

Universidad Nacional de Córdoba



Doctorado en Ciencias de la Ingeniería

Tesis Doctoral

COMPENSACIÓN DE IMPERFECCIONES ELECTRO-ÓPTICAS EN TRANSMISORES COHERENTES PARA SISTEMAS DE

COMUNICACIONES POR FIBRA ÓPTICA

Autor: Ing. James Jules Waldemar Kunst

Director: Dr. Benjamín Reyes

Mayo 2024

COMPENSACIÓN DE IMPERFECCIONES ELECTROÓPTICAS EN TRANSMISORES COHERENTES PARA SISTEMAS DE COMUNICACIONES POR FIBRA ÓPTICA

por Ing. James J. W. Kunst

Director Dr. Benjamín Reyes

Comisión Asesora

Dr. Mario Hueda - FCEFyN, UNC

Dr. Damián Morero - FCEFyN, UNC

Esta Tesis fue enviada a la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de la Universidad Nacional de Córdoba como requisito parcial para la obtención del grado académico de Doctor en Ciencias de la Ingeniería.

> Córdoba, Argentina Mayo, 2024









Universidad Nacional de Córdoba Posgrado - Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales

ACTA DE EXAMEN

Acta Nº: P10#331

Año Académico:2024Fecha Examen:23/05/2024Ubicación:Sede Unica - P10

Actividad: (P10-DI002) TESIS DOCTORADO EN CIENCIAS DE LA INGENIERIA

Turno:P10-TURNO ANUAL TESIS DEMesa:23-05-24 KUNST JAMES JULESLlamado:PRIMER LLAMADO ABRIL-Docentes:FINOCHIETTO, JORGE MANUEL (Presidente) COUSSEAU, JUAN EDMUNDO (Vocal) ZERBINI, CARLOS ALBERTO

N٥	Apellido y Nombre	Identificación	Instancia	Fecha	Nota	Resultado
1	KUNST, JAMES JULES WALDEMAR	DNI 94107867	Regular	23/05/2024	A (Aprobado)	Aprobado

Total:

Evaluados: 1

Aprobados: 1

Desaprobados: 0

Ausentes: 0

1

A gradecimient os

La presente Tesis es el resultado del esfuerzo de mucha gente con la cual estaré siempre agradecido:

A mi familia y amigos.

A Benjamín Reyes, Mario Hueda, Oscar Agazzi, Damián Morero por su apoyo y confianza.

A la Fundación Fulgor y Fundación Tarpuy.

A todos mis compañeros de estudio en especial: a Agustín Galetto, Juan Bonetti, Emanuel Dri, Fredy Solis, Leandro Passetti y Leandro Borgnino.

Resumen

Los sistemas de comunicaciones ópticos coherentes han revolucionado las comunicaciones por fibra óptica, debido a su rendimiento superior ofrecido en comparación con la modulación de intensidad y la detección directa. Se prevé que en los próximos años, los sistemas coherentes para fibra óptica requerirán velocidades de transmisión de datos de 1,6 terabits por segundo y superiores. Esto exige mayores tasas de transferencia de símbolos y formatos de modulación más avanzados que los usados actualmente. La *fotónica de silicio* emerge como una solución prometedora para la próxima generación de transceptores ópticos coherentes integrados, permitiendo resolver el dilema del escalamiento de complejidad del sistema manteniendo un bajo consumo de energía y costo de fabricación. Sin embargo, incrementar la complejidad de esta clase de sistemas conlleva el inconveniente de una mayor sensibilidad a las imperfecciones de fabricación, tales como errores de amplitud y fase, limitaciones y desajustes del ancho de banda, etc. Estas deficiencias son críticas y deben compensarse si se quiere aprovechar el máximo potencial de la combinación de la tecnología coherente y la fotónica de silicio. En esta Tesis, se propone una técnica novedosa y eficiente para la compensación de las *imperfecciones electro-ópticas* en los transmisores *ópticos coherentes* para sistemas de comunicaciones por fibra óptica. La propuesta se destaca por sus bajos requerimientos de hardware adicional, para su aplicación en los sistemas de comunicaciones actuales, y su capacidad de re-ajustarse en segundo plano para lidiar con las imperfecciones dependientes del tiempo y del entorno, sin interrumpir el funcionamiento normal del sistema. El método representa un avance significativo con respecto a los métodos habituales de compensación en tiempo real, cuyos altos requerimientos son un importante factor limitante en su implementación comercial. Se proporcionan los fundamentos teóricos de la nueva técnica propuesta y se presentan simulaciones numéricas en un escenario realista que muestra excelentes resultados para formatos de modulación y tasas de símbolos elevados.

Abstract

Coherent optical communication systems have revolutionized fiber optic communications due to their superior performance compared to intensity modulation and direct detection. It is anticipated that in the coming years, coherent systems for fiber optics will require data transmission speeds of 1.6 terabits per second and beyond. This demands higher symbol transfer rates and more advanced modulation formats than those currently used. Silicon photonics emerges as a promising solution for the next generation of integrated coherent optical transceivers, addressing the dilemma of scaling complexity while maintaining low power consumption and manufacturing costs. However, increasing the complexity of such systems poses the inconvenience of greater sensitivity to manufacturing imperfections, such as amplitude and phase errors, bandwidth limitations, and mismatches, among others. These impairments are critical and must be compensated to unlock the full potential of the combination of coherent technology and silicon photonics. In this Thesis, a novel and efficient technique is proposed for *electro-optic* impairments compensantion of *coherent optical transmitters* for fiber optical communication systems. The proposal stands out for its low additional hardware requirements for application in current communication systems and its ability to readjust it self in background mode to deal with time and environment dependent impairments without disrupting normal system operation. The method represents a significant advance compared to typical real-time compensation methods, whose high requirements are a major limiting factor in their commercial implementation. The theoretical foundations of the new technique are provided, and numerical simulations in a realistic scenario are presented, showing excellent results for high symbol rates modulation formats.

Resumo

Os sistemas de comunicações ópticas coerentes revolucionaram as comunicações por fibra óptica, devido ao seu desempenho superior oferecido em comparação com a modulação de intensidade e a deteção direta. Prevê-se que nos próximos anos, os sistemas coerentes para fibra óptica exigirão velocidades de transmissão de dados de 1,6 terabits por segundo e superiores. Isso demanda taxas de transferência de símbolos mais altas e formatos de modulação mais avançados do que os utilizados atualmente. A fotônica de silício surge como uma solução promissora para a próxima geração de transceptores ópticos coerentes integrados, permitindo resolver o dilema do escalonamento de complexidade do sistema mantendo um baixo consumo de energia e custo de fabricação. No entanto, aumentar a complexidade dessa classe de sistemas acarreta o inconveniente de uma maior sensibilidade às imperfeições de fabricação, como erros de amplitude e fase, limitações e desajustes de largura de banda, etc. Essas deficiências são críticas e devem ser compensadas se deseja explorar totalmente o potencial da combinação de tecnologia coerente e fotônica de silício. Nesta Tese, propõe-se uma técnica inovadora e eficiente para a compensação de *imperfeições* eletro-ópticas nos transmissores ópticos coerentes para sistemas de comunicações por fibra óptica. A proposta destaca-se por seus baixos requisitos de hardware adicional, para sua aplicação em sistemas de comunicações atuais, e sua capacidade de reajustar-se em segundo plano para lidar com as imperfeições dependentes do tempo e do ambiente, sem interromper o funcionamento normal do sistema. O método representa um avanço significativo em relação aos métodos habituais de compensação em tempo real, cujos altos requisitos são um importante fator limitante em sua implementação comercial. São fornecidos os fundamentos teóricos do esquema proposto e apresentadas simulações numéricas em um cenário realista que demonstra excelentes resultados para formatos de modulação e taxas de símbolos elevados.

Índice general

Ag	grade	ecimientos	IX
Re	esum	en	х
Al	ostra	\mathbf{ct}	XI
Re	esum	0	XII
Si	glas	X	XII
1.	Intr	oducción	1
	1.1.	Contexto histórico de los sistemas de comunicación por fibra óptica .	2
	1.2.	Motivación de la Tesis	4
	1.3.	Trabajos relacionados	10
	1.4.	Objetivos de la Tesis	12
	1.5.	Organización de la Tesis	15
2.	Imp	acto de las Imperfecciones del Canal Electro-Óptico sobre el	
	Des	empeño de un Transmisor Óptico Coherente	16
	2.1.	Sistema de comunicación óptico coherente	17
	2.2.	Modelo matemático del transmisor óptico coherente	19
	2.3.	Limitaciones de las técnicas actuales de compensación de imperfeccio-	
		nes para transmisores ópticos coherentes $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	28
	2.4.	Conclusión	31

3.	. Nueva Técnica de Identificación de Sistemas con Canal de Reali-			
	mer	ntación de Ancho de Banda Reducido	32	
	3.1.	Introducción	33	
	3.2.	Algoritmo de identificación de sistemas	36	
	3.3.	Canal de observación lineal	37	
	3.4.	Canal de realimentacion no-lineal	40	
	3.5.	Simulación de la identificación de un sistema a través de un canal de		
		realimentación no-lineal	47	
	3.6.	Conclusión	49	
4.	Nue	eva Técnica de Compensación de Imperfecciones Electro-Ópticas		
	para	a Transmisores Ópticos Coherentes con Canal de Realimentación		
	de l	Baja Complejidad	51	
	4.1.	Introducción	52	
	4.2.	Compensación de imperfecciones mediante un ecualizador de imper-		
		fecciones y el algoritmo de retro-propagación del error	56	
	4.3.	Estimación del canal mediante el algoritmo de identificación de siste-		
		mas convencional	58	
	4.4.	Estimación del canal mediante la nueva técnica basada en una sola		
		fotodetección	60	
	4.5.	Análisis en dominio de la frecuencia de la estimación basada en una		
		sola fotodetección	65	
	4.6.	Conclusión	68	
5.	Eva	luación de Desempeño de la Nueva Técnica de Compensación	69	
	5.1.	Introducción	70	
	5.2.	Desempeño de la estimación	70	
	5.3.	Desempeño de la ecualización	75	
	5.4.	Evaluación del desempeño de la propuesta en el contexto de un sistema		
		de comunicaciones coherente	79	
	5.5.	Conclusión	88	
6.	Con	clusiones Finales	89	
	6.1	Discusión final	90	

	6.2.	Futuros trabajos	91
А.	Con	venciones Matemáticas	92
	A.1.	Notación y convenciones matemáticas	93
в.	Apé	ndice Capítulo 3	94
	B.1.	Derivadas para el algoritmo de gradiente descendente	95
	B.2.	Estado estacionario del algoritmo LMS con un canal de realimentación	
		no-lineal	96
C.	Apé	ndice Capítulo 4	98
	C.1.	Algoritmo de retro-propagación del error \hdots	99
	C.2.	Representación digital del canal de realimentación con una sola foto-	
		detección	100
	C.3.	Algoritmo LMS con canal realimentación conformado por una cadena	
		fotodetector/ADC	103
	C.4.	Derivación de las incertidumbres de la estimación basada en una sola	
		fotodetección \ldots	105
	C.5.	Ruido en el algoritmo de gradiente descendente	108
	C.6.	Análisis de los coeficientes estimados en el dominio de la frecuencia $% \left({{{\left[{{\left[{\left[{\left[{\left[{\left[{\left[{\left[{\left[$	110
Bi	bliog	rafía	112

Índice de figuras

1.1.	Esquema general de un sistema de comunicaciones coherente para fibra		
	óptica	6	
1.2.	Esquema de un transmisor óptico coherente (COT) y el canal electro-		
	óptico (EOC)	7	
1.3.	Comparación de constelaciones demoduladas en un receptor ideal pa-		
	ra una transmisión de 64-QAM, sin ruido en el canal óptico. a) Sin		
	imperfecciones en el EOC. b) Con imperfecciones en el EOC. \ldots .	9	
2.1.	Esquema de un sistema de comunicación óptico coherente. La infor-		
	mación digital a transmitir provista por el DSP del transmisor óptico		
	coherente (COT), es transformada al dominio óptico a través del ca-		
	nal electro-óptico (EOC), luego es transmitida por el canal óptico		
	para finalmente ser demodulada y recuperada por el receptor óptico		
	coherente (COR)	17	
2.2.	Esquema del modelo matemático del COT	19	
2.3.	Esquema del COT con imperfecciones lineales en el EOC	23	
2.4.	Modelo digital del COT con imperfecciones lineales en el EOC; los		
	coeficientes $L_{ij}^{\varrho}[n]$ resumen la respuesta total del sistema, incluidos el		
	demodulador coherente ideal y el bloque de muestreo	24	
2.5.	Esquema del sistema de comunicación coherente con ruido AWGN en		
	el canal óptico.	26	
2.6.	Curvas de BER vs OSNR para diferentes imperfecciones en el COT	27	
2.7.	Penalidad OSNR para BER= 10^{-3} , en función de: a) I/Q Time skew,		
	b) Gain Error, c) Phase Error. d) BW error.	28	

2.8.	Esquema convencional para la aplicación del algoritmo de identifi- cación de sistemas (SI). A través del estimador de canal (CE) y el algoritmo LMS se crea una versión digital del canal de interés. La es- timación obtenida permite retro-propagar el error y pre-compensar la señal de entrada mediante el equalizador de imperfecciones (IE). La señal de salida compensada se obtiene al introducir la señal de entrada pre-compensada en el canal de interés	30
3.1.	Esquemas general del algoritmo de identificación de sistemas (SI). $\ .$	34
3.2.	Diferentes esquemas del algoritmo de SI. a) Esquema convencional de dos sistemas lineales en cascada, compuesto por el canal de interés y de observación. b) Esquema propuesto con una función no lineal de salida w , entre el canal de interés y el de observación	35
3.3.	Esquema básico para la estimación de un canal de interés lineal sin canal de observación, utilizando el algoritmo LMS	36
3.4.	Esquema convencional para la estimación de un canal de interés me- diante el uso de un canal de observación lineal	38
3.5.	Esquema propuesto para la estimación individual del canal de interés y observación. La introducción de una función no lineal y sin memoria descripta por los coeficientes a_q , permite el desacoplamiento entre el canal de interés y el de observación	41
3.6.	Evolución instantánea del error cuadrático medio, \mathcal{E}_n , para cuatro ca- sos diferentes de ancho de banda del canal de observación. Los re- sultados obtenidos demuestran que, con la técnica propuesta, la con- vergencia del algoritmo no depende del ancho de banda del canal de observación	49
3.7.	Comparación de respuesta en frecuencia entre los canales reales y es- timados para los diferentes valores de B_{FC} . a), b), c) y d) Muestran la comparación del canal de interés con su estimación. e), f), g) y h) Muestran la comparación del canal de observación y su estimación.	50

- 4.1. Comparación en alto nivel de dos sistemas de compensación para las imperfecciones del EOC del COT utilizando un ecualizador de imperfecciones IE. a) Algoritmo de sistema de identificación convencional, donde es necesario un detector coherente completo para estimar cada uno de los canales I/Q de cada polarización. Las señales resultantes se utilizan para la estimación del EOC y pre-compensación de la secuencia digital de entrada. b) Sistema propuesto en esta Tesis, donde el canal de realimentación está conformado por un único fotodetector de bajo ancho de banda, seguido por un ADC de baja velocidad. La nueva técnica es capaz de estimar y pre-compensar la secuencia digital de entrada, reduciendo drásticamente los costos de implementación. 544.2. Compensación de imperfecciones del EOC del COT; los coeficientes $\mathcal{H}_{ii}^{\varrho}[n]$ del ecualizador de imperfecciones (IE) son calculados con el algoritmo de retro-propagación de error. 564.3. Esquema simplificado de la compensación adaptiva y en segundo plano de las imperfecciones del EOC de un COT mediante el algoritmo convencional de SI. La linea doble representa la señal compleja. 594.4. Medición de la señal digital de realimentación z[k], a través del canal de realimentación propuesto en esta Tesis, el cual esta compuesto por un único fotodetector y un ADC. El mismo fotodetector es usado para detectar los componentes de ambas polarizaciones. 60 4.5. Obtención de la señal digital z[k], a través del modelo digital equivalente del canal de realimentacion propuesto en esta Tesis. Este relacio
 - na las señales digital de salida $(y^{\varrho}[n])$ con z[k]. El factor de diezmado N modela el ADC de una velocidad menor con respecto al transmisor. 62

5.6.	Diagrama de bloques del sistema de comunicación óptica bajo prueba,			
	con el IE y el motor de adaptación (adaptation engine), y el canal de			
	realimentación propuesto en esta Tesis	80		
5.7.	Penalidad OSNR para BER= 10^{-3} , en funcion de: a) I/Q Time skew,			
	b) Gain Error, c) Phase Error. d) BW error. La penalidad se muestra			
	para el caso no compensado y para un canal de realimentación con			
	$B_{FC}/B_0 = 1 \text{ y } B_{FC}/B_0 = 1/8$	82		
5.8.	Respuesta en frecuencia del EOC $(\tilde{L}_{II}^{H}(\Omega) ^{2})$, su estimación $(\breve{L}_{II}^{H}(\Omega) ^{2})$,			
	el comportamiento del IE $(\mathcal{H}_{II}^{H}(\Omega) ^{2})$ y el sistema compensado (Com-			
	pensated EOC). Se consideran dos tipos de canales para ambos valores			
	$B_{FC}/B_0 = \{1, 1/8\}$. a) y b) Canal genérico. d) y c) Canal con ripple			
	de 1 dB en la banda de paso	83		
5.9.	Respuesta en frecuencia del canal de observación $(\tilde{M}(\Omega))$ y su estima-			
	ción ($\check{M}(\Omega)$) para dos anchos de banda diferentes, a) para $B_{FC}/B_0 =$			
	1, y b) para $B_{FC}/B_0 = 1/8$	84		
5.10.	Evolución del MSE de la constelación en el receptor, en función del			
	número de símbolos. a) Para un canal de realimentación con detección			
	coherente. b) Con el canal de realimentación propuesto en esta Tesis			
	con $B_{FC}/B_0 = 1$, y c) $B_{FC}/B_0 = 1/8$. Se debe tener en cuenta que,			
	si bien el ancho de banda del canal de realimentación ralentiza la			
	convergencia, esto no afecta el valor de error final	85		
5.11.	. Comparación de diagramas de ojo de ambas polarizaciones de un COT			
	con imperfecciones en el EOC. a) No compensado. b) Compensado con			
	$B_{FC}/B_0 = 1.$ c) Compensado con $B_{FC}/B_0 = 1/8$. La efectividad del			
	método de compensación se refleja en los resultados de las columnas			
	b) y c)	86		
5.12.	Comparación de constelaciones demoduladas en el receptor. a) Cons-			
	telación con imperfecciones no compensadas. b) Constelación compen-			
	sada con $B_{FC}/B_0 = 1$. c) Constelación compensada con $B_{FC}/B_0 = 1/8$.	87		

Índice de tablas

1.1. Comparación de técnicas para la compensación de imperfecciones en el EOC basadas en algoritmos aplicados en el DSP del COT 13

Siglas

- ADC Analog to Digital Converter (Conversor Analógico Digital)
- ASE Amplified Spontaneous Emission (Emisión espontánea amplificada)
- AWGN Additive White Gaussian Noise (Ruido Blanco Gaussiano Aditivo)
- **BER** Bit Error Rate (Tasa de Error de Bits)
- **BPD** Balanced Photodector (Fotodetector Balanceado)
- **BW** Bandwidth (Ancho de banda)
- CD Cromatic Dispersion (Dispersión Cromática)
- **CE** Channel Estimator (Estimado de Canal)
- **CE-LMS** Channel Estimator LMS (LMS del Estimador de Canal)
- **CMOS** Complementary Metal-Oxide-Semiconductor (Semiconductor Complementario de Óxido Metálico)
- **COR** Coherent Optical Receiver (Receptor Óptico Coherente)
- **COT** Coherent Optical Transmitter (Transmisor Óptico Coherente)
- **DAC** Digital to Analog Converter (Conversor Analógico Digital)
- **DEV** Device Driver (Controlador de Dispositivo)
- **DP** Dual Polarization (Doble Polarización)

- **DPD** Digital Photodetector (Fotodetector Digital)
- **DSP** Digital Signal Processing (Procesamiento Digital de Señales)
- **EOC** Electro-Optical Channel (Canal Electro-Óptico)
- FPGA Field Programmable Gate Array (Matriz de Puerta Programable en Campo)
- GaAs Aseniuro de Galio
- GBd Giga-Baud (Giga-Baudios)
- **Gbps** Giga-bit per second (Giga-bits por segundo)
- GD Gradient Descent (Gradiente Descendente)
- **GHz** Giga-Hertz (Giga-Hertzios)
- **GS**/**s** Giga-Samples per second (Giga-Muestras por segundo)
- **IE** Impairment Equalizer (Ecualizador de Imperfecciones)
- **IE-LMS** Impairment Equalizer LMS (LMS del Ecualizador de Imperfecciones)
- **IM-DD** Intensity Modulation Direct Detection (Modulación de Intensidad Detección Directa)
- InP Fosfuro de Indio
- **ISI** Intersymbol Interference (Interferencia entre Símbolos)
- LiNbO₃ Niobato de Litio
- LMS Least-Mean-Square (Mínimo Cuadrado Medio)
- **LO** Local Oscillator (Oscilador Local)
- LPF Low Pass Filter (Filtro Pasa Bajo)
- Mbps Mega-bit per second (Mega-bits por segundo)
- **MIMO** multiple-input multiple-output (Multiple-Entradas Multiples-Salidas)

- MSE Mean Square Error (Error Cuadrático Medio)
- MZM Mach-Zehnder Modulator (Modulador Mach-Zehnder)
- **NMSE** Normalized Mean Squared Error (Error Cuadrático Medio Normalizado)
- **NN** Neural Network (Red Neuronal)
- **OA** Optical Amplifier (Amplificador Óptico)
- **OOK** On-Off Keying (Modulación de Encendido-Apagado)
- **OSNR** Optical Signal-to-Noise Ratio (Relación Señal-Ruido Óptica)
- PAM Pulse Amplitude Modulation (Modulación por Amplitud de Pulso)
- **PBC** Polarization Beam Combiner (Combinador de Polarizaciones)
- **PBS** Polarization Beam Splitter (Separador de Polarizaciones)
- **PD** Photodetector (Fotodetector)
- **PIC** Photonic Integrated Circuit (Circuito Fotónico Integrado)
- **PMD** Polarization Mode Dispersion (Dispersión del Modo de Polarización)
- **PR** Polarization Rotator (Rotador de Polarizaciones)
- **QAM** Quadrature Amplitude Modulation (Modulación en Amplitud y Cuadratura de Fase)
- **QPSK** Quadrature Phase Shift Keying (Modulación por Desplazamiento de Fase en Cuadratura)
- SI System Identification (Identificación de Sistemas)
- SiP Silicon Photonics (Fotónica en Silicio)
- **SNR** Signal-to-Noise Ratio (Relación Señal-Ruido)
- T&H Track And Hold (Seguimiento y Retención)

- THD Third Order Distortion (Distorsión de Tercer Orden)
- **TIA** Transimpedance Amplifier (Amplificador de Transimpedancia)
- TL Transmitter Laser (Láser Transmisor)
- **UI** Unit-Interval (Intervalo-Unitario)
- WDM Wavelength Division Multiplexing (Multiplexación por División de Longitud de Onda)

CAPÍTULO 1

Introducción

Síntesis: En este capítulo se introducen las principales características de los sistemas de comunicaciones ópticas. Se expone, mediante un breve repaso, los avances producidos en dicha área hasta la fecha. Se presentan las problemáticas actuales en el área de desarrollo de este trabajo. Finalmente, se presentan las contribuciones realizadas a lo largo de esta Tesis.

1.1. Contexto histórico de los sistemas de comunicación por fibra óptica

El desarrollo de sistemas de comunicación por fibra óptica tiene sus inicios alrededor del año 1970. El enorme progreso realizado a lo largo de las ultimas cinco décadas puede ser agrupado en distintas generaciones. Cada una de las cuales trajo consigo una significativa mejora en el rendimiento del sistema, lograda mediante la incorporación de tecnologías innovadoras.

1.1.1. Primeras tres generaciones

Las primeras tres generaciones de transceptores ópticos (1975-1989) se implementaron utilizando circuitos integrados fotónicos (*Photonic Integrated Circuits*, *PICs*) basados en Aseniuro de Galio (*GaAs*), y Niobato de Litio (*LiNbO*₃) [1]. Estos dispositivos eran fabricados a medida y ensamblados como componentes discretos. Se empleaban esquemas de modulación de intensidad y detección directa (*Intensity Modulation - Direct Detection, IM-DD*), siendo los primeros basados en modulación de encendido-apagado (*On-Off Keying, OOK*), para luego migrar a formatos más avanzados como modulación por amplitud de pulso (*Pulse Amplitude Modulation, PAM*). La reducida complejidad de estos tipos de transceptores fue un importante factor para su éxito comercial [1], permitiendo tasas transmisión de 10 Mega-bits por segundo (Mega-bit per second, Mbps) iniciales hasta alcanzar los 8 Giga-bits por segundo (Giga-bit per second, Gbps) por canal [2].

1.1.2. Cuarta generación

En la década del 90, las investigaciones más importantes en este campo estuvieron enfocadas en optimizar la eficiencia espectral de la comunicación mediante la aplicación de la técnica de multiplexación por división de longitud de onda (*Wavelength Division Multiplexing, WDM*). La utilización de esta técnica permitió aumentar la capacidad de transmisión de datos en un mismo nodo de fibra óptica. Ello dio lugar al nacimiento de una *cuarta* generación (1990-2000) de sistemas de comunicaciones ópticos, con tasas de transmisión de datos que ascienden de 10 Gbps a 50 Gbps por canal [2].

Sin embargo, la creciente demanda de redes de comunicación de gran capacidad requirió el desarrollo de nuevas alternativas para hacer frente a las limitaciones de los sistemas basados en IM-DD. Estas limitaciones incluyen, su baja eficiencia espectral, puesto que no aprovechan ni la polarización ni la fase del campo electromagnético, y su bajo desempeño en la compensación de la dispersión introducida por la fibra, debido a la pérdida de información de la fase de la señal recibida en el proceso de conversión del dominio óptico al eléctrico. Sumada a estas limitaciones, la dificultad para producir PICs a gran escala produjo un retraso en el proceso de estandarización de las comunicaciones ópticas, donde uno de los principales problemas a resolver fue el alto costo de dichos dispositivos.

1.1.3. Quinta generación

Durante las últimas dos décadas, el desarrollo de obleas compuestas con materiales semiconductores que permiten la construcción de PICs hizo posible la producción en masa de circuitos fotónicos, siendo el Fosfuro de Indio (InP) el material más utilizado. Ello, aunado con el surgimiento de sistemas de comunicaciones ópticos coherentes y la evolución de técnicas de procesamiento digital de señales (Digital Signal Procesing, DSP), dio nacimiento a una quinta generación (2000-presente).

Esta generación introdujo significativas ventajas respecto a las anteriores, tales como: una alta sensibilidad en el receptor y un drástico incremento de eficiencia espectral gracias a la multiplexación de la polarización (Dual Polarization, DP) y al uso de formatos de modulación en amplitud y cuadratura de fase (Quadrature Amplitude Modulation, QAM) [3]. Estos cambios, a su vez, propiciaron una mayor adopción y un aumento en la demanda de este tipo de dispositivos, impulsando nuevas investigaciones con el objetivo de incrementar los volúmenes de producción de PICs y reducir sus costos de fabricación [4]. Las tasas de transmisión de datos alcanzadas ascienden de 100 Gbps a 1 Tera bits por segundo (Tera-bits per second, Tbps) por canal [2].

1.1.4. Fotónica en silicio para sistemas ópticos de comunicaciones

Actualmente la industria de las telecomunicaciones busca incrementar la capacidad de transmisión, desempeño y niveles de producción de transceptores ópticos mediante la introducción de la tecnología denominada *fotónica en silicio (Silicon Photonics, SiP)*. Esta nueva tecnología permite fabricar elementos ópticos y electrónicos en un solo dispositivo utilizando el silicio como sustrato principal.

SiP posee dos grandes ventajas. En primer lugar, permite utilizar obleas de 200 mm o 300 mm de diámetro. Por otro lado, hace posible la fabricación de PICs utilizando la misma infraestructura y procesos de fabricación disponibles para la tecnología de semiconductor de oxido-metálico-complementario (Complementary Metal-Oxide-Semiconductor, CMOS). Esto, contrasta con la tecnología basada en InP, cuya oblea esta limitada a 100 mm [5], y su fabricación requiere de componentes y técnicas especiales [4].

1.2. Motivación de la Tesis

La demanda de velocidad de datos en las comunicaciones por fibra óptica se encuentra en constante evolución debido al aumento continuo de las tecnologías y las aplicaciones que requieren velocidades de transmisión más rápidas. En la actualidad estos sistemas utilizan diferentes esquemas de modulación que van desde 4-PAM, DP 16-QAM y DP 64-QAM para comunicaciones de corta distancia (*intra-data center* (< 10 km)) y media distancia (*inter-data center* (< 100 km)), DP 16-QAM y DP Quadrature Phase Shift Keying (*QPSK*) para larga distancia (*long-haul* (> 500 km)). Actualmente existen transceptores comerciales con velocidades de transmisión de 400 Gbps, o 600 Gbps por longitud de onda, alcanzando tasas de transferencia de 1.2 Tbps en una sola fibra [6, 7]

Para los próximos años, se espera que los sistemas de comunicación por fibra óptica operen con tasas de transmisión de 1.6 Tbps [8] y superiores. Se anticipan velocidades de símbolos de 90 a 120 Giga-Baudios (Giga-Baud, GBd) y constelaciones cada vez más complejas, como DP 128-QAM y potencialmente DP 256-QAM [9, 10].

Esto exige el desarrollo de dispositivos con capacidades de transmisión y recepción mayores, que ocupen un espacio físico menor, preservando la integridad de la señal y manteniendo una alta eficiencia energética. Asimismo, estos requerimientos deben alcanzarse con un costo de implementación lo más bajo posible para garantizar su adopción en equipos comerciales.

La sinergia entre la tecnología de comunicaciones basada en sistemas coherentes y la tecnología basada SiP representa actualmente la opción más eficiente en términos de relación costo-beneficio para la industria de las comunicaciones por fibra óptica. Esta combinación permite aumentar la eficiencia espectral de los enlaces de fibra óptica al tiempo que se logra una reducción significativa en los costos de producción, mediante la fabricación de una mayor cantidad de PICs por oblea utilizando la infraestructura ya existente [7, 11, 12, 13].

Sin embargo, es importante destacar que utilizar formatos de modulación cada vez más avanzados, plantea significativos desafíos. Una de las problemáticas más relevantes es la pérdida de desempeño del transmisor óptico coherente que se produce debido a las imperfecciones inherentes a la fabricación de sus componentes, tanto eléctricos como ópticos. Estas provocan interacciones no deseadas entre los canales del sistema, y su impacto se agudiza a medida que se incrementan la densidad de símbolos de la constelación y la complejidad del sistema [14]. Por este motivo, la aplicación de técnicas para el monitoreo y la compensación de dichas imperfecciones es indispensable si se quiere garantizar el cumplimiento las futuras tasas de transmisión. A pesar de que en la actualidad se disponen de diversas técnicas para abordar estos problemas, estas no están exentas de presentar desventajas. Por ejemplo, en algunos casos su desempeño es afectado por diferentes fuentes de ruido, y/o su implementación es limitada debido a altos requerimientos y complejidad. Este escenario da lugar a numerosas oportunidades para desarrollar propuestas innovadoras para la compensación de imperfecciones en los transmisores ópticos coherentes, siendo este el interés particular de la presente Tesis.



Figura 1.1: Esquema general de un sistema de comunicaciones coherente para fibra óptica.

1.2.1. Diagrama general de un sistema de comunicación óptico coherente

La Fig. 1.1, muestra el diagrama de bloques simplificado de un sistema de comunicación óptico coherente. Este se compone del transmisor óptico coherente (Coherent Optical Transmitter, COT), un canal óptico y un receptor óptico coherente (Coherent Optical Receiver, COR). En el COT la información a transmitir se pre-procesa en un bloque DSP y, a continuación, se convierte al dominio óptico a través del canal electro-óptico (Electro-Optical Channel, EOC). El EOC genera la señal QAM óptica de doble polarización (DP-QAM) mediante multiplexación de la polarización y la modulación de la amplitud y fase del láser transmisor (Transmitter Laser, TL). A continuación, la señal óptica modulada se transmite por el canal óptico, el cual se compone de enlaces de fibra óptica y amplificadores ópticos (Optical Amplifier, OA). Los OAs permiten compensar la atenuación de la fibra óptica, pero a su vez agregan ruido de emisión espontánea amplificada (Amplified Spontaneous Emission, ASE), siendo éste una de las principales fuentes de ruido del canal óptico [15].

Una vez recibida en el COR la señal óptica es demodulada mediante un demodulador óptico coherente y un láser asociado a un oscilador local (*Local Oscillator*, *LO*). De esta forma se separan las componentes QAM de fase y cuadratura de cada polarización, las cuales son luego convertidas al dominio digital para ser procesadas por el DSP del COR. En este último se compensan los efectos del canal y se realiza la decisión del símbolo recibido.

1.2.1.1. Canal electro-óptico

La Fig. 1.2 presenta la estructura general del EOC de un COT de doble polarización. La señales digitales a transmitir desde el DSP del COT se convierten, a través del EOC, en las componentes en fase (I) y las componentes en cuadratura (Q) para ambas polarizaciones; HI y HQ para la polarización horizontal (H); VI y VQ para la polarización vertical (V).



Figura 1.2: Esquema de un transmisor óptico coherente (COT) y el canal electroóptico (EOC).

El EOC se compone de conversores digital-analógico (Digital to Analog Converters, DACs), controladores (Device Drivers, DEVs) y moduladores IQ-Mach-Zenhender (Mach-Zehnder Modulators, MZMs). Estos, permiten la transformación de las señales digitales provenientes del DSP al dominio óptico, generando una señal QAM para cada polarización. Una vez en el dominio óptico, el rotador de polarizaciones (Polarization Rotator, PR) y el combinador de polarizaciones (Polarization Beam Combiner, PBC) multiplexan la polarización del TL para generar la señal DP-QAM a la salida del COT.

En este contexto es importante destacar que las imperfecciones y desapareamientos de los componentes que integran el sistema de comunicaciones ópticos coherentes degradan su desempeño y limitan la tasa de baudios máxima que pueden alcanzar. En particular, los COTs están expuestos a imperfecciones inevitables en el EOC que son consecuencia de defectos de fabricación, variaciones de temperatura y/o diferencias de longitud en caminos ópticos y eléctricos. A continuación se realiza una descripción de las principales fuentes de degradación de desempeño en el EOC.

1.2.1.2. Imperfecciones del canal electro-óptico

Las imperfecciones y/o limitaciones en los componentes eléctricos y ópticos del EOC dificultan la implementación de constelaciónes de alta densidad de símbolos o esquemas de alta velocidad de símbolos [14]. Éstas degradan en gran manera el desempeño del sistema, disminuyendo la robustez de la transmisión ante el ruido del canal óptico.

En este sentido, las principales fuentes de degradación son:

- La interferencia intersímbolo (Intersymbol Interference, ISI), que se origina por las limitaciones y desajustes en el ancho de banda (Bandwidth, BW) (i.e., BW error) y el desalineamiento temporal entre I y Q (i.e., I/Q Time skew), producido por los desbalances temporales entre funciones de transferencia de los componentes del EOC.
- 2. La pérdida de ortogonalidad de la constelación, generada por el error de fase (error de cuadratura) (i.e., Phase error) de los IQ-MZMs.
- 3. Las *pérdidas de simetría de la constelación*, producidas por los desbalances de amplitud *(i.e., Gain error)* de los componentes que conforman el EOC.

Adicionalmente, para el caso de los sistemas de doble polarización se suma el desbalance entre polarizaciones, producido por el desalineamiento temporal y desbalance de ganancia entre las polarizaciones H/V.

En la Fig. 1.3.a) se grafica una constelación demodulada en un receptor ideal, correspondiente a una transmisión 64-QAM de una sola polarización sin imperfecciones en el EOC, sin tomar en cuenta el ruido en el canal óptico. Se observa que los símbolos transmitidos se mantienen equidistantes entre sí, sin interferirse. Asimismo, la forma de la constelación mantiene su amplitud vertical y horizontal sin alteraciones y su ortogonalidad no se ve afectada. El caso contrario se puede observar en la Fig. 1.3.b), donde se introdujeron las fuentes de degradación nombradas anteriormente. Se puede advertir el efecto de dispersión de los símbolos debido a los desbalances temporales entre I/Q y a las limitaciones BW en los componentes del EOC. Sumado a esto, se produce la pérdida de ortogonalidad de la constelación y el desbalance de amplitud vertical y horizontal.



Figura 1.3: Comparación de constelaciones demoduladas en un receptor ideal para una transmisión de 64-QAM, sin ruido en el canal óptico. a) Sin imperfecciones en el EOC. b) Con imperfecciones en el EOC.

1.3. Trabajos relacionados

El impacto de las imperfecciones en el diseño de moduladores coherentes de alta velocidad basados en SiP ha sido reportado recientemente en [16], en el cual se evalúan *pérdidas ópticas* e *interferencia intersímbolo*, debidas a limitaciones en el ancho de banda del modulador. En particular, en [16] se investiga el desempeño de un modulador SiP para un sistema 16-QAM con velocidad de símbolos de 60 GBd en una sola polarización (i.e., 240 Gbps). Si bien se muestra que es posible alcanzar un desempeño comparable al de los sistemas comerciales existentes en la actualidad, los resultados en [16] presentan una significativa penalidad puesto que no se incluyen técnicas para compensar los desajustes del modulador. Es importante destacar que la necesidad de estas técnicas se exacerba cuando se adoptan esquemas de modulación de alto orden como 64-QAM o 128-QAM.

En [17] se presentan resultados experimentales de un modulador SiP para 16-QAM a 85 GBd y 64-QAM a 64 GBd. En el caso de 64-QAM, se observa una penalidad de aproximadamente 7 dB respecto a la curva teórica a una tasa de error de bit (*Bit Error Rate, BER*) de 2×10^{-2} . Teniendo en cuenta que estos resultados sólo incluyen las imperfecciones del modulador (i.e., no considera las imperfecciones del demodulador ni el receptor).

En base a lo expuesto, queda claro que resulta fundamental la aplicación de técnicas para la compensación de imperfecciones para mejorar el desempeño de los transmisores coherentes de alto orden. Es importante tener en cuenta que dicha conclusión no sólo se limita los sistemas de comunicación coherentes basados en SiP, sino que se extiende a todas las plataformas disponibles para transceptores ópticos coherentes.

1.3.1. Compensación de imperfecciones de un transmisor óptico coherente

El enfoque convencional usado para la compensación de las imperfecciones en el transmisor óptico coherente (COT) se basa en la aplicación de algoritmos de compensación a la señal recibida, los cuales se ejecutan en el DSP del receptor óptico coherente (COR). Sin embargo, la inevitable presencia de ruido ASE producido por los amplificadores ópticos (OAs) conlleva a un aumento de ruido en la señal recibida y la consecuente degradación en el desempeño de las técnicas de compensación aplicadas en el receptor [18].

Un enfoque alternativo son las técnicas de compensación de imperfecciones del EOC basadas en algoritmos aplicados en el DSP del COT. Estas realizan una compensación a la señal antes de ser transmitida por el canal óptico, lo cual evita tener que procesar el ruido y los efectos del canal óptico, permitiendo alcanzar mayores niveles de desempeño. Existen en la literatura diferentes técnicas aplicadas en el COT para lidiar con las imperfecciones de EOC y se pueden separar en dos grandes grupos:

- 1. Las técnicas en primer plano (i.e, foreground), se caracterizan por ser ejecutadas encontrándose el sistema fuera de servicio, e incluyen calibraciones en fábrica y de mantenimiento en campo. Una desventaja importante de éstas es que no son adaptivas, lo que significa que no son capaces de monitorear desbalances en el sistema en tiempo real. En [19], se describen calibraciones de fábrica para corregir los retardos temporales, pero no puede compensar cambios dinámicos causados, por ejemplo, por variaciones de temperatura y envejecimiento. En [20], calibraciones en el campo, se logran mediante el uso de tonos de calibración conocidos y componentes de bajo ancho de banda.
- 2. Las técnicas en segundo plano (i.e, brackground), se caracterizan por monitorear la señal de salida del COT sin interrumpir el servicio a través de un canal de realimentación, para posteriormente, aplicar técnicas de compensación de acuerdo a la información obtenida. Son capaces de trabajar sin la necesidad de sacar al sistema fuera de servicio y tienen la ventaja de ser adaptivas. En [21], se propone un método para detectar retardos temporales entre I/Q mediante la detección del pulso de sincronismo a la salida del COT. En [22, 23], el desbalance en la respuesta en frecuencia entre I/Q es monitoreado usando un único fotodetector mostrando un desempeño comparable a los métodos convencionales aplicados en el receptor. En [24], una red neuronal (Neural Network, NN), es entrenada con diferentes valores de imperfecciones I/Q para lograr el rastreo

de los desbalances en tiempo real. En [25], una NN es entrenada usando muestras de la señal transmitida con el objetivo de estimar las imperfecciones del EOC y lograr su compensación. En [26], se presenta un método para la precompensación de DACs y mezcladores del transmisor a través de un bloque múltiples entradas y múltiples salidas *(multiple-input multiple-output, MIMO)* y el algoritmo de *identificación de sistemas (System Identification, SI)*.

En base a lo expuesto, *las técnicas en segundo plano* aplicadas en el DSP del COT resultan más propicias para su aplicación en los sistemas de comunicaciones modernos de alta velocidad. Esto es debido a que no interfieren en el funcionamiento normal del sistema y su desempeño no es afectado por el ruido del canal óptico. Además, su adaptabilidad es fundamental para corregir cambios en las condiciones de operación. Sin embargo, las propuestas actuales de esta naturaleza poseen dos grandes desventajas.

En primer lugar, para funcionar precisan contar con toda la información de la señal transmitida. Esta característica representa una limitación significativa, debido a que implica que los componentes necesarios para la implementación de su canal de realimentación, requieren un ancho de banda similar al que poseen los componentes del EOC (BW de realimentación completo). Esto conlleva un aumento en los recursos, tiempos de diseño, y tiempo de producción en caso de que se requiera aplicar estas técnicas en productos comerciales. En segundo lugar, las propuestas actuales no compensan de manera integral las imperfecciones del EOC (presentadas en la *Sección 1.2.1.2*). Esto limita la capacidad de compensación de las propuestas, lo que a su vez reduce su efectividad.

Una propuesta que logre superar las desventajas previamente señaladas implicaría un notable avance en el campo de las técnicas de compensación para los sistemas de comunicaciones coherentes por fibra óptica.

1.4. Objetivos de la Tesis

Actualmente, y como se expuso en la *Sección 1.3* (Trabajos relacionados), no existe una propuesta que aborde de manera integral la corrección de todas las imperfecciones presentes en el EOC mencionadas en la *Subsección 1.2.1.2*, esto constituye una solución subóptima. Además, los métodos actuales aplicados en el DSP del COT que actúan en segundo plano, presentan la desventaja de ser altamente complejos debido a sus exigencias de gran ancho de banda.

Por esta razón, la presente Tesis introduce una propuesta capaz de compensar dichas imperfecciones de manera integral y al mismo tiempo capaz de operar con bajos requisitos de ancho de banda. Ello la constituye como una solución óptima al mismo tiempo que eleva sus posibilidades de implementación. En la Tabla 1.1, se enumeran las principales técnicas mencionadas en la *Sección 1.3* y la propuesta de la presente Tesis, diferenciando el tipo de método, el ancho de banda requerido y el alcance de la compensación.

La contribución principal de la presente Tesis es abordar eficazmente el desafío de optimizar la producción a gran escala de circuitos electro-ópticos, mediante algoritmos diseñados específicamente para mitigar las limitaciones inherentes a estos procesos. De esta manera, aspiramos a maximizar el potencial de la fabricación de PICs basados en tecnologías como SiP y sus equivalentes.

Trabajo	Método	BW de realimentación	Compensación	
Yue 2016 [19]	Primer plano	Bajo	Batardo temporal entre I/O y H/V	
Diniz 2017 [21]	Segundo plano	Completo		
Savian 2018 [24]	Primer plano	Completo		
Paryanti 2020 [25]	Segundo plano	Completo	Respuesta en frecuencia I/Q	
Fan 2021 [20]	Primer plano	Bajo		
Yoshida 2021 [22]	Segundo plano	Completo		
Galleto 2021 [26]	Segundo plano	Completo	Imperfecciones de los DACs	
			Respuesta en frecuencia I/Q	
Eata Tagia	Segundo plano	Bajo	Retardo temporal entre $I/Q \ge H/V$	
Esta lesis			Desbalance de ganancia entre I/Q y H/V	
			Error de cuadratura	

Tabla 1.1: Comparación de técnicas para la compensación de imperfecciones en el EOC basadas en algoritmos aplicados en el DSP del COT

1.4.1. Aporte de la Tesis

En la presente Tesis se propone una nueva técnica para compensar las principales imperfecciones lineales del *canal electro-óptico* (EOC) de un *transmisor óptico coherente* (COT). La técnica desarrollada en esta Tesis posee las siguientes características:

- 1. Opera utilizando el DSP presente en el COT.
- 2. Posee la capacidad de compensar dinámicamente los desbalances del EOC en tiempo real, trabajando en segundo plano
- 3. Es capaz de operar con componentes de ancho de banda menores a los dispositivos que componen el EOC.
- 4. Es capaz de compensar todas las imperfecciones del EOC nombradas en la *Subsección 1.2.1.2* de manera integral.

Una versión generalizada de la propuesta [27], que incluye los principales fundamentos matemáticos, está disponible en el repositorio de acceso libre *Arxiv* y se denomina "Linear channel estimation based on a low-bandwidth observation channel with unknown response, 2021, arXiv:2110.07776".

Por otra parte, una primera versión abreviada de la propuesta de esta Tesis aplicada a las comunicaciones por fibra óptica, se desarrolla en el contexto del congreso *Optical Fiber Communications Conference (OFC)*. La publicación, [28], se denomina "Reduced complexity adaptive background compensation of electro-optic tx impairments in coherent optical transceivers, in 2022 Optical Fiber Communications Conference and Exhibition (OFC), pp. 1–3, 2022.".

Finalmente, la propuesta de esta Tesis se desarrolla en detalle para su publicación en la revista científica *Journal of Lightwave Technology (JLT)*. La publicación, [29], se denomina "Low-complexity adaptive background compensation of coherent optical transmitters, Journal of Lightwave Technology, vol. 41, no. 2, pp. 489–507, 2023."

1.5. Organización de la Tesis

La organización de la presente Tesis es la siguiente. El *Capítulo 2*, describe el modelo matemático del COT con imperfecciones en el EOC. Asimismo, se expone a través de simulaciones numéricas, el impacto de dichas imperfecciones en el sistema de comunicaciones coherente. En el *Capítulo 3*, se introduce el algoritmo de identificación de sistemas (SI), para luego presentar el desarrollo general de una nueva técnica basada en dicho algoritmo. El *Capítulo 4*, describe en detalle la contribución de la presente Tesis. Se describe a través de demostraciones matemáticas una nueva técnica de compensación de imperfecciones para el EOC de un COT, la cual se destaca por sus bajos requerimientos de ancho de banda. En el *Capítulo 5*, se presentan los resultados numéricos para comprobar el desempeño de la propuesta de esta Tesis. Para dar soporte al marco teórico y demostrar la practicidad de la técnica, se presentan los resultados numéricos para un sistema de comunicaciones óptico coherente de 64-QAM de doble polarización a 128 GBd. Finalmente, en el *Capítulo 6*, se presentan las principales conclusiones de la Tesis.

Capítulo 2

Impacto de las Imperfecciones del Canal Electro-Óptico sobre el Desempeño de un Transmisor Óptico Coherente

En este capítulo, se exponen las diferentes fuentes de degradación en el canal electro-óptico de los transmisores ópticos coherentes y se analiza su impacto en el desempeño del sistema a través simulaciones numéricas. Para ello, se introduce el esquema general de un sistema de comunicaciones óptico coherente, del cual se extrae un modelo numérico del canal electro-óptico que se utiliza a lo largo de esta Tesis. Por ultimo, se elabora una discusión sobre las técnicas existentes para compensar dichas imperfecciones.
2.1. Sistema de comunicación óptico coherente

En la Fig. 2.1 se presenta un esquema simplificado del sistema de comunicaciones que se aborda en esta Tesis, el cual consta de tres componentes principales: el transmisor óptico coherente (COT), el canal óptico de transmisión y el receptor óptico coherente (COR). En el lado del COT, las señales digitales provenientes del DSP ingresan al canal electro-óptico (EOC) y se convierten a través de los DACs y DEVs en las componentes eléctricas analógicas HI, HQ, VI y VQ. A su vez, la portadora óptica proveniente del láser transmisor (TL) se divide en dos partes iguales, portadora superior e inferior, mediante el divisor óptico.

Las señales, HI y HQ, modulan a través del IQ-MZM los parámetros de amplitud y fase de la portadora superior, generando una señal QAM en el dominio óptico. Esta es luego convertida en la onda polarizada H a través de rotador de polarización (PR). De igual manera, las señales eléctricas VI y VQ, modulan la portadora inferior para generar la onda polarizada V. Finalmente, las ondas polarizadas H y V, se combinan a través del combinador de polarizaciones (PBC) para generar una señal óptica con modulación de amplitud y fase de doble polarización, DP-QAM.

La portadora láser modulada se inserta en el canal óptico de transmisión a través



Figura 2.1: Esquema de un sistema de comunicación óptico coherente. La información digital a transmitir provista por el DSP del transmisor óptico coherente (COT), es transformada al dominio óptico a través del canal electro-óptico (EOC), luego es transmitida por el canal óptico para finalmente ser demodulada y recuperada por el receptor óptico coherente (COR).

del cual se propaga por medio de los enlaces de fibra óptica, y experimenta efectos como la dispersión cromática (*Cromatic Dispersion*, *CD*), dispersión de polarización (Polarization Mode Dispersion, PMD) y atenuación [15]. A fin de mitigar la atenuación a lo largo del canal se concatenan periódicamente amplificadores ópticos (OA), que en contrapartida agregan ruido de emisión espontánea amplificada (ASE) a la señal. Por el lado del receptor óptico coherente (COR), la señal óptica recibida se descompone en las polarizaciones $H \neq V$ mediante el separador de polarizaciones (Polarization Beam Splitter, PBS). Estas ingresan luego al demodulador óptico coherente conformado por los acopladores híbridos (90° Hybrid), los foto-detectores balanceados (Balanced Photodectors, BPDs) y el oscilador local (LO). El demodulador permite extraer las componentes $HI \ y \ HQ$, $VI \ y \ VQ$, las cuales son trasladadas al dominio digital mediante los amplificadores de transimpedancia (Transimpedance Amplifiers, TIAs) y los convertidores analógico a digital (Analog to Digital Converters, ADCs). Los datos digitales resultantes están sujetos a la ecualización de señal mediante el DSP de manera que las distorsiones de señal propias de la fibra óptica, como la CD y la PMD entre otras, puedan compensarse.

Como se mencionó en el *Capítulo 1*, las nuevas demandas por parte del mercado de las comunicaciones por fibra óptica promueven el incremento del orden de modulación de los sistemas coherentes. Sin embargo, esto conlleva desafíos notables, principalmente en la implementación practica del COT. Las imperfecciones habituales en los dispositivos que conforman el EOC, que no resultan restrictivas para los formatos de modulación comunes, se convierten en un importante fuente de penalidad cuando se implementa una constelación de alta densidad de símbolos o un esquema de alta tasa de símbolos.

A continuación se presenta el modelo matemático del COT y el EOC que se utiliza a lo largo de esta Tesis y se analiza el impacto de las imperfecciones de estos en el sistema de comunicaciones a través de simulaciones numéricas.

2.2. Modelo matemático del transmisor óptico coherente

En la Fig. 2.2, se presenta el esquema del modelo del COT que se usa a lo largo de esta Tesis. Este se compone del EOC, conformado por los IQ-MZM, los DEVs y los DACs. La portadora láser se denota como E(t), mientras que las señales a transmitir se representan mediante las *señales digitales de entrada* $x_I^{\varrho}[n]$ y $x_Q^{\varrho}[n]$, donde ϱ representa las polarizaciones horizontal (H) y vertical (V), tal que $\varrho \in \{H, V\}$. La señal óptica transmitida se describe como $E_{out}^{\varrho}(t)$, la cual ingresa a un bloque demodulador coherente ideal. Este bloque permite llevar a cabo la demodulación ideal de la señal $E_{out}^{\varrho}(t)$, mediante un oscilador local que opera a la misma frecuencia portadora E(t). Como resultado se obtienen las *señales digitales de salida*, $y_I^{\varrho}[n]$ y $y_Q^{\varrho}[n]$. A continuación se describe el modelo matemático del COT sin imperfecciones en el EOC.

Sea $a^{\varrho}[k] = a_{I}^{\varrho}[k] + j a_{Q}^{\varrho}[k]$ la secuencia de símbolos QAM a transmitir, tal que:

$$\mathcal{E}\{a^{\varrho}[m](a^{\nu}[n])^*\} = \delta_{mn}\delta_{\varrho\nu}, \qquad (2.1)$$

donde $\mathcal{E}\{.\}$ denota el valor esperado, y $\varrho, \nu \in \{H, V\}$. La Ec. 2.1 indica que la



Figura 2.2: Esquema del modelo matemático del COT.

secuencia $a^{\rho}[k]$ solo se correlaciona con sí misma para un mismo numero de muestra y una misma polarización, lo que significa que las probabilidades de las secuencias son independientes entre sí.

Se define $T \ge 1/T_s$ como la duración del símbolo y la frecuencia de muestreo de los DACs, respectivamente. A modo de simplificación, suponemos que el factor de sobremuestreo $O_s = T/T_s$ es un número entero mayor que la unidad (típicamente $O_s = 2$). En base a esto, las *señales digitales de entrada* de los DACs para una polarización ρ dada, se pueden expresar como la convolución de la secuencia de símbolos a transmitir con la respuesta al impulso sobremuestreada del filtro de transmisión F[n], tal que

$$x^{\varrho}[n] = x_{I}^{\varrho}[n] + jx_{Q}^{\varrho}[n] = \sum_{k} a^{\varrho}[k]F[n - O_{s}k], \qquad (2.2)$$

donde n y k son la muestra y el índice de símbolo, respectivamente. A partir de la Ec 2.2, los DACs ideales producen las señales de entrada analógicas,

$$x^{\varrho}(t) = x_I^{\varrho}(t) + j x_Q^{\varrho}(t), \qquad (2.3)$$

tal que

$$x_{i}^{\varrho}(t) = V_{0i}^{\varrho} \sum_{n} x_{i}^{\varrho}[n]rect(t/T_{s} - n), \qquad (2.4)$$

donde *i* representan las componentes en fase (I) y cuadratura (Q), tal que $i \in \{I, Q\}$, V_{0i}^{ϱ} es la tensión nominal del DAC y rect(x) es la función rectangular definida como,

$$rect(x) = \begin{cases} 1 & -1/2 < x < 1/2 \\ 0 & \text{otro} \end{cases}$$
 (2.5)

Las señales de la Ec. 2.3 modulan las componentes $I \neq Q$ de la portadora óptica $E(t) = E_0 \cos(\omega_0 t + \phi)$ mediante sus respectivos MZMs, siendo E_0 la amplitud del campo eléctrico, ω_0 la frecuencia central de la portadora y ϕ la fase inicial desconocida. Si se consideran que los DEVs son ideales y que además los MZM trabajan en la zona lineal, las *señales ópticas de salida* a la salida del modulador coherente se pueden representar como:

$$E_{\text{out}}^{\varrho}(t) = E_0 \left\{ \kappa_I^{\varrho} x_I^{\varrho}(t) \cos(\omega_0 t + \phi) + \kappa_Q^{\varrho} x_Q^{\varrho}(t) \sin(\omega_0 t + \phi) \right\},$$
(2.6)

con $\kappa_i^{\varrho} = \pi/2V_{\pi i}^{\varrho}$, siendo $V_{\pi i}^{\varrho}$ la tensión de conmutación de media onda (i.e., *half-wave switching voltage*) de cada MZM por componente *i* y polarización ϱ .

2.2.1. Demodulador coherente ideal

La señal óptica transmitida $E_{out}^{\varrho}(t)$, ingresa al demodulador óptico coherente ideal de la Fig. 2.2, del cual se obtienen las *señales analógicas de salida* (idealmente demoduladas) dadas por,

$$y^{\varrho}(t) = y^{\varrho}_{I}(t) + jy^{\varrho}_{Q}(t)$$
(2.7)

tal que,

$$y_I^{\varrho}(t) = \operatorname{LP}\left\{E_0 \cos(\omega_0 t + \phi) E_{\text{out}}^{\varrho}(t)\right\}$$
(2.8)

у

$$y_Q^{\varrho}(t) = \operatorname{LP}\left\{E_0 \sin(\omega_0 t + \phi) E_{\text{out}}^{\varrho}(t)\right\}, \qquad (2.9)$$

Las Ecs. 2.8 y 2.9 corresponden a una detección coherente homodina estándar, con la misma portadora E(t) como oscilador local, donde LP{.} representa el filtrado paso bajo de banda base dado por

$$LP \{x(t)\} = \int x(\tau) \operatorname{sinc}\left(\frac{t-\tau}{T_s}\right) d\tau, \qquad (2.10)$$

siendo $\operatorname{sinc}(t) = \sin(\pi t)/\pi t$. Despreciando los componentes de cuantificación, las señales digitales de salida dadas por,

$$y^{\varrho}[n] = y^{\varrho}_{I}[n] + j y^{\varrho}_{Q}[n],$$
 (2.11)

se obtienen como

$$y^{\varrho}[n] = y^{\varrho}(nT_s), \quad \varrho \in \{H, V\}.$$

$$(2.12)$$

En base a lo expuesto, es posible determinar que el modelo del COT representado en la Fig. 2.2, muestra una correspondencia proporcional entre las señales señales digitales de entrada y señales digitales de salida, es decir

$$y^{\varrho}[n] \propto x^{\varrho}[n] = x_I^{\varrho}[n] + j x_Q^{\varrho}[n],$$
 (2.13)

de esta manera se consigue una demodulación óptica exacta de la portadora.

2.2.2. Modelo matemático del canal electro-óptico con imperfecciones

Como se mencionó en el *Capítulo 1*, las imperfecciones y limitaciones de los componentes eléctricos y ópticos, repercuten directamente en el rendimiento del dispositivo. En esta Tesis nos centramos particularmente en las imperfecciones lineales del EOC del COT. A continuación se describe el modelo matemático de cada una de ellas.

El comportamiento no ideal de los caminos eléctricos entre los DACs, [!s, [!s3]driver y los MZMs se pueden modelar mediante las funciones de respuesta al impulso $h_i^{\varrho}(t)$, las cuales modifican las señales analógicas de entrada como

$$\chi_i^{\varrho}(t) = \int h_i^{\varrho}(\tau) x_i^{\varrho}(t-\tau) \, d\tau, \qquad (2.14)$$

siendo $\chi_i^{\varrho}(t)$ la señal analógica de entrada en cual se incluyen las imperfecciones.

Las funciones $h_i^{\varrho}(t)$ son comúnmente modeladas como filtros pasa-bajo e introducen interferencias entre símbolos (*Intersymbol Interference, ISI*) y al mismo tiempo pueden generar desalineamientos temporales entre los componentes I y Q. Ello se manifiesta como un retardo temporal (*i.e.*, time skew) entre I/Q ($\tau_{\text{skew}}^{\varrho}$) o entre los componentes de polarización H y V (ρ_{skew}). Por otro lado, los desbalances de ganancia entre I/Q (*i.e.*, gain error) y de fase (*i.e.*, phase error), se representan con los coeficientes ε_q^{ϱ} y ϕ_e^{ϱ} , respectivamente.

En base a lo anterior, las señales ópticas de salida del COT con desbalances I/Q y H/V pueden escribirse como [30],

$$E_{\text{out}}^{\varrho}(t) = E_0^{\varrho} \left\{ \kappa_I^{\varrho} \chi_I^{\varrho}(t) (1 - \varepsilon_g^{\varrho}) \cos(\omega_0 t + \phi + \phi_e^{\varrho}/2) + \kappa_Q^{\varrho} \chi_Q^{\varrho}(t) (1 + \varepsilon_g^{\varrho}) \sin(\omega_0 t + \phi - \phi_e^{\varrho}/2) \right\}.$$
 (2.15)

El diagrama del EOC, tomando en cuenta las imperfecciones descriptas anteriormente es representando en la Fig. 2.3.



Figura 2.3: Esquema del COT con imperfecciones lineales en el EOC.

El des balance de amplitudes de campo eléctrico entre polarizaciones, se representa por $\varepsilon_p,$ tal que

$$\begin{cases} E_0^H = E_0(1 + \varepsilon_p) \\ E_0^V = E_0(1 - \varepsilon_p) \end{cases} .$$
 (2.16)

2.2.3. Modelo digital del canal electro-óptico con imperfecciones

Puede demostrarse utilizando la señal óptica de salida $E_{out}^{\varrho}(t)$, descripta en la Ec. 2.15, y las señales analógicas $y_I^{\varrho}(t)$ y $y_Q^{\varrho}(t)$, de las Ec. 2.8 y 2.9, que la relación dada por la Ec. 2.13, ya no es válida. Esto es debido a que para el caso con imperfecciones existe una dependencia lineal que puede ser definida a través de los coeficientes $L_{ij}^{\varrho}[n]$. En base a esto las *señales digitales de salida*, $y_i^{\varrho}[n]$, se relacionan con las *señales digitales de entrada*, $x_i^{\varrho}[n]$, de la siguiente manera

$$y_i^{\varrho}[n] = \sum_{j,m} L_{ij}^{\varrho}[m] x_j^{\varrho}[n-m], \qquad (2.17)$$

donde $\varrho \in \{H, V\}; i, j \in \{I, Q\}.$

Los coeficientes de $L_{ij}^{\varrho}[n]$ se definen como

$$L_{II}^{\varrho}[n] = (1 - \varepsilon_g^{\varrho})\cos(\phi_e^{\varrho}/2)g_I^{\varrho}[n]$$

$$L_{IQ}^{\varrho}[n] = -(1 + \varepsilon_g^{\varrho})\sin(\phi_e^{\varrho}/2)g_Q^{\varrho}[n]$$

$$L_{QI}^{\varrho}[n] = -(1 - \varepsilon_g^{\varrho})\sin(\phi_e^{\varrho}/2)g_I^{\varrho}[n]$$

$$L_{QQ}^{\varrho}[n] = (1 + \varepsilon_g^{\varrho})\cos(\phi_e^{\varrho}/2)g_Q^{\varrho}[n]$$
(2.18)

donde los coeficientes g se expresan para las componentes H y V de la siguiente forma

$$\begin{cases} g_i^H[n] = (1 + \varepsilon_p) |E_0^H|^2 \kappa_i^H V_{0i}^H h_i^H(nT_s)/2 \\ g_i^V[n] = (1 - \varepsilon_p) |E_0^V|^2 \kappa_i^V V_{0i}^V h_i^V(nT_s)/2 \end{cases},$$
(2.19)

dando lugar al modelo digital del COT que posee imperfecciones en el EOC, el cual se representa en la Fig 2.4.



Figura 2.4: Modelo digital del COT con imperfecciones lineales en el EOC; los coeficientes $L_{ij}^{\varrho}[n]$ resumen la respuesta total del sistema, incluidos el demodulador coherente ideal y el bloque de muestreo.

2.2.4. Modelo de simulación de un sistema de comunicación óptico coherente

En esta sección se analiza el impacto de las imperfecciones del EOC en el desempeño del COT para un sistema de comunicaciones óptico coherente. Se considera un sistema de una sola polarización que utiliza una modulación 64-QAM, con distribución de símbolos uniforme y con una tasa de baudios de 1/T = 128 GBd en un canal óptico back-to-back (conexión directa al demodulador coherente, sin estar sujeta a los efectos de la fibra como CD, PMD y atenuación). Se asume que el EOC posee un ancho de banda nominal (B_0) de 64 Giga-Hertzios (Giga-Hertz, GHz) y cuenta con DACs de 8-bits de resolución con una tasa de muestro de $1/T_s = 192$ Giga-Muestras por segundo (Giga-Samples per second, GS/s). Las imperfecciones del EOC descritas en la subsección anterior son modeladas, de acuerdo a [26], de la siguiente manera:

- a) I/Q Time skew, $\tau_{\text{skew}}^{\varrho}$: Es introducido por el desbalance temporal entre las funciones de transferencia de los canales $(h_I^{\varrho}(t) \neq h_Q^{\varrho}(t))$.
- b) Gain error, ε_g^{ϱ} : Es producto de los desequilibrios de ganancia entre los caminos eléctricos y ópticos entre I/Q. Se introducen al modelo conforme se describe en la Ec 2.15.
- c) Phase error, ϕ_e^{ϱ} : Introduce un error de ortogonalidad entre las componentes Iy Q de la señal óptica coherente. Se describe en la Ec 2.15.
- d) $BW \, error, \, \Delta BW_{I,Q}^{\varrho}$: Introduce un desbalance de ancho de banda entre las funciones de transferencia de los canales $(h_I^{\varrho}(t) \ge h_Q^{\varrho}(t))$, tal que $B_0 \pm \Delta BW_{I,Q}^{\varrho}/2$, siendo B_0 , el ancho de banda nominal.

2.2.5. Desempeño de la transmisión en presencia de imperfecciones en el canal electro-óptico

En la Fig. 2.5 se muestra el esquema que se utiliza para analizar el desempeño del COT con imperfecciones en el EOC. En este se presenta la señal de salida del COT, E_{out}^{ϱ} , a la cual se suma un valor de ruido gaussiano blanco (Additive White Gaussian Noise, AWGN), N(t), el cual representa el ruido presente en el canal óptico. Para cuantificar el desempeño del sistema se utiliza la curva de tasa de error de bits (BER), ésta permite cuantificar la proporción de bits incorrectos recibidos con respecto al total de bits transmitidos en función de la relación señal-ruido óptico (Optical Signal-to-Noise Ratio, OSNR) presente en el canal óptico.



Figura 2.5: Esquema del sistema de comunicación coherente con ruido AWGN en el canal óptico.

En la Fig. 2.6, se grafican las curvas de BER para una modulación 64-QAM *sin imperfecciones* en el EOC, éstas se comparan con la curva BER resultante de un COT *con imperfecciones* en el EOC. Las imperfecciones introducidas son:

- Fig. 2.6.a) para $\tau_{\text{skew}}^{\varrho} = 0,0625$ unidades de Intervalo-Unitario (Unit-Interval, UI), siendo el valor unitario dado por el tiempo de duración de un símbolo (T = 1/128 GBd).
- Fig. 2.6.b) para $\varepsilon_g^{\varrho} = 0,09375.$
- Fig. 2.6.c) para $\phi_e^{\varrho} = 5,625^{\circ} [\text{grados}].$
- Fig. 2.6.d) para $\Delta BW_{I,Q}^{\varrho} = 0.0375.$

La Fig. 2.6 muestra que la curva con imperfecciones se desvía de la curva sin imperfecciones, disminuyendo la robustez de la transmisión para un mismo nivel de OSNR. Consecuentemente, aumenta la probabilidad de que los bits sean recibidos de manera incorrecta, lo que resulta en una degradación generalizada en la calidad de la comunicación. La diferencia en dB entre ambas curvas para un determinado valor de BER, por ejemplo $BER=10^{-3}$, se denomina penalidad OSNR. Esta permite medir la degradación en la calidad de la señal óptica en un sistema de comunicaciones ópticas debido a un nivel inadecuado de relación señal/ruido en la señal transmitida. Cuanto mayor sea dicha penalidad, más difícil será para el receptor distinguir los bits transmitidos.

En la Fig. 2.7 se grafica la penalidad OSNR para un BER de 10^{-3} en función de las imperfecciones consideradas en el modelo matemático. Para evaluar el impacto particular de cada una de ellas sobre el desempeño del sistema, éstas se introducen en simulaciones distintas. Las imperfecciones introducidas son:



Figura 2.6: Curvas de BER vs OSNR para diferentes imperfecciones en el COT.

- Fig. 2.7.a) para $\tau_{\text{skew}}^{\varrho}$: se simulan diez valores que van desde 0 a 0,25 UI.
- Fig. 2.7.b) para ε_g^{ϱ} : se simulan diez valores que van des
de 0 a 0,15.
- Fig. 2.7.c) para ϕ_e^{ϱ} : se simula un intervalo de diez valores desde 0 a 15°.
- Fig. 2.7.d) para $\Delta BW_{I,Q}^{\varrho}$: se simulan diez valores que van desde 0 a 0,1.

Como se puede observar, a medida que se incrementa el valor de la imperfección aplicada, la penalidad OSNR aumenta exponencialmente. Esto degrada la calidad de comunicación hasta hacerla inviable.

Capítulo 2. Impacto de las Imperfecciones del Canal Electro-Óptico sobre el Desempeño de un Transmisor Óptico Coherente



Figura 2.7: Penalidad OSNR para BER= 10^{-3} , en función de: a) I/Q Time skew, b) Gain Error, c) Phase Error. d) BW error.

2.3. Limitaciones de las técnicas actuales de compensación de imperfecciones para transmisores ópticos coherentes

De acuerdo a los resultados numéricos obtenidos en la sección anterior, las imperfecciones de los componentes que conforman el EOC conllevan un aumento en la penalidad OSNR y la consecuente reducción en el desempeño del COT, esto se traduce en menor alcance y robustez de la transmisión. Según lo expuesto en la *Sección 1.3* (Trabajos Relacionados), un camino prometedor para superar estos desafíos y llevar al máximo el rendimiento el sistema, son las técnicas de compensación de imperfecciones del EOC basadas en algoritmos aplicados en el DSP del COT.

Este enfoque proporciona una serie de ventajas por sobre las técnicas aplicadas en el DSP del COR. En primer lugar, a diferencia del receptor, el transmisor no se ve afectado por el ruido ASE que se produce durante la amplificación de la señal transmitida en el canal óptico. En segundo lugar, compensar las imperfecciones antes de realizar la transmisión permite mejorar la robustez y calidad de la transmisión.

Si bien actualmente existen técnicas basadas en este enfoque [19, 21, 24, 25, 20, 22], estas presentan las siguientes desventajas; (i) trabajan en primer plano y/o (ii) requieren un canal de realimentación con un ancho de banda lo suficientemente amplio para procesar el espectro completo de la señal trasmitida. La operación en segundo plano es fundamental en los transmisores ópticos para asegurar la compensación de las imperfecciones sin requerir sacar al sistema de servicio. Por otro lado, la necesidad de un canal de realimentación de gran ancho de banda, disminuye las posibilidades de implementación de dichas técnicas debido a que implica un aumento del costo, complejidad y consumo del sistema.

En línea con lo expuesto hasta en momento, podemos concluir que si se desea generar una propuesta superadora, esta debe tener por lo menos cuatro características esenciales, estas son:

- a) Ser aplicada en el COT para evitar bajo desempeño debido a efectos ajenos al transmisor.
- b) Ser capaz de trabajar en segundo plano y ser adaptiva, esto asegura un monitoreo de los desbalances a través del tiempo sin interrumpir el funcionamiento normal del sistema.
- c) Ser capaz de operar con componentes de ancho de banda menores a los dispositivos que componen el EOC.
- d) Ser capaz de compensar todas las imperfecciones del EOC de manera integral.

Un algoritmo que ofrece la versatilidad y robustez necesarias para cumplir con las características mencionadas, es el algoritmo de *identificación de sistemas (SI)*. Recientemente, en [26], se propone una técnica basada en SI para compensar las imperfecciones de los DACs que forman parte del EOC de un COT para comunicaciones ópticas coherentes. Si bien la propuesta se concentra en los dispositivos eléctricos, se demuestra la robustez y el alto nivel de compensación que la técnica es capaz de alcanzar, permitiendo mitigar un amplio rango de desbalances en segundo plano.

30

El esquema convencional para la compensación de un canal mediante el algoritmo de SI se presenta en la Fig. 2.8. El canal de interés, representa al canal real que posee las imperfecciones que se desea compensar. Se utiliza un bloque estimador de canal (Channel Estimator, CE) para crear una representación digital del canal de interés a través del algoritmo de mínimos cuadrados medios (Least-Mean-Square, LMS) y el error CE, siendo este último el resultado de la comparación de la señal de salida estimada y la señal de salida compensada. La estimación obtenida por el CE se utiliza para retropropagar (i.e., back-propagation) el error IE, siendo éste el resultado de la comparación entre la señal de entrada y la señal de salida estimada. El error retropropagado resultante, error IE retro-propagado, se utiliza para adaptar los coeficientes del ecualizador de imperfecciones (Impairment Equalizer, IE). Éste último bloque, funciona como un pre-ecualizador de la señal de entrada antes de que



Figura 2.8: Esquema convencional para la aplicación del algoritmo de identificación de sistemas (SI). A través del estimador de canal (CE) y el algoritmo LMS se crea una versión digital del canal de interés. La estimación obtenida permite retro-propagar el error y pre-compensar la señal de entrada mediante el equalizador de imperfecciones (IE). La señal de salida compensada se obtiene al introducir la señal de entrada pre-compensada en el canal de interés.

ésta ingrese al canal de interés, de tal manera que a la salida se obtenga la señal de salida compensada.

El método descripto anteriormente permite el desarrollo de técnicas en segundo plano. Sin embargo, éste posee la limitación de necesitar el ancho de banda completo en el canal de realimentación para monitorear la señal de salida y lograr la estimación del *canal de interés*. En el capítulo siguiente, se introduce al lector al modelo matemático del algoritmo de identificación de sistemas, y se presenta una alternativa al modelo convencional. Este nuevo modelo, permite el desarrollo de una nueva técnica capaz de cumplir con las expectativas esperadas.

2.4. Conclusión

En este capítulo se presentó el modelo matemático del COT con imperfecciones en el EOC. Se expuso a través de resultados numéricos la sensibilidad del sistema de comunicaciones ante las degradaciones que introducen las imperfecciones en el EOC. En particular, se evaluó el desempeño del sistema de comunicaciones mediante curvas de BER y penalidad OSNR. Finalmente, se realizó un repaso de las propuestas existentes y se concluyo con las principales características que debe tener una propuesta para ser original y superar los desafíos de los métodos existentes.

CAPÍTULO 3

Nueva Técnica de Identificación de Sistemas con Canal de Realimentación de Ancho de Banda Reducido

Síntesis: En el presente capítulo se introduce al lector al algoritmo de identificación de sistemas. Se presentan los conceptos de estimación de un canal de interés a través de un canal de realimentación lineal y se presentan sus principales limitaciones. En base a esto, se presenta una propuesta original que permite superar las limitaciones y posibilita la reducción de requerimientos en los lazos de realimentación. Se exponen pruebas matemáticas y se presentan simulaciones numéricas para respaldar las conclusiones.

3.1. Introducción

El algortimo de *identificación de sistemas* (SI), también conocido como estimación de canal, consiste en utilizar los datos de entrada y salida de un sistema para desarrollar un modelo matemático estimativo. Dicho modelo, tiene como principal función ser una representación simplificada del canal de interés y debe ser capaz de capturar las características esenciales del sistema estudiado. Esta técnica permite analizar, diseñar y controlar sistemas complejos de manera efectiva. El algoritmo de SI, es fundamental en el área de control automático desde 1956, [31], y está bien establecido con muchos libros de texto, [32, 33], y paquetes de software [34].

3.1.1. Esquema general del algoritmo de identificación de sistemas

Un diagrama en bloques del esquema general de algoritmo de SI se presenta en la Fig. 3.1. El canal de interés a estimar es representado por el bloque X, siendo x e y los datos de entrada y salida respectivamente. El modelo matemático resultante de la estimación es representado por el bloque E y su salida estimada es \hat{y} .

Esencialmente existen tres pasos para realizar el proceso de identificación de un sistema o canal de interés [35]:

- 1. Elección del Modelo (E): La elección del modelo matemático debe ser la más adecuada para reproducir el comportamiento del canal. En primera instancia se deben especificar los límites del canal de interés y el sistema de variables. La relación entre dichas variables es determinada en base al conocimiento previo del canal.
- Estimación de Parámetros (P): La estimación de los parámetros definidos en el modelo se realiza contrastando los resultados observados a la salida del canal de interés X y los resultados provistos por el modelo E. La elección típica corresponde a la reducción del error mediante el algoritmo de mínimos cuadrados medios (Least-Mean-Square, LMS) [36].
- 3. Validación: Esta etapa consiste en comparar el resultado de la estimación con

el canal real. Esto se puede realizar mediante la aplicación de diversas excitaciones al modelo obtenido con el fin de verificar su capacidad para estimar el comportamiento esencial del sistema real, por ejemplo comparando respuestas en frecuencia.



Figura 3.1: Esquemas general del algoritmo de identificación de sistemas (SI).

3.1.2. Identificación de sistemas lineales con canal de observación

En este capítulo, nos centramos en el caso de estimación de un canal estrictamente lineal. Considérese el problema particular esquematizado en la Fig. 3.2.a): la estimación de un canal de interés lineal L, a través de la señal de realimentación z, la cual es provista por un canal de realimentación compuesto por un bloque de respuesta lineal y desconocida al cual denominaremos canal de observación M. Para este caso, ambos canales en cadena conforman el sistema real completo X y su modelado E debe contener la estimación de ambos, siendo \hat{L} y \hat{M} la estimación de L y M, respectivamente, y \hat{z} su señal de realimentación estimada. En este contexto, se plantea el siguiente problema: ¿cómo realizar la estimación por separado de dos sistemas lineales desconocidos conectados en cadena?

A lo largo de este capítulo se comprueba que la estimación de ambos canales por separado utilizando el esquema de la Fig. 3.2.a) no es posible desde punto de vista matemático. No obstante, se demuestra que este inconveniente se puede superar con el esquema presentado en la Fig. 3.2.b), en el cual se utiliza un canal de realimentacion no-lineal. Este se basa en añadir un bloque con una función no-lineal, con salida w, entre los canales $L ext{ y } M$. Dicha función actúa como un bloque de desacoplamiento entre ambos canales, permitiendo su estimación individual. Además, se demuestra que este método trae una importante ventaja adicional; la posibilidad de utilizar canales de realimentación con ancho de banda menor al del canal de interés.

Los resultados y conclusiones obtenidos en este capítulo son el desarrollo general de la nueva técnica en la cual se basa la principal contribución de la presente Tesis, cuyo objetivo es la estimación y compensación del canal-electro óptico (EOC) de un transmisor óptico coherente (COT), a través de un canal de realimentacion con bajos requisitos de hardware.



Figura 3.2: Diferentes esquemas del algoritmo de SI. a) Esquema convencional de dos sistemas lineales en cascada, compuesto por el canal de interés y de observación. b) Esquema propuesto con una función no lineal de salida w, entre el canal de interés y el de observación.



Figura 3.3: Esquema básico para la estimación de un canal de interés lineal sin canal de observación, utilizando el algoritmo LMS.

3.2. Algoritmo de identificación de sistemas

La Fig. 3.3 muestra el esquema básico, sin canal de observación, del algoritmo de SI utilizando el algoritmo LMS. Se considera un canal de interés lineal simple, modelado digitalmente mediante los coeficientes reales L[n], donde n adopta valores enteros. El modelo relaciona la secuencia de entrada x[n] con la secuencia de salida y[n] mediante la sumatoria de convolución, dada por

$$y[n] = \sum_{m} L[m]x[n-m].$$
 (3.1)

La representación en el dominio de la frecuencia de la Ec. 3.1 se define (ver Apéndice A) como:

$$\tilde{y}(\Omega) = \tilde{L}(\Omega)\tilde{x}(\Omega). \tag{3.2}$$

El objetivo principal del algoritmo de SI consiste en obtener una estimación de los coeficientes L[n] a partir de las secuencias x[n] e y[n]. Los coeficientes estimados se definen como $\hat{L}[n]$, y sus valores se inicializan comúnmente según una estimación aproximada (a-priori) del canal de interés. A partir de éstos se genera la secuencia de salida estimada $\hat{y}[n]$, como

$$\hat{y}[n] = \sum_{m} \hat{L}[m]x[n-m],$$
(3.3)

que se compara con la secuencia de salida real y[n], para calcular la señal de error $e_y[n]$ definida como,

$$e_y[n] = \hat{y}[n] - y[n]. \tag{3.4}$$

El algoritmo LMS, permite minimizar el error cuadrático medio (Mean Square Error, MSE), definido como

$$\hat{\mathcal{E}} = E\{e_y^2[n]\},\tag{3.5}$$

donde $E\{.\}$ es el operador de valor esperado. Se asume que el error MSE es una función continua y diferenciable de los coeficientes estimados $\hat{L}[m]$. El LMS permite el cálculo de los coeficientes que minimizan la Ec. 3.5 como

$$\hat{L}[n] = \underset{\hat{L}[n]}{\operatorname{argmin}} \left[\hat{\mathcal{E}} \right].$$
(3.6)

Esta última ecuación, expresa que el valor óptimo de los coeficientes estimados $\hat{L}[n]$, son los valores de $\hat{L}[n]$ para la cual la función costo $\hat{\mathcal{E}}$ alcanza su mínimo valor. Se observa que, para el esquema de la Fig. 3.3, el mínimo valor de MSE es cero $(e_y[n] = 0)$ y se consigue cuando los coeficientes del canal estimado coinciden con los del canal de interés $(\hat{L}[n] = L[n])$.

3.3. Canal de observación lineal

Existen aplicaciones reales, en las cuales la secuencia de salida y[n] no es accesible. En estos casos el cálculo del error según la Ec 3.4 no es válido, debido a que no se puede establecer una comparación directa con la secuencia estimada $\hat{y}[n]$. Para superar este obstáculo, se utiliza un canal de observación, que permite una medición indirecta de la señal de salida y es comúnmente implementado con un transductor o cualquier dispositivo de adquisición de datos para obtener información del sistema. En el esquema más simple, representado en la Fig. 3.4, el canal de observación es un sistema lineal que puede modelarse mediante los coeficientes M[n]. Su convolución



Figura 3.4: Esquema convencional para la estimación de un canal de interés mediante el uso de un canal de observación lineal.

discreta con la señal de salida y[n] produce la secuencia z[n], dada por

$$z[n] = \sum_{m} M[m]y[n-m], \qquad (3.7)$$

siendo ésta la medición indirecta de la señal de salida denominada normalmente como secuencia de realimentación real. Típicamente la función de transferencia del canal de observación, no se conoce por completo, lo que conlleva a que la identificación del sistema deba abarcar también su estimación, representada por los coeficientes $\hat{M}[m]$. Para este caso la señal de error e[n], que utiliza el algoritmo de SI, está dada por

$$e[n] = \hat{z}[n] - z[n].$$
 (3.8)

donde $\hat{z}[n]$, se denomina la secuencia de realimentación estimada, definida como

$$\hat{z}[n] = \sum_{m} \hat{M}[m]\hat{y}[n-m].$$
 (3.9)

3.3.1. Análisis en el dominio de la frecuencia del canal de observación lineal

Para estudiar la estimación del canal de interés, L[n], a través del canal de observación, M[n], se debe obtener el valor estacionario del algoritmo para cuando la señal de error de la Ec. 3.8 se suprime (e[n] = 0). Bajo esta condición la secuencia de realimentación z coincide con su estimación \hat{z} , es decir $\hat{z}[n] = z[n]$.

Reemplazando la Ec. 3.1 en la Ec. 3.7, obtenemos la secuencia de realimentación z[n] en función del canal L[n] y M[n] como,

$$z[n] = \sum_{m,r} L[m]M[r]x[n-m-r].$$
(3.10)

Expresando la Ec. 3.3.1 en términos de la transformada de inversa de Fourier, se obtiene

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \tilde{z}(\Omega) e^{j\Omega n} d\Omega = \frac{1}{(2\pi)^3} \sum_{m,r} \iiint_{-\pi}^{\pi} \tilde{L}(\Omega_1) \tilde{M}(\Omega_2) \tilde{x}(\Omega) e^{j\Omega_1 m + j\Omega_2 r + j\Omega(n-m-r)} d\Omega_1 d\Omega_2 d\Omega. \quad (3.11)$$

Si se aplica sumatoria a las variables $m \ge r$ tomando en cuenta la siguiente relación,

$$\sum_{m} e^{j\Omega m} = 2\pi \sum_{u} \delta(\Omega + 2\pi u), \qquad (3.12)$$

donde $\delta(.)$ es la función delta de Dirac, se obtiene

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \tilde{z}(\Omega) e^{j\Omega n} d\Omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \tilde{L}(\Omega) \tilde{M}(\Omega) \tilde{x}(\Omega) e^{j\Omega n} d\Omega.$$
(3.13)

Finalmente se obtiene la transformada de Fourier de la secuencia z[n] como,

$$\tilde{z}(\Omega) = \tilde{L}(\Omega)\tilde{M}(\Omega)\tilde{x}(\Omega).$$
(3.14)

Un desarrollo similar se realiza para obtener la transformada de Fourier de la se-

cuencia $\hat{z}[n]$, partiendo de

$$\hat{z}[n] = \sum_{m,r} \hat{L}[m]\hat{M}[r]x[n-m-r], \qquad (3.15)$$

se obtiene,

$$\tilde{z}(\Omega) = \check{L}(\Omega)\check{M}(\Omega)\tilde{x}(\Omega), \qquad (3.16)$$

donde $\check{L}(\Omega)$ y $\check{M}(\Omega)$ son las transformadas de Fourier de $\hat{L}[n]$ y $\hat{M}[n]$, respectivamente.

En el estado estacionario el error del algoritmo LMS es igual a cero, es decir $\hat{z}[n] = z[n]$, esto significa que $\check{z}(\Omega) = \tilde{z}(\Omega)$, por lo tanto se obtiene

$$\breve{L}(\Omega)\breve{M}(\Omega) = \tilde{L}(\Omega)\tilde{M}(\Omega).$$
(3.17)

3.3.2. Limitaciones del canal de observación lineal

El resultado de la Ec. 3.17 presenta varias limitaciones. En primer lugar, indica que una vez obtenida la estimación de ambos canales, no es posible distinguirlos entre sí. Es decir, la Ec. 3.17 no implica que $\hat{L}[n] = L[n]$ ni $\hat{M}[n] = M[n]$. Esto se debe a que hay un número infinito de combinaciones de $\hat{L}[n]$ y $\hat{M}[n]$ que cumplen con esa igualdad, pero que no están correlacionadas con la respuesta real de los canales.

Por otro lado, si se asume que el canal de observación $M(\Omega)$ es conocido, su ancho de banda debe ser al menos igual al de $\tilde{L}(\Omega)$ para no perder información sobre los componentes de alta frecuencia. En muchos casos, esta condición incrementa significativamente los requisitos del canal de observación, lo que resulta en un aumento en su costo y complejidad de implementación.

3.4. Canal de realimentacion no-lineal

Para superar las limitaciones del canal de observación lineal, presentadas en la sección anterior, se plantea el esquema modificado que se muestra en la Fig. 3.5. Se propone introducir, en el canal de realimentacion, una función no-lineal conocida sin memoria, descrita por los coeficientes reales a_q , la cual funciona como un bloque de

desacoplamiento entre el canal estimado y el canal de observación.

La función no-lineal produce la salida

$$w[n] = \sum_{q=1}^{Q} a_q y^q[n], \qquad (3.18)$$

donde Q es el grado de la función y se asume que a_q es distinto de cero para al menos un valor de q > 1.



Figura 3.5: Esquema propuesto para la estimación individual del canal de interés y observación. La introducción de una función no lineal y sin memoria descripta por los coeficientes a_q , permite el desacoplamiento entre el canal de interés y el de observación.

Esta estructura, conformada por la función no-lineal entre dos canales lineales, es conocida como *filtro Wiener-Hammerstein* y se encuentra comúnmente en el modelado de plantas lineales con sensores de salida no-lineal (tales como fotodetectores, manómetros, termopares, entre otros [37]). Se supone que los coeficientes a_q son conocidos, ya que suelen describir el principio de transducción de la medición basado en una ley física. Por ejemplo, se supone que un fotodetector simple sigue una relación cuadrática ($a_2 = 1$) entre la entrada óptica y la salida eléctrica. Los parámetros como el factor de escala y la respuesta en frecuencia se modelan mediante la respuesta lineal desconocida M[n]. Bajo el esquema de la Fig. 3.5 las secuencias de realimentación z[n] y $\hat{z}[n]$ quedan definidas como,

$$z[n] = \sum_{m} M[m]w[n-m]$$
(3.19)

$$=\sum_{m} M[m] \sum_{q=1}^{Q} a_{q} y^{q} [n-m]$$
(3.20)

$$=\sum_{m} M[m] \sum_{q=1}^{Q} a_{q} \left[\sum_{r} L[r]x[n-m-r] \right]^{q}.$$
 (3.21)

у

$$\hat{z}[n] = \sum_{m} \hat{M}[m]\hat{w}[n-m]$$
 (3.22)

$$=\sum_{m} \hat{M}[m] \sum_{q=1}^{Q} a_q \hat{y}^q [n-m]$$
(3.23)

$$=\sum_{m} \hat{M}[m] \sum_{q=1}^{Q} a_{q} \left[\sum_{r} \hat{L}[r] x [n-m-r] \right]^{q}.$$
 (3.24)

3.4.1. Algoritmo de gradiente descendente con un canal de realimentación no-lineal

La propuesta de la Tesis para el nuevo esquema descripto en la Fig. 3.5, se basa en implementar el algoritmo LMS estándar de *gradiente descendente (Gradient Descent, GD)*, para la cual la función de costo es el valor MSE definido por

$$\mathcal{E}_n = E\{e^2[n]\},\tag{3.25}$$

donde la señal de error, $e[n] = \hat{z}[n] - z[n]$, se debe actualizar con los nuevos valores de z[n] y $\hat{z}[n]$ dados por las Ecs. 3.21 y 3.24, respectivamente. De esta manera, la

adaptación de los coeficientes de estimación según el algoritmo GD se calcula como

$$\begin{cases} \hat{L}^{(k+1)}[m] = \hat{L}^{(k)}[m] - \beta \frac{\partial \mathcal{E}_n}{\partial \hat{L}[m]} \\ \hat{M}^{(k+1)}[m] = \hat{M}^{(k)}[m] - \beta \frac{\partial \mathcal{E}_n}{\partial \hat{M}[m]} \end{cases},$$
(3.26)

siendo (k) y (k+1) los valores anteriores y nuevos de los coeficientes, respectivamente, y $\beta > 0$ el paso de adaptación. En el Apéndice B.1 se realiza el calculo de las derivadas $\frac{\partial \mathcal{E}_n}{\partial \hat{L}[m]}$ y $\frac{\partial \mathcal{E}_n}{\partial \hat{M}[m]}$, a partir de cuyo reemplazo en las Ec 3.26 se obtiene,

$$\hat{L}^{(k+1)}[m] = \hat{L}^{(k)}[m] - \beta \left\{ e[n] \sum_{r} \hat{M}[r] \sum_{q=1}^{Q} a_q \hat{y}^{q-1}[n-r]x[n-r-m] \right\}$$
(3.27)

у

$$\hat{M}^{(k+1)}[m] = \hat{M}^{(k)}[m] - \beta \left\{ e[n]\hat{w}[n-m] \right\}.$$
(3.28)

Para este caso particular, el algoritmo de GD presenta dos situaciones estacionarias, para las cuales el termino de actualización de los coeficientes en las Ecs. 3.27 y 3.28 es cero. Estos casos son: e[n] = 0 y $\hat{y}[n] = 0$, siendo este último equivalente a la condición $\hat{L}[n] = 0$. La primera situación corresponde a un mínimo local de la función de costo continua \mathcal{E}_n , mientras que la segunda es un máximo local. En consecuencia, siempre que la condición inicial satisfaga $\hat{L}[n] \neq 0$, el algoritmo convergerá a $\mathcal{E}_n = 0$.

Si bien las Ec. 3.27 y 3.28 permiten calcular los coeficientes estimados de cada canal, dichos desarrollos no permiten conocer la relación que existe entre de la estimación obtenida y el canal real. Por lo tanto, no brindan información sobre si la estimación obtenida es exacta, es decir si $\hat{L}[n] = L[n]$ o $\hat{M}[n] = M[n]$, y se requiere un análisis más profundo para conocer el estado estacionario de los coeficientes estimados cuando e[n] = 0.

3.4.2. Análisis en el dominio de la frecuencia del canal de realimentación no-lineal

Para comprobar la efectividad del nuevo esquema propuesto, es fundamental establecer la relación que existe entre las estimaciones obtenidas a través de las Ec. 3.27 y 3.28 y los canales de interés y de observación reales. Con este propósito,

se realiza un estudio en el dominio de la frecuencia, similar al realizado para obtener la Ec. 3.17. En el Apéndice B.2 se demuestra que en el estado estacionario, para cuando e[n] = 0, el canal de realimentación no-lineal permite obtener una relación en el dominio de la frecuencia descripta por

$$\breve{M}(\Omega_s^q) \prod_{i=1}^q \breve{L}(\Omega_i) = \tilde{M}(\Omega_s^q) \prod_{i=1}^q \tilde{L}(\Omega_i) \quad \forall \quad \{q | a_q \neq 0\},$$
(3.29)

donde $\Omega_s^q = \sum_{i=1}^q \Omega_i.$

En la Ec. 3.29 se observa que, a diferencia del caso convencional descripto por la Ec. 3.17, un canal de observación de bajo ancho de banda no excluye la información sobre componentes de alta frecuencia del canal estimado. Esto se debe a que para cualquier q > 1 tal que $a_q \neq 0$, siempre existen frecuencias resultantes de los productos de intermodulación, Ω_s^q , originados a partir de Ω_i que se encuentran dentro del ancho de banda del canal de observación, lo que permite acceder a información sobre los componentes $\prod_{i=1}^{q} \tilde{L}(\Omega_i)$.

Por ejemplo para q = 2, se obtiene

$$\check{M}(\Omega_s^2)\check{L}(\Omega_1)\check{L}(\Omega_2) = \tilde{M}(\Omega_s^2)\tilde{L}(\Omega_1)\tilde{L}(\Omega_2) \quad \text{para } a_2 \neq 0., \tag{3.30}$$

siendo $\Omega_s^2 = \Omega_1 + \Omega_2$, la frecuencias resultantes de los productos de intermodulación.

Estos productos se originan como resultado de la no linealidad presente en el canal de realimentación. Los términos de intermodulación pueden incluir sumas y diferencias de las frecuencias originales. En base a este ejemplo es posible establecer que la Ec. 3.30 permite estimar de manera exacta el producto $\tilde{M}(\Omega_1+\Omega_2)\tilde{L}(\Omega_1)\tilde{L}(\Omega_2)$, para todo Ω_1 y Ω_2 .

En una interpretación alternativa, la no linealidad traslada información de los componentes de alta frecuencia de y[n] al espectro de baja frecuencia mediante el batido de las mismas. Este efecto, permite que la reducción del error sea transparente al ancho de banda del canal de observación. En lo que sigue proporcionamos una justificación formal de estas afirmaciones, mostrando que bajo este enfoque la estimación del canal es posible y no depende del ancho de banda del canal de observación.

3.4.2.1. Relación entre canal de interés y estimado en el dominio de la frecuencia

Con el objetivo de establecer la relación que existe entre los canales reales y sus estimaciones a partir de la Ec. 3.29, reescribimos la dicha ecuación como

$$A(\Omega_s^q) \prod_{i=1}^q B(\Omega_i) = 1, \qquad (3.31)$$

donde $A(\Omega) = \check{M}(\Omega)/\tilde{M}(\Omega)$ y $B(\Omega) = \check{L}(\Omega)/\tilde{L}(\Omega)$. Mediante derivación de Ec. 3.31 con respecto a Ω_j , con $j \in 1, 2, ..., q$, y dividiendo el resultado por el miembro izquierdo de Ec. 3.31, obtenemos

$$\frac{B'(\Omega_j)}{B(\Omega_j)} = -\frac{A'(\Omega_s^q)}{A(\Omega_s^q)}.$$
(3.32)

Como el miembro izquierdo sólo depende de Ω_j , mientras que el derecho depende de todas las variables Ω_i , la única forma de satisfacer esta relación es

$$\frac{B'(\Omega_j)}{B(\Omega_j)} = -\frac{A'(\Omega_s^q)}{A(\Omega_s^q)} = c, \qquad (3.33)$$

donde c es una constante compleja arbitraria. La solución de esta ecuación diferencial conduce a

$$\begin{cases} B(\Omega) = e^{c\Omega + c_B} \\ A(\Omega) = e^{-c\Omega + c_A} \end{cases},$$
(3.34)

donde c_B y c_A son también números complejos arbitrarios. Mediante la sustitución de las definiciones de $A(\Omega)$ y $B(\Omega)$ en Ec. 3.34, se obtiene

$$\begin{cases} \breve{L}(\Omega) = \tilde{L}(\Omega)e^{c\Omega + c_B} \\ \breve{M}(\Omega) = \tilde{M}(\Omega)e^{-c\Omega + c_A} \end{cases},$$
(3.35)

teniendo en cuenta que $\check{L}(\Omega)$ y $\check{M}(\Omega)$ son transformadas de Fourier de secuencias reales, deben satisfacer $\check{L}(\Omega) = \check{L}^*(-\Omega)$ y $\check{M}(\Omega) = \check{M}^*(-\Omega)$ (simetría conjugada). En consecuencia, se demuestra que c es un número imaginario, es decir, $c = i\tau$, y c_A y c_B son números reales. De esta manera, se obtiene

$$\begin{cases} \breve{L}(\Omega) = \alpha_B \tilde{L}(\Omega) e^{i\tau\Omega} \\ \breve{M}(\Omega) = \alpha_A \tilde{M}(\Omega) e^{-i\tau\Omega} \end{cases}$$
(3.36)

 $\operatorname{con} \alpha_B = e^{c_B} \mathbf{y} \alpha_A = e^{c_A}.$

La Ec. 3.36 nos dice que la versión estimada del canal de interés, $\tilde{L}(\Omega)$, discrepa del canal de interés real, $\tilde{L}(\Omega)$, en un factor de escala α_B , y un retardo de fase τ . Asimismo, también indica que la versión estimada del canal de observación, $\check{M}(\Omega)$, discrepa del canal de observación real, $\tilde{M}(\Omega)$, en un factor de escala α_B y un retardo de fase τ .

Para analizar el valor de α_A y α_B , sustituimos la Ec. 3.36 en Ec. 3.29 y se obtiene,

$$\alpha_A(\alpha_B)^q = 1 \quad \forall \quad \{q | a_q \neq 0\}. \tag{3.37}$$

A partir de la Ec. 3.37, se analizan cuatro situaciones posibles para los valores de α_A y α_B en función de los coeficientes de la no linealidad

- 1) Al menos dos coeficientes $a_q \neq 0$, uno par y otro impar por ejemplo $a_2 \neq 1$ y $a_3 \neq 1$, nos queda: $\alpha_B^2 = \alpha_B^3 = 1/\alpha_A$, el único valor posible para esta relación es $\alpha_B = 1$ y $\alpha_A = 1$.
- 2) Todos los coeficientes $a_q \neq 0$ son pares, existen dos posibilidades $\alpha_B = 1$ y $\alpha_A = 1$ o $\alpha_B = -1$ y $\alpha_A = 1$.
- 3) Todos los coeficientes $a_q \neq 0$ son impares, pueden existir dos posibilidades $\alpha_B = 1$ y $\alpha_A = 1$ o $\alpha_B = -1$ y $\alpha_A = -1$.
- 4) Al menos un coeficiente $a_q \neq 0$, sin importar si es par o impar, nos queda $\alpha_B^q = 1/\alpha_A$, la solución es desconocida.

3.4.3. Análisis en tiempo discreto

Para hacer un análisis en el tiempo discreto de los resultados de la estimación obtenidos previamente, se aplica la transformada inversa de Fourier a la Ec. 3.36 y se obtiene,

$$\begin{cases} \hat{L}[n] = \alpha_B L(t + \tau T_s)|_{t=nT_s} \\ \hat{M}[n] = \alpha_A M(t - \tau T_s)|_{t=nT_s} \end{cases},$$
(3.38)

donde 1/Ts es la frecuencia de muestreo, mientras que L(t) y M(t) son versiones en tiempo continuo de L[n] y M[n], respectivamente, definidas como

$$\begin{cases} L(t) = \alpha_B \sum_n L[n] \operatorname{sinc} \frac{\pi(t - nT_s)}{T_s} \\ M(t) = \alpha_A \sum_n M[n] \operatorname{sinc} \frac{\pi(t - nT_s)}{T_s} \end{cases},$$
(3.39)

 $\operatorname{con\,sinc}(x) = \frac{\sin(x)}{x}.$

La Ec. 3.39, indica que las estimaciones obtenidas, son versiones escaladas y desplazadas temporalmente de las respuestas sobremuestreadas de los canales de interés y observación. Esta conclusión no se ve afectada por el ancho de banda del canal de observación, lo que sugiere que esta estimación puede realizarse incluso para un ancho de banda arbitrariamente bajo de $\check{M}(\Omega)$. Además, si suponemos que ambos canales son causales y no retardados, la única posibilidad de satisfacer Ec. 3.38 es $\tau = 0$. Para este caso, las estimaciones sólo se diferencian de los canales reales en un factor de escala dado por α_A y α_B , cuyos valores son definidos de acuerdo a los coeficientes de la no-linealidad.

3.5. Simulación de la identificación de un sistema a través de un canal de realimentación nolineal

Para mostrar un ejemplo de aplicación del algoritmo propuesto, realizamos simulaciones numéricas del sistema mostrado en la Fig. 3.5, para un caso particular. Se asume un canal de interés L[n], con una función de transferencia modelada por un filtro pasa-bajo tipo Butterworth de orden seis, con ancho de banda nominal (B_0) de 64 GHz. La función no-lineal se describe mediante el coeficiente $a_2 = 1$, el resto de los coeficientes se suponen nulos, en base a esto la función no-lineal queda definida por

$$w[n] = y^2[n]. (3.40)$$

El canal de observación M[n], es modelado por un filtro pasa-bajo tipo Butterworth de orden seis que y su ancho de banda (B_{FC}) puede tomar cuatro valores, $B_{FC} = \{64 \text{ GHz}, 32 \text{ GHz}, 16 \text{ GHz}, 8 \text{ GHz}\}.$

La secuencia de entrada se obtiene como,

$$x[n] = \sum_{k} x_0[k]g[n - O_s k]$$
(3.41)

donde $x_0[k]$ es una variable estocástica con distribución uniforme, n el número de muestra, k el índice del dato de entrada y g[n] la respuesta al impulso sobremuestreada (coseno realzado) con un factor de sobremuestreo dado por O_s . Esta definición garantiza el sobremuestreo de la entrada (ver Ec. B.9), es decir, $\tilde{x}(\Omega) \approx 0 \forall |\Omega| > \pi/O_s = \pi/3$. Los canales de estimación se inicializan como

$$\hat{L}[n] = \hat{M}[n] = \delta_{n0},$$
(3.42)

donde δ_{n0} es el delta de Kronecker. El paso de adaptación del algoritmo de GD se fija en $\beta = 0,001$.

La Fig. 3.6 muestra la evolución del error cuadrático medio para los cuatro anchos de banda del canal de observación considerados, siendo $B_{FC}/B_0 = \{1, 1/2, 1/4, 1/8\}$. Se observa que, para todos casos, el algoritmo converge al mismo valor mínimo ($\simeq -40$ dB). También, es importante notar, que a medida que el ancho de banda del canal de observación es reducido, el algoritmo necesita mayor cantidad de muestras para converger al error mínimo.

En la Fig. 3.7 se comparan las respuestas en frecuencia de las estimaciones obtenidas para cada valor de B_{FC}/B_0 . En los gráficos de las Fig. 3.7.a), b), c) y d), se muestra la respuesta en frecuencia del canal de interés y el canal estimado. En los gráficos de las Fig. 3.7.e), f), g) y h) se muestran la respuesta en frecuencia del canal de observación y su estimación para cada caso. Entre los resultados obtenidos se destaca el desempeño de la nueva técnica basada en el algoritmo de SI, la cual mantiene un nivel de estimación precisa para todos los casos, incluso para caso de un canal de observación con ancho de banda muy bajo, es decir $B_{FC}/B_0 = 1/8$. También es importante notar que la función no-lineal utilizada posee un solo coeficiente par, en este escenario los coeficientes de escala α_A y α_B de la estimación son desconocidos. Este inconveniente puede resolverse obteniendo el valor de la potencia media de la señal de salida ($E\{y^2[n]\}$), para luego re-escalar la estimación $\hat{L}[n]$ y ob-



Figura 3.6: Evolución instantánea del error cuadrático medio, \mathcal{E}_n , para cuatro casos diferentes de ancho de banda del canal de observación. Los resultados obtenidos demuestran que, con la técnica propuesta, la convergencia del algoritmo no depende del ancho de banda del canal de observación.

tener $E\{\hat{y}^2[n]\} = E\{y^2[n]\}$. Esta restricción adicional al algoritmo permite obtener el factor de corrección de escala exacto.

3.6. Conclusión

En este capítulo se expusieron las limitaciones de la aplicación del algoritmo de SI mediante el uso de un canal de observación lineal. Con el fin de superar dichas limitaciones, se presentó una nueva técnica. La nueva técnica se basa en utilizar un canal de realimentación no-lineal, el cual permite la estimación del canal de interés independientemente del ancho de banda del canal de observación. Se demostró matemáticamente que la no-linealidad introducida, actúa como un bloque de desacople, el cual permite trasladar información de las componentes de todo el espectro de la señal de salida a baja frecuencia. Se expuso que la estimación resultante de este nuevo esquema, puede contener discrepancias con el canal de interés. Estas discre-



50

Figura 3.7: Comparación de respuesta en frecuencia entre los canales reales y estimados para los diferentes valores de B_{FC} . a), b), c) y d) Muestran la comparación del canal de interés con su estimación. e), f), g) y h) Muestran la comparación del canal de observación y su estimación.

pancias son; un valor de retardo temporal y un factor de escala el cual depende de la no-linealidad usada. No obstante, esta discrepancias no representan un problema. En primer lugar, el factor de desplazamiento se puede considerar nulo, si se supone que los canales son causales y no retardados. En segundo lugar, el factor de escala se puede llevar a la unidad introduciendo restricciones de potencia en el algoritmo. Estos ajustes, permiten obtener una buena estimación tanto para el canal de interés como del canal de observación. Se demostró mediante simulaciones numéricas, que el algoritmo de LMS propuesto, es eficaz en la estimación del canal de interés incluso para canales de observación con una fracción de ancho de banda de este.

Capítulo 4

Nueva Técnica de Compensación de Imperfecciones Electro-Ópticas para Transmisores Ópticos Coherentes con Canal de Realimentación de Baja Complejidad

Síntesis: En este capitulo se presentan los fundamentos matemáticos para la compensación del canal electro-óptico de un transmisor óptico coherente mediante el uso conjunto del algoritmo de identificación de sistemas, un ecualizador de imperfecciones y el algoritmo de retro-propagación del error. En este contexto, se presenta el aporte principal de la Tesis, que consiste utilizar el esquema de identificación de sistemas con lazo de realimentación de ancho de banda reducido, introducido previamente en el Capítulo 3, el cual permite la estimación del canal electro-óptico a través de un canal de realimentación de baja complejidad y bajo ancho de banda.

4.1. Introducción

De acuerdo a lo expuesto en el *Capítulo 2*, los transmisores ópticos coherentes (COT) son susceptibles a las imperfecciones en los componentes que conforman el canal electro-óptico (EOC). Esto sumado al propio envejecimiento de los componentes y a las derivas térmicas en las condiciones de operación, provoca una pérdida de desempeño. Ello se traduce en un menor alcance y menor robustez de la transmisión en presencia del ruido en el canal óptico. El impacto de dichas degradaciones se acentúa en los sistemas de comunicaciones coherentes actuales, donde el mercado exige mayores velocidades y formatos de modulaciones cada vez más complejos.

En la actualidad, las técnicas de compensación de imperfecciones en el EOC más efectivas, se basan en algoritmos aplicados mediante el DSP del COT (ver Secc. 1.3). Entre las técnicas existentes, destacan aquellas basadas en el algoritmo de identificación de sistemas (SI) [20, 22, 25, 38]. Este algoritmo, permite generar un modelo estimado del canal de interés a través de un canal de realimentación, lo cual hace posible la implementación de compensaciones en segundo plano. Sin embargo, una de las principales desventajas de dichas técnicas, es que requieren un canal de realimentación con un ancho de banda equivalente al del EOC. Esto limita su implementación en productos comerciales debido al incremento de costos y complejidad que ello representa.

En este capítulo se presenta la principal contribución de esta Tesis, la cual consiste en una nueva técnica para la estimación y compensación de imperfecciones lineales del EOC del COT. La nueva técnica se basa en el algoritmo de SI con un canal de realimentación no-lineal, el cual fue desarrollado en el *Capítulo 3*. La característica fundamental de la propuesta, es la introducción de una función no-lineal en el canal de realimentación, la cual en el contexto del COT, puede ser proporcionada por un único fotodetector. Se demuestra formalmente que la propuesta de esta Tesis es efectiva para la estimación y compensación de imperfecciones del EOC, incluso para un canal de realimentación de bajo ancho de banda.
4.1.1. Esquema general de la técnica propuesta en esta Tesis para la compensación de imperfecciones en transmisores ópticos coherentes

En la Fig. 4.1 se presentan dos esquemas para compensación de imperfecciones en el EOC del COT. En la zona superior, Fig. 4.1.a), se muestra el esquema que usa el algoritmo SI convencional, y en la zona inferior, Fig. 4.1.b), el esquema propuesto en esta Tesis. A continuación se realiza una comparación de ambos esquemas y se resaltan las principales diferencias entre ellos.

En la Fig. 4.1.a) las secuencias binarias a transmitir son procesadas por el mapeador y el bloque del filtro transmisor, del cual se obtienen la secuencias digitales de entrada. Para lograr la compensación de las imperfecciones lineales del EOC se agrega el bloque ecualizador de imperfecciones (IE). El bloque IE es un filtro lineal cuyos coeficientes son adaptados iterativamente para que a la salida del transmisor se obtenga una señal lo más cercana posible a la señal óptica de salida ideal sin imperfecciones. El IE realiza una pre-compensación a la señales digitales de entrada, de tal manera que a su salida se obtenga las señales digitales pre-compensadas. Luego, éstas ingresan al EOC y son modificadas por las imperfecciones presentes en éste, de tal manera que a la salida de los moduladores se obtenga una señal óptica de salida compensada. La adaptación de los coeficientes del IE se realiza mediante el uso del bloque estimador de canal (CE). Éste contiene un modelo digital lineal estimado del EOC, el cual es obtenido a través de la comparación entre las señales digitales de realimentación estimadas con las señales digitales de realimentación, obtenidas de una hipotética detección coherente y conversión analógica digital de la señal óptica de salida.

La principal desventaja del esquema de la Fig. 4.1.a), es que requiere toda la información de la señal óptica de salida para realizar la estimación del canal EOC. Esto implica la implementación de un detector coherente completo en el canal de realimentacion del COT, lo cual aumenta la complejidad y el costo de todo el sistema de comunicaciones. Para superar los desafíos de implementación del esquema anterior, en esta Tesis se propone un esquema alternativo de estimación, el cual está representado en la Fig. 4.1.b).



Figura 4.1: Comparación en alto nivel de dos sistemas de compensación para las imperfecciones del EOC del COT utilizando un ecualizador de imperfecciones IE. a) Algoritmo de sistema de identificación convencional, donde es necesario un detector coherente completo para estimar cada uno de los canales I/Q de cada polarización. Las señales resultantes se utilizan para la estimación del EOC y pre-compensación de la secuencia digital de entrada. b) Sistema propuesto en esta Tesis, donde el canal de realimentación está conformado por un único fotodetector de bajo ancho de banda, seguido por un ADC de baja velocidad. La nueva técnica es capaz de estimar y pre-compensar la secuencia digital de entrada, reduciendo drásticamente los costos de implementación.

En este nuevo esquema, el algoritmo de SI se aplica utilizando una única señal digital de realimentación la cual es provista por un canal de realimentación conformado por un único fotodetector que posee una función de transferencia no-lineal seguido de un TIA y un ADC, ambos de bajo ancho de banda. Bajo este esquema el CE está compuesto del modelo estimado del EOC, la no linealidad del fotodetector y de un filtro que se encarga de modelar la respuesta pasa bajo del canal de realimentación. La aplicación del CE a la señal digital pre-compensada, da como resultado una señal digital de realimentación estimada. Los coeficientes de dichos filtros son adaptados de tal manera de que dicha señal estimada se asemeje a la señal digital de realimentación. Este método permite la identificación del EOC sin la necesidad de usar un detector coherente, reduciendo de esta forma los requerimientos del sistema, costo y consumo.

Para demostrar la viabilidad de la propuesta, se comparan los modelos matemáticos de ambos esquemas y se analizan las condiciones que garantizan la convergencia en ambos casos. Los resultados de este estudio señalan que la estimación obtenida mediante la nueva propuesta difiere del sistema real en tres parámetros, completamente inocuos para el sistema de comunicaciones: un retraso temporal, un factor de escala y una rotación entre los componentes I/Q y/o una conjugación compleja en la constelación.

4.1.2. Organización del capítulo

El capítulo esta organizado de la siguiente manera. En primera instancia se expone el modelo matemático de la compensación del EOC utilizando un ecualizador de imperfecciones (IE) y algoritmo de retro-propagación del error. Luego, se presenta el modelo matemático para la estimación del EOC mediante el método convencional. Seguido a esto, se desarrolla el modelo matemático de la nueva técnica de compensación propuesta en esta Tesis y se presenta su análisis en el dominio de la frecuencia, poniendo énfasis en sus principales características y limitaciones.

4.2. Compensación de imperfecciones mediante un ecualizador de imperfecciones y el algoritmo de retro-propagación del error

En la Fig. 4.2 se presenta el esquema de compensación, el cual está compuesto por el modelo matemático del COT con imperfecciones en el EOC, presentado anteriormente en el *Capítulo 2*, y por el bloque IE. Las señales de entrada, $x_I^{\varrho}[n]$ y $x_Q^{\varrho}[n]$, ingresan al IE, el cual es descripto por medio de los coeficientes $\mathcal{H}_{ij}^{\varrho}[n]$ con $\varrho \in \{H, V\}$ y $i, j \in \{I, Q\}$, dando como resultado las *señales digitales precompensadas* $s^{\varrho}[n] = s_I^{\varrho}[n] + js_Q^{\varrho}[n]$, tal que

$$s_i^{\varrho}[n] = \sum_{j,m} \mathcal{H}_{ij}^{\varrho}[m] x_j^{\varrho}[n-m], \quad i, j \in \{I, Q\}.$$
(4.1)

Los coeficientes que conforman $\mathcal{H}_{ij}^{\varrho}[n]$, son iterativamente adaptados para que las señales de salida, $y_I^{\varrho}[n]$ y $y_Q^{\varrho}[n]$, sean lo más similares posibles a las señales digitales de entrada, usando el algoritmo LMS estándar. La señal de error del sistema de compensación, $e_i^{\varrho}[n]$, se determina a partir de la diferencia:

$$e_i^{\varrho}[n] = y_i^{\varrho}[n] - x_i^{\varrho}[n], \quad i \in \{I, Q\},$$
(4.2)

y el error cuadrático se calcula como:

$$\xi^{\varrho}[n] = \sum_{i=\{I,Q\}} (e_i^{\varrho}[n])^2.$$
(4.3)

$x_I^{\varrho}[n]$	IE	$s_I^{\varrho}[n]$		$y_I^{\varrho}[n] \rightarrow$
	$\mathcal{H}^{arrho}_{ij}[n]$		$L^{\varrho}_{ij}[n]$	
$x_Q^{\varrho}[n]$		$s_Q^{\varrho}[n]$		$y_Q^{\varrho}[n]$

Figura 4.2: Compensación de imperfecciones del EOC del COT; los coeficientes $\mathcal{H}_{ij}^{\varrho}[n]$ del ecualizador de imperfecciones (IE) son calculados con el algoritmo de retropropagación de error.

Por otra parte, los valores iniciales de $\mathcal{H}_{ij}^{\varrho}$ están dados por:

$$\mathcal{H}_{ij}^{\varrho(0)}[n] = \delta_{ij}\delta_{n0},\tag{4.4}$$

dichos coeficientes se actualizan de acuerdo al error del algoritmo de retro-propagación (*backpropagation algorithm*) [26], como

$$\mathcal{H}_{ij}^{\varrho(l+1)}[m] = \mathcal{H}_{ij}^{\varrho(l)}[m] - \beta_{\rm IE} \left\langle \frac{\partial \xi^{\varrho}[n]}{\partial \mathcal{H}_{ij}^{\varrho}[m]} \right\rangle_{K}^{(l)}, \tag{4.5}$$

donde los superíndices (l) y (l + 1), representan los valores anteriores y los actuales de los coeficientes, respectivamente, $\beta_{IE} > 0$ es el paso de adaptación del algoritmo LMS y $\langle . \rangle_{K}^{(l)}$ es el bloque de promedio móvil, calculado como

$$\langle f[n] \rangle_K^{(l)} = \frac{1}{K} \sum_{n=lK+1}^{(l+1)K} f[n],$$
(4.6)

siendo 1/K la tasa de adaptación.

El algoritmo de retro-propagación, permite obtener una señal de error estimada que depende únicamente de las contribuciones de error debidas al canal de interés, $L_{ij}^{\varrho}[n]$, tal que

$$\frac{\partial \xi^{\varrho}[n]}{\partial \mathcal{H}_{ij}^{\varrho}[m]} = \sum_{r,q} 2e_r^{\varrho}[n] L_{ri}^{\varrho}[q] x_j^{\varrho}[n-q-m], \qquad (4.7)$$

con $i, j, r \in \{I, Q\}$. Ver Apéndice C.1 para mas detalles en el cálculo de la Ec. 4.7.

Se puede observar que la Ec. 4.7 requiere el conocimiento exacto del canal que se quiere compensar, es decir, necesita los coeficientes $L_{ij}^{\varrho}[n]$, sin embargo, inicialmente estos no son conocidos. Para solventar esto, se usa un estimador de canal (CE). Este se ejecuta en paralelo con el sistema con el fin de obtener una estimación de los coeficientes del canal de interés. A continuación se presenta el modelo numérico de la estimación del canal mediante el algoritmo convencional de SI y el propuesto en esta Tesis.

4.3. Estimación del canal mediante el algoritmo de identificación de sistemas convencional

En la Fig. 4.3, se muestra el esquema de compensación mediante la estimación del canal usando el algoritmo de SI convencional. El esquema se compone del IE y el canal de interés, los cuales están representados por los coeficientes $\mathcal{H}_{ij}^{\varrho}[n], L_{ij}^{\varrho}[n]$ respectivamente. El bloque LMS del estimador de canal (CE-LMS) permite a través del error $e^{CE\varrho}$, generar una versión digital estimada del canal de interés representada por $\hat{L}_{ij}^{\varrho}[n]$. La señal de salida digital estimada $\hat{y}^{\varrho}[n]$, permite a través del error $e^{IE\varrho}$, en conjunto el LMS del IE (IE-LMS) adaptar los coeficientes $\mathcal{H}_{ij}^{\varrho}[n]$ para precompensar la señal de entrada. A continuación se detalla el modelo matemático para la adaptación de los coeficientes del IE mediante el algoritmo convencional de SI.

Las salidas digitales estimadas $\hat{y}_i^{\varrho}[n]$ están dadas por:

$$\hat{y}_{i}^{\varrho}[n] = \sum_{j,m} \hat{L}_{ij}^{\varrho}[m] s_{j}^{\varrho}[n-m], \quad i, j \in \{I, Q\},$$
(4.8)

siendo, $\hat{L}_{ij}^{\varrho}[m]$ los coeficientes del modelo digital estimado del COT. Esto permite obtener las señales de error del CE, $e^{\text{CE}\varrho}[n]$, como

$$e^{\operatorname{CE}\varrho}[n] = \hat{y}^{\varrho}[n] - y^{\varrho}[n]$$

$$(4.9)$$

donde $y^{\varrho}[n] = y_I^{\varrho}[n] + y_Q^{\varrho}[n]$ es la salida digital del sistema. Los coeficientes estimados son actualizados de acuerdo al algoritmo de SI convencional, como:

$$\hat{L}_{ij}^{\varrho(l+1)}[m] = \hat{L}_{ij}^{\varrho(l)}[m] - 2\beta_{\rm CE} \left\langle e_i^{\rm CE\varrho}[n] s_j^{\varrho}[n-m] \right\rangle_K^{(l)}, \quad i,j \in \{I,Q\},$$
(4.10)

donde $\beta_{CE} > 0$ es el paso de adaptación del CE. De acuerdo al algoritmo LMS del IE-LMS dado por las Ecs. 4.5 y 4.7, si reemplazamos los coeficientes estimados de la



Figura 4.3: Esquema simplificado de la compensación adaptiva y en segundo plano de las imperfecciones del EOC de un COT mediante el algoritmo convencional de SI. La linea doble representa la señal compleja.

Ec. 4.10, obtenemos

$$\mathcal{H}_{ij}^{\varrho(l+1)}[m] = \mathcal{H}_{ij}^{\varrho(l)}[m] - 2\beta_{\mathrm{IE}} \left\langle \sum_{r,q} e_r^{\mathrm{IE}\varrho}[n] \hat{L}_{ri}^{\varrho}[q] x_j^{\varrho}[n-q-m] \right\rangle_K^{(l)}, \quad i,j,r \in \{I,Q\},$$

$$(4.11)$$

siendo $e^{\text{IE}\varrho}[n]$ la señal de error del IE dada por,

$$e^{\mathrm{IE}\varrho}[n] = \hat{y}^{\varrho}[n] - x^{\varrho}[n]. \tag{4.12}$$

De acuerdo con las Ecs. 4.9 y 4.10, se puede concluir que para lograr la estimación del canal a través del esquema convencional, es necesaria la medición de la señal digital de salida $y^{\varrho}[n]$. Este proceso implica una demodulación coherente de la señal óptica de salida del COT, E_{out}^{ϱ} , para lo cual es necesario la implementación de un sistema óptico de detección coherente de alto desempeño en el canal de realimentación. Ello, aumenta la complejidad e incrementa los costos de implementación de la técnica.

Para superar estas dificultades, en esta Tesis se propone una alternativa para reducir la complejidad del proceso de estimación del canal. La nueva técnica, permite utilizar la información proveniente de la detección directa de la señal óptica, E_{out}^{ϱ} , a través de un único fotodetector de bajos requisitos. A continuación se desarrolla el modelo matemático del canal de realimentación basado en esta nueva técnica.

4.4. Estimación del canal mediante la nueva técnica basada en una sola fotodetección

En la Fig. 4.4 se muestra el esquema del canal de realimentación propuesto en esta Tesis. Una pequeña porción de la señal óptica de salida del COT es recolectada por el modelo de fotodetector ideal (*Photodetector*, *PD*), produciendo a la salida una señal eléctrica fotodetectada de tiempo continuo, dada por

$$r(t) = k_{pd} \sum_{\varrho = \{H, V\}} |E_{out}^{\varrho}(t)|^2, \qquad (4.13)$$

donde k_{pd} es el factor de conversión del dispositivo.

Teniendo en cuenta que el fotodetector también puede tener defectos, estos son modelados por la respuesta al impulso $h_{pd}(t)$. En base a esto, la señal de realimentación esta dada por:

$$\Gamma(t) = \int h_{pd}(\tau) r(t-\tau) d\tau.$$
(4.14)

La función descrita en la Ec. 4.14, incluye los efectos eléctricos seguidos a la fotodetección, esto incluye amplificación de transimpedancia (TIA) y el sistema de seguimiento y retención (*Track And Hold, T&H*), el cual es generalmente modelado como un filtro pasa bajos.



Figura 4.4: Medición de la señal digital de realimentación z[k], a través del canal de realimentación propuesto en esta Tesis, el cual esta compuesto por un único fotodetector y un ADC. El mismo fotodetector es usado para detectar los componentes de ambas polarizaciones.

Finalmente, un ADC produce la señal digital de realimentación z[k], dada por:

$$z[k] = \int \mathcal{A}(kNT_s - \tau)\Gamma(\tau)d\tau \qquad (4.15)$$

donde \mathcal{A} , es la función característica del dispositivo y N es el factor de diezmado de la señal de realimentación con respeto a la señal de salida del transmisor.

4.4.1. Modelo digital de canal de realimentación propuesto

Con el objetivo de representar digitalmente el canal de realimentación, se crea un modelo digital de éste. En la Fig 4.5 se representa el esquema para obtención de la señal digital de realimentación z[k], mediante un modelo digital del fotodetector (*Digital Photodetector, DPD*), un canal de observación definido por un sistema de tiempo discreto M[n] y un bloque diezmador.

El DPD modela digitalmente la respuesta no-lineal del fotodetector y produce una salida digital, tal que

$$\|\mathbf{y}[n]\|^2 = \sum_{\varrho = \{H,V\}} |y^{\varrho}[n]|^2, \qquad (4.16)$$

donde $\mathbf{y}[n] = [y^H[n], y^V[n]]^T$, es el vector complejo que representa la polarización del campo eléctrico, y ^T es la denotación de transpuesto.

El DPD es seguido por el canal de observación lineal, representado por los coeficientes M[n], tal que la señal digital z[k] se puede obtener como

$$z[k] = \sum_{m} M[m] ||\mathbf{y}[kN - m]||^{2}.$$
(4.17)

En el Apéndice C.2, se demuestra que los coeficientes M[n] de este sistema, están dados por

$$M[n] = \frac{\kappa_{\rm pd}}{|E_0|^2} \int h_{\rm pd}(t) \mathcal{A}(nT_s - t) \, dt, \qquad (4.18)$$

La Ec. 4.18 muestra la relación que existe entre M[n] y la respuesta al impulso del fotodetector y del ADC. Si estos dispositivos poseen un bajo ancho de banda,



Figura 4.5: Obtención de la señal digital z[k], a través del modelo digital equivalente del canal de realimentacion propuesto en esta Tesis. Este relaciona las señales digital de salida $(y^{\varrho}[n])$ con z[k]. El factor de diezmado N modela el ADC de una velocidad menor con respecto al transmisor.

comparado con el modulador óptico coherente, no es posible asegurar una estimación suficientemente precisa de los coeficientes $L_{ij}^{\varrho}[n]$ utilizando la señal digital z[k]. Sin embargo, en la siguiente sección (*Sección. 4.5*) se demuestra no sólo que la estimación es posible, sino que la calidad de la estimación es independiente del ancho de banda del canal de realimentación.

En la Fig. 4.6 se muestra el modelo digital completo de doble polarización para la compensación de imperfecciones del EOC del COT, usando el canal de realimentación propuesto en esta Tesis. Las señales digitales para cada polarización, $x^H[n]$ y $x^V[n]$, ingresan al IE cuya salida son las señales digitales pre-compensadas $s^H[n]$ y $s^V[n]$. Éstas son las entradas a los canales de interés de cada polarización, descriptos por los coeficientes $L_{ij}^H[n]$ y $L_{ij}^V[n]$, los cuales proveen las salidas digitales $y^H[n]$ y $y^V[n]$. Dichas señales ingresan al modelo digital del fotodetector, el cual proporciona la salida no lineal $||\mathbf{y}[n]||^2$. Esta es luego afectada por la función de transferencia del canal de observación, descripto por M[n], cuya salida es diezmada según el valor N para obtener la señal de realimentación digital z[k].

Por otro lado, las señales $s^{H}[n]$ y $s^{V}[n]$ ingresan al CE, el cual contiene el modelo estimado del canal de interés para cada polarización, $\hat{L}_{ij}^{H}[n]$ y $\hat{L}_{ij}^{V}[n]$. Luego, las salidas digitales estimadas, $\hat{y}^{H}[n]$ y $\hat{y}^{V}[n]$, ingresan al DPD, el cual permite obtener la señal no-lineal de salida estimada $||\hat{\mathbf{y}}[n]||^{2}$. Dicha señal es la entrada para el modelo estimado del canal de observación $\hat{M}[n]$ cuya salida se diezma por el factor N para obtener la señal digital de realimentación estimada $\hat{z}[k]$. La comparación entre las señales z[k] y $\hat{z}[n]$, permite obtener la señal de error $e^{CE}[k]$, la cual se usa para adaptar los coeficientes del CE.

La principal diferencia con la técnica convencional de estimación, mostrada en la Subsección. 4.3, es que el algoritmo CE-LMS no sólo estima los coeficientes de $L^{\varrho}[n]_{ij}$, sino también los coeficientes de M[n] correspondientes a la representación digital del canal de observación.



Figura 4.6: Compensación adaptativa en segundo plano de un COT, usando un canal de realimentación conformado por una única cadena PD/ADC. La no-linealidad del fotodetector se obtiene mediante la operación $\|\mathbf{y}[n]\|^2$ y el canal de observación lineal es representado digitalmente por M[n]. La línea doble representa la señal compleja, que incluye los componentes I/Q de cada polarización. Las señales digitales estimadas de salida $\hat{\mathbf{y}}[n]$ alimentan el LMS el ecualizador de imperfecciones (IE-LMS). Los coeficientes estimados del sistema $\hat{L}_{ij}^{\varrho}[n]$ y $\hat{M}[n]$ son calculados por el LMS del estimador de canal (CE-LMS).

4.4.2. Inicialización del algoritmo

El algoritmo de SI propuesto en esta Tesis, es inicializado con los coeficientes:

$$\begin{cases} \hat{M}^{(0)}[n] = \delta_{n0} \\ \hat{L}^{\varrho(0)}_{ij}[n] = \delta_{n0}\delta_{ij} \end{cases},$$
(4.19)

los cuales corresponden a un transmisor ideal, luego son actualizados de la siguiente manera:

$$\begin{cases} \hat{M}^{(l+1)}[n] = \hat{M}^{(l)}[n] - \beta_{\rm CE} \left\langle \frac{\partial \xi^{\rm CE}[k]}{\partial \hat{M}[n]} \right\rangle_{K}^{(l)} \\ \hat{L}_{ij}^{\varrho(l+1)}[n] = \hat{L}_{ij}^{\varrho(l)}[n] - \beta_{\rm CE} \left\langle \frac{\partial \xi^{\rm CE}[k]}{\partial \hat{L}_{ij}^{\varrho}[n]} \right\rangle_{K}^{(l)} , \end{cases}$$
(4.20)

donde $\xi^{CE}[k] = (e^{CE}[k])^2$ es la función costo, la cual debe ser minimizada, siendo $e^{CE}[k] = \hat{z}[k] - z[k]$. En el *Apéndice C.3* se demuestra que el cálculo de las derivadas, $\frac{\partial \xi^{CE}[k]}{\partial \hat{M}[n]}$ y $\frac{\partial \xi^{CE}[k]}{\partial \hat{L}_{ij}^{e}[n]}$, resulta en

$$\hat{M}^{(l+1)}[n] = \hat{M}^{(l)}[n] - 2\beta_{\rm CE} \langle e^{\rm CE}[k] || \hat{\mathbf{y}}[kN - n] ||^2 \rangle_K^{(l)}, \qquad (4.21)$$

con $\hat{\mathbf{y}}[n] = [\hat{y}^H[n], \hat{y}^V[n]]^\mathrm{T}$ y

$$\hat{L}_{ij}^{\varrho(l+1)}[n] = \hat{L}_{ij}^{\varrho(l)}[n] - 4\beta_{\rm CE} \langle e^{\rm CE}[k] \sum_{q} \hat{M}[q] \hat{y}_{i}^{\varrho}[kN-q] s_{j}^{\varrho}[kN-q-n] \rangle_{K}^{(l)}.$$
(4.22)

Este caso particular de algoritmo de GD presenta dos situaciones estacionarias, para cuales el término de actualización de los coeficientes en las Ec. 4.21 y. 4.22 es cero. Estos casos son: $e^{CE}[k] = 0$ y $\hat{y}_i^{\varrho}[n] = 0$, siendo este último equivalente a la condición $\hat{L}_{ij}^{\varrho}[n] = 0$. La primera situación es un mínimo local de la función continua de costo $\xi^{CE}[k]$, y el segundo estado es un máximo local. En consecuencia, si la situación inicial siempre satisface $\hat{L}_{ij}^{\varrho}[n] \neq 0$, el algoritmo tiende a converger a $\xi^{CE}[k] = 0$. Sin embargo, esta condición no implica necesariamente que la estimación sea exacta, i.e., $\hat{L}_{ij}^{\varrho}[n] = L_{ij}^{\varrho}[n] \circ \hat{M}[n] = M[n]$ y se requiere un análisis mas detallado del estado estacionario de la estimación de los coeficientes.

4.5. Análisis en dominio de la frecuencia de la estimación basada en una sola fotodetección

La estimación del EOC del COT utilizando el canal de realimentación propuesto necesita ser demostrada. En esta sección se introduce el análisis matemático en el dominio de la frecuencia del método propuesto. Particularmente, se estudia el desempeño del bloque de estimación del esquema de la Fig. 4.6.

Se comienza con la condición error cero, que implica que el algoritmo CE-LMS ha convergido, la cual está dado por:

$$\hat{z}[k] = z[k], \tag{4.23}$$

donde $\hat{z}[k] = \sum_{m} \hat{M}[m] ||\hat{\mathbf{y}}[kN - m]||^2$ es la secuencia digital de realimentación estimada. En el Apéndice C.6 se demuestra que un análisis en el dominio de la frecuencia de dicha secuencia resulta en:

$$\sum_{i} \tilde{M}(\Omega_{1} + \Omega_{2}) \tilde{L}_{ij}^{\varrho}(\Omega_{1}) \tilde{L}_{ij'}^{\varrho}(\Omega_{2}) = \sum_{i} \breve{M}(\Omega_{1} + \Omega_{2}) \breve{L}_{ij}^{\varrho}(\Omega_{1}) \breve{L}_{ij'}^{\varrho}(\Omega_{2}),$$
$$\forall \quad i, j, j' \in \{I, Q\}, \quad \forall \quad \varrho \in \{H, V\}, \quad (4.24)$$

donde $\tilde{M}(\Omega)$, $\tilde{M}(\Omega)$, $\tilde{L}_{ij}^{\varrho}(\Omega)$, y $\check{L}_{ij}^{\varrho}(\Omega)$ son las transformadas de Fourier de M[n], $\hat{M}[n]$, $L_{ij}^{\varrho}[n]$, y $\hat{L}_{ij}^{\varrho}[n]$, respectivamente. Esto indica que, si la Ec. 4.23 se satisface, entonces Ec. 4.24 es verdad. Conclusiones similares se obtienen en el desarrollo de la Ec. 3.29 en el *Capítulo 3*.

La Ec. 4.24 muestra una importante característica de la estimación. Como se explica en el *Apéndice C.2*, la transformada de Fourier del modelo digital del canal de observación, M[n], está relacionada con la respuesta en frecuencia del canal de realimentación PD/ADC,

$$\tilde{M}(\Omega) \propto \tilde{h}_{\rm PD}(-\Omega/T_s)\tilde{\mathcal{A}}(\Omega/T_s).$$
 (4.25)

Si asumimos que el canal de observación posee un bajo ancho de banda relativo al canal a estimar, esto puede comprometer la estimación de las componentes de alta frecuencia de $\hat{L}_{ij}^{\varrho}(\Omega)$. Sin embargo, de acuerdo a la Eq. 4.24, la estimación permite conocer las funciones bidimensionales en el dominio de la frecuencia,

$$F_{jj'}^{\varrho}(\Omega_1, \Omega_2) = \sum_i \tilde{M}(\Omega_1 + \Omega_2) \tilde{L}_{ij}^{\varrho}(\Omega_1) \tilde{L}_{ij'}^{\varrho}(\Omega_2).$$
(4.26)

Si se analiza el comportamiento de estas funciones en la región cercana a la diagonal $\Omega_2 = -\Omega_1$, se obtiene,

$$F_{jj'}^{\varrho}(\Omega_1, -\Omega_1) = \tilde{M}(0) \sum_i \tilde{L}_{ij}^{\varrho}(\Omega_1) \tilde{L}_{ij'}^{\varrho}(-\Omega_1).$$

$$(4.27)$$

Esta última ecuación, sugiere que a pesar del ancho de banda acotado del canal de observación, $\tilde{M}(\Omega)$, se puede obtener información de las componentes de alta frecuencia de $\tilde{L}_{ij}(\Omega)$. Un comportamiento similar se puede observar en la detección de señal con el foto-diodo. La mezcla de frecuencias producida por el comportamiento no-lineal del dispositivo permite el traslado de información de las componentes de altas frecuencias de la señal de entrada a la banda base de la señal de salida.

4.5.1. Análisis en tiempo discreto de la estimación del canal y sus limitaciones

En el Apéndice C.4 se demuestra que a partir de la Ec. 4.24 es posible obtener la relación que existe, en el tiempo discreto, entre el canal de interés y su estimación, y entre el canal de observación y su estimación, estas son:

$$\begin{cases} \hat{L}_{ij}^{\varrho}[n] = \alpha \sum_{\mu} R_{i\mu}^{\varrho} L_{\mu j}^{\varrho}[n-\delta] \\ \hat{M}[n] = \frac{1}{\alpha^2} M[n+\delta] \end{cases}, \quad i, j, \mu \in \{I, Q\}, \tag{4.28}$$

donde α y δ son dos constantes reales desconocidas y R_{iu}^{ϱ} representa una transformación unitaria desconocida (ver Eq. C.46).

En base a lo obtenido en las Ecs. 4.28, es importante tener en cuenta que el algoritmo IE-LMS adapta los coeficientes $\mathcal{H}_{ij}^{\varrho}[n]$ con el objetivo de compensar el canal estimado \hat{L}_{ij}^{ϱ} pero no el canal de interés L_{ij}^{ϱ} . En base a esto, se puede concluir que el algoritmo tiende a converger a una situación donde $\hat{y}^{\varrho}[n] = x^{\varrho}[n]$. Dicho de

otra forma, el ecualizador compensa la salida estimada, pero no la salida real del sistema.

Usando la Ec. 4.28, la secuencia de salida compensada por cada polarización ρ está dada por:

$$y_i^{\varrho}[n] = \frac{1}{\alpha} \sum_{\mu} R_{\mu i}^{\varrho} x_{\mu}^{\varrho}[n+\delta], \quad i, \mu \in \{I, Q\},$$
(4.29)

esto último sugiere que el ecualizador no proveerá una compensación perfecta de las imperfecciones debido a los factores α , $R^{\varrho}_{\mu i}$ y δ . Sin embargo, estas discrepancias se pueden corregir de la siguiente forma:

- 1. Ganancia/Atenuación: La constante α modifica la potencia de la señal de salida. Esta puede ser controlada con una restricción de escala en los coeficientes de $\hat{L}_{ij}^{\varrho}[n]$ en cada paso del algoritmo CE-LMS. Dicha restricción debe asegurar que el valor $\mathcal{E}\{||\hat{\mathbf{y}}[n]||^2\}$ sea el valor esperado.
- 2. Desalineamiento temporal: La constante δ produce un desbalance temporal en la secuencia de salida. Sin embargo, esto no afecta la comunicación debido a que puede ser interpretado como un desalineamiento extra en el canal. Esto puede ser suprimido con una restricción adicional en el algoritmo del CE-LMS. Si $\hat{L}_{ii}^{\varrho}[n]$ y $\hat{M}[n]$ son restringidos para ser causales, la única posibilidad es $\delta = 0$.
- 3. Transformación unitaria: El coeficiente $R^{\varrho}_{\mu i}$ produce una rotación o reflexión de la constelación de salida en cada polarización. Esta transformación no afecta al sistema de comunicación y puede ser compensada en el receptor coherente (e.i., las rotaciones en la constelación son compensadas por el lazo de recuperación de portadora). La ambigüedad de esta transformación fue observada anteriormente en el algoritmo de recuperación de fase (*phase-retrival algorithm*) en [22], en donde se reporta una conjugación compleja de toda la constelación.

4.6. Conclusión

La función de transferencia no-lineal de fotodetector ofrece la posibilidad de aplicar una novedosa técnica para estimar las imperfecciones lineales del EOC del COT. El algoritmo propuesto en esta Tesis y desarrollado matemáticamente en este capítulo, sugiere que la calidad de la estimación no depende del ancho de banda del dispositivo, lo que significa que el método puede ser empleado incluso con un fotodetector convencional de bajo ancho de banda.

Se demostró que la estimación y ecualización del EOC pueden ser afectadas por un desplazamiento temporal, una discrepancia en la ganancia, y una transformación lineal. Sin embargo, éstas pueden ser fácilmente subsanadas sin que la robustez y el desempeño de la técnica sea comprometida. No obstante, resulta esencial realizar una evaluación de su rendimiento con el propósito de validar su aplicabilidad en los sistemas reales de comunicaciones ópticas coherentes. En el siguiente capítulo, se evalúa el desempeño de la propuesta en un escenario realista.

Capítulo 5

Evaluación de Desempeño de la Nueva Técnica de Compensación

Síntesis: En este capítulo se evalúa la efectividad de la nueva técnica para la compensación de imperfecciones en el canal electro-óptico de un transmisor óptico coherente, presentada en el Capítulo 4. En primer lugar se estudia el desempeño del algoritmo en cuanto a su estimación y ecualización de la señal de salida en presencia de ruido en el canal electro-óptico y en el canal de realimentación. Asimismo, también se evalúa el desempeño del algoritmo ante reflexiones eléctricas en el canal electro-óptico. Por último, se verifica la eficacia de la propuesta en el contexto de un sistema de comunicación óptico coherente.

5.1. Introducción

En el *Capítulo* 4 se expuso que la estimación del canal electro-óptico (EOC) de un transmisor óptico coherente (COT), utilizando el canal de realimentación propuesto en esta Tesis, no permite una estimación exacta. Se observó que la estimación obtenida posee discrepancias con el canal real, éstas son; un factor de escala, α ; un desalineamiento temporal, δ ; y una transformación unitaria, R_{ui}^{ρ} .

En este capítulo se realizan simulaciones numéricas con el objetivo de obtener una comparación del desempeño de la estimación y compensación, entre el método convencional, el cual usa un canal de realimentación con detección coherente, y el método propuesto en esta Tesis. Se pondrá énfasis en considerar un escenario realista, donde la presencia de ruido y reflexiones eléctricas en el COT, junto con el ruido en el canal de realimentación, pueden introducir errores de estimación del EOC.

5.2. Desempeño de la estimación

En primer lugar, se evalúa el desempeño de la estimación del canal EOC mediante la nueva técnica propuesta en esta Tesis. Para ello, se requiere de un método que permita comparar los coeficientes del canal real y el estimado, y que al mismo tiempo permita considerar las discrepancias de este último. Para dicho propósito, se propone una métrica: el error cuadrático medio normalizado (*Normalized Mean Squared Error, NMSE*) del proceso de identificación de sistema, NMSE_{SI}, el cual se calcula de la siguiente manera:

$$\text{NMSE}_{\text{SI}} = \min_{\alpha, \delta, R_{ij}^{\varrho}} \left\{ \xi_{\text{SI}}(\alpha, \delta, R_{ij}^{\varrho}) \right\} \times \frac{1}{N_{\text{SI}}},$$
(5.1)

donde $\min_{\alpha,\delta,R_{ij}^{\varrho}} \{\xi_{\rm SI}(\alpha,\delta,R_{ij}^{\varrho})\}$, permite obtener el mínimo valor de error cuadrático medio posible, según los valores de las incertidumbres α , δ , R_{ij}^{ϱ} , a través de la comparación de los coeficientes del canal real y estimado. El error cuadrático medio, se define como

$$\xi_{\rm SI}(\alpha,\delta,R_{ij}^{\varrho}) = \sum_{\varrho=\{H,V\}} \sum_{i,j=\{I,Q\}} \sum_{n=-\mathcal{K}}^{\mathcal{K}} \left(\alpha \sum_{\mu} R_{i\mu}^{\varrho} \hat{L}_{\mu j}^{\varrho}[n-\delta] - L_{ij}^{\varrho}[n] \right)^2, \quad \mu \in \{I,Q\}$$

$$\tag{5.2}$$

siendo $L_{ij}^{\varrho}[n]$ y $\hat{L}_{\mu j}^{\varrho}[n]$, el canal real de interés y el estimado respectivamente, y $N_{taps} = 2\mathcal{K} + 1$ el número de coeficientes de cada respuesta.

Para obtener una comparación consistente entre diferentes métodos y configuraciones, la Ec. 5.1 se normaliza a un valor cuadrático medio de referencia, N_{SI} , dado por los coeficientes del canal real, tal que

$$N_{\rm SI} = \sum_{\varrho = \{H,V\}} \sum_{i,j=\{I,Q\}} \sum_{n=-\mathcal{K}}^{\mathcal{K}} \left(L_{ij}^{\varrho}[n] \right)^2.$$
(5.3)

La definición de la Ec. 5.1 es una versión modificada de la métrica usada en [22, 23]. Para el caso ideal de estimación, donde no se considera el ruido en ningún bloque del sistema, el algoritmo de gradiente descendente permite obtener la estimación exacta del canal real y la Ec. 5.1 converge a $\text{NMSE}_{\text{SI}} = 0$. Sin embargo, para probar la robustez de la nueva técnica, se necesita tomar en cuenta el ruido del sistema.

5.2.1. Ruido en el canal de realimentación

Para evaluar el desempeño del método propuesto en esta Tesis en un escenario realista se considera la presencia de ruido tanto en el EOC como en el canal de realimentación. En la Fig. 5.1 se muestra el esquema considerado, donde a los canales de interés de cada polarización, $L_{ij}^{H}[n]$ y $L_{ij}^{V}[n]$, se le suma un valor de ruido $\eta_{tr}[n]$ a la salida, proveniente del mismo transmisor. A su vez, también se considera un valor de ruido $\eta_{fb}[k]$, originado en canal de realimentación. Ambas fuentes de ruido son de tipo AWGN, y satisfacen lo siguiente:

$$\begin{cases} \mathcal{E}\{\eta_{\rm tr}^{\varrho}[n]\eta_{\rm tr}^{\nu*}[m]\} = \sigma_{\rm tr}^2 \delta_{nm} \delta_{\varrho\nu} \\ \mathcal{E}\{\eta_{\rm fb}[k]\eta_{\rm fb}[h]\} = \sigma_{\rm fb}^2 \delta_{kh} \end{cases}, \ \varrho, \nu \in \{H, V\}, \end{cases}$$
(5.4)

siendo σ_{tr}^2 y σ_{fb}^2 la potencia del ruido en el transmisor y en el canal de realimentación respectivamente.

En el esquema de la Fig. 5.1, el ruido a la salida del modelo digital del fotodetector (DPD), $\eta_{pd}[n]$, se genera a partir del ruido presente en el transmisor y se calcula como

$$\eta_{\rm pd}[n] = \sum_{\varrho} y^{\varrho}[n] \eta^{\varrho*}[n] + y^{\varrho*}[n] \eta^{\varrho}[n]$$
(5.5)

de tal forma que su definición queda dada por,

$$\mathcal{E}\{\eta_{\rm pd}[n]\eta_{\rm pd}[m]\} = \sigma_{\rm pd}^2 \delta_{nm} \tag{5.6}$$

donde $\sigma_{\rm pd}^2 = 2P_{\rm pd}\sigma_{\rm tr}^2$, siendo $P_{\rm pd} = \mathcal{E}\{||\mathbf{y}[n]||^2\}$ la potencia promedio sin ruido a la salida del DPD.

A partir del esquema de la Fig. 5.1 podemos aproximar la potencia de ruido a la salida del canal de retroalimentación, $\eta[k]$, como

$$\mathcal{E}\{\eta[k]\eta[h]\} = \sigma^2 \delta_{kh},\tag{5.7}$$

donde $\sigma^2 = \sigma_{\rm fb}^2 + \sigma_{\rm pd}^2 \mathbb{T}_{\rm fb}$, siendo $\mathbb{T}_{\rm fb} = \sum_n |M[n]|^2$.

Una vez modelado el ruido en el COT y el en canal de realimentación, se debe analizar su impacto en la estimación del canal mediante el algoritmo de gradiente descendente (GD). En el $Apéndice \ C.5$, se demuestra que un valor pequeño de ruido



Figura 5.1: Modelo digital del COT junto con el canal de realimentación, incluido el modelado del ruido del sistema. Se agregan dos fuentes de AWGN: a la salida del transmisor $(\eta_{\rm tr}^{\varrho}[n])$ y a la salida del canal de realimentación $(\eta_{\rm fb}[k])$.

aditivo en la señal de error del algoritmo GD induce un error en la estimación de los coeficientes (Ec. C.67).

Tomando en cuenta estos resultados, se encuentra una primera aproximación para el MSE de los coeficientes de $\hat{L}_{ij}^{\varrho}[n]$, dada por $= \beta_{CE}\sigma^2/K$, donde β_{CE} es el paso de adaptación del estimador de canal (CE), σ^2 es la potencia total de ruido en la señal de retroalimentación y K es el número de muestras usadas para evaluar el gradiente de la estimación de canales según la Ec. 4.20, el cual comúnmente adopta un valor unitario K = 1 (para el caso de aproximación de gradiente instantáneo). Reemplazando este resultado en la Ec. 5.1, y asumiendo un factor de escala cercano a la unidad $\alpha \approx 1$, se obtiene el mínimo valor de NMSE_{SI} para el caso con ruido presente en el sistema, el cual está dado por

$$\mathrm{NMSE}_{\mathrm{SI\,min}} \simeq \frac{\beta_{\mathrm{CE}} \left(\sigma_{\mathrm{fb}}^2 + 2P_{\mathrm{pd}}\sigma_{\mathrm{tr}}^2 \mathbb{T}_{\mathrm{fb}}\right)}{\mathrm{N}_{\mathrm{SI}}}.$$
(5.8)

5.2.2. Resultados numéricos de la estimación del canal electroóptico

Para comprobar la calidad de la estimación se utilizan simulaciones numéricas. Se realiza una comparación del desempeño de la estimación entre el método propuesto en esta Tesis y método convencional, el cual utiliza un canal de realimentación con detección coherente. En este contexto es preciso señalar que ambos esquemas difieren entre sí en la potencia total de ruido de la señal de realimentación. En el primero, el ruido total en el canal de realimentación es afectado por el ruido de los canales de ambas polarizaciones y el ruido en ambas componentes I y Q. En el segundo, el canal de realimentación posee cuatro canales con niveles de ruido independientes.

En base a lo comentado anteriormente y con el objetivo de obtener una comparación consistente entre el desempeño de ambos esquemas, se utiliza un factor de conversión, k_{pd} . Mediante éste se equipara la potencia de señal del canal de realimentación de ambos esquemas, tál que $\mathcal{E}\{|z[k]^2|\} = \mathcal{E}\{||y[n]^2||\}$. De esta forma, para un determinado valor de relación señal ruido (*Signal-to-Noise Ratio, SNR*) en el canal de realimentación (SNR_{fb}) se obtiene la misma potencia de ruido σ_{fb}^2 , y de acuerdo a la Ec. 5.8, ambos bloques LMS convergen al mismo NMSE_{SI} para un mismo paso de adaptación β_{CE} .

Se realizan simulaciones numéricas de un transmisor coherente de doble polarización, para un formato de modulación de 64-QAM, a una tasa de de símbolos de 128 GBd, y con un ancho de banda nominal (B_0) de 64 GHz. El factor de sobre muestreo es $O_s = T/T_s = 2$. La respuesta del canal de interés, $L_{ij}^{\varrho}[n]$, se modela como filtro Butterworth de 10° orden con el mismo ancho de banda, y con los desbalances temporales, de ganancia, de fase y ancho de banda, según el modelo definido en el *Capítulo 2*.

La estimación, $\hat{L}_{ij}^{\varrho}[n]$, se compone de un filtro de 65 coeficientes, el cual se inicializa como un transmisor ideal sin desbalances. El ecualizador de imperfecciones (IE), $\mathcal{H}_{ij}^{\varrho}[n]$, también está compuesto de 65 coeficientes y se inicializa con funciones delta de Dirac, como se indica en la Ec. 4.3. El canal de observación, M[n], es modelado con un filtro Butterworth de 4° orden con 65 coeficientes, y su versión estimada, $\hat{M}[n]$, también se compone de 65 coeficientes. El análisis se realiza para dos valores diferentes de ancho de banda de realimentación (B_{FC}) : un caso donde el ancho de banda es igual a la del EOC $(B_{FC} = 64 \text{ GHz})$, y el otro caso donde se considera la mitad del ancho de banda del EOC $(B_{FC} = 32 \text{ GHz})$.

En la Fig. 5.2.a) se muestra la evolución temporal del desempeño de la estimación usando un detector coherente convencional y con el canal de realimentación propuesto en esta Tesis en sus dos versiones $B_{FC} = \{64 \text{ GHz}, 32 \text{ GHz}\}$. Los tres casos son comparados con el mismo nivel de relación señal ruido (SNR_{fb} = 30 dB) en el canal de realimentación y para mismo paso de adaptación ($\beta_{CE} = 0,001$). Se puede observar que los tres esquemas convergen al mismo valor de NMSE_{SI}, el cual se aproxima al valor teórico según la Ec. 5.8, NMSE_{SI min} $\simeq -36 \text{ dB}$. La única diferencia notable entre los esquemas es el tiempo de convergencia, el cual se incrementa a medida que se acota el ancho de banda del canal de realimentación.

En la Fig. 5.2.b) se grafica el tiempo de convergencia del algoritmo propuesto en esta Tesis, $\tau_{\rm pd}$, normalizado con respecto al tiempo de convergencia del esquema con detección coherente, $\tau_{\rm coh}$, es decir $\tau_{\rm pd}/\tau_{\rm coh}$, en función del *ancho de banda de realimentación normalizado* B_{FC}/B_0 . Los datos de la Fig. 5.2.b) presentan una tendencia cuadrática y se pueden aproximar (curve fitting) a una curva de orden 2, tal que $\tau_{\rm pd}/\tau_{\rm coh} = c_1(B_{FC}/B_0)^{c_2}$, siendo $c_1 = 3,8695$ y $c_2 = -1,9989$. A partir de ello es posible afirmar que el tiempo de convergencia y el cuadrado del ancho de banda de realimentación normalizado son aproximadamente inversamente proporcionales. Por otra parte, es posible apreciar en la Fig. 5.2.b) que una reducción del ancho de banda por un factor de 8 implica un tiempo de convergencia 250 veces mas lento relativo al tiempo de convergencia con detección coherente. Sin embargo, este resultado no dificulta la ecualización del sistema porque la mayor parte de de la adaptación ocurre en los primeros estados del proceso y se puede observar una rápida mejoría en el NMSE_{SI} en los primeros micro segundos como se muestra en la Fig. 5.2.a).

Para comprobar la efectividad de la propuesta, se realiza un análisis de su desempeño para diferentes niveles de ruido en el sistema. La Fig. 5.3, muestra el valor final de convergencia del algoritmo de SI en función del SNR_{fb} . Los valores NMSE_{SI} concuerdan con valor téorico calculado según Ec. 5.8. Asimismo, los tres esquemas muestran desempeños similares para una señal de realimentación con $\text{SNR}_{\text{fb}} > 0$, sin importar el valor de ancho de banda de realimentación.

5.3. Desempeño de la ecualización

A continuación se estudia el desempeño de la ecualización resultante de la precompensación del canal en cada caso. Análogamente a la definición de la Ec. 5.1, se propone una métrica para el desempeño de la ecualización referida al MSE normalizado del ecualizador, NMSE_{IE} , el cual se calcula como:

$$\text{NMSE}_{\text{IE}} = \min_{\alpha, \delta, R_{ij}^{\varrho}} \left\{ \xi_{\text{IE}}(\alpha, \delta, R_{ij}^{\varrho}) \right\} \times \frac{1}{N_{\text{IE}}},$$
(5.9)

donde

$$\xi_{\rm IE}(\alpha, \delta, R_{ij}^{\varrho}) = \sum_{\varrho = \{H, V\}} \sum_{i=\{I, Q\}} \sum_{n=-\mathcal{K}}^{\mathcal{K}} \left(\alpha \sum_{\mu} R_{i\mu}^{\varrho} y_{\mu}^{\varrho}[n-\delta] - x_i^{\varrho}[n] \right)^2, \ \mu = \{I, Q\}.$$
(5.10)

Para este caso, el valor cuadrático medio de referencia, N_{IE} , está dado por la señal de entrada, tal que

$$N_{IE} = \sum_{\varrho = \{H, V\}} \sum_{i = \{I, Q\}} \sum_{n = -\mathcal{K}}^{\mathcal{K}} \left(x_i^{\varrho}[n] \right)^2.$$
(5.11)



Figura 5.2: a) Respuesta transitoria del desempeño de la estimación. El método propuesto converge a un valor estacionario similar al logrado con el esquema de realimentación convencional con detección coherente. b) Tiempo de convergencia normalizado, $\tau_{\rm pd}/\tau_{\rm coh}$, en función del ancho de banda de realimentación normalizado, B_{FC}/B_0 .



Figura 5.3: Desempeño del estimador de canal $(NMSE_{SI})$ en función del nivel de ruido en el canal de realimentación (SNR_{fb}) .

5.3.1. Resultados numéricos de la ecualización del canal electroóptico

En la Fig. 5.4.a), se grafica la evolución temporal del NMSE_{IE} para las tres estimaciones obtenidas de las simulaciones de la Fig. 5.2.a). Una vez que la estimación converge se activa el proceso de ecualización, con paso $\beta_{IE} = 0,0001$. El valor final de NMSE_{IE} es similar para los tres sistemas, estando el desempeño del ecualizador directamente relacionado a la calidad de la estimación. La Fig. 5.4.b) muestra el desempeño del ecualizador en función del nivel de ruido en el canal de realimentación. Se puede observar que el comportamiento del sistema propuesto es comparable al del sistema convencional, incluso para valores bajos de SNR_{fb}.



Figura 5.4: a) Respuesta transitoria del desempeño del IE. Para probar la efectividad de la compensación, se muestra el diagrama de ojo inicial y final de la componente I de la polarización H. b) Comportamiento del IE en función del nivel de ruido presente en el canal de realimentación. Se puede observar un comportamiento similar al esquema propuesto con el método convencional de detección coherente.

5.3.2. Desempeño ante las reflexiones eléctricas

Con el objetivo de evaluar desempeño del sistema en un escenario más desfavorable para el algoritmo LMS, se consideran las posibles reflexiones de las señales eléctricas en el EOC. Se estudia en particular el caso para pequeñas reflexiones en el canal I de la componente H (HI), las cuales se modelan como una copia retrasada en el tiempo y de baja amplitud de la respuesta $L_{II}^{H}[n]$, como se muestra en la Fig. 5.5.a). Se define la respuesta modificada como $\mathbf{L}_{II}^{H}[n] = L_{II}^{H}[n] + \gamma_{R}L_{II}^{H}[n - n_{R}]$, siendo γ_{R} y n_{R} la amplitud y el retraso temporal de la reflexión, respectivamente. Siendo que el número de coeficientes está limitado a 64, si el retraso temporal excede los 32 coeficientes, el desempeño de la estimación se degrada proporcionalmente a la amplitud de la reflexión, como se muestra en la Fig. 5.5.b). En consecuencia, el ecualizador no es capaz de compensar dichas reflexiones. Se observa que la degradación de desempeño es similar tanto para el esquema propuesto en esta Tesis para $B_{FC} = \{64 \text{ GHz}, 32 \text{ GHz}\}$, como también para el esquema con detección coherente.



Figura 5.5: Impacto de las reflexiones de las señales eléctricas en el rendimiento del sistema. a) Se modifica la respuesta de la componente HI con la adición de una pequeña copia retardada de sí misma. b) Desempeño del algoritmo de SI y del IE en función del retardo de la reflexión n_R , para dos amplitudes relativas diferentes (líneas continuas: $\gamma_R = 0.05$; líneas discontinuas: $\gamma_R = 0.01$).

5.4. Evaluación del desempeño de la propuesta en el contexto de un sistema de comunicaciones coherente

A continuación se evalúa el desempeño del esquema propuesto para la compensación de imperfecciones en el EOC del COT en el contexto del sistema de comunicaciones óptico coherente. En la Fig. 5.6 se muestra el diagrama en bloques del sistema de comunicaciones bajo prueba. En el mismo se pueden observar los principales bloques que componen el DSP del COT que permiten generar la señal QAM junto con el IE y motor de adaptación encargado de la estimación del EOC. También se esquematiza la ubicación del canal de realimentación de bajo ancho de banda propuesto en esta Tesis. Se considera la presencia de ruido ASE en la señal óptica transmitida, el cual se modela como una fuente aditiva de ruido de tipo AWGN. Por otro lado, se representa el receptor óptico coherente (COR), compuesto por el demodulador óptico coherente y los principales bloques del DSP. Estos permiten compensar los efectos del canal óptico, los desbalances del receptor, y recuperar la señal transmitida para finalmente computar el valor de BER.

Se considera un sistema de DP 64-QAM en un canal óptico back-to-back, con una tasa de Baudios de 1/T = 128 GBd. Se asume que los DACs poseen una resolución de 8-bits y una tasa de muestro de $1/T_s = 192 \text{ GS/s}$ y $B_0 = 64 \text{ GHz}$. La tasa de muestreo corresponde a un factor de sobre-muestreo de $T/T_s = 1,5 < 2$, lo que produce el aliasing en la señal de salida del fotodetector (PD). Sin embargo, dicho aliasing es inocuo al modelo para la señal de realimentación z[k], debido a que el bajo ancho de banda previamente asumido suprime las componentes de alta frecuencia. Por último, se aplica un conformador de pulso con un filtro de coseno realzado a la salida con un factor de roll-off de 0.1.

El número coeficientes para los filtros digitales son, 101 y 33 para el CE y el IE respectivamente. La funciones de transferencia entre los DACs y los MZMs $(h_I^{\varrho}(t) y h_Q^{\varrho}(t))$ son modelados por filtros pasa bajo (*Low Pass Filters, LPFs*) tipo Butterworth de orden seis, con anchos de banda iguales a $B_0 \pm \Delta B W_{I,Q}^{\varrho}/2$, donde $\Delta B W_{I,Q}^{\varrho}$ es el desbalance de ancho de banda. En el canal de realimentación, el fotodetector es



Figura 5.6: Diagrama de bloques del sistema de comunicación óptica bajo prueba, con el IE y el motor de adaptación (adaptation engine), y el canal de realimentación propuesto en esta Tesis.

modelado como un generador de corriente proporcional a la potencia óptica, seguido por un LPF que modela su ancho de banda. Este LPF en conjunto con la respuesta del TIA y el T&H conforman el modelo digital del canal de observación $\tilde{M}(\Omega)$, y es también modelado como un filtro pasa-bajo tipo Butterworth de orden seis.

Para demostrar que la efectividad de la propuesta de esta Tesis no es afectada por el bajo ancho de banda del canal de realimentación, el desempeño del sistema es probado para diferentes valores de ancho de banda de $\tilde{M}(\Omega)$, B_{FC} . Se realizan simulaciones para dos valores diferentes tal que $B_{FC}/B_0 = \{1, 1/8\}$, donde el último corresponde a un ancho de banda muy bajo (en comparación con el ancho de banda del COT). La inicialización de los coeficientes del CE está dada por la Ec. 4.19. Es conveniente que el algoritmo tenga dos modos de operación: estimación ($\beta_{CE} = \beta$ y $\beta_{IE} = 0$) y compensación ($\beta_{CE} = 0$ y $\beta_{IE} = \beta$), donde β es el paso de adaptación para ambos algoritmos LMS. El trabajo no simultáneo de los LMSs evita inestabilidades, debido a que el IE-LMS está basado en un canal estimado fijo y el CE-LMS esta basado en una señal de entrada de distribución fija. Luego, se activan ambos algoritmos LMS ($\beta_{CE} = \beta$ y $\beta_{IE} = \beta$).

Para comprobar el desempeño del sistema en un escenario realista, se agregan al modelo numérico del mismo los siguientes efectos:

- Controladores (DEVs): Se incluye una distorsión de tercer orden (*Third Order Distortion, THD*) de -35 dB, en combinación con un SNR de 50 dB.
- Cuantización del ADC del canal de realimentación: Se asume una cuantización de 6 bits, con 35 dB de SNR.
- Canal de realimentación: Se incluye al conjunto del fotodetector, TIA y T&H un ruido total con 30 dB de SNR. Este ruido es de tipo AWGN, ver Fig. 5.1.

5.4.1. Penalidad OSNR

La efectividad de la propuesta de esta Tesis para compensar las diferentes imperfecciones del EOC (presentadas en el *Capítulo 2*) se puede verificar en la Fig. 5.7. En dicha figura se muestra la penalidad OSNR para un BER= 10^{-3} en función de:

- Fig. 5.7.a) I/Q time skew (τ_{skew}^{ϱ}) .
- Fig. 5.7.b) desbalance de ganancia $(\varepsilon_q^{\varrho})$.
- Fig. 5.7.c) desbalance de fase (φ_e^{ϱ}) .
- Fig. 5.7.d) el desbalance de BW ($\Delta BW_{I,Q}^{\varrho}$).

Los resultados se presentan con y sin la compensación propuesta para dos valores $B_{FC}/B_0 = \{1, 1/8\}$. Como se puede observar la pre-compensación aplicada a través del IE permite lograr una compensación efectiva de la señal transmitida y, de esta forma mitigar la penalidad OSNR para ambos valores de ancho de banda.



Figura 5.7: Penalidad OSNR para BER= 10^{-3} , en funcion de: a) I/Q Time skew, b) Gain Error, c) Phase Error. d) BW error. La penalidad se muestra para el caso no compensado y para un canal de realimentación con $B_{FC}/B_0 = 1$ y $B_{FC}/B_0 = 1/8$.

5.4.2. Estimación y compensación de la banda de paso

Para probar la efectividad de la propuesta para la estimación y compensación del sistema, en toda la banda de paso de interés del EOC, se pusieron a prueba dos tipos de canales para los dos valores $B_{FC}/B_0 = \{1, 1/8\}$. Se consideraron: un canal genérico con pérdida de ganancia en altas frecuencias, mostrado en la Fig. 5.8.a) y b); y un canal con ripple de 1 dB en la banda de paso, mostrado en la Fig. 5.8.c) y d). Para mayor claridad, sólo se muestra la respuesta en frecuencia de una sola componente del EOC, $|\tilde{L}_{II}^H(\Omega)|^2$. Resultados análogos se obtienen para las otras componentes.

En la Fig. 5.8, se puede observar que en el estado final en el cual el algoritmo de





Figura 5.8: Respuesta en frecuencia del EOC $(|\tilde{L}_{II}^{H}(\Omega)|^2)$, su estimación $(|\check{L}_{II}^{H}(\Omega)|^2)$, el comportamiento del IE $(|\mathcal{H}_{II}^{H}(\Omega)|^2)$ y el sistema compensado (Compensated EOC). Se consideran dos tipos de canales para ambos valores $B_{FC}/B_0 = \{1, 1/8\}$. a) y b) Canal genérico. d) y c) Canal con ripple de 1 dB en la banda de paso.

estimación llega a converger, el canal estimado representado por $|\check{L}_{II}^{H}(\Omega)|^{2}$ es congruente con la respuesta en frecuencia del canal de interés $|\check{L}_{II}^{H}(\Omega)|^{2}$, correspondiente. También se observa que la componente del IE $|\mathcal{H}_{II}^{H}(\Omega)|^{2}$, realza las componentes de altas frecuencias de la señal, permitiendo contrarrestar los efectos de la reducción de ancho de banda producida por $\Delta BW_{I,Q}^{H}$. Esto quiere decir que el ancho de banda final del EOC una vez que la respuesta del IE es aplicada (Compensated EOC), corresponde a los 64 GHz de ancho de banda nominal (B_0) . Asimismo, es importante notar que la compensación permite mitigar los efectos del ripple en la banda de paso y que la reducción de ancho de banda del canal de realimentación no afecta su desempeño.



Figura 5.9: Respuesta en frecuencia del canal de observación $(M(\Omega))$ y su estimación $(\check{M}(\Omega))$ para dos anchos de banda diferentes, a) para $B_{FC}/B_0 = 1$, y b) para $B_{FC}/B_0 = 1/8$.

En la Fig. 5.9 se grafica la respuesta en frecuencia del canal de observación real $\tilde{M}(\Omega)$, compuesto por la combinación de la respuesta en frecuencia del fotodetector, TIA y T&H y el resultado de su estimación $\check{M}(\Omega)$. El número de coeficientes de los filtros de estimación son 112 y 168 para ambos valores $B_{FC}/B_0 = \{1, 1/8\}$, respectivamente. Se puede observar que para ambos casos las respuestas son congruentes entre sí.

5.4.2.1. Convergencia en el receptor

En la Fig. 5.10 se muestra la evolución del MSE entre la constelación a la entrada del slicer del receptor para cada polarización ρ con respecto al símbolo complejo QAM correspondiente, $a^{\varrho}[k]$. En la Fig. 5.10.a) se muestra la convergencia de un sistema con realimentación coherente y en la Fig. 5.10.b) y c) la convergencia usando el canal de realimentación propuesto en esta Tesis para ambos valores $B_{FC}/B_0 =$ $\{1, 1/8\}$, respectivamente. Se aplican simultáneamente, para ambas polarizaciones, los siguientes valores de desbalances: $\tau^{\varrho}_{skew} = 0, 125$ UI, $\varepsilon_g = 0,075$, $\varphi^{\varrho}_e = 7,5^{\circ}$, y $\Delta BW^{\varrho}_{I,Q} = 0,05$, en combinación con un desbalance entre polarizaciones de $\rho_{skew} =$ 0, 125 UI (desbalance temporal entre H/V) y $\varepsilon_p = 0,075$ (desbalance de ganancia entre H/V). Después de la primera iteración, dedicada al proceso de estimación, se enciende el algoritmo IE-LMS. Esta adaptación reduce progresivamente el MSE a la salida. Un detalle importante a notar, es que para el caso de la Fig. 5.10.(b), el error se corrige más lentamente que para el caso de la Fig. 5.10.(a). Este efecto ocurre por la desaceleración en la tasa de información obtenida por el canal de realimentación debido a su menor ancho de banda. Sin embargo, ambos escenarios convergen al mismo valor final de MSE.



Figura 5.10: Evolución del MSE de la constelación en el receptor, en función del número de símbolos. a) Para un canal de realimentación con detección coherente. b) Con el canal de realimentación propuesto en esta Tesis con $B_{FC}/B_0 = 1$, y c) $B_{FC}/B_0 = 1/8$. Se debe tener en cuenta que, si bien el ancho de banda del canal de realimentación ralentiza la convergencia, esto no afecta el valor de error final.

En la Fig. 5.11 se muestra el diagrama de ojo resultante para ambas polarizaciones. En la Fig. 5.11.a) se muestra el caso no compensado, donde se observa el efecto de la distorsión por cada componente producida por los desbalances. Las Fig. 5.11.b) y c) muestran el resultado de la compensación para ambos valores $B_{FC}/B_0 = \{1, 1/8\}$, respectivamente. El alineamiento temporal entre los componentes I/Q y las polarizaciones H/V obtenidos, en conjunto con la apertura de los diagrama de ojo, demuestran la efectividad del método propuesto para compensar las distorsiones entre todas las componentes.



Figura 5.11: Comparación de diagramas de ojo de ambas polarizaciones de un COT con imperfecciones en el EOC. a) No compensado. b) Compensado con $B_{FC}/B_0 = 1$. c) Compensado con $B_{FC}/B_0 = 1/8$. La efectividad del método de compensación se refleja en los resultados de las columnas b) y c).

En la Fig. 5.12 se muestran las constelaciones demoduladas en el COR para el mismo conjunto de desbalances mencionado anteriormente. Aunque sólo se presentan los componentes para la polarización horizontal, resultados similares se obtienen para la polarización vertical. En la Fig. 5.12.a) se muestra la constelación para el caso no compensado, donde se observa la pérdida de ortogonalidad, el desbalance de amplitudes y la distorsión producida por los desbalances. Las Fig. 5.12.b) y c) muestran la constelación luego de la aplicación del ecualizador para ambos valores $B_{FC}/B_0 = \{1, 1/8\}$, respectivamente. En dichas figuras se puede observar la restauración de cuadratura, y la recuperación de balance entre la amplitud vertical y horizontal. A su vez, se puede apreciar una clara distinción de los símbolos, los cuales se mantienen equidistantes entre si.



Figura 5.12: Comparación de constelaciones demoduladas en el receptor. a) Constelación con imperfecciones no compensadas. b) Constelación compensada con $B_{FC}/B_0 = 1$. c) Constelación compensada con $B_{FC}/B_0 = 1/8$.

5.5. Conclusión

Se evaluó la calidad de estimación y ecualización de la nueva técnica presentada en esta Tesis, en presencia de ruido en el EOC y en el canal de realimentación. También se comprobó el comportamiento del algoritmo en presencia de reflexiones de señales eléctricas en el EOC. El desempeño es comparable a los resultados del enfoque convencional que emplea un canal de realimentación con detección coherente. Se demostró que la reducción del ancho de banda del canal de realimentación incrementa el tiempo de convergencia al nivel de error mínimo, pero no degrada la calidad de estimación de la técnica.

Al evaluar el desempeño de la propuesta en el contexto de un sistema de comunicación óptico coherente, se demostró su capacidad para eliminar por completo la penalidad del OSNR generada por las imperfecciones del EOC. También se demostró su capacidad de ecualización a lo largo de toda la banda, tanto en un canal estándar como en uno afectado por un ripple de 1 dB.
CAPÍTULO 6

Conclusiones Finales

Síntesis: En este capítulo se realiza una discusión final sobre la principal contribución de esta Tesis. Finalmente, se enumeran los trabajos a futuro que permitirán ampliar la contribución de esta línea de investigación.

6.1. Discusión final

Esta Tesis presenta una propuesta innovadora para la compensación adaptativa en segundo plano de las imperfecciones lineales en el *canal electro-óptico (EOC)* de un *transmisor óptico coherente (COT)*. La cualidad principal de la misma radica en su baja complejidad de hardware en comparación con otras técnicas similares.

Se demuestra través de la nueva técnica, que la aplicación de un dispositivo con una respuesta no-lineal en el canal de realimentación, permite independizar la estimación del canal de interés del ancho de banda del canal de observación. Debido a ello, resulta factible llevar a cabo la estimación y compensación de manera integral de todas las imperfecciones lineales presentes en el EOC del COT utilizando una única cadena de PD/TIA/ADC como canal de realimentación, con requisitos de ancho de banda reducidos. Esto representa un avance significativo en comparación con los canales de realimentación convencionales y técnicas actuales, que requieren dispositivos de detección con anchos de banda equivalentes al EOC.

Se presentan resultados numéricos de simulación para un escenario realista, correspondiente a una transmisión 64-QAM de 128 GBd. Los niveles de desempeño obtenidos en las simulaciones, una vez aplicada la ecualización, muestran que la propuesta es eficaz en la mitigación de la penalidad OSNR ocasionada como consecuencia de los desbalances temporales, de ganancia, de fase y de ancho de banda del EOC. Asimismo, se demuestra que es eficaz para la mitigación de los desbalances entre polarizaciones. Se observa que el uso de un canal de observación de bajo ancho de banda, prácticamente no impacta en el nivel de desempeño de la compensación, obteniendo resultados comparables a los alcanzados mediante la estimación del EOC usando detección coherente de la señal de salida. También, es importante resaltar que la técnica se ejecuta en segundo plano, lo que permite al sistema de compensación realizar un seguimiento a las variaciones de parámetros causadas por la temperatura, el voltaje y el envejecimiento, sin interrupciones operativas.

La aplicación de la propuesta presentada en esta Tesis, se extiende a todas las tecnologías disponibles para transceptores ópticos coherentes y abre la puerta a futuras investigaciones para el desarrollo de esquemas prácticos y de bajo costo para la compensación de imperfecciones en los diferentes componentes de los sistema. La versatilidad y baja complejidad de la técnica presentada en esta Tesis representa un importante avance para consolidar la implementación de formatos de modulación ópticos avanzados en dispositivos comerciales.

6.2. Futuros trabajos

El nuevo algoritmo para la compensación de imperfecciones lineales en el EOC del COT, ha demostrado robustez y efectividad. Este motivo incentiva nuevos trabajos de investigación, los cuales pueden ser abordados en trabajos futuros.

- Investigar la capacidad del algoritmo para compensar los efectos no-lineales de los dispositivos que conforman el EOC.
- Investigar la capacidad del algoritmo para compensar sistemas paralelizados en frecuencia (frequency interleaving).
- Implementar los bloques del algoritmo de estimación, compensación y retropropagacion del error en lógica programable (*Field Programmable Gate Array*, *FPGA*).
- Implementar los bloques del algoritmo de estimación, compensación y retropropagacion del error sobre un DSP (*Digital Signal Procesing, DSP*).

APÉNDICE A

Convenciones Matemáticas

A.1. Notación y convenciones matemáticas

Se utilizan subíndices latinos para representar los distintos componentes de una variable compleja. Cada subíndice puede adoptar una de las dos componentes, I o Q. Además, se utilizan los superíndice ρ y ν para especificar la componente de polarización, H o V.

En una sumatoria, sumamos todas las combinaciones posibles de las distintas variables. Por ejemplo,

$$\sum_{i,n,\varrho} x_i^{\varrho}[n] = \sum_{i=\{I,Q\}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{\varrho=\{H,V\}} x_i^{\varrho}[n].$$
(A.1)

Además, se supone que los límites de integración no especificados abarcan todo el dominio,

$$\int x(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) dt.$$
 (A.2)

Usamos δ para representar el delta de Kronecker

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & \text{otro} \end{cases}, \tag{A.3}$$

o la función delta de Dirac $\delta(t)$ en el caso de variables continuas.

Utilizamos la transformada de Fourier para funciones en tiempo discreto definida como

$$\begin{cases} \tilde{f}(\Omega) = \sum_{n} f[n] e^{-j\Omega n} \\ f[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \tilde{f}(\Omega) e^{j\Omega n} d\Omega \end{cases},$$
(A.4)

y la transformada de Fourier para funciones de tiempo continuo, definida como

$$\begin{cases} \tilde{f}(\omega) = \int f(t)e^{-j\omega t} dt \\ f(t) = \frac{1}{2\pi} \int \tilde{f}(\omega)e^{j\omega t} d\omega \end{cases}$$
(A.5)

APÉNDICE **B**

Apéndice Capítulo3

B.1. Derivadas para el algoritmo de gradiente descendente

Calculamos las derivadas del error cuadrático medio, $\mathcal{E}_n = E\{e^2[n]\}$, donde $e[n] = \hat{z}[n] - z[n]$. Por un lado, su derivada con respecto a la estimación de los coeficientes del canal de observación viene dada por

$$\frac{\partial \mathcal{E}_n}{\partial \hat{M}[m]} = 2 \left\{ e[n] \frac{\partial e[n]}{\partial \hat{M}[m]} \right\} = 2 \left\{ e[n] \frac{\partial \hat{z}[n]}{\partial \hat{M}[m]} \right\} = 2 \left\{ e[n] \frac{\partial}{\partial \hat{M}[m]} \sum_r \hat{M}[r] \hat{s}[n-r] \right\} = 2 \left\{ e[n] \hat{w}[n-m] \right\}. \quad (B.1)$$

Por otro lado, la derivada respecto a los coeficientes del canal de interés estimado viene dada por

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{E}_{n}}{\partial \hat{L}[m]} &= 2 \left\{ e[n] \frac{\partial e[n]}{\partial \hat{L}[m]} \right\} = 2 \left\{ e[n] \frac{\partial \hat{z}[n]}{\partial \hat{L}[m]} \right\} = 2 \left\{ e[n] \sum_{r} \hat{M}[r] \frac{\partial \hat{w}[n-r]}{\partial \hat{L}[m]} \right\} = 2 \left\{ e[n] \sum_{r} \hat{M}[r] \sum_{q=1}^{Q} a_{q} \frac{\partial \hat{y}^{q}[n-r]}{\partial \hat{L}[m]} \right\} = 2 \left\{ e[n] \sum_{r} \hat{M}[r] \sum_{q=1}^{Q} a_{q} q \hat{y}^{q-1} \frac{\partial \hat{y}^{q}[n-r]}{\partial \hat{L}[m]} \right\} = 2 \left\{ e[n] \sum_{r} \hat{M}[r] \sum_{q=1}^{Q} a_{q} q \hat{y}^{q-1} \frac{\partial \hat{y}^{q}[n-r]}{\partial \hat{L}[m]} \right\} = 2 \left\{ e[n] \sum_{r} \hat{M}[r] \sum_{q=1}^{Q} a_{q} q \hat{y}^{q-1} \frac{\partial \hat{y}^{q}[n-r]}{\partial \hat{L}[m]} \right\} = 2 \left\{ e[n] \sum_{r} \hat{M}[r] \sum_{q=1}^{Q} a_{q} q \hat{y}^{q-1} \frac{\partial \hat{y}^{q}[n-r]}{\partial \hat{L}[m]} \sum_{u} \hat{L}[u] x[n-r-u] \right\} = 2 \left\{ e[n] \sum_{r} \hat{M}[r] \sum_{q=1}^{Q} a_{q} q \hat{y}^{q-1}[n-r] x[n-r-m] \right\}. \end{aligned}$$

$$(B.2)$$

B.2. Estado estacionario del algoritmo LMS con un canal de realimentación no-lineal

Se parte de la señal $\hat{z}[n]$, descripta por la Ec. 3.21 y se aplica la transformada de Fourier inversa a L[m] y x[m], se obtiene

$$z[n] = \sum_{m} M[m] \sum_{q=1}^{Q} a_q \times \left[\frac{1}{(2\pi)^2} \sum_{r} \iint_{-\pi}^{\pi} \tilde{L}(\Omega_1) \tilde{x}(\Omega_2) e^{j\Omega r + j\Omega_2(n-m-r)} d\Omega_1 d\Omega_2 \right]^q.$$
(B.3)

Aplicando la sumatoria en r, y tomando en cuenta la Ec. 3.12, se obtiene

$$z[n] = \sum_{m} M[m] \sum_{q=1}^{Q} a_q \times \left[\frac{1}{(2\pi)^2} \sum_{r} \int_{-\pi}^{\pi} \tilde{L}(\Omega) \tilde{x}(\Omega) e^{j\Omega(n-m)} d\Omega \right]^q.$$
(B.4)

Esta ultima ecuación se puede reacomodar de una forma mas conveniente de la siguiente forma

$$z[n] = \sum_{m} M[m] \sum_{q=1}^{Q} a_q \times \frac{1}{(2\pi)^q} \int \cdots \int_{-\pi}^{\pi} \left[\prod_{i=1}^{Q} \tilde{L}(\Omega_i) \tilde{x}(\Omega_i) e^{j\Omega_i(n-m)} \right] d\Omega_i \cdots d\Omega_q$$
(B.5)
$$= \sum_{q=1}^{Q} a_q \sum_{m} M[m] \frac{1}{(2\pi)^q} \times \int \cdots \int_{-\pi}^{\pi} e^{-j\Omega_s^q m} \left[\prod_{i=1}^{q} \tilde{L}(\Omega_i) \tilde{x}(\Omega_i) e^{j\Omega_i n} \right] d\Omega_i \cdots d\Omega_q,$$
(B.6)

donde

$$\Omega_s^q = \sum_{i=1}^q \Omega_i. \tag{B.7}$$

Aplicando la transformada inversa de Fourier a M[m], se obtiene

$$z[n] = \sum_{q=1}^{Q} a_q \frac{1}{(2\pi)^{q+1}} \times \sum_m \int \cdots \int_{-\pi}^{\pi} \tilde{M}(\Omega) e^{j\Omega m} \times e^{-j\Omega_s^q m} \left[\prod_{i=1}^{q} \tilde{L}(\Omega_i) \tilde{x}(\Omega_i) e^{j\Omega_i n} \right] d\Omega_i \cdots d\Omega_q d\Omega.$$
(B.8)

Se asume una señal de entrada sobremuestreada por un factor O_s , tal que

$$\tilde{x}(\Omega) = 0 \quad \forall \quad |\Omega| \ge \frac{\pi}{O_s}.$$
(B.9)

Si se aplica la sumatoria en m en la Ec. B.8, se obtiene

$$z[n] = \sum_{q=1}^{Q} a_q \frac{1}{(2\pi)^q} \int \cdots \int_{-\pi}^{\pi} \tilde{M}(\Omega_s^q) e^{j\Omega_s n} \times \left[\prod_{i=1}^{q} \tilde{L}(\Omega_i) \tilde{x}(\Omega_i)\right] d\Omega_i \cdots d\Omega_q. \quad (B.10)$$

Un desarrollo similar se realiza para obtener la transformada de Fourier de la señal $\hat{z}[n]$, descripta por la Ec. 3.24 y se expresa como,

$$z[n] = \sum_{q=1}^{Q} a_q \frac{1}{(2\pi)^q} \int \cdots \int_{-\pi}^{\pi} \breve{M}(\Omega_s^q) e^{j\Omega_s n} \times \left[\prod_{i=1}^{q} \breve{L}(\Omega_i) \tilde{x}(\Omega_i)\right] d\Omega_i \cdots d\Omega_q.$$
(B.11)

En el estado estacionario del algoritmo LMS, se supone que la secuencia de realimentacion real es igual a secuencia de realimentacion estimada, es decir, $z[n] = \hat{z}[n]$. Reemplazando las Ecs B.10 y B.11 en esta igualdad encontramos que

$$\check{M}(\Omega_s^q) \prod_{i=1}^q \check{L}(\Omega_i) = \tilde{M}(\Omega_s^q) \prod_{i=1}^q \tilde{L}(\Omega_i) \quad \forall \quad \{q | a_q \neq 0\}.$$
(B.12)

APÉNDICE C

Apéndice Capítulo 4

C.1. Algoritmo de retro-propagación del error

Se calcula la derivada del error cuadrático con respecto a los coeficientes del ecualizador de imperfecciones (IE), necesaria para actualizar sus valores. Se parte de

$$\frac{\partial \xi^{\varrho}[n]}{\partial \mathcal{H}^{\varrho}_{ij}[n]} = \sum_{r} \frac{\partial (e^{\varrho}_{r}[n])^{2}}{\partial \mathcal{H}^{\varrho}_{ij}[n]} = \sum_{r} 2e^{\varrho}_{r}[n] \frac{\partial e^{\varrho}_{r}[n]}{\partial \mathcal{H}^{\varrho}_{ij}[n]}.$$
 (C.1)

recordando que $e_r^{\varrho}[n] = y_r^{\varrho}[n] - x_r^{\varrho}[n]$, y considerando que $x_r^{\varrho}[n]$ no depende de $\mathcal{H}_{ij}^{\varrho}[m]$, se obtiene

$$\frac{\partial e_r^{\varrho}[n]}{\partial \mathcal{H}_{ij}^{\varrho}[m]} = \frac{\partial y_r^{\varrho}[n]}{\partial \mathcal{H}_{ij}^{\varrho}[m]}.$$
(C.2)

Las señales digitales de salida $y^{\varrho}_{r}[n]$ pueden expresarse como

$$y_r^{\varrho}[n] = \sum_{t,q} L_{rt}^{\varrho}[q] s_t^{\varrho}[n-q].$$
(C.3)

La diferenciación con respecto a $\mathcal{H}^{\varrho}_{ij}[m]$ lleva a

$$\frac{\partial y_r^{\varrho}[n]}{\partial \mathcal{H}_{ij}^{\varrho}[m]} = \sum_{t,q} L_{rt}^{\varrho}[q] \frac{\partial s_t^{\varrho}[n-q]}{\partial \mathcal{H}_{ij}^{\varrho}[m]}.$$
 (C.4)

Teniendo en cuenta que

$$s_t^{\varrho}[n-q] = \sum_{a,b} \mathcal{H}_{ta}^{\varrho}[b] x_a^{\varrho}[n-q-b], \qquad (C.5)$$

se obtiene

$$\frac{\partial s_t^{\varrho}[n-q]}{\partial \mathcal{H}_{ij}^{\varrho}[m]} = \sum_{a,b} \frac{\partial \mathcal{H}_{ta}^{\varrho}[b]}{\partial \mathcal{H}_{ij}^{\varrho}[m]} x_a^{\varrho}[n-q-b] = \sum_{a,b} \delta_{ti} \delta_{aj} \delta_{bm} x_a^{\varrho}[n-q-b] = \delta_{ti} x_j^{\varrho}[n-q-m]. \quad (C.6)$$

Sustituyendo la Ec. C.6 en la Ec. C.4 obtenemos

$$\frac{\partial y_r^{\varrho}[n]}{\partial \mathcal{H}_{ij}^{\varrho}[m]} = \sum_q L_{ri}^{\varrho}[q] x_j^{\varrho}[n-q-m].$$
(C.7)

Finalmente, sustituyendo este resultado en la Ecs. C.2 y C.1, se demuestra que

$$\frac{\partial \xi^{\varrho}[n]}{\partial \mathcal{H}_{ij}^{\varrho}[m]} = \sum_{r,q} 2e_r^{\varrho}[n] L_{ri}^{\varrho}[q] x_j^{\varrho}[n-q-m].$$
(C.8)

C.2. Representación digital del canal de realimentación con una sola fotodetección

Sustituyendo las Ecs. 4.13 y 4.14 en la Ec. 4.15, obtenemos

$$z[k] = \kappa_{\rm pd} \iint \sum_{\varrho} |E_{\rm out}^{\varrho}(t-\tau)|^2 h_{\rm pd}(\tau) \mathcal{A}(kNT_s-t) \, d\tau \, dt.$$
(C.9)

Utilizamos la transformada inversa de Fourier para obtener

$$z[k] = \frac{\kappa_{\rm pd}}{(2\pi)^4} \iiint \sum_{\varrho} \tilde{E}_{\rm out}^{\varrho*}(\omega_1) \tilde{E}_{\rm out}^{\varrho}(\omega_2) \times \tilde{h}_{\rm pd}(\omega_3) \tilde{\mathcal{A}}(\omega_4) e^{-j\omega_1(t-\tau) + j\omega_2(t-\tau) + j\omega_3\tau + j\omega_4(kNT_s - t)} \times d\omega_1 \, d\omega_2 \, d\omega_3 \, d\omega_4 \, d\tau \, dt. \quad (C.10)$$

Integrando ty $\tau,$ y teniendo en cuenta la relación

$$\int e^{\mathbf{j}\omega t} dt = 2\pi\delta(\omega), \qquad (C.11)$$

encontramos que

$$z[k] = \frac{\kappa_{\rm pd}}{(2\pi)^2} \iiint \sum_{\varrho} \tilde{E}_{\rm out}^{\varrho*}(\omega_1) \tilde{E}_{\rm out}^{\varrho}(\omega_2) \times \tilde{h}_{\rm pd}(\omega_3) \tilde{\mathcal{A}}(\omega_4) \delta(-\omega_1 + \omega_2 - \omega_4) \delta(\omega_1 - \omega_2 + \omega_3) e^{j\omega_4 k N T_s} \times d\omega_1 \, d\omega_2 \, d\omega_3 \, d\omega_4. \quad (C.12)$$

Integrando ω_3 y ω_4 obtenemos

$$z[k] = \frac{\kappa_{\rm pd}}{(2\pi)^2} \iint \sum_{\varrho} \tilde{E}_{\rm out}^{\varrho*}(\omega_1) \tilde{E}_{\rm out}^{\varrho}(\omega_2) \times \tilde{h}_{\rm pd}(\omega_1 - \omega_2) \tilde{\mathcal{A}}(\omega_2 - \omega_1) e^{j(\omega_2 - \omega_1)kNT_s} \, d\omega_1 \, d\omega_2. \quad (C.13)$$

Las señales digitales de salida pueden escribirse como

$$y^{\varrho}[m] = \int \operatorname{sinc}(m - t/T_s) \bar{E}^{\varrho}(t) \, dt, \qquad (C.14)$$

donde $\bar{E}^{\varrho}(t) = E_0 e^{j\omega_0 t} E_{out}^{\varrho}(t)$. La señal digital de foto detección es

$$\sum_{\varrho} |y^{\varrho}[m]|^2 = \sum_{\varrho} y^{\varrho*}[m] y^{\varrho}[m].$$
(C.15)

En consecuencia, la señal de realimentación digital se calcula como

$$z[k] = \sum_{m,\varrho} M[m] |y^{\varrho}[kN - m]|^{2} = \sum_{m,\varrho} M[kN - m] |y^{\varrho}[m]|^{2} = \sum_{m,\varrho} M[kN - m] \left| \int \operatorname{sinc}(m - t/T_{s}) \bar{E}^{\varrho}(t) \, dt \right|^{2}. \quad (C.16)$$

Utilizando la transformada inversa de Fourier de ${\rm sinc}(t)$ y $\bar{E}^{\varrho}(t)$ obtenemos

$$z[k] = \sum_{m,\varrho} M[kN - m] \left| \frac{1}{(2\pi)^2} \iint \int_{-\pi}^{\pi} \tilde{E}^{\varrho}(\omega_2) e^{j\omega_1(t - mT_s) + j\omega_2 t} \, d\omega_1 \, d\omega_2 \, dt \right|^2.$$
(C.17)

Entonces, integrando t y usando la Ec. C.11 se encuentra que

$$z[k] = \sum_{m,\varrho} M[kN - m] \left| \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi/T_s}^{\pi/T_s} \tilde{E}^{\varrho}(\omega) e^{j\omega T_s m} d\omega \right|^2 = \sum_{m,\varrho} M[kN - m] \left| \frac{1}{2\pi T_s} \int_{-\pi}^{\pi} \tilde{E}^{\varrho}(\Omega/T_s) e^{j\Omega m} d\Omega \right|^2.$$
(C.18)

Teniendo en cuenta la transformada de Fourier $\tilde{E}(\omega) = E_0 \tilde{E}_{out}(\omega - \omega_0)$, se encuentra que

$$z[k] = \frac{|E_0|^2}{(2\pi T_s)^2} \sum_{m,\varrho} M[kN - m] \times \int_{-\pi - \omega_0 T_s}^{\pi - \omega_0 T_s} \tilde{E}_{\text{out}}^{\varrho*}(\Omega_1/T_s) \tilde{E}_{\text{out}}^{\varrho}(\Omega_2/T_s) e^{j(\Omega_2 - \Omega_1)m} d\Omega_1 d\Omega_2. \quad (C.19)$$

Partiendo de la Ec. 2.15, y teniendo en cuenta que la secuencia de entrada digital está sobremuestreada en un factor $O_s = 2$, podemos demostrar que el ancho de banda $\tilde{E}_{out}^{\varrho}(\omega)$ está limitado a $\omega_0 - \pi/2T_s < \omega < \omega_0 + \pi/2T_s$. En consecuencia, podemos reducir los límites de integración de la integral doble en la Ec. C.19 a

$$z[k] = \frac{|E_0|^2}{(2\pi T_s)^2} \sum_{m,\varrho} M[kN - m] \times \int_{-\pi/2 - \omega_0 T_s}^{\pi/2 - \omega_0 T_s} \tilde{E}_{\text{out}}^{\varrho*}(\Omega_1/T_s) \tilde{E}_{\text{out}}^{\varrho}(\Omega_2/T_s) e^{j(\Omega_2 - \Omega_1)m} d\Omega_1 d\Omega_2. \quad (C.20)$$

Introduciendo la transformada inversa de Fourier de M[m] tenemos

$$z[k] = \frac{|E_0|^2}{(2\pi)^3 T_s^2} \sum_{m,\varrho} \int_{-\pi}^{\pi} \tilde{M}(\Omega) \iint_{-\pi/2-\omega_0 T_s}^{\pi/2-\omega_0 T_s} \tilde{E}_{\text{out}}^{\varrho*}(\Omega_1/T_s) \times \tilde{E}_{\text{out}}^{\varrho}(\Omega_2/T_s) e^{j(\Omega_2-\Omega_1)m+j\Omega(kN-m)} \, d\Omega_1 \, d\Omega_2 \, d\Omega. \quad (C.21)$$

Sumando sobre m y usando

$$\sum_{n} e^{j\Omega n} = 2\pi\delta(\Omega), \quad \forall \quad -2\pi < \Omega < 2\pi \tag{C.22}$$

se obtiene

$$z[k] = \frac{|E_0|^2}{(2\pi T_s)^2} \iint_{-\pi/2-\omega_0 T_s}^{\pi/2-\omega_0 T_s} \tilde{M}(\Omega_2 - \Omega_1) \times \sum_{\varrho} \tilde{E}_{\text{out}}^{\varrho*}(\Omega_1/T_s) \tilde{E}_{\text{out}}^{\varrho}(\Omega_2/T_s) e^{j(\Omega_2 - \Omega_1)kN} d\Omega_1 d\Omega_2$$
$$= \frac{|E_0|^2}{(2\pi)^2} \iint \tilde{M}((\omega_2 - \omega_1)T_s) \times \sum_{\varrho} \tilde{E}_{\text{out}}^{\varrho*}(\omega_1) \tilde{E}_{\text{out}}^{\varrho}(\omega_2) e^{j(\omega_2 - \omega_1)T_skN} d\omega_1 d\omega_2. \quad (C.23)$$

Por comparación de la Ec. C.13 y la Ec. C.23, obtenemos

$$\tilde{M}(\Omega) = \frac{\kappa_{\rm pd}}{|E_0|^2} \tilde{h}_{\rm pd}(\Omega/T_s) \tilde{\mathcal{A}}(-\Omega/T_s).$$
(C.24)

Finalmente, por la transformada inversa de Fourier de la Ec. C.24 tenemos

$$M[m] = \frac{\kappa_{\rm pd}}{|E_0|^2} \int h_{\rm pd}(t) \mathcal{A}(mT_s - t) \, dt.$$
(C.25)

C.3. Algoritmo LMS con canal realimentación conformado por una cadena fotodetector/ADC

Partimos de las señales digitales de salida estimadas,

$$\hat{y}_{i}^{\varrho}[n] = \sum_{j,m} \hat{L}_{ij}^{\varrho}[m] s_{j}^{\varrho}[n-m].$$
(C.26)

Por otra parte, la señal de fotodetección digital viene dada por

$$\left|\left|\hat{\mathbf{y}}[n]\right|\right|^{2} = \sum_{i,\varrho} (y_{i}^{\varrho}[n])^{2} \tag{C.27}$$

y la señal de realimentación digital es

$$\hat{z}[k] = \sum_{m} \hat{M}[m] \left| \left| \hat{\mathbf{y}}[kN - m] \right| \right|^2.$$
(C.28)

La señal de error del estimador del canal viene dada por

$$e^{\text{CE}}[k] = \hat{z}[k] - z[k],$$
 (C.29)

y su módulo al cuadrado, a minimizar por el algoritmo LMS, es

$$\xi^{\rm CE}[k] = \left(e^{\rm CE}[k]\right)^2. \tag{C.30}$$

A partir de estas expresiones podemos calcular

$$\frac{\partial \xi^{\rm CE}[k]}{\partial \hat{M}[m]} = 2e^{\rm CE}[k] \frac{\partial e^{\rm CE}[k]}{\partial \hat{M}[m]} = 2e^{\rm CE}[k] \frac{\partial \hat{z}[k]}{\partial \hat{M}[m]} = 2e^{\rm CE}[k] \sum_{r} \frac{\partial \hat{M}[r]}{\partial \hat{M}[m]} ||\hat{\mathbf{y}}[kN-r]||^{2} = 2e^{\rm CE}[k] \sum_{r} \delta_{rm} ||\hat{\mathbf{y}}[kN-r]||^{2} = 2e^{\rm CE}[k] ||\hat{\mathbf{y}}[kN-m]||^{2}. \quad (C.31)$$

Por otro lado, para los coeficientes $\hat{L}_{ij}^{\varrho}[m]$ tenemos

$$\frac{\partial \xi^{\rm CE}[k]}{\partial \hat{L}_{ij}^{\varrho}[m]} = 2e^{\rm CE}[k] \frac{\partial e^{\rm CE}[k]}{\partial \hat{L}_{ij}^{\varrho}[m]} = 2e^{\rm CE}[k] \frac{\partial \hat{z}[k]}{\partial \hat{L}_{ij}^{\varrho}[m]} = 2e^{\rm CE}[k] \sum_{r} \hat{M}[r] \frac{\partial \left| \left| \hat{\mathbf{y}}[kN-r] \right| \right|^{2}}{\partial \hat{L}_{ij}^{\varrho}[m]} = 2e^{\rm CE}[k] \sum_{r,h,\nu} \hat{M}[r] \frac{\partial (\hat{y}_{h}^{\nu}[kN-r])^{2}}{\partial \hat{L}_{ij}^{\varrho}[m]} = 4e^{\rm CE}[k] \sum_{r,h,\nu} \hat{M}[r] \hat{y}_{h}^{\nu}[kN-r] \frac{\partial \hat{y}_{h}^{\nu}[kN-r]}{\partial \hat{L}_{ij}^{\varrho}[m]} = 4e^{\rm CE}[k] \sum_{r,h,a,b,\nu} \hat{M}[r] \hat{y}_{h}^{\nu}[kN-r] \frac{\partial \hat{L}_{ha}^{\nu}[b]}{\partial \hat{L}_{ij}^{\varrho}[m]} s_{a}^{\nu}[kN-r-b] = 4e^{\rm CE}[k] \sum_{r,h,a,b,\rho} \hat{M}[r] \hat{y}_{h}^{\nu}[kN-r] \delta_{hi} \delta_{aj} \delta_{bm} \delta_{\nu\rho} s_{a}^{\nu}[kN-r-b] = 4e^{\rm CE}[k] \sum_{r,h,a,b,\rho} \hat{M}[r] \hat{y}_{h}^{\nu}[kN-r] \delta_{hi} \delta_{aj} \delta_{bm} \delta_{\nu\rho} s_{a}^{\nu}[kN-r-b] = 4e^{\rm CE}[k] \sum_{r,h,a,b,\rho} \hat{M}[r] \hat{y}_{h}^{\nu}[kN-r] \delta_{hi} \delta_{aj} \delta_{bm} \delta_{\nu\rho} s_{a}^{\nu}[kN-r-b] = 4e^{\rm CE}[k] \sum_{r,h,a,b,\rho} \hat{M}[r] \hat{y}_{h}^{\nu}[kN-r] \delta_{hi} \delta_{aj} \delta_{bm} \delta_{\nu\rho} s_{a}^{\nu}[kN-r-b] = 4e^{\rm CE}[k] \sum_{r,h,a,b,\rho} \hat{M}[r] \hat{y}_{h}^{\nu}[kN-r] \delta_{hi} \delta_{aj} \delta_{bm} \delta_{\nu\rho} s_{a}^{\nu}[kN-r-b] = 4e^{\rm CE}[k] \sum_{r,h,a,b,\rho} \hat{M}[r] \hat{y}_{h}^{\rho}[kN-r] \delta_{hi} \delta_{aj} \delta_{bm} \delta_{\nu\rho} s_{a}^{\nu}[kN-r-b] = 4e^{\rm CE}[k] \sum_{r} \hat{M}[r] \hat{y}_{i}^{\rho}[kN-r] \delta_{hi} \delta_{aj} \delta_{bm} \delta_{\nu\rho} s_{a}^{\nu}[kN-r-b] = 4e^{\rm CE}[k] \sum_{r,h,\mu} \hat{M}[r] \hat{y}_{i}^{\rho}[kN-r] \delta_{hi} \delta_{aj} \delta_{bm} \delta_{\mu\rho} s_{\mu}^{\nu}[kN-r-b] = 4e^{\rm CE}[k] \sum_{r,h,\mu} \hat{M}[r] \hat{y}_{i}^{\rho}[kN-r] \delta_{ij} \delta_{ij}$$

C.4. Derivación de las incertidumbres de la estimación basada en una sola fotodetección

Podemos reescribir la Ec. 4.24 como

$$A(\Omega_1 + \Omega_2)B(\Omega_1, \Omega_2) = 1, \tag{C.33}$$

donde

$$A(\Omega_1 + \Omega_2) = \frac{M(\Omega_1 + \Omega_2)}{\breve{M}(\Omega_1 + \Omega_2)}$$
(C.34)

у

$$B(\Omega_1, \Omega_2) = \frac{\sum_i L_{ij}^{\varrho}(\Omega_1) L_{ij'}^{\varrho}(\Omega_2)}{\sum_i \check{L}_{ij}^{\varrho}(\Omega_1) \check{L}_{ij'}^{\varrho}(\Omega_2)}.$$
 (C.35)

Observamos que, según la Ec. C.33, la función $B(\Omega_1, \Omega_2)$ no depende de los valores de los índices j, j' y ϱ . En consecuencia, podemos realizar un análisis similar al presentado el *Subsección. 3.4.2.1*. Diferenciando la Ec. C.33 respecto a Ω_1 y restando la derivada de la Ec. C.33 respecto a Ω_2 , obtenemos

$$\frac{\partial B}{\partial \Omega_1}(\Omega_1, \Omega_2) = \frac{\partial B}{\partial \Omega_2}(\Omega_1, \Omega_2).$$
 (C.36)

Como consecuencia, encontramos que $B(\Omega_1, \Omega_2) = B(\Omega_1 + \Omega_2)$. Sustituyendo este resultado en la Ec. C.35 encontramos

$$\sum_{i} \tilde{L}_{ij}^{\varrho}(\Omega_1) \tilde{L}_{ij'}^{\varrho}(\Omega_2) = B(\Omega_1 + \Omega_2) \sum_{i} \breve{L}_{ij}^{\varrho}(\Omega_1) \breve{L}_{ij'}^{\varrho}(\Omega_2).$$
(C.37)

Para satisfacer esta igualdad, $B(\Omega_1 + \Omega_2)$ debe ser también una función factorizable, es decir,

$$B(\Omega_1 + \Omega_2) = b(\Omega_1)b(\Omega_2). \tag{C.38}$$

Una vez más, diferenciando la Ec. C.38 con respecto a Ω_1 y restando la derivada de la Ec. C.38 con respecto a Ω_2 , obtenemos

$$\frac{1}{b(\Omega_1)}\frac{\partial b(\Omega_1)}{\partial \Omega_1} = \frac{1}{b(\Omega_2)}\frac{\partial b(\Omega_2)}{\partial \Omega_2}.$$
 (C.39)

Como los miembros derecho e izquierdo sólo dependen de Ω_1 y Ω_2 , respectivamente, la única posibilidad es

$$\frac{\partial b(\Omega)}{\partial \Omega} = c_1 b(\Omega), \tag{C.40}$$

donde c_1 es una constante compleja. La solución de esta ecuación diferencial viene dada por

$$b(\Omega) = e^{c_1 \Omega + c_2},\tag{C.41}$$

siendo c_2 otra constante compleja. Sustituyendo estos resultados en la Ec. C.37 obtenemos

$$\sum_{i} \tilde{L}_{ij}^{\varrho}(\Omega_1) \tilde{L}_{ij'}^{\varrho}(\Omega_2) = \sum_{i} U_{ij}^{\varrho}(\Omega_1) U_{ij'}^{\varrho}(\Omega_2), \qquad (C.42)$$

 con

$$U_{ij}^{\varrho}(\Omega) = e^{c_1 \Omega + c_2} \breve{L}_{ij}^{\varrho}(\Omega).$$
(C.43)

Finalmente, para resolver la Ec. C.42 proponemos la transformación lineal

$$U_{ij}^{\varrho}(\Omega) = \sum_{\mu} R_{i\mu}^{\varrho} \tilde{L}_{\mu j}^{\varrho}(\Omega), \qquad (C.44)$$

donde $R^{\varrho}_{i\mu}$ son coeficientes a determinar. Reemplazando la Ec. C.44 en la Ec. C.42 encontramos

$$\sum_{i} \tilde{L}_{ij}^{\varrho}(\Omega_1) \tilde{L}_{ij'}^{\varrho}(\Omega_2) = \sum_{\mu,\nu} \left(\sum_{i} R_{i\mu}^{\varrho} R_{i\nu}^{\varrho} \right) \tilde{L}_{\mu j}^{\varrho}(\Omega_1) \tilde{L}_{\nu j'}^{\varrho}(\Omega_2).$$
(C.45)

Para satisfacer esta ecuación, $R^{\varrho}_{i\mu}$ deben ser transformaciones unitarias,

$$\sum_{i} R^{\varrho}_{i\mu} R^{\varrho}_{i\nu} = \delta_{\mu\nu}.$$
 (C.46)

En conclusión, la estimación está relacionada con los coeficientes del canal como

$$\breve{L}_{ij}^{\varrho}(\Omega) = e^{c_1\Omega + c_2} \sum_{\mu} R_{i\mu}^{\varrho} \tilde{L}_{\mu j}^{\varrho}(\Omega).$$
(C.47)

Además, como $\check{L}_{ij}^{\varrho}(\Omega)$ son las transformadas de Fourier de las funciones reales $\hat{L}_{ij}^{\varrho}[n]$, deben satisfacer

$$\breve{L}_{ij}^{\varrho*}(-\Omega) = \breve{L}_{ij}^{\varrho}(\Omega).$$
(C.48)

En consecuencia, $R_{i\mu}^{\varrho*} = R_{i\mu}^{\varrho}$, es decir, la transformación unitaria es real, $c_1 = -c_1^*$ (c_1 es un número imaginario) y $c_2^* = c_2$ (c_2 es un número real). Podemos reescribir la Ec. C.47 como

$$\breve{L}_{ij}^{\varrho}(\Omega) = \alpha e^{j\delta\Omega} \sum_{\mu} R_{i\mu}^{\varrho} \tilde{L}_{\mu j}^{\varrho}(\Omega), \qquad (C.49)$$

donde $\alpha = e^{c_2}$ y $\delta = -jc_1$ son números reales. Aplicando la transformada inversa de Fourier a la Ec. C.49, se obtiene

$$\hat{L}^{\varrho}_{ij}[n] = \alpha \sum_{\mu} R^{\varrho}_{i\mu} L^{\varrho}_{\mu j}[n-\delta].$$
(C.50)

En otras palabras, el canal estimado es una versión retardada con transformación unitaria del canal real. Además, sustituyendo la Ec. C.49 por la Ec. C.35, tenemos

$$B(\Omega_1, \Omega_2) = \frac{e^{-2j\delta(\Omega_1 + \Omega_2)}}{\alpha^2}.$$
 (C.51)

Utilizando este resultado en las ecuaciones C.33 y C.34, obtenemos

$$\breve{M}(\Omega) = \frac{e^{-j\delta\Omega}}{\alpha^2} \tilde{M}(\Omega), \qquad (C.52)$$

o su expresión equivalente en tiempo discreto, dada por

$$\hat{M}[n] = \frac{1}{\alpha^2} M[n+\delta]. \tag{C.53}$$

Este resultado muestra que el canal de realimentación estimado es una versión escalada y retardada del canal de realimentación real. Además, el retardo total del sistema estimado es cero, ya que la misma constante desconocida δ afecta $\hat{L}_{ij}^{\varrho}[n]$ y $\hat{M}[n]$ de forma equilibrada.

C.5. Ruido en el algoritmo de gradiente descendente

En general, un algoritmo de gradiente descendente consiste en la optimización del conjunto de D parámetros L_m , con $m \in \{1, 2, ..., D\}$, siguiendo la actualización dada por

$$\Delta \bar{L} = -\beta \left\langle \nabla_L e^2[n] \right\rangle_K = -2\beta \left\langle e[n] \nabla_L e[n] \right\rangle_K, \qquad (C.54)$$

donde \overline{L} es el vector de coeficientes L_m , $\Delta \overline{L}$ es la variación de \overline{L} en cada paso del algoritmo, $\beta > 0$ es el paso de adaptación, e[n] es la señal de error,

$$\nabla_L x[n] = \frac{\partial x[n]}{\partial \bar{L}},\tag{C.55}$$

у

$$\langle x[n] \rangle_K = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} x[n-k].$$
 (C.56)

Para analizar el algoritmo en su estado de convergencia, suponemos que ha alcanzado un punto de parada, es decir e[n] = 0, para algún \bar{L}_0 , y estudiamos la evolución de pequeñas perturbaciones, $\bar{\epsilon}$, debidas a ruido en la señal de error. Se propone

$$\bar{L} = \bar{L}_0 + \bar{\epsilon},\tag{C.57}$$

obteniendo

$$\Delta \bar{\epsilon} = -2\beta \left\langle \eta[n] \nabla_L e[n] \right\rangle_K, \qquad (C.58)$$

donde $\eta[n]$ es una variable estocástica que satisface $\mathcal{E}\{\eta[n]\eta[m]\} = \sigma^2 \delta_{nm}$. Se deduce que

$$\Delta \mathcal{E}\{|\bar{\epsilon}|^2\} = 4\beta^2 \mathcal{E}\{|\langle \eta[n]\nabla_L e[n]\rangle_K|^2\}.$$
(C.59)

Utilizando la Ec. C.56, podemos demostrar que

$$\mathcal{E}\left\{\left|\left\langle \bar{x}[n]\right\rangle_{K}\right|^{2}\right\} = \frac{\mathcal{E}\left\{\left|\bar{x}[n]\right|^{2}\right\}}{K},\tag{C.60}$$

donde $\bar{x}[n]$ es un vector estocástico de media cero. En consecuencia, tenemos

$$\Delta \mathcal{E}\{|\bar{\epsilon}|^2\} = \frac{4\beta^2 \sigma^2}{K} \mathcal{E}\{|\nabla_L e[n]|^2\},\qquad(C.61)$$

demostrando que el ruido en la señal de error, σ^2 , induce un error en los coeficientes \bar{L}_0 en el punto de parada, e[n] = 0. Por otra parte, $\bar{\epsilon}$ induce una pequeña señal de error, que podemos aproximar como

$$e[n] = \bar{\epsilon} \cdot \nabla_L e[n]. \tag{C.62}$$

El algoritmo de gradiente descendente reacciona a este error de señal como

$$\Delta \bar{\epsilon} = -2\beta \left\langle \left(\bar{\epsilon} \cdot \nabla_L e[n] \right) \nabla_L e[n] \right\rangle_K.$$
(C.63)

Tomando en cuenta la relación $\Delta |\bar{\epsilon}|^2 = 2\bar{\epsilon} \cdot \Delta \bar{\epsilon}$, obtenemos

$$\Delta |\bar{\epsilon}|^2 = -4\beta \left\langle (\bar{\epsilon} \cdot \nabla_L e[n])^2 \right\rangle_K = -4\beta \left\langle |\bar{\epsilon}|^2 |\nabla_L e[n]|^2 \cos^2 \phi \right\rangle_K, \qquad (C.64)$$

donde ϕ es el ángulo entre $\bar{\epsilon}$ y $\nabla_L e[n]$. Tomando la media de la Ec. C.64, y considerando que $\mathcal{E}\{\cos^2\phi\} = 1/D$, hallamos

$$\Delta \mathcal{E}\{|\bar{\epsilon}|^2\} = -\frac{4\beta \mathcal{E}\{|\bar{\epsilon}|^2\}}{D} \mathcal{E}\{|\nabla_L e[n]|^2\}.$$
 (C.65)

Por comparación de la Ec. C.65 con la Ec. C.61, encontramos el cuadrado medio de la desviación que equilibra la perturbación del ruido con el mecanismo de restauración del algoritmo,

$$\mathcal{E}\{|\bar{\epsilon}|^2\} = \frac{\beta D\sigma^2}{K}.$$
(C.66)

Encontramos que el MSE de estimación para cada coeficiente es

$$MSE = \frac{\mathcal{E}\{|\bar{\epsilon}|^2\}}{D} = \frac{\beta\sigma^2}{K}.$$
 (C.67)

C.6. Análisis de los coeficientes estimados en el dominio de la frecuencia

La señal de realimentación digital puede escribirse como

$$z[k] = \sum_{r} M[r] \left| \left| \mathbf{y}[kN - r] \right| \right|^{2} = \sum_{r,i,\varrho} M[r] (y_{i}^{\varrho}[kN - r])^{2} = \sum_{r,i,\varrho} M[r] \left(\sum_{j,m} L_{ij}^{\varrho}[m] s_{j}^{\varrho}[kN - r - m] \right)^{2} = \sum_{r,i,\varrho,j,j',m,m'} M[r] L_{ij}^{\varrho}[m] L_{ij'}^{\varrho}[m'] s_{j}^{\varrho}[kN - r - m] s_{j'}^{\varrho}[kN - r - m']. \quad (C.68)$$

Por cambio de variables, h = r + m y h' = r + m', obtenemos

$$z[k] = \sum_{r,i,\varrho,j,j',h,h'} M[r] L^{\varrho}_{ij}[h-r] L^{\varrho}_{ij'}[h'-r] s^{\varrho}_{j}[kN-h] s^{\varrho}_{j'}[kN-h'].$$
(C.69)

Para los coeficientes estimados, se puede demostrar que

$$\hat{z}[k] = \sum_{r,i,\varrho,j,j',h,h'} \hat{M}[r] \hat{L}_{ij}^{\varrho}[h-r] \hat{L}_{ij'}^{\varrho}[h'-r] s_j^{\varrho}[kN-h] s_{j'}^{\varrho}[kN-h'].$$
(C.70)

Ahora estudiamos la versión en el dominio de la frecuencia de z[k], sustituyendo las transformadas inversas de Fourier en la Ec. C.69, y obteniendo

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \tilde{z}(\Omega) e^{j\Omega kN} d\Omega = \sum_{\substack{r,i,\varrho,j,j',h,h'}} \frac{1}{(2\pi)^5} \times \\
\iiint \int_{-\pi}^{\pi} \tilde{M}(\Omega_1) \tilde{L}_{ij}^{\varrho}(\Omega_2) \tilde{L}_{ij'}^{\varrho}(\Omega_3) \tilde{s}_j^{\varrho}(\Omega_4) \tilde{s}_{j'}^{\varrho}(\Omega_5) \times \\
e^{j\Omega_1 r + j\Omega_2(h-r) + j\Omega_3(h'-r) + j\Omega_4(kN-h) + j\Omega_5(kN-h')} \times \\
d\Omega_1 d\Omega_2 d\Omega_3 d\Omega_4 d\Omega_5. \quad (C.71)$$

Sumando sobre r, h y h', y teniendo en cuenta la relación de la Ec. C.22, obtenemos

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \tilde{z}(\Omega) e^{j\Omega kN} d\Omega = \sum_{i,\varrho,j,j'} \frac{1}{(2\pi)^2} \iiint \int_{-\pi}^{\pi} \tilde{M}(\Omega_1) \times \tilde{L}_{ij}^{\varrho}(\Omega_2) \tilde{L}_{ij'}^{\varrho}(\Omega_3) \tilde{s}_j^{\varrho}(\Omega_4) \tilde{s}_{j'}^{\varrho}(\Omega_5) \delta(\Omega_1 - \Omega_2 - \Omega_3) \times \delta(\Omega_2 - \Omega_4) \delta(\Omega_3 - \Omega_5) e^{j(\Omega_4 + \Omega_5)kN} d\Omega_1 d\Omega_2 d\Omega_3 d\Omega_4 d\Omega_5 = \sum_{i,\varrho,j,j'} \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\pi}^{\pi} \tilde{M}(\Omega_1 + \Omega_2) \tilde{L}_{ij}^{\varrho}(\Omega_1) \tilde{L}_{ij'}^{\varrho}(\Omega_2) \times \tilde{s}_j^{\varrho}(\Omega_1) \tilde{s}_{j'}^{\varrho}(\Omega_2) e^{j(\Omega_1 + \Omega_2)kN} d\Omega_1 d\Omega_2. \quad (C.72)$$

Análogamente, encontramos para la señal de realimentación digital estimada que

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \breve{z}(\Omega) e^{j\Omega kN} d\Omega = \sum_{i,\varrho,j,j'} \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\pi}^{\pi} \breve{M}(\Omega_1 + \Omega_2) \times \\ \breve{L}_{ij}^{\varrho}(\Omega_1) \breve{L}_{ij'}^{\varrho}(\Omega_2) \breve{s}_j^{\varrho}(\Omega_1) \breve{s}_{j'}^{\varrho}(\Omega_2) e^{j(\Omega_1 + \Omega_2)kN} d\Omega_1 d\Omega_2.$$
(C.73)

Sustituyendo las Ecs. C.72 y C.73 en la Ec. 4.23, encontramos

$$\sum_{i} \tilde{M}(\Omega_{1} + \Omega_{2}) \tilde{L}_{ij}^{\varrho}(\Omega_{1}) \tilde{L}_{ij'}^{\varrho}(\Omega_{2}) = \sum_{i} \breve{M}(\Omega_{1} + \Omega_{2}) \breve{L}_{ij}^{\varrho}(\Omega_{1}) \breve{L}_{ij'}^{\varrho}(\Omega_{2}), \qquad (C.74)$$
$$\forall \quad j, j' \in \{I, Q\}, \quad \forall \quad \varrho \in \{H, V\}.$$

Bibliografía

- G. P. Agrawal, "Optical communication: Its history and recent progress," in Optics in Our Time (M. D. Al-Amri, M. El-Gomati, and M. S. Zubairy, eds.), pp. 177–199, Cham: Springer International Publishing, 2016.
- [2] D. Uzunidis, M. Logothetis, A. Stavdas, D. Hillerkuss, and I. Tomkos, "Fifty years of fixed optical networks evolution: a survey of architectural and technological developments in a layered approach," in *Telecom*, vol. 3, pp. 619–674, MDPI, 2022.
- [3] S. Kumar and M. J. Deen, *Fiber optic communications: fundamentals and applications*. John Wiley & Sons, 2014.
- [4] L. Chrostowski and M. Hochberg, Silicon Photonics Design. Cambridge University Press, 2015.
- [5] J. E. Bowers and A. Y. Liu, "A comparison of four approaches to photonic integration," in *Optical Fiber Communication Conference*, pp. M2B–4, Optical Society of America, 2017.
- [6] Y. Yue, Q. Wang, and J. Anderson, "Experimental investigation of 400 gb/s data center interconnect using unamplified high-baud-rate and high-order qam single-carrier signal," *Applied Sciences*, vol. 9, no. 12, 2019.
- [7] A. Communications, "Network optimization in the 600g era," Acacia, 2018.
- [8] D. A. Morero, M. A. Castrillón, A. Aguirre, M. R. Hueda, and O. E. Agazzi, "Design tradeoffs and challenges in practical coherent optical transceiver implementations," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 34, no. 1, pp. 121–136, 2015.

- [9] P. J. Winzer, D. T. Neilson, and A. R. Chraplyvy, "Fiber-optic transmission and networking: the previous 20 and the next 20 years," *Optics express*, vol. 26, no. 18, pp. 24190–24239, 2018.
- [10] A. Matsushita, M. Nakamura, F. Hamaoka, S. Okamoto, and Y. Kisaka, "Highspectral-efficiency 600-gbps/carrier transmission using pdm-256qam format," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 37, pp. 470–476, Jan 2019.
- [11] C. Doerr and L. Chen, "Silicon photonics in optical coherent systems," Proceedings of the IEEE, vol. 106, no. 12, pp. 2291–2301, 2018.
- [12] Y. Shi, Y. Zhang, Y. Wan, Y. Yu, Y. Zhang, X. Hu, X. Xiao, H. Xu, L. Zhang, and B. Pan, "Silicon photonics for high-capacity data communications," *Photon. Res.*, vol. 10, pp. A106–A134, Sep 2022.
- [13] Y. Lai, "Development trends of silicon photonics coherent transceivers," in 2022 International Symposium on VLSI Technology, Systems and Applications, VLSI-TSA 2022, Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., 2022.
- [14] A. Arnould, A. Ghazisaeidi, H. Mardoyan, P. Brindel, M. Ionescu, and J. Renaudier, "High-speed and ultra-wideband devices for coherent transmission: challenges and opportunities," in 2020 22nd International Conference on Transparent Optical Networks (ICTON), pp. 1–4, IEEE, 2020.
- [15] G. P. Agrawal, Fiber-optic communication systems. Wiley-Interscience, 2002. OCLC: 58437991.
- [16] H. Sepehrian, J. Lin, L. A. Rusch, and W. Shi, "Silicon photonic iq modulators for 400 gb/s and beyond," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 37, pp. 3078– 3086, jul 2019.
- [17] J. Zhou, J. Wang, L. Zhu, Q. Zhang, and J. Hong, "Silicon photonics carrier depletion modulators capable of 85gbaud 16qam and 64gbaud 64qam," in *Opti*cal Fiber Communication Conference, pp. Tu2H–2, Optical Society of America, 2019.

- [18] N. Stojanovic and X. Changsong, "An efficient method for skew estimation and compensation in coherent receivers," *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 28, no. 4, pp. 489–492, 2016.
- [19] Y. Yue, B. Zhang, Q. Wang, R. Lofland, J. O'Neil, and J. Anderson, "Detection and alignment of dual-polarization optical quadrature amplitude transmitter IQ and XY skews using reconfigurable interference," *Optics express*, vol. 24, no. 6, pp. 6719–6734, 2016.
- [20] Y. Fan1, Z. Tao, H. Nakashima, and T. Hoshida, "In-field Calibration of Phase Response of Optical Transmitter Using Built-in Monitor Photodiode," in *Optical Fiber Communication Conference*, p. Th5D.4, Optical Society of America, 2021.
- [21] J. C. M. Diniz, F. Da Ros, R. T. Jones, and D. Zibar, "Time skew estimator for dual-polarization QAM transmitters," in 2017 European Conference on Optical Communication (ECOC), pp. 1–3, IEEE, 2017.
- [22] Y. Yoshida, S. Yoshida, S. Oda, T. Hoshida, and N. Yamamoto, "Simultaneous Monitoring of Frequency-dependent IQ Imbalances in a Dual-polarization IQ Modulator by using a Single Photodetector: A Phase Retrieval Approach," in *Optical Fiber Communication Conference*, pp. Th5D–2, Optical Society of America, 2021.
- [23] Y. Yoshida, S. Yoshida, S. Oda, T. Hoshida, N. Yamamoto, and A. Kanno, "Single-pixel optical modulation analyzer: a low-complexity frequencydependent IQ imbalance monitor based on direct detection with phase retrieval," *Optics Express*, vol. 29, no. 20, pp. 31115–31129, 2021.
- [24] S. Savian, J. C. M. Diniz, A. P. T. Lau, F. N. Khan, S. Gaiarin, R. Jones, and D. Zibar, "Joint estimation of IQ phase and gain imbalances using convolutional neural networks on eye diagrams," in 2018 Conference on Lasers and Electro-Optics (CLEO), pp. 1–2, IEEE, 2018.
- [25] G. Paryanti, H. Faig, L. Rokach, and D. Sadot, "A direct learning approach for neural network based pre-distortion for coherent nonlinear optical transmitter," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 38, no. 15, pp. 3883–3896, 2020.

- [26] A. C. Galetto, B. T. Reyes, D. A. Morero, and M. R. Hueda, "Adaptive background compensation of frequency interleaved DACs with application to coherent optical transceivers," *IEEE Access*, vol. 9, pp. 41821–41832, 2021.
- [27] J. I. Bonetti, J. Kunst, D. A. Morero, and M. R. Hueda, "Linear channel estimation based on a low-bandwidth observation channel with unknown response," arXiv preprint arXiv:2110.07776, 2021.
- [28] J. Kunst, J. Bonetti, B. Reyes, D. Morero, and M. Hueda, "Reduced complexity adaptive background compensation of electro-optic tx impairments in coherent optical transceivers," in 2022 Optical Fiber Communications Conference and Exhibition (OFC), pp. 1–3, 2022.
- [29] J. J. W. Kunst, J. I. Bonetti, B. T. Reyes, D. A. Morero, and M. R. Hueda, "Low-complexity adaptive background compensation of coherent optical transmitters," *Journal of Lightwave Technology*, vol. 41, no. 2, pp. 489–507, 2023.
- [30] E. da Silva et al., "Widely Linear Equalization for IQ Imbalance and Skew Compensation in Optical Coherent Receivers," J. Lightw. Technol., vol. 34, pp. 3577– 3586, Aug. 2016.
- [31] L. Zadeh, "On the identification problem," *IRE Transactions on Circuit Theory*, vol. 3, no. 4, pp. 277–281, 1956.
- [32] L. Ljung, System identification. Springer, 1998.
- [33] K. J. Keesman and K. J. Keesman, System identification: an introduction, vol. 2. Springer, 2011.
- [34] L. Ljung, "The system identification toolbox: the manual," *The MathWorks Inc*, 1986.
- [35] L. Ljung, C. Andersson, K. Tiels, and T. B. Schön, "Deep learning and system identification," *IFAC-PapersOnLine*, vol. 53, no. 2, pp. 1175–1181, 2020. 21st IFAC World Congress.
- [36] B. Widrow and S. D. Stearns, "Adaptive signal processing prentice-hall," Englewood Cliffs, NJ, 1985.

- [37] J. Schoukens and L. Ljung, "Nonlinear system identification: A user-oriented road map," *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 39, no. 6, pp. 28–99, 2019.
- [38] A. C. Galetto, B. T. Reyes, D. A. Morero, and M. R. Hueda, "Background compensation of frequency interleaved DAC for optical transceivers," in 2021 *IEEE 12th Latin America Symposium on Circuits and System (LASCAS)*, pp. 1– 4, IEEE, 2021.