

# NUEVOS INDICADORES PARA EVALUAR LA CALIDAD EN PROCESOS DE IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS DE SISTEMAS DINÁMICOS

Juan F. Giró<sup>a,b</sup>, Guillermo D. Chiappero<sup>a</sup> y Alejandro J. Giudici<sup>a</sup>

<sup>a</sup>*Departamento de Estructuras, Facultad de C.E.F.y N., Universidad Nacional de Córdoba, Casilla de Correo 916, 5000 Córdoba, Argentina, [juanfgiro@gmail.com](mailto:juanfgiro@gmail.com), <http://www.portal.efn.uncor.edu>*

<sup>b</sup>*Departamento de Ingeniería en Sistemas de Información, Facultad Regional Córdoba, Universidad Tecnológica Nacional, 5000 Córdoba, Argentina, [secresis@bbs.frc.utn.edu.ar](mailto:secresis@bbs.frc.utn.edu.ar), <http://www.frc.utn.ar>*

Resumen: Este artículo es la continuación de un trabajo anterior en el que se proponen y evalúan indicadores destinados a verificar la calidad de los resultados en los procesos de identificación de parámetros de sistemas dinámicos. Aquí se presentan y analizan dos nuevos indicadores, que no utilizan valores de referencia, y su desempeño es confrontado con indicadores clásicos y otros que fueron propuestos con anterioridad. Para facilitar la comparación se utiliza el mismo caso de estudio del trabajo anterior, en el que se asume que la matriz de masas del sistema es conocida, y que también lo es el valor de la carga impulsiva aplicada. Finalmente se aprovechan los nuevos indicadores y el caso de estudio para sacar algunas conclusiones referidas a problemas habituales de los procesos de identificación.

Palabras claves: *respuesta dinámica de estructuras, identificación de parámetros, evaluación de indicadores.*

## 1. INTRODUCCIÓN

La identificación de parámetros tiene por objetivo la determinación de las propiedades intrínsecas elásticas y disipativas de sistemas mecánicos, que están representadas por sus matrices de rigidez y amortiguamiento. Como es de esperar, todas las técnicas de identificación se apoyan en mediciones sobre sistemas reales y para ello se han propuesto numerosos y diversos enfoques, que se distinguen según: *i*) la técnica de identificación (*paramétricos y no paramétricos*), *ii*) el abordaje del problema (*dominio del tiempo o de la frecuencia*), *iii*) la naturaleza del fenómeno representado (*lineal o no lineal*), *iv*) el tipo de respuesta considerado (*estática o dinámica*), *v*) las condiciones de carga (*deterministas o aleatorias*) y *vi*) el formalismo empleado (*algebraico o estadístico*). El alcance y las limitaciones de los diversos métodos deben ser claramente comprendidos para garantizar la obtención de resultados válidos, ya que no existe un método capaz de identificar los parámetros en todos los casos. Cada enfoque tiene un campo de aplicación acotado, y en muchos casos sus límites no están claramente establecidos, presentándose superposiciones entre ellos.

A esas dificultades se suman las que son propias de las mediciones experimentales en el campo estructural: *i*) la excitación de la estructura, que debe ser aplicada en forma apropiada, *ii*) la necesidad de reducir sus grados de libertad al mínimo posible, *iii*) la presencia de errores inherentes a las mediciones, que se propagan a través de los cálculos impactando en los resultados y *iv*) los requisitos para asegurar el buen condicionamiento del análisis numérico involucrado. Estos inconvenientes restringen la potencialidad de las técnicas de identificación y suelen desalentar su utilización y/o limitarlas al tratamiento de casos simples, de menor interés práctico.

Sin embargo, la importancia de la identificación de parámetros de sistemas dinámicos viene dando lugar a la presentación, en forma sostenida, de nuevos métodos, herramientas, experiencias y recomendaciones, convirtiéndola en un campo de estudio muy activo y dinámico [1][2], que se ve estimulado por los enormes progresos que experimenta el procesamiento electrónico de datos.

El trabajo que aquí se presenta continúa una línea de investigación con varios años de desarrollo, que comenzó proponiendo y evaluando una técnica de identificación de parámetros [3][4], luego centró la atención en indicadores para determinar la calidad de los parámetros identificados [5][6] y más recientemente trabajó con estos indicadores considerando la forma de excitación más conveniente de la estructura [7].

A medida que se avanza, tratando casos más complejos y/o registros de datos experimentales, se esclarecen las ideas, confirmándose la conveniencia de algunas propuestas y la necesidad de revisión de otras. Es en este proceso de aprendizaje que surgieron las ideas que aquí se presentan, referidas a una mirada alternativa a los indicadores de calidad y a la cantidad de modos de vibración con los que se trabaja.

En todos los casos se asume que la matriz de masas del sistema es conocida y que también lo es el valor de la carga impulsiva aplicada. Los estudios se realizan en el dominio del tiempo, la estructura tiene un comportamiento elástico lineal y el amortiguamiento es de tipo viscoso proporcional (llamado de Rayleigh).

## 2. ELECCIÓN DE NUEVOS INDICADORES DE LA CALIDAD

Los indicadores de calidad de los parámetros identificados pueden ser agrupados en dos tipos: *i*) *directos*, por operar sobre los valores identificados y *ii*) *indirectos*, por considerar propiedades evaluadas a partir de los mismos, tales como frecuencias naturales, modos de vibración y factores de amortiguamiento. En ambos casos se admite una segunda clasificación, según: *a*) surgen por comparación de los resultados con valores conocidos y *b*) solo consideran sus propios resultados. Estos últimos son los preferibles por una razón obvia: en la mayoría de los casos prácticos no hay valores conocidos disponibles. Por el contrario, los del tipo *a*) son concluyentes y sirven de referencia para evaluar la precisión y rango de aplicación de éstos últimos.

En el estudio comparativo presentado en [6] los indicadores *CMA* (*Calidad de la Matriz 'A'*), Ec. (6.10)<sup>1</sup> a (6.14)<sup>1</sup>, pertenecen a la clasificación *i.b* y el indicador *COMG* (*Consistency and Orthogonality Generalized Mass factor*), Ec. (6.9)<sup>1</sup>, pertenece a la clasificación *ii.b*, mientras que los restantes indicadores se apoyan en valores conocidos (clasificaciones *i.a* y *ii.a*). Sin embargo, la ausencia de valores límites de referencia para  $CMA_{11}$  y  $CMA_{12}$  impiden conocer la calidad de las matrices de amortiguamiento  $C$  y rigidez  $K$  en forma concluyente y obliga a estudios pormenorizados para cada caso particular, lo que los hace poco atractivos.

Buscando una solución a ese problema se orientó la atención al buen condicionamiento de la matriz formada a partir de los vectores de estado de los registros de la respuesta del sistema, y que debe ser invertida en el proceso de identificación, Ec (4.12)<sup>1</sup>. Recurriendo al álgebra, se sabe que el determinante de un producto de matrices es igual al producto de los determinantes, luego denominando  $H$  a la matriz en cuestión se define el indicador *IBCM* (*Indicador de Buen Condicionamiento Matricial*):

$$HH^{-1} = I \rightarrow |HH^{-1}| = |H||H^{-1}| = |I| = 1 \rightarrow IBCM = 1000 [(|H||H^{-1}|)^2 - 1] \quad (1)$$

es decir, se propone una métrica cuyo valor debe estar en el entorno de cero para toda matriz  $H$  bien condicionada. Obsérvese que el producto de determinantes es elevado al cuadrado, se le resta la unidad y la diferencia es multiplicada por mil para visualizar variaciones muy pequeñas con respecto a la unidad.

Para disponer de otra opción basada en los resultados se recurrió a la necesaria simetría de las matrices de rigidez  $K$  y amortiguamiento  $C$ , solo que en este caso los indicadores se determinan a partir de la mayor asimetría relativa encontrada, en lugar de computarse las asimetrías medias absolutas como lo hacen los indicadores  $CMA_{11}$ , Ec. (6.10)<sup>1</sup>, y  $CMA_{12}$ , Ec. (6.11)<sup>1</sup>. Esto es debido a que se comprobó que las asimetrías en éstas matrices se manifiestan como singularidades muy localizadas y si se las representa por propiedades medias en muchos casos se diluye su importancia. Por ello se definen aquí dos nuevos indicadores: *AMK* (*Asimetría Matriz 'K'*), Ec. (2) y *AMC* (*Asimetría Matriz 'C'*), Ec. (3), que se presentan a continuación:

$$AMK = \text{Mayor } |2(K_{jk} - K_{kj}) / (K_{jk} + K_{kj})| \quad j, k = 1, n; \quad j \neq k \quad (2)$$

$$AMC = \text{Mayor } |2(C_{jk} - C_{kj}) / (C_{jk} + C_{kj})| \quad j, k = 1, n; \quad j \neq k \quad (3)$$

Para investigar el desempeño, dos de los nuevos indicadores, *IBCM* y *AMK*, se comparan con los resultados obtenidos en [6] correspondientes a la evolución de otros indicadores al aumentar el factor de amortiguamiento  $\beta$  en el rango 0 a 0,001. Para facilitar el análisis se utiliza el mismo Caso de Estudio de [6]: sistema mecánico (columna empotrada en la base), condición de carga, intervalo de muestreo de datos y cantidad de registros empleados en la identificación. En la Tabla 1 se muestran los factores de amortiguamiento del primero y último modo natural de vibración de la estructura en estudio, para valores de  $\beta$  en el intervalo indicado, calculados con los resultados provenientes de la identificación de  $K$  y  $C$ .

**Tabla 1: Factores de amortiguamiento identificados en el caso de estudio para los valores  $0 \leq \beta \leq 0,001$**

| $\beta$ | 0,0001  | 0,0002  | 0,0003  | 0,0004  | 0,0005  | 0,0006  | 0,0007  | 0,0008  | 0,0009  | 0,0010  |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $\xi_1$ | 0,00036 | 0,00071 | 0,00107 | 0,00143 | 0,00178 | 0,00214 | 0,00249 | 0,00283 | 0,00316 | 0,00345 |
| $\xi_8$ | 0,04107 | 0,08213 | 0,12320 | 0,16426 | 0,20533 | 0,24639 | 0,28725 | 0,32764 | 0,35970 | 0,16243 |

Notar que al usarse  $C = \beta K$ , los factores de amortiguamiento obtenidos deben ser crecientes con las frecuencias naturales, y también deberían ser siempre crecientes linealmente con los valores de  $\beta$ . Esta última condición no se cumple cuando los valores de  $\beta$  son elevados, en este caso mayor que 0,0008, manifestando problemas en el proceso de identificación y delatando problemas en las matrices  $K$  y  $C$ .

<sup>1</sup>Nota: Al citar ecuaciones de trabajos anteriores se indica el número de referencia del trabajo seguido del número de la ecuación.

La utilización del mismo Caso de Estudio facilitó la comparación y para ello se seleccionaron los indicadores  $MSF$  (Modal Scale Factor), Ec.(6.6)<sup>1</sup>,  $IFE$  (Individual Frequency Error), Ec. (6.8)<sup>1</sup> y  $\xi_8$  (Factor de amortiguamiento del modo de vibración No. 8), los que juntamente con los nuevos indicadores  $IBCM$  y  $AMK$  son presentados en la Figura 1. Nótar que los dos primeros pertenecen al grupo *ii.a* y los dos últimos al *i.b*.

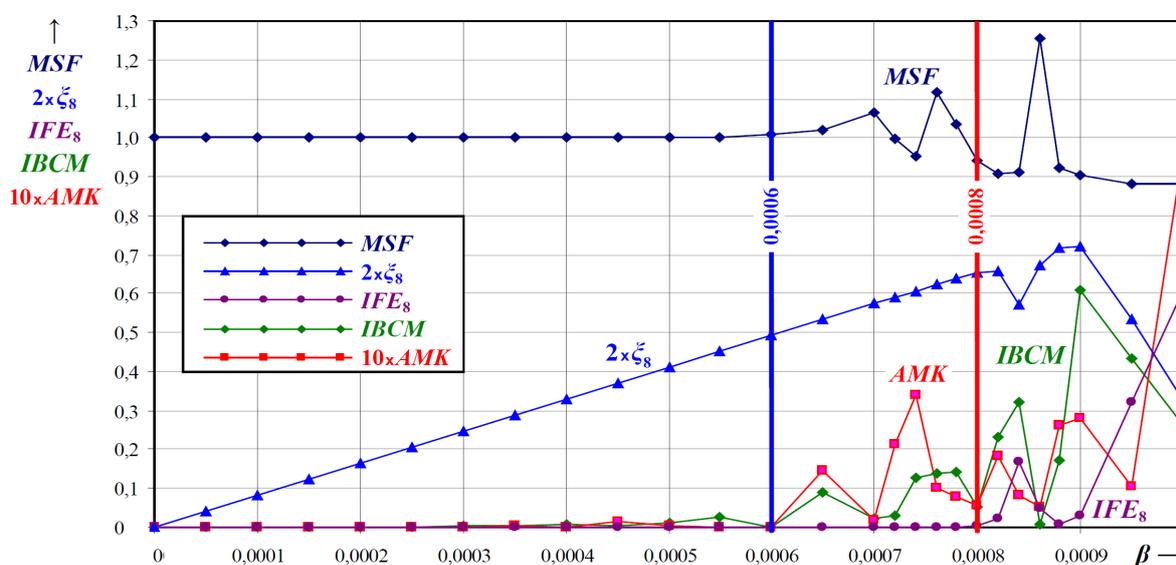


Figura 1: Evolución de los indicadores de calidad al aumentar el factor de amortiguamiento  $\beta$

En el caso estudiado, cuando  $\beta > 0,0006$  el proceso de identificación comienza a mostrar errores importantes, lo que es delatado por  $MSF$  (se aleja de la unidad),  $IBCM$  y  $AMK$  (que se alejan del cero). A partir de aquí los resultados se deterioran progresivamente, cuando  $\beta > 0,0008$  se comprueba que los valores identificados contienen mucho error y carecen de validez. Como se observa, a pesar del error que contienen los resultados directos, la frecuencia ( $IFE_8$ ) y el factor de amortiguamiento ( $\xi_8$ ) recién se ven afectados en este último intervalo. En resumen,  $MSF$ ,  $IBCM$  y  $AMK$  son los que anticipan más temprano el problema, con la ventaja de que los dos últimos (presentados en este trabajo) no requieren valores de referencia para comparación.

### 3. GRADOS DE LIBERTAD Y MODOS DE VIBRACIÓN EN EL PROCESO DE IDENTIFICACIÓN

Los procesos de identificación de parámetros de sistemas dinámicos se apoyan en tres pilares, que son: *i) el modelo*, que representa la estructura estudiada y está destinado a simular su desempeño, *ii) los registros de datos*, que son un testimonio del comportamiento de la estructura real y *iii) la técnica de identificación*, que establece el vínculo entre los dos anteriores. Estos tres pilares, de naturaleza conceptual, experimental y numérica, constituyen un sistema cuyo buen desempeño está supeditado a que exhiba ciertas propiedades. Una de ellas es la *consistencia*: los grados de libertad dinámicos ( $gld$ ) del modelo deben ser iguales a la cantidad de modos de vibración ( $n$ ) con presencia significativa en los registros de respuesta. Esto no es una obviedad y es la fuente de la mayoría de los problemas en los procesos de identificación.

Cuando  $n < gld$  se pone en evidencia que: *a) la excitación es inadecuada* o *b) el intervalo de las mediciones es tardío*, ya que el amortiguamiento eliminó la presencia de uno o más modos de frecuencia elevada. Aquí el proceso numérico estará mal condicionado y lo pondrán de manifiesto los indicadores  $IBCM$ ,  $AMK$  o  $AMC$ . Esto último se comprueba con la Figura 1, donde los modos de frecuencias más altas pierden significado rápidamente al aumentar el amortiguamiento, impactando progresivamente los procesos numéricos y sus resultados.

Cuando  $n > gld$  las causas de los problemas pueden ser varias y estar relacionadas: *a) con la estructura* y su ensayo (excitación, condiciones de apoyo, defectos de montaje, asimetrías, etc.) o *b) con el modelo*, por haberse omitido alguna de sus características esenciales. Esto será revelado por los indicadores  $AMK$  o  $AMC$ , pero no por el indicador  $IBCM$  ya que el proceso numérico no estará aquí mal condicionado. Esto significa que  $IBCM = 0$  representa una condición necesaria pero no suficiente para un buen proceso de identificación.

Para investigar el problema  $n > gld$  se estudió la misma columna empotrada en la base de los casos anteriores [7] que se modeló de dos maneras. Una con 4  $gld$  y la otra con 8  $gld$ , pero en esta última sólo se consideraron los registros de desplazamientos en cuatro puntos, es decir que la respuesta (ahora de 4  $gld$ )

contenía la contribución de  $n = 8$  modos normales de vibración. En ambos casos se utilizaron diferentes cantidades de registros ( $m = 25$  a  $80$ ) en los procesos de identificación. Mientras que en el primer caso se obtuvieron excelentes resultados para todos los valores de  $m$ , mostrados en la Figura 2, en el segundo fue necesario filtrar la presencia de los cuatro modos más altos para obtener valores razonables de la matriz  $K$ . Cabe acotar que el indicador  $IBCM$  mostró en ambos casos a la matriz principal muy bien condicionada.

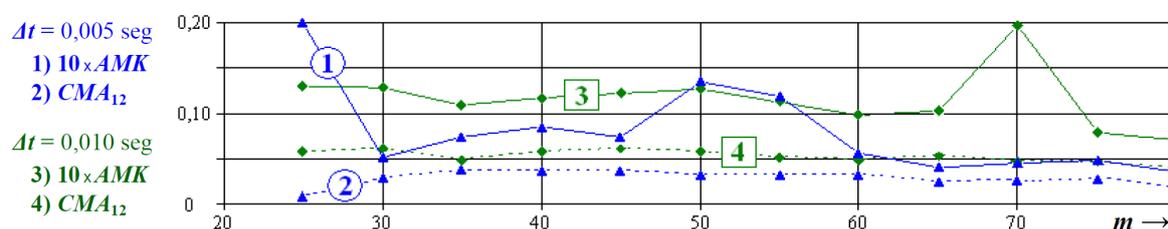


Figura 2: Indicadores  $CMA_{12}$  y  $AMK$  calculados con diferentes cantidades de registros ( $m$ ) y  $\beta = 0$ .

Las curvas 1 y 3 de la Figura 2 muestran los indicadores  $AMK$  de procesos de identificación que utilizaron  $m$  registros separados entre sí por intervalos distintos, mientras que las curvas 2 y 4 representan en las mismas condiciones los indicadores  $CMA_{12}$ . Como se recordará,  $AMK$  corresponde a la máxima asimetría relativa encontrada en  $K$ , mientras que  $CMA_{12}$  representa la asimetría media de la misma matriz.

A partir de esta experiencia, inspirada en problemas encontrados al trabajar con datos provenientes de ensayos, se concluye que es muy importante excitar cuidadosamente la estructura para evitar la presencia de modos de vibración no deseados o inesperados, como así también disponer de buenas técnicas de filtrado ya que muchas veces la presencia de tales modos es inevitable. Debe enfatizarse que, si la condición de excitación es bien elegida, se puede lograr una importante presencia de los modos de interés y la eliminación de los restantes. Por el contrario, en el Caso de Estudio presentado y a efectos de ilustrar el problema, se optó por una excitación desfavorable, que provocó una gran presencia del modo de vibración fundamental, en perjuicio de los demás.

## CONCLUSIONES

Se confirmó que: *i*) hay numerosas opciones para anticipar la calidad de los resultados de los procesos de identificación, prescindiendo de la necesidad de disponer de valores de referencia, *ii*) se trata de procesos complejos, muy sensibles en todas sus fases a detalles aparentemente menores, y *iii*) en el caso de presentarse problemas es difícil identificar las causas y hallar la solución. Habiéndose llegado al punto de disponer de un método de identificación y de variados indicadores de calidad, que aparentan ser confiables, la actividad se concentra ahora en aplicarlos a estructuras simples sometidas a variadas condiciones de apoyo y cargas. A través de estas experiencias se espera poder convertir progresivamente en predecible un proceso que, por el momento, sigue siendo esencialmente empírico. Por otra parte, se ha comenzado a trabajar con datos provenientes de ensayos en reemplazo de los registros de datos generados numéricamente, lo que presenta el desafío de comprobar la idoneidad de las técnicas que se han venido desarrollando.

## REFERENCIAS

- [1] R.J. ALLEMANG, *The modal assurance criterion (MAC): 20 years of use and abuse*, Proceedings of the 20<sup>th</sup> International Modal Analysis Conference, Los Angeles, California, USA (2002), pp 397–405.
- [2] K. ALVIN, A. ROBERSTON, G. REICH AND K. PARK, *Structural system identification: From reality to models*, Computers and Structures, Vol. 81 (2003), pp. 1149-1176.
- [3] J. GIRÓ, J. STUARDI Y A. MATUSEVICH, *Evaluación de un procedimiento para identificar parámetros estructurales de sistemas dinámicos*, Revista de Matemática Aplicada, Computacional e Industrial (MACI), Vol. 3 (2011), pp. 659-662.
- [4] J. GIRÓ, A. MATUSEVICH Y J. STUARDI, *Evaluación de un método para identificar parámetros dinámicos de sistemas mecánicos*, III Congreso de Ingeniería Mecánica, CAIM 2012, Buenos Aires, 2012.
- [5] J. GIRÓ, A. MATUSEVICH Y R. RITTA, *Identificación de parámetros de la dinámica de sistemas estructurales*, Mecánica Computacional, Vol. 31 (2012), pp. 2369-2388.
- [6] J. GIRÓ, A. GIUDICI, J. STUARDI Y J. MASSA, *Evaluaciones de indicadores de calidad en la identificación de parámetros de sistemas dinámicos*, Revista de Matemática Aplicada, Computacional e Industrial (MACI), Vol. 4 (2013), pp. 669-672.
- [7] J. GIRÓ, A. GIUDICI Y J. MASSA, *Límites de aplicación de indicadores de calidad propuestos para la identificación de parámetros de sistemas dinámicos*, IV Congreso de Ingeniería Mecánica, CAIM 2014, Resistencia, Chaco.