

MODELACIÓN NUMÉRICA DE UN CANAL A FONDO FIJO DE FUERTE CURVATURA

Olmos Luis A.⁽¹⁾, Ragessi I. Matías^(2,3), Pozzi Piacenza Cecilia⁽²⁾, Tarrab Leticia^(2,3), García Carlos Marcelo.^(2,3)

(1) IRHi-UNSE – Belgrano (S) N° 1912 - Santiago del Estero.

(2) Centro de Estudios y Tecnología del Agua (CETA), Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales (FCEFyN), UNC – Av. Filloy s/n – Córdoba.

(3) Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET), Argentina.

e-mail: lolmos@unse.edu.ar

RESUMEN

El flujo en canales curvos es generalmente tridimensional (3D). Existen diversos procesos complejos que se desarrollan en el flujo en canales curvos, tales como la sobreelevación de la superficie del agua, las corrientes secundarias, y la separación del flujo en las márgenes, los cuales producen fuertes gradientes de presiones y una redistribución de las velocidades modificando la topografía del lecho. Si bien la separación del flujo en una curva es un fenómeno ya estudiado y analizado, aún hay escasez de conocimientos sobre su evolución temporal y las condiciones en las cuales el flujo se separa y sobre los parámetros que influyen en su desarrollo. Una de las alternativas para abordar la caracterización del flujo turbulento es la simulación numérica en dos y tres dimensiones. Una herramienta disponible para realizar estas simulaciones es el paquete libre y abierto OpenFoam (OpenCFD, 2014) que presenta una gran variedad de esquemas de discretización y algoritmos para solucionar problemas de la Mecánica de los Fluidos Computacional (CFD). El objetivo del presente trabajo es realizar una modelación numérica tridimensional de un canal a fondo fijo de fuerte curvatura con OpenFoam para caracterizar los principales procesos físicos presentes en un flujo a superficie libre en curvas. Mediciones experimentales se contrastan con los resultados numéricos para validar la modelación.

ABSTRACT

The flow in open channel bends is typically three-dimensional (3D). There are many complex physical processes occurring in a channel bend flow such as water surface superelevation, secondary currents, and flow separation near the banks, which produce strong pressure gradients and velocities redistribution modifying bed topography. While the flow separation in a curve is a phenomenon already studied and analyzed, there is still lack of knowledge about the its temporal evolution, and the conditions in which the flow separates and on the parameters that influence its development. One of the alternatives to characterize the turbulent flow is the hydrodynamic numerical simulation in two and three dimensions. A tool available for this simulation is a free, open source OpenFoam package (OpenCFD, 2014). OpenFoam presents a variety of discretization schemes and algorithms for solving problems of Computational Fluid Mechanics (CFD). The aim of this work is to perform a three-dimensional numerical simulation of a fixed bed open channel bend of strong curvature using OpenFoam. Experimental measurements are compared with numerical results to validate the numerical simulation.

Introducción y Objetivo

El flujo en canales curvos es típicamente tridimensional, compuesto por una velocidad primaria y dos secundarias que cuando se combinan definen un vector de velocidad resultante 3D en cualquier punto de la sección transversal. Existen diversos procesos complejos que se desarrollan en los canales curvos, tales como la sobreelevación de la superficie del agua, las corrientes secundarias, y la separación del flujo en las márgenes, los cuales producen fuertes gradientes de presiones y una redistribución de las velocidades modificando la topografía del lecho. En el caso de canales curvos rectangulares o trapezoidales a fondo fijo, las velocidades máximas se encuentran en la zona cercana a la margen interna de la curva y son desplazadas hacia la margen externa a la de salida de la curva (Rozovskii, 1961).

La comprensión del proceso físico por el cual ocurre una redistribución de las velocidades longitudinales (y por lo tanto de los esfuerzos de corte) es fundamental a los fines de mejorar el diseño de las estructuras de control de erosión en curvas de ríos y canales. En los últimos años se ha considerado al flujo helicoidal como el único responsable del movimiento del filamento de velocidades máximas desde la margen interna hacia la margen externa como así también de la modificación del perfil transversal del lecho en los ríos meandriiformes (Ippen y Drinker, 1962; Blanckaert y Graf, 2004), sin embargo algunos investigadores sugieren que la disminución de las velocidades en la margen interna a la salida de la curva y la aceleración de las mismas en la zona cercana a la margen externa es producida por la separación del flujo. En curvas abruptas ($R/B < 3$) el flujo suele separarse en la margen interna formando una zona de recirculación con un flujo débil hacia aguas arriba (Leeder y Bridges, 1975).

Si bien la separación del flujo en una curva es un fenómeno ya estudiado y analizado, aún hay escasez de conocimientos sobre las condiciones en las cuales el flujo se separa y sobre los parámetros que influyen en su desarrollo (Kleinhans et al., 2010).

Una de las alternativas para abordar la caracterización del flujo turbulento es la simulación numérica en dos y tres dimensiones. Una herramienta disponible es el paquete libre y abierto OpenFoam (OpenCFD, 2014) que presenta una gran variedad de esquemas de discretización y solución de problemas relacionados con la Mecánica de los Fluidos Computacional (CFD).

El objetivo del presente trabajo es realizar una modelación numérica tridimensional de un canal a fondo fijo de fuerte curvatura en el cual se realizaron mediciones experimentales, las cuales serán de utilidad para la validación del modelo implementado. Inicialmente se presentan en este trabajo las mediciones realizadas en el canal experimental. Posteriormente, se realiza una descripción del modelo numérico, detallando el esquema y los modelos de cierre para la turbulencia utilizados. Se describe la malla de volúmenes finitos, las condiciones iniciales y de borde del modelo. Luego se presentan los resultados de la caracterización experimental y numérica, comparando parámetros característicos del flujo: velocidades medias, vorticidad, velocidad de corrientes secundarias, etc. Por último, en base a los resultados se enumeran las principales conclusiones del trabajo y propuestas de trabajo a futuro.

Mediciones Disponibles del Caso de Estudio

El sistema modelado numéricamente corresponde a un tramo de canal curvo con fondo fijo (Figura 1) en el cual se realizaron mediciones experimentales para diferentes condiciones de flujo (Tarrab, 2008). Este canal fue construido en el cuenco de aguas poco profundas del Instituto de Hidromecánica (IfH) de la Universidad de Karlsruhe (Alemania). Esta instalación de 80 m^2 (ancho de 5.48 m y largo de 13.25 m) permite realizar experimentos a grandes

escalas en el laboratorio de manera eficiente y precisa (Figura 2).

El canal donde se realizaron los experimentos consta de dos curvas las cuales se encuentran empalmadas a través de un tramo recto de 0,70 m y tiene un ancho B de 1 m. La condición hidráulica del experimento seleccionado corresponde a un caudal de 4.4l/s, la altura del nivel de agua H fue de 0,034m, la velocidad de 0,13m/s, $B/H= 29$, $Re=4352$ y $Fr=0.2$.

Las mediciones disponibles corresponden al primer tramo curvo (Figura 1), de radio central $R=1,1$. La relación R/B es de 1,1 con lo cual se considera que el canal es de fuerte curvatura.

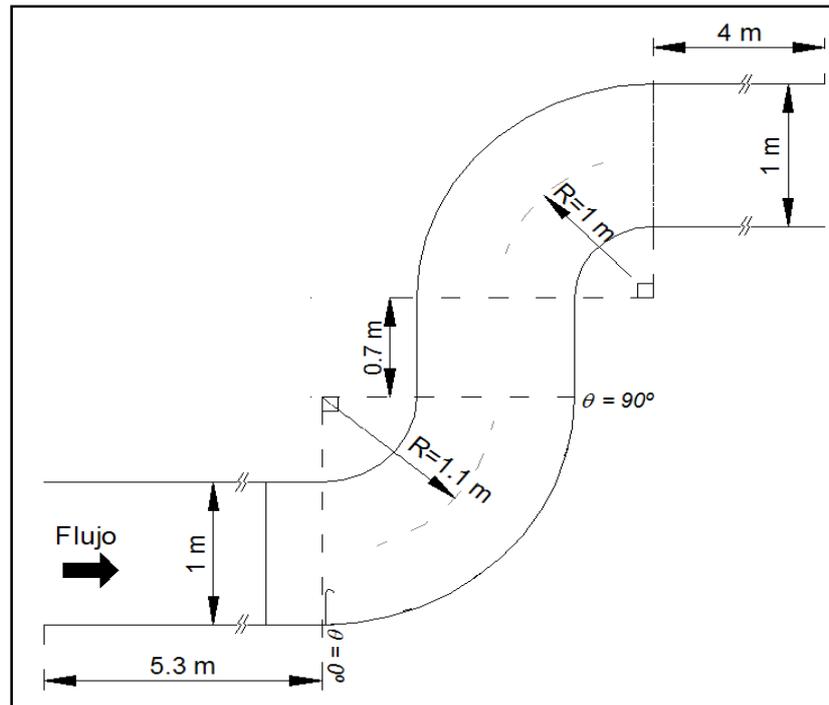


Figura 1.- Vista en planta de la geometría del canal.



Figura 2.- Canal de ensayo del Instituto de Hidromecánica de la Universidad de Karlsruhe.

Las mediciones de velocidades superficiales del flujo se realizaron mediante la técnica PTV (Particle Tracking Velocimeter). Los resultados del promedio temporal de las velocidades superficiales, vorticidad y velocidades transversales se muestran en las figuras ubicadas en la sección Resultados de este trabajo.

Modelo Numérico del Canal Curvo

Una mejor comprensión de las condiciones en las cuales el flujo se separa y sobre los parámetros que la influyen, motiva el estudio de modelos de turbulencia en canales curvos factibles de ser aplicados y validados para representar con suficiente aproximación estos fenómenos propios del flujo turbulento.

Las ecuaciones de Navies-Stokes promediadas según Reynolds (RANS) permiten realizar una primera aproximación del comportamiento del flujo en curvas. En particular en este estudio se utilizó un modelo numérico basado en las ecuaciones RANS. El código computacional utilizado para resolver numéricamente las ecuaciones RANS pertenece al paquete libre y abierto OpenFOAM® (Open Field Operación y Manipulación, OpenCFD Ltd. 2005) (OpenCFD. [Http://www.opencfd.co.uk/openfoam/](http://www.opencfd.co.uk/openfoam/)).

Se utilizó el solver Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations (Patankar, 1980) (simpleFoam en OpenFOAM®), que permite acoplar las ecuaciones de Navier-Stokes mediante un procedimiento iterativo, para una malla de volúmenes finitos. Éste se aplica para flujo estacionario, de una sola fase, para densidad y viscosidad constantes (Versteeg y Malalasekera, 2007).

Se utilizaron dos modelos de cierre para la turbulencia: 1) El modelo de dos ecuaciones $k - \epsilon$ estándar (Launder y Sharma,1974); y 2) El modelo k -omega SST cuya formulación permite utilizarlo directamente hasta la zona de la pared sin ningún tipo de funciones de amortiguamiento. La formulación SST cambia a un comportamiento k -e en las zonas centrales del canal. El modelo implementado en openFoam2.3.1®, es el descrito por Menter y Esch (2001), con la actualizaciones de los coeficientes realizadas por Menter et al, (2003), y el termino adicional F3 para la rugosidad en las paredes (Hellsten, 1998). En este estudio el término opcional F3, se consideró nulo.

Generación de la malla de volúmenes finitos, condiciones iniciales y de borde

La implementación del modelo numérico fue del tipo tridimensional para simular las condiciones del flujo en la zona de estudio y detectar zonas de conflicto como zonas de recirculación, y su interacción con la zona de flujo efectivo.

La discretización espacial del dominio se realizó mediante un mallado estructurado. Se realizó un análisis de convergencia de malla para definir su resolución óptima. Se evaluó el cambio de la velocidad longitudinal sobre una línea transversal de referencia antes del ingreso a la curva 1, para mallas con volúmenes de 5 cm, 2,5 cm y 1,25 cm de lado. La similitud del comportamiento del perfil transversal de velocidad (Figura 3) para las mallas con volúmenes de 2,5 cm y 1,25 cm indica que ya no es necesario continuar refinando la malla.

Sin embargo, esta resolución espacial no es suficiente para representar el fenómeno de separación y débil recirculación del flujo aguas abajo de la primera curva. Por esta razón, se refinó hasta obtener volúmenes de 0,31 cm de lado, y en la zona cercana a la pared se continuo refinando hasta alcanzar un valor mínimo de y^+ cercano a 0,02 y máximo de 4. Finalmente, la malla tiene volúmenes de 3,1 mm de lado, y cerca de las paredes y fondo el tamaño aumenta gradualmente desde 0,4 mm, pasando por 0,75 mm y 1,5 mm, hasta llegar a los 3,1 mm. Esto permitió resolver el flujo cercano a las paredes y captar la separación y recirculación del flujo.

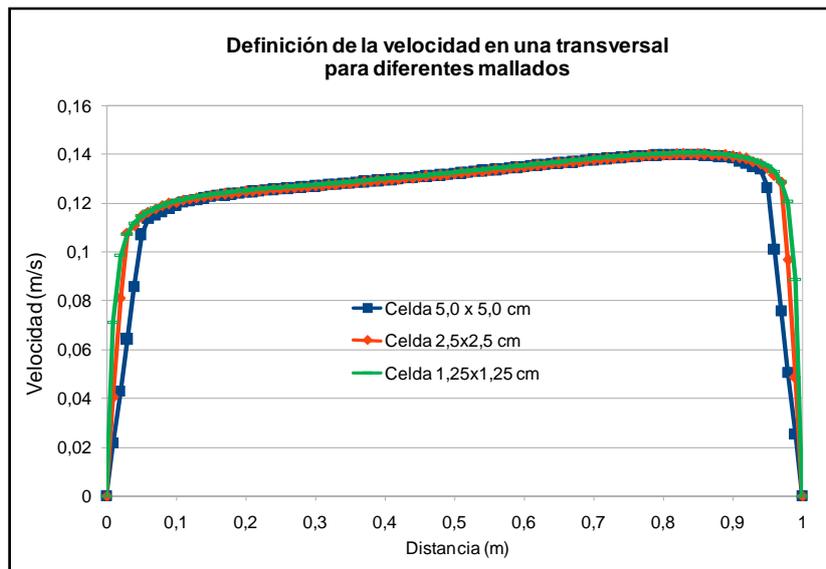


Figura 3.- Comportamiento de las velocidades en una sección en función del tamaño de malla.

El esquema de simulación numérica empleado para resolver el sistema de siete ecuaciones y siete incógnitas que describen el flujo turbulento requiere establecer condiciones iniciales y de borde para las variables fundamentales: presión (p), velocidad media (U en sus tres componentes), energía cinética turbulenta (k), tasa de disipación de la energía cinética turbulenta (ϵ) y viscosidad turbulenta (ν_T), y la disipación específica (ω). En la Tabla 1 se presentan las condiciones de borde e iniciales para las variables de los dos modelos adoptados.

Tabla 1.- Condiciones de borde e iniciales.

	U (m/s)	P (m^2/s^2)	$\mu_t(m^2/s^2)$	K (m^2/s^2)	ω (1/s)	ϵ (m^2/s^3)
inlet	fixedValue (0,13 0 0)	zeroGradient	fixedValue 0	fixedValue 0,00631	fixedValue 1,347	fixedValue 0,0108101
outlet	zeroGradient	fixedValue 0,333	zeroGradient	zeroGradient	zeroGradient	zeroGradient
walls	fixedValue (0 0 0)	zeroGradient	nutUSpaldingWallFunction 0	fixedValue 1×10^{-10}	fixedValue 1×10^{-10}	fixedValue 1×10^{-10}
bottom	fixedValue (0 0 0)	zeroGradient	nutUSpaldingWallFunction 0	fixedValue 1×10^{-10}	fixedValue 1×10^{-10}	fixedValue 1×10^{-10}
top	slip	zeroGradient	calculated 0	zeroGradient	zeroGradient	zeroGradient
C. Inicial internalField	uniform (0 0 0)	uniform 0	uniform 0	uniform 0,00325	uniform 0,5	uniform 0,5

Cabe destacar que en el modelo se impuso una superficie rígida sin esfuerzos de corte para que no afecte al flujo interno (la condición slip en inglés). De esta manera es posible simplificar el esquema de modelación de dos fases (agua-aire) para simular la superficie libre a otro a simple fase (agua). Esta simplificación permite reducir el esfuerzo computacional necesario y trabajar con un esquema de modelación menos complejo respecto a las condiciones de borde, parámetros físicos y ecuaciones a resolver.

Se estableció como criterio de convergencia para la solución estacionaria (algoritmo simpleFoam), que los residuales sean menores a 1×10^{-3} para U, k, ϵ y ω , y menores a 1×10^{-3} para p. La simulación logró la solución estacionaria luego de 157.000 seg, lo que es aproximadamente 43,6 hs.

Resultados

A continuación se presentan los resultados obtenidos de la caracterización experimental y la simulación numérica tridimensional del flujo. Sobre la primera curva del canal, se evaluó la distribución espacial de la velocidad media del flujo en la superficie, y en secciones transversales a lo largo de la curva, para detectar la zona de separación y recirculación, y el comportamiento del flujo helicoidal. En base al análisis se valida el resultado de las simulaciones con los modelos de cierre $k-\varepsilon$ y $k-\omega$ SST.

Las Figuras 4 y 5, presentan la magnitud y dirección de la velocidad superficial y los valores de vorticidad a lo largo de la primera curva, obtenidos con la técnica PTV. En la Figura 4 se observa que la velocidad máxima es del orden de los 20 cm/s. Además, sobre la margen interna de la curva existe una separación del flujo y una caída abrupta de la de la velocidad (valores del orden de 4 cm/s) que origina una recirculación. Sobre esta misma zona de separación y recirculación existe una vorticidad en sentido antihorario (valor negativo) de 0,8 Hz (ver Figura 5). En la margen externa de la curva se observan zonas cercanas a la pared con vorticidad en sentido horario de 1 Hz (ver Figura 5).

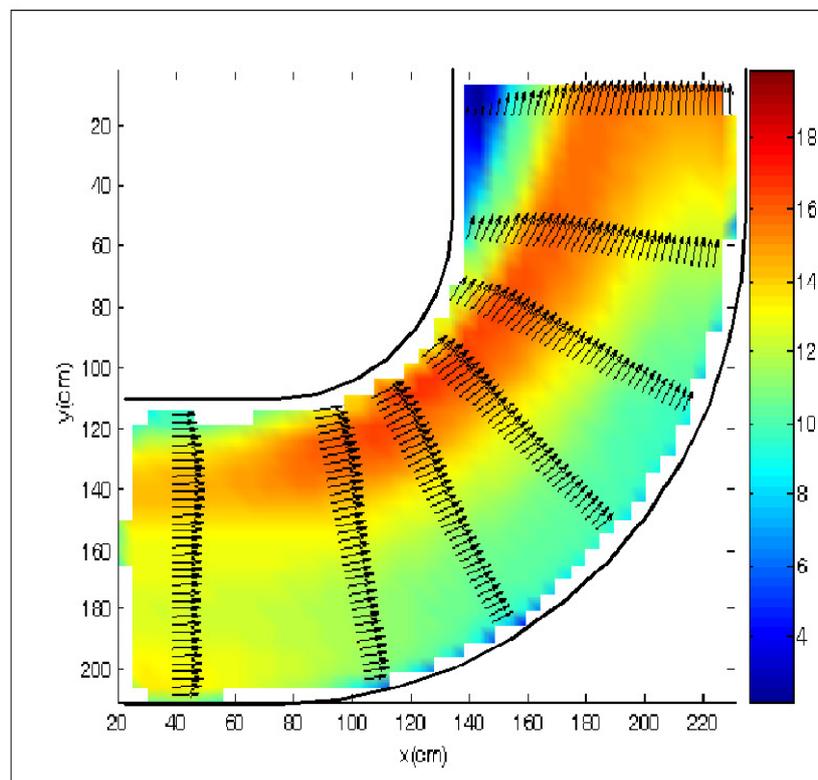


Figura 4.- Mapa de contorno de las velocidades superficiales (cm/s) y vectores de dirección de velocidad.

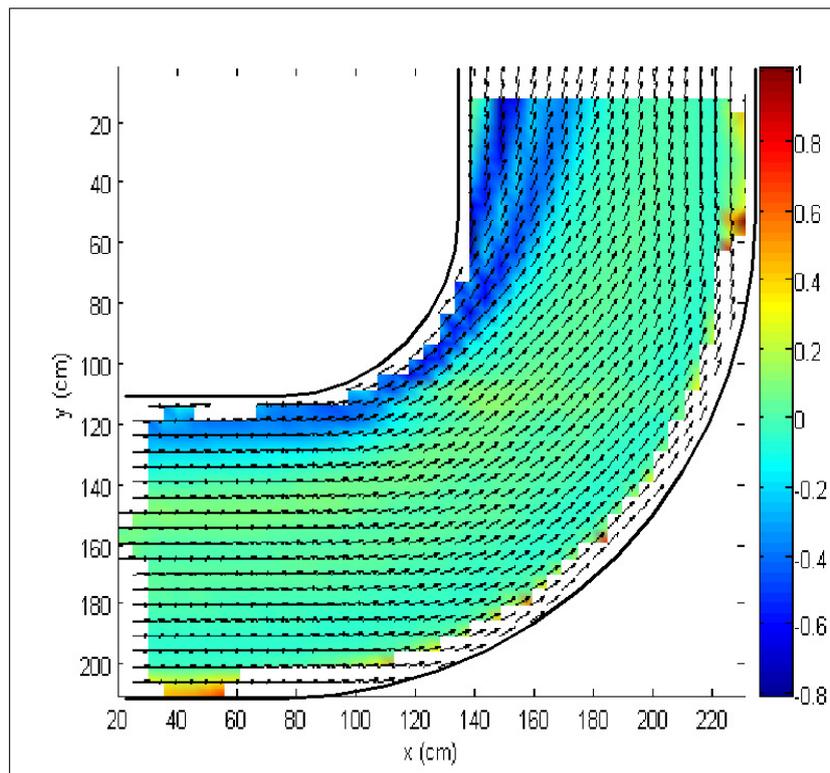


Figura 5.- Mapa de contorno de la vorticidad (Hz) y vectores de velocidad superficial. Vorticidad positiva (+) en sentido horario, y vorticidad negativa (-) en sentido anti-horario.

Los resultados experimentales hasta aquí presentados permiten evaluar el desempeño de los modelos numéricos utilizados. En primer lugar, las Figura 6a y 6b muestran el campo de flujo superficial para las simulaciones con los modelos de cierre $k-\omega$ SST y $k-\epsilon$, respectivamente. Se observa que los modelos numéricos presentan una buena aproximación cualitativa del campo de flujo superficial, representando correctamente la zona de mayor velocidad, y las zonas de separación y recirculación (zona de color azul en Figuras 4, 6a y 6b). Un análisis cuantitativo de los resultados, indican que la simulación con el modelo $k-\omega$ SST presenta velocidades máximas cercanas a los 22 cm/s semejantes a los 20 cm/s medidos experimentalmente con la técnica PTV (ver Figura 4). Mientras los resultados del modelo $k-\epsilon$, indican velocidades máximas cercanas a los 25 cm/s.

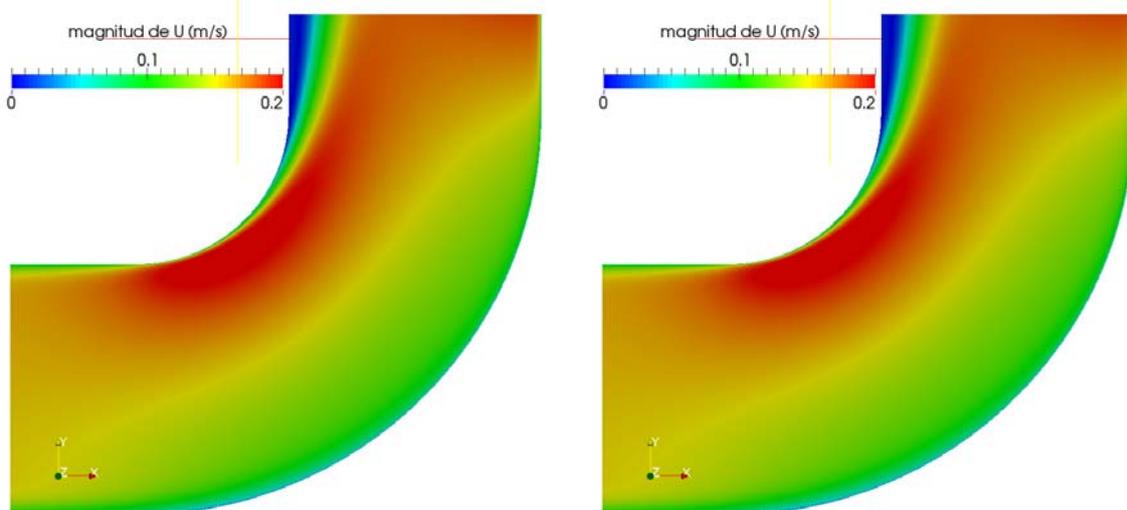


Figura 6.- a) Velocidad superficial en m/s. Modelo $k-\omega$ SST; b) Velocidad superficial en m/s. Modelo $k-\epsilon$.

En segundo lugar, las Figuras 7a y 7b muestran el campo de vorticidad resultante para los modelos $k-\omega$ SST y $k-\epsilon$, respectivamente. El comportamiento del flujo es similar al observado en el canal experimental (ver Figura 5), con rotaciones en sentido anti-horario en la margen interna de la curva (color azul en Figuras 7a y 7b) y rotaciones en sentido horario en la margen externa de la curva (color rojo en Figuras 7a y 7b). Cabe aclarar que la convención de signos que tiene por defecto openFoam® es contraria a la adoptada en los resultados experimentales. Además, se observa que los valores máximos y mínimos se encuentran en el mismo orden que los resultados experimentales -0.8 Hz (color azul) y 1 Hz (color rojo) de figura 5.

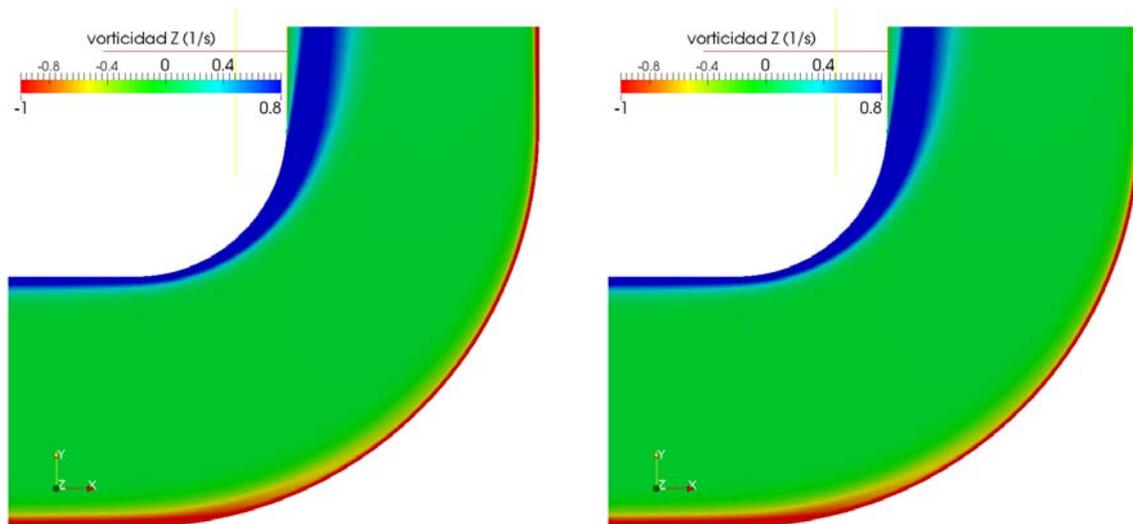


Figura 7.- a) vorticidad en Z para el modelo $k-\omega$ SST; **b)** vorticidad en Z para el modelo $k-\epsilon$.

Por otro lado, el comportamiento de las líneas de flujo permite identificar una recirculación de baja magnitud en la zona interna de la curva (ver Figuras 8a y 8b). Cabe aclarar, que los resultados de la simulación con el modelo $k-\omega$ SST indican que la zona de baja recirculación se extiende hasta la zona de ingreso a la segunda curva; fenómeno que el modelo $k-\epsilon$ no puede captar a pesar de la alta resolución de la malla.

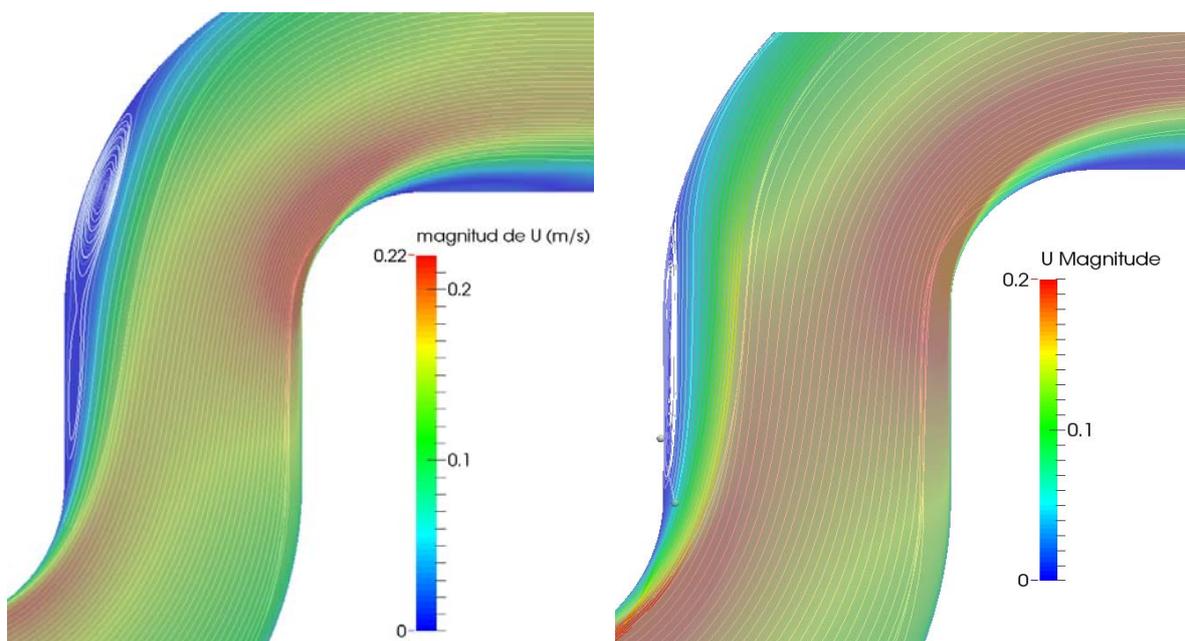


Figura 8.- Líneas de flujo en para un plano ubicado a la mitad del para el modelo $k-\omega$ (a) y el modelo $k-\epsilon$ (b).

Por último, se presentan para 5 secciones transversales ubicadas a lo largo de la curva el comportamiento de las velocidades transversales. La Figura 9 muestra el campo de la velocidad transversal a nivel superficial, que se obtuvo a partir de mediciones con la técnica PTV. Además, la figura indica la ubicación de las cinco secciones en las cuales se comparan resultados experimentales y numéricos.

La Figura 10, muestran para las cinco secciones el valor y sentido de la velocidad transversal para las simulaciones con los modelos de cierre $k-\omega$ SST y $k-\varepsilon$, respectivamente. Ambos modelos muestran una buena aproximación cualitativa del fenómeno de las corrientes secundarias, en la que se desarrollan las velocidades centrípetas y centrifugas a medida que el flujo avanza en la curva.

Un análisis cuantitativo en cada sección permite evaluar mejor el desempeño de los modelos. En la sección S1, ambos modelos sobrestiman la magnitud de velocidad centrípeta en relación a los datos experimentales. En esta sección los modelos reportan una velocidad máxima del orden de 2,6 cm/s mientras que en el canal experimental se observaron velocidades máximas de 1 cm/s.

En la sección S2, el modelo $k-\omega$ SST muestra un incipiente desarrollo de la componente centrífuga de la velocidad en la superficie, y el modelo $k-\varepsilon$ indica ya valores del orden de 1 cm/s. Mientras que en el canal experimental se observan pequeños valores de velocidad centrípeta. Luego, ambos modelos numéricos reportan que las corrientes secundarias se encuentran completamente desarrolladas en la sección S3. La velocidad superficial alcanza valores de 3 y 4 cm/s. En el canal experimental la velocidad superficial muestra valores de 2 cm/s.

En la sección S4, en ambos modelos numéricos se observa un mayor desarrollo de la componente centrífuga de la velocidad a nivel superficial. El modelo $k-\omega$ SST reporta valores del orden de 5,5cm/s y el modelo $k-\varepsilon$ indica valores mayores del orden de 7 cm/s. En el canal experimental, la velocidad muestra valores del orden de 4 cm/s a 5 cm/s.

En la sección S5, se desarrolla completamente el flujo hacia la margen externa de la curva. El modelo $k-\omega$ SST reporta valores del orden de 6cm/s y el modelo $k-\varepsilon$ indica valores mayores del orden de 7 cm/s. Este mismo comportamiento se observa en el canal experimental, con valores máximos de velocidad de 6 cm/s.

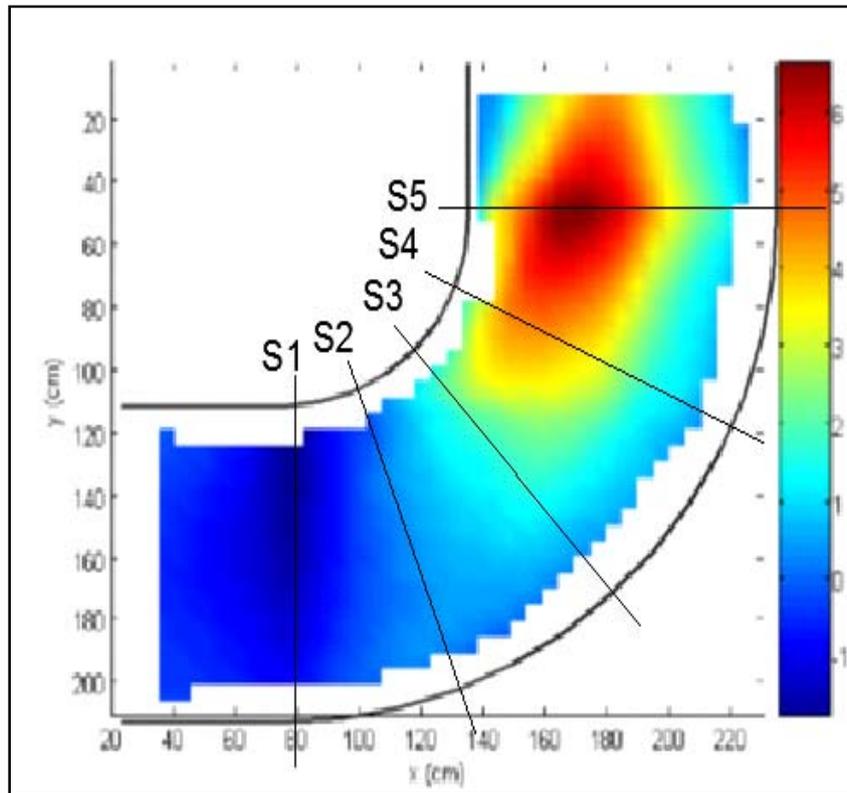


Figura 9.- Velocidad transversal superficial (cm/s). Los valores positivos (+) indican velocidades centrifugas, y los valores negativos (-) indican velocidades centripeta. S1 a S5 indican la ubicación de las secciones transversales.

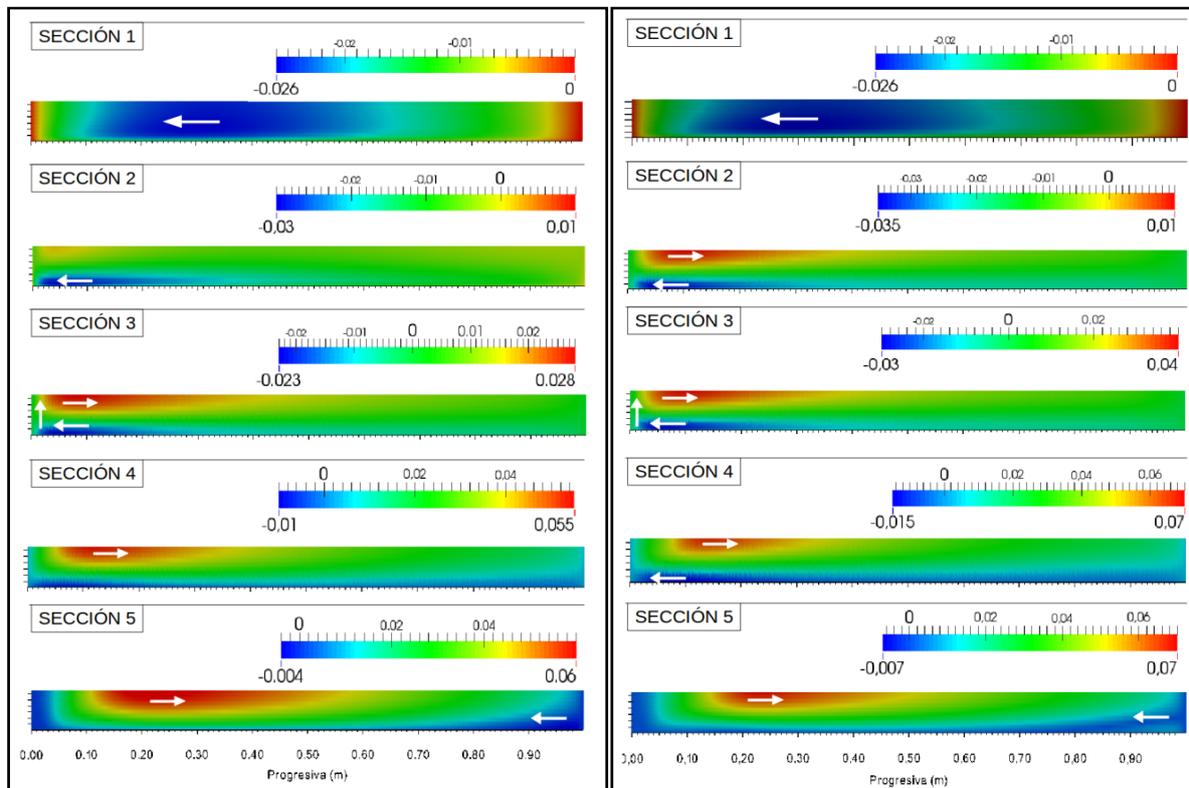


Figura 10.- Velocidad transversal (m/s) en diferentes secciones de la curva 1 para los modelos $k-\omega$ SST (izquierda) y $k-\epsilon$ (derecha). Las flechas indican el sentido transversal del flujo. Los valores positivos (+) indican velocidades centrifugas, los valores negativos (-) velocidades centripetas.

Los resultados indican que ambos modelos muestran un comportamiento similar con algunas singularidades a destacar. Ambos modelos sobrestiman los valores de la velocidad transversal

al ingreso a la curva 1 (sección S1). Luego, en la sección S2 el modelo $k-\omega$ SST indica un incipiente desarrollo de la corriente secundaria al igual que en el canal experimental, mientras que el modelo $k-\varepsilon$ en esta sección sobrestima el desarrollo de la velocidad transversal superficial. En la sección S3 ambos modelos reportan el desarrollo de las corrientes secundarias con valores máximos ligeramente mayores a los observados en el canal experimental. En las secciones S4 y S5, los modelos numéricos muestran un comportamiento cualitativamente similar, pero el modelo $k-\omega$ SST presenta valores máximos de velocidad más cercanos a los valores observados en el canal experimental.

A pesar de que los modelos muestran un buen desempeño y son válidos para detectar zonas de separación, recirculación del flujo y corrientes secundarias, las diferencias observadas en el comportamiento del flujo en el canal experimental puede deberse a la simplificación de utilizar un modelo de una sola fase (agua) con una tapa rígida en la superficie. Cabe aclarar, que los gradientes de presión sobre la tapa rígida son equivalentes a una columna de agua de 2 mm, y esto es menor al 6% del tirante de agua (3,4 cm). Aunque esta variación de la presión sobre la tapa rígida es mínima, se plantea como trabajo futuro abordar un esquema de modelación de dos fases (agua-aire) simulando la superficie libre a los fines de evaluar una mejor aproximación del fenómeno de las corrientes secundarias.

Conclusiones

Los resultados obtenidos de la simulación numérica tridimensional implementada permiten hacer una serie de consideraciones y conclusiones que se enuncian a continuación:

El esquema de simulación adoptado y ambos modelos de cierre para la turbulencia presentan una buena aproximación cualitativa del campo de flujo superficial, representando correctamente la zona de mayor velocidad, y las zonas de separación y recirculación del flujo. El modelo $k-\varepsilon$ sobreestima en general los valores máximos de velocidad superficial, mientras que el modelo $k-\omega$ SST se aproxima mejor a los valores máximos observados en el canal experimental.

El comportamiento del flujo como resultado de las simulaciones numéricas es similar al observado en el canal experimental, con rotaciones en sentido anti-horario en la margen interna de la curva y rotaciones en sentido horario en la margen externa de la curva. Además, se observa que los valores máximos y mínimos se encuentran en el mismo orden de que los resultados experimentales.

El comportamiento de las líneas de flujo permite identificar una recirculación de baja magnitud en la zona interna de la curva. Los resultados de la simulación con el modelo $k-\omega$ SST indican que la zona de baja recirculación se extiende hasta la zona de ingreso a la segunda curva, fenómeno que el modelo $k-\varepsilon$ no permite captar a pesar de la alta resolución de la malla.

El análisis de los resultados de la cinco secciones transversales a los largo de la primera curva, indica que ambos modelos sobrestiman los valores de la velocidad transversal al ingreso a la curva 1 (sección S1). Luego, en la sección S2 el modelo $k-\omega$ SST indica un incipiente desarrollo de la corriente secundaria al igual que en el canal experimental, mientras que el modelo $k-\varepsilon$ en esta sección sobrestima el desarrollo de la velocidad transversal superficial. En la sección S3 ambos modelos reportan el desarrollo de las corrientes secundarias con valores máximos ligeramente mayores a los observados en el canal experimental. En las secciones S4 y S5, los modelos numéricos muestran un comportamiento

cuantitativamente similar, pero el modelo $k-\omega$ SST indica valores máximos de velocidad más cercanos a los valores observados en el canal experimental.

Por último, los modelos muestran un buen desempeño y son válidos para detectar zonas de separación, recirculación del flujo y corrientes secundarias. Las diferencias observadas en el comportamiento del flujo en el canal experimental pueden deberse a la simplificación de utilizar un modelo de una sola fase (agua) con una tapa rígida en la superficie. Aunque esta variación de la presión sobre la tapa rígida es mínima, se plantea como trabajo futuro abordar un esquema de modelación de dos fases (agua-aire) simulando la superficie libre para evaluar si aproxima mejor el fenómeno de las corrientes secundarias.

Referencias Bibliográficas

Berselli, L. C.; Ilescu, T y Layton, J. W. (2006). *Mathematics of large eddy simulation of turbulent flows*. Springer, Germany.

Blanckaert, K., Graf, W. H. (2004). "Momentum transport in sharp open-channel bends." *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 130(3), pp. 186-198.

Ippen, A.T, Drinker, P.A. (1962). "Boundary shear stresses in curved trapezoidal channels". *Journal of the Hydraulics Division*, 88(HY5), pp. 143–179.

Hellsten, A. (1998). "Some Improvements in Menter's k - ω -SST turbulence model". 29th AIAA Fluid Dynamics Conference, AIAA-98-2554, June 1998.

Kleinhans, M. G., Blanckaert, K., McLelland, S. J., Uijtewaal, W. S. J., Murphy, B. J., van de Kruijs, A. & Parsons, D. R. (2010). *Flow Separation in sharp meander bends*. Proceedings of the HYDRALAB III Joint User Meeting, Hannover, February 2010.

Lauder, B. E., and Sharma, B. I. (1974). "Application of The Energy Dissipation Model of Turbulence To the Calculation of Flow Near a Spinning Disc". *Letters in Heat and Mass Transfer*, V.1, N°2..p.131

Leeder, M. R., Bridges, P. H. (1975). "Flow separation in meander bends". *Nature*, Vol. 253, pp. 338-339.

Menter, F. R. (1994), "Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications", *AIAA Journal*, vol. 32, no 8. pp. 1598-1605.

Menter, F.; Esch, T. (2001). "Elements of Industrial Heat Transfer Prediction", 16th Brazilian Congress of Mechanical Engineering (COBEM).

Menter, F. R.; Kuntz, M.; and Langtry, R. (2003). "Ten Years of Industrial Experience with the SST Turbulence Model", *Turbulence, Heat and Mass Transfer* 4, 2003, pp. 625 - 632.

Open Foam CFD (2014). "User Guide" Copyright 2011-2014 Open FOAM Foundation. 28/9/2014.

Patankar, S. V. (1980). "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow". Taylor & Francis. ISBN 978-0-89116-522-4.

Pope S. (2000). “Turbulent Flows”. Cambridge University Press.

Rozovskii, I. L. (1961). Flow of Water in Bends of Open Channels. Ac. Sc. Ukr. SSR, Isr. Progr. Sc. Transl., Jerusalem.

Tarrab, L. (2008). “Corrientes Secundarias en Cauces Naturales Inducidas por Curvatura”. Tesis de Maestría. Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Universidad Nacional de Córdoba.

Versteeg, H. K.; Malalasekera, W. (2007). An Introduction to Computational Fluid Dynamics. The Finite Volume Method. Segunda edición. Editorial Pearson Education Limited. Harlow. Inglaterra.