

# TEXTURAS EN IMÁGENES BINARIAS: DESCRIPTORES Y DISTANCIAS

Valeria S. Rulloni<sup>†</sup>

<sup>†</sup>Laboratorio de Procesamiento de Señales, FCEFYN - UNC [vrulloni@gmail.com](mailto:vrulloni@gmail.com)

**Resumen:** Una imagen (discreta) se puede definir como la representación de información organizada espacialmente en una grilla. De esta forma, el concepto de imagen se muestra equivalente al de datos bidimensionales. Una imagen binaria puede representar la ausencia y presencia local de alguna característica de interés. Se entiende por textura de una imagen al orden y disposición espacial de sus datos. Un modelo probabilístico adecuado que describe una amplia variedad de texturas en imágenes binarias, es el modelo auto-logístico de segundo orden. Las describe a través de un vector de parámetros  $\beta$ . Bajo este modelo e inspirado en el método del histograma, se definen dos descriptores de textura comparables entre sí:  $tx$  (función de  $\beta$ ) y  $prop$  (función de una imagen). También se definen distancias, entre vectores de parámetros y entre imágenes (según la textura). Algunas propiedades y aplicaciones de los descriptores y distancias propuestos están descriptas en el presente trabajo.

**Palabras clave:** *imagen binaria, textura, modelo auto-logístico, distancia, descriptor*

2000 AMS Subject Classification: 60J99 - 62P99

## 1. INTRODUCCIÓN Y HERRAMIENTAS

Los datos en una imagen digital están ordenados espacialmente, en general según la ubicación de procedencia. Estos datos pueden provenir de la digitalización de algún proceso óptico o físico, o bien de la recolección de información espacial. En una imagen binaria cada dato tiene sólo dos valores posibles, la codificación utilizada en el presente trabajo es 0 y 1. Desde el punto de vista formal, una imagen es un arreglo o matriz:

$$x = \{x_s\}_{s \in S} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline & & & & \\ \hline & \ddots & & & \\ \hline & & x_{00} & x_{01} & \\ \hline & & x_{10} & x_{11} & \\ \hline & & & & \ddots \\ \hline & & & & \\ \hline \end{array}, \text{ con soporte } S \subset \mathbb{Z}^2. \text{ Imagen binaria: } x_s \in \{0, 1\}.$$

Se considera la dependencia espacial de cada pixel  $x_s$ , circunscripta al entorno:

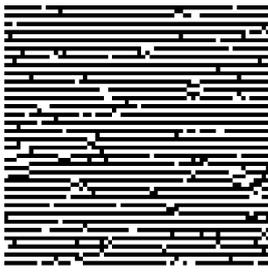
$$x_{\partial s} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline x_{s-v_3} & x_{s-v_1} & x_{s+v_4} \\ \hline x_{s-v_2} & & x_{s+v_2} \\ \hline x_{s-v_4} & x_{s+v_1} & x_{s+v_3} \\ \hline \end{array}, \text{ 8 vecinos de } x_s, \text{ donde } s \in S, v_1 = (0, 1), v_2 = (1, 0), v_3 = (1, 1) \text{ y } v_4 = (-1, 1).$$

Asumiremos que  $x$  es una realización de un proceso subyacente  $X = \{X_s\}_{s \in S}$  que sigue un modelo auto-logístico, es decir que la probabilidad condicional cumple:

$$P(X_s = 1|x) = \frac{e^{-1(\beta_0 + \sum_{i=1}^4 \beta_i(x_{s+v_i} + x_{s-v_i}))}}{e^{-1(\beta_0 + \sum_{i=1}^4 \beta_i(x_{s+v_i} + x_{s-v_i}))} + 1},$$

donde  $\beta = (\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4)$  es el vector de parámetros y  $P(X_s = 0|x) = 1 - P(X_s = 1|x)$

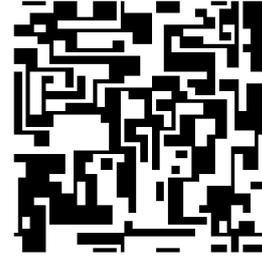
$P(X_s = 1|x)$  depende de  $x_{\partial s}$  y  $\beta$ . El parámetro  $\beta_0$ , llamado campo externo, influye independientemente del vecindario,  $\beta_1$  pesa el aporte de los vecinos verticales,  $\beta_2$  los horizontales,  $\beta_3$  y  $\beta_4$  los diagonales. La movilidad del vector de parámetros  $\beta$  permite modelar diferentes texturas, la imágenes de la Figura 1 evidencian la fuerte relación entre texturas y parámetros.



(a)  $\beta = (0, 0, 0, 2, -2)$



(b)  $\beta = (0, 0, 0, 2, -2)$



(c)  $\beta = (20, -20, -20, 10, 10)$

Figura 1: Imágenes de  $64 \times 64$  bajo un modelo auto-logístico.

## 2. TEXTURA Y DEFINICIONES

El rango de texturas modeladas no es completo pero se ganan los beneficios del modelado teórico. Sobre este tema, en la bibliografía, se apela en general a la noción intuitiva que se tiene del concepto «textura». Buscamos proveer una definición formal que capture esta intuición, es decir que sea capaz de identificar y discriminar texturas. Existe bibliografía que intenta formalizar este concepto, según el tipo de imagen a ser considerada y la técnica utilizada en el análisis. Se lograron descriptores de textura como la entropía, contraste, energía, homogeneidad, correlación, patrones locales binarios (LBP), etc. (ver por ejemplo [6], [5], [1]). Pero la mayoría de ellos se refieren a texturas de imágenes a niveles de gris o RGB, no a imágenes binarias. Apelando a la noción intuitiva antes mencionada, una imagen estaría caracterizada según la disposición relativa de los valores de sus píxeles. A modo de ejemplo en imágenes binarias, la «textura tablero de ajedrez» se caracteriza por la siguiente disposición relativa: los vecinos horizontales o verticales poseen valores diferentes, no así los diagonales, que poseen el mismo valor.

Dada una imagen binaria, se desconoce en principio el proceso subyacente, y es a través de la disposición relativa de sus valores que se identifica su textura o procedencia. Una forma de resumir esta información es construyendo un histograma (de segundo orden) que refleje el conteo de las configuraciones locales presentes. Este histograma aparece implícito en [4] dando origen al método del histograma (usado para estimar el vector de parámetros  $\beta$  del modelo auto-logístico). Surge a partir de que existen apenas  $3^4 = 81$  entornos relevantes para el modelo, pues  $(x_{t+v_i} + x_{t-v_i}) \in \{0, 1, 2\}$  con  $i = 1, \dots, 4$ . Luego, si se conoce  $\beta$  queda fija la probabilidad condicional para cada entorno, pues:

$$p_j = P(X_s = 1|x) = \frac{1}{1 + e^{\nu_j}}, \text{ para } \nu_j = \beta_0 + \sum_{i=1}^4 \beta_i (x_{s+v_i} + x_{s-v_i}) = [\beta]^t \cdot u_j,$$

donde  $u_j = \begin{bmatrix} 1 \\ x_{s+v_1} + x_{s-v_1} \\ x_{s+v_2} + x_{s-v_2} \\ x_{s+v_3} + x_{s-v_3} \\ x_{s+v_4} + x_{s-v_4} \end{bmatrix}$  es el  $j$ -ésimo entorno relevante,  $j = 1, \dots, 81$ .

El método del histograma y la relevancia del modelo auto-logístico, sugieren una definición formal de una función de textura en imágenes binarias. Intenta reflejar la noción intuitiva y es función de un vector de parámetros. Así mismo esta función inspira un indicador empírico de la textura de una imagen, ambos comparables.

**Definición 2.1** Se define la función textura  $tx : \mathbb{R}^5 \rightarrow (0, 1)^{81}$  y el indicador  $prop : \{0, 1\}^\Lambda \rightarrow (0, 1)^{81}$

$$\blacksquare \quad tx(\beta) \doteq \left( \frac{1}{1+e^{\beta u_1}}, \dots, \frac{1}{1+e^{\beta u_J}} \right) \text{ y } prop(x_\Lambda) \doteq (\widehat{p}_1, \dots, \widehat{p}_{81}), \text{ donde } \widehat{p}_j \doteq \begin{cases} \frac{1}{2} & t_j = 0 \\ \frac{\widehat{c}_j}{t_j} & c.c. \end{cases},$$

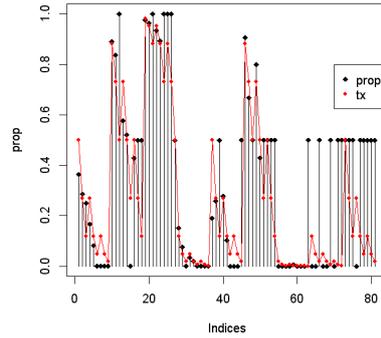
$c_j \doteq \#\{s \in \Lambda / x_s = 1, s \text{ tiene índice } j\}$  y  $t_j \doteq \#\{s \in \Lambda / s \text{ tiene índice } j\}$ ,  $j = 1, \dots, 81$ .

La función  $tx$  es inyectiva pero no suryectiva (ver [7]), esto «asegura» la identificabilidad del modelo pero evidencia sus limitaciones.

**Ejemplo 2.1** Usando el algoritmo Gibbs Sampler (GS) se generó una imagen,  $x_{\Lambda \cup \partial \Lambda}$  de  $64 \times 64$  pixeles (Figura 2(a)), bajo un modelo auto-logístico con  $\beta = (1, 1, -2, 2)$ . En la figura 2(b) se superponen, a modo comparativo, los vectores  $prop(x_{\Lambda \cup \partial \Lambda})$  y  $tx(\beta)$ , dejando visible la dualidad entre el vector ideal de textura y el vector empírico  $prop$  (es decir, la dualidad entre las probabilidades condicionales del modelo y las proporciones de la imagen generada bajo el modelo).



(a) Imagen  $x_{\Lambda \cup \partial \Lambda}$  de  $64 \times 64$



(b) Vectores  $prop(x_{\Lambda \cup \partial \Lambda})$  y  $tx(\beta)$

Figura 2: Modelo auto-logístico con  $\beta = (1, 1, -2, 2)$ .

La función  $tx$ , la función  $prop$  y su dualidad motivaron las siguientes definiciones de distancias.

**Definición 2.2** Sea  $d$  la distancia euclídea en  $\mathbb{R}^{81}$ , se define:

- Distancia entre  $x$  y  $\tilde{x}$  (imágenes), según su textura:  $dt(x, \tilde{x}) \doteq d(prop(x), prop(\tilde{x}))$ ;
- Distancia ideal entre  $\beta$  y  $\tilde{\beta}$  (vectores):  $di(\beta, \tilde{\beta}) \doteq d(tx(\beta), tx(\tilde{\beta}))$ ;
- «Distancia» empírica entre  $\beta$  y  $\tilde{\beta}$  (vectores):  $de(\beta, \tilde{\beta}) \doteq d(prop(x(\beta)), prop(x(\tilde{\beta})))$ ;

### 3. ALGUNAS APLICACIONES

En [3], para evaluar la *performance* de un estimador, se midió la cercanía de dos vectores con la distancia euclídea (mientras más pequeña, más parecidos son los vectores). Pero, al analizar el contexto se toma conciencia de que se pierde el objetivo de caracterizar texturas y surgen las siguientes preguntas: ¿Qué significa que dos vectores estén cerca o a poca distancia? ¿Por qué se busca que el estimador esté cerca del vector de parámetros? Fue en el intento por responder estas preguntas que el criterio de distancia euclídea empezó a cuestionarse. Existen muchas situaciones en las que vectores a igual distancia euclídea derivan en comparaciones visuales de su textura totalmente diferentes. Luego la distancia  $di$  propuesta toma importancia, pues evalúa la distancia entre los vectores textura y serviría para evaluar que tan bueno es un estimador o para compararlo con otro. Ya que, mientras más parecida es la textura caracterizada por el estimador a la textura del parámetro original mejor es la estimación. Esta distancia se utilizó implícitamente en [2] para comparar vectores. En [7] para evaluar la *performance* de tres estimadores de  $\beta = (\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4)$ :  $\hat{\beta}_{BFGS}$ ,  $\hat{\beta}_{SA}$  y  $\hat{\beta}_C$ , se realizó un estudio comparativo (de diferencia de medias apareadas). Se generaron  $n$  vectores  $\beta$  en  $\mathbb{R}^5$ , una imagen  $x$  p/c/u y se estimó  $\hat{\beta}_{BFGS}$ ,  $\hat{\beta}_{SA}$  y  $\hat{\beta}_C$  (Pseudo máxima verosimilitud con Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno, idem con Simulated Annealing y Estimador C de Borges (ver

[2]); se calculó  $di_{BFGS} \doteq di(\hat{\beta}_{BFGS}, \beta)$ ,  $di_{SA} \doteq di(\hat{\beta}_{SA}, \beta)$  y  $di_C \doteq di(\hat{\beta}_C, \beta)$ . Finalmente se concluyó que:  $di_{BFGS} < di_{SA} < di_C$  (p-valor  $< 2,2e - 16$ ), resultados análogos para  $de$  ( $de_{BFGS} < de_{SA} < de_C$ , calculados con imágenes de  $64 \times 64$  generadas por GS), donde se evaluó la distancia (según la textura) entre la imagen proveniente del vector estimado y la imagen generada utilizando el vector  $\beta$  a estimar.

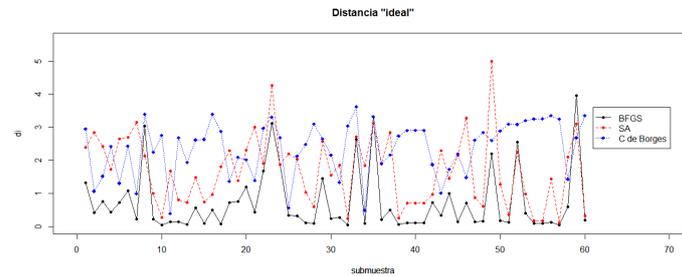
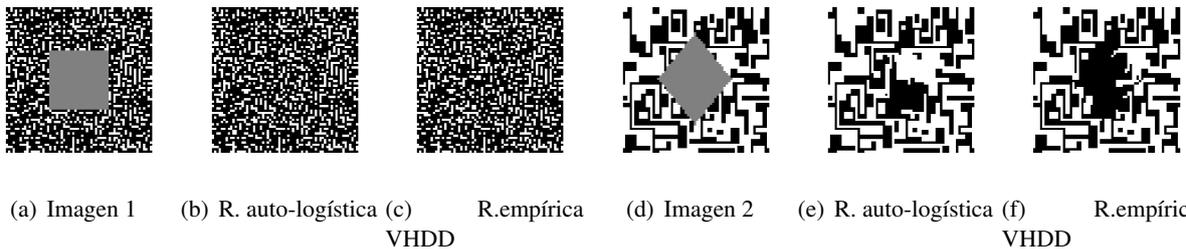


Figura 3: Gráfico de  $di_{BFGS}$ ,  $di_{SA}$  y  $di_C$

Otra aplicación que surge es la Restauración inpainting, en imágenes binarias con zonas sin información donde el objetivo es reconstituir la textura. La propuesta principal es caracterizar la textura en las zonas donde si hay información (estimando  $\beta$  subyacente) y luego sintetizar esa textura en las zonas donde no hay información (utilizando el algoritmo GS y el parámetro estimado  $\hat{\beta}$ ). A este método lo llamamos Restauración auto-logística. Al tomar conciencia que el algoritmo GS utiliza el vector  $tx(\hat{\beta})$ , se propone otro método análogo, llamado Restauración empírica VHDD (Vertical-Horizontal-Diagonales), pero utilizando el vector de proporciones  $prop(x)$ , donde  $x$  es la imagen en la zona donde hay información.



## REFERENCIAS

- [1] J. ALVARADO AND J. FERNÁNDEZ, Análisis de textura de imágenes a escala de grises utilizando patrones locales binarios (LBP), in Revista Electrónica de la Facultad de Ingeniería Vol. 1 (2012), pp. 1–6.
- [2] C. BORGES, On the Estimation of Markov Random Field Parameters, in IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence Vol. 21 No. 3 (1999), pp. 0–0.
- [3] B. CALDER, S. LINNETT AND D. CARMICHAEL, Improvements in MRF Parameter Estimation, in In proceeding of: Multiresolution Modelling and Analysis in Image Processing and Computer Vision, IEE Colloquium on. Source: IEEE Xplore Vol. 77 (1995), pp. 3/1–3/6.
- [4] H. DERIN AND H. ELLIOTT, Modeling and Segmentation of Noisy and Textured Images Using Random Fields, in IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence Vol. 9 (1987), pp. 39–55.
- [5] R. HARALICK, Statistical and Structural Approaches to Texture, in Proceedings of the IEEE Vol. 67(5)(1979), pp. 786–804.
- [6] R. HARALICK, K. SHANMUGAM AND I. DINSTEIN, Textural Features for Image Classification, in IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, SMC-3 No.6 (1973), pp. 610–621.
- [7] V. S. RULLONI, *Texturas de imágenes binarias: síntesis, restauración, inpainting e imputation*, Tesis Doctoral, Doctorado en Ciencias de la Ingeniería, FCEFN (UNC) 2014. <http://hdl.handle.net/11086/1578>