuelve logrando expresar la respuesta a la pregunta de manera coloquial. (PUNTAJE: 0,75 puntos sobre 10 puntos).
- En la *Actividad 7* esperamos que los alumnos indiquen si la afirmación es verdadera o falsa y justifiquen recordando el concepto de inverso multiplicativo de una fracción. (PUNTAJE: 1 punto sobre 10 puntos).
- En la *Actividad 8* esperamos que los alumnos reconozcan las fracciones que están representadas gráficamente utilizando el significado de numerador y denominador. También esperamos que logren calcular la división de las fracciones representadas utilizando la regla trabajada en las clases. (PUNTAJE: 1,25 puntos sobre 10 puntos)

**Apellido y Nombre:**

**Curso:**

**Fecha:**

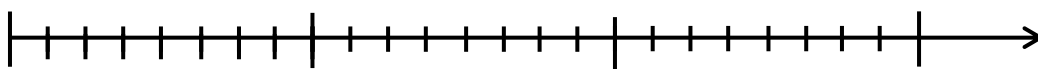
### EVALUACIÓN INTEGRADORA DE MATEMÁTICA

#### TEMA: FRACCIONES

*Dejar los cálculos correspondientes a cada ítem expresados en la hoja de resolución.*

1.

- a) Ubicar en la recta numérica las siguientes fracciones:  $\frac{2}{4}$ ,  $\frac{10}{4}$ ,  $\frac{4}{8}$ ,  $\frac{20}{8}$



- b) Decir cuáles de las fracciones del inciso anterior son equivalentes entre sí y justificar su respuesta.
2. ¿Es la fracción  $\frac{6}{10}$  equivalente a la fracción  $\frac{5}{3}$ ? Responder la pregunta utilizando la definición formal de fracción equivalente.
3. Decidir si las siguientes fracciones son irreducibles y justificar su respuesta utilizando la definición:

$$\frac{4}{7}$$

$$\frac{3}{18}$$

4. Completar las fracciones amplificando o simplificando de manera tal que las fracciones obtenidas sean equivalentes entre ellas:

$$\frac{1}{\quad} = \frac{\quad}{9} = \frac{27}{81} = \frac{54}{\quad}$$

5. Resolver las siguientes situaciones problemáticas:

- a) Un tren de carga recorre tres ciudades en un día, en la primera ciudad descarga  $\frac{2}{6}$  de su contenido y en la segunda ciudad  $\frac{3}{5}$  del contenido. ¿Cuánto contenido le queda por descargar en la tercera ciudad?
- b) Lucas quiere reciclar la basura de su casa para proteger el medio ambiente. De la basura  $\frac{2}{6}$  son frascos de vidrio,  $\frac{1}{4}$  son botellas de plástico,  $\frac{1}{6}$  son botellas de vino,  $\frac{2}{10}$  son diarios y  $\frac{1}{20}$  son revistas viejas.
- ¿Qué fracción de la basura se desechará en el cesto correspondiente a VIDRIOS?
  - ¿Qué fracción de la basura se desechará en el cesto correspondiente a PAPELES?

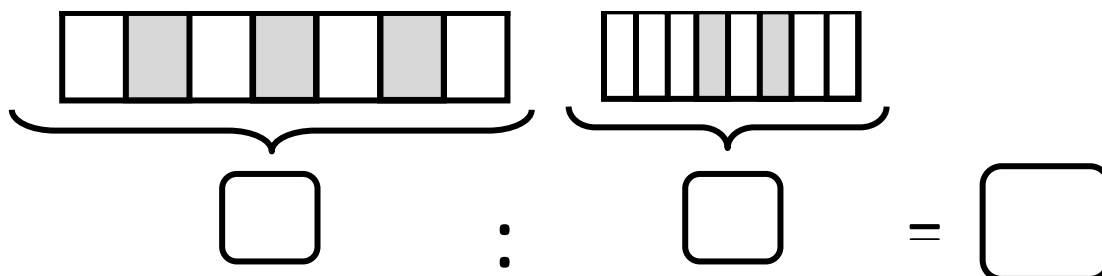
6. Mario quiere saber qué fracción corresponde a  $\frac{4}{7}$  de 5 chocolates iguales. ¿Qué cálculo puede utilizar Mario para resolver el problema? Exprese el cálculo y su resultado.

7. Indicar en cada caso si el inverso multiplicativo dado es verdadero o falso. Justificar su respuesta utilizando la definición de inverso multiplicativo.

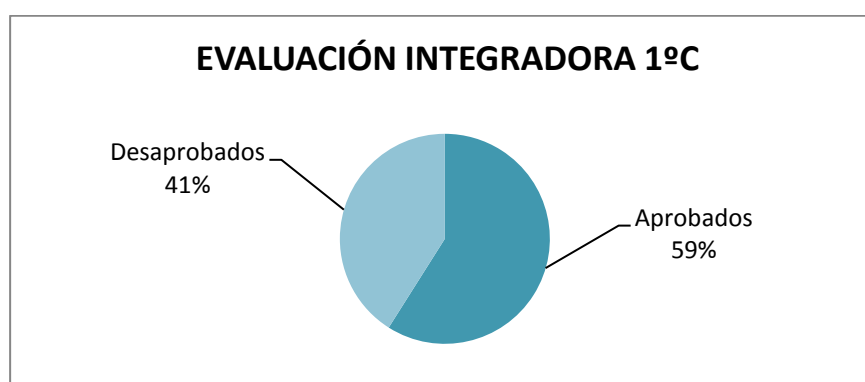
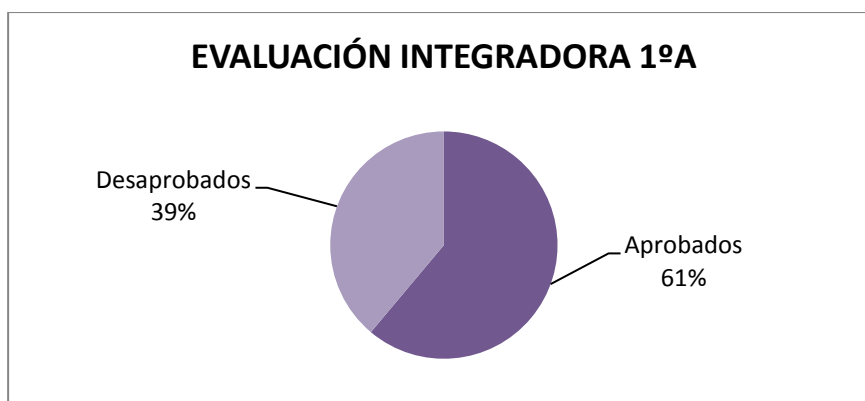
- El inverso multiplicativo de la fracción  $\frac{1}{17}$  es la fracción  $\frac{17}{1}$ .

- El inverso multiplicativo de la fracción  $\frac{11}{33}$  es la fracción  $\frac{1}{3}$ .

8. Determinar la fracción que se encuentra representada en cada figura y luego hacer la división de las fracciones obtenidas.



Los porcentajes de alumnos aprobados y desaprobados en las evaluaciones integradoras en cada división se ven reflejados en los siguientes gráficos:



#### 2.4.4. Análisis del tipo de evaluación

A lo largo de nuestro período de prácticas mantuvimos dos tipos de evaluaciones que según su finalidad fueron *formativa* o *sumativa*.

El tipo de evaluación *formativa* consiste en evaluar durante el proceso de aprendizaje y desarrollo de una unidad didáctica al alumno involucrado. La misma puede o no ser calificada, sin embargo en ella se localizan deficiencias y se valoran las conductas de los estudiantes para corregirlas de ser necesario. El propósito de la misma para el docente es averiguar si los objetivos de enseñanza están siendo alcanzados o no, y lo que es preciso hacer para mejorar el desempeño de los alumnos; tomando decisiones respecto a alternativas en la dirección y explicación de los contenidos.

Por lo tanto las instancias que consideramos de tipo *formativa* son los trabajos prácticos con sus respectivas devoluciones, el control de cuadernos, la corrección de actividades durante las puestas en común y la actividad de repaso; en las que priorizábamos las preguntas de los alumnos, sus registros de clase y la revisión de los procedimientos de desarrollo de cada contenido en particular. Puesto que este tipo de evaluación es continua, pudimos tener un seguimiento de todos los alumnos durante nuestro período de prácticas, y de ser necesario el par pedagógico se acercaba personalmente a los alumnos que mostraban mayor dificultad en la comprensión de algún tema.

Por otro lado el tipo de evaluación sumativa es tomada al final del desarrollo de una unidad didáctica. Su propósito es recopilar resultados y juicios sobre todos los objetivos y contenidos alcanzados, acreditando mediante una calificación el desempeño de cada estudiante para cerrar un proceso.

En nuestro caso decidimos finalizar el período de prácticas evaluando a los alumnos con una evaluación integradora, que si bien respeta los criterios de evaluación planteados en los trabajos prácticos, la realizamos para culminar con ella el proceso de aprendizaje de todos los temas de la unidad correspondiente.

En todas las instancias la mayoría de los alumnos respondieron de manera positiva a las actividades planteadas, y creemos que el buen desempeño en ambas divisiones en la evaluación integradora se debe a la efectividad del proceso de la evaluación formativa.

### **3. Problemática**

Luego de finalizar el período de prácticas decidimos realizar un análisis de lo que había sucedido, para reflexionar y repensar sobre las situaciones atravesadas. En el camino nos fuimos encontrando con diferentes dificultades y algunas de ellas estaban directamente relacionadas con el modo de abordaje del contenido, lo que nos condujo a preguntarnos si es que todas tenían o no relación con él. Después de leer y consultar bibliografía sobre este contenido y recurrir a nuestra formación pudimos ver que todas las dificultades están relacionadas de alguna manera con el modo de abordaje, por lo que decidimos analizarlas teniendo en cuenta la relación de cada una con el mismo.

Como ya describimos en la sección 2.2.3 el modo de abordaje del contenido fue considerando la fracción como parte de una unidad dada, que esencialmente consiste en dada una unidad 'dividir' la misma en partes iguales, según indique el denominador, y 'tomar' de ella la cantidad de partes según indique el numerador.

Algunas de las dificultades se presentaron en los alumnos y otras en nosotras como docentes en período de prácticas, y para analizar cada una de ellas tomaremos las perspectivas de diversos autores y nuestra propia experiencia.

#### **3.1. Dificultades por parte de los alumnos**

##### **En la comprensión del significado de la fracción como 'parte-de' y su utilización en el cálculo de operaciones**

Mostramos a continuación imágenes de resoluciones a actividades de trabajos y evaluaciones de diferentes alumnos que evidencian una dificultad en la comprensión del significado de la fracción como 'parte-de' y su utilización en el cálculo de operaciones.

Las primeras imágenes corresponden a respuestas de dos situaciones problemáticas del segundo trabajo práctico que son:

**a)** Gonzalo comió  $\frac{2}{8}$  de torta en su cumpleaños y su amigo Sebastián  $\frac{1}{4}$  de la misma. ¿Qué fracción de torta comieron entre los dos?

**b)** Nicolás pintó  $\frac{2}{5}$  de un cuadro de color rojo,  $\frac{1}{4}$  del mismo de color azul y el resto de color amarillo. ¿Qué fracción del cuadro se pintó de amarillo?



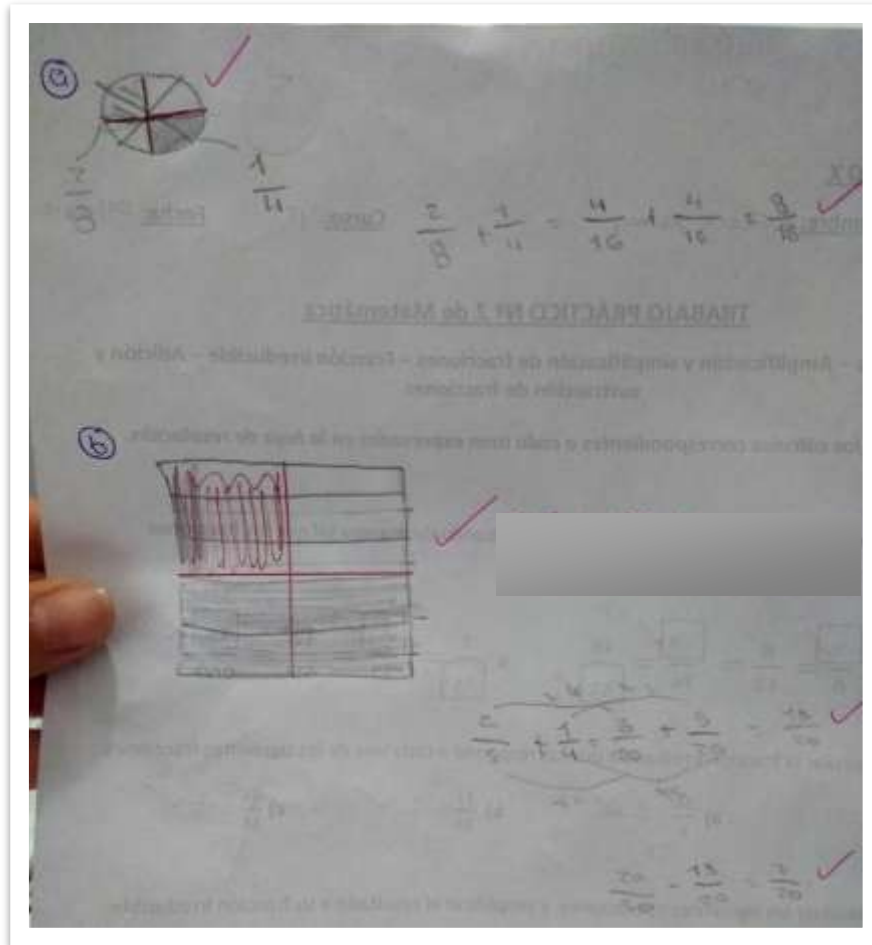


Imagen 20

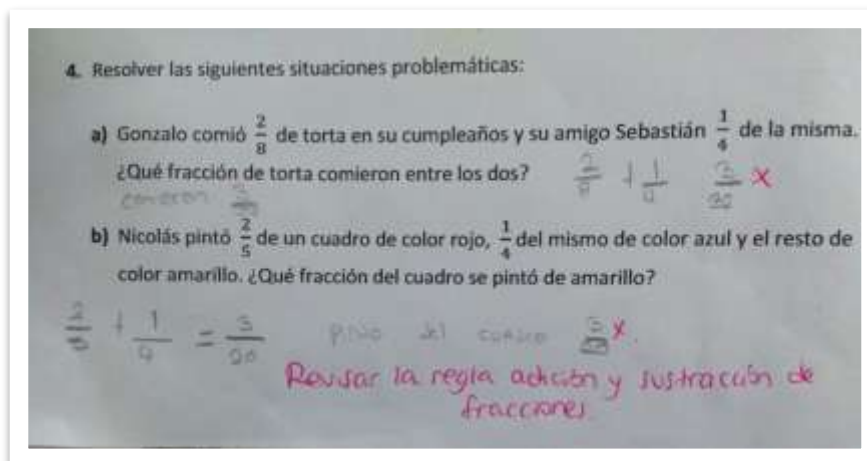


Imagen 21

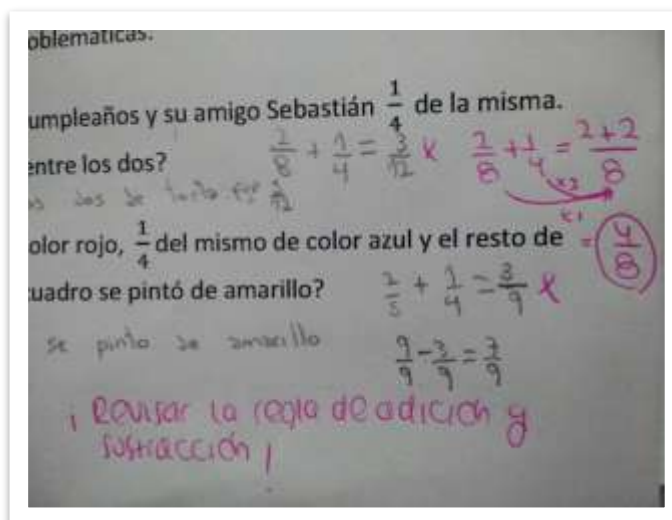


Imagen 22

Como se puede ver los estudiantes utilizaron diferentes procedimientos que intentaremos describir a continuación.

En la Imagen 20 se puede observar la resolución del inciso a) y del inciso b), para ambas resoluciones el alumno utiliza la representación gráfica y el algoritmo para dar respuesta a lo que se pedía. Sin embargo queremos destacar una pequeña diferencia; en el inciso a) las fracciones enunciadas en el problema tienen denominador ocho y cuatro, por lo que luego de representar la fracción  $\frac{1}{4}$  se pueden subdividir las cuatro partes totales para representar la fracción  $\frac{2}{8}$ , entonces el alumno podría haber dado la respuesta sin utilizar el algoritmo, a pesar de que sí lo utiliza. Esta situación no sucede en el inciso b) ya que las fracciones son  $\frac{2}{5}$  y  $\frac{1}{4}$  y no puedo utilizar las particiones realizadas para representar una fracción, y luego subdividirla para representar la otra, dado que los denominadores no son múltiplos entre sí, como ocurría con ocho y cuatro. Por lo que en este inciso el alumno tiene que recurrir obligadamente a realizar el algoritmo, ya que la representación de ambas fracciones no deja en evidencia el resultado, como si es en el caso del inciso a).

En las imágenes 21 y 22 se pueden ver resoluciones erróneas de los mismos problemas, en donde los alumnos utilizaron en la adición de las fracciones con distinto denominador reglas incorrectas. Por ejemplo en la Imagen 21 el alumno realiza la adición de los numeradores para dar el numerador resultante, y la multiplicación de los denominadores para dar el denominador resultante. En cambio en la Imagen 22 el estudiante realiza la adición de los numeradores para dar el numerador resultante, y la adición de los denominadores para dar el denominador resultante.

En las imágenes 23, 24 y 25 los alumnos responden a la actividad n°10 de la evaluación integradora, en la que se les pedía identificar las fracciones representadas gráficamente y luego resolver la división de tales fracciones.

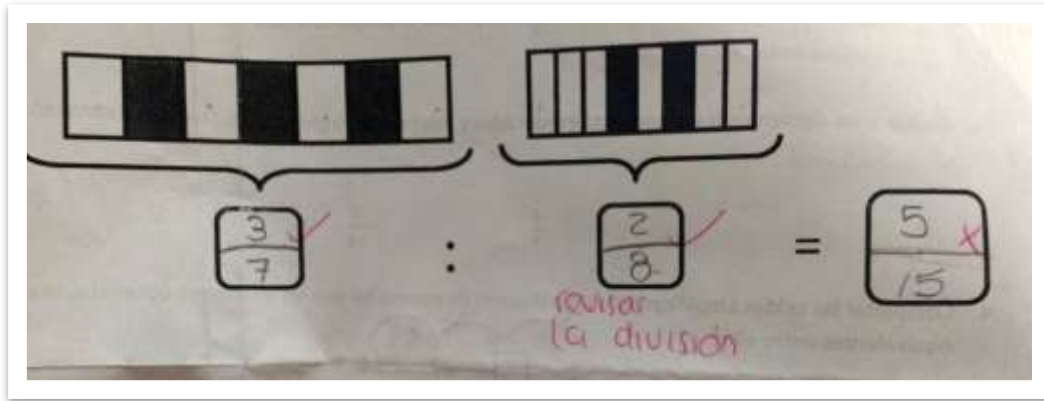


Imagen 23

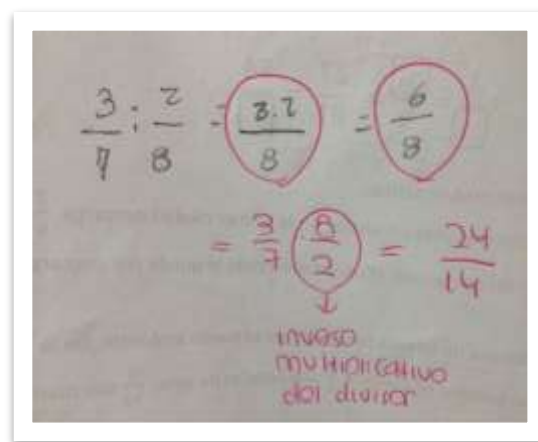


Imagen 24

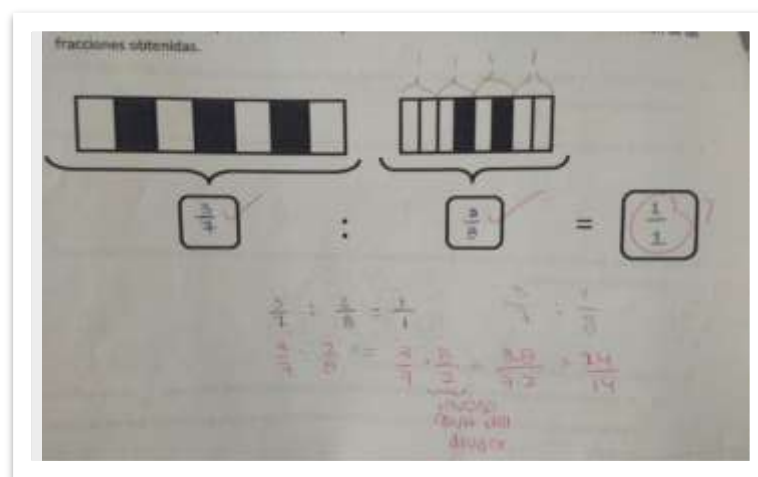


Imagen 25

Todos los ejemplos que presentamos son resoluciones incorrectas a la división, en las cuales los alumnos utilizan procedimientos erróneos. Por ejemplo en la Imagen 23 se puede ver que el alumno adiciona los numeradores para dar el numerador de la fracción resultante, y adiciona los denominadores para dar el denominador resultante. Por otro lado en la Imagen 24 el alumno muestra cómo obtiene el resultado de la división utilizando como numerador de la fracción resultante la suma de los numeradores de las fracciones dadas, y mantiene el denominador de la segunda fracción como denominador del resultado. Por último en la Imagen 25 vemos que el estudiante responde a la actividad y creemos que concluye que el resultado es  $\frac{1}{1}$  porque sustrae los numeradores y denominadores de las fracciones dadas, en el orden que corresponda para obtener ambos resultados positivos.

Y es así como estos ejemplos muestran la diversidad de procedimientos que fueron adoptados para resolver una misma situación y nos surgen a raíz de ellos diferentes interrogantes: ¿Por qué los alumnos no lograron hacer un uso correcto de las reglas de adición de fracciones? ¿Por qué utilizaron procedimientos que ya habíamos destacado como complicados durante las clases?, entre otros; que son los que nos condujeron a plantear esta dificultad. Intentando responder a las preguntas encontramos dos factores principales en nuestra práctica que suponemos que la ocasionaron, y que analizaremos a lo largo de los siguientes párrafos.

Para comenzar recordamos que el contenido 'fracciones' está sujeto a la planificación anual y corresponde a la Unidad Nº5 del programa anual de la asignatura. Por lo tanto el desarrollo del mismo debía responder a ciertos objetivos y criterios ya detallados en la sección 2.1.1. En esta oportunidad veremos cómo el modo de abordaje y el tiempo empleado obstruyen el alcance del objetivo central de la Unidad Nº 5 dentro del programa, el cual es *hacer un manejo correcto, ágil y dócil de las operaciones con fracciones; como también resolver con ellas diferentes situaciones problemáticas*.

En una primera instancia, a través de la bibliografía leída, podemos afirmar que este modo de abordaje favorece la construcción del concepto y da sentido al mismo, pero no es suficiente para lograr la destreza de las operaciones algebraicas en los estudiantes. Según Ciscar y Sanchez García (2000):

*“La comprensión operativa del concepto de fracción (número racional) debe proporcionar la fundamentación en la que se apoyen las operaciones algebraicas que se van a desarrollar posteriormente. Un buen trabajo con las fracciones puede contribuir a que estas operaciones algebraicas no se conviertan en algo sin sentido para los niños.*

*Llegados a este punto se nos presenta la necesidad de plantear los procesos de enseñanza aprendizaje de las fracciones desde todas sus perspectivas, en todas sus interpretaciones posibles, para que un trabajo continuado con dichas interpretaciones ayude al niños a conseguir una comprensión conceptual (operativa) de la idea de fracción, sin crear <<agujeros conceptuales>>.*

*Una vez determinada esta necesidad se plantea la tarea de identificar las diferentes interpretaciones, contextos, en los que aparezca el concepto fracción: la fracción como un megaconcepto". (p.54)*

La comprensión operativa que mencionan se refiere a la manipulación y el manejo flexible del concepto de fracción, y dicha comprensión es fundamental para dar sentido a las operaciones algebraicas con fracciones. Para lograrla los autores presentan las diferentes interpretaciones y perspectivas que hacen significativa la noción de fracción, sosteniendo que el recorrido por todas ellas construye positivamente tal noción:

- La relación parte-de (o parte-todo) y la medida.
  - ◆ Representaciones en contextos continuos y discretos.
  - ◆ Decimales.
  - ◆ Recta numérica.
- Las fracciones como cociente.
  - ◆ División.
  - ◆ Como elementos de una estructura algebraica.
- La fracción como razón.
  - ◆ Porcentaje.
  - ◆ Probabilidad
- La fracción como operador.

Y son estas interpretaciones a las cuales nosotras a lo largo del informe hemos denominado modos de abordaje del contenido.

Como en el período de prácticas solo trabajamos la relación parte-de y los alumnos no consiguieron, en su mayoría, el desarrollo óptimo de las operaciones con fracciones; encontramos el justificativo en éste primer factor. Atravesar el resto de las interpretaciones hubiese sido un camino que reúne mayor cantidad de aspectos positivos para lograr el cálculo de operaciones, utilizando el sentido del concepto alcanzado.

En segunda instancia consideramos al tiempo como otro factor determinante de ésta dificultad. En el período de prácticas se desarrollaron todos los temas a través de una metodología particular, la cual consistía en captar la atención de los alumnos a través de la presentación de los temas por medio de afiches, en mostrarles y construir el significado del contenido para lograr su aprendizaje e inmediatamente hacer uso de ello para describirles las reglas prácticas y usuales de cálculo de operaciones con fracciones. Todo este proceso atravesaba una o dos clases consecutivas las cuales debían ser suficientes para que los estudiantes conozcan el concepto, entiendan su fundamento, se apropien de él y operen de manera ágil en diversas situaciones y actividades que les planteábamos.

Entonces luego de este análisis se puede ver por qué encontramos en *las diferentes interpretaciones (modos de abordaje) de la fracción y el tiempo necesario para desarrollarlas* los factores que responden a los interrogantes iniciales. Sin embargo estos no son excluyentes de otros factores que pueden surgir dependiendo del contexto escolar en donde se desarrolle el contenido, y éstos pueden conducir a la formulación de los mismos o nuevos interrogantes y será trabajo del docente buscar las respuestas para mejorar la enseñanza.

### En el significado de la ubicación de fracciones en la recta numérica

Al referirse a la situación de ubicar fracciones en la recta numérica, Llinares Ciscar y Sanchez García (2000) plantean:

*“En esta situación se asocia la fracción  $\frac{a}{b}$  como un punto situado en la recta numérica en la que cada segmento unidad se ha dividido en  $b$  partes (o en un múltiplo de  $b$ ) congruentes de las que se toman  $\langle\langle a \rangle\rangle$ . También se puede considerar como un caso particular de la relación parte-todo.*

*Se destaca esta interpretación ya que aquí implícitamente se realiza la asociación de un punto a una fracción. En este caso se puede pensar que la fracción no se asocia a una parte de la figura o a un subconjunto de objetos, sino que se reduce a un número abstracto; así como el  $\frac{3}{5}$  es un número entre el cero y el uno, el  $\frac{3}{2}$  es un número entre el uno y el dos.” (p.59)*

Debido a que los alumnos durante el desarrollo de las clases insistían con preguntas relacionadas a la ubicación de las fracciones en la recta numérica, al orden de las fracciones en la misma, a la relación que tienen con los números naturales, que durante la corrección de los trabajos prácticos y la evaluación integradora evidenciamos que los estudiantes presentaron resoluciones confusas y múltiples errores; podemos decir que en general no comprendieron cómo ubicarlas. Entonces luego de leer estos autores sostenemos que al no haber destacado que ubicar la fracción en la recta numérica asociándole un punto es reducirla a un número, y solo haber utilizado la representación en la recta numérica como una variante de representar una fracción, puede ser la causa de las dificultades presentadas en los alumnos; pues esto último es una relación que le brinda más sentido a ubicar una fracción en la recta numérica.

Por lo tanto creemos que el origen de esta dificultad radica en la búsqueda de sentido que realizan los estudiantes para ubicar fracciones si las mismas no son interpretadas como elementos de un conjunto numérico.

### **3.2. Dificultades que se nos presentaron en la tarea docente**

#### En la selección, organización y secuenciación de los contenidos

En esta sección profundizaremos sobre lo establecido en el Diseño Curricular de la provincia de Córdoba para primer año en la asignatura matemática, y las similitudes o diferencias que tiene la planificación anual de la materia con éste, detallando cómo condicionaron la articulación de los contenidos en nuestra propuesta y la importancia de utilizar en lo posible lo establecido en el Diseño, ya que el mismo guarda coherencia en la transición de los contenidos en los años del ciclo escolar.

Dentro del Diseño Curricular los aprendizajes y contenidos que involucran los temas de la Unidad Nº5 son los siguientes:

- *“Uso de diferentes representaciones de un número racional positivo (expresiones fraccionarias y decimales, punto de la recta, etc.) seleccionando la representación más adecuada de acuerdo al problema.*

- *Comparación de números naturales y/o racionales positivos para anticipar ideas de discretitud y densidad.*
- *Selección y justificación del tipo de cálculo (mental y escrito, exacto y aproximado, con y sin uso de la calculadora) y de la forma de expresar los números involucrados, evaluando la razonabilidad del resultado de acuerdo a la necesidad que impone el problema.*
- *Producción de cálculos que combinen varias operaciones –con números naturales y racionales positivos- en relación con un problema y producción de un problema en relación con un cálculo.*
- *Análisis reflexivo de algoritmos de operaciones y de estrategias de cálculos con expresiones fraccionarias.*
- *Producción de argumentaciones acerca de la validez de procedimientos o resultado de cálculos acudiendo a propiedades de suma, resta, multiplicación y división con números racionales positivos.” (Ministerio de Educación, 2011, p 47).*

Entonces vemos como en el Diseño se aborda el contenido desde el aprendizaje de un nuevo conjunto numérico, que completa en cierta forma el ya conocido (los números naturales) aclarando que se trata solo de racionales positivos, pero priorizando la idea de que las fracciones son representaciones de los números racionales. Además a la hora de mencionar el cálculo lo hace siempre en relación con un problema; pues la utilización de resultados, algoritmos y estrategias para resolverlos es prioridad dentro de todo el Diseño. También es importante dentro de las disposiciones del mismo argumentar, luego de resolver operaciones, la validez de los procedimientos y resultados. Observamos dentro de estos aspectos una diferencia en el abordaje del concepto con el abordaje de la planificación anual de la asignatura; ya que en ésta no se considera a la fracción positiva como representación de un número racional positivo, condicionándonos en cierta medida a alcanzar lo que el Diseño propone.

Algunas de las propuestas del Diseño que pudimos adoptar fueron:

- *La producción de cálculos que combinen varias operaciones (con números naturales y racionales positivos -fracciones-) en relación con un problema:* por ejemplo como se puede ver en nuestra propuesta les presentamos a los alumnos situaciones problemáticas para la producción de cálculos; ya que la resolución de éstas involucraba distintas operaciones con fracciones. También durante el momento de introducción de multiplicación y división de fracciones les planteamos a los alumnos una serie de preguntas, que consistían en escribir simbólicamente alguna expresión cotidiana (dada de manera coloquial) que represente una multiplicación, ya sea de dos números naturales o de un número natural con una fracción.
- *El análisis reflexivo de algoritmos de operaciones y de estrategias de cálculos con expresiones fraccionarias:* es algo que atravesó algunas de las clases principalmente cuando tratábamos operaciones con fracciones en las que insistimos, durante la introducción de las reglas prácticas con los afiches, en la importancia del algoritmo para operar como herramientas que favorece a la obtención de resultados.

De todas formas aunque el único abordaje de la fracción que tuvimos fue como parte-de, intentamos en la selección, organización y secuenciación de la planificación alcanzar algunas de las expectativas y propuestas del Diseño; para permitirles a los estudiantes una transición más óptima en los contenidos futuros dentro del ciclo escolar.

En la construcción del conocimiento mediante la comunicación visual de los contenidos y del material concreto respetando un determinado tiempo.

Como el abordaje de la fracción como parte-de habilita principalmente al uso de material concreto o de representaciones gráficas, decidimos en nuestra propuesta adherir a la utilización de ellos como medio de transmisión de los contenidos para lograr la construcción del conocimiento.

Cascallana (1996) desarrolla diferentes propuestas metodológicas para la enseñanza de las matemáticas tomamos una de ellas es: “¿Cómo enseñar?”. Rescatamos en su respuesta que en la enseñanza no se debe dar siempre predominancia a la transmisión verbal del docente hacia el alumno, sino que el estudiante tiene que observar objetos concretos, tener la posibilidad de manipularlos, operar y discutir sobre ellos, comprobar por sí mismo el resultado de sus acciones, entre otras. La autora destaca que la construcción de conceptos matemáticos se realiza a través de tres fases consecutivas “manipulativa, representativa o simbólica, y abstracta” y pasar rápidamente por estas tres fases a veces provoca pensar que la enseñanza debe ser siempre manipulativa, siendo que el conocimiento matemático es una abstracción y hay que llegar al él partiendo de lo concreto pero pasando por sus representaciones gráficas, para comprender así los signos matemáticos. Por otro lado, también sostiene que no hay que pasar rápidamente a la representación numérica, pues lo más importante es que el alumno comprenda la operación, asimile la abstracción, y una vez que esto se logre se deben plantear las reglas, los algoritmos y las operaciones mentales rápidas.

Entonces podríamos afirmar que para una mayor eficacia en la construcción del conocimiento a través de material concreto o de representaciones gráficas se requiere de más tiempo, en nuestro caso más del que disponíamos.

Como ejemplo a esto podemos nombrar la utilización de los afiches que empleamos para el desarrollo de adición de fracciones, en donde previo a la explicación de la regla mostramos a los alumnos el procedimiento que involucra una adición, pues “saber cómo se hace una suma no significa necesariamente saber sumar” (Cascallana, 1996, p. 29). De esta manera en la corrección de los trabajos prácticos y de la evaluación integradora notamos cómo algunos alumnos no se apropiaron correctamente de la regla (ver imágenes 21 y 22), cuestión que le adjudicamos a la falta de tiempo para esta transición entre la explicación de qué es adicionar y la regla para adicionar fracciones.

Entonces proponemos que si se decide tratar a la fracción como ‘parte-de’ se debe hacer uso de material concreto y de representaciones gráficas, pero siempre respetando al tiempo que se requiere para consolidar el significado y lograr la abstracción que el concepto involucra.



Al desprendernos de algunos aprendizajes adquiridos en nuestra formación que son importantes para la enseñanza de un concepto

Abordar el contenido fracciones considerando a la fracción como parte de una unidad dada y sin que la misma sea representación de un número racional positivo, fue de gran dificultad debido a nuestra formación docente. A lo largo del recorrido de nuestra formación el planteo del abordaje de las fracciones fue analizado desde aspectos pedagógicos, didácticos y también fue parte del contenido disciplinar aprendido.

Dentro de los aprendizajes didácticos y disciplinares se destacó, con mayor o menor profundidad, la importancia y el fundamento de la fracción como representación de un número racional, las ventajas que eso trae al aprendizaje y la concordancia con el contenido matemático.

El avance de los conocimientos es uno de los aspectos más destacados en todos los cursos, por ejemplo el análisis de los Diseños Curriculares de la provincia de Córdoba realizado en tercer año de nuestra carrera en la materia Didáctica Especial y Taller de Matemática, lo hacemos para obtener un conocimiento de la perspectiva general y así poder adecuar los contenidos generando una conexión entre ellos.

A su vez en las materias disciplinares, ya sea en primer o tercer año de la carrera en Análisis Matemático I, Álgebra Lineal I y Elementos de Funciones Complejas, estudiamos formalmente el Conjunto de los Números Complejos y la relación, con y entre, sus subconjuntos (números naturales, enteros, racionales, irracionales y reales) para que luego en el momento de desarrollar un contenido, particularmente un conjunto numérico, tengamos en cuenta que eso no es un concepto aislado sino que se conecta/relaciona con muchos más que serán aprendidos por los estudiantes a lo largo del ciclo escolar.

Por otro lado dentro de los aprendizajes pedagógicos, en la materia dictada en segundo año Sujeto del Aprendizaje estudiamos el desarrollo del alumno desde distintas perspectivas, una de ellas fue teniendo en cuenta la Teoría de los Estadios de Piaget. En esta oportunidad trataremos nuestra dificultad al considerar la enseñanza del tema fracciones sin tener en cuenta totalmente lo que se detalla en tal teoría, y que consideramos válido.

Adhiriéndonos a lo dicho por Horacio Lejarraga (2004) sobre la teoría de Piaget:

*“El niño pasa de un esquema relativamente simple a otro más complejo que lo capacita para realizar operaciones nuevas. Cada estadio se construye sobre el anterior; para construir un instrumento lógico es necesario hacerlo sobre instrumentos lógicos preexistentes; la construcción de un nuevo concepto se hace a partir de conceptos previos; esto nos lleva a la noción de los estadios de Piaget.” (p.55-56)*

Se puede observar que en nuestra propuesta (desarrollada en el apartado 2.2) teníamos la intención de recuperar los conocimientos previos de los alumnos, ya sea tomando los conocimientos previos dentro del programa anual para desarrollar la unidad didáctica, o dentro de la misma unidad didáctica para relacionar los contenidos en ella. Lo que explica nuestro deseo de utilizar los aprendizajes previos pero para desarrollar con ellos los nuevos;

teniendo en cuenta lo que plantea el autor hubiese sido interesante primero utilizar el abordaje de la fracción como parte-de, típico del nivel primario, para luego enseñar que la fracción es una representación de un número racional positivo e introducir con esto un nuevo conjunto numérico; lo cual no pudimos realizar debido a los aspectos externos (ver sección 2.1.2) a los que debíamos responder.

Siguiendo lo citado anteriormente sobre la Teoría de los Estadios agregamos a continuación lo que el autor trata sobre el estadio del pensamiento lógico-formal, para fundamentar lo que evidenciamos en nuestra propia experiencia:

*“En este estadio que se extiende aproximadamente desde los 12 hasta los 15 años, aparecen los conceptos de proporciones, de conjuntos, de combinación. El niño puede hacer operaciones en el plano simbólico, como las transitivas y la capacidad más importante en esta etapa es la lógica de las proposiciones; que es la que permite razonar sobre enunciados, sobre hipótesis y no solamente sobre objetos concretos puestos a la vista o representados directamente.” (p.59).*

Entonces sostenemos que el abordaje de la fracción como parte-de es típico del nivel primario, porque los alumnos de primer año del nivel secundario tienen entre once y trece años lo que los ubica, teniendo en cuenta el contexto y el nivel educativo al cual pertenecen, en el estadio del pensamiento lógico-formal; que abandona en cierta medida la sola manipulación de los objetos para avanzar desde las representaciones concretas a las representaciones abstractas.

Por lo tanto dictar un contenido, una unidad didáctica o desarrollar una planificación es para nosotras una tarea que involucra todo lo que hemos aprendido durante nuestra formación. Consideramos que el estudiante se encuentra en un lugar de aprendizaje que no es acabado, sino que por lo contrario, avanza y debe llevar consigo el conocimiento adquirido y lo necesario para continuar con los aprendizajes posteriores.

#### **4. Conclusiones finales**

Respecto a las dificultades planteadas en la problemática y al análisis de la bibliografía sobre ésta, llegamos a la conclusión de que en el caso de que se decida abordar la fracción como 'parte-de' es importante tener en cuenta que la misma habilita a realizar un trabajo manipulativo con material concreto y representaciones gráficas, lo que *"favorece significativamente la conceptualización de las fracciones y su aplicación en la resolución de diversos problemas"* (Hernandez, 2013, p. 108) siempre y cuando se valore el tiempo necesario para transitar por las demás interpretaciones (o abordajes), que permitirán la consolidación de los conceptos y el avance de los contenidos necesarios en el nivel secundario.

Teniendo en cuenta nuestra formación, consideramos que el abordaje de la fracción como representación de un número racional es un buen recurso no solo para lograr el avance del contenido, sino también para expandir el conocimiento; ya que los alumnos tienen acceso a él desde temprana edad y es esencial en la asignatura a lo largo de todo el ciclo escolar.

En relación a nuestra experiencia profesional docente podemos decir que desde el inicio de este período nos enfrentamos a diversos desafíos.

En un primer momento tuvimos que adaptarnos a la institución en la cual desarrollamos las prácticas, puesto que cada institución tiene sus características que la definen como tal, y eso determina muchos criterios a considerar para que la elaboración de la propuesta se condiga con los principios institucionales.

En segunda instancia tuvimos que poner en práctica todos los aprendizajes adquiridos a lo largo de nuestra formación, para sustentar de manera adecuada la propuesta, lo que requiere de una capacidad o habilidad que recién comenzamos a desarrollar a través de este primer contacto con la tarea docente. Por ejemplo en la responsabilidad que implica considerar las individualidades de los alumnos para lograr un ambiente de aprendizaje propicio y que cada uno desarrolle sus capacidades; también al buscar alternativas que complementen nuestra formación para adquirir mayor conocimiento sobre los contenidos de nuestra propuesta, lo que evidencia la necesidad de una capacitación continua. Además las prácticas profesionales se realizan en cuarto año en una asignatura correspondiente a la formación pedagógica, y el propósito de estas asignaturas guiadas es apoyarnos en nuestro esfuerzo por adquirir destrezas profesionales en la investigación, el desarrollo y la evaluación de procesos de enseñanza y aprendizaje; también darnos a conocer distintos alumnos de diversos entornos socioculturales, con distintos perfiles psicológicos y brindarnos la oportunidad de enseñarles teniendo en cuenta lo que propone el Diseño Curricular.

Por otro lado entendemos que el análisis de la ejecución de la propuesta fue otro de los desafíos, que nos condujo a realizar una revisión sobre los aciertos y errores en lo planificado; cuestión que destacamos como importante para poder seguir progresando y aprendiendo sobre la labor del docente. A pesar de que la planificación sea pensada y elaborada cuidadosamente, el aula es un ambiente activo en el que surgen eventualidades, a las que debemos responder reformulando nuestras propuestas sin abandonar los objetivos principales.

***“Es imposible vencer al que nunca se rinde”***

*Lucía y Paulina.*

### **Referencias bibliográficas:**

- Bombini, G. (2002) “Prácticas docentes y escritura: hipótesis y experiencias en torno a una relación productiva”, ponencia presentada en las primeras Jornadas de Práctica y residencia en la formación docente, Facultad de Filosofía y Humanidades, Universidad Nacional de Córdoba, Córdoba. Disponible en: [http://renpyr.xtrweb.com/jornadas/\(D\)%20Practicas/WebTrabajos/BOMBINI%20T.htm](http://renpyr.xtrweb.com/jornadas/(D)%20Practicas/WebTrabajos/BOMBINI%20T.htm)
- Cascallana, M<sup>a</sup>. T. (1996). *Iniciación a la matemática. Materiales y recursos didácticos*. Editorial Santillana, Madrid.
- Gvirtz, S.; Palamidessi, M. (2008). La Planificación de la enseñanza. *El ABC de la tarea docente: currículum y enseñanza*, Editorial Aique. Buenos Aires. (p. 175- 205).
- Lejarraga, H. (2004). Cinco perspectivas para el estudio del desarrollo del niño. *Desarrollo del niño en contexto*. Editorial Paidós, Argentina. (p.41-44).
- Llinares Ciscar, S. y Sanchez García, M. V. (2000). *Fracciones 4. Matemáticas: cultura y aprendizaje*. Editorial Síntesis, Madrid.
- Ministerio de Educación del Gobierno de la Provincia de Córdoba (2011). Diseño Curricular para el Ciclo Básico 2011-2015. Disponible en <http://www.igualdadycalidadcba.gov.ar/SIPEC-CBA/publicaciones/EducacionSecundaria/LISTO%20PDF/TOMO%20%20Ciclo%20Basico%20de%20la%20Educacion%20Secundaria%20web%208-2-11.pdf>
- Ministerio de Educación del Gobierno de la Provincia de Córdoba (2011). Diseño Curricular para el Ciclo Orientado 2011-2015.
- Orozco Salinas, D. (2013). *Tesis de licenciatura*. Estrategias didácticas para la enseñanza de las fracciones en el tercer ciclo de educación primaria. México.
- Skovsmose, O. (2000) Escenarios de investigación. *Revista EMA*, V. 6, n.1, p. 3-26.

### **Textos escolares de referencia para la construcción de actividades**

- Canteros, L.; Felissia A. M. y Fregona D. (1997). Números racionales positivos. *El libro de la matemática 7: educación general básica*. Editorial Estrada, Buenos Aires. (p.12-143).
- Carnelli, G.; Lamela, C. y Lindenbaum, L. Matemática 1; coordinado por Horacio Itzcovich, Andrea Novembre. (2006). Los números racionales positivos. *Matemática 1*. Editorial Tinta Fresca, Buenos Aires. (p. 69-87).

## 5. Anexos

### 5.1. Anexo I

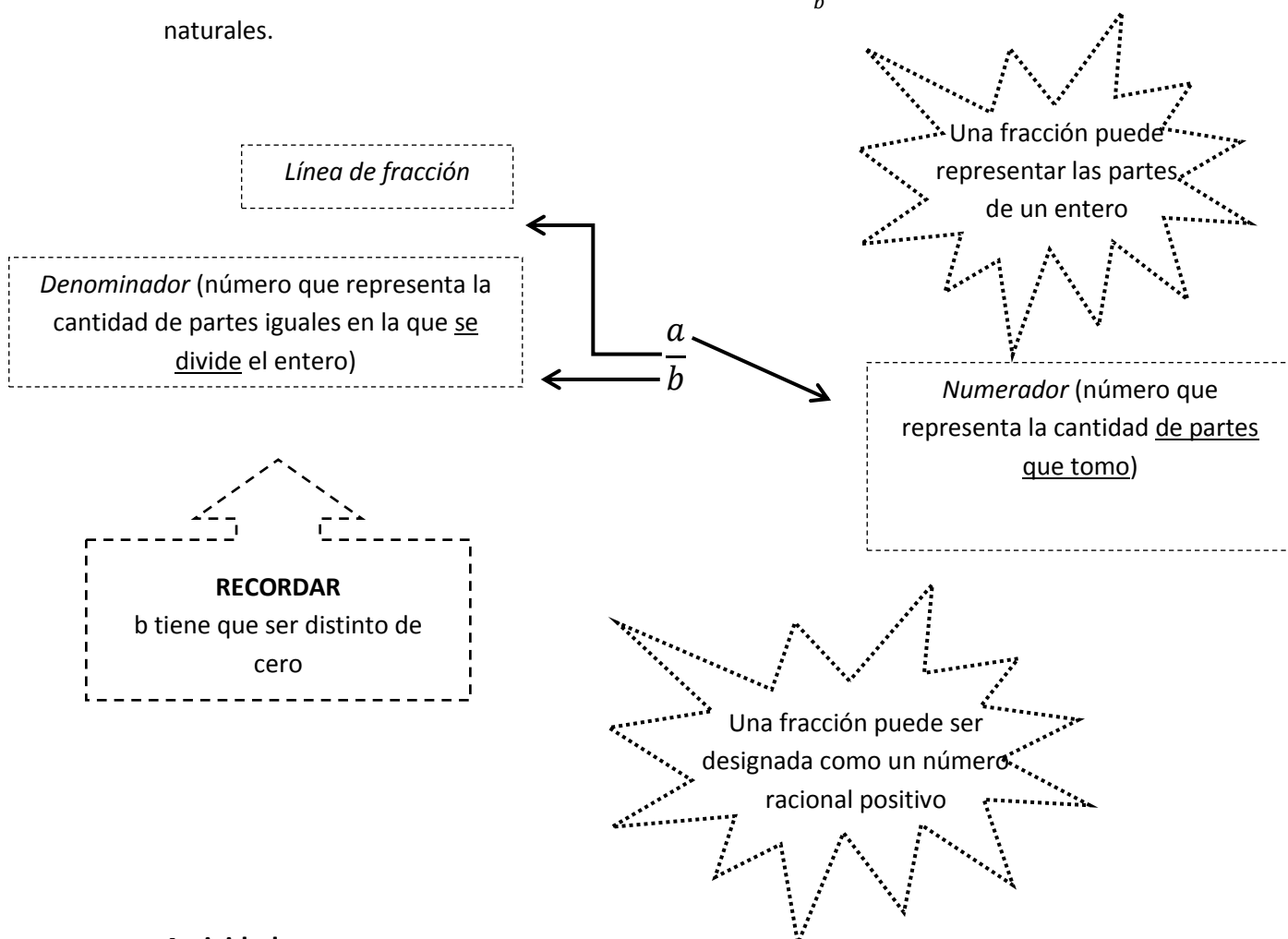
Presentamos a continuación las fotocopias de actividades utilizadas para el desarrollo de algunas clases. Para la construcción de las mismas tomamos como referencia distintos libros escolares que se citan en la Bibliografía del informe.

#### Fotocopias primera clase

#### FRACCIONES

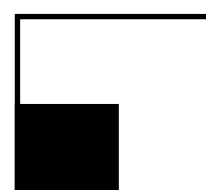
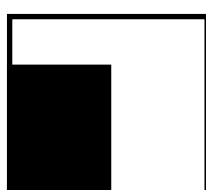
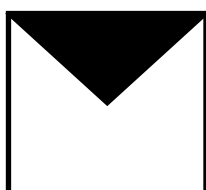
##### Nociones trabajadas en clase:

Definición: Una fracción es una expresión de la forma  $\frac{a}{b}$  donde a y b son dos números naturales.



#### Actividades

1) a. ¿En qué casos la zona pintada representa  $\frac{1}{4}$  del cuadrado?

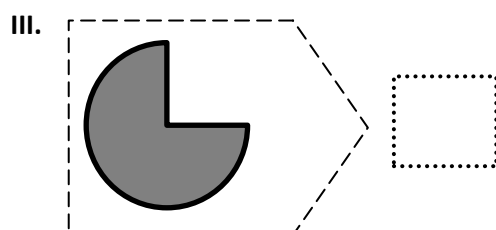
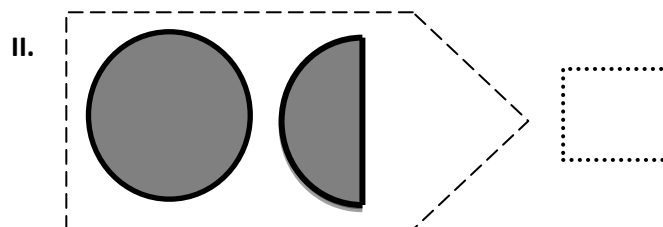
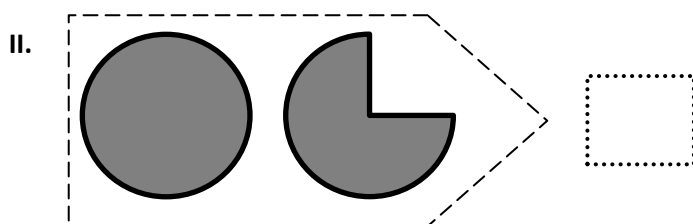


b. Partir las figuras que fueron seleccionadas en el inciso a. y pintar lo que corresponda para que finalmente quede representado/ pintado en ella la fracción  $\frac{3}{8}$ .

2) a. Esta figura representa una unidad dada. ¿Cómo representan con ella  $\frac{1}{2}$ ? ¿Y  $\frac{3}{4}$ ? ¿Y  $\frac{5}{4}$ ?



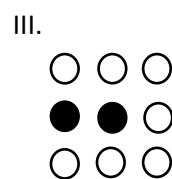
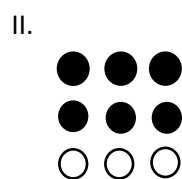
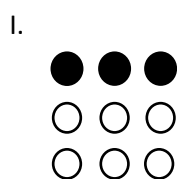
3) En cada ítem hay representada una fracción. Indique de qué fracción se trata



4) Determine qué parte del rectángulo está pintada



5) a. ¿En qué casos se ha pintado  $\frac{2}{3}$  de las bolitas?

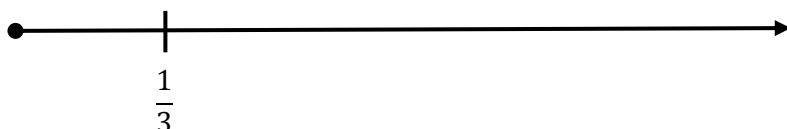


b. ¿Qué parte de las bolitas representa lo pintado en los casos descartados en los ítems del inciso a?

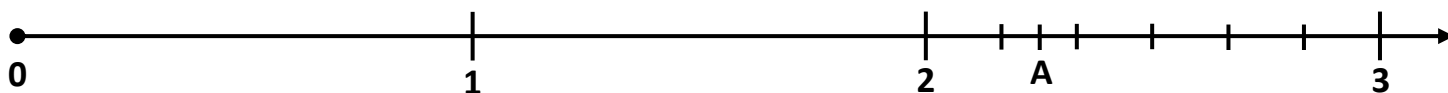
6) a. Ubique el número 2 en la siguiente recta numérica



b. Ubique en la siguiente recta numérica el número  $\frac{3}{6}$



7) Determine qué número es el que corresponde a la letra A que aparece en el siguiente tramo de la recta numérica:



### Fotocopia tercera clase

#### FRACCIONES

##### Fracción equivalente

- Nociones trabajadas en clase

Definición: una fracción  $\frac{a}{b}$  es equivalente a otra fracción  $\frac{c}{d}$  si se *verifica* que  $a \cdot d = b \cdot c$

Recordemos que en clases también dijimos que dos fracciones son equivalentes si representan la misma parte de la unidad dada.

#### **EN LA RECTA NUMÉRICA**

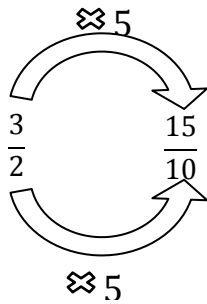
Las fracciones equivalentes “caen ó se encuentran en el mismo punto de la recta”

Definición: una fracción  $\frac{a}{b}$  se dice *fracción irreducible* sí el único divisor común entre su numerador y su denominador es el número natural 1.

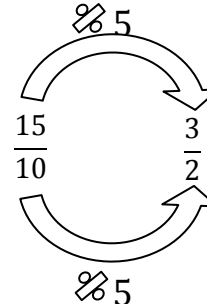


**Simplificación y amplificación**

- Nociones trabajadas en clase



Amplificación



Simplificación

- Actividades

- 1) Completar amplificando o simplificando las fracciones dadas según corresponda como indican las flechas.

$$\begin{array}{ccc}
 \begin{array}{c} \times 3 \\ \curvearrowright \end{array} & \begin{array}{c} \times 5 \\ \curvearrowright \end{array} & \begin{array}{c} \times 10 \\ \curvearrowright \end{array} \\
 \frac{3}{2} = \text{---} & = \text{---} & = \text{---} \\
 \text{---} = \text{---} & = \frac{15}{60} & = \text{---} \\
 \begin{array}{c} \curvearrowleft \\ \div 3 \end{array} & \begin{array}{c} \curvearrowleft \\ \div 5 \end{array} & \begin{array}{c} \curvearrowleft \\ \div 10 \end{array}
 \end{array}$$

- 2) Calcular la fracción irreducible que corresponde a cada una de las siguientes fracciones:

i)  $\frac{56}{16}$     ii)  $\frac{81}{72}$     iii)  $\frac{3443}{9009}$     iv)  $\frac{35}{10}$

Recordar que si utilizamos el **M.C.D** del numerador y denominador para simplificar una fracción, la fracción que se obtiene es llamada **fracción irreducible**

- 3) Para cada una de las siguientes fracciones escribir dos fracciones equivalentes cualquiera. Verificar la equivalencia de las fracciones utilizando la definición.

i)  $\frac{64}{220}$     ii)  $\frac{9}{15}$

### Fotocopia quinta clase

#### Adición y sustracción

La suma o resta de dos fracciones **con igual denominador** es una nueva fracción de modo tal que cuyo numerador es igual a  $a \pm c$  y el denominador es  $b$ :

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b}$$

La adición y sustracción de fracciones con distinto denominador  $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d}$  se resuelve amplificando o simplificando las fracciones dadas, para obtener fracciones equivalentes que tengan denominador común entre ellas.

Reglas prácticas para buscar el común denominador entre dos o más fracciones dadas:

- En el caso de que sea conveniente *amplificar* las fracciones se recomienda utilizar el M.C.M de los denominadores como denominador común.
- En el caso de que sea conveniente *simplificar* las fracciones se recomienda tener en cuenta los criterios de divisibilidad.

- 1) Calcular las siguientes adiciones y sustracciones y simplificar el resultado a su fracción irreducible:

a)  $\frac{2}{6} + \frac{1}{4} + \frac{4}{10} =$       b)  $\frac{60}{36} - \frac{6}{12} =$       c)  $\frac{1}{3} + \frac{2}{5} =$

- 2) Andrés pintó  $\frac{4}{9}$  de una pared durante la mañana, y a la tarde,  $\frac{3}{7}$  de la misma. ¿Qué fracción quedó pintada al final del día?
- 3) Ignacio se comió  $\frac{1}{4}$  de tarta y su hermana  $\frac{1}{3}$ . ¿Qué fracción de tarta en total comieron entre los dos? ¿Y qué parte de la tarta sobró?
- 4) Un barco recorre 3 puertos en una semana, descarga  $\frac{1}{5}$  de su contenido en el primer puerto en el que desembarca y  $\frac{1}{4}$  de su contenido en el segundo puerto. ¿Cuánto contenido le queda descargar en el último puerto?

### Fotocopia sexta clase

#### FRACCIONES

#### Multiplicación de fracciones:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Definición:

El **inverso multiplicativo** de una fracción  $\frac{a}{b}$  es la fracción  $\frac{b}{a}$  que cumple:  $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$

• Actividad

Resolver las siguientes multiplicaciones y simplificar los resultados a su fracción irreducible:

a)  $10 \cdot \frac{2}{15} =$     b)  $\frac{6}{8} \cdot 7 =$     c)  $\frac{250}{50} \cdot \frac{1}{5} =$     d)  $\frac{9}{11} \cdot \frac{3}{9} =$

División de fracciones:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Donde  $\frac{a}{b}$  es el **dividendo**,  $\frac{c}{d}$  el **divisor** y  $\frac{d}{c}$  el **inverso multiplicativo del divisor**.

• Actividad

Indicar en cada ítem si la solución dada es verdadera o falsa. Justificar en cada caso su respuesta y dejar expresados los cálculos correspondientes.

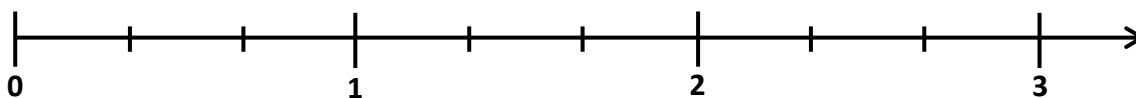
a)  $\frac{2}{5} : \frac{1}{10} = \frac{20}{15}$     b)  $\frac{25}{5} : 5 = \frac{1}{5}$     c)  $\frac{18}{6} : \frac{30}{10} = 1$   
 d)  $\frac{5}{4} : \frac{1}{8} = \frac{5}{32}$     e)  $\frac{18}{12} : \frac{3}{6} = \frac{3}{4}$

Fotocopias octava clase

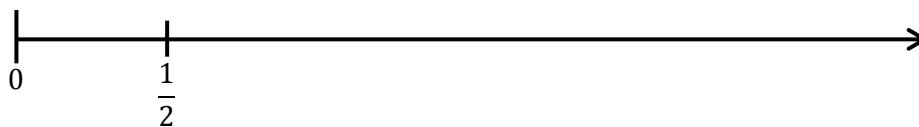
1) Determinar la fracción que se encuentra representada en la siguiente figura:



2) Ubicar en la recta numérica las siguientes fracciones:  $\frac{4}{9}, \frac{8}{3}, \frac{12}{9}, \frac{4}{3}, \frac{27}{9}, \frac{9}{3}$



- 3) Decir cuáles de las fracciones del ejercicio anterior son equivalentes entre sí y justificar su respuesta.
- 4) Ubicar la fracción  $\frac{5}{4}$  en la siguiente recta numérica:



- 5) Completar las celdas amplificando o simplificando de manera tal que las fracciones obtenidas sean equivalentes entre ellas:

$$\frac{1}{\boxed{\phantom{00}}} = \frac{\boxed{\phantom{00}}}{6} = \frac{6}{12} = \frac{66}{\boxed{\phantom{00}}}$$

- 6) Calcular la fracción irreducible de la fracción  $\frac{32}{12}$  y justificar el resultado utilizando la definición.

Resolución 1	Resolución 2

- 7) Resolver las siguientes situaciones problemáticas:
- Llegó el calor y Agustín quiere invitar a sus amigos a pasar el domingo en su pileta. Para eso el sábado a la mañana llenó  $\frac{3}{10}$  de la pileta, y por la tarde llenó  $\frac{5}{10}$  de la misma. ¿Qué fracción de la pileta le falta llenar?
  - La profesora de biología dio como tarea ver un documental sobre el tema que trabajaron en la clase. Federico ese mismo día reprodujo  $\frac{2}{7}$  del video y al día siguiente  $\frac{1}{3}$  del mismo. ¿Qué fracción del video reprodujo en total?

**8)** Resolver las siguientes situaciones problemáticas:

- a. José dejó  $\frac{3}{5}$  de la pared para pintar con colores cálidos. Si pintará de color marrón  $\frac{2}{3}$  de lo destinado a los colores cálidos. ¿Qué parte de la pared será de color marrón?
- b. En el cumpleaños de Ariel se repartieron pizzas sobre la mesa y cada pizza se cortó en doce porciones ¿qué fracción de la pizza representa cada porción? Al finalizar la fiesta los invitados habían comido cincuenta y dos porciones de pizza ¿cuántas pizzas completas comieron los invitados?

**9)** Dar el inverso multiplicativo de la fracción  $\frac{1}{13}$  y verificar que cumple la definición.

**10)** Calcular la siguiente división de fracciones:  $\frac{2}{26} : \frac{1}{13} =$

## 5.2. Anexo II

### Guion Conjetural

Para informar al lector detallamos brevemente lo que es un guion conjetural utilizando la bibliografía estudiada durante nuestra formación docente, según Bombini, G. es *“una suerte de relato de anticipación, de género de didáctica-ficción que permite predecir prácticas a la vez que libera al sujeto en sus posibilidades de imaginarse una práctica maleable, dúctil, permeable a las condiciones de su producción, de frente a los sujetos (el docente-los alumnos) que en ella participan”*, (2002).

Un guion conjetural permite hipotetizar, ir y venir, probar, equivocarse, intentar, predecir, levantar conjeturas, organizar, reflexionar e imaginar sobre situaciones dentro de una clase. Se presenta como un género que reemplaza a la planificación, no en lo burocrático, sino en la manera de pensar y pensarse dentro de la práctica de enseñanza y la relación con el conocimiento.

A continuación presentamos un modelo de guion conjetural que utilizamos para la propuesta de la segunda clase, el cual elegimos entre los diez guiones pues en él hay más conjeturas levantadas sobre las respuestas de los estudiantes que en el resto, ya que se trata de una clase que se desarrollaba dependiendo de las respuestas de los mismos. También presentamos las referencias a tener en cuenta para su lectura.

### REFERENCIAS

- **Color verde:** corresponde a los tiempos de clase estimados para cada momento y recreo que atraviesa la clase.
- **Color violeta:** corresponde a lo que se dirá oralmente en la clase.
- **Color azul:** corresponde a lo que se escribirá en la pizarra.
- **Alineado a la derecha y cursiva:** corresponde a las conjeturas planteadas de las posibles respuestas de los alumnos.

### **GUION CONJETURAL SEGUNDA CLASE: (8/8) en división A.**

#### **OBJETIVOS DE LA CLASE**

##### **Para el docente:**

- Efectuar una clase que difiera de la convencional, que resulte divertida/attractiva para los alumnos y que dé sentido a los contenidos a tratar o ya tratados.
- Llevar a cabo una actividad que muestre de una manera tangible el concepto de fracción equivalente.
- Motivar visualmente, con la linealidad del fichero, la idea de recta numérica y la representación de fracciones equivalentes en una recta numérica.
- A través del juego permitir la participación de todos los alumnos y la integración de ellos en un ambiente de producción matemática.

### Para los alumnos:

Esperamos que los alumnos:

- Muestren entusiasmo en el juego.
- Reconozcan la intencionalidad del juego y que una clase de matemática no necesariamente es una clase magistral.
- Reconozcan la fracción como 'Parte De'.
- Reconozcan y vinculen fracciones equivalentes.

### RECURSOS PARA LA CLASE

- El juego con sus elementos para veinte equipos de dos alumnos cada uno. Repuestos de fichas y ficheros.
- Disposición de los bancos (asientos) diferente de la que tienen a diario, lo que consiste en enfrentar los bancos de a dos para que cada par de alumnos tenga su lugar de juego.

### INFORMACIÓN SOBRE EL JUEGO

#### **NOMBRE DEL JUEGO: LA ESCOBA DEL 1**

En este juego el objetivo es armar un entero con diferentes fichas que representan partes del mismo. Por ejemplo: dos medios, cuatro cuartos o combinación de algunos que pueden implicar el uso de más de dos fichas. El juego es entre dos o tres personas que juntas cuentan con **veintidós** a disposición con las cuales se pueden formar como máximo cuatro enteros iguales.

A cada par de alumnos se le hará entrega de dos **ficheros** de cartón de 40cm de largo x 8cm de ancho los cuales representan el entero a formar (ver al final del guion la imagen ilustrativa del fichero). Este rectángulo permite que los alumnos encajen y deslicen las **fichas** en él. Las fichas son de cartón diferenciadas por color y largo según la fracción del entero que representen. El total de las fichas inicialmente se encontrará en una **bolsa** (que no permite ver el interior) y además se hará entrega de cuatro **bolsitas** de cartón para que guarden en ellas las fichas con las que logren formar un entero.

#### Instrucciones:

Cada jugador tiene a disposición un fichero. Cada uno de los integrantes toma cuatro piezas de la bolsa al azar e intentan armar con ellas un entero, si no lo logran deben tomar una pieza más al azar y así sucesivamente hasta armar un entero. Cuando lo consiguen tienen a disposición bolsitas para guardar las fichas con las que formaron el entero. Con las sobrantes tienen que tratar de formar otro entero y de no ser posible se retira una nueva pieza de la bolsa (al azar) y se continúa de la misma manera que al comienzo.

El jugador que más enteros forme al terminarse las piezas de la bolsa es el ganador. En el caso de haber empate se cuentan las fichas restantes con las cuales no formaron enteros y ganará el que tenga menos.

#### Descripción de piezas del juego:

Las fichas del juego se diferenciarán por colores y serán *dos medios, cuatro cuartos, seis sextos y diez décimos* formando un total de veintidós fichas. Cada equipo contará con una bolsa con las fichas, dos ficheros y cuatro bolsitas para comenzar el juego.

#### **PRESENTACIÓN DEL JUEGO:**

En éste momento se le asignará a cada alumno su contrincante (previamente seleccionado con la lista de presentes y ausentes de ese día) y se explicará la dinámica e instrucción del juego mostrando los elementos del mismo. Luego se repartirán las bolsas, ficheros y bolsitas entre los grupos para dar comienzo a la actividad.

**(10 min para presentación y para dudas/preguntas)**

#### **EJECUCIÓN DEL JUEGO:**

Una vez listos los duetos para jugar daríamos comienzo a la actividad y proponemos **25 minutos** de juego. En el caso de que algunos terminen y otros no, según las circunstancias del momento, los invitaremos que jueguen nuevamente entre las parejas o intercambien oponentes.

**(Recreo en la división A)**

#### **VISUALIZACIÓN DEL CONCEPTO:**

Una vez finalizado el juego se pide a los alumnos que mantengan el orden en las mesas de juego dejando sólo a disposición los enteros que hayan conseguido armar (en la última partida). Si están dispersos por el aula fuera de sus lugares se les requerirá que vuelvan a sus asientos con sus respectivos enteros para analizar los resultados obtenidos. Elegiremos al azar cinco alumnos para que pasen al frente de la clase con alguno de los enteros que formaron para realizarles algunas de las siguientes preguntas referidas al análisis del resultado:

- ¿Cuántas piezas son del mismo color?
- ¿Cuántas piezas tiene tu entero?
- ¿Cuántos colores forman tu entero? ¿Y qué nombre le corresponde a cada una?

*Pueden responder correctamente el número fraccionario o no que le corresponde a cada ficha.*

En el caso de que no respondan, les mostraremos **qué parte del entero es la ficha si completo el entero con todas fichas del mismo color o iguales que ella.**

Luego se le pedirá a cada alumno (de los cinco seleccionados) que dibuje en el pizarrón su entero marcando ficha a ficha (con diferentes colores). Para así dejar explícita una representación gráfica del resultado para el resto de la clase.



Seguido se convocará a toda la clase a responder algunas preguntas siguiendo los gráficos:

- **¿Qué relación ven entre los enteros que dibujaron sus compañeros y los que cada uno tiene en su mesa?** Se priorizará la respuesta de alumnos que no hayan pasado al pizarrón respondiendo uno a uno sus conjeturas.

*Son iguales, miden lo mismo, ocupan lo mismo, todas las fichas de 'Juan' ocupan/miden/completan/lleñan/cubren lo mismo que las mías o también son equivalentes/ similares, mis fichas son las mismas que las de 'Juan', yo tengo una ficha igual a la 'Pablo' pero las demás distintas, tengo casi todas las fichas iguales a las de 'Marcos', tengo las mismas fichas pero de distinta manera ordenadas, no tienen nada parecido, no tienen relación las fichas con las mías...*

Una vez presentadas todas, algunas u otras de las anteriores posibles respuestas responderíamos en general o tomando alguna respuesta muy particular lo siguiente:

Todos los enteros miden lo mismo sin importar que fichas los compongan ni el orden de las mismas (esto se hace evidente en que todos formaron el mismo entero con diferentes fichas), por lo tanto puedo formar el entero de diferentes maneras como vemos en el pizarrón.

También los que tienen alguna ficha igual a la de un compañero pero las demás diferentes pueden notar que 'las diferentes' miden en total lo mismo, porque me completan de todas formas el entero que siempre es el mismo.

- **¿Son finalmente todos los enteros iguales o no?**

*Luego de la explicación creemos que la respuesta sería SI...*

Entonces dirigiéndonos hacia los alumnos que contestaron (si es que los hay) que **no había relación entre sus enteros y los del pizarrón** les remarcaríamos lo que se respondió antes.

- **¿Qué relación ven entre la primer ficha de 'Juan' y las dos primeras fichas de 'Pedro' (eligiéndolas previamente equivalentes)?**

*Esperamos que la respuesta sea en general miden lo mismo, son iguales, ocupan lo mismo, son equivalentes...*

- **¿Cuántas fichas azules necesitaría 'Facundo' para completar el fichero si quita las de otro color?... y así siguiendo con todos los colores (6), utilizando la destreza que adquirieron en el juego, queremos que digan la cantidad de fichas de cada color necesarias para completar el entero.**

*En ésta instancia consideramos que estimarían con el tamaño de la ficha azul cuántas entran en el fichero. Tal vez algún alumno ya lo haya considerado como estrategia durante el juego y también podría haberlo logrado con alguno de los colores.*

Si nadie logra responder con exactitud tomaríamos primero 'los medios' para ejemplificar en el pizarrón que se necesitan dos y así con los demás colores. En el caso de que no aparezcan en la pizarra ejemplos que sirvan para lo anterior dibujaremos un supuesto entero que cumpla con lo necesario.

- ¿Y si quito éstas 3 fichas de 'Facundo', qué otras de distintos colores puedo colocar para completar el entero?

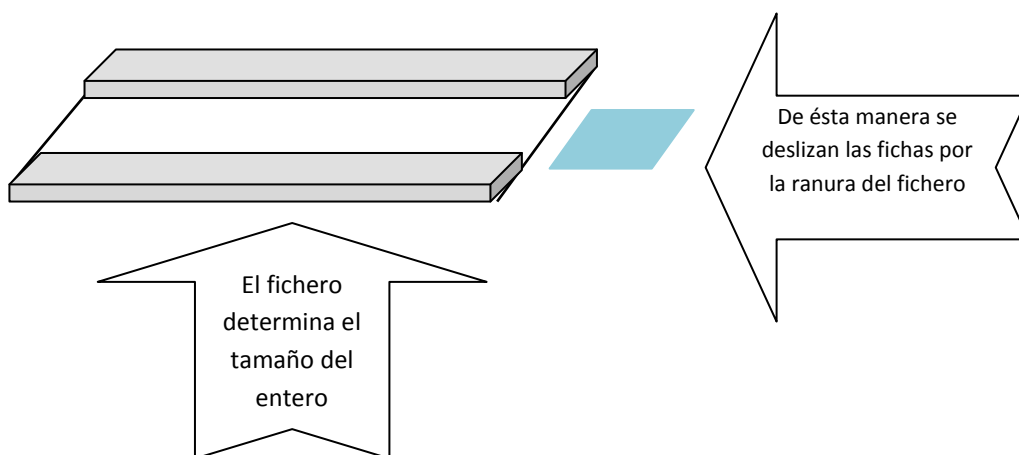
Consideramos que las respuestas tendrán distintas combinaciones de fichas y colores según la parte que se necesite para completar el entero. Algunas serán correctas y otras erróneas pero en conjunto con los alumnos se corregirán los errores de manera ordenada permitiendo la participación de todos.

Una vez transcurrida la clase mencionaremos que el juego tiene un fundamento matemático que lo sostiene y que hay un concepto central que lo atraviesa. Ese concepto es el de *fracción equivalente* y hablaremos de ello la clase siguiente definiendo y formalizando concretamente el mismo.

**AVISO ORAL DE PRIMER TRABAJO PRÁCTICO:** Se dará aviso a los alumnos de que el día *martes 15/8* se tomará el primer trabajo práctico evaluativo para el cual tienen que tener realizadas las actividades de: fracciones, representación en la recta, equivalencia de fracciones y simplificación y sustracción que se darán a lo largo de las clases. Mencionaremos que los 40 minutos previos al TP haremos revisión de las mismas, se saldrán dudas y responderán preguntas para poder después en 40 minutos dar lugar a la resolución del TP. También se recordará la importancia de completar los cuadernos porque van a poder hacer uso del mismo y es parte de la nota que llevará el TP.

(30 min)

#### FICHERO:



Los abajo firmantes, miembros del Tribunal de Evaluación del Informe de Prácticas de *Metodología y Práctica de la Enseñanza*, damos Fe que el presente ejemplar impreso se corresponde con el aprobado por el Tribunal.

