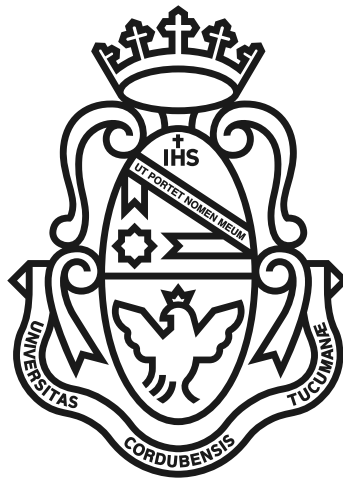


# IDENTIFICACIÓN DE FILAMENTOS COSMOLÓGICOS

LUIS ALBERTO PEREYRA

Para ser presentado ante la Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación como parte de los requerimientos para la obtención del grado de Doctor en Astronomía de la UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA



Abril, 2020

Director: Dr. Manuel Merchán



Esta obra está bajo un [licencia CC BY-NC-SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)



Pero la humanidad también necesita soñadores, para quienes el desarrollo desinteresado de una pasión sea tan cautivante que les resulte imposible dedicar su atención a su propio beneficio material. Sin duda, estos soñadores no merecen la riqueza, porque no lo desean. Aun así, una sociedad bien organizada debe garantizar a tales trabajadores los medios para llevar a cabo su labor con eficacia, en una vida libre de cuidados materiales y libremente consagrada a la investigación.

— Maria Salomea Sklodowska-Curie – Científica polaca (1867-1934).





A mi familia por su amor y paciencia

Eterna Inocencia - Vivan mis caminos

No sé por qué me sentís lejos hoy,  
sé que todo cambió, pero no mis pensamientos  
«Estamos más, más solos que ayer», dijiste.  
¿Debemos esperar a nuestro ocaso?  
¿o a la llegada de nuevos tiempos, nuevos tiempos?  
Disculpa, yo me quedo aquí.

Las pieles ya curtidas por vastos inviernos,  
la convicción intacta de todos mis sueños.  
Tus flores, las que besas esta y otras noches  
y mi jardín que espera, espera tu agua.

Disipar nuestra angustia  
y así sentirnos cerca.



## AGRADECIMIENTOS

---

Es muy difícil condensar tantos agradecimientos a todas las personas que pasaron por mi vida estos años pero voy a intentar plasmar lo más fielmente posible este momento.

En primer lugar a mi familia, mi mamá Iris y mi papá José Luis, con sus aciertos y errores me criaron con su amor inconmensurable, paciencia y trabajo. Luego a mi hermano, Agustín por regalarme su alegría e inocencia, que espero que conserves contigo toda tu vida y puedas transmitirla a tu hija, Valentina, la pequeña de la familia. A mis abuelos, que hoy no me acompañan físicamente pero siempre lo harán desde el recuerdo, los momentos compartidos y las historias que me contaron de ellos. A mis tíos, tías, primos, primas y el resto de mi familia quienes se preocupan por mí, me escriben casi a diario algunos, sepan que siempre extraño las reuniones familiares, la mesa larga y el alboroto familiar.

Quiero expresar un enorme agradecimiento a mis profesores y mentores durante mi doctorado. Manuel, quien sin conocerme me tomo como alumno y siempre estuvo en los momentos más difíciles, los cuales fueron más de los que desearía haber pasado. A Mario Agustín, una persona completamente desinteresada y generosa de quien aprendí muchísimo con sólo estar sentado a su lado mirando el monitor. A Dante, quien siempre me aportó una mirada diferente al problema enriqueciendo las discusiones académicas. A Fede, un amigo con quien puedes compartir cualquier tipo de conversación desde hablar de física hasta la situación personal de cada uno.

Expreso un sincero agradecimiento a la comisión evaluadora de mi tesis, Cinthia, Roberto y Luciana cuyas contribuciones y comentarios fueron fundamentales para mejorar la redacción y profundizar en temas importantes para la comprensión de este trabajo.

Agradezco profundamente a mis compañeros y amigos, quienes han sido una parte invaluable de esta etapa. Es difícil nombrar a cada uno, pero haré mi mejor intento. Desde compartir un consejo personal hasta juntarnos a estudiar para alguna materia, han estado siempre presentes de diferentes maneras.

A Tincho y Ema, "la patrulla" como nos llamaron en nuestros primeros días en el doctorado, les agradezco enormemente por su apoyo incondicional.

A Fede, con quien he compartido innumerables anécdotas, admiro mucho tu talento musical y valoro nuestra amistad.

A Gitano, a pesar de nuestras diferencias, te considero un amigo y espero que sepas que te aprecio siempre.

A "el grupo de zombis", Gaia y Anto, les pido disculpas por no cumplir la promesa de terminar la tesis a tiempo y les agradezco por su amistad inquebrantable todos estos años.

A Román, Eli, Santucho, Vane, Susi, Belu, Abril, Zurdo, Ema, Silvio, Agus, Pato, Facu, Tania, Chuti, Bruno, Yose, Caro, Vale, Leo, Carlita, les doy las gracias por todos los momentos compartidos, desde las mesitas hasta un cumpleaños.

A Juampi, amigo y hermano, una persona maravillosa que tira siempre para adelante sin importar las dificultades. Una de esas personas imprescindible para afrontar la vida.

Al grupo de basketoton, Ivan, Mati, Pau, Remi, Alvi, Lucia, Lucho, Javi y demás jugadores, gracias por ser mi cable a tierra todas las semanas.

A la gente de San Juan, Georgi, Dani, Noe, Julia, Sol, Fer, gracias por recibirme siempre con los brazos abiertos en la facu y por los proyectos y las conversaciones enriquecedoras.

A Marito y Conrado, "los oriones", gracias por los momentos divertidos y por ser dos personas únicas en mi vida.

A Romi, con quien compartí tantas vivencias, agradezco por los momentos felices y los aprendizajes compartidos a lo largo de estos años.

Finalmente, quiero expresar mi profundo agradecimiento al Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET) por brindarme la oportunidad de realizar este trabajo mediante una beca doctoral. Asimismo, deseo reconocer los recursos proporcionados por el Instituto de Astronomía Teórica y Experimental (IATE), el Centro de Computación de Alto Desempeño (CCAD) y el Observatorio Astronómico de Córdoba (UNC), los cuales fueron fundamentales para llevar a cabo esta tesis. No quiero terminar sin expresar mi más sincero agradecimiento a la universidad pública y gratuita por su compromiso con la investigación y la educación han sido pilares fundamentales en mi formación académica y en la realización de este trabajo. Su contribución ha sido invaluable y estoy profundamente agradecido por ello.

## RESUMEN

---

El paradigma actual para la formación de estructura en gran escala del universo establece que las mismas provienen de pequeñas fluctuaciones en densidad presentes en un universo inicialmente casi homogéneo. La fuerza gravitacional tiene el efecto de amplificar estas fluctuaciones inicialmente suaves. La teoría jerárquica explica cómo estas fluctuaciones evolucionan por inestabilidades gravitacionales hasta formar las estructuras de materia observadas en la actualidad. El complejo patrón formado por la distribución de materia en el universo a grandes escalas es conocido como la red cósmica. Esta red es un sistema que ocupa todo el universo y dentro de ella pueden identificarse, a grandes rasgos, cuatro componentes básicas: grandes vacíos, paredes, filamentos y cúmulos. Las estructuras más prominentes y definidas, después de los cúmulos, son los filamentos. Estos objetos son la clave para entender cómo el material se transporta y se ensambla gradualmente hacia las concentraciones de mayor densidad (halos).

El presente trabajo de tesis se centra en la identificación, caracterización morfológica y análisis de las propiedades de los filamentos cosmológicos como objetos físicos en sí mismos. En la primera parte introducimos el algoritmo desarrollado para la identificación de filamentos en simulaciones numéricas. El mismo puede ser aplicado sobre grandes volúmenes de datos ya que utiliza los halos de materia oscura como trazadores de la distribución de masa. Este algoritmo se apoya en la idea según la cual los filamentos son puentes de materia que conectan los picos de alta densidad. Además utiliza técnicas simples y bien conocidas como las teselaciones de Voronoi, el “*minimal spanning tree*” (MST), y el algoritmo “*Friends-of-Friends*” (FoF). Brevemente el proceso completo consta de cinco etapas: (i) Empleando un algoritmo FoF se seleccionan las regiones de densidad intermedia (en las cuales están inmersos los filamentos y los halos) con el objetivo de excluir los grandes vacíos. (ii) Utilizando los vecinos Voronoi de cada halo, se construye el MST restringiéndose a las regiones definidas en el paso anterior. (iii) El MST es “podado” de acuerdo a criterios fijados de modo tal de conservar las ramas dominantes y descartar las secundarias que no contribuyen al patrón principal de la estructura filamentosa. (iv) Los filamentos son individualizados de acuerdo a la masa de sus extremos (v) finalmente los mismos son suavizados utilizando una rutina B-spline.

Una vez identificados los filamentos en la simulación cosmológica, en la segunda parte del análisis, realizamos diferentes estudios estadísticos caracterizando las propiedades globales intrínsecas de los mismos, tales como longitud, masa, curvatura, etcétera. Por otra parte, utilizando técnicas de apilado (*stacking*) se analizó el campo de densidad y velocidades de estas estructuras. Los resultados obtenidos muestran un buen acuerdo con la visión general de la red cósmica en la que los filamentos son puentes de materia que conectan picos de alta densidad y delimitan las cuencas subdensas. En el perfil de densidad transversal de los filamentos se observó que aquellos con mayor densidad lineal son más gruesos y densos hacia su eje, mientras que en escalas intermedias, el perfil de densidad sigue una ley de potencia  $r^{-2}$ . Aunque el método no impone ninguna restricción en el campo de velocidades, podemos medir la ubicación del punto de silla a lo largo del fila-

mento, definido como el lugar donde el flujo de velocidades diverge. Los puntos de silla representan una región de particular interés porque están estrechamente relacionados con el momento angular de los halos de materia oscura, así como con los procesos de formación de galaxias.

Un aspecto muy importante que revelan las simulaciones cosmológicas es el rol de los filamentos sobre su entorno. En esta tesis analizamos su influencia sobre las propiedades internas de los halos de materia oscura como así también la alineación del momento angular y la forma de los halos con respecto a la dirección de su filamento más cercano. Para estudiar estadísticamente la orientación utilizamos dos enfoques, el primero consiste en estimar la función de distribución de probabilidad del ángulo formado por el eje rotación del halo (o los semiejes principales del tensor de forma) y la dirección del eje del filamento. El segundo enfoque emplea una técnica estadísticamente más robusta para medir la alineación desarrollada previamente por otros autores, la cual consiste en medir la función de correlación cruzada anisótropa, que discrimina entre la correlación paralela  $\xi_{\parallel}(r)$  y perpendicular  $\xi_{\perp}(r)$  a una dirección dada. Brevemente, el cómputo consiste en realizar conteos separados según si el ángulo subtendido entre el vector posición del par centro-trazador y una dirección privilegiada del centro dado (en nuestro caso, la dirección del momento angular o la de los semiejes del tensor de forma) sea mayor o menor a cierto ángulo límite. En síntesis, el exceso de probabilidad medido a través de la función de correlación cruzada cuantifica la alineación o no del momento angular (o tensor de forma) del centro dado con su entorno.

En el último capítulo identificamos filamentos cosmológicos en el relevamiento DR12 *Sloan Digital Sky Survey* (SDSS). Realizamos un estudio de las propiedades de galaxias con respecto a su filamento anfitrión, tales como número de galaxias, colores, luminosidades, etc. Finalmente estos resultados se comparan con los obtenidos por otros identificadores de filamentos.

## ABSTRACT

---

The current paradigm for the formation of large-scale structure in the universe states that such structures arise from small fluctuations in density present in an initially quasi-homogeneous universe. Gravitational forces amplify these initially smooth fluctuations, evolving them through gravitational instabilities into the observed matter structures. The hierarchical theory explains how these fluctuations evolve into structures known as the cosmic web, comprising four basic components: large voids, walls, filaments, and clusters. Filaments, particularly prominent after clusters, are the key to understanding how material is transported and gradually assembles towards higher density concentrations (halos).

This thesis focuses on the identification, morphological characterization, and analysis of the properties of cosmological filaments as physical objects themselves. In the first part, we introduce an algorithm developed for filament identification in numerical simulations. This algorithm utilizes dark matter halos as tracers of mass distribution and employs techniques such as Voronoi tessellations, minimal spanning trees (MST), and the Friends-of-Friends (FoF) algorithm. The process involves five stages: (i) Selection of intermediate density regions using FoF to exclude large voids, (ii) Construction of MST using Voronoi neighbors of each halo, (iii) Pruning MST to retain dominant branches, (iv) Individualization of filaments based on end-point masses, and (v) Smoothing using a B-spline routine.

Once the filaments were identified in the cosmological simulation, in the second part of the analysis, we performed different statistical studies characterizing their intrinsic global properties, such as length, mass, curvature, etc. Additionally, using stacking techniques, we analyzed the density and velocity fields of these structures. The results show a good agreement with the general view of the cosmic web, in which filaments are bridges of matter connecting high-density peaks and delineating subdense basins. In the cross-sectional density profile of the filaments, it was observed that those with higher linear density are thicker and denser towards their axis, while at intermediate scales, the density profile follows an  $r^{-2}$  power law. Although the method does not impose any restrictions on the velocity field, we can measure the location of saddle points along the filament, defined as the place where the velocity flow diverges. These saddle points are of particular interest because they are closely related to the angular momentum of dark matter halos, as well as to galaxy formation processes.

Furthermore, the influence of filaments on their environment, such as their impact on the internal properties and alignment of dark matter halos, is examined. Statistical analysis of alignment is conducted through two approaches: probability distribution estimation of the angle formed between the rotation axis of halos (or principal axes of the shape tensor) and the filament direction, and anisotropic cross-correlation function measurement to discern parallel and perpendicular correlations to a given direction. A very important aspect revealed by cosmological simulations is the role of filaments on their environment. In this thesis, we analyze their influence on the internal properties of dark matter halos as well as the alignment of the angular momentum and shape of the halos with respect to the

direction of their nearest filament. To study the orientation statistically, we use two approaches. The first consists of estimating the probability distribution function of the angle formed by the halo rotation axis (or the semi-major axes of the shape tensor) and the direction of the filament axis. The second approach employs a statistically more robust technique for measuring alignment previously developed by other authors, which consists of measuring the anisotropic cross-correlation function. This function discriminates between  $\xi_{\parallel}(r)$  and perpendicular  $\xi_{\perp}(r)$  correlations to a given direction. Briefly, the computation consists of performing separate counts according to whether the angle subtended between the position vector of the centre-tracer pair and a privileged direction of the given centre (in our case, the direction of the angular momentum or the direction of the semi-axes of the shape tensor) is greater or smaller than a certain limit angle. In synthesis, the excess probability measured through the cross-correlation function quantifies the alignment or non-alignment of the angular momentum (or shape tensor) of the given centre with its environment.

Lastly, in the last chapter, cosmological filaments in the Sloan Digital Sky Survey (SDSS) DR12 survey are identified. A study on galaxy properties with respect to their host filaments is conducted, comparing results with other filament identification methods. The analysis includes an exploration of properties such as the number of galaxies, colors, luminosities, etc. Finally, the results obtained are compared with those of other filament identifiers.



# ÍNDICE GENERAL

---

<b>I</b>	<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>FUNDAMENTOS Y HERRAMIENTAS TEÓRICAS</b>	<b>2</b>
1.1	Marco cosmológico Histórico	2
1.2	Ecuaciones de Campo de Einstein y el universo Homogéneo e isotropo	4
1.3	Formación de Estructuras por Inestabilidad Gravitacional: Teoría Lineal	9
1.4	Crecimiento no lineal de las perturbaciones de densidad	13
1.4.1	La aproximación de Zel'dovich	13
1.5	Breve historia de la red cósmica	14
1.6	Importancia e impacto de los filamentos cosmológicos	16
1.7	Simulaciones y Catálogos observacionales	21
<b>2</b>	<b>MÉTODO DE IDENTIFICACIÓN</b>	<b>24</b>
2.1	Introducción	24
2.2	Rudimentos de la identificación	24
2.2.1	<i>Friends-of-friends algorithm</i>	24
2.2.2	Teselación de Voronoi	25
2.2.3	<i>Minimal Spanning Tree</i>	27
2.3	Método	29
2.3.1	FoF	30
2.3.2	Construcción del grafo (MST)	31
2.3.3	Podado	33
2.3.4	Individualización	34
2.3.5	Suavizado	35
2.4	Resumen	36
<b>II</b>	<b>IDENTIFICACIÓN Y ANÁLISIS DE FILAMENTOS EN SIMULACIONES NUMÉRICAS</b>	<b>39</b>
<b>3</b>	<b>FILAMENTOS: SIMULACIÓN</b>	<b>40</b>
3.1	Introducción	40
3.2	La simulación numérica	40
3.3	Propiedades generales de los filamentos	41
3.4	Propiedades dinámicas y estructurales de los filamentos	42
3.4.1	Campo de densidad	44
3.4.2	Campo de velocidades	47
3.5	Resumen y conclusiones	54
<b>4</b>	<b>FILAMENTOS: ALINEACIONES</b>	<b>57</b>
4.1	Introducción	57
4.2	Propiedades físicas de los halos	59
4.3	Propiedades de los halos en filamentos	61
4.4	Distribuciones de orientación de halos en filamentos	63
4.5	Función de correlación anisótropa	67
4.5.1	Conceptos fundamentales	67

4.5.2	Definiciones	68
4.6	Alineación de la forma de los halos	71
4.7	Alineación del momento angular	76
4.8	Conclusiones	79
<b>III IDENTIFICACIÓN Y ANÁLISIS DE FILAMENTOS EN SDSS 81</b>		
5	FILAMENTOS: OBSERVACIONES	82
5.1	Introducción	82
5.2	Desafíos observacionales	82
5.2.1	Muestras limitadas en flujo	83
5.2.2	Distorsiones en el espacio de <i>redshift</i>	83
5.3	Sloan Digital Sky Survey	85
5.3.1	Catálogo de galaxias	86
5.3.2	Catálogo <i>Random</i>	87
5.4	Catálogos de filamentos	88
5.4.1	Catálogo de Tempel ( <i>Bisous model</i> )	88
5.4.2	Catálogo de Martínez	90
5.4.3	Catálogos con <i>Semita</i>	91
5.5	Criterios de selección	97
5.6	Propiedades globales de los filamentos	100
5.7	Propiedades de galaxias en filamentos	103
5.7.1	Apilado de filamentos	103
5.7.2	Perfil promedio de sobredensidad de galaxias en filamentos	106
5.8	Conclusiones	111
<b>IV CONCLUSIONES 113</b>		
6	CONCLUSIONES GENERALES	114
<b>V APÉNDICES 119</b>		
A	ALGORITMO DE KRUSKAL	120
B	LA TEORÍA DE TORQUE TIDAL	122
<b>BIBLIOGRAFÍA 126</b>		

Parte I

INTRODUCCIÓN

En este capítulo, revisaremos algunos conceptos cosmológicos fundamentales, como así también los aspectos básicos de la formación y evolución de estructuras en el universo. Estos conceptos son fundamentales para poder entender desde un punto de vista teórico el contexto dentro del cual se encuentran los objetos de estudio de este trabajo, o sea, los grandes filamentos de materia que constituyen la red cósmica.

### 1.1 MARCO COSMOLÓGICO HISTÓRICO

En 1912, Vesto Slipher fue el primero en observar el desplazamiento de las líneas espectrales de una galaxia. Slipher encontró que la galaxia Andrómeda, clasificada por entonces como una “nebulosa espiral”, se acercaba a la Tierra a una velocidad media de unos 300 Km/s (Slipher, 1913). En los años siguientes continuó midiendo cuidadosamente los espectros de otras “nebulosas” débiles y borrosas. Hacia 1914 tenía ya registradas 13 velocidades de esta clase de objetos astronómicos, y hacia finales de 1921 otras 41. Salvo unos pocos casos, encontró que los espectros observados de estos objetos estaban “desplazados hacia el rojo”, lo que implicaba que la mayor parte de ellos se estaba alejando de nosotros.

Mientras tanto, se construía en el Monte Wilson (California, Estados Unidos) el telescopio más grande del mundo, para aquel entonces, con un espejo de 2,5 metros de diámetro. El cual en 1923, Edwin Hubble utilizó para demostrar, mediante el estudio de la relación periodo-luminosidad de estrellas variables tipo Cefeidas, que algunas estas nebulosas eran realmente otras galaxias semejantes a nuestra Vía Láctea.

No obstante, el descubrimiento que vivimos en un universo en expansión no llegaría sino hasta 1929 cuando el mismo Hubble publica su artículo donde establece que existe una dependencia lineal entre la distancia ( $d$ ) a la que se encuentra una galaxia y el desplazamiento hacia el rojo  $z$  (*redshift*, por su denominación en inglés) observado a partir de sus líneas espectrales (Hubble, 1929). El diagrama original de Hubble (fig. 1) es uno de los descubrimientos más inesperados e importantes de la física del siglo XX. Si el corrimiento hacia el rojo de las líneas espectrales es interpretado como un desplazamiento doppler debido a la velocidad de recesión  $v$  de las galaxias, entonces, aquella relación puede ser escrita como  $v = H_0 \cdot d$ , donde  $H_0$  es la denominada constante de Hubble. La explicación más simple de esta observación, es que el universo entero se está expandiendo. Sin embargo, esta la idea ya había sido propuesta previamente por Georges Lemaître, un físico y sacerdote católico belga, quien postuló una teoría coherente sobre la expansión cósmica en la misma década de 1920, antes de las conclusiones de Hubble. Lemaître sugirió un estado previo de alta densidad y temperatura que él describió como una “explosión primordial”, sentando así las bases conceptuales del Big Bang y la expansión del universo. Si bien el reconocimiento histórico a menudo se ha enfocado más en los

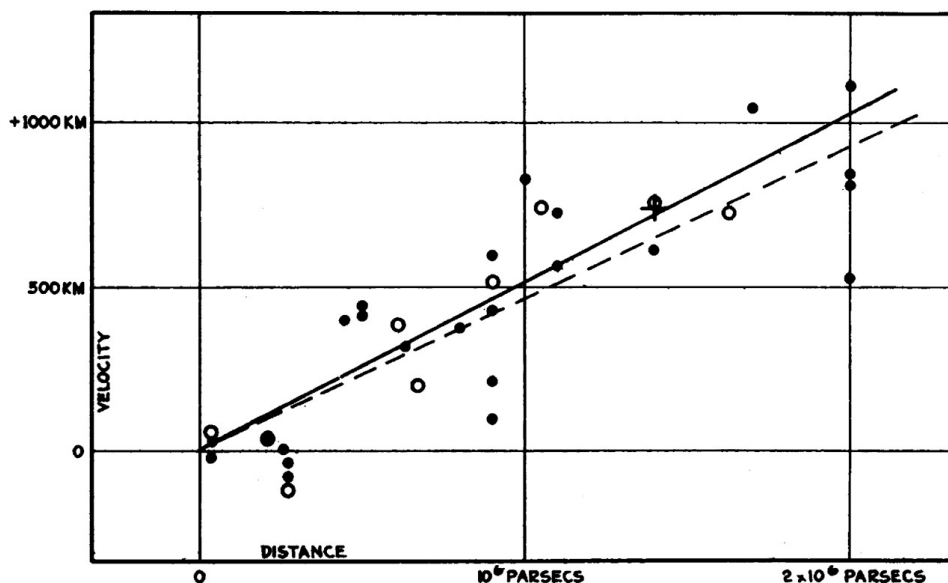


Figura 1.: Diagrama original de Hubble (Hubble, 1929).

trabajos de Hubble, la contribución de Lemaître es igualmente significativa, aportando elementos esenciales para la comprensión contemporánea de la evolución del universo.

Las ecuaciones que describen dicha expansión pueden derivarse del formalismo introducido por la teoría de la relatividad general considerando una métrica para el espacio-tiempo en concordancia con el principio cosmológico, éste último establece que el universo que nos rodea, cuando se promedia sobre ángulos y escalas suficientemente grandes, es homogéneo e isotrópico. La prueba más importante de la validez del principio cosmológico fue provista por la observación de la radiación de fondo de microondas (CMB, por sus siglas en inglés), predicha teóricamente por Gamow (1948) en su modelo de *Big Bang Caliente* y detectada por primera vez por Arno Penzias y Robert Wilson cuando realizaban mediciones en los laboratorios de la compañía *Bell Telephone*. La radiación descrita en Penzias y Wilson (1965) era isotrópica y el espectro de la misma mostraba corresponderse exactamente al de un cuerpo negro con temperatura de  $\approx 3^\circ\text{K}$ . Luego de este primer descubrimiento diversos relevamientos han sido realizados para estudiar detalladamente el CMB mediante el uso de satélites. Las últimas mediciones fueron realizadas por el satélite Planck (Planck Collaboration et al., 2011) que obtuvo mediciones del fondo cósmico con una resolución angular de  $\approx 30$  minutos de arco. La figura 2 muestra un mapa del cielo con las mediciones de las fluctuaciones de temperatura realizadas por este satélite. Los colores representan las fluctuaciones de la temperatura de la radiación de fondo con diferencias del orden de  $\Delta T/T \approx \times 10^{-5}$  con una temperatura media de  $T \approx 2,725^\circ\text{K}$ , correspondiéndose con una longitud de onda característica de 1,9 mm. El estudio detallado de tales fluctuaciones no solo ha demostrado que la radiación del CMB es altamente isotrópica, lo cual representa un argumento muy fuerte a favor del principio cosmológico, sino que reflejan las fluctuaciones en el campo de densidad que dieron origen a las estructuras que observamos en el universo.

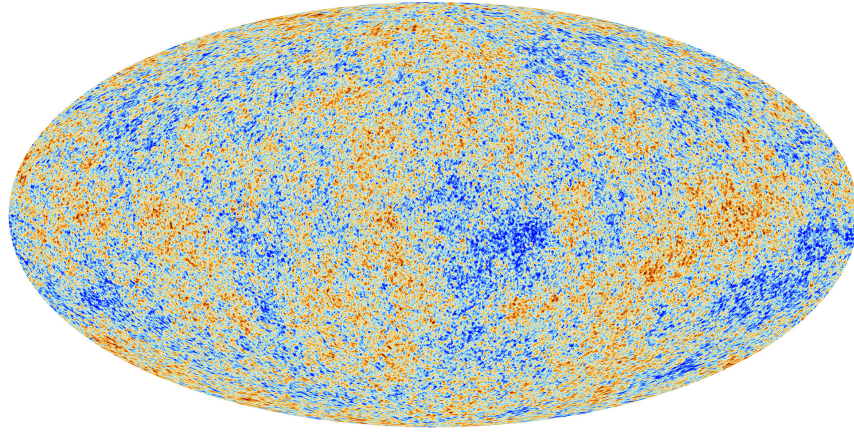


Figura 2.: Las anisotropías en el fondo cósmico de microondas observadas por el satélite Planck. Los diferentes colores representan las fluctuaciones en la temperatura, siendo las máximas diferencias  $\Delta T/T \approx 10^{-5}$  con un valor medio de  $T = 2,725^\circ\text{K}$ . Dichas variaciones reflejan las fluctuaciones en el campo de densidad que dieron origen a las estructuras que observamos hoy en día. El CMB representa la imagen más antigua (cuando el universo tenía  $\approx 380\,000$  años) que podemos obtener del universo, ya que antes de esa época el universo era opaco a la radiación. © ESA and the Planck Collaboration.

Hasta aquí un muy breve resumen sobre los comienzos de la cosmología moderna, junto con las ideas y mediciones que llevaron a formarnos la imagen actual que tenemos del origen y la evolución del universo. Introduciremos a continuación el modelo  $\Lambda\text{CDM}$  desde un punto más riguroso y con el formalismo matemático correspondiente.

## 1.2 ECUACIONES DE CAMPO DE EINSTEIN Y EL UNIVERSO HOMOGÉNEO E ISÓTROPICO

La cosmología se enfoca en el estudio del origen y evolución del universo. Debido a las escalas espaciales y temporales involucradas, la fuerza dominante es la gravedad. En efecto, las interacciones débil y fuerte poseen un rango de acción subatómico, mientras que las interacciones electromagnéticas no cumplen ningún rol en grandes escalas dado que la materia en promedio es eléctricamente neutra. Entonces es necesario realizar una descripción del universo en el marco de la teoría de la relatividad general. Apoyado en el principio de equivalencia y en el principio de covarianza general<sup>1</sup>, en 1915, Albert Einstein postula su famosa teoría (Einstein, 1915), en la cual describe la gravitación como el resultado de un espacio-tiempo tetradimensional curvado por su propio contenido de materia y energía. Las ecuaciones de campo de Einstein (ECE) pueden ser sintetizadas en la siguiente ecuación:

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu} \quad (1)$$

<sup>1</sup> Este principio establece que todas las leyes de la física deben contar con la misma forma matemática en todos los marcos de referencia.

donde  $T_{\mu\nu}$  es el tensor de energía-momento que describe el contenido de la distribución de materia y energía del universo y  $G_{\mu\nu}$  es el Tensor de Einstein el cual se define de la siguiente manera:

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R - \Lambda g_{\mu\nu}, \quad (2)$$

donde  $g_{\mu\nu}$  es el denominado tensor métrico,  $R \equiv R_{\mu}^{\mu}$  y  $R_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\kappa\nu}^{\kappa}$  son contracciones del tensor de Riemman  $R_{\nu\kappa\lambda}^{\mu}$ , y se denominan escalar y tensor de curvatura o de Ricci, respectivamente. La constante cosmológica  $\Lambda$  fue introducida originalmente por el mismo Einstein para crear un universo estacionario.

El tensor de Riemman, y las contracciones del mismo, contiene la información geométrica del espacio-tiempo, y puede definirse a través de los símbolos de Christoffel:

$$R_{\nu\kappa\lambda}^{\mu} \equiv \partial_{\kappa}\Gamma_{\nu\lambda}^{\mu} - \partial_{\lambda}\Gamma_{\nu\kappa}^{\mu} + \Gamma_{\alpha\kappa}^{\mu}\Gamma_{\nu\lambda}^{\alpha} - \Gamma_{\alpha\lambda}^{\mu}\Gamma_{\nu\kappa}^{\alpha} \quad (3)$$

Los símbolos de Christoffel están contruidos a partir de derivadas del tensor métrico  $g_{\mu\nu}$  del espacio  $y$ , por lo tanto, el tensor de Einstein involucra derivadas segundas de las componentes de dicho tensor. Consecuentemente, las ecuaciones de campo son ecuaciones diferenciales parciales de segundo orden para  $g_{\mu\nu}$ , y por ello, no es posible resolverlas para una métrica general. Por este motivo, se deben realizar algunas hipótesis sobre la forma del tensor métrico  $g_{\mu\nu}$  para simplificar el problema y así encontrar las posibles soluciones.

Como se menciono anteriormente el modelo cosmológico estándar más aceptado en la actualidad tiene como hipótesis fundamental el denominado del principio cosmológico (véase sección anterior), luego podemos expresar en coordenadas esféricas, un elemento de línea para la métrica Friedman-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW) (Weinberg, 1972) como

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \left[ \frac{dr^2}{1 - K \cdot r^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right] \quad (4)$$

donde se utilizaron unidades en las que la velocidad de la luz es igual a la unidad,  $c = 1$ . Esta métrica queda está establecida por dos cantidades:  $a(t)$ , denominado factor de escala, el cual determina la cinemática del universo, y  $K$ , la cual es una constante que determina la curvatura espacial cuando  $a(t) = 1$ .

$$R = \frac{6K}{a^2(t)} \quad (5)$$

de acuerdo al valor de  $K$  los universos de FLRW se clasifican en abiertos ( $K < 0$ ), planos ( $K = 0$ ) y cerrados ( $K > 1$ ). Estos términos se refieren a las propiedades topológicas de las hipersuperficies espaciales del universo.

Ahora bien para poder resolver las ECE debemos especificar el contenido de materia y energía del universo, es decir debemos definir que forma tiene el tensor  $T_{\mu\nu}$ . La forma más general que puede adoptar dicho tensor para que sea compatible con nuestra hipótesis de homogeneidad e isotropía es la de un fluido perfecto

$$T^{\mu\nu} = (p + \rho)u^{\mu}u^{\nu} + pg^{\mu\nu} \quad (6)$$



donde  $\rho$ ,  $p$  y  $u^\mu$  son la densidad de energía, presión y la cuadrivelocidad del fluido, respectivamente.

Continuando con el desarrollo, introducimos ahora los tensores métrico y energía-momento en las ECE obtenemos las conocidas ecuaciones de Friedman (EF):

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho + \frac{\Lambda}{3} - \frac{K}{a^2} \quad (7)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) + \frac{\Lambda}{3} \quad (8)$$

donde  $\dot{a}$  y  $\ddot{a}$  indica la primera y segunda derivada temporal del factor de escala, respectivamente. Para simplificar estas ecuaciones resulta conveniente realizar los siguientes reemplazos

$$\rho \rightarrow \rho - \frac{\Lambda}{8\pi G} \quad (9)$$

$$p \rightarrow p + \frac{\Lambda}{8\pi G} \quad (10)$$

Con lo cual, las EF pueden expresarse como:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{K}{a^2} \quad (11)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) \quad (12)$$

Analizando en detalle la ecuación 11, encontramos que para  $K = -1$ ,  $\dot{a}^2(t)$  será positiva siempre, tal que  $a(t)$  sigue creciendo indefinidamente con  $a(t) \rightarrow t$  cuando  $t \rightarrow \infty$ . Para  $K = 0$ ,  $\dot{a}^2(t)$  se mantiene positiva, tal que  $a(t)$  crece indefinidamente pero más suavemente que  $t$ . Mientras que para  $K = +1$ ,  $\dot{a}^2(t)$  se hará cero cuando  $\rho a^2$  alcance el valor de  $3/(8\pi G)$ , y dado que  $\ddot{a}$  es definida negativa,  $a(t)$  comenzará a decrecer hasta eventualmente alcanzar el valor  $a = 0$  en algún tiempo finito en el futuro.

Las ECE contienen a la ecuación de conservación de la energía  $T_{;\nu}^{\mu\nu} = 0$  en forma implícita. Por lo cual podemos hacer uso de esta ley, derivando la primera de estas ecuaciones y combinándola con la segunda obtenemos una ecuación para la conservación de la energía que toma la siguiente forma:

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}(p + \rho) = 0 \quad (13)$$

Llegados a este punto deseamos obtener soluciones explícitas para  $a(t)$  y  $K$ , de esta manera podemos utilizar la primera de las EF y la ecuación de la conservación de la energía. Además para ello se debe especificar la ecuación de estado del fluido, esto es la relación entre la presión y la densidad del mismo ( $p = p(\rho)$ ). No obstante antes de adentrarnos en la búsqueda de estas soluciones, veamos algunos aspectos desde un punto de vista cualitativo. Observemos la ecuación 12, según esta, la aceleración  $\ddot{a}/a$  será negativa mientras la cantidad  $\rho + 3p$  sea positiva. Además debido que el factor de escala es creciente por definición ( $\dot{a} > 0$ ) y  $\dot{a}/a > 0$ , dado que observamos que las galaxias se alejan (vemos corrimiento hacia el rojo de sus espectros, ley de Hubble), entonces se obtiene de esto que la curva  $a(t)$  contra



tiempo  $t$  debe tener una forma cóncava hacia abajo, y debe tocar el punto  $R(t_i) = 0$  en algún tiempo finito  $t_i$  en el pasado, se puede tomar este tiempo tal que  $t_i = 0$ . De forma que el tiempo presente  $t_0$  es el tiempo transcurrido desde esa singularidad, y podría ser llamado *la edad del universo*. Supongamos ahora que  $\ddot{a}(t)$  es nulo para  $0 < t < t_0$ , entonces  $a(t)$  tendría una dependencia lineal con el tiempo  $a(t) = a(t_0)t/t_0$ , y de esta manera la edad del universo sería igual al tiempo de Hubble definido como  $H_0^{-1} = a(t_0)/\dot{a}(t_0)$ . Por otro lado, si  $\ddot{a}(t)$  es negativa para  $0 < t < t_0$ , entonces, la edad del universo debe ser menor que el tiempo de Hubble,  $t_0 < H_0^{-1}$ . Consideremos ahora la ecuación 13 y la reescribamos de la siguiente manera

$$\frac{d}{da}(\rho a^3) = -3pa^2 \quad (14)$$

esta ecuación puede interpretarse de la siguiente manera, mientras la presión no sea negativa, la densidad debe decrecer cuando  $a$  crece, al menos tan rápidamente como  $a^{-3}$ .

En general nos interesan principalmente fluidos barotrópicos (i.e., su presión proporcional a la densidad)

$$p = \omega \rho \quad (15)$$

donde  $\omega$  es una constante independiente del tiempo que se utiliza para caracterizar la ecuación de estado. Por ejemplo, las partículas relativistas (e.g., radiación) tienen  $\omega = +\frac{1}{3}$ , las no relativistas denominadas "polvo", como la materia que tiene presión nula (estrellas y galaxias), tendrán  $\omega = 0$  y la constante cosmológica,  $\Lambda$ , tiene  $\omega = -1$ . Entonces, para este tipo de fluidos, la ecuación de conservación 13 implica que

$$\begin{aligned} \frac{\dot{\rho}}{\rho} &= -3(1 + \omega) \frac{\dot{a}}{a} \\ \Rightarrow \rho &\propto a^{-3(1+\omega)} \end{aligned} \quad (16)$$

De aquí puede verse entonces que para un universo dominado por materia, la densidad de materia decrece como

$$\rho_m \propto a^{-3} \quad (17)$$

Esto es, simplemente, la densidad de materia decrece a medida que el universo se expande. Por otro lado un universo dominado por radiación la densidad de energía de radiación decae como

$$\rho_r \propto a^{-4} \quad (18)$$

En este caso observamos que la densidad de energía de radiación decae más rápidamente que la densidad de energía de materia, y esto es así porque la densidad numérica de fotones decae de la misma manera que la materia pero además los fotones pierden energía proporcional a  $a^{-1}$  a medida que su longitud de onda se alarga.

La masa-energía total del universo está compuesta por diferentes fluidos y cada uno de ellos con una ecuación de estado  $w_i$  particular. Mientras que los diferentes componentes no interactúan entre sí la ecuación 15 es válida para cada componen-

te. Si denotamos por  $\rho_{0,i}$  a la densidad actual de la  $i$ -ésima especie, entonces la densidad total de energía del universo correspondiente a la época  $a(t)$ , será

$$\rho = \sum_{i=1}^N \frac{\rho_{0,i}}{a(t)^{3(1+w_i)}} \quad (19)$$

donde hemos asumido que la masa-energía del universo tiene  $N$  componentes y hemos fijado  $a_0 = 1$  por simplicidad. De esta manera la EF para  $a(t)$  puede escribirse como

$$H^2 \equiv \left( \frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \sum_{i=1}^N \frac{\rho_{0,i}}{a^{3(1+w_i)}} - \frac{K}{a^2} + \frac{\Lambda}{3} \quad (20)$$

donde  $H$  es el parámetro de Hubble, la cual suele escribirse en función de  $h$  de la siguiente manera  $H = 100 h \text{ kms}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ . De la ecuación anterior podemos notar que en ausencia de dicha constante el universo será plano ( $K = 0$ ) cuando la densidad total de energía  $\sum_{i=1}^N \rho_{0,i}$  sea igual a la densidad crítica  $\rho_c$  dada por

$$\rho_c \equiv \frac{3H_0^2}{8\pi G} = 2,773 \times 10^{11} h^2 M_\odot \text{ Mpc}^{-3} \quad (21)$$

En términos de la densidad crítica podemos definir el parámetro de densidad correspondiente a cada especie del universo

$$\Omega_{0,i} \equiv \frac{\rho_{0,i}}{\rho_c} = \frac{8\pi G}{3H_0^2} \rho_{0,i} \quad (22)$$

si, además, definimos

$$\Omega_\Lambda = \frac{\Lambda}{3H_0^2} \quad (23)$$

y

$$\Omega_K = \frac{K}{H_0^2}, \quad (24)$$

con todo ello podemos escribir la ecuación 20 como

$$\sum_{i=1}^N \Omega_{0,i} + \Omega_\Lambda + \Omega_K = 1 \quad (25)$$

En este caso, con constante cosmológica ( $\Omega_\Lambda \neq 0$ ), vemos que el universo será plano ( $\Omega_K = 0$ ) cuando

$$\sum_{i=1}^N \Omega_{0,i} + \Omega_\Lambda = 1 \quad (26)$$

Los últimos resultados del satélite Planck y el relevamiento Sloan Digital Sky Survey (Planck Collaboration et al., 2013) muestran que el contenido de materia-energía del universo está balanceado según los parámetros  $\Omega_b = 0,0487 \pm 0,0006$ ,  $\Omega_{dm} = 0,265 \pm 0,006$  y  $\Omega_\Lambda = 0,692 \pm 0,010$ , y  $\Omega_K = 0,0005 \pm 0,006$ . El universo muestra ser plano (constante de curvatura  $K \sim 0,0$ ), al menos al nivel de incer-

tidumbre que se tiene al momento. Luego, podemos escribir la ecuación para la evolución del factor de escala como

$$\dot{a}^2 = H_0^2 \left[ \sum_{i=1}^N \Omega_{0,i} (a^{-(1+3w_i)} - 1) + \Omega_\Lambda (a^2 - 1) + 1 \right] \quad (27)$$

Lo cual puede interpretarse de la siguiente manera, si conocemos el contenido de materia-energía del universo, es posible obtener su evolución temporal.

Generalmente, escribimos la ecuación 27 en términos del corrimiento al rojo  $z$ , definiendo  $z = 0$  en  $t = t_0$  de forma que  $a = a(t_0)/(1+z)$ :

$$\begin{aligned} H^2(z) &\equiv H_0^2 E^2(z) \\ &= H_0^2 [\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_\gamma(1+z)^4 + \Omega_k(1+z)^2 + \Omega_\Lambda] \end{aligned} \quad (28)$$

### 1.3 FORMACIÓN DE ESTRUCTURAS POR INESTABILIDAD GRAVITACIONAL: TEORÍA LINEAL

Después de resumir algunas propiedades sobre cómo evolucionan las ecuaciones que rigen la expansión de un universo uniforme y homogéneo, es momento de explorar las desviaciones leves de esa homogeneidad y uniformidad. En los primeros instantes, cuando las perturbaciones eran insignificantes con  $\delta\rho/\rho \ll 1$ , el tamaño de una sobredensidad crecía de manera proporcional al tiempo. Esto se conoce como la teoría lineal de perturbaciones, que ofrece una descripción clara y minuciosa de la evolución temprana de estas alteraciones. Estas variaciones son las precursoras de la formación de galaxias y otras estructuras cósmicas que observamos. A medida que algunas regiones alcanzan mayor densidad ( $\delta\rho/\rho \approx 1$ ), la aproximación lineal deja de ser efectiva, y se requiere un enfoque más complejo y no lineal para comprender su evolución (ver modelo de colapso esférico; Gunn y Gott, 1972).

El elemento de línea que apropiadamente describe un universo FLRW perturbado tiene la forma

$$ds^2 = g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta + h_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta \quad (29)$$

Luego en la aproximación lineal las perturbaciones a la métrica se asumen pequeñas tal que  $h_{\alpha\beta} h^{\alpha\beta} \ll 1$ , además la escala de longitud de las perturbaciones resulta siempre menor que la escala del Horizonte. De este modo, es válido el tratamiento Newtoniano de la perturbación.

La base fundamental para la formación de estructuras mediante la inestabilidad gravitacional se apoya en la idea de la existencia de un mecanismo que origina fluctuaciones iniciales en el campo de densidad de la materia del universo. Estas fluctuaciones, bajo la influencia de la fuerza gravitatoria, evolucionarán para dar lugar a la formación de estructuras. En adelante, nos abstendremos de indagar en el origen de estas fluctuaciones iniciales, simplemente mencionando que las teorías inflacionarias ofrecen ciertas explicaciones al respecto.

Las fluctuaciones en la densidad, necesarias para el comienzo del proceso de formación de estructuras, se generaron a partir de las fluctuaciones cuánticas en un campo escalar denominado "*inflatón*", multiplicadas durante el proceso inflacionario. A partir de ese momento, la evolución de estas fluctuaciones iniciales está

determinada por la fuerza gravitatoria. La misma desempeña el papel crucial al provocar que regiones con una mayor concentración de materia (es decir, una fluctuación positiva de densidad) atraigan cada vez más material de sus alrededores mediante la acreción gravitatoria. En consecuencia, las regiones circundantes a la fluctuación positiva pierden progresivamente material, generando así una disminución en la densidad, es decir, una fluctuación negativa.

Si el camino libre medio de una partícula es pequeño, la materia puede ser tratada como un fluido perfecto, luego las ecuaciones Newtonianas que gobiernan el movimiento de partículas no colisionales en un universo en expansión son las ecuaciones hidrodinámicas. Entonces, escribiremos estas ecuaciones en términos de  $\vec{x} = \vec{r}/a(t)$  (donde  $\vec{r}$  es la coordenada física y  $\vec{x}$  es coordenada comóvil<sup>2</sup>),  $\vec{v} = \dot{\vec{r}} - H\vec{r} = a(t)\dot{\vec{x}}$  (el campo de velocidades peculiares),  $\phi(\vec{x}, t)$  (el potencial gravitacional Newtoniano) y  $\rho(\vec{x}, t)$  (la densidad de materia).

Dichas ecuaciones son las siguientes, la *ecuación de continuidad*, que es básicamente la ecuación de conservación de la masa,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (30)$$

La *ecuación de movimiento* o *de Euler*, que es sencillamente la segunda ley de Newton aplicada al fluido,

$$\frac{\partial \vec{x}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p - \nabla \phi \quad (31)$$

Y, finalmente, la *ecuación de Poisson* para el campo gravitacional dada por la expresión

$$\nabla^2 \phi = 4\pi G \rho \quad (32)$$

Las ecuaciones 30, 31 y 32 presentan un sistema lineal de ecuaciones de segundo grado que deberemos resolver. Las fluctuaciones iniciales en el campo de densidad representan pequeñas perturbaciones en un fondo homogéneo, por lo tanto, podemos escribir las cantidades físicas como  $\rho \rightarrow \rho_0 + \delta\rho$ ,  $\vec{v} \rightarrow \vec{v}_0 + \delta\vec{v}$ , etc. Por el momento solo nos interesarán fluctuaciones lineales de modo que las cantidades  $\delta$  sean suficientemente pequeñas y podremos despreciar términos cuadráticos en dichas variables. Luego, realizando la expansión en series de Taylor de las ecuaciones 30, 31 y 32 en estas cantidades y solo manteniendo términos de primer orden, obtendremos un conjunto de ecuaciones para  $\rho_0$ ,  $\vec{v}_0$ , etc. y otro para el sistema de las cantidades perturbadas  $\delta\rho$ ,  $\delta\vec{v}_0$ , etc. El sistema para estas últimas pueden ser expresados de la siguiente manera:

$$\frac{\partial \delta\rho}{\partial t} + 3H\delta\rho + H\vec{x} \cdot \nabla \delta\rho + \rho_0 \nabla \cdot \delta\vec{v} = 0 \quad (33)$$

$$\frac{\partial \delta\vec{v}}{\partial t} + H\delta\vec{v} + H\vec{x} \cdot \nabla \delta\vec{v} = -\frac{v_s^2}{\rho_0} \nabla \delta\rho - \nabla \delta\phi \quad (34)$$

$$\nabla^2 \delta\phi = 4\pi G \delta\rho \quad (35)$$

<sup>2</sup> Este sistema de coordenadas comóviles  $\vec{x}$ , sólo depende de la distribución espacial relativa de los objetos y no se modifica por la expansión del universo, de manera que una distancia comóvil  $d_{\text{com}} \equiv \|\vec{x}\|$ , es aquella que permanece constante si el movimiento de los objetos es únicamente debido al flujo de Hubble.

donde hemos introducido la expansión del universo,  $\vec{v} = \vec{x}H$ , y además se utilizó la relación de conservación de la entropía

$$\delta p = \left( \frac{\partial p}{\partial s} \right)_{\rho} \delta s + \left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_{s} \delta \rho = v_s^2 \delta \rho \quad (36)$$

El sistema de ecuaciones para las cantidades perturbadas que hemos obtenido es lineal y, en principio, puede ser resuelto analíticamente. Por lo cual se supone que las soluciones son del tipo  $\delta \rho = \rho_1(t) \exp(i\vec{k} \cdot \vec{x}/a)$ ,  $\delta \vec{v} = \vec{v}_1(t) \exp(i\vec{k} \cdot \vec{x}/a)$ , etc., es decir que podemos escribir todas las cantidades como una superposición de ondas. Sustituyendo estas expresiones en las ecuaciones 30, 31 y 32 obtenemos el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$\frac{d\rho_1}{dt} + 3H\rho_1 + i \frac{\rho_0}{a} \vec{k} \cdot \vec{v}_1 = 0 \quad (37)$$

$$\frac{d\vec{v}_1}{dt} + H\vec{v}_1 + i \frac{\rho_1}{a} \left( \frac{v_s^2}{\rho_0} - 4\pi G \frac{a^2}{k^2} \right) \vec{k} = 0 \quad (38)$$

$$\phi_1 + 4\pi G \frac{a^2}{k^2} \rho_1 = 0 \quad (39)$$

Para poder resolver este conjunto de ecuaciones es conveniente elegir el sistema de coordenadas, de tal forma que la propagación de la fluctuación sea en la dirección de uno de los ejes. Para hacer esto, descomponemos el vector  $\vec{v}_1 = \lambda \vec{k} + \vec{v}_2$ , donde  $\vec{v}_2$  es un vector perpendicular al vector de propagación de onda por lo tanto  $\vec{k} \cdot \vec{v}_2 = 0$ . En términos del vector  $\vec{v}_2$ , las ecuaciones 37 y 38 se transforman en

$$\frac{d\rho_1}{dt} + 3H\rho_1 + i \frac{\rho_0}{a} k^2 \lambda = 0 \quad (40)$$

$$\frac{d\lambda}{dt} + H\lambda + i \frac{\rho_1}{a} \left( \frac{v_s^2}{\rho_0} - 4\pi G \frac{a^2}{k^2} \right) \rho_1 = 0 \quad (41)$$

además de una ecuación para la velocidad  $\vec{v}_2$  dada por

$$\frac{d\vec{v}_2}{dt} + H\vec{v}_2 = 0 \quad (42)$$

cuya solución es  $\vec{v}_2 = \vec{V}/a$ . Esto implica que los modos perpendiculares al vector de onda se eliminan con

la expansión del universo, cuando  $a$  crece. Si usamos el hecho que  $\rho_0 \sim a^{-3}$ , y combinamos las ecuaciones 40 y 41 obtenemos la siguiente ecuación diferencial de segundo orden para el contraste de densidad definido como  $\delta = \rho_1/\rho_0$ .

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} + 2H \frac{d\delta}{dt} + \left( v_s^2 \frac{k^2}{a^2} - 4\pi G \rho_0 \right) \delta = 0 \quad (43)$$

Esta última ecuación es lineal en  $\delta$  y resulta fundamental en el entendimiento de la evolución de las fluctuaciones primordiales. La solución más general puede ser expresada en términos de dos modos:

$$\delta(\vec{x}, t) = \delta(\vec{x})D_+(t) + \delta(\vec{x})D_-(t) \quad (44)$$

donde  $D_+$  y  $D_-$  representan los modos creciente y decreciente de la perturbación. En general nos preocuparemos del modo creciente de la perturbación y, por lo tanto, en el régimen lineal la evolución de las perturbaciones puede escribirse

$$\delta(\vec{x}, t) = \delta(\vec{x}, t = 0) \frac{D(t)}{D(t = 0)} \quad (45)$$

donde la solución general para  $D(t)$  se encuentra dada por

$$D(a) = \frac{5}{2} a \Omega_m \int_0^a \frac{da'}{(a' H(a'))^3} \quad (46)$$

Veamos a continuación algunos ejemplos particulares. Consideremos un universo plano dominado por materia denominado comúnmente universo de Einstein-de Sitter. La solución de las EF es  $a \sim t^{2/3}$ ,  $\rho \sim t^{-2}$ ,  $v_s^2 = 0$  y por tanto  $H = 2t/3$ . Entonces la ecuación 40 se transforma en

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} + \frac{4}{3} \frac{1}{t} \frac{d\delta}{dt} - \frac{2}{3} \frac{1}{t^2} \delta = 0 \quad (47)$$

Esta ecuación admite dos soluciones como ley de potencia linealmente independientes  $\delta(\vec{x}, t) = D_{\pm}(t)\delta(\vec{x})$  donde  $D_+(t) \propto a(t)$  es el modo creciente, que crece proporcionalmente a la expansión del universo, y  $D_- \propto t^{-1}$  es el modo decreciente, que desaparece conforme avanza el tiempo. Si imponemos condiciones iniciales de tal modo que la fluctuación evolucione a partir de un estado de reposo, esto es, pedimos que  $\delta = \delta_1$  y  $\dot{\delta}_1 = 0$  en  $t = t_1$ , la forma final de  $\delta$  es una superposición de los modos creciente y decreciente:

$$D(t) = \frac{3}{5} \delta_1 \left( \frac{t}{t_1} \right)^{2/3} + \frac{2}{5} \delta_1 \left( \frac{t}{t_1} \right)^{-1} \quad (48)$$

Análogamente podemos ver que sucede en un universo dominado por radiación. En este caso,  $p = 1/3\rho$ ,  $a \sim t^{1/2}$ ,  $\rho \sim t^{-2}$ ,  $v_s^2 = 1/3$ , con lo que la ecuación para el contraste de densidad 47 se transforma en

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} + \frac{1}{t} \frac{d\delta}{dt} + \left( \frac{A}{t} k^2 - \frac{3}{8} \frac{1}{t^2} \right) \delta = 0 \quad (49)$$

donde  $A$  es una constante. Esta ecuación muestra exclusivamente soluciones oscilantes que disminuyen; es decir, las fluctuaciones no se expanden, simplemente oscilan y desaparecen. Esto se debe a que, en un entorno de radiación, se espera que cualquier acumulación de materia se disipe debido a la interacción entre la radiación y las partículas. Este resultado nos indica que, para que las fluctuaciones crezcan y formen las estructuras cósmicas, solo pueden hacerlo durante la época en la que la materia domina. Durante el período de predominio de la radiación, no existen oportunidades para que las fluctuaciones se configuren y se desarrollen. Sin embargo, en un análisis relativista del problema, se demuestra la existencia de un tipo de perturbaciones que pueden expandirse durante la era de dominio de la radiación. Estas fluctuaciones son aquellas que poseen un tamaño inicial mayor que la región con la cual están en contacto causal.

## 1.4 CRECIMIENTO NO LINEAL DE LAS PERTURBACIONES DE DENSIDAD

Hemos visto en la sección anterior la descripción de la evolución lineal de las perturbaciones del campo de densidad. Ese enfoque deja de ser válido cuando el contraste de densidad de la perturbación se hace lo suficientemente grande ( $\delta \gg 1$ ) e ingresa en el estadio del régimen no lineal. Veremos en esta sección como describir esta etapa de la evolución.

## 1.4.1 La aproximación de Zel'dovich

La aproximación de de Zeldovich (AZ) desarrollada inicialmente por Zel'dovich (1970) y luego elaborada en Shandarin y Zel'dovich (1989), es una descripción teóricamente simple y elegante para la evolución no lineal de las perturbaciones. La AZ sugiere que los autovalores del tensor deformación dictan las formas de las estructuras en la etapa inicial del colapso no lineal.

Según este modelo podemos escribir la posición  $\vec{r}(t)$  de una partícula de la siguiente manera:

$$\vec{r}(\vec{q}, t) = a(t)\vec{q} - b(t)\vec{f}(\vec{q}) \quad (50)$$

donde  $a(t)$  es el factor de expansión del universo,  $\vec{q}$  es la coordenada comóvil inicial de la partícula, y  $b(t)$  es una función que escala el campo de velocidades  $\vec{f}(\vec{q})$  inicial de la partícula. Bajo la hipótesis de que el campo de velocidades es irrotacional <sup>3</sup>, este puede ser escrito como el gradiente de un potencial,  $\vec{f}(\vec{q}) = -\nabla\Phi(\vec{q})$ . Las coordenadas  $\vec{r}$  y  $\vec{q}$  son denominadas posición *Euleriana* y *Lagrangiana*, respectivamente.

Por otro lado, utilizando la conservación de la masa, podemos escribir:

$$\rho(\vec{r}, t)d\vec{r} = \bar{\rho}(t)d\vec{q} \quad (51)$$

Además esta ecuación puede ser reescrita de la siguiente manera:

$$\rho(\vec{r}, t) = \bar{\rho}(t) J \left[ \frac{\partial \vec{r}}{\partial \vec{q}} \right]^{-1} \quad (52)$$

donde  $J[\partial\vec{r}/\partial\vec{q}]$  es el determinante del Jacobiano del tensor de deformación. Consecuentemente, la expresión para la distribución de densidad es:

$$\rho(\vec{r}, t) = \frac{\bar{\rho}(t)}{\left[ \left(1 - \frac{b(t)}{a(t)}\alpha\right) \left(1 - \frac{b(t)}{a(t)}\beta\right) \left(1 - \frac{b(t)}{a(t)}\gamma\right) \right]} \quad (53)$$

donde  $\alpha \geq \beta \geq \gamma$  son los autovalores del tensor de deformación. Esta ecuación nos muestra las dos particularidades principales de la AZ. Primero, la densidad se vuelve infinita cuando  $b(t)\alpha = 1$ ,  $b(t)\beta = 1$  o  $b(t)\gamma = 1$ . Segundo, en general, todos los autovalores serán diferentes y, por lo tanto, el colapso será anisótropo, por otra parte el colapso comenzará primero a lo largo del eje definido por el autovalor más grande.

<sup>3</sup> Esta es una suposición razonable dado que cualquier rotación en el campo de velocidad inicial será borroneada por la expansión al menos antes de que las órbitas de las partículas comiencen a cruzarse.



En general, dichos autovalores pueden ser positivos o negativos. Luego, si solo uno de ellos es positivo, digamos  $\alpha$ , mientras que los otros dos ( $\beta$  y  $\gamma$ ) son negativos, el colapso será primeramente en la dirección correspondiente al autovalor  $\alpha$  hasta alcanzar el punto donde se cumpla  $b(t)\alpha = 1$ . De este modo, la evolución gravitatoria de la perturbación acentúa la asfericidad, formando estructuras aplanadas conocidas como “*panqueques de Zel’dovich*” (paredes). En el caso en que dos autovalores sean positivos y uno solo negativo, la evolución dará lugar a una estructura conocida con el nombre de *filamento*, y el cual típicamente se forma en la intersección de dos de estos “*panqueques*”. Finalmente, si todos los autovalores son positivos, se formarán estructuras de dimensión nula (nodo o halo), las cuales se encontrarán principalmente localizadas en la intersección de dos filamentos.

En terminos rigurosos, la AZ ha demostrado ser lo suficientemente precisa para describir la evolución de las perturbaciones durante la etapa lineal y los primeros momentos de la parte no-lineal, pero su efectividad se anula cuando se produce el cruce de las trayectorias de las partículas, momento conocido como *shell-crossing*. Recordemos además que este enfoque deja de ser válido cuando el contraste de densidad de la perturbación se hace lo suficientemente grande ( $\delta \gg 1$ ) e ingresamos decididamente en el estadio del régimen no lineal de las perturbaciones.

### 1.5 BREVE HISTORIA DE LA RED CÓSMICA

Los primeros intentos de mapear la distribución de galaxias (de Lapparent, Geller y Huchra, 1986; Geller y Huchra, 1989; Gregory y Thompson, 1978; Shectman et al., 1996) revelaron que las mismas no se encuentran distribuidas uniformemente. Por el contrario, la distribución de masa determinada por las galaxias parece formar una intrincada red de asociaciones densas y compactas interconectadas por tenues “puentes” o “filamentos” rodeando grandes regiones vacías (llamados comúnmente *voids*, Kirshner et al., 1981). Los estudios preliminares sugirieron que el universo en grandes escalas podría describirse como un sistema celular (Joeveer, Einasto y Tago, 1978) o una red cósmica (Bond, Kofman y Pogosyan, 1996).

De acuerdo con el modelo cosmológico estándar, todos estos fenómenos observables en el universo se generan completamente en el régimen no lineal de las fluctuaciones de densidad. Si bien el crecimiento inicial de las perturbaciones en el campo de densidades puede estudiarse haciendo uso de herramientas teóricas, la evolución posterior (altamente no lineal) no puede ser descripta analíticamente. No obstante, el colapso de las fluctuaciones y la formación jerárquica de las estructuras, puede estudiarse a través de simulaciones numéricas. Klypin y Shandarin (1983) fueron los primeros en identificar una “estructura tridimensional” en una simulación de N-cuerpos ( $32^3$  partículas) de un modelo *Hot Dark Matter* (HDM), haciendo uso de una malla regular mediante una técnica *Cloud-in-Cell* (CIC). La identificación reveló que los halos de materia oscura estaban unidos por la red de filamentos que abarcaba toda la simulación de  $150h^{-1}\text{Mpc}$  de lado. Además, Klypin y Shandarin, 1983 sugirieron que las paredes deben ser considerablemente menos densas que los filamentos, ya que no se detectaron en la simulación. Estos resultados fueron confirmados rápidamente por Centrella y Melott, 1983 y Frenk, White y Davis, 1983. Cabe señalar que Centrella y Melott, 1983, utilizaron una simulación con una malla similar pero con 27 veces más partículas, consiguiendo



identificar paredes con una sobredensidad de  $\delta = \rho/\bar{\rho} = 2$ , donde  $\rho$  y  $\bar{\rho}$  son la densidad local y la densidad media de la simulación respectivamente.

Desde su descubrimiento y estos primeros estudios relacionados con la geometría y la topología de las estructuras a gran escala, se han realizado grandes avances en pos de comprender la naturaleza de la red cósmica. En la actualidad, los catálogos de galaxias han crecido miles de veces, mediante relevamientos tales como Sloan Digital Sky Survey (SDSS) (Albareti et al., 2016; Tegmark et al., 2003) y 2MASS Redshift Survey (Huchra et al., 2012), además los tamaños de las simulaciones cosmológicas modernas como Millennium Springel et al. (2005), IllustrisTNG (Marinacci et al., 2018), y Q-Continuum Heitmann et al. (2015) se han incrementado en más de un millón de veces.

Por otro lado, la cantidad de métodos para identificar estructuras también ha crecido enormemente de la mano de los grandes volúmenes de datos, desde prácticamente un único método para la identificación de estructuras <sup>4</sup> a varias docenas de sofisticadas técnicas matemáticas y computacionales (véase Colberg et al. (2008), Knebe et al. (2011), Onions et al. (2012), Knebe et al. (2013), Libeskind et al. (2018) y sus referencias). Medir o cuantificar estas estructuras de manera precisa y unívoca es un problema difícil. Esto se debe al amplio rango de densidades que abarcan las estructuras que conforman esta red cósmica, como así también el límite difuso que existe entre ellas, que incluso hacen que sus definiciones dependan si la identificación está dirigida a datos simulados u observaciones.

Hoy en día, es de gran interés en la comunidad impulsar medidas cuantitativas para caracterizar la red cósmica, las mismas buscan proporcionar información sobre la dinámica de la formación de estructuras gravitacionales, el modelo cosmológico, la naturaleza de la materia oscura y, la formación y evolución de las galaxias. Dado que la evolución, topología y dinámica de la red cósmica depende directamente de la gravedad y la naturaleza de la materia y energía oscura, cada uno los elementos constitutivos de la misma, (halos, filamentos, paredes y *voids*) guardarán huellas de la física subyacente.

Un ejemplo claro que la “telaraña” cósmica es una importante fuente de información del modelo cosmológico implícito, lo ofrecen las regiones subdensas de la estructura en gran escala, ellas constituyen uno de los mejores laboratorios cosmológicos (Correa et al., 2019) para medidas de energía oscura, como así también pruebas de gravedad modificada y nuevas teorías de relatividad general. Su estructura y forma, así como la alineación mutua, son el reflejo directo de la acción de la energía oscura (Bos et al., 2012; Lavaux y Wandelt, 2010, 2012; Park y Lee, 2007; Pisani et al., 2015; Platen, Weygaert y Jones, 2008; Sutter et al., 2014). Por su parte, las estructuras filamentos plantean nuevos desafíos en la cosmología. Debido a que la medición de los parámetros cosmológicos depende del entorno del observador (por ejemplo Wojtak et al., 2014), uno de los objetivos actuales es el desarrollo de nuevos enfoques para explorar las características de la red cósmica, en particular, los filamentos aparecen como potenciales medios para explotar medidas de la estructura y dinámica de la red cósmica (por ejemplo, Ho et al., 2018; Naidoo et al., 2020).

<sup>4</sup> El algoritmo Amigos-de-Amigos (*Friends of Friends*, FoF) se utilizó para los estudios topológicos e identificación de cúmulos de galaxias (Shandarin, 1983; Shandarin y Zel’dovich, 1983; Zel’dovich, Einasto y Shandarin, 1982) por un lado y para identificar halos de materia oscura (Davis et al., 1985) por el otro.

## 1.6 IMPORTANCIA E IMPACTO DE LOS FILAMENTOS COSMOLÓGICOS

Los filamentos cosmológicos son estructuras elongadas que representan entre el 50 y 60 por ciento de la materia en el universo, pero solo  $\sim 6$  por ciento del volumen (Cautun et al., 2014; Tempel et al., 2014c, ver Cui et al., 2018, 2019; Martizzi et al., 2019 para fracciones más altas). A su vez, múltiples investigaciones han establecido que los filamentos cosmológicos son estructuras cruciales para la dinámica y propiedades tanto del gas como las galaxias por igual (por ejemplo, Codis et al., 2012). Por lo cual su estudio y caracterización resulta muy importante.

Las simulaciones cosmológicas revelan el papel de los filamentos sobre su entorno y su influencia sobre la orientación del momento angular y la forma de los halos de materia oscura a gran escala (Aragon-Calvo y Yang, 2014; Aragón-Calvo et al., 2007b; Ganeshiah Veena et al., 2019, 2018; Hahn et al., 2007a,b; Libeskind et al., 2013; Zhang et al., 2009). Desde el punto de vista observacional, existe evidencia de alineaciones intrínsecas entre la orientación y/o forma de las galaxias y la dirección de los filamentos cercanos. Zhang et al. (2013) estudiaron la alineación entre los ejes principales de las galaxias y la estructura a gran escala circundante, especialmente el entorno de filamentos y paredes. Mostrando que los ejes principales de las galaxias en filamentos están alineados preferentemente a lo largo de la dirección de los mismos, mientras que los ejes principales de las galaxias en un entorno tipo pared tienden a alinearse preferentemente de manera paralela al plano de la pared en la cual se hallan embebidas. Por otro lado, Tempel, Stoica y Saar (2013) investigaron la alineación de las galaxias espirales/elípticas, encontrando que los ejes menores de las galaxias elípticas tienden a estar preferentemente perpendiculares a la dirección del filamento más próximo, en cambio, las galaxias espirales brillantes muestran una tendencia a alinearse con el eje del filamento cercano. La red de filamentos también juega un papel importante en organización espacial fundamental de las galaxias. Joeveer, Einasto y Tago (1978) encontraron que los grupos y los cúmulos de galaxias del supercúmulo de Perseus-Piscis conforman una cadena larga con una distancia característica entre cúmulos/grupos de  $\sim 8h^{-1}\text{Mpc}$ . Este resultado fue confirmado por Tempel et al., 2014a, quienes estudiaron la distribución de galaxias a lo largo de los filamentos encontrando que los mismos son como “collares de perlas” en los cuales las galaxias y los grupos muestran un patrón regular a lo largo del eje de los filamentos con una distancia mutua alrededor de  $7h^{-1}\text{Mpc}$ . Un hallazgo más reciente, se encontró que alrededor de nuestra galaxia y M31, las galaxias satélites tendrían una distribución aplanada. Indicando que tal orientación podría ser un reflejo de la existencia de un filamento o una pared local (ver Cautun et al., 2015; Forero-Romero y Gonzalez, 2014; Ibata et al., 2013).

Debido a que los filamentos se forman a través del colapso gravitacional de la materia a lo largo de dos ejes principales, se genera un complejo campo de velocidad alrededor de estas estructuras, que a primer orden, pueden explicarse mediante la aproximación de Zel'dovich. Sin embargo, este simple enfoque no puede explicar patrones tales el notable campo de vorticidad que se genera alrededor de los filamentos (Codis, Pichon y Pogosyan, 2015; Laigle et al., 2015). ni los efectos inducidos por las componentes locales de la red cósmica (Hahn, Angulo y Abel, 2015a; Kraljic et al., 2018). Las regiones filamentosas son el escenario

principal de fenómenos astrofísicos únicos, diversos estudios sugieren que los filamentos actúan como “canales” ó “autopistas” de galaxias y gas hacia las regiones en formación (por ejemplo Aragon-Calvo, Neyrinck y Silk, 2016; Cautun et al., 2014; Danovich et al., 2015; Dekel, Sari y Ceverino, 2009; Goerdt et al., 2015; Knebe et al., 2004; Kuchner et al., 2022). Esta visión, sustentada principalmente por simulaciones, está comenzando a ser comprobada en observaciones (Umehata et al., 2019). Asimismo, Guo, Tempel y Libeskind, 2015 encontraron que los grupos en los filamentos tienden a tener más satélites que aquellos que están fuera de estas estructuras. Posteriormente a este trabajo, Tempel et al., 2015 exploraron la alineación de las galaxias satélites con respecto a los filamentos, encontrando que las satélites tienden a alinearse con ellos. Estos autores sugieren que la señal de alineación puede ser una consecuencia de cómo las galaxias satélites se acretan a lo largo de la dirección de los filamentos. Diferentes trabajos muestran que los filamentos juegan un rol similar en las propiedades de las galaxias como lo hacen los cúmulos, aunque en menor grado. Las galaxias cercanas a los filamentos son más rojas (Kraljic et al., 2018; Laigle et al., 2018), elípticas (Kuutma, Tamm y Tempel, 2017), con mayor metalicidad (Darvish et al., 2015), más masivas (Malavasi et al., 2017) y con mayor probabilidad de haber frenado su formación estelar (Alpaslan et al., 2016; Winkel et al., 2021) que sus contrapartes a igual masa estelar a mayores distancias de los filamentos. Martínez, Muriel y Coenda (2016) encuentran que las galaxias en los filamentos tienen una tasa de formación estelar específica más baja que las galaxias que caen hacia cúmulos/grupos (*infall*). Salerno, Martínez y Muriel (2019) estudia la fracción de galaxias apagadas (*galaxy quenching*) en función de la masa estelar en diferentes entornos a alto *redshift*, encontrando en particular, que las galaxias en el entorno de los filamentos están más apagadas que aquellas en *infall* isotrópico hacia los grupos, estos resultados están acuerdo con otros similares a bajo *redshift*. Otros estudios acuerdan que los filamentos tienen un papel significativo en el “preprocesamiento” de las galaxias antes de ingresar al cúmulo, afectando la evolución y propiedades de las mismas mediante diversos mecanismos, induciendo un apagado de las galaxias antes que ingresen al entorno del cúmulo (por ejemplo, Haines et al., 2015; Kotecha et al., 2022; Porter et al., 2008; Song et al., 2021; Wetzel et al., 2013). Esto resulta interesante porque, si bien estos trabajos se centran en las regiones externas de los cúmulos, para las internas parece ser lo opuesto. Se ha encontrado que los filamentos alimentan el interior de los cúmulos con gas frío que resiste la presión del medio intracúmulo (Rost et al., 2021; Vurm et al., 2023). Mientras que Kotecha et al., 2022 encontraron evidencia de que los filamentos podrían proteger en cierta medida a las galaxias del entorno intracúmulo más hostil al ingresar al cúmulo. Este efecto protector se debería a flujos de gas más fríos y colimados ubicados en el núcleo de dichos filamentos.

En este escenario, en el cual el gas sigue los gradientes de la distribución de la materia oscura no colisional, comprimiéndose y transportándose a lo largo de los filamentos. Las simulaciones han demostrado que algunas propiedades del mismo, tales como su temperatura media o masa, siguen relaciones de escala en los filamentos (por ejemplo, Gheller et al., 2015; Tanimura et al., 2020). Sin embargo, a diferencia del gas caliente que se acumula en los pozos gravitacionales de los cúmulos, se ha propuesto que los filamentos alberguen una significativa fracción de una componente particular de gas con temperaturas de entre  $10^5$  a  $10^7$  K, cono-

cida como medio intergaláctico caliente-cálido ó WHIM, por sus siglas en inglés (Bykov, Paerels y Petrosian, 2008; Cen y Ostriker, 1999; Davé et al., 2001; Tuominen et al., 2021) El WHIM es más difícil detectar de manera directa, y se propone como la clave para entender el llamado problema de los bariones faltante en el universo. Actualmente ya se han realizados los primeros avances en este desafío mediante mediciones en pares individuales de cúmulos de galaxias (Akamatsu et al., 2017; Bonjean et al., 2018; Tittley y Henriksen, 2001; Werner et al., 2008), filamentos individuales (Bacon et al., 2021; Umehata et al., 2019) y mediante una técnica de apilamiento de filamentos (Tanimura et al., 2019; Vernstrom et al., 2021). Estos estudios muestran que el WHIM está en los filamentos, representando así un importante trazador observacional de la red cósmica por lo cual una mejor comprensión de su distribución espacial podría ayudar a mejorar la detección de filamentos en futuros estudios observacionales.

En este contexto, la detección de filamentos tiene un rol fundamental para la realización de estos estudios. No obstante, la misma representa un gran desafío debido a la complejidad de las interconexiones entre las estructuras, como así también el amplio rango de densidades que abarcan. Sumado a esto, tampoco se cuenta en la literatura con una definición unívoca de filamentos producto que los mismos constituyen estructuras irregulares y no virializadas <sup>5</sup>.

Pese a esto, muchas investigaciones han tratado de cuantificar la red filamentosa lo cual condujo al desarrollo de diferentes métodos de identificación como fue mencionado en la sección anterior. Siguiendo una línea histórica, los primeros métodos desarrollados para la extracción de filamentos se basaban en técnicas de grafos y técnicas de percolación (Alpaslan et al., 2014; Barrow, Bhavsar y Sonoda, 1985; Bhavsar y Splinter, 1996; Colberg, 2007), los cuales han sido aplicados principalmente a datos observacionales, usando las galaxias como trazadores de la red filamentosa. Otros trabajos que también identificaron filamentos lo hicieron directamente a través la inspección visual (Akamatsu et al., 2017; Colberg, Krughoff y Connolly, 2005; Pimbblet y Drinkwater, 2004), Mientras que algunos modelan el patrón filamentoso mediante una configuración de cilindros interconectados con una distribución de probabilidad modelada (*Bisous model*, Stoica, Martínez y Saar, 2010; Tempel et al., 2014b). Incluso existen algoritmos que extraen filamentos mediante la identificación de superficies de isodensidades (Gheller et al., 2015).

Por lo que se refiere a otro enfoque novedoso y actualmente muy aceptado por la comunidad, es el extractor de estructuras discretas persistentes (*DisPerSE*, Sousbie, 2011), este algoritmo se funda en el trabajo de Pogosyan et al. (2009), quienes consideran que los filamentos son crestas de materia que unen dos regiones de alta densidad a través de un punto de ensilladura <sup>6</sup>. Además del cálculo del campo de densidad, *DisPerSE* utiliza conceptos topológicos de la teoría Morse para la identificación de estructuras. Este método ha sido implementado exitosamente en simulaciones cosmológicas y catálogos observacionales (Sousbie, Pichon y Ka-

5 Utilizaremos el vocablo virializadas, y otros derivados del término virial, para hacer referencia a cuerpos que satisfagan el Teorema de Virial. Este establece que en todo cuerpo, en estado de equilibrio o quasi-equilibrio, existe una relación bien definida entre las energías potencial  $V$  y cinética  $K$  del mismo en el estado de equilibrio, mediante la ecuación  $V = -2K$ .

6 Un punto de ensilladura es un punto en una superficie o función donde las derivadas en direcciones ortogonales son todas nulas (un punto crítico o estacionario), pero el mismo no constituye un extremo local. Intuitivamente podríamos imaginarnos que la cima de una montaña constituye un máximo, un paso representa un punto de ensilladura y el fondo del valle es un mínimo.

wahara, 2011). El mérito de *DisPerSE* no solo radica en la detección de filamentos cosmológicos sino que también puede identificar otras componentes de la red cósmica como paredes y *voids*, pero en la práctica, el algoritmo resulta más exitoso para la identificación de filamentos. Si bien este algoritmo es uno de los más robustos y confiables en la literatura, no escapa a problemas en la implementación. Por ejemplo, el campo de densidad calculado por este método a veces produce efectos no deseados como la generación de máximos secundarios, los cuales afectan la identificación introduciendo filamentos espurios. Además estos máximos pueden ocasionar que la coordenada del centro de un halo no coincida con el pico de densidad identificado por *DisPerSE*. Por otro lado, de manera independiente otros autores en cambio conciben a los filamentos como estructuras que conectan grupos (o halos) masivos, sin tener en cuenta la existencia del punto de ensilladura entre ellos (González y Padilla, 2010; Martínez, Muriel y Coenda, 2016).

También existen algoritmos que intentan capturar la naturaleza multiescala de la red cósmica (tales como, Cautun, van de Weygaert y Jones, 2013), u otros basados en la matriz de derivadas parciales segundas (matriz Hessiana) del campo de densidad (Forero-Romero et al., 2009; Hahn et al., 2007a) o del campo tidal (Hoffman et al., 2012; Libeskind et al., 2013). Estos métodos han demostrado ser útiles para estudiar propiedades relacionadas con los halos de materia oscura como su función de masa (Metuki et al., 2015) o caracterizar su momento angular (Libeskind et al., 2012). Caracterizando un campo de densidad suavizado mediante la matriz Hessiana (Bond, Strauss y Cen, 2010) consiguió identificar filamentos individuales tanto en simulaciones de  $N$ -cuerpos como en datos observacionales.

La mayoría de los análisis anteriores, sin embargo ignoran la información dinámica del campo de velocidad. Esto es debido a que una ventaja de los métodos basados en coordenadas de partículas, ya sea en cuadrículas estructuradas como en aquellas no lo son, es su aplicabilidad a los catálogos observacionales (como el SDSS y 2dF) los cuales proporcionan solo dos coordenadas angulares y una coordenada radial en el espacio de *redshift*. Sin embargo las simulaciones cosmológicas proporcionan una información dinámica completa en un espacio de fase de seis dimensiones. Esta información adicional es muy valiosa ya que brinda la oportunidad de comprender más profundamente las componentes de la red cósmica y desarrollar mejores teorías sobre su evolución. En un intento de utilizar esta información y motivados por el “plegamiento” del espacio de fase (entiéndase por “plegamiento” al cruce de trayectorias de partículas o *shell-crossing*) durante el colapso anisotrópico de estructuras, Falck, Neyrinck y Szalay (2012) propuso un método al cual denominó *ORIGAMI*, este intenta asociar las partículas a estructuras en función del número de ejes a lo largo de los cuales se ha producido un cruce de trayectorias. De esta manera, las partículas de *voids*, paredes, filamentos y halos son aquellas que se han cruzado a lo largo de 0, 1, 2 y 3 ejes ortogonales, respectivamente.

En conclusión, la naturaleza multiescala y difusa de los filamentos hace que definir y distinguir entre diferentes estructuras sea una tarea no trivial. Para aumentar la dificultad, como se describió anteriormente los diferentes algoritmos de búsqueda de filamentos se basan en distintas definiciones implícitas de estos objetos. Aunque los diferentes enfoques intentan mejorar la identificación de estructuras, persisten desafíos en la sensibilidad, precisión y adaptabilidad, así como la robus-

tez frente al ruido de los datos astronómicos. Por otra parte, la creciente cantidad de datos presenta desafío en la velocidad de procesamiento y la adaptabilidad a diferentes escalas y resoluciones. La necesidad de un nuevo identificador de filamentos radica en mejorar estos aspectos y superar estas limitaciones. Teniendo la capacidad de adaptarse a diferentes resoluciones y escalar eficientemente con conjuntos de datos más grandes, lo cual sería fundamental para garantizar que el identificador sea útil en el análisis de datos astronómicos actuales y futuros.

A continuación presentamos una tabla a modo de resumen con las principales técnicas. Si el lector desea ahondar en el tema, una comparación exhaustiva de los diferentes métodos se puede hallar en el trabajo de Libeskind et al. (2018).



Diferentes métodos de clasificación		
Inspección visual	Pimblet y Drinkwater (2004), Colberg, Krughoff y Connolly (2005)	Clasificación e identificación heurística de filamentos
Grafos y técnicas de percolación	Barrow, Bhavsar y Sonoda (1985), Bhavsar y Splinter (1996), Colberg (2007), Alpaslan et al. (2014)	Estudios acerca de las propiedades y las interconexiones de un conjunto de puntos
Métodos <i>hessianos</i>	Hahn et al. (2007a), Forero-Romero et al. (2009), Chen et al. (2015)	Estudios de las propiedades de los campos de densidad, velocidades y tidales.
<i>Skeleton</i>	Novikov, Colombi y Doré (2006), Sousbie (2011) y Sousbie, Pichon y Kawahara (2011)	Utiliza conceptos topológicos, Teoría Morse. Posee una implementación rigurosa y motivada matemáticamente.
Métodos <i>Multiscale</i>	Aragón-Calvo et al. (2007a), Cautun, van de Weygaert y Jones (2013)	Este formalismo tiene en cuenta el carácter multiescala de la distribución de la materia evaluando en cada posición la importancia estructural establecida por los autovalores del campo involucrado (densidad, tidal, etc.)
Métodos estocásticos	Stoica, Martínez y Saar (2010), Tempel et al. (2014b)	Permite recuperar las características geométricas y topológicas del campo de densidad subyacente a partir nube de puntos basados en una función de distancia.
Métodos en el espacio de fase	Falck, Neyrinck y Szalay (2012), Falck y Neyrinck (2015), Ramachandra y Shandarin (2015)	Recuperan la información dinámica completa proporcionando valiosas contribuciones a comprensión de la estructura cósmica.

## 1.7 SIMULACIONES Y CATÁLOGOS OBSERVACIONALES

En astronomía, a diferencia de la mayoría de las disciplinas, es imposible tener un laboratorio donde se puedan realizar experimentos. Esta ciencia sólo observa el universo, desde nuestro lugar, la Tierra, realiza hipótesis y luego busca evidencias para confirmarlas o refutarlas. En algunos casos, la evidencia es obtenida de

forma directa, es decir que el fenómeno puede observarse y subsecuentemente ser descrito de acuerdo a las leyes de la física conocidas de la época. Mientras que otras veces, se debe inferir el conocimiento a partir de observaciones indirectas y/o simulaciones numéricas.

Para nuestra área de la estructura en gran escala del universo, las simulaciones numéricas constituyen una herramienta indispensable para la comprensión de diferentes fenómenos. Las mismas nos ayudan a obtener una realización del universo a partir de ciertas condiciones iniciales y las leyes establecidas de acuerdo a nuestro conocimiento sobre el mismo. La principal característica debe ser la de reproducir correctamente la física que se intentan simular. A través de dichas simulaciones podemos validar el modelo cosmológico y las relaciones entre los procesos de formación de las estructuras y la distribución de materia observada en la estructura en gran escala del universo (Springel, 2012). Además, nos sirve de guía para interpretar los datos observacionales. Dado el tipo de estudio que realizaremos, nos interesan, principalmente, las simulaciones del universo en gran escala, esto es, simulaciones cuyo tamaño es de algunas centenas de Megaparsecs. Por ello, a lo largo de esta tesis nos centraremos en este tipo de simulaciones, denominadas cosmológicas, y particularmente trabajaremos con simulaciones donde solo se tienen en cuenta las interacciones gravitatorias. En el tipo de simulaciones que utilizaremos, la distribución de materia es representada por un conjunto discreto de partículas encargadas de transportar la información correspondiente a la porción del universo que les toque representar, de manera que partiendo de una condición inicial, en cada paso temporal se resuelven las ecuaciones de movimiento de cada partícula, las cuales no son lineales, y dependen del potencial gravitatorio originado por todas las demás. Este cálculo resulta ser demasiado costoso para grandes cantidades de partículas, por lo cual se utilizan diferentes métodos para resolverlos de manera eficiente. Uno de los más sencillos es el llamado *particle-mesh* (PM), en el cual el sistema de partículas es convertido en una grilla regular con valores de densidad. Los campos de densidad se calculan utilizando algoritmos como Cloud-in-Cell (CIC) (ver por ejemplo Hockney y Eastwood, 1988), Alternativamente, el campo de densidad puede generarse mediante métodos de malla adaptativa (Couchman, 1991). Asimismo existen los denominados *tree codes*, que disminuyen el número de operaciones a través de desarrollos multipolares del potencial gravitatorio (Barnes y Hut, 1986; Springel, 2005)

Una vez calculado el potencial requerido para computar la fuerza sobre cada partícula se actualizan las posiciones y velocidades de cada una de ellas integrando las ecuaciones de movimiento de la gravitación, el proceso continúa iterativamente, recalculando el potencial gravitatorio con cada nueva distribución de partículas. La ausencia de un tamaño por parte de las partículas que representan la distribución de materia introduce una dificultad extra en este tipo de simulaciones ya que los encuentros cercanos entre las mismas introducen dispersiones espurias, en dichas interacciones las partículas pueden resultar deflectadas con ángulos muy grandes, debido a que las fuerzas que se ejercen mutuamente podrían crecer indefinidamente a medida que se acercan. Para prevenir este tipo de colisiones es necesario suavizar la interacción gravitatoria a distancias cortas. Esto se consigue simplemente reemplazando el factor  $1/r^2$  por  $1/(s^2 + r^2)$  en la expresión de la fuer-



za gravitatoria, donde  $s$  es una longitud de suavizado que impide que la fuerza crezca arbitrariamente cuando  $r$  alcanza valores artificialmente pequeños.

Si bien las simulaciones numéricas brindan una gran cantidad de información tanto espacial como temporal, estas carecerían de valor si no tuviésemos información real con la cual comparar. En nuestro caso estos datos provienen de los grandes catálogos de galaxias. Un “catálogo astronómico” es una base de datos de objetos celestes que puede contener información de diverso tipo, como por ejemplo posiciones angulares, *redshift*, magnitudes o colores. Las galaxias representan el principal indicador de la distribución de materia en gran escala del universo. Los primeros relevamientos del cielo fueron del tipo fotométrico (solo posiciones angulares y magnitudes), sin embargo para poder determinar la distribución tridimensional de estos objetos es necesario utilizar espectroscopía para medir el corrimiento al rojo de la galaxia y derivar su distancia usando la Ley de Hubble. La obtención de un espectro requiere un tiempo de observación mayor que el necesario para determinar las propiedades fotométricas del objeto, sin embargo los importantes avances impulsados por los grandes relevamientos incrementaron considerablemente el volúmen de datos espectroscópicos disponibles.

En 1977, un equipo dirigido por Margaret Geller y John Huchra comenzaron un proyecto que se convertiría en lo que hoy se conoce como el “*CfA Redshift Survey*”. Este fue uno de los proyectos pioneros dedicado a observación de galaxias para determinar posición en el espacio tridimensional, registrar posiciones y corrimientos al rojo. En 1982, el equipo publicó los primeros resultados del proyecto, a ese momento habían medido las posiciones angulares y *redshifts* de unas 1100 galaxias en total. Algunos desplazamientos al rojo alcanzaban los 15000 km/s para las galaxias más distantes. A pesar del bajo número de objetos, los resultados ya mostraban una incipiente red de filamentos rodeada por grandes regiones prácticamente desprovistas de galaxias, a los cuales se denominó “vacíos”. Un segundo relevamiento aun más grande se inició en 1985 y continuó hasta 1995. El mismo finalmente midió posiciones y *redshift* de unas 18000 galaxias, diez veces más grande que el relevamiento inicial. Vale destacar que aunque las posiciones angulares de varios objetos podían ser extraídas simultáneamente, el *redshift* de cada galaxia tuvo que obtenerse individualmente usando un espectrógrafo de rendija simple colocado sobre cada objeto, un trabajo minucioso y que demandaba una gran cantidad de tiempo. Como parte del segundo relevamiento en 1989, Geller y Huchra anunciaron el descubrimiento de una gran concentración de galaxias que se extiende desde una ascensión recta de 8 – 17h y desde un desplazamiento al rojo de 5000 – 10000 km/s, lo cual se traduce en una estructura de aproximadamente  $600 \times 250 \times 30$  millones de años luz de tamaño, por mucho la estructura cósmica más grande conocida hasta ese momento. Al objeto se le dio el nombre de “Gran Muralla CfA2” (Geller y Huchra, 1989), constituyéndose en una evidencia más de que la distribución de galaxias está lejos de ser uniforme.

En la actualidad uno de los relevamientos más importantes es el Sloan Digital Sky Server (SDSS), sobre este catálogo nos enfocaremos el último capítulo de esta tesis. Brevemente, el SDSS cuenta con datos fotométricos en cinco filtros ( $u, g, r, i, z$ ) y datos espectroscópicos de galaxias con magnitudes aparentes en el rojo  $r_{\text{lim}} < 17,77$  cubriendo aproximadamente un cuarto del cielo, ello resulta en un catálogo con más de un millón de objetos con *redshifts* medidos.

# 2

## MÉTODO DE IDENTIFICACIÓN

---

### 2.1 INTRODUCCIÓN

Uno de los principales objetivos de este trabajo es desarrollar un algoritmo capaz de detectar filamentos utilizando técnicas simples, además de poseer la versatilidad para aplicarse tanto a simulaciones numéricas cosmológicas como a grandes catálogos de galaxias. En este capítulo, presentamos una herramienta para la detección automática de filamentos cosmológicos a la que hemos llamado “Semita”.

<sup>1</sup> En la primera parte de esta sección, profundizaremos en algunos conceptos básicos en los que se fundamenta la técnica de identificación. Luego, se abordarán los distintos pasos del método.

### 2.2 RUDIMENTOS DE LA IDENTIFICACIÓN

Para abordar el tema de la detección de filamentos, es esencial introducir una serie de herramientas teóricas y prácticas. Hemos desarrollado un método de identificación de filamentos basado en un enfoque sencillo, que utiliza técnicas de percolación y teoría de grafos, incluyendo el algoritmo “amigos de amigos” (*friends of friends*, FoF), teselaciones de Voronoi y el “árbol recubridor mínimo” (*minimal spanning tree*, MST). Estas técnicas se describirán detalladamente en las secciones subsiguientes.

Es importante destacar que estas herramientas están diseñadas para analizar distribuciones espaciales de puntos o “partículas”. Por lo tanto, son directamente aplicables a simulaciones numéricas de sistemas de N-cuerpos. Sin embargo, como exploraremos más adelante en esta tesis (capítulo 5), estas técnicas pueden ser adaptadas con ligeras modificaciones para analizar catálogos de galaxias.

#### 2.2.1 *Friends-of-friends algorithm*

El primer paso de nuestro método consiste en aplicar el algoritmo de percolación FoF (Audit, Teyssier y Alimi, 1997; Davis et al., 1985; Lacey y Cole, 1993). Esta técnica radica en encontrar todos los pares de puntos (partículas o galaxias según sea el caso) que se encuentren separadas por una distancia  $l$  menor que una dada fracción  $b$  de la separación media, o sea  $l = b/\sqrt[3]{n}$ , donde  $n$  es la densidad media de puntos. Esta distancia característica es denominada longitud de percolación o enlace.

El método comienza en una partícula cualquiera a la cual se asocian todos los vecinos que se encuentren a una distancia menor a la longitud de enlace definida, luego este mismo criterio se aplica sobre todos los vecinos que se van encontrando. Una vez que no es posible enlazar nuevos vecinos, todo el subconjunto de partículas ligadas definen un grupo FoF. Este proceso se repite partiendo la siguiente

---

<sup>1</sup> del latín: sendero o camino

partícula no visitada hasta que ya no queden puntos por recorrer. Este simple procedimiento geométrico no involucra densidades, sin embargo como resultado de la identificación se obtienen que todos los puntos cuya densidad numérica esta por encima de el valor  $n_{\min} = \frac{2}{\frac{4}{3}\pi l^3}$  se hallan en un grupo.

Es importante notar que el algoritmo no utiliza información sobre la velocidad de las partículas, y no tiene una escala privilegiada. Esto último resulta destacable si uno desea realizar estudios sobre las propiedades de los halos de materia oscura en simulaciones numéricas tales como su distribución de masa. Además de las observaciones realizadas anteriormente podemos enumerar otras ventajas y desventajas de este método

Ventajas:

- Produce un catálogo de grupos único para el valor de  $b$  dado.
- Los catálogos construidos satisfacen una condición de anidado, es decir, todos los miembros de un grupo para un valor definido de  $b$  son también miembros del mismo grupo en cualquier otro catálogo construido con una longitud de enlace mayor.
- El método no hace ninguna suposición *a priori* sobre la forma de los halos.

Desventajas:

- Debido a que el método solo utiliza criterios espaciales para determinar los grupos, cuando la intención es aislar las estructuras ligadas gravitacionalmente, suele suceder que dos o más de ellas se han fusionadas en una sola estructura producto de conexiones artificiales entre partículas, las cuales verdaderamente no se hallan ligadas gravitacionalmente a ninguna de las estructuras.

### 2.2.2 Teselación de Voronoi

La teselación de Voronoi (Voronoi, 1908) debe su nombre al matemático Georgy Voronoi (1868-1908), es una técnica utilizada para dividir el espacio en celdas, lo que resulta aplicable a una variedad de problemas en diversas disciplinas.

En términos conceptuales, la teselación de Voronoi divide el espacio en celdas alrededor de un conjunto de centros, asignando a cada centro una región que consiste en los puntos más cercanos a ese centro en comparación con cualquier otro. Esta técnica no paramétrica puede emplearse para estimar la densidad local de la distribución de puntos.

Ahora bien formalmente la teselación puede definirse de la siguiente manera, asumiendo una distribución finita de puntos generadores, una celda o región Voronoi  $\Pi_i$  asociada al punto generador  $x_i \in P$  en  $\mathbb{R}^d$  es definida por el siguiente conjunto de puntos  $x$  en el espacio:

$$\Pi_i = \{x \mid d(x, x_i) < d(x, x_j) \forall j \neq i\}. \quad (54)$$

donde  $d(x, y)$  es la distancia euclídea entre  $x$  e  $y$ . En otras palabras, una celda  $\Pi_i$  es el conjunto de puntos que está más cerca del punto  $x_i$  que del punto  $x_j$ , con

$j \neq i$ . Notemos que cada celda  $\Pi_i$  es la intersección de semiplanos perpendiculares a cada uno de los segmentos que unen  $x_i$  con cada uno de los otros  $x_j$ .

Las celdas Voronoi en tres dimensiones son poliedros convexos con un volumen finito. Cuanto mayor sea la densidad en una región, más pequeñas serán las celdas Voronoi individuales. Por lo tanto, es intuitivo definir la densidad local de un punto como el recíproco del volumen (o área en dos dimensiones) de la celda Voronoi asociada a dicho punto. A continuación se enumeran algunas propiedades de la teselación de Voronoi, recordemos antes que  $\Pi_i$  representa región Voronoi asociada a un punto generador  $x_i$  en  $\mathbb{R}^d$  perteneciente al conjunto generador  $P$  ( $x_i \in P$ )

- **Propiedad 1:** La teselación de Voronoi de un determinado conjunto de puntos  $P$  es única.
- **Propiedad 2:** Dada una celda de Voronoi  $\Pi_i$ , el punto más cercano de  $P$  a un punto  $x_i$  se encuentra entre los vecinos Voronoi de  $x_i$ . Es decir, que el punto más cercano a  $x_i$  es uno de los puntos vecinos cuyas celdas de Voronoi comparten un lado.
- **Propiedad 3:** Dada una teselación de Voronoi de un conjunto de puntos  $P$  y un punto de prueba  $q_i \notin P$ . Si el punto  $x_i$  asociado a una celda de Voronoi  $\Pi_i$ , es el punto más cercano de  $P$  a  $q_i$ . Entonces  $q_i \in \Pi_i$ .
- **Propiedad 4:** Cuando el número de puntos generadores en  $\mathbb{R}^d$  es lo suficientemente grande, el número promedio de lados por celda Voronoi tiende a un valor constante que depende sólo de la dimensión  $d$ .

Esta última propiedad es muy importante ya que nos dice que el número promedio de vecinos Voronoi, es un número finito. Para muchas aplicaciones (entre ellas este trabajo) lo que resulta interesante de la teselación de Voronoi no es su forma geométrica exacta sino su estructura topológica, es decir que regiones son adyacentes entre sí (vecinos Voronoi). En el área de la astronomía, las teselaciones de Voronoi son ampliamente usadas para estimaciones del campo de densidad y para determinar vecinos tanto en aquellos problemas con condiciones de borde periódicas, como en aquellos que no las tienen. En particular, todas las simulaciones cosmológicas que utilizamos en esta tesis presentan típicamente condiciones periódicas. En la fig. 3 se muestra un ejemplo de una teselación de Voronoi aplicada sobre una sección de una simulación de  $100 h^{-1} \text{Mpc}$  de lado. Cada uno de los puntos representa una proyección de un halo de materia oscura en una sección de  $30 h^{-1} \text{Mpc}$  de profundidad.

Por otro lado resultan de interés, las distribuciones que presentan condiciones de borde no periódicas, por ejemplo los grandes relevamientos de galaxias, en estos casos debe tenerse una consideración extra cuando se desea reconstruir el campo local de densidad mediante la teselación de Voronoi, ya que aquellos puntos ubicados en los bordes del catálogo podrían tener volúmenes artificialmente grandes. Para solucionar este inconveniente se generan regiones de alta densidad numérica de partículas “fantasmas” (*buffer particles*) distribuidas aleatoriamente justo por fuera de los límites del relevamiento. El propósito de dichas partículas “fantasmas” es garantizar que el proceso de teselación funcione incluso para galaxias cercanas a los límites del catálogo (para más detalle véase por ejemplo Mao et al., 2017).

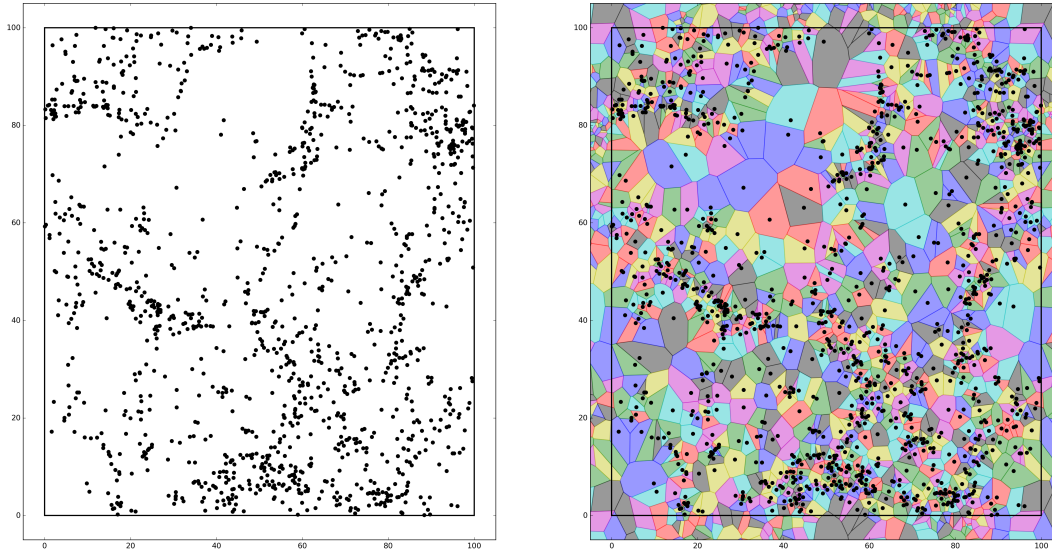


Figura 3.: Proyección bidimensional de una distribución de puntos, halos de materia oscura para una simulación de  $100 h^{-1} \text{Mpc}$  de lado (panel izquierdo) y su correspondiente teselación de Voronoi (panel derecho) asumiendo condiciones de borde periódicas.

Por último no podemos dejar de mencionar que la teselación de Voronoi está íntimamente relacionada con la triangulación de Delaunay (Delaunay, 1934). Brevemente, la triangulación de Delaunay es una red de triángulos, que cumple con cierta condición denominada condición de Delaunay, la cual indica que la circunferencia circunscrita de cada triángulo del conjunto Delaunay no debe contener ningún vértice de otro triángulo del mismo conjunto. La triangulación de Delaunay y la teselación Voronoi constituyen espacios duales, es decir nos referimos a que estas estructuras contienen la misma información pero la representan de formas diferentes. En otras palabras, hay una correspondencia uno a uno entre los nodos en la triangulación y las celdas Voronoi, existe además una relación similar entre los lados de la triangulación y los límites compartidos de cada región y, finalmente, también existe una correspondencia uno a uno entre los circuncentros de la triangulación y los vértices de región Voronoi. Esta correspondencia particular significa que se puede obtener una triangulación de Delaunay a partir de una teselación de Voronoi y viceversa. (teóricamente de hecho, una podría ser obtenido de la otra en un número de operaciones proporcional al número de puntos  $\mathcal{O}(n)$ ).

### 2.2.3 *Minimal Spanning Tree*

El árbol de expansión mínimo (*Minimal Spanning Tree*, MST) es una técnica tomada de la teoría de grafos, relacionada con el conocido problema del viajante (*travelling salesman problem*). La primera descripción de un algoritmo para encontrar un árbol de expansión mínimo fue dada por Borůvka (1926), otros algoritmos también han sido desarrollados independientemente por Kruskal (1956), Loberman y Weinberger (1957) y Prim (1957). Detalles sobre la evolución histórica de los algoritmos MST se pueden encontrar en (Graham y Hell, 1985).

El MST se ha utilizado en diferentes problemas de astronomía, por ejemplo la identificación de cúmulos estelares (Bastian et al., 2007; Bastian et al., 2009; Beerer

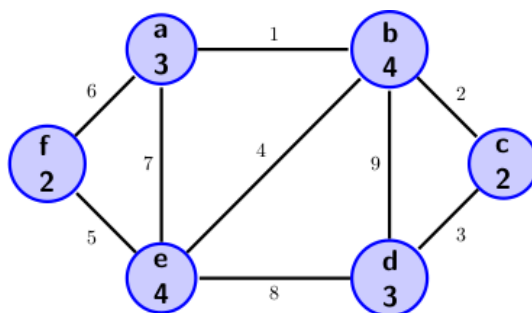


Figura 4.: Representación de un grafo pesado con seis nodos (círculos azules) y nueve aristas (líneas que unen los nodos). Cada lado está etiquetado con su peso y los nodos con su grado.

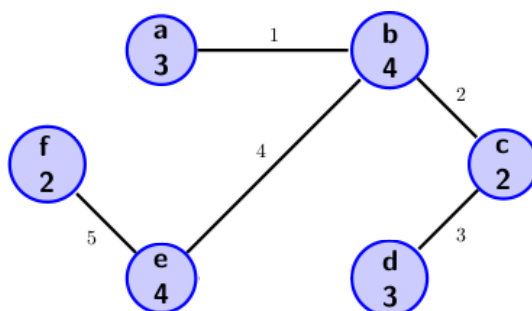


Figura 5.: El árbol de expansión mínimo de  $N$  puntos (6 nodos). Tenemos que notar el MST cuenta con  $N - 1$  lados (5 lados).

et al., 2010; Grebel et al., 1999; Gutermuth et al., 2009; Koenig et al., 2008; Maschberger et al., 2010), sin embargo, sus aplicaciones más importantes se han realizado principalmente caracterizando la distribución de galaxias a gran escala (ver Adami y Mazure, 1999; Barrow, Bhavsar y Sonoda, 1985; Bhavsar y Ling, 1988a,b; Doroshkevich et al., 2004; Krzewina y Saslaw, 1996; Naidoo et al., 2020). En este trabajo, seguimos los conceptos utilizados por Barrow, Bhavsar y Sonoda (1985), los cuales además fueron empleados por otros autores en la literatura (ver por ejemplo Alpaslan et al., 2014; Colberg, 2007; Graham, Clowes y Campusano, 1995; Park y Lee, 2009).

Un grafo  $G$  es una colección de nodos, lados (líneas rectas que unen nodos) y pesos. El primer concepto a introducir de teoría de grafos es el grado de un nodo, el cual se define como el número de lados incidentes en dicho nodo. En la fig. 4 se muestra un grafo ejemplo, los nodos son representados con círculos de color azul y etiquetados con letras (desde  $a$  hasta  $f$ ), el grado de cada nodo se manifiesta con número entero dentro del círculo. Los lados se representan mediante líneas rectas y los pesos se indican a través de los valores que acompañan a las conexiones. Para simplificar la representación dichos valores se eligieron como números enteros consecutivos.

Ahora bien, una secuencia de lados conectados es un camino, cuando un camino se cierra sobre si mismo es denominado ciclo. En particular, podemos definir un árbol de expansión de  $G$ , como un grafo que contiene todos los nodos de  $G$  sin poseer ciclos. Esto es equivalente a decir que cualquier par de nodos están conectados por exactamente un único camino. Debemos notar que dado un grafo  $G$  existen múltiples árboles de expansión, en particular existe un único árbol (si no hay dos pesos iguales, lo cual constituye una buena suposición para nuestro problema) que



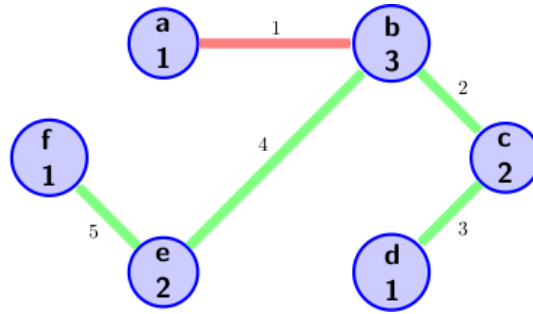


Figura 6.: El árbol de expansión mínimo de  $N$  puntos (6 nodos). Los tres  $k$ -branch con los que cuenta el MST, uno de nivel 1 y dos de nivel 2, se resaltan en colores rojo y verdes respectivamente.

cumple con que la suma de sus pesos es mínima. Este árbol se denomina árbol de expansión mínimo o árbol recubridor mínimo (MST). La fig. 5 ilustra el MST del grafo ejemplo presentado en el párrafo anterior.

Por otra lado, en el marco del MST es útil definir un  $k$ -branch asociado a un nodo de grado 1, que se define como el camino de  $k$  lados que conecta un nodo de grado 1 con otro de grado superior a 2, con todos los nodos intermedios de grado 2. Es decir, un extremo del  $k$ -branch es el extremo de una rama, mientras que el otro extremo es una intersección con al menos tres lados, pasando solo por nodos intermedios de grado 2. En la fig. 6 se muestran tres  $k$ -branches del MST. Suponiendo que deseamos “podar” el MST a nivel 1, es decir deseamos eliminar todos  $k$ -branches de nivel 1 del árbol. En el caso de nuestro MST ejemplo solo quitaremos un  $k$ -branch (color rojo) ya que restantes dos  $k$ -branches (color verde) son de nivel 2. Otra manera de pensar el concepto de un MST “podado”, es que el mismo es equivalente a construir un MST descartando del grafo inicial los nodos que se encuentran sobre las ramas podadas. Es decir si en el grafo ejemplo de fig. 4 elimináramos el nodo  $a$  y todas sus conexiones ( $a-f$ ;  $a-e$ ;  $a-b$ ) y luego construyéramos el MST sobre los nodos restantes (desde  $b$  hasta  $f$ ), el mismo sería idéntico al MST “podado” a nivel 1 mencionado anteriormente (sin la rama de color rojo) como se muestra en la figura 6.

## 2.3 MÉTODO

En las secciones anteriores se introdujeron los conceptos más importantes para el desarrollo de una herramienta de identificación de estructuras filamentosas. Inicialmente nos enfocaremos en las simulaciones numéricas cosmológicas, no obstante en el capítulo final exploraremos la identificación en datos observacionales. Como ya fue mencionado este trabajo la definición usada de filamentos fue utilizada previamente por varios autores (Colberg, Krughoff y Connolly, 2005; González y Padilla, 2010; Martínez, Muriel y Coenda, 2016; Pimblet, 2005) según la cual los filamentos constituyen los puentes de materia prominentes que conectan los picos de densidad más importantes de la distribución de materia (puentes cúmulo-cúmulo).

Dado que un halo puede ser entendido como una región cuya densidad era lo suficientemente grande como para provocar el colapso gravitacional de dicha región, los mismos serán utilizados como trazadores de la distribución de masa.

## Método de identificación

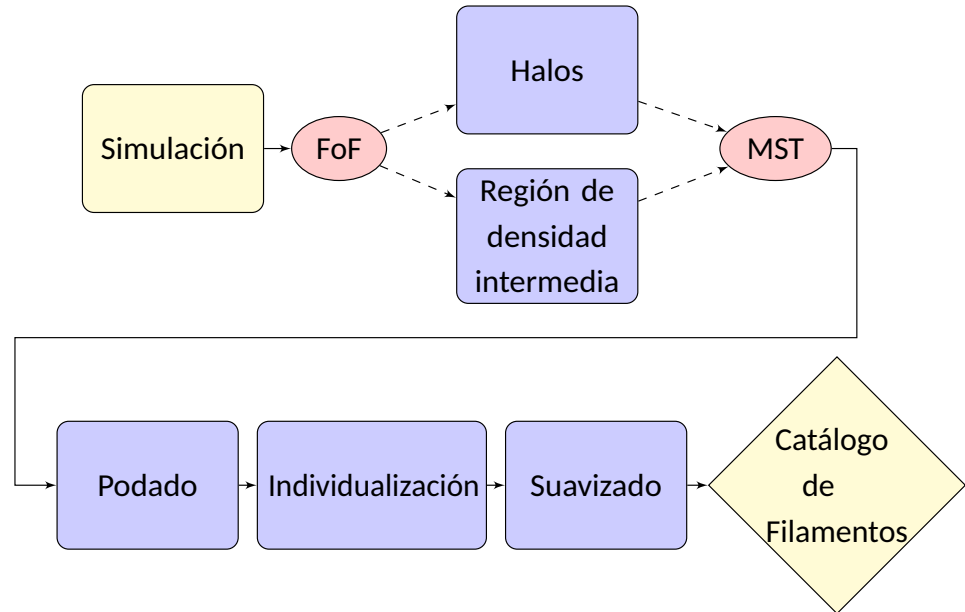


Figura 7.: Diagrama de flujo básico del algoritmo de identificación

Además, es importante remarcar que debido a la simplicidad del método que presentaremos, el mismo puede aplicarse eficientemente sobre grandes volúmenes de datos, tanto en simulaciones numéricas como así también en grandes catálogos observacionales.

A continuación se procede a describir en detalle cada uno de los pasos de la identificación, los cuales se plasman en la fig. 7. En el diagrama presentado en la figura se observa que el proceso de búsqueda de estructuras filamentosas puede desglosarse de cinco etapas: **FoF**, **Construcción del grafo (MST)**, **Podado**, **Individualización** y **Suavizado**.

### 2.3.1 FoF

Para comenzar el proceso, es necesario contar con los trazadores de las estructuras de interés, para esto realizamos una identificación de halos de materia oscura utilizando el método FoF para una sobredensidad  $\delta = 200$  (con  $\delta = \rho/\bar{\rho} - 1$  donde  $\rho$  es la densidad local y  $\bar{\rho}$  es la densidad media del universo), la misma tiene asociada una longitud de percolación  $l_1 = 0,17 n^{-1/3}$ , donde  $n$  es la densidad media numérica de las partículas en la simulación. En el panel superior izquierdo (fig. 8a) se observa la proyección en tres dimensiones de los halos identificados en un corte de  $10 h^{-1} \text{Mpc}$  para una simulación de  $100 h^{-1} \text{Mpc}$  de lado. La sobredensidad de  $\delta = 200$ , es elegida por ser próxima al valor  $\rho/\bar{\rho} = 18\pi^2 \approx 178$  predicho por el modelo de colapso esférico para un objeto en equilibrio virial (para más información ver el modelo de colapso esférico Gunn y Gott, 1972).



Una desventaja del método FoF, no mencionada anteriormente radica en el hecho que en los grupos de pocas partículas tienden a incorporar grupos espurios, es decir grupos cuyas partículas no se encuentran realmente ligadas gravitacionalmente, en consecuencia para este trabajo solo se conservan aquellos halos con más de 20 partículas, lo cual no es una limitación importante siempre que la simulación posea la resolución suficiente.

Debido a que estamos interesados en identificar los “puentes” más fuertes de la red, los cuales se encuentran excluidos de las regiones de baja densidad (*voids*), limitaremos la búsqueda a las regiones de densidad intermedia en las cuales se hallan embebidos los halos y filamentos. Para tal fin ejecutamos nuevamente un algoritmo FoF, en este caso con una longitud de enlace más grande,  $l_2 = 0,79 n^{-1/3}$ , correspondiente con una sobredensidad de  $\delta = 1$ . En el panel superior derecho (fig. 8b) se tiene la proyección en tres dimensiones de la región de sobredensidad intermedia identificada. Para determinar una correspondencia entre los halos trazadores y las regiones de densidad intermedia, haremos uso de la propiedad de anidamiento del algoritmo “amigos de amigos”, según la cual se podremos identificar en que conjunto de densidad intermedia “habita” cada halo y viceversa. En el panel fig. 8d se exhiben los halos con más de 20 partículas identificados y la región de densidad intermedia (longitud de enlace  $l_2$ ). Puede comprobarse visualmente que los halos se hallan “embebidos” dentro de las regiones de densidad intermedia. Por otro lado en el panel fig. 8c puede observarse todas aquellas partículas que no fueron incluidas en ninguna región de densidad intermedia. Tal como era de esperarse las mismas se distribuyen aleatoriamente, además de no presentar señal de agrupamiento (*clustering*). La elección de la longitud de percolación ( $l_2$ ) antes mencionada está motivada por los resultados de Cautun, van de Weygaert y Jones (2013), quienes encuentran una sobredensidad asociada a las paredes de  $\delta \simeq 0,4$ , mientras que en el trabajo de Libeskind et al. (2018), donde se comparan diferentes métodos de identificación, los autores hallan que las sobredensidades medias de estructuras laminares toman valores alrededor de  $\delta = 0$ .

En suma, al finalizar este primer paso hemos definido diferentes regiones de densidad intermedia para cada una de las cuales tenemos asignada uno o más halos de materia oscura. Por lo cual, el siguiente paso consistirá en trazar la estructura filamentosa restringiéndonos a las mencionadas zonas de densidad intermedia. Debemos mencionar que el esquema de anidamiento usado para el algoritmo FoF está fundado en el código MENDIETA (ver Sgró, Ruiz y Merchán, 2010).

### 2.3.2 Construcción del grafo (MST)

El siguiente paso en la identificación implica construcción del árbol recubridor mínimo (MST). Para ello, se elabora un grafo inicial donde sus nodos representan todos los grupos FoF identificados. No obstante, debido al gran volumen de datos provistos por las simulaciones actuales, se requiere de algoritmos que puedan manejar las demandas computacionales inherentes a la construcción del MST.

La solución simple y directa al problema es definir los lados (o conexiones) del grafo  $G$  calculando todos los pares posibles para los  $n$  nodos, se puede demostrar que el número total de lados del grafo será exactamente  $\frac{n(n-1)}{2}$  con lo cual el número de operaciones necesarias al momento de la construcción del MST resulta

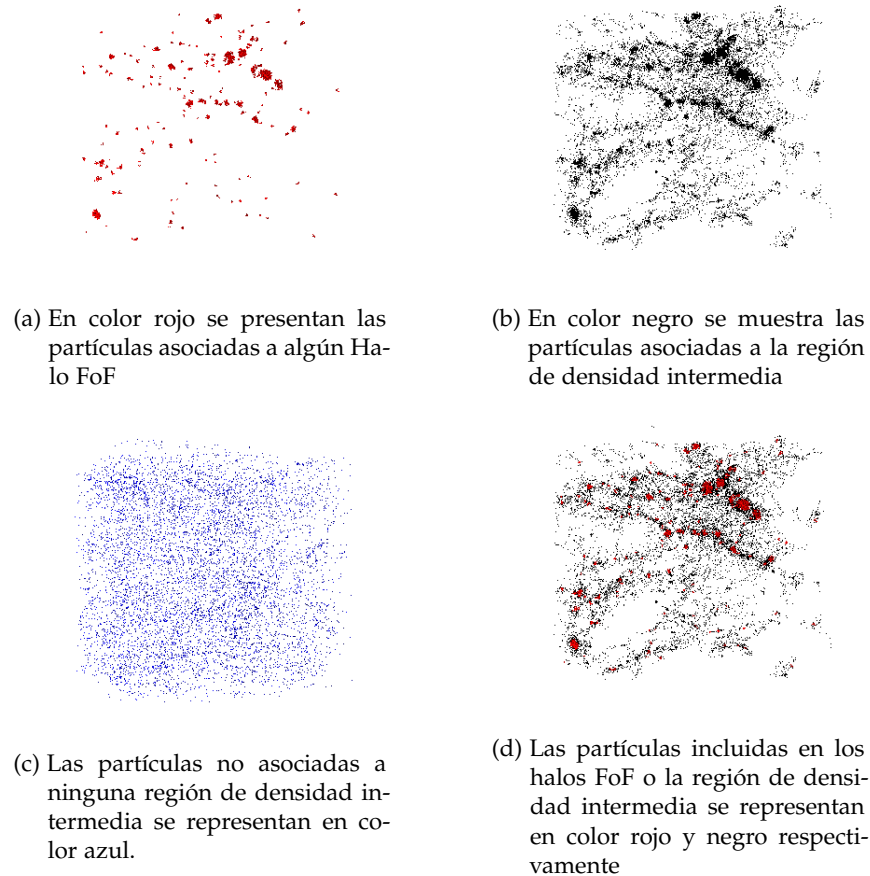


Figura 8.: Proyección tridimensional de una caja cubica de  $10 h^{-1} \text{Mpc}$  de lado, extraída de simulación de  $100 h^{-1} \text{Mpc}$  de lado.

de orden  $\mathcal{O}(n^2)$ , implicando un alto costo computacional cuando el número de nodos aumenta.

Por ello que se decidió usar un enfoque diferente en pos de acelerar la construcción del MST, si bien las estructuras en el universo son el resultado de un proceso jerárquico de acreción dominado por la gravedad, la acción de la misma produce regiones sobredensas y regiones subdensas, esto puede pensarse equivalente a tener regiones con muchos y pocos vecinos respecto a una distribución aleatoria de puntos. Sabiendo esto, una manera de mejorar la eficiencia en términos computacionales, es la siguiente propuesta para un dado nodo sólo consideremos las conexiones con los vecinos definidos por la teselación de Voronoi, es decir que los lados en el grafo  $G$  vendrán dadas por los vecinos Voronoi de cada nodo. Esta propuesta evita calcular las conexiones a aquellos halos que se encuentren alejados de los nodos.

La teselación de Voronoi sobre los lados del grafo se calcula utilizando la librería publica VORO++ (Rycroft, 2009)<sup>2</sup>. Es importante destacar que un MST describe principalmente la distribución de vecinos cercanos, por lo cual cuando tenemos un número demasiado grande de nodos, podríamos construir un MST difuso, el cual no caracterizaría adecuadamente la estructura a gran escala (Stoica et al., 2005). La manera que buscamos evitar estos inconvenientes, resulta ser la construcción de un MST limitando (circunscrito) a la región de densidad intermedia identificada en la

<sup>2</sup> <http://math.lbl.gov/voro++/>.

sección anterior. Esto se consigue eliminando del grafo inicial aquellas conexiones que no se encuentren completamente embebidas en alguna regiones asociadas con la longitud de percolación  $l_2$ , es decir que todos los halos y sus lados incidentes con los cuales se trazaran la estructura filamentosa pertenece a la misma región FoF de densidad intermedia.

Por otra parte, dado que el proceso físico principal involucrado en la formación y evolución de los filamentos resulta ser la gravedad, decidimos usar una forma newtoniana para el peso:

$$w_{12} = -\frac{M_1 * M_2}{r_{12}^2}. \quad (55)$$

El criterio detrás de esta elección es enfatizar la importancia relativa de los nodos más masivos y más cercanos. Vale la pena mencionar que, estrictamente hablando, tenemos un MST para cada región de densidad intermedia, pero por simplicidad, continuaremos nuestra descripción como si solo hubiera un MST, ya que cada una de estas regiones de densidad intermedia son disjuntas, es decir que cada uno de los MST resultan independientes entre sí.

Usamos el algoritmo de Kruskal (Kruskal, 1956) para construir el árbol recubridor mínimo (para una descripción más extensa véase la sección a). Brevemente el algoritmo, comienza ordenando los lados Voronoi por peso en orden creciente. Luego se selecciona secuencialmente los lados más pequeños que no producen bucles cerrados en el árbol. Bajo la hipótesis, que no hay dos pesos iguales, lo cual constituye una buena suposición en nuestro caso debido a la naturaleza de la estructura en gran escala, los lados seleccionados representan el único MST del grafo inicial. Un ejemplo de un árbol recubridor mínimo se muestran en el panel superior derecho de la fig. 12 para una sección transversal de una simulación y en el panel central de fig. 9 para un grafo ejemplo.

### 2.3.3 Podado

A continuación describiremos el proceso de “poda” del MST, el cual tiene como finalidad detectar las ramas fundamentales, eliminando las ramas menores que no contribuyen a los patrones estructurales principales. En otras palabras, los “ruidos” de pequeña escala del MST se minimizan y el “podado” tiende a resaltar los rasgos filamentosos más importantes (véase por ejemplo Bonnaire et al., 2020; Park y Lee, 2009).

Antes de definir los criterios de “podado”, introduciremos una masa de corte o umbral que será usada para destacar los filamentos más prominentes. En el escenario actual de formación jerárquica, diversos autores afirman que los halos más masivos, ( $\sim 10^{14} h^{-1} M_{\odot}$ ), pueden considerarse como los nodos de la red cósmica, los cuales están conectados por los filamentos más dominantes (Aragón-Calvo, van de Weygaert y Jones, 2010; Colberg, Krughoff y Connolly, 2005; González y Padilla, 2010; Libeskind et al., 2018). Por ello, teniendo en cuenta estas consideraciones, usamos una masa umbral  $M_{th} = 10^{14} h^{-1} M_{\odot}$  para definir los filamentos principales de nuestro catalogo.

Por definición, decimos que un MST se “poda” a nivel  $p$  cuando todos los  $k$ -branches con  $k \leq p$  se han eliminado. La fig. 9 fue extraída del trabajo seminal

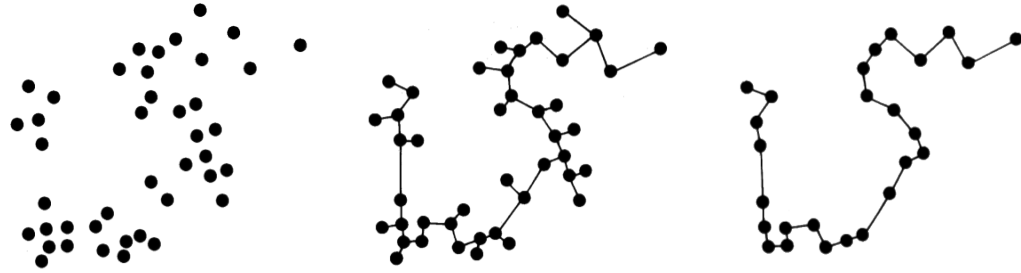


Figura 9.: Ejemplo del algoritmo de podado. Izquierda: distribución inicial de puntos ejemplo en dos dimensiones. Centro: el MST asociado a la distribución de puntos ejemplo. Derecha: MST podado a nivel  $k = 1$ . Ejemplo extraído del trabajo de Barrow, Bhavsar y Sonoda (1985)

de Barrow, Bhavsar y Sonoda (1985), y modificada para ejemplificar el concepto de  $k$ -branches. El panel izquierdo de la misma muestra una distribución inicial de puntos, utilizando como pesos en el grafo, la distancia euclídea entre los nodos. En el panel central se puede obtener el MST asociado a dicha distribución, cabe resaltar nuevamente que un MST conecta todos nodos del grafo. Finalmente, en el panel derecho se presenta el MST “podado” a nivel 1 (ó  $k$ -branches de nivel 1), es decir que todos los nodos de grado 1 que conectan otro nodo de grado mayor a 2 han sido removidos con sus respectivas conexiones.

En nuestro trabajo, se eligió podar el MST a nivel  $p = 4$  siguiendo los trabajos de Park y Lee (2009) y Bonnaire et al. (2020). A diferencia de otros trabajos, debemos enfatizar que evitamos podar aquellas ramas que contienen un halo con una masa mayor o igual a  $M_{th}$ . Esta condición, tiene una fuerte implicación; ya que si bien valores más altos de  $p$  podarán más ramas menores, las ramas principales no se verán afectadas y esto se debe al umbral de corte  $M_{th}$  elegido. Para clarificar este concepto, supongamos que elegimos nuestra masa umbral tan pequeña como la masa mínima del halo que podemos resolver en la simulación que estamos trabajando. Como consecuencia de nuestra restricción, al momento de ejecutar el algoritmo de podado, el árbol resultante de este proceso sería idéntico al MST original, debido a que tenemos la condición de mantener aquellas ramas que contienen al menos un halo de masa mayor o igual a la masa umbral y en este caso hipotético todos los halos cumplen dicha condición.

#### 2.3.4 Individualización

Una vez que se aplica el proceso de poda, el siguiente paso es individualizar las diferentes ramas de acuerdo con la masa de los halos en sus extremos. Para ello, proponemos un algoritmo que se ajusta a la definición de filamento que hemos adoptado y que naturalmente selecciona aquellas ramas del MST que conectan a los halos más masivos. El mismo procede de la siguiente manera: como primer paso ordenamos todos los halos FoF de acuerdo a su masa, en orden decreciente. El primer nodo de la lista ordenada (el halo más masivo) es elegido como el nodo raíz. Una vez definido el nodo raíz, nos “movemos” en la lista de halos ordenados hacia el siguiente nodo más masivo (en este caso el segundo en la lista) y ahora recorremos todas las conexiones hasta llegar al nodo raíz. Recordemos de teoría de grafos que en un árbol, por definición, dos nodos cualquiera están conectados

a través de un único camino, ya que un árbol no posee ciclos. Por ello, durante la “caminata” hacia el nodo raíz visitamos halos de diferentes masas. En el caso de visitar un nodo con masa mayor o igual a la masa umbral elegida  $M_{th}$ , extraemos dicha rama del árbol y continuamos la “caminata” hacia el nodo raíz, particularmente esta primera rama extraída partirá del segundo halo más masivo pasando por todos los halos intermedios de menor masa hasta terminar en un halo de masa mayor o igual a  $M_{th}$ . Este proceso de extracción de ramas continúa hasta que el nodo raíz es alcanzado. Durante este primer paso todos los halos visitados son “marcados”, lo cual significa que son removidos de la lista de halos ordenados. El siguiente paso es movernos hacia el siguiente halo más masivo no visitado y repetir el proceso de “caminata” hacia el halo más masivo (nodo raíz), con la salvedad que si alcanzamos un nodo “marcado”, es decir que ya fue visitado anteriormente, detenemos la “caminata” y extraemos dicha rama. Este procedimiento se repite hasta que todos los halos de la lista ordenada han sido visitados.

Debido a su construcción, la red de filamentos identificada no tiene halos intermedios con una masa mayor o igual a  $M_{th}$ , los cuales se encuentran exclusivamente en los extremos. Por ello, finalmente podemos separar la muestra de filamentos en tres tipos: Los filamentos que conectan dos nodos con una masa mayor o igual que  $M_{th}$  que denominaremos tipo-2, luego aquellos filamentos que conectan un nodo de masa mayor o igual que  $M_{th}$  a otro nodo con una masa menor (a estos los llamaremos tipo-1), y por último, los filamentos que conectan dos nodos de masa menor a  $M_{th}$  que denominaremos tipo-0.

### 2.3.5 Suavizado

En este punto, hemos obtenido un catálogo de filamentos individualizados y definidos. Sin embargo, debido a que estos filamentos atraviesan todos los nodos que los componen, su forma tiende a ser bastante irregular, lo que dificulta el análisis posterior de sus propiedades. Para abordar esta problemática, utilizamos una rutina de suavizado B – spline de orden 3 proporcionada por el paquete FITPACK (Dierckx, 1993). Esta rutina nos permite definir una columna vertebral suave para cada filamento, manteniendo sus extremos anclados al centro de los halos correspondientes.

La fig. 10 muestra un filamento antes y después de aplicar el suavizado. La curva negra representa una ‘rama’ original del MST, obtenida según el proceso descrito anteriormente. Esta rama presenta una distribución espacial muy irregular. Por otro lado, la curva magenta muestra la misma rama suavizada mediante el algoritmo B – spline. Es evidente que la curva suavizada presenta una forma más adecuada para el posterior análisis de propiedades relacionadas con las estructuras filamentosas, como la longitud, la curvatura, masa, entre otras.

El suavizado de los filamentos facilita significativamente su análisis posterior, permitiendo una descripción más clara y precisa de sus características geométricas y topológicas. Esta etapa es crucial para entender mejor la estructura y la evolución de la red cósmica en el universo observable.

El resultado final del proceso de identificación se muestra en la fig. 11, la cual ilustra uno de los filamentos tipo-2 representado con un tubo de  $1h^{-1}\text{Mpc}$  de radio siguiendo el eje suavizado del filamento. Finalmente debe tenerse en cuenta

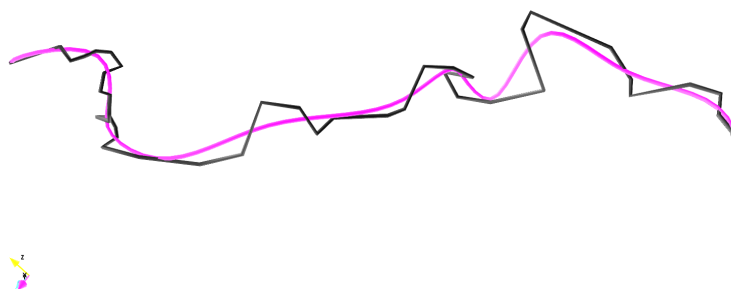


Figura 10.: Ejemplo de filamento suavizado, en color negro se muestra el filamento original, la "rama" extraída del MST. Mientras que en magenta se gráfica el filamento final luego del proceso de suavizado.

que por convención siempre vamos a orientar el filamento desde el halo extremo menos masivo hasta el halo más masivo.

#### 2.4 RESUMEN

Se introdujo un algoritmo para la identificación de filamentos que puede ser aplicado a grandes volúmenes de datos. Este algoritmo se apoya en la idea según la cual los filamentos son puentes de materia que conectan picos de alta densidad (puentes cúmulo-cúmulo). Su versatilidad radica en la utilización de técnicas simples y bien conocidas como las teselaciones de Voronoi, el "minimal spanning tree", y el algoritmo "Friends-of-Friends". A esto se suman los procesos de "podado", individualización y suavizado que tienen el objetivo de enfatizar estas estructuras de acuerdo a la definición adoptada. La tabla 1 sintetiza los parámetros y métodos usados, en un futuro se espera que el identificador sea presentado como una herramienta pública para la comunidad astronómica. Una versión inicial se encuentra alojada en el repositorio: <http://www.github.com/lpereyra/Semita>. El mismo está escrito principalmente en lenguaje C y C++, contando con algunas subrutinas en Fortran. Además se encuentra paralelizado con OpenMP.

En el capítulo siguiente aplicaremos nuestro algoritmo a una simulación numérica cosmológica y estudiaremos los alineamientos de los halos de materia oscura en relación a los filamentos. El análisis en simulaciones numéricas resulta, generalmente, más asequible dado que los datos con los que se cuenta no están afectados por las limitaciones de las observaciones como errores en la determinación de la distancia debido a movimientos propios (dedos de Dios), incompletitud por la limitación en flujo luminoso de los catálogos, etc. Por otro lado nos permitirá estudiar la orientación de la forma y el momento angular de los halos de materia oscura que de otra manera sería muy difícil. Además, la aplicación del método a una simulación servirá como campo de prueba para explorar sus potencialidades para luego extender su aplicación a catálogos de galaxias reales sobre una base sólida.



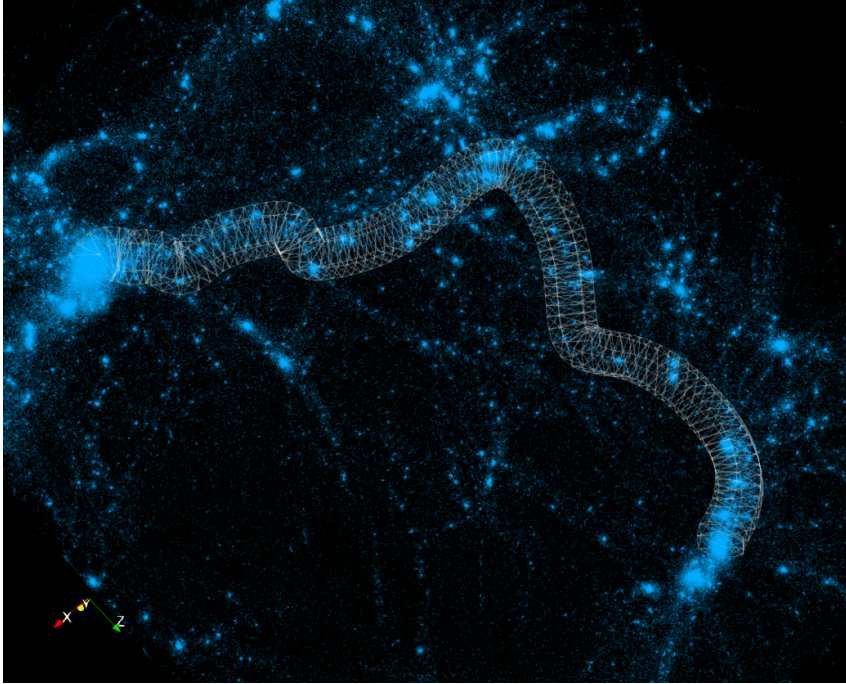


Figura 11.: Ejemplo de un filamento tipo-2 extraído a  $z = 0$ . Las partículas de materia oscura se muestran en color azul. La estructura en color blanco representa un cilindro de  $1h^{-1}\text{Mpc}$  radio alrededor del eje del filamento

Parámetros generales del identificador	
Parámetro	Valor
Longitud de percolación halos FoF	$l_1 = 0,17 n^{-1/3}$
Longitud de percolación región intermedia	$l_2 = 0,79 n^{-1/3}$
Peso del MST	$w_{12} = -\frac{M_1 * M_2}{r_{12}^2}$
Nivel de "podado" ( <i>k-branches</i> )	$k = 4$
Rutina de suavizado	B – spline

Tabla 1.: Tabla resumen con los parámetros y métodos usados por el identificador.

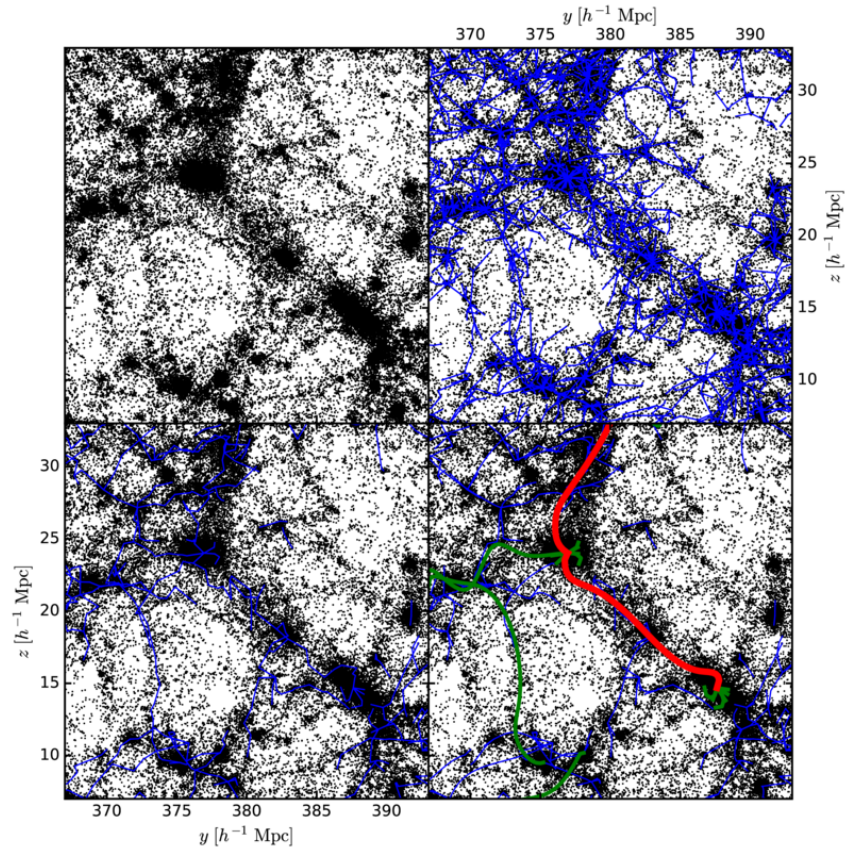


Figura 12.: En el panel superior izquierdo se muestra un *slice* de la simulación solamente se grafican 1% de las partículas de la región de densidad intermedia. En el panel superior derecho se muestra el *MST* sin “podar”, mientras que en el panel inferior derecho se observa el árbol una vez sometido a este proceso. En el panel inferior izquierdo se observa el resultado final del método, en amarillo, verde y rojo se presentan los filamentos tipo  $-0$ ,  $-1$  y  $-2$ , respectivamente



Parte II

IDENTIFICACIÓN Y ANÁLISIS DE FILAMENTOS EN  
SIMULACIONES NUMÉRICAS

# 3

## FILAMENTOS: SIMULACIÓN

---

### 3.1 INTRODUCCIÓN

A lo largo de este capítulo aplicaremos el algoritmo desarrollado previamente a una simulación cosmológica para estudiar las propiedades de los filamentos obtenidos. En particular estudiaremos las distribuciones obtenidas de las propiedades generales como longitud, curvatura, masa, etc. Posteriormente, apuntando al comportamiento de la materia que compone a los filamentos, analizaremos el campo de densidad utilizando una técnica de apilado para finalmente enfocarnos en el análisis dinámico a través del campo de velocidades interno y algunas de sus características como el punto de ensilladura a partir del cual las velocidades divergen hacia los extremos de los filamentos o la dispersión de velocidad transversal que da cuenta del cruce de capas (*shell-crossing*) o el inicio de un proceso de “virialización” en el que se podrían encontrar estos objetos.

### 3.2 LA SIMULACIÓN NUMÉRICA

Las simulaciones numéricas de N–cuerpos, nos ayudan a obtener una realización del universo a partir de condiciones iniciales ajustadas a un modelo cosmológico y leyes de la físicas preestablecidas. El tamaño de los objetos en los cuales estamos interesados (decenas de Megapársecs), requieren simulaciones de grandes volúmenes cosmológicos capaces de contener un número importante de los mismos. Para esta parte del trabajo haremos uso de una simulación de materia oscura ejecutada íntegramente en el Centro de Cómputo de Alto Desempeño de la Universidad Nacional de Córdoba (CCAD-UNC). Esta simulación cuenta  $1600^3$  partículas de materia oscura en una caja periódica de  $400 h^{-1} \text{Mpc}$  de lado evolucionada a partir de parámetros cosmológicos tomados de los resultados de la colaboración Planck (Planck Collaboration et al., 2018). La masa de la partícula es de  $7,274 \times 10^9 h^{-1} M_{\odot}$ , la resolución de la fuerza es  $7,68 h^{-1} \text{Kpc}$  y el parámetro de normalización es  $\sigma_8 = 0,811$ . La simulación se desarrolló utilizando la versión pública de GADGET-2 (Springel, 2005).

Identificamos aproximadamente  $6,8 \times 10^6$  halos de materia oscura con al menos 20 partículas, utilizando un algoritmo FoF con una longitud de percolación asociado a una sobredensidad de  $\delta = 200$  (véase para más detalle 2.3.1). La distribución de halos resultante se caracteriza por una masa mínima de  $M_{\min} = 2,36 \times 10^{11} h^{-1} M_{\odot}$ , una mediana de  $M_{\text{med}} = 4,85 \times 10^{11} h^{-1} M_{\odot}$  y una masa máxima de  $M_{\max} = 1,57 \times 10^{16} h^{-1} M_{\odot}$ . Tenemos un total de 22574 halos con  $M > 10^{14} h^{-1} M_{\odot}$ . El número de regiones de densidad intermedia, aquellas identificadas con la longitud de percolación asociado a una sobredensidad de  $\delta = 1$ , que contienen dos o más halos es de 270958. La masa contenida dentro de estas prominentes estructuras representa aproximadamente el 70% de la masa total de la simulación.

## 3.3 PROPIEDADES GENERALES DE LOS FILAMENTOS

En esta sección, presentamos un análisis de las propiedades globales de nuestros filamentos, separados de acuerdo a los tres tipos (tipo-0, -1 y -2) establecidos en el capítulo anterior. Para caracterizar nuestros filamentos, definimos cuatro propiedades básicas para cada uno: masa, longitud, curvatura y un parámetro  $q$  que representa la relación entre las masas de los halos extremos. Este último es importante ya que, como se muestra a continuación, es un parámetro esencial para determinar la posición del punto de silla, el cual juega un papel clave en varios aspectos de la formación de estructuras, como, por ejemplo, la adquisición de momento angular de los halos (Codis et al., 2012; Codis, Pichon y Pogosyan, 2015)

Tal vez la propiedad más básicas que podemos asociar a un filamentos es su longitud, la cual definimos como la suma de todos los segmentos suavizados que lo conforman. El panel superior izquierdo de la fig. 13 muestra las distribuciones de longitud para los filamentos tipo-0, -1 y -2 en colores azul, verde y rojo, respectivamente. Debemos notar que las distribuciones de longitud independientemente del tipo de filamento exhibe un comportamiento exponencial encontrado por otros autores como Bond, Strauss y Cen, 2010 o Tempel et al., 2014b para datos observacionales del relevamiento SDSS y González y Padilla, 2010 para simulaciones de materia oscura. Este comportamiento también puede ser atribuido al comportamiento jerárquico de la formación de estructuras en el universo donde los objetos más pequeños resultan ser los más abundantes, por lo cual se espera que los filamentos de tipo-0 dominen en número como se observa en la figura.

La siguiente propiedad que definiremos es la curvatura o el grado de torsión (*curliness*) de un filamento como el cociente entre la distancia entre los extremos del mismo y su longitud total. Por construcción, este parámetro es adimensional y sus valores varían entre 0 y 1. Los filamentos rectos tienen un valor de curvatura aproximado a 1, mientras que aquellos que son curvos al punto de cerrarse sobre si mismos tienen valores cercanos a 0. El panel superior derecho de la fig. 13 muestra que los filamentos de tipo-0 son más rectos que los otros tipos. Como se menciono anteriormente esto se relaciona con el hecho de que los mismos son preferiblemente más cortos y en consecuencia tienen menos oportunidad de ser curvos ya que muchas veces están compuestos por unos pocos halos.

Otra cantidad que nos interesa analizar como mencionamos anteriormente es el cociente  $q = M_1/M_2$  entre las masas de los halos en los extremos del filamento, siendo  $M_2 > M_1$ . Como veremos más adelante, esta propiedad está relacionada con el punto de ensilladura de los filamentos, lo cual nos ayudará a caracterizarlos. La distribución del parámetro  $q$  se muestra en el panel inferior izquierdo de la fig. 13. Como es previsible, el número de filamentos con un  $q$  bajo es mayor para el tipo-0 mientras que por construcción los filamentos tipo-2 tienden a tomar valores más cercanos a 1.

Finalmente, el panel inferior derecho de la fig. 13 muestra la distribución de masa de los filamentos, la misma se estimó contando las partículas de materia oscura dentro de un tubo con un radio fijo de  $2h^{-1}\text{Mpc}$  a lo largo del eje del filamento. Dado que los filamentos por construcción tienen halos masivos en sus extremos, decidimos excluir las partículas dentro de dos radios viriales de los mismos. Como se puede ver, los filamentos de tipo-2 son más masivos que los de

tipo–1. Esto es de esperarse ya que los filamentos tipo–2 tienen dos halos masivos (masas mayores o iguales a  $M_{\text{th}}$ ) en sus extremos. Los cuales generan un pozo de potencial más profundo, proveyendo así el escenario ideal para la acreción de materia. Estos objetos constituyen los puentes de materia más fuertes de la red cósmica (*cluster-cluster filaments*).

De acuerdo a la información extraída de la fig. 13, encontramos que los filamentos de tipo–0 son más cortos y menos masivos que los otros tipos. Esto es esperable ya que dichos filamentos pueden tener halos cuya masa corresponde al límite inferior de  $M_{\text{min}} = 2,36 \times 10^{10} h^{-1} M_{\odot}$  en sus extremos y por lo tanto, probablemente no se ajustan a nuestra definición de filamento considerada para este trabajo. Es por ello que los excluimos en análisis posteriores.

Una característica importante que podemos usar para evaluar si los objetos identificados son estructuras bien definidas es la sobredensidad promedio encerrada en un tubo de radio  $2 h^{-1} \text{Mpc}$ . Como se puede ver en el panel izquierdo de la fig. 14, las sobredensidades se encuentran típicamente alrededor del valor 10 para filamentos tipo–2 (puntos rojos), valor que no parece depender sensiblemente de la longitud del filamento, mientras que los tipo–1 (puntos verdes) presentan valores inferiores. Estos resultados son comparables con los obtenidos por Cautun et al. (2014) quienes encuentran  $\delta \approx 11$  para sus filamentos. Por completitud y comparación, calculamos la relación entre masa y longitud (panel derecho de la fig. 14) la cual como se esperaba revela una dependencia lineal positiva, caracterizada por una pendiente de aproximadamente 1,46. Aunque este valor para la pendiente no coincide con la hallada por Cautun et al. (2014) ( $M \propto L^{2,2}$ ), debe tenerse en cuenta que estos autores estiman las masas sumando las contribuciones de los "voxels" que forman parte de sus filamentos según el criterio de su identificador, mientras que nosotros lo hacemos sumando la masa contenida dentro de una distancia fija ( $2 h^{-1} \text{Mpc}$ ) al eje del filamento. Para nuestro análisis posterior, sólo consideraremos aquellos filamentos que poseen una longitud mayor que  $10 h^{-1} \text{Mpc}$  y menor que  $100 h^{-1} \text{Mpc}$ , el corte inferior es debido a que estamos interesados en contrarrestar cualquier influencia de los nodos en las propiedades de los filamentos, mientras que el corte superior es para asegurarnos eliminar objetos atípicos o posibles filamentos espurios.

### 3.4 PROPIEDADES DINÁMICAS Y ESTRUCTURALES DE LOS FILAMENTOS

Otra enfoque para estudiar las características de los filamentos obtenidos, consiste en analizar el comportamiento de las partículas de materia oscura que lo componen. Para eso estudiamos los campos de densidad y velocidad promedio de los filamentos mediante una técnica de apilamiento (*stacking*). Como se mencionó anteriormente, los filamentos de tipo–2 son los "puentes" más significativos de la estructura a gran escala. Por lo tanto, en aras de la claridad, en lo sucesivo concentraremos nuestra atención sólo en este tipo de filamentos, aun así, debemos mencionar que los resultados para los filamentos de tipo–1 resultan similares.

Formalmente el método de *stacking* se construye de la siguiente manera: cada filamento está formado por un conjunto de segmentos, los cuales se caracterizan por dos vértices, que se indican como  $\mathbf{v}_1$  y  $\mathbf{v}_2$ . Sea  $\hat{\mathbf{u}} = (\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1) / \|\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1\|$ , el vector unitario a lo largo del eje del filamento. La dirección en que es orientado el filamen-

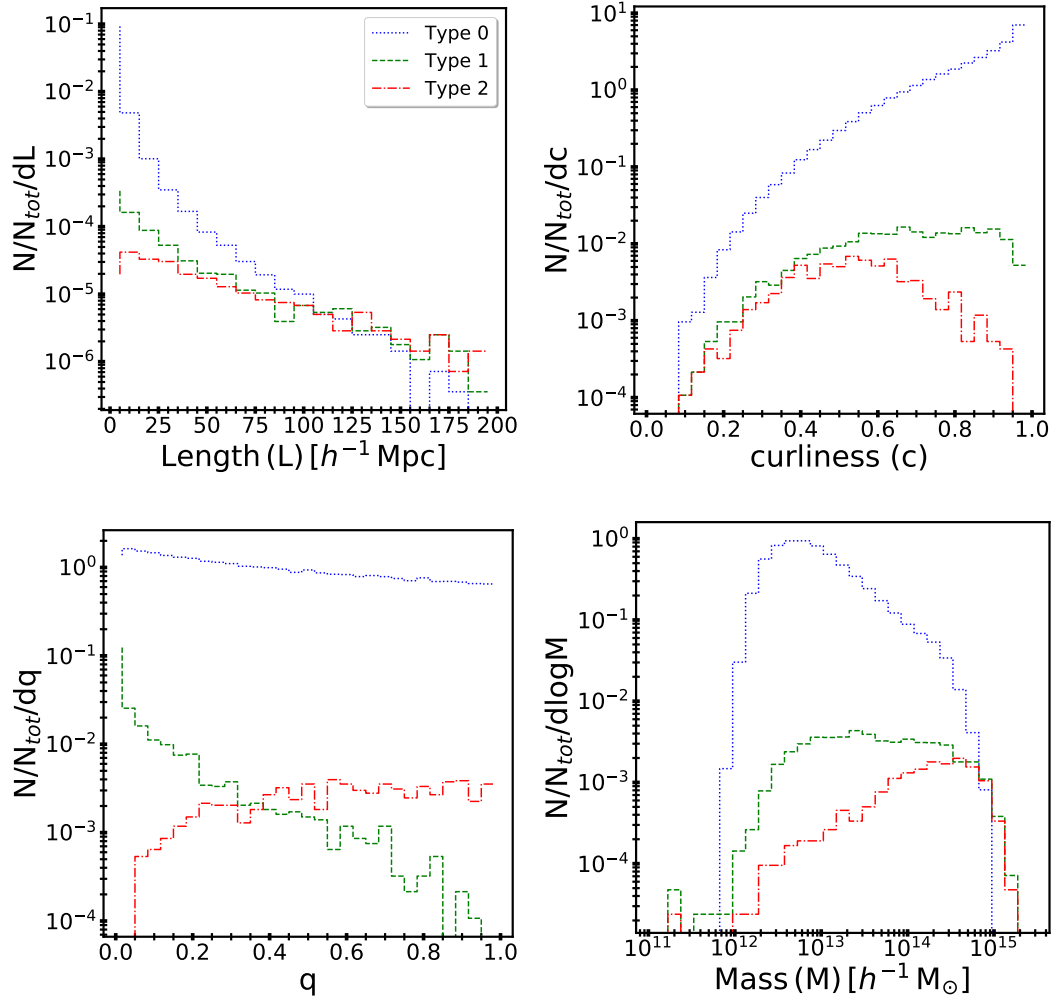


Figura 13.: Distribuciones de longitud, curvatura, parámetro  $q$  y masa en los paneles superior izquierdo, superior derecho, inferior izquierdo e inferior derecho para los tres tipos de filamentos (tipo-2, -1 y -0 en roja, verde y azul línea continua).

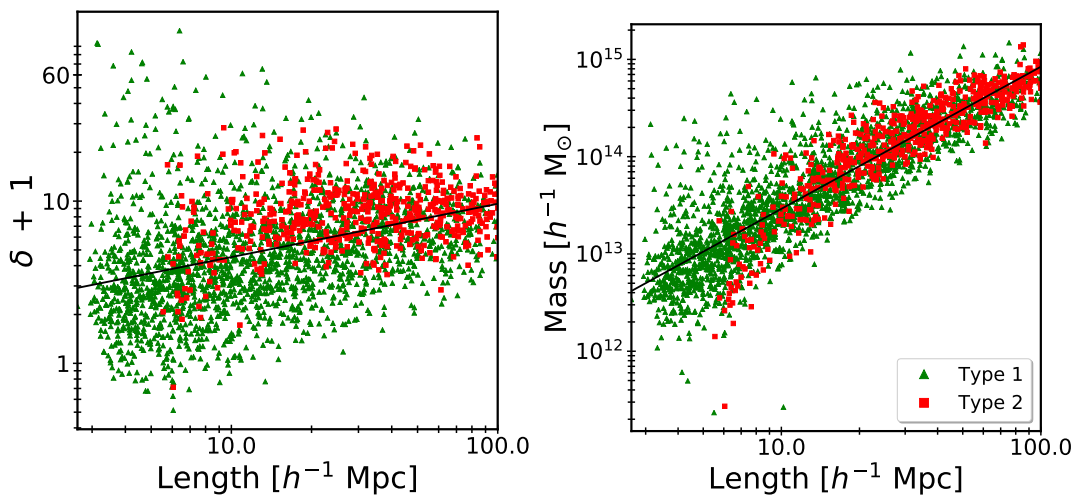


Figura 14.: Las relaciones entre la longitud y la sobredensidad incluida (panel izquierdo) y la masa de materia oscura (panel derecho) de los filamentos en el rango de longitud  $\in [0, 100] h^{-1}$  Mpc. Las líneas sólidas negras muestran el mejor ajuste lineal a los datos.

to es desde el halo extremo menos masivo hasta el extremo más masivo. Entonces, dada la posición de la partícula  $\mathbf{p}$ , definimos como  $\mathbf{q}$  a la proyección ortogonal de la partícula sobre el eje del filamento, por ello, la distancia mínima entre  $\mathbf{p}$  y el filamento es  $r = \|\mathbf{p} - \mathbf{q}\|$ . Por otro lado definimos la distancia  $z$  sobre la espina dorsal del filamento entre el extremo menos masivo del filamento y la posición del  $\mathbf{q}$ . Para poder realizar finalmente el apilado de filamentos con diferentes longitudes, simplemente normalizamos la coordenada  $z$  a la longitud del filamento  $l$  y promediamos todas las propiedades físicas en intervalos de las nuevas coordenadas  $z/l$  y  $r$  para el conjunto de filamentos seleccionado. Es decir que las coordenadas de una partícula trazadora arbitraria en el entorno de un dado filamento estarán dadas por dos distancias adaptadas a la geometría de la espina dorsal del filamento. Debido a que las diversas propiedades que analizaremos podrían mostrar una dependencia física con la longitud de los filamentos, hemos optado por dividir las muestras en cuatro cuartiles dentro del rango de longitud  $\in [10, 100] h^{-1}\text{Mpc}$ . Estos cuartiles se definen como  $[10,00, 19,21]$ ,  $(19,21, 30,88]$ ,  $(30,88, 50,64]$ ,  $(50,64, 100,0] h^{-1}\text{Mpc}$ , respectivamente. A lo largo del capítulo, alternaremos entre estos cuartiles para demostrar la robustez tanto del método de identificación como de las propiedades analizadas.

Dado que estamos interesados en computar cantidades ponderadas por volumen, se nos presenta un problema inherente a la naturaleza irregular de los filamentos, esto es debido a que cada sección del filamento no tiene una forma regular y por lo tanto la estimación de su volumen no resulta ser un cálculo analíticamente trivial. Para resolver este problema empleamos una técnica Monte Carlo para la estimación de los volúmenes que consiste en utilizar una muestra aleatoria, en nuestro caso 100 veces más densa que la densidad media de la simulación. Luego simplemente contando la cantidad de partículas que caen dentro del volumen irregular y dividiendo por la densidad numérica de la muestra aleatoria, de esta manera se obtiene el valor de dicho volumen.

### 3.4.1 Campo de densidad

El diagrama de *stacking* normalizado de sobredensidad (Fig. 15) muestra la forma típica de un filamento (por ejemplo Kraljic et al., 2019) con picos de alta densidad en los extremos, indicando la posición de los halos masivos en dicha posición, y un puente de materia que los une, a pesar de representar dos cuartiles de longitud diferentes. Los contornos coloreados representan los niveles de sobredensidad y las líneas de flujo muestran el campo de velocidad con su espesor proporcional a la magnitud de la velocidad. Dejaremos el análisis del campo de velocidad para la siguiente sección, 3.4.2 ahora sólo nos concentraremos en el campo de densidad. Cabe mencionar que, por estética, el diagrama se refleja a lo largo del eje  $z$ .

La naturaleza de nuestros filamentos junto con el método de apilado realzan la señal de los halos en los extremos de los filamentos. Por otro lado, el puente de materia entre ellos está formado por halos menos masivos que  $M_{\text{th}}$  y material difuso cuya señal se promedia en el proceso de *stacking*. A pesar de que los filamentos son estructuras irregulares y no virializadas, se puede observar que el isocontorno de sobredensidad  $\delta + 1 \approx 10$  encierra casi toda la estructura filamentosa, en buen acuerdo con Cautun, van de Weygaert y Jones (2013). En la dirección perpendicu-

lar al filamento, la sobredensidad alcanza valores tan altos como  $\delta + 1 = 100$  cerca del eje, decayendo a valores de aproximadamente  $\delta + 1 \approx 1$  a distancias superiores a  $5 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ , lo cual podría corresponder a la periferia de las grandes regiones vacías (*voids*). La señal que se observa a izquierda y derecha por fuera y en la misma dirección del filamento refleja la naturaleza de la red cósmica, en el sentido que no existen filamentos aislados, y los extremos de ellos están conectados con otras estructuras filamentosas, que se diluyen en el proceso de apilado.

Otra medida relevante que podemos definir es la densidad lineal, representada por  $\mu = M/l$ , que describe la masa por unidad de longitud. En el panel izquierdo de la fig. 16, se presentan las distribuciones de  $\mu$  para los tres tipos de filamentos. Es crucial notar que cada función presenta diferentes picos en su distribución. Observamos aquí que los filamentos tipo  $-1$  alcanzan densidades lineales no despreciables, al igual que los tipo  $-0$ ; sin embargo, su distribución es bastante amplia, a diferencia de los tipo  $-2$ , cuya distribución es más estrecha. En particular, la misma se halla más concentradas alrededor del valor de  $\mu = 13,0 \text{ M}_{\odot} \text{ Mpc}^{-1}$ . Lo cual acuerda con la fig. 14 donde encontramos que la sobredensidad promedio dentro de un tubo de  $2 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$  tiene un valor aproximadamente constante en un amplio rango de longitudes.

Además del *stacking* de sobredensidad normalizado, también calculamos el perfil de densidad radial. El mismo se estima mediante cáscaras cilíndricas concéntricas alrededor del eje del filamento, abarcando toda su longitud, además excluyendo dos radios viriales de los halos de los extremos, para asegurarnos que la señal observada provenga exclusivamente de la estructura filamentosa. alrededor de la espina dorsal del filamento en el espacio de coordenadas  $z/l - r$ . El panel derecho de la figura 16 muestra el perfil de densidad, calculado en 20 bins equidistantes de forma logarítmica entre  $0,1$  y  $10,0, \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ . Las diversas curvas representan el perfil estimado para 4 submuestras de  $\mu$ . Vale la pena recordar que en la estimación de la masa del filamento se excluyen los halos ubicados en sus extremos. Las barras de error se calculan utilizando la técnica *jackknife*. En la figura observamos que los filamentos con valores más altos de  $\mu$  exhiben mayor densidad hacia su núcleo, mientras que también se vuelven más anchos. De acuerdo con investigaciones previas (Colberg, Krughoff y Connolly (2005), Dolag et al. (2006), Aragón-Calvo, van de Weygaert y Jones (2010), González y Padilla (2010)), en rangos intermedios ( $0,5$  a  $2,0 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ ), el perfil sigue aproximadamente una ley de potencia  $r^{-2}$  (línea gris continua). Como era de esperar, en escalas más grandes, todas las curvas tienden hacia la densidad media del universo independientemente del parámetro  $\mu$ . Es destacable que, a pesar de las diferencias de amplitud entre los cuatro perfiles, todas las formas son similares. Al comparar nuestro perfil de densidad con los obtenidos por Cautun, van de Weygaert y Jones, 2013 para muestras de filamentos de mayor ( $6 - 8 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ ) y menor diámetro ( $1 - 2 \text{ h}^{-1} \text{ Mpc}$ ) en líneas grises discontinuas y punteadas respectivamente, se puede observar que nuestros filamentos muestran un comportamiento similar al de la muestra de mayor diámetro. Una característica interesante de nuestros resultados es que los perfiles resultan más definidos hacia el centro, en comparación con el trabajo citado. Esto sugiere que nuestra elección del eje de los filamentos podría ajustarse mejor a la verdadera espina dorsal de los mismos. Como se mencionó al inicio de esta sección, presentamos resultados únicamente para filamentos de tipo  $-2$ ; sin embargo, es



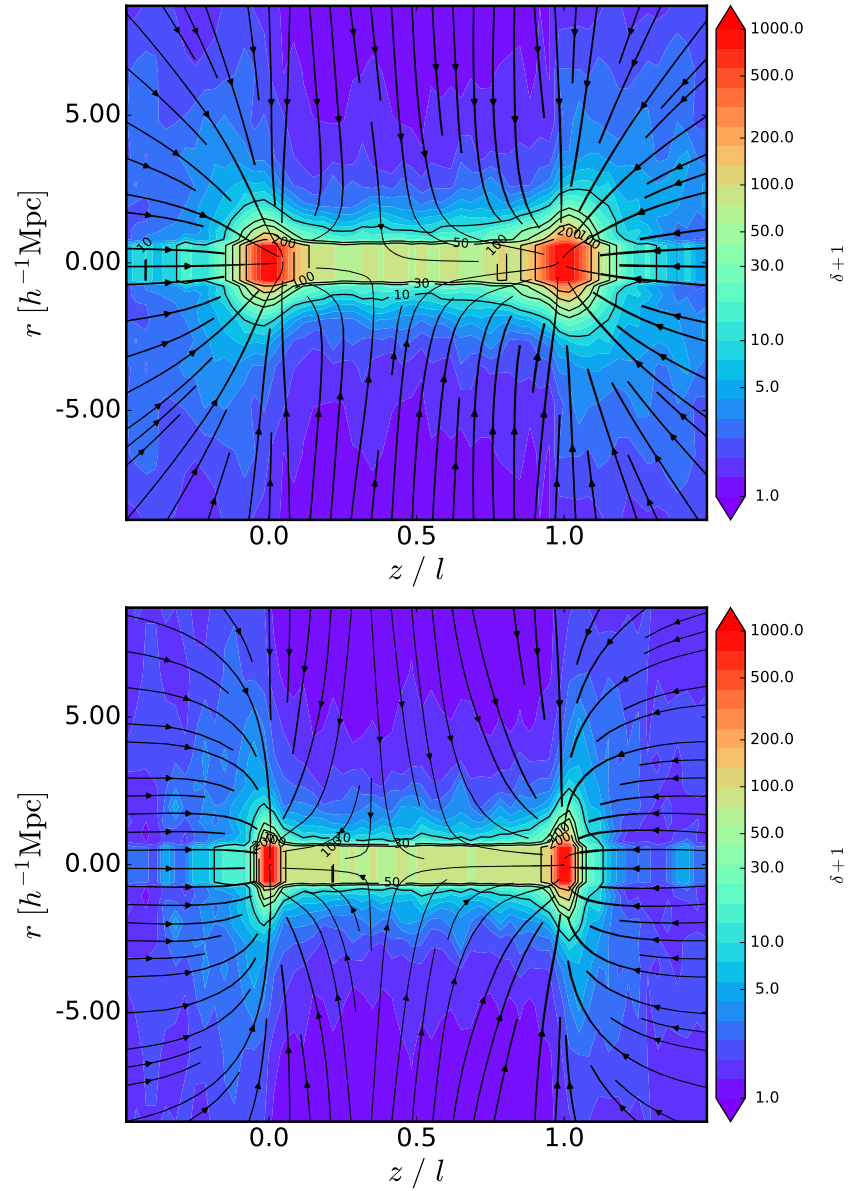


Figura 15.: *Stacking* normalizado de densidad para filamentos con longitudes  $\in [10,00, 19,21] h^{-1}$  Mpc y  $(30,88, 50,64) h^{-1}$  Mpc en el panel superior e inferior, respectivamente. Las líneas de corriente (*streams lines*) representan el campo de velocidad en las figuras.



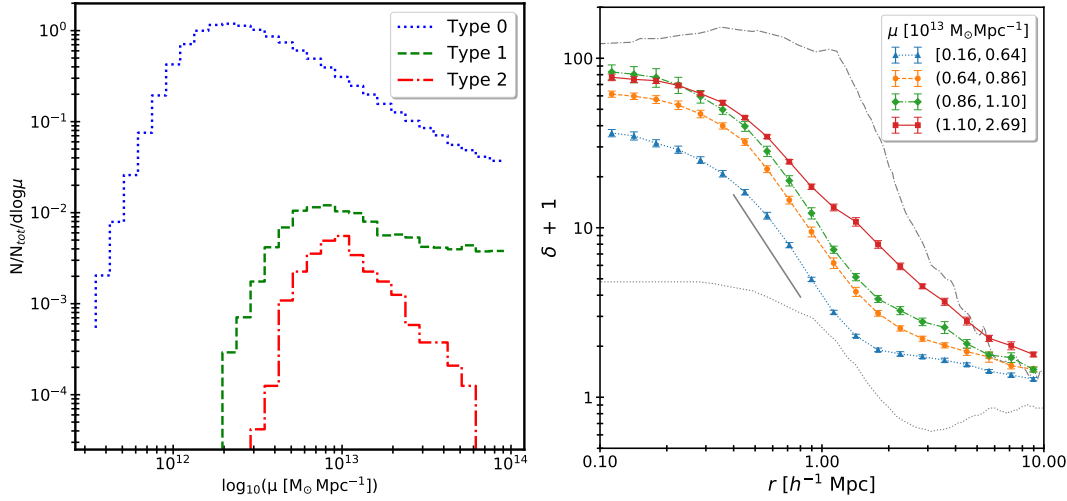


Figura 16.: Panel izquierdo: Distribuciones del logaritmo de la densidad lineal ( $\mu = M/l$ ) para los tres tipos de filamentos (tipo  $-2$ ,  $-1$  y  $-0$  en líneas roja, verde y azul) Panel derecho: Perfil radial de sobredensidad  $\delta + 1$  como función de la distancia  $r$  a la espina dorsal de los filamentos tipo  $-2$  para diferentes cuartiles de densidad lineal  $\mu$ . Los perfiles de Cautun, van de Weygaert y Jones, 2013 se muestran en curvas discontinuas y punteadas grises para las muestras de filamentos con diámetros de  $6 - 8h^{-1}\text{Mpc}$  y  $1 - 2h^{-1}\text{Mpc}$ , respectivamente. La línea gris continua corresponde a una ley de potencias  $r^{-2}$ .

importante destacar que obtenemos perfiles similares a los mostrados en la fig. 16 para filamentos de tipo  $-1$ , aunque con amplitudes ligeramente menores. Hay que notar que el mencionado aplanamiento hacia el centro en los perfiles, podría no ser una característica física de los filamentos, sino más bien producto de la técnica de suavizado utilizada y/o estar relacionado con la dificultad de establecer un eje bien definido en estos objetos irregulares. Es relevante señalar que al comparar nuestros perfiles con resultados recientes de grandes simulaciones hidrodinámicas Galárraga-Espinosa et al., 2020, encontramos similitudes cualitativas. Sin embargo, los perfiles de estas simulaciones alcanzan valores más altos de sobredensidad hacia el eje del filamento, posiblemente debido a la identificación más precisa proporcionada por el algoritmo DisPerSE, el cual sigue el gradiente del campo de densidad y podría trazar de manera más fiel la espina del filamento.

### 3.4.2 Campo de velocidades

Los procesos dinámicos involucrados en la formación de filamentos desempeñan un rol clave en la génesis de las propiedades de los halos de la materia oscura y las galaxias (ver por ejemplo Codis, Pichon y Pogosyan, 2015; Jones, van de Weygaert y Aragón-Calvo, 2010; Kraljic et al., 2018, 2019; Laigle et al., 2018). Esto nos motiva a caracterizar el campo de velocidad alrededor de los filamentos y, para hacerlo, estudiaremos las componentes paralela  $v_{\parallel}$  y perpendiculares  $v_{\perp}$  de las partículas con respecto al eje del filamento. En el caso de la componente perpendicular, definiremos como positiva la dirección que apunta alejándose del eje del filamento, mientras que para la componente paralela lo será en la dirección que apunta al halo más masivo, como lo vimos anteriormente. Debe tenerse en cuenta que el análisis de las propiedades y las alineaciones de los halos en relación con los

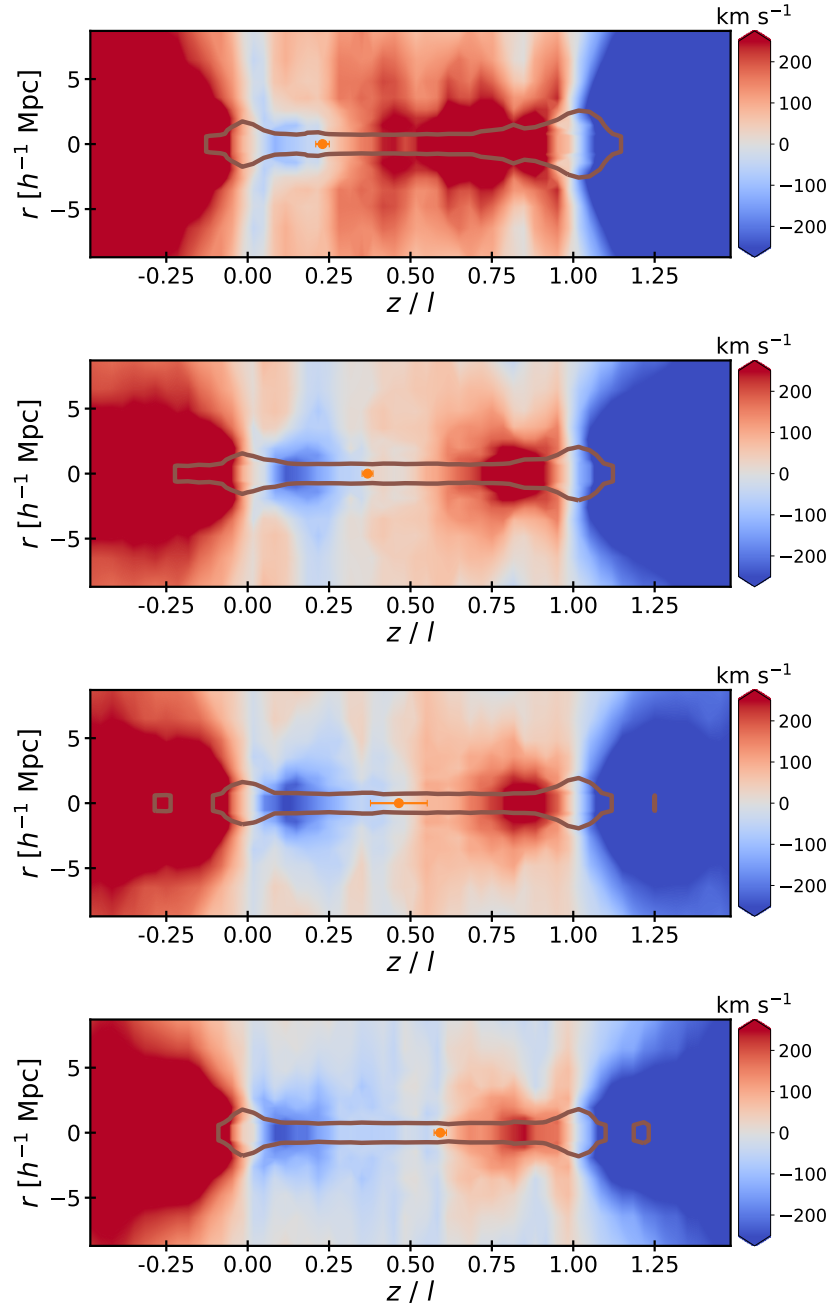


Figura 17.: Componente paralela media del campo de velocidades en cuartiles del parámetro  $q$  para filamentos con longitud  $\in (19,21,30,88) h^{-1}\text{Mpc}$ . Los colores azul y rojo representan la componente negativa y positiva de velocidad, respectivamente. Además, se muestra la sobredensidad de  $\delta + 1 = 10$  mediante el isocontorno y la posición del punto de ensilladura se destaca con un punto naranja.

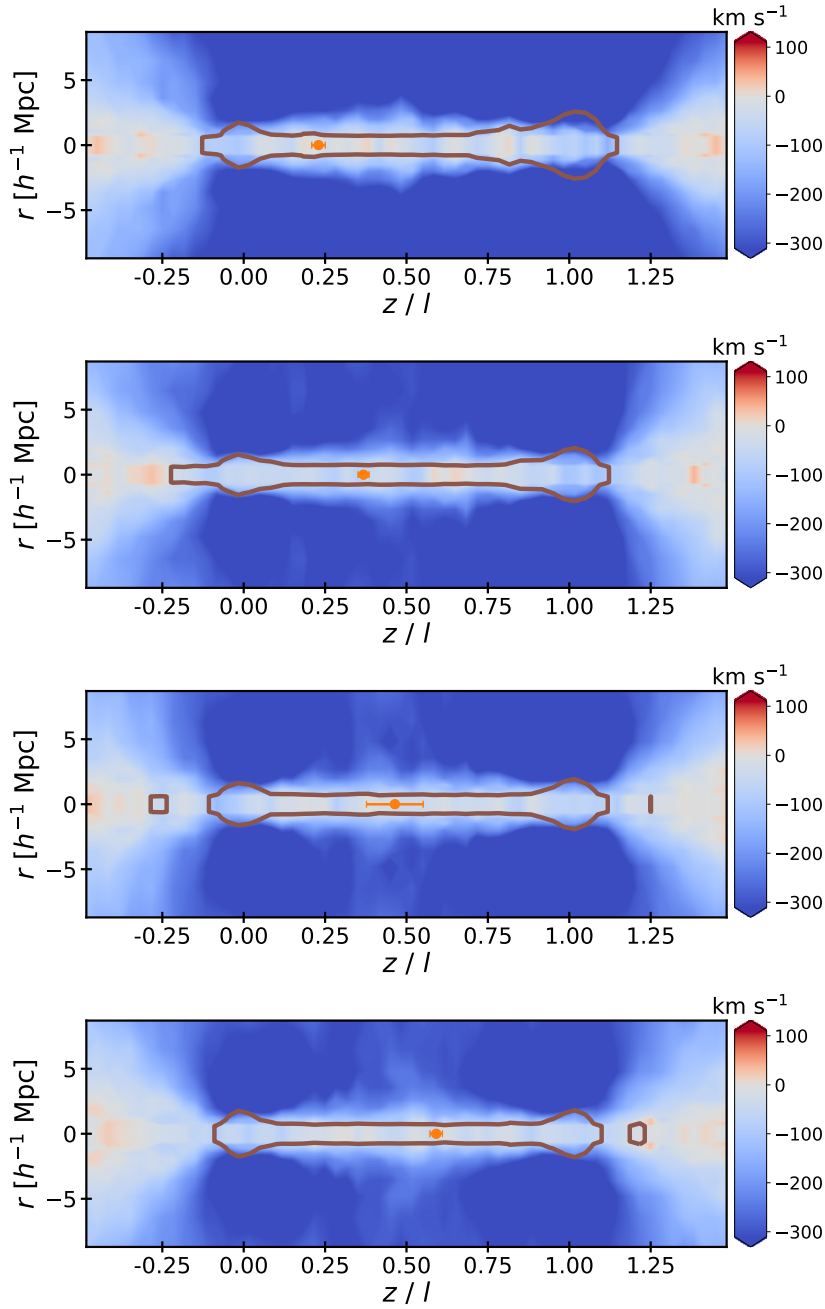


Figura 18.: Componente perpendicular media del campo de velocidades en cuartiles del parámetro  $q$  para filamentos con longitud  $\in (19,21,30,88) h^{-1} \text{Mpc}$ . Los colores azul y rojo representan la componente negativa y positiva de velocidad, respectivamente. Además, se muestra la sobredensidad de  $\delta + 1 = 10$  mediante el isocontorno y la posición del punto de ensilladura se destaca con un punto naranja.

filamentos será nuestro principal tema de estudio en el próximo capítulo de esta tesis. Por otra parte con el fin de descontar el movimiento total del sistema (*bulk motion*), debemos llevar todas las velocidades al sistema de referencia del filamento por lo que referimos las velocidades de las partículas con respecto a la velocidad del centro de masa de los halos en los extremos de cada filamento, esta resulta una buena aproximación para el caso de estos filamentos.

Como se menciono anteriormente, las líneas de flujo en la fig. 15 muestran el campo de velocidad “apilado”. Allí se puede ver que a grandes distancias la materia cae perpendicularmente a los filamentos y a medida que se acerca, su velocidad disminuye en magnitud y se vuelve paralela. De acuerdo con el escenario presentado en trabajos anteriores (por ejemplo Aragón-Calvo, van de Weygaert y Jones, 2010; Bond, Kofman y Pogosyan, 1996; Colberg, Krughoff y Connolly, 2005; Kraljic et al., 2018, 2019), el flujo de partículas dentro de las estructuras filamentosas se mueve hacia los extremos y se puede distinguir perfectamente el punto de ensilladura donde las líneas de flujo divergen hacia los extremos.

La fig. 17 muestra la componente paralela del campo de velocidades promedio en cuartiles del parámetro  $q$ . Los colores azul y rojo representan los valores de velocidad paralela negativa y positiva, respectivamente. Para mayor claridad, la línea naranja representa el isocontorno de sobredensidad  $\delta + 1 = 10$ . Como esperábamos, en la región más central del filamento la magnitud de las velocidades aumenta a medida que el material se mueve hacia los nodos, además se puede apreciar claramente que el punto de ensilladura se desplaza desde la izquierda hacia el centro a medida que aumenta el valor del parámetro  $q$ , es decir, cuando las masas de los halos extremos se asemejan entre sí.

Si los filamentos pueden asociarse con una distribución de materia donde el colapso gravitacional ocurre a lo largo de una línea, sería razonable esperar que generen un potencial con características geométricas similares. La asociación de que los filamentos son regiones con dos autovalores de colapso negativos significativos, junto con un autovalor de expansión positivo, refuerza aún la idea de que estas estructuras están influyendo activamente en la dinámica gravitacional de su entorno (ver por ejemplo Aragón-Calvo y Yang, 2014). Por lo tanto, en el régimen lineal, podríamos anticipar que la componente perpendicular de la velocidad aumentaría hacia el eje del filamento. La Fig 18 ilustra la componente perpendicular promediada del campo de velocidad, donde se observa que, si bien hay una caída hacia el filamento a grandes distancias, conforme nos acercamos al eje, la velocidad perpendicular promedio disminuye probablemente debido al comienzo de un proceso de virialización. Otra característica interesante que se puede observar en la fig. es que la caída perpendicular no parece depender fuertemente del parámetro  $q$ , lo cual sugiere que el potencial gravitacional podría estar determinado principalmente por la masa del filamento en sí misma y no tanto por los halos en sus extremos. Además, es notable que las altas velocidades de caída observadas en las regiones más alejadas de los filamentos son consistentes con las velocidades de expansión en los límites de las grandes regiones vacías (Ceccarelli et al., 2013), lo que refuerza la idea, mencionada anteriormente, de que nuestros filamentos delimitan estas regiones.

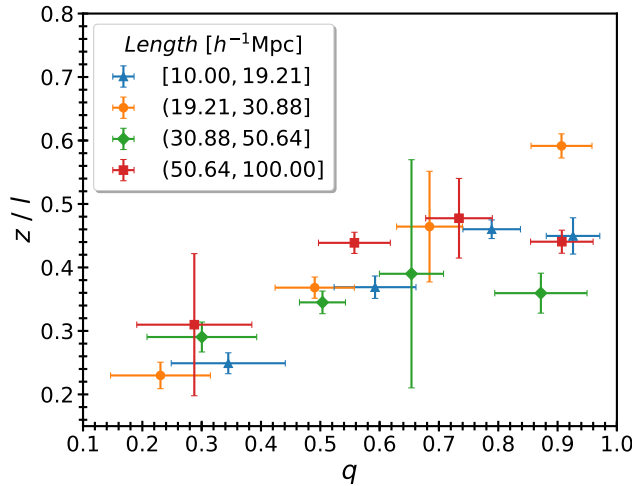


Figura 19.: Correlación entre el parámetro  $q$  y la posición del punto de ensilladura para cuatro cuartiles de longitud.

### 3.4.2.1 Punto de ensilladura

Según nuestra definición de filamento, estos constituyen puentes de materia que conectan dos picos de alta densidad, de ello se desprende que debe existir un punto intermedio entre los picos donde la densidad alcance un mínimo y las velocidades se vuelvan divergentes. Este punto juega un papel crucial en la estructura interna de los filamentos, ya que corresponde a la posición de equilibrio dinámico a lo largo de su eje (Codis, Pichon y Pogosyan, 2015; Kraljic et al., 2019; Laigle et al., 2015; Pogosyan et al., 2009). Es por eso que una variedad de algoritmos de búsqueda utilizan esta característica para identificarlos (Novikov, Colombi y Doré, 2006; Sousbie et al., 2008<sup>1</sup>). Nuestro método no asume directamente la existencia de este punto de ensilladura, sin embargo, emerge naturalmente en nuestros análisis, como se puede observar en las figuras 15 y 17, que muestran los campos de densidad junto con las *streams lines* del campo de velocidad y la componente de velocidad paralela al eje del filamento, respectivamente.

Además, es de esperar que la posición de este punto esté influenciada por el parámetro  $q$ , dado que la dinámica dentro del filamento debería ser afectada por la presencia de halos masivos en sus extremos. La fig. 19 exhibe la relación entre el parámetro  $q$  y la distancia desde el extremo menos masivo del filamento hasta el punto de ensilladura, para cuatro rangos de longitud. En este caso, la posición del punto de ensilladura se estima examinando el campo de velocidades promedio de la componente paralela (ver la figura 17) y buscando el punto sobre el filamento donde esta componente de la velocidad cambia de signo. Las barras de error en el parámetro  $q$  representan la desviación estándar de este parámetro, mientras que las correspondientes a la posición del punto de ensilladura se estiman utilizando la técnica de *jackknife*. Como era de esperar, se observa una relación directa entre ellos, donde el punto de ensilladura tiende a acercarse al centro del filamento a medida que la masa en los extremos se iguala. Debemos notar que este comportamiento parece mantenerse independientemente de la longitud del filamento.

<sup>1</sup> Siguiendo a Pogosyan et al. (2009), un filamento es la línea de campo que une dos máximos del campo de densidad a través de un punto de ensilladura.

### 3.4.2.2 *Dispersión de velocidades transversal*

En las secciones anteriores (figs. 15, 18 y 17) observamos que el flujo de materia oscura en los entornos filamentosos muestra una acreción ortogonal correspondiente a la caída de materia desde las regiones poco densas (*voids*) hacia los filamentos para luego ser transportada hasta los halos en los extremos. Como se mencionó anteriormente, los filamentos son estructuras que se encuentran en proceso de formación y, por lo tanto, aún no han alcanzado el equilibrio dinámico. En el sentido de que no están soportados por dispersión de velocidades, como ocurre con los halos de materia oscura.

Ahora bien, en el panel superior e inferior de la fig. 20 se muestran las componentes paralela y perpendicular de la dispersión de velocidades respecto al eje del filamento. Si pensamos a los filamentos como las “autopistas” en el universo a través de las cuales circula la mayor parte de la materia que terminara siendo acretaada por los halos, es esperable que el flujo de materia a lo largo de los mismos sea predominantemente laminar. Este fenómeno puede ser observado en el panel superior de la fig. 20 donde se puede apreciar que la dispersión de velocidad en la dirección paralela es casi nula en la región filamentosa central. Por otra parte observando el comportamiento de la componente perpendicular en la figura 18 se puede apreciar que su valor promedio disminuye notablemente hacia la región central del filamento, sin embargo, el panel inferior de la figura 20 muestra que la dispersión de la componente perpendicular de la velocidad crece hacia el eje del filamento respecto de las regiones circundantes. Este efecto puede explicarse considerando dos procesos: (i) Los filamentos tienen un cierto grado de virialización en la dirección perpendicular a ellos. Es decir, el colapso anisotrópico predice una evolución bien definida, con regiones que primero se contraen en paredes aplanadas, seguidas de filamentos alargados y solo luego colapsando en cada una dirección de las tres direcciones (halos). En todos los casos, las estructuras están soportadas únicamente por la dispersión de velocidades en direcciones ya colapsadas (Buehlmann y Hahn, 2019; Hahn, Angulo y Abel, 2015b). (ii) La dispersión de velocidades se debe al encuentro entre el material que se está acumulando en el filamento y el material que realiza su primer cruce de capas (*shell crossing*). En este escenario complejo, ambos procesos podrían estar ocurriendo simultáneamente. Cabe señalar que los filamentos contienen material difuso además de halos virializados que podrían estar contribuyendo de diferente manera en este proceso. Los valores de dispersión de velocidad ( $\sigma = 100 - 500 \text{ km s}^{-1}$ ) obtenidos están en acuerdo con Buehlmann y Hahn, 2019, quienes estudian de forma independiente el campo de dispersión de velocidades.

Para comprender la naturaleza y la dinámica de los filamentos, Eisenstein, Loeb y Turner (1997) propone una relación teórica para estimar, a partir de datos observacionales, la masa por unidad de longitud ( $\mu$ ) de los filamentos. Esta relación vincula analíticamente a  $\mu$  con la dispersión de velocidad transversal  $\sigma_{\perp}$  de los filamentos. Para ello, los autores realizan ciertas suposiciones geométricas y físicas. Específicamente, parten del supuesto que los filamentos son estructuras axisimétri-

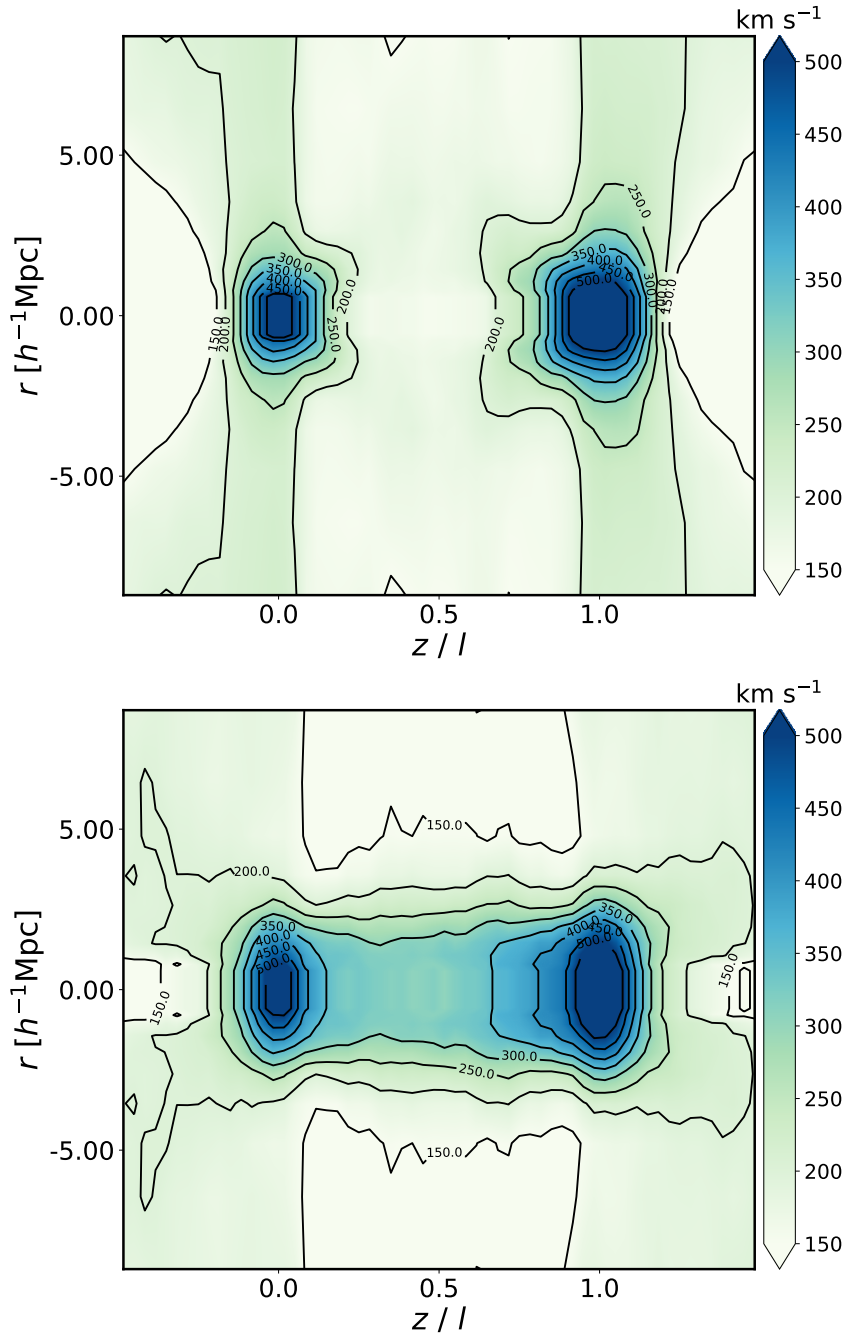


Figura 20.: *Stacking* normalizado de la dispersión de velocidades paralela y perpendicular para una muestra de filamentos con longitud  $\in [10,00,19,21] h^{-1} \text{Mpc}$  en el panel superior e inferior, respectivamente.



cas e isotérmicas y las mismas ya se encuentran en equilibrio dinámico a lo largo de la dirección perpendicular. Como resultado obtienen la siguiente ecuación:

$$\mu = \frac{\sigma_{\perp}^2}{G} = 3,72 \times 10^{13} M_{\odot} \text{ Mpc}^{-1} \left( \frac{\sigma_{\perp}}{400 \text{ s}^{-1} \text{ km}} \right)^2. \quad (56)$$

Esta ecuación difiere de la original propuesta por los autores (ecuación 13 de su trabajo) en un factor de 2. Esto se debe a que su ecuación considera que la dispersión de velocidades se mide a lo largo de la dirección en la línea de la visual (una dimensión) mientras que en nuestro caso  $\sigma_{\perp}$  proviene de las velocidades contenidas en un plano perpendicular al eje del filamento (dos dimensiones).

La fig. 21 muestra la comparación entre la masa verdadera por unidad de longitud  $\mu_{\text{true}}$  y la masa dinámica  $\mu_{\text{est}}$  estimada usando la ecuación 56. El mejor ajuste lineal y la relación de identidad se muestran con líneas sólidas y discontinuas, respectivamente. El valor de  $\mu_{\text{true}}$  se calcula como el cociente entre la masa total dentro de un cilindro de radio  $2 h^{-1} \text{ Mpc}$  a lo largo del eje del filamento y su longitud total. Los símbolos de colores diferentes representan estos valores para cada filamento tipo-2 en cuartiles de longitud. Como se puede ver, la relación es independiente de la longitud del filamento.

A pesar de las suposiciones realizadas por Eisenstein, Loeb y Turner (1997) para deducir la ecuación 56, nuestros resultados muestran un buen acuerdo con las predicciones teóricas. Esto sugeriría que los filamentos están parcialmente virializados en la dirección perpendicular al eje. Para fortalecer esta hipótesis, vale la pena mencionar que el tiempo de cruce en la dirección perpendicular de los filamentos es más corto que el tiempo de Hubble. Sin embargo, los datos tienen una alta dispersión, lo que puede deberse al hecho de que los filamentos, en general, no tienen una forma cilíndrica regular, como se asume para deducir la relación 56. Además, no son estructuras relajadas, sino que se ven continuamente perturbadas por la caída de material. Otro efecto que debe considerarse es la presencia de subestructuras en el interior de los filamentos que tiende a sobrestimar la masa de los mismos (Eisenstein, Loeb y Turner, 1997).

### 3.5 RESUMEN Y CONCLUSIONES

En este capítulo, presentamos los resultados obtenidos aplicando nuestro algoritmo para identificar filamentos sobre una simulación cosmológica de  $400 h^{-1} \text{ Mpc}$  lado y una masa por partícula de  $1,18 \times 10^9 h^{-1} M_{\odot}$ .

Nuestros resultados concuerdan con la idea general de la red cósmica, donde los filamentos son puentes de materia que conectan los máximos del campo de densidad (puentes cúmulo-cúmulo) y delimitan la periferia de las regiones poco densas (*voids*). El campo de densidad apilado promedio de estas estructuras muestra una forma característica de "hueso" rodeada por una sobredensidad típica  $\delta \simeq 10$ . Por construcción, los filamentos de tipo-0 son típicamente cortos, rectos y las estructuras más numerosas de la red filamentosa, debido a que están conformados por halos de baja masa. Lo opuesto sucede con los filamentos tipo-2, los cuales pueden ser asociados a las estructuras más dominantes de la red cósmica. Encontramos que la sobredensidad promedio dentro de un tubo de  $2 h^{-1} \text{ Mpc}$  a lo largo del eje de estos filamentos tiene un valor aproximadamente constante en un amplio rango de



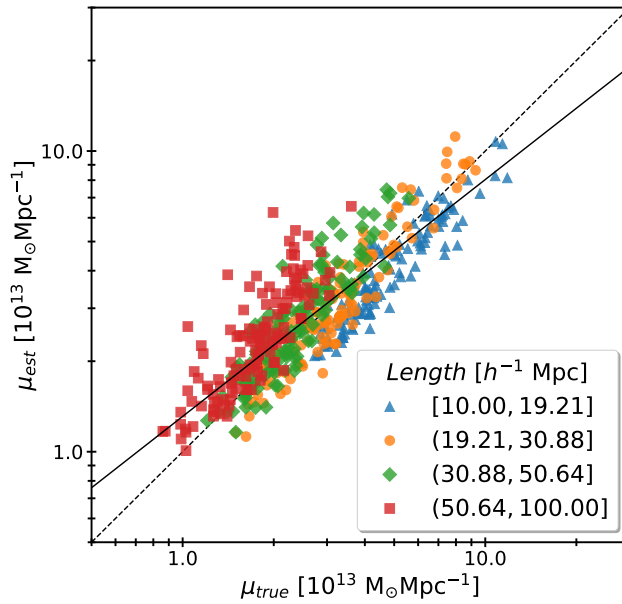


Figura 21.: Densidad lineal estimada mediante la dispersión de velocidades perpendicular vs. la densidad lineal real.

longitudes. A pesar de que la dispersión alrededor de la relación masa-longitud es bastante grande, lo que puede deberse a que los filamentos no siguen una forma geométrica regular, encontramos que esta puede ser bien descrita mediante una ley de potencia  $M \propto L^{1.46}$ . La pendiente mayor que 1 sugiere que los filamentos largos son estructuras bien definidas en si mismas en lugar de filamentos cortos concatenados.

Medimos el perfil de densidad transversal de los filamentos cúmulo-cúmulo hasta  $10h^{-1}\text{Mpc}$ . Encontramos que los filamentos con mayor densidad lineal son más gruesos y densos hacia la espina dorsal del filamento. En escalas intermedias, el perfil de densidad sigue una ley de potencia  $r^{-2}$ . Mientras tanto, en escalas grandes tienden asintóticamente al valor de la densidad media. A pesar de que nuestro método no impone ninguna restricciones en el campo de velocidad, somos capaces de determinar la localización del punto de ensilladura a lo largo del eje de los filamentos, definido como el lugar donde el flujo de velocidad diverge hacia los picos de potencial producidos por los halos masivos ubicados en los extremos. La vecindad del punto de inflexión punto de ensilladura es una región de especial interés ya que muchos autores consideran que está estrechamente relacionada con la rotación de halos de materia oscura, como así también con los procesos de formación de galaxias (véase, por ejemplo Codis, Pichon y Pogosyan, 2015; Kraljic et al., 2019; Laigle et al., 2015; López, Merchán y Paz, 2019).

El patrón de líneas de corriente del campo de velocidad, nos presenta el escenario ideal en el que la materia fluye desde entornos de baja densidad hacia de baja densidad hacia los filamentos, para finalmente caer en los halos de los extremos. No obstante, cabe destacar que nuestros resultados también indican que la magnitud del campo de velocidad a lo largo de los filamentos es significativamente menor que la del campo de velocidad en las regiones de baja densidad. En otras palabras, la mayor parte de la materia se acumula a lo largo de los filamentos, pero las partículas que caen en el pozo de potencial de los halos extremos alcanzan mayores velocidades si provienen directamente desde las regiones de baja densidad

(Ceccarelli et al., 2011). El análisis de la componente perpendicular del campo de velocidades refuerza la idea de que el filamento produce un potencial de tipo cilíndrico, ya que los valores medios de velocidad disminuyen hacia el eje mientras que la dispersión aumenta.

Aunque los filamentos son estructuras en un régimen de formación casi lineal, observamos que en su centro la dispersión de velocidades transversal es mayor que la de sus alrededores. Esto podría estar indicando que los filamentos presentan un cierto grado de virialización. En este sentido, analizamos la relación entre la dispersión de la velocidad transversal y la densidad lineal. Encontramos un buen acuerdo con la relación teórica propuesta por Eisenstein, Loeb y Turner (1997) obtenida bajo suposiciones geométricas y de estabilidad dinámica. La dispersión observada en esta relación puede atribuirse a diferentes factores, por ejemplo, los filamentos no están aislados ni son estructuras suaves, sino que presentan irregularidades y una gran variedad de subestructuras.

#### 4.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo, exploraremos la influencia de los filamentos cosmológicos sobre los halos de materia oscura, en particular su morfología, caracterizada por el tensor de forma y su momento angular.

Los halos de materia oscura representan los sistemas ligados más masivos, asociados a pozos de potencial en los cuales el material primordial puede aglutinarse para formar galaxias y sistemas de éstas, como grupos y cúmulos (White y Rees, 1978). Los mismos presentan una forma preferentemente prolada, con esta tendencia acentuándose a medida que su masa aumenta (Jing y Suto, 2002). Esta dependencia es esperada en el paradigma de formación jerárquico según el cual, la formación de estas estructuras se produce por la acreción difusa de materia y la fusión de halos pequeños, siendo los objetos más masivos formados en tiempos más recientes. El momento angular y la forma de los halos y en particular, su alineación con respecto a la distribución de la materia circundante contienen las huellas de los efectos lineales y no lineales de su formación. El ambiente en el cual se desarrollan los halos tiene fuerte influencia en el proceso de acreción (Codis et al., 2012; López, Merchán y Paz, 2019; Paz et al., 2006). El campo de velocidad inducido por los pozos de potencial hace que el material contenido en los filamentos fluya hacia los nodos, definiendo así direcciones de acreción preferenciales (Paz et al., 2011; Pereyra et al., 2020). En consecuencia, el semi-eje mayor del tensor de forma de los halos de materia oscura estaría preferentemente alineado con la dirección del filamento más cercano (e.g. Aragon-Calvo y Yang, 2014; Ganeshaiyah Veena et al., 2018) y las estructuras circundantes (e.g. Libeskind et al., 2013).

Por otro lado, uno de los efectos más notables de la distribución y evolución de la materia en gran escala es adquisición del momento angular, este complejo proceso depende tanto de efectos lineales como no lineales. A continuación discutiremos acerca del origen del momento angular en un contexto cosmológico. Primeramente debemos tener en cuenta que cualquier rotación primordial decrece muy rápidamente debido a la expansión del universo (ver por ejemplo la revisión de Schäfer (2009) y las referencias mencionadas allí), por lo tanto el momento angular debe provenir de otra fuente. Los trabajos de Doroshkevich (1970), Hoyle (1951), Peebles (1969) y White (1984) y Catelan y Theuns (1996) desarrollaron la teoría de torque tidal (TTT). La teoría de torque tidal (TTT) constituye el modelo más aceptado en la actualidad para explicar y predecir la adquisición y evolución del momento angular de protohalos de materia oscura. Sin embargo, su validez se limita principalmente a las primeras etapas de formación de estructuras. Una descripción completa de la teoría está más allá de los alcances de este capítulo, por lo cual sólo se repasan aquí sus resultados principales. La TTT relaciona el origen y la evolución del momento angular de un protohalo con las propiedades de la distribución de materia circundante, mediante una simple y elegante ecuación:

$$J_i(t) \propto \epsilon_{ijk} T_{jl} I_{lk} \quad (57)$$

donde  $I_{lk}$  es el tensor de inercia del protohalo y  $T_{jl}$  es el tensor de tidal generado por la configuración de materia circundante (los detalles de la formulación analítica de la ecuación 57 se puede encontrar en el apéndice b). El producto tensorial de la ecuación anterior significa que  $J$  correlaciona con la desalineación entre los ejes de estos tensores,  $I$  y  $T$ . Es decir que la ganancia neta de momento angular de un protohalo es una consecuencia de la desalineación entre la forma y el campo tidal. Por lo tanto a primer orden, es consecuencia natural que el torque adquirido por el protohalo dependa de su forma y la distribución de materia circundante (Barnes y Efstathiou, 1987b; Efstathiou y Jones, 1979; Heavens y Peacock, 1988; Lee y Pen, 2002; Porciani, Dekel y Hoffman, 2002).

Otro enfoque para la adquisición de momento angular (Faltenbacher et al., 2005; Hetznecker y Burkert, 2006; Maller, Dekel y Somerville, 2002; Shaw et al., 2006; Vitvitska et al., 2002; Warnick y Knebe, 2006), se basa en el historial de fusiones de los halos, representado por lo que se conoce como árboles de fusión (*merger trees*). El modelo propone que cada halo durante su formación va acumulando momento angular mediante la fusión con estructuras de menor jerarquía. Si bien este modelo no da cuenta de múltiples fenómenos observados, como aquellos relacionados con el alineamiento de los halos con estructuras mayores, pone de manifiesto la necesidad de un tratamiento más realistas de los modelos lineales de adquisición de momento angular como la TTT.

Según se desprende de las discusiones en la literatura, el tema de estudio de este capítulo es muy importante para la comprensión de la formación de los halos y las galaxias. Este capítulo se enfocará en las alineaciones entre los halos de materia oscura (o galaxias) y los filamentosos, que de acuerdo con discusiones actuales en la literatura constituye un tema muy importante para la comprensión de la formación de los halos y las galaxias (Codis et al., 2012; Hirv et al., 2017; Jones, van de Weygaert y Aragón-Calvo, 2010; Lee y Pen, 2000; Tempel, Stoica y Saar, 2013; Trowland, Lewis y Bland-Hawthorn, 2013).

En particular haremos hincapié en el estudio de la alineación de la forma y el momento angular de los halos con respecto a su filamento anfitrión. Esto se llevará a cabo utilizando dos herramientas estadísticas independientes. El primero consiste en estimar la función de distribución de probabilidad del ángulo formado por el eje rotación del halo (o los semiejes principales del tensor de forma) y la dirección del eje del filamento. El segundo enfoque emplea una técnica estadísticamente más robusta para medir la alineación desarrollada por Paz, Stasyszyn y Padilla (2008), la cual radica en medir la función de correlación cruzada anisótropa, que discrimina entre la correlación paralela y perpendicular a una dirección dada. Brevemente, el cómputo consiste en realizar conteos separados según si el ángulo subtendido entre el vector posición del par halo-partícula y una dirección privilegiada asociada con los halos (en nuestro caso, la dirección del momento angular o la de los semiejes del tensor de forma) sea mayor o menor a cierto ángulo límite. En síntesis, el exceso de probabilidad medido a través de la función de correlación cruzada cuantificará la alineación o no del momento angular (o tensor de forma) de los halos con su entorno.

## 4.2 PROPIEDADES FÍSICAS DE LOS HALOS

Los halos de materia oscura son las estructuras virializadas más grandes del universo. Su dinámica no solo está ligada a la distribución interna de materia, sino también a la distribución de su entorno en gran escala. Es decir, los mismos procesos que determinan la adquisición del momento angular de los halos también afectan su forma, masa y otras propiedades asociadas. Nuestro objetivo para este capítulo es analizar las orientaciones de los halos con respecto al entorno filamentososo en el que habitan y por lo tanto solo nos enfocaremos en algunas propiedades de los mismos como el momento angular, la forma y el parámetro de espín, los cuales pasaremos a definir a continuación.

Una característica de los halos muy estudiada en relación a los filamentos es la orientación de su momento angular (o espín) el cual se define como:

$$\mathbf{J} = \sum_{i=1}^N m_i \mathbf{r}_i \times (\mathbf{v}_i - \bar{\mathbf{v}}) \quad (58)$$

donde  $m_i$  es la masa de cada partícula,  $\mathbf{r}_i$  es la distancia de cada partícula respecto al centro de masa del halo,  $\mathbf{v}_i$  es la velocidad de la partícula y  $\bar{\mathbf{v}}$  la velocidad media del halo. Íntimamente relacionado con  $\mathbf{J}$  se encuentra el parámetro adimensional de espín  $\lambda$  definido por Peebles (1969) de la siguiente manera:

$$\lambda = \frac{J\sqrt{|E|}}{GM^{5/2}} \quad (59)$$

donde  $E$  y  $M$  son la energía total (cinética más potencial) y la masa del halo, respectivamente. El parámetro de espín puede ser interpretado como una medida de la importancia del momento angular relativo al movimiento aleatorio de la materia. Dicho de otra manera, la estructura de cuerpos con un parámetro de espín pequeño estarán soportados, principalmente, por el movimiento aleatorio de la materia dentro de él y en menor medida por su movimiento de rotación. En el caso de un objeto esférico y estable  $\lambda$  es el cociente entre su momento angular y el momento angular necesario para que su dinámica este completamente soportada por rotación (ver por ejemplo, Padmanabhan, 1993). Si se considera un halo de materia oscura aislado, el parámetro de espín debería ser una cantidad conservada dado que todas las cantidades involucradas en su definición se conservan.

Estudios realizados con simulaciones numéricas han demostrado que la distribución del parámetro de espín de los halos de materia oscura, puede ser ajustada por una función log-normal (véase por ejemplo Barnes y Efstathiou, 1987a; Cole y Lacey, 1996a; Ryden, 1988; Warren et al., 1992):

$$p(\lambda)d\lambda = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{\ln^2(\lambda/\bar{\lambda})}{2\sigma^2}\right) \frac{d\lambda}{\lambda} \quad (60)$$

con  $\bar{\lambda} \approx 0,035$  y  $\sigma \approx 0,5$ . Se ha demostrado que estos valores son prácticamente independientes de la masa del halo, la época y el modelo cosmológico de fondo (Barnes y Efstathiou, 1987a; Bullock et al., 2001; Lemson y Kauffmann, 1999; Macciò et al., 2007; Warren et al., 1992). Además se ha encontrado que halos con parámetro

de espín más grande se encuentran en regiones del espacio más densas, resultado que también parece ser independiente de la masa del halo.

Otra de las definiciones para el parámetro de espín es la dada por Bullock et al. (2001), en este caso la expresión para el mismo es:

$$\lambda' = \frac{J}{\sqrt{2}MRV} \quad (61)$$

aquí  $J$  es el momento angular dentro de una esfera de radio  $R$  y masa virial  $M$ , y  $V$  es la velocidad circular a dicho radio ( $V^2 = GM/R$ ). Este parámetro no depende del perfil de densidad de los halos de materia oscura y resulta más fácil de computar ya que no requiere el cálculo de energía, el cual puede ser muy costoso en las simulaciones numéricas.

Otra característica importante de los halos que utilizaremos es su forma. En general, las predicciones teóricas están restringidas a las etapas lineales del proceso de formación, mientras que la naturaleza altamente compleja de los procesos no lineales hace que sea extremadamente difícil predecir sus efectos en la estructura de los halos. Los diferentes trabajos en la literatura destacan que la forma del halo es el resultado de tres procesos básicos:

- La forma del pico primordial del cual se originó (Bardeen et al., 1986; Sheth, Mo y Tormen, 2001; van de Weygaert y Bertschinger, 1996)
- El campo tidal externo que “moldea” el halo (Bond, Kofman y Pogosyan, 1996).
- Interacciones no lineales que distorsionan su forma original. Esto incluye encuentros cercanos y grandes eventos de fusión relacionados con la caída de material (van Haarlem y van de Weygaert, 1993)

Una manera de cuantificar la forma de los halos consiste en aproximar su distribución de masa mediante un elipsoide triaxial, cuyos semiejes principales se evalúan mediante el análisis del tensor de forma. Para calcular el tensor de forma  $I_{i,j}$  utilizamos una expresión similar al tensor de inercia para un sistema de partículas

$$I_{i,j} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i x_j \quad (62)$$

donde  $x_i$  es la componente  $i$ -ésima del vector de posición de las partículas respecto al centro de masa y  $N$  es el número total de partículas dentro del halo. Los semiejes del elipsoide que mejor describe la distribución de partículas del halo pueden ser obtenidos a partir de los tres autovalores ( $\lambda_i, i = 1, 2, 3$ ) del tensor de forma usando la siguiente relación:

$$a = \sqrt{\lambda_1}, \quad b = \sqrt{\lambda_2} \quad \text{y} \quad c = \sqrt{\lambda_3} \quad (63)$$

donde por convención definiremos  $a > b > c$ . Con esta definición los autovectores ( $\hat{a}$ ,  $\hat{b}$  y  $\hat{c}$ ) indicarán la dirección de los ejes principales de dicho elipsoide.

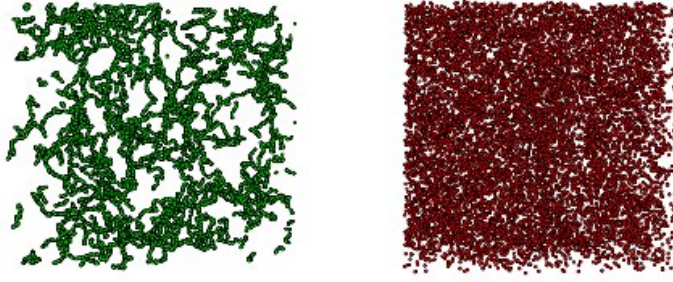


Figura 22.: Dos diferentes muestras de halos se grafican en el entorno cúbico tridimensional. En color verde se representa, la muestra de halos en filamentos. Mientras que en color rojo se esquematizan los halos pertenecientes a la muestra control.

Los semiejes definidos anteriormente pueden ser utilizados para indicar el grado de asfericidad de un halo mediante el parámetro de triaxialidad introducido por Paz et al. (2006).

$$P = \ln\left(\frac{ca}{b^2}\right) \quad (64)$$

Con esta definición, un halo oblado le corresponde un valor del parámetro de triaxialidad de  $P < 0$ , mientras que cuando  $P > 0$  su forma será prolada. Si  $P$  es exactamente igual a 0 estamos en presencia de un halo esférico.

#### 4.3 PROPIEDADES DE LOS HALOS EN FILAMENTOS

Para lograr una mejor comprensión de cómo el entorno afecta el momento angular de los halos, nos enfocaremos en las diferencias que surgen de comparar muestras pertenecientes a diferentes entornos. Para esto definimos dos conjuntos de halos, una muestra de halos en filamentos y otra muestra control, a partir de las cuales analizaremos las diferentes propiedades físicas y en las secciones subsiguientes estudiaremos las orientaciones con respecto a la estructura en gran escala.

Los halos son estructuras soportadas principalmente por dispersión de velocidad con una pequeña componente de rotación aportada por el torque que le produce el entorno. Debido a esto la medición del momento angular es muy sensible a los errores, particularmente considerando que nuestros halos más pequeños tienen 20 partículas. En estos casos el ruido Poisson será dominante y es por esto que decidimos aumentar el número mínimo de partículas por halo a 130 lo cual se corresponde a una masa de  $M = 1,0 \times 10^{12} h^{-1} M_{\odot}$ . Por otro parte, nuestro método impone que los halos más masivos que  $M_{th}$  se encuentren en los extremos de los filamentos, lo cual impone un límite superior natural para la muestra.

Resta ahora determinar la pertenencia de los halos a los filamentos. Esto se realiza construyendo un tubo de  $1 h^{-1} \text{Mpc}$  de radio alrededor de la columna vertebral del filamento y excluyendo todos aquellos halos que se encuentren a menos de 2 radios viriales de los extremos. Esta condición tiene el objetivo de evitar la influencia de estos halos sobre las propiedades que se pretenden analizar. Recuérdese que nuestros filamentos tienen sobredensidades típicas de  $\delta \approx 10$  (véase capítulo 3), mientras que los halos se caracterizan por sobredensidades muy superiores



( $\delta > 200$ ). Dado que todos los análisis que realizaremos en este capítulo son de tipo estadístico, en esta oportunidad incluiremos también los filamentos tipo-1 para aumentar la significancia estadística de la muestra. Debido a la naturaleza irregular de los filamentos, en el proceso de asignación es posible que un dado halo se corresponda a dos o más filamentos, si este fuera el caso el objeto será asignado a la estructura más cercana. Teniendo en cuenta, las prescripciones anteriores obtuvimos una muestra final de 16908 halos en filamentos, la cual representa aproximadamente el 8% de los halos en el rango de masas analizado  $[10^{12}, 10^{14}) h^{-1}M_{\odot}$ .

Para lograr una mejor comprensión de cómo el entorno afecta el momento angular de los halos, intentaremos estudiar la dependencia con la masa de los halos dividiendo la muestra en cuatro rangos de masas:

$$M_h [h^{-1}M_{\odot}] = \begin{cases} 10^{12,0} \leq M_h < 10^{12,5} \\ 10^{12,5} \leq M_h < 10^{13,0} \\ 10^{13,0} \leq M_h < 10^{13,5} \\ 10^{13,5} \leq M_h < 10^{14,0} \end{cases} \quad (65)$$

Por otro lado, como referencia se construyeron también 4 submuestras de control conformada por halos que no se hallan asociados a ningún tipo de filamento, en los mismos rangos de masas mencionados anteriormente. Además cada una de estas muestras de control se seleccionaron de manera tal que reproduzcan la forma de la distribuciones de las muestras correspondientes a halos asociados a filamentos. Debe tenerse en cuenta que cualquier imprecisión en la identificación de filamentos puede contaminar la muestra control, como por ejemplo filamentos espurios o filamentos no identificados. La fig. 22 exhibe una selección aleatoria de halos asignados en ambas muestras, en color verde se observan los halos en filamentos, mientras que la muestra control se presenta en rojo. Mediante una inspección visual podemos apreciar que los halos control se encuentran distribuidos aleatoriamente en toda la simulación, tal como se esperaba, mientras que para el caso de los halos en filamentos podemos notar que trazan la estructura filamentosa. Resumiendo, restringimos la muestra total de halos de la simulación a un rango de masas entre  $10^{12} h^{-1}M_{\odot}$  y  $10^{14} h^{-1}M_{\odot}$ , posteriormente realizamos el proceso de asignación de los halos a los filamentos tipo-1 y tipo-2 y luego con los halos restantes construimos la muestra control homologando las distribuciones de masas de ambas muestras.

El panel izquierdo de la figura 23 muestra el parámetro de triaxialidad para los halos en filamentos y la muestra de control donde se manifiesta claramente la naturaleza triaxial de los halos. Si bien poseen una gran variedad de formas, lo cual se refleja en el ancho de la distribución, como es bien conocido, los halos tienen una ligera preferencia por la prolaticidad sobre la oblaticidad. (véase por ejemplo Bett et al., 2007) La distribución del parámetro  $P$  que se muestra en la figura, concuerda cualitativamente con trabajos previos como por ejemplo Cole y Lacey (1996b), Faltenbacher et al. (2002), Frenk et al. (1988), Paz, Stasyszyn y Padilla (2008) y Warren et al. (1992), entre otros. Podemos observar también que no se



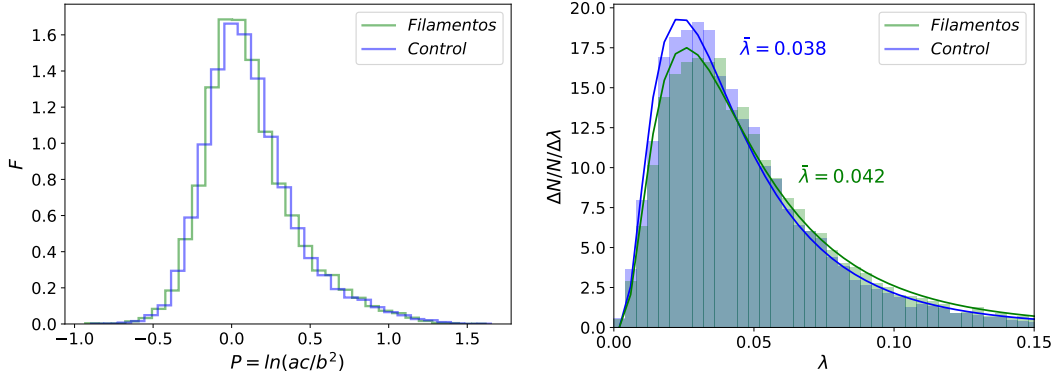


Figura 23.: Izquierda: Distribución del parámetro de triaxialidad  $P = \ln(\frac{a}{b^2})$  definido por Paz et al. (2006). Las curvas azul y verde representa los conjuntos de halo control y en filamentos, respectivamente. Derecha: Distribución del parámetro adimensional de espín. Las áreas azul y verde muestran las distribuciones  $\lambda$  para las muestras de halos control y en filamentos. Las curvas solidas presentan el mejor ajuste de las distribuciones log-normales para cada muestra.

aprecian diferencias significativas entre los halos de la muestra control y aquellos asociados a los entornos de filamentos. Lo cual en principio indicaría que no existe una influencia clara de los filamentos sobre la forma de los halos.

Por otro lado el panel derecho de la figura 23 muestra la distribución del parámetro adimensional de espín para la muestra de halos en filamentos y su respectiva muestra control (colores verde y azul). La línea sólida muestra el mejor ajuste a la distribución log-normal de cada muestra, y cuyos parámetros son  $\sigma_{\text{con}} = 0,685 \pm 0,010$ ,  $\lambda_{\text{con}} = 0,0380 \pm 0,004$  y  $\sigma_{\text{fil}} = 0,699 \pm 0,009$ ,  $\lambda_{\text{fil}} = 0,0416 \pm 0,005$ , respectivamente. En contraste con la triaxialidad, la distribución del parámetro adimensional de espín, presenta una pequeña diferencia entre las muestras. Recordemos que este parámetro indica el grado en que un halo está soportado por rotación, De esta manera los halos en filamentos, poseen una leve tendencia a ser más rotadores. Este resultado adquiere significancia estadística, debido a que la distribución del parámetro de espín resulta ser bastante independiente de diferentes factores, como por ejemplo la masa (Vitvitska et al., 2002) o la fracción de radio del halo utilizada para calcularlo (Bailin y Steinmetz, 2005).

#### 4.4 DISTRIBUCIONES DE ORIENTACIÓN DE HALOS EN FILAMENTOS

En esta sección analizamos la alineación entre las direcciones que caracterizan a los halos (ejes principales de inercia y el momento angular) y la dirección de los filamentos en los que están embebidos. En primer lugar definimos el ángulo de alineación como el ángulo entre la dirección de una propiedad de un halo ( $\mathbf{h}$ ), que puede ser su momento angular o forma y la dirección del filamento ( $\mathbf{v}_{\text{fil}}$ ) más cercano al halo en cuestión. Vale aclarar que cuando nos referimos a la distancia entre el halo y el filamento, estamos haciendo referencia a la mínima distancia perpendicular posible al eje del filamento. Este ángulo puede escribirse como:

$$\mu_{\text{hf}} \equiv |\cos \theta_{\mathbf{h}, \mathbf{v}_{\text{fil}}}| = \left| \frac{\mathbf{h} \cdot \mathbf{v}_{\text{fil}}}{|\mathbf{h}| |\mathbf{v}_{\text{fil}}|} \right|, \quad (66)$$

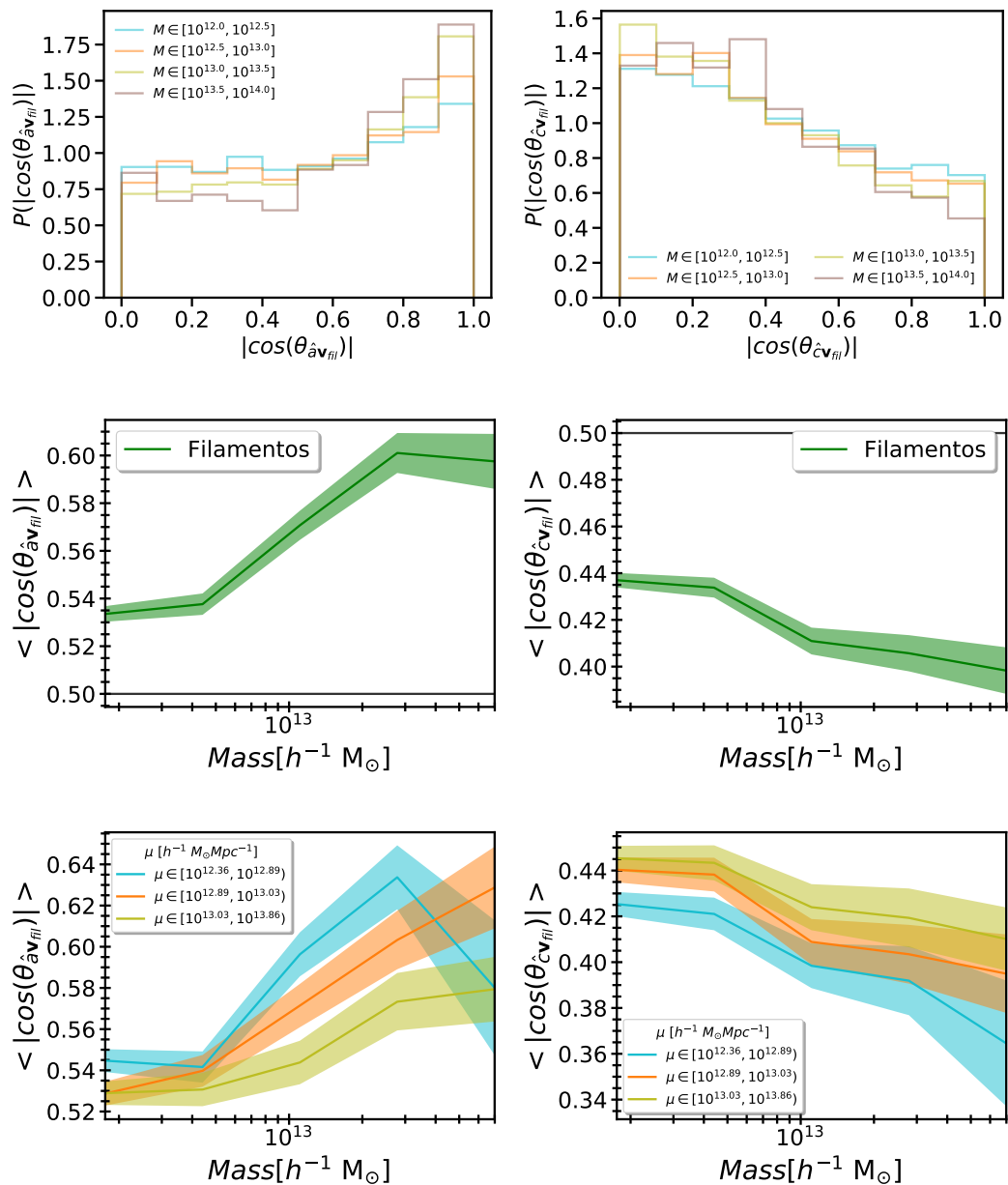


Figura 24.: La alineación del semieje mayor (columna izquierda) y menor (columna derecha) con la dirección del filamento. Superior: distribución del ángulo de alineación,  $|\cos(\theta_{\hat{a}v_{fil}})|$  y  $|\cos(\theta_{\hat{c}v_{fil}})|$  entre los semiejes mayor y menor y la orientación del filamento para cuatro rangos de masa de halos. Central: ángulo de alineación medio,  $\langle |\cos(\theta_{\hat{a}v_{fil}})| \rangle$  y  $\langle |\cos(\theta_{\hat{c}v_{fil}})| \rangle$  entre los semiejes mayor y menor y la dirección del filamento en función de la masa del halo. Inferior: ángulo de alineación  $\langle |\cos(\theta_{\hat{a}v_{fil}})| \rangle$  y  $\langle |\cos(\theta_{\hat{c}v_{fil}})| \rangle$  entre los semiejes mayor y menor y orientación del filamento dividiendo en tres muestras de acuerdo con  $\mu$  del filamento.

Alineamientos perfectamente paralelos y perpendicular corresponden a  $|\cos(\theta_{\mathbf{h},\mathbf{v}_{\text{fil}}})| = 1$  y  $0$ , respectivamente. Mientras que para una distribución de alineamientos aleatoria esperamos una media de  $\langle |\cos(\theta_{\mathbf{h},\mathbf{v}_{\text{fil}}})| \rangle = 0,5$ . Hay que tener en cuenta que la función valor absoluto en esta definición no permite distinguir alineamientos paralelos y antiparalelos entre los vectores.

En las figuras 24 y 25 estudiamos los ángulos de alineación entre una propiedad del halo y la dirección del filamento en el cual se hallan embebidos. En particular en los paneles superiores de ambas figuras se observa la distribución de alineación de los halos. Luego, en los paneles centrales de las figuras investigamos más a fondo la dependencia de la alineación media con la masa de los halos. Finalmente que en los paneles inferiores presentamos esta misma relación pero discriminada de acuerdo a la masa por unidad de longitud ( $\mu$ ) de los filamentos.

En la figura 24 analizamos cantidades relacionadas con los semiejes principales del tensor de forma, en particular la orientación de los semiejes mayor y menor respecto al filamento (paneles a la izquierda y a la derecha respectivamente).

El panel superior izquierdo de la figura revela la tendencia del eje mayor del halo a alinearse paralelamente con el eje del filamento más cercano, esto se manifiesta en un exceso de objetos con  $P(|\cos(\theta_{\mathbf{h},\mathbf{v}_{\text{fil}}})|)$  superior a 1 para los 4 rangos en masa. Por otro lado en el caso del semieje menor como era de esperar, presenta una preferencia a alinearse perpendicularmente a la columna vertebral del filamento anfitrión (panel superior derecho). Este es un resultado bien conocido que fue observado por diversos autores Ganeshiah Veena et al. (2018), Hahn et al. (2007b) y Shao et al. (2016), entre otros.

En los paneles centrales de la 24 exploramos la alineación promedio de los semiejes con el filamento más cercano en función de la masa de los halos, y encontramos que existe una alineación más fuerte para los objetos de mayor masa. Lo cual no se

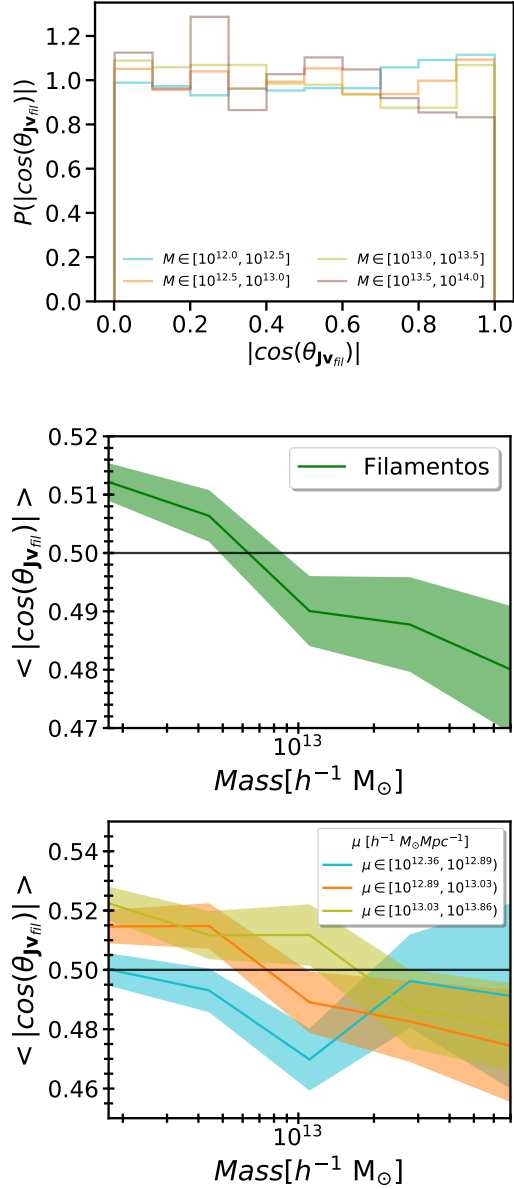


Figura 25.: La alineación de  $\mathbf{J}$  con la orientación del filamento. Superior: distribución del ángulo  $|\cos(\theta_{\mathbf{J},\mathbf{v}_{\text{fil}}})|$ , para cuatro rangos de masa de halos. Central: ángulo de alineación medio,  $\langle |\cos(\theta_{\mathbf{J},\mathbf{v}_{\text{fil}}})| \rangle$  en función de la masa. Inferior: ídem al panel central dividiendo en tres muestras de acuerdo con  $\mu$  por filamento.

podía anticipar con claridad sólo observando los paneles superiores. Las marcadas señales de alineamiento dependientes de la masa de los halos para los semiejes mayores y menores podrían estar relacionadas con procesos de acreción reciente a lo largo del filamento (Ganeshiah Veena et al., 2018).

Para estudiar la dependencia de estas alineaciones con las propiedades intrínsecas de los filamentos, en los paneles inferiores de la figura 24 se muestra nuevamente la alineación promedio del halo en función de su masa, pero discriminando de acuerdo a la masa por unidad de longitud  $\mu$  de los filamentos. Es esperable que filamentos con mayor  $\mu$ , constituyan regiones con un fuerte campo tidal. Por lo tanto, cabría pensar que los halos asociados a dichas estructuras posean las alineaciones más fuertes, que para el caso de filamentos con menores  $\mu$ . Sin embargo, la figura muestra un resultado completamente opuesto, exceptuando el panel inferior derecho, para halos de masas altas embebidos en filamentos con  $\mu \in [10^{12,36}, 10^{12,89})$ . Una posible explicación de este fenómeno es que si bien durante las etapas lineales estos halos se encontraban en un entorno más propenso a producir alineaciones, posteriormente durante la etapa no lineal sufrieron procesos tidales secundarios como encuentros cercanos o fusiones que perturbaron la impronta inicial predicha por la TTT, dichas perturbaciones podrían ser más direccionales en el caso de los filamentos con menor  $\mu$  manteniendo de mejor manera la señal primordial, mientras que al aumentar la densidad lineal de los filamentos en la que estos halos están embebidos, es esperable que los encuentros o fusiones procedan de múltiples direcciones. Volveremos sobre este efecto en la siguiente sección, cuando estudiemos las alineaciones utilizando la función de correlación.

Como es conocido, la mayoría de los halos tienen su eje de rotación predominantemente alineado con su semieje menor y por lo tanto perpendicular al semieje mayor. De acuerdo con esto, sería previsible que la alineación entre el momento angular y el eje del filamento muestre un comportamiento comparable al del semieje menor. En el panel superior de la fig. 25 se muestran las distribuciones de alineamiento del momento angular con el eje del filamento anfitrión para las 4 muestras de masas tratadas anteriormente. En este caso las alineaciones presentan una tendencia poco clara, la señal es bastante plana, no obstante se puede apreciar una ligera tendencia, para los dos rangos de masa menores (líneas celeste y naranja) a tener su eje de rotación paralelo al filamento en el cual se hallan embebidos. Por otro lado, se muestra una muy débil tendencia opuesta para las dos muestras de halos más masivos (líneas verde y marrón). En general este comportamiento es bastante diferente al observado para el semieje menor, en contradicción con lo predicho en el párrafo anterior.

Para confirmar la leve tendencia descrita anteriormente, en el panel central de la figura, se muestra el valor medio del ángulo de alineación entre el momento angular y la dirección del filamento, como función de la masa del halo. Puede observarse el cambio de alineación analizado en el panel superior. Resulta especialmente revelador que el grado de alineación, aumenta con la disminución de la masa del halo. Además se observa la presencia de una masa de transición de  $M \approx 5 \times 10^{12} h^{-1} M_{\odot}$  donde la tendencia de alineación se invierte de una preferencia perpendicular para las masas altas a una alineación preferentemente paralela para halos menos masivos.

Esta transición se conoce como *spin flip* y ha sido objeto de un estudio en múltiples trabajos Aragón-Calvo et al. (2007b), Codis et al. (2012), Ganeshiah Veena et al. (2018), Hahn, Teyssier y Carollo (2010), López, Merchán y Paz (2019) y Trowland, Lewis y Bland-Hawthorn (2013). El valor exacto de la masa de transición que ha sido reportado en la literatura varía en un amplio rango entre 0,5 a  $5 \times 10^{12} h^{-1} M_{\odot}$ .

Finalmente, en el panel inferior de la figura 25 se presenta la alineación media del momento angular dividiendo la muestra de filamentos según su masa por unidad de longitud. Dado que la señal es pequeña, y los errores son relativamente grandes, es difícil realizar afirmaciones sobre la dependencia de la relación observada en el panel central con respecto a  $\mu$ . Sin embargo se aprecia cierta tendencia a que la masa de transición disminuya con la densidad lineal del filamento. Este hallazgo guarda similitud con los resultados obtenidos en el estudio de (Ganeshiah Veena et al., 2018), donde se identifica una clara dependencia de la masa de transición con el ancho del filamento. Esto nos lleva a pensar que los halos en filamentos menos prominentes (menor  $\mu$ ) tienen su momento angular preferentemente perpendicular al filamento. Lo que resulta consistente con lo mencionado anteriormente de que las fusiones en dichos filamentos menos densos podrían ser más direccionales. En las siguientes secciones indagaremos más en detalle este fenómeno mediante el uso de otras herramientas estadísticas.

#### 4.5 FUNCIÓN DE CORRELACIÓN ANISÓTropa

Una forma alternativa y más robusta para estudiar la alineación del momento angular y la forma con los filamentos es la función de correlación anisótropa desarrollada por Paz, Stasyszyn y Padilla (2008).

##### 4.5.1 Conceptos fundamentales

Una de las herramientas estadísticas más importante para el estudio de la formación y evolución de la estructura en gran escala del universo es, sin duda, la función de correlación bipuntual,  $\xi(r)$ .

La distribución de materia puede ser representada en términos de una distribución de objetos puntuales (i. e. galaxias, grupos de galaxias, cúmulos, etc.) con posiciones  $r_i$  donde la probabilidad de que un objeto sea encontrado en el volumen infinitesimal  $\delta V$  es:

$$\delta P = n \delta V \quad (67)$$

donde la densidad numérica media de objetos  $n$  es independiente de la posición y la probabilidad es proporcional al elemento de volumen  $\delta V$ . La función de correlación bipuntual  $\xi$  (Peebles, 1980) se define como la probabilidad conjunta de encontrar un objeto en dos elementos de volumen  $\delta V_1$  y  $\delta V_2$  separados por una distancia  $r_{12}$ ,

$$\delta P = n^2 \delta V_1 \delta V_2 [1 + \xi(r_{12})] \quad (68)$$

Este estadístico ha sido escrito únicamente como una función de la separación entre los objetos debido a que asumimos condiciones de homogeneidad e isotropía establecidas por el principio Cosmológico. Se observa que análogamente a 67, la

probabilidad es proporcional a  $\delta V_1 \delta V_2$ . En una distribución Poisson (aleatoria) la probabilidad de encontrar objetos en  $\delta V_1$  y  $\delta V_2$  son independientes, luego la probabilidad conjunta es el producto de las probabilidades individuales 67,

$$\delta P_{\text{Poisson}} = n^2 \delta V_1 \delta V_2 \quad (69)$$

caso en el cual no hay correlación ( $\xi \equiv 0$ ), en cambio si las posiciones de los objetos están correlacionadas,  $\xi > 0$ , mientras que si las posiciones están anticorrelacionadas,  $-1 < \xi < 0$ . Si ahora elegimos un objeto al azar de la muestra, la probabilidad de que tenga un vecino a distancia  $r$  en el volumen  $\delta V$  es

$$\delta P = n \delta V [1 + \xi(r)] \quad (70)$$

integrando la ecuación 70 obtenemos el número medio de vecinos dentro de una distancia  $r$

$$\langle N \rangle = \int_V \delta P = \frac{4}{3} \pi r^3 n + n \int_0^r \xi(r) dV \quad (71)$$

Se puede observar que si los procesos obedecen una estadística Poisson ( $\xi \equiv 0$ ), el número medio coincide con el número medio de objetos dentro de una esfera homogénea de radio  $r$ , por lo que el último término puede ser interpretado como la media del número de vecinos en exceso respecto a una distribución homogénea de puntos. Es decir, la función de correlación bipuntual representa el exceso (o déficit) de pares de objetos separados por una distancia  $r$  respecto de una distribución aleatoria de objetos.

Cualquier estimador de  $\xi$  estará basado en algún tipo de conteos de vecinos dentro de un intervalo de distancias. Los estimadores de  $\xi$  existentes difieren para bajo número de elementos pero dado el gran número de objetos con el que contamos en la simulación, en este trabajo nos limitaremos al estimador más simple, el estimador de Davis y Peebles (1983).

$$\xi(r) = \frac{N_r}{N_d} \frac{DD(r)}{DR(r)} - 1 \quad (72)$$

donde  $DD(r)$  representa la cantidad de pares de la muestra de datos  $D$  y  $DR(r)$  es el número de pares con centros en la muestra  $D$  y trazadores tomadas de una muestra aleatoria  $R$  dentro del mismo intervalo  $[r, r + dr]$ .  $N_d$  y  $N_r$  son el número de objetos de la muestra de datos y aleatoria, respectivamente. En el caso de una simulación el número de pares  $DR$  a una distancia  $r$  puede ser computado analíticamente.

#### 4.5.2 Definiciones

Existe una variante de la función de correlación desarrollada por Paz et al. (2011) y Paz, Stasyszyn y Padilla (2008), que permite determinar el grado de alineamiento entre la distribución de materia circundante y la orientación de los halos. En nuestro caso particular, estimaremos las funciones de correlación cruzada, donde los halos de materia oscura serán nuestros centros mientras que las partículas serán las trazadoras de la estructura circundante.

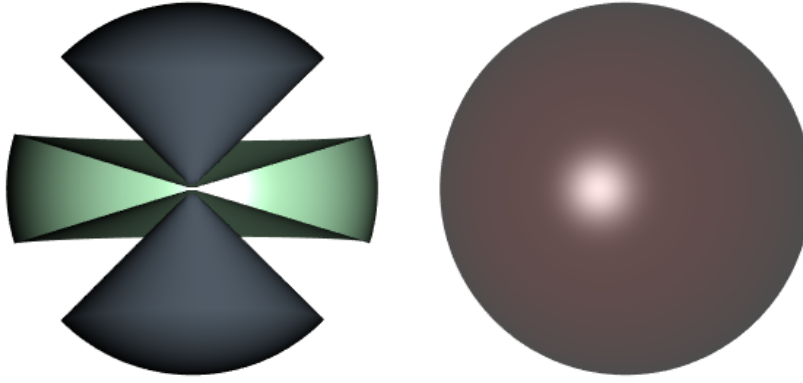


Figura 26.: Corte axial del esquema de utilizado para la estima de la función de correlación anisótropa tridimensional. Para calcular la función de correlación paralela cierta dirección se toman en cuenta todos los pares, en un intervalo de distancia dado, que yacen dentro del volumen cónico azul, con eje en la dirección de interés. Mientras que para obtener la función perpendicular, se contabiliza el número de vecinos contenido en el volumen verde. La semiesfera roja representa la función de correlación anisótropa total.

El computo de esta función de correlación anisotrópica consiste, resumidamente, en realizar conteos por separados en diferentes rangos de distancia, según si el ángulo subtendido entre el vector posición del par (halo-partícula) y la dirección de interés elegida sea mayor o menor a cierto ángulo límite. En este sentido, definimos las funciones de correlación paralela  $\xi_{\parallel}(\tau)$  y perpendicular  $\xi_{\perp}(\tau)$  con sus ángulos asociados  $\theta_1$  y  $\theta_2$ , los cuales representan el límite angular para la región paralela y perpendicular, respectivamente. Es decir que en nuestro estudio de la función de correlación  $\xi_{\parallel}$  solo contaremos aquellos pares que se encuentren dentro de los volúmenes cónicos definidos por  $\theta_1$  alrededor de la dirección establecida; mientras que para el caso de la función de correlación  $\xi_{\perp}$  solo contaremos los pares a una distancia angular menor a un cierto ángulo  $\theta_2$  del plano perpendicular a la dirección de interés. Estos ángulos son elegidos de tal manera que el volumen encerrado dentro de ellos sea el mismo. Para tal fin, estos ángulos deben cumplir la siguiente relación:

$$\sin(\theta_2) = 1 - \cos(\theta_1) = \chi \quad (73)$$

donde  $\chi$  es el parámetro de umbral. Un valor de  $\chi = 0,5$  es el único caso en que los volumen son complementarios, con  $\theta_1 = 60^\circ$  y  $\theta_2 = 30^\circ$ , por otro lado valores de  $\chi < 0,5$  implican que existirán regiones del espacio que serán ignoradas en el computo de la correlación. En este trabajo adoptamos el valor de  $\chi = 0,297$ , correspondientes a ángulos de  $\theta_1 = 45^\circ$  y  $\theta_2 = 17,03^\circ$ , para las regiones paralela y perpendicular, respectivamente. Independientemente, se puede computar la función de correlación isotropa  $\xi_{iso}$ , es decir, el estadístico calculado promediando en la totalidad del volumen esférico. A modo de ilustración, la fig. 26 muestra un corte transversal aplicado sobre los volúmenes  $vol_{\parallel}$  de  $\theta_1 = 45^\circ$  (color azul) y perpendiculares  $vol_{\perp}$  con  $\theta_2 = 17,03^\circ$  (color verde), Mientras que la función de correlación isotropa se representa por la esfera roja de la derecha. Para tener una referencia con la cual comparar la función de correlación de halos en filamentos, de aquí en adelante siempre utilizaremos la muestra de control descrita en la sección 4.3.



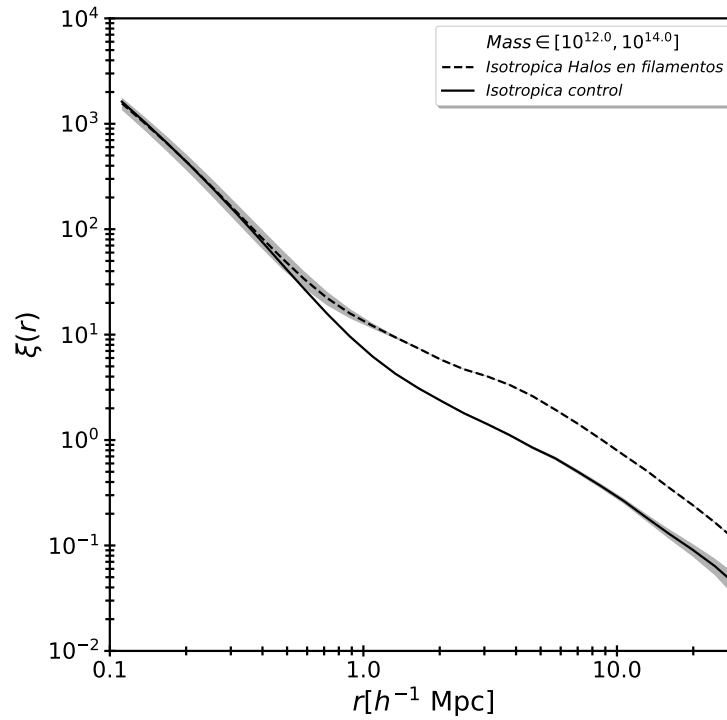


Figura 27.: Funciones de correlación isotropas halo-partícula. En líneas solidas y a trazos negras se representan las muestras de halos control y aquellos asociados a algún filamento, respectivamente. En las áreas sombreadas grises se presentan las estimaciones de error mediante una técnica de resampleo *jackknife*.

Como punto de partida, analizaremos la función de correlación isotrópica halo-partícula para la muestra de control y de halos en filamentos. La figura 27 representa mediante curvas solidas y a trazos la función de correlación para las muestras de interés. Las áreas sombreadas corresponden a los errores estimados haciendo uso de la técnica de remuestro *jackknife* con un total de 50 muestras. La función de correlación correspondiente a la muestra de control exhibe el comportamiento típico de una función de correlación cruzada halo-partícula para halos en el rango de masa seleccionado, con el característico cambio de comportamiento correspondiente a la transición entre los regímenes de un halo y dos halos descritos por el modelo de halos. En pequeñas escalas domina la correlación entre los halos y las partículas que los conforman y por lo tanto en estas escalas la función de correlación esta predominantemente determinada por el perfil promedio de los halos (termino de un halo). En escalas mayores, la mayor contribución a la función de correlación esta dada por la propias correlaciones entre los halos (termino de dos halos). El modelo de halos es una elegante teoría basada en hipótesis simples que describe el comportamiento de la función de correlación como la suma de los términos esbozados en los párrafos anteriores. Más interesante resulta el comportamiento de la función de correlación de halos en filamentos, examinando la fig. 27 se obtiene que para escalas pequeñas ambas curvas coinciden, esto evidencia que dentro de los errores de la medición el término de un halo en la función de correlación no se ve afectado por el entorno, lo cual puede interpretarse como que los halos no advierten la presencia del filamento en el cual se encuentran. Por otro lado a grandes escalas las funciones se separan nítidamente lo cual significan que verdaderamente nos hallamos en un entorno sobredenso hasta escalas mayores



que  $20 h^{-1} \text{Mpc}$ . Lo cual corrobora de una manera indirecta la eficacia del método de identificación.

#### 4.6 ALINEACIÓN DE LA FORMA DE LOS HALOS

Como ya hemos planteado, nuestro objetivo es estudiar la señal de alineamiento hallada en la sección 4.4 mediante el uso de la función de correlación anisotrópica. En particular analizaremos estadísticamente la anisotropía de los halos mediante tres direcciones de interés. La primera de ellas es la dirección del filamento y puede ser asociada con la distribución de materia circundante, mientras que las otras dos están relacionadas con propiedades internas de los halos, como lo son el momento angular y el semieje mayor del tensor de forma. El panel izquierdo de figura 28 representa la función de correlación anisótropa en la dirección del filamento (líneas rojas) y en la dirección del semieje mayor (líneas verdes) para la muestra total de halos en filamentos. Las líneas de trazo están asociadas con la  $\xi_{\parallel}$  mientras que las líneas continuas corresponden a la  $\xi_{\perp}$ . Como referencia las líneas grises muestran las correspondientes  $\xi_{\text{iso}}(r)$ . Estas convenciones de colores y tipos de línea las mantendremos en todo capítulo. En el marco inferior se presentan los cocientes de estos estadísticos respecto a esta función. Por lo cual, el apartamiento de la línea negra horizontal puede ser interpretado como el grado de anisotropía con respecto a su entorno. Queremos notar dos tendencias en la figura. Por un lado en el término de un halo tenemos que, la señal de anisotropía en la dirección del filamento tiende a desaparecer a pequeñas escalas, es decir, las curvas de color rojo tienden a 1, mientras que para el estimador en la dirección del semieje mayor la señal de anisotropía tiende a crecer en las regiones más internas. Por otra parte, a grandes escalas se produce una inversión de estas señales, es decir que tanto las curvas rojas en la dirección paralela como perpendicular, superan en anisotropía a la función de correlación en la dirección del semieje mayor. Este comportamiento puede ser entendido de la siguiente manera, en las regiones internas al halo tenemos que, por construcción, el semieje mayor del tensor de forma está orientado en la dirección del mayor exceso de materia, y por lo tanto es natural que la anisotropía se manifieste con mayor intensidad en estas regiones. Por otro lado cualquier pequeña desalineación con dicha dirección se traduciría en una disminución de la correlación, de lo cual se deduce en que si bien el semieje mayor se encuentra preferentemente alineado con el filamento, (véase figura 24) esta alineación está lejos de ser perfecta y como consecuencia, la función de correlación en la dirección del filamento pierde casi toda la señal de anisotropía en escalas chicas. En las escalas más grandes ( $r > 1 h^{-1} \text{Mpc}$ ) es natural que la función de correlación en la dirección del filamento presente la mayor señal de anisotropía, ya que estamos forzando a que  $\xi_{\parallel}$  .<sup>a</sup>punte.<sup>en</sup> la dirección donde ya sabemos de antemano estará la mayor cantidad de materia, es por esto que estimar la función de correlación en la dirección del filamento no presenta mayor interés que corroborar las bondades de nuestro identificador. Por otro lado, con un razonamiento análogo al caso de las escalas más pequeñas, podemos suponer que la función de correlación paralela al eje mayor de los halos pierde señal de anisotropía a grandes escalas debido a que estos no se encuentran perfectamente alineados con sus filamentos, o sea que no .<sup>a</sup>puntan.<sup>ex</sup>actly en la dirección donde se encuentra predominantemente la

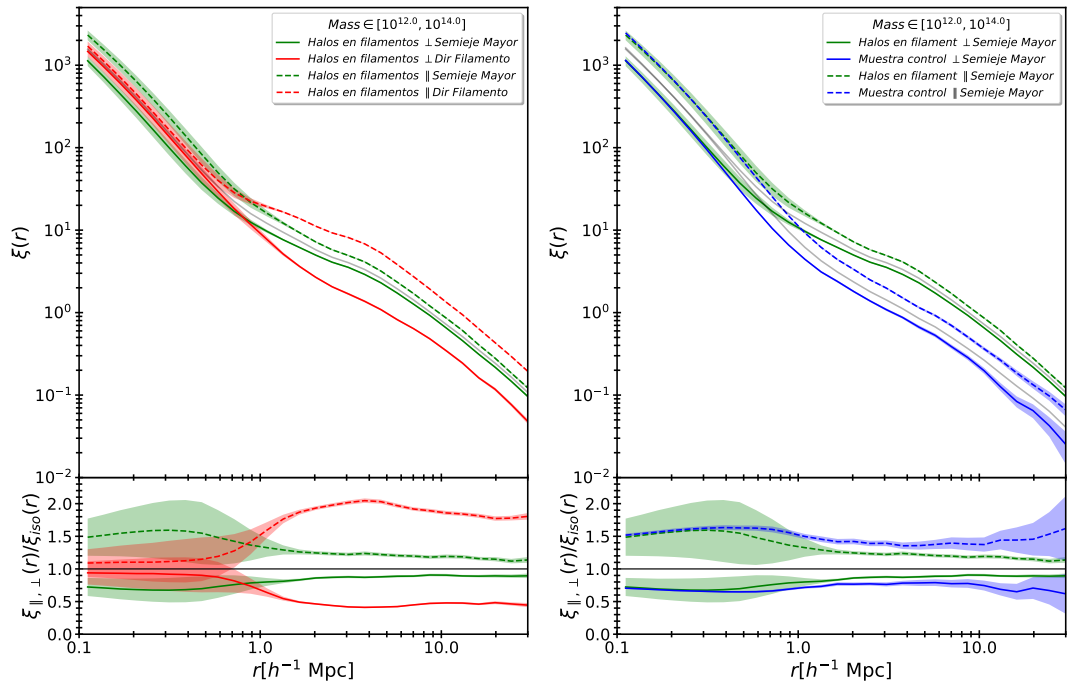


Figura 28.: Marco superior muestra las funciones de correlación anisotrópa en la dirección perpendicular y paralela con el siguiente estilo de líneas  $\xi_{\perp}$  y  $\xi_{\parallel}$  se trazan por líneas continuas y a trazos, respectivamente. Marco inferior presenta el grado de anisotropía reflejado por los cocientes de cada una de las funciones, en líneas continuas y a trazos  $\xi_{\perp}/\xi_{iso}$  y  $\xi_{\parallel}/\xi_{iso}$ , respectivamente. Funciones de correlación anisotrópa para las direcciones del semieje mayor (líneas verdes ambos paneles), y filamento (líneas rojas panel izquierdo) para la muestra de halos en filamentos y dirección del semieje mayor (líneas azules panel derecho) para la muestra de halos de control. Las correspondientes funciones isotrópa se trazan en gris para ambas muestras.

materia. Es por esto que la función de correlación en la dirección de  $\hat{u}$  resulta más interesante ya que nos permitirá cuantificar la alineación de acuerdo a la señal de anisotropía.

El panel derecho de la figura 28 se exhiben nuevamente las funciones de correlación en la dirección paralela y perpendicular al semieje mayor, pero esta vez acompañada de las correspondientes a la muestra de control (líneas color azul). Las anisotropías exhibidas por estos halos de control son análogas a las observadas previamente por Paz et al. (2011). En comparación con la muestra de halos en filamentos, observamos que en escalas chicas las señales de anisotropía son indistinguibles, lo cual refuerza la hipótesis que la estructura interna de los halos no se ve muy perturbada por la presencia del filamento. Más interesante es la comparación en escalas grandes, donde observamos que la anisotropía en las direcciones paralela y perpendicular para la muestra de halos en filamentos, es típicamente menor que la señal obtenida para los halos control. Este resultado no es lo esperado, ya que, como sabemos, los semiejes mayores se encuentran típicamente alineados con los filamentos y estos a su vez marcan las direcciones donde se encuentra la mayor cantidad de materia. Este resultado refuerza la hipótesis planteada cuando fue estudiada la alineación de los halos con el filamento anfitrión (sección 4.4), donde se planteó la posibilidad de que estos halos estén sometidos a procesos altamente no lineales más intensos que los que sufren los halos en regiones menos densas. Como consecuencia, su alineación se ve perturbada perdiendo la orientación con respecto a la estructura en gran escala circundante. A continuación estudiaremos si este fenómeno está asociado con la masa de los halos, explorando las cuatro rangos de masa definidos en la sección 4.3. La figura 29 muestra los resultados correspondientes a estas cuatro muestras siguiendo el mismo código de colores y de líneas utilizado en el panel de la derecha de la figura 22. En este caso se agregaron líneas verticales negras que representan el radio virial promedio para las muestras de masa en cuestión. Pueden observarse en todos los paneles de la figura 29 que las curvas presentan características similares a las funciones de correlación mostrada anteriormente (fig. 27 y 28), es decir se observa marcadamente los términos de uno y dos halos las cuales se hallan separados por el característico punto de inflexión. Este punto se encuentra localizado estadísticamente en la escala típica del tamaño de los halos correspondientes a cada muestra, es decir que correlaciona con la posición de la línea vertical negra en cada panel. También podemos notar examinando solo la función de correlación isótropa que el término de dos halos de la muestra de control y la muestra de halos en filamentos tiende a asemejarse a medida que la masa de los centros aumenta, es decir que las funciones de correlación comienzan a solaparse en escalas grandes. Esta comportamiento resulta esperable ya que en un universo jerárquico los halos más masivos habitan típicamente entornos más densos, de manera que a medida que la masa de los halos crece la sobredensidad de su entorno tiende a enmascarar la presencia de los filamentos. Tal como ya fue observado por Paz et al. (2011), la anisotropía es mayor a medida que se consideran halos más masivos, sin embargo en todos los rangos de masa los halos en filamentos muestran una anisotropía menor que los de la muestra de control, de lo cual se deduce que la disminución de anisotropía de los halos en filamentos no está asociado a la masa de los mismos.

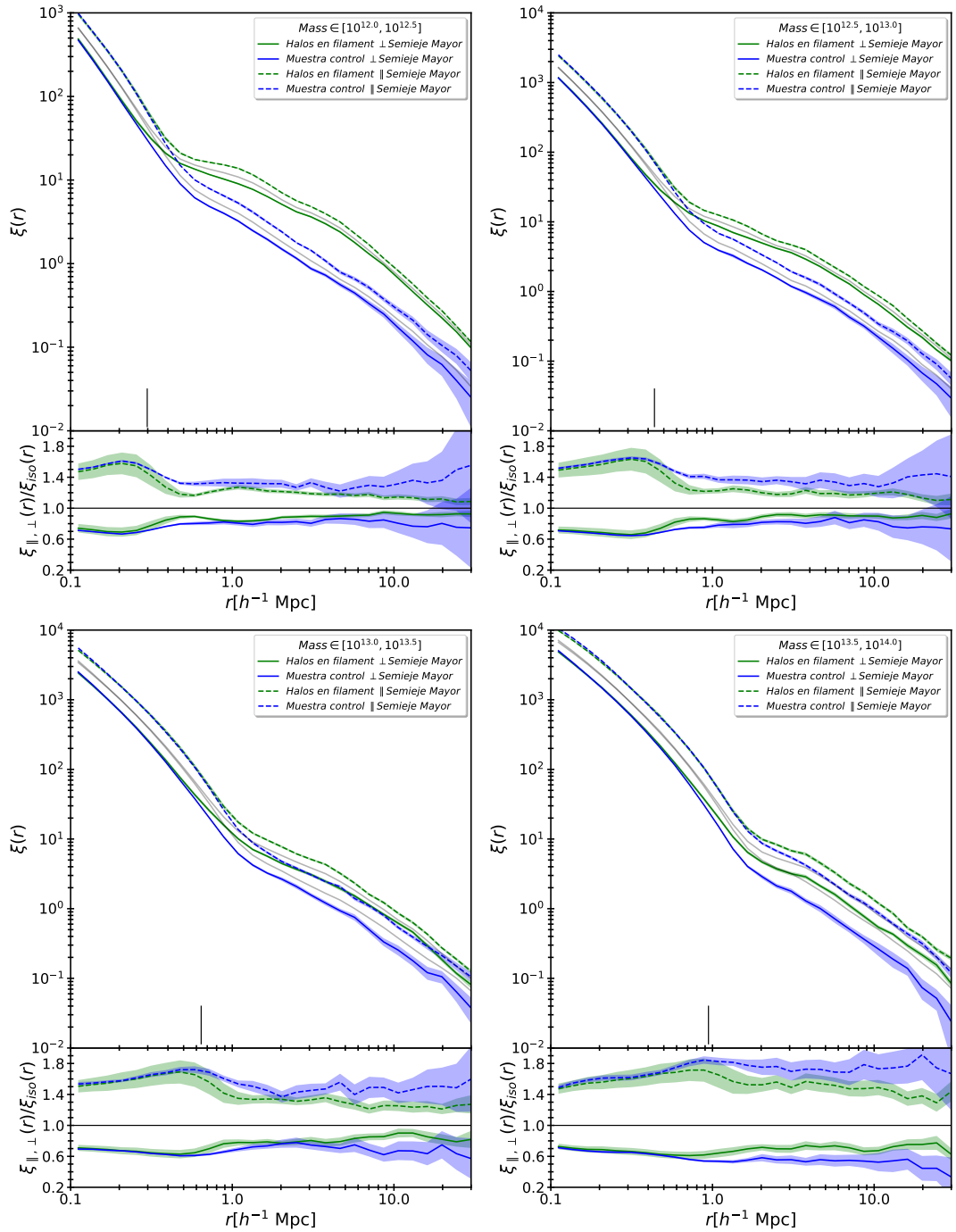


Figura 29.: En el marco superior de cada panel se muestran las funciones de correlaci3n anis3ropa en la direcci3n del semieje mayor paralela (linea a trazos) y perpendicular (linea continuas), para las cuatro muestras de halos de control (lineas azules) y de halos en filamentos (lineas verdes) mientras que en el marco inferior, se presenta el grado de anisotropía en las mismas reflejado por los cocientes  $\xi_{\parallel}/\xi_{\text{iso}}$  y  $\xi_{\perp}/\xi_{\text{iso}}$ , respectivamente.

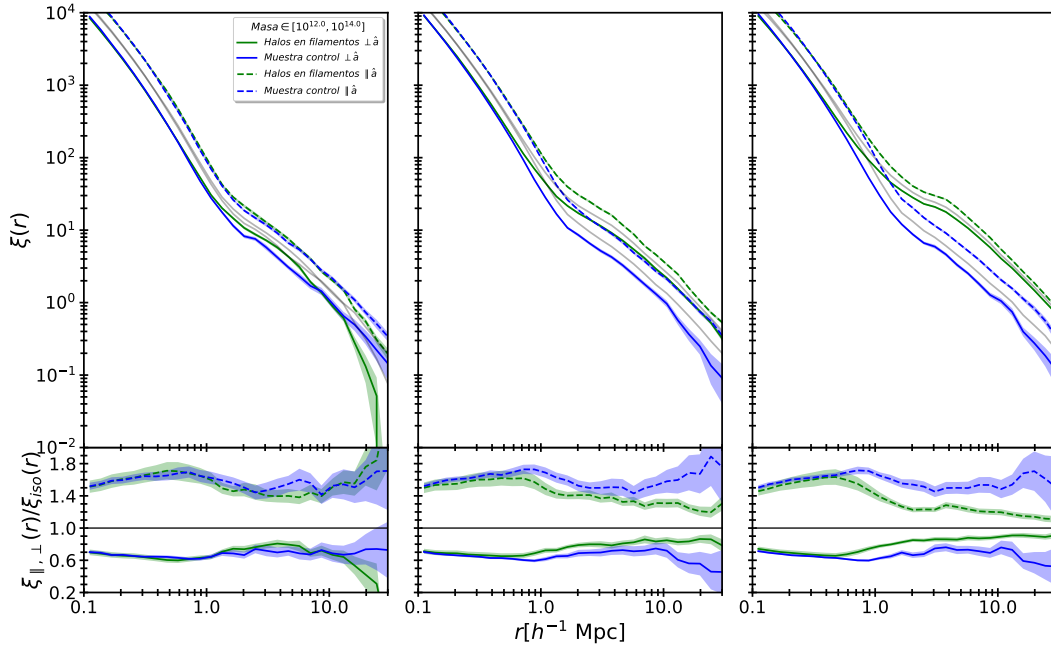


Figura 30.: funciones de correlación anisótropa en la dirección paralela del semieje mayor (línea a trazos) y perpendicular (línea continuas) para las muestras de halos de control (líneas azules) y de halos en filamentos (líneas verdes) separando la muestra de halos en tres rangos de parámetro  $\mu$ .

Una consecuencia de la hipótesis que acabamos de enunciar es que la pérdida de anisotropía de los halos en filamentos, debería correlacionar con alguna propiedad de los mismos, en particular analizaremos la dependencia con su masa por unidad de longitud. Eligiendo las mismas muestras que en la sección 4.4, en la figura 30, se presenta la función de correlación anisótropa para los tres rangos de  $\mu$  propuestos sin discriminar por la masa de los halos. La convención de colores y líneas es la misma que en las figuras previas. Un aspecto interesante es que a medida que  $\mu$  aumenta, el término de dos halos de la función de correlación de la muestra de halos en filamentos tiende a ser más grande que la correspondiente a la muestra de halos de control. Esto se debe a que el aporte del filamento al entorno está directamente relacionado a su densidad lineal ( $\mu$ ). El aspecto más importante a destacar en esta figura es que la anisotropía de los halos en filamentos disminuye con el aumento de  $\mu$ , mientras que como es esperable la anisotropía de la muestra de control es independiente de este parámetro. Comparando ambas poblaciones de halos, vemos que para el rango más chico de  $\mu$  (panel izquierdo) las funciones de correlación son casi idénticas y por lo tanto las anisotropías correspondientes, mientras que para el rango más grande de  $\mu$  (panel derecho) la anisotropía de los halos en filamentos resulta mucho menor que la correspondiente a la muestra de control. Esto refuerza el escenario propuesto en secciones anteriores según el cual los halos en filamentos estarían sometidos a procesos no lineales más intensos que los halos en entornos comunes. En este contexto resulta natural suponer además, que estos procesos serán aún más intensos en filamentos más prominentes, ya sea que se trate de fusiones, encuentros cercanos o torques tidales secundarios posteriores a la etapa lineal.

## 4.7 ALINEACIÓN DEL MOMENTO ANGULAR

La alineación del momento angular con la red cósmica ha sido examinada en la sección 4.4 de este capítulo utilizando como herramienta la distribución del ángulo que forma la dirección del momento angular con el filamento. Los resultados hallados indican que los halos de menor masa tienden a rotar con su momento angular alineado paralelamente a la estructura en gran escala, mientras que lo opuesto ocurre con los halos de alta masa. Se encontró también que la masa donde sucede este cambio de orientación (*spin flip*) es  $\approx 5 \times 10^{12} h^{-1} M_{\odot}$ , en completo acuerdo con otros trabajos en la literatura (por ejemplo Aragón-Calvo et al., 2007b; Codis et al., 2012; López, Merchán y Paz, 2019; Trowland, Lewis y Bland-Hawthorn, 2013).

Este fenómeno revela que existe una compleja dependencia entre la masa del halo y su alineación con el filamento más cercano. Actualmente, se encuentra en discusión cuál es el proceso físico responsable del *spin flip*. Codis et al. (2012) atribuyeron este cambio en la orientación del momento angular a una dependencia del historial de fusiones con la masa, de manera que estadísticamente los halos de baja masa se forman por acumulación isótropica de materia difusa, mientras que los halos de mayor masa lo hacen mediante la fusión con otros halos, cuya caída anisotrópica esta correlacionada con la estructura filamentosa a gran escala (Knebe et al., 2004; Libeskind et al., 2005; Libeskind et al., 2011; Zentner et al., 2005).

Por otro lado, Trowland, Lewis y Bland-Hawthorn (2013) estudiaron la evolución de la alineación del momento angular en simulaciones numericas encontrando que los ejes de rotación de todos los halos tienden a estar orientados perpendicularmente a los filamentos en tiempos tempranos y solamente serian los halos de baja masa los que evolucionan hacia una alineación paralela en estadios más tardios. Otros autores también señalaron que la masa de *spin flip* depende en gran medida de la naturaleza de los filamentos, lo que indicaría que el origen de esta transición está vinculado a la interacción entre los halos y la red cósmica (véase también Aragón-Calvo y Yang, 2014).

Asimismo, Codis, Pichon y Pogosyan (2015) proponen una nueva teoría de Torque Tidal Anisotrópica (ATTT, por sus siglas en inglés) para explicar el fenómeno de *spin flip*. Mediante una elegante reformulación de la teoría de Torque Tidal, plantean que la clave para comprender este efecto es la conexión entre los protohalos y la vorticidad en el entorno del punto de ensilladura de los filamentos. Más específicamente la teoría predice un campo cuadrupolar de espín en torno a este punto en particular del filamento, en el cual los protohalos se formarían adquiriendo momento angular según su posición y su masa. Es decir, un protohalo en el universo primitivo, tendría una tendencia natural a alinearse paralelamente a su correspondiente cuadrante del campo cuadrupolar de espín del filamento, no obstante si el protohalo fuese masivo o se hallara cerca de la espina dorsal del filamento, este “parche” de materia ocuparía más de un cuadrante y en consecuencia no poseería una preferencia a alinearse de forma paralela al mismo, surgiendo así una tendencia a orientarse perpendicularmente.

En otros trabajos, la dicotomía observada en la alineación del momento angular entre halos de baja y alta masa con el filamento también ha sido atribuida a procesos relacionados con el tiempo de formación del halo (por ejemplo, Ganeshiah Veena et al., 2018; Laigle et al., 2015; Pichon et al., 2016; Welker et al., 2014). En este

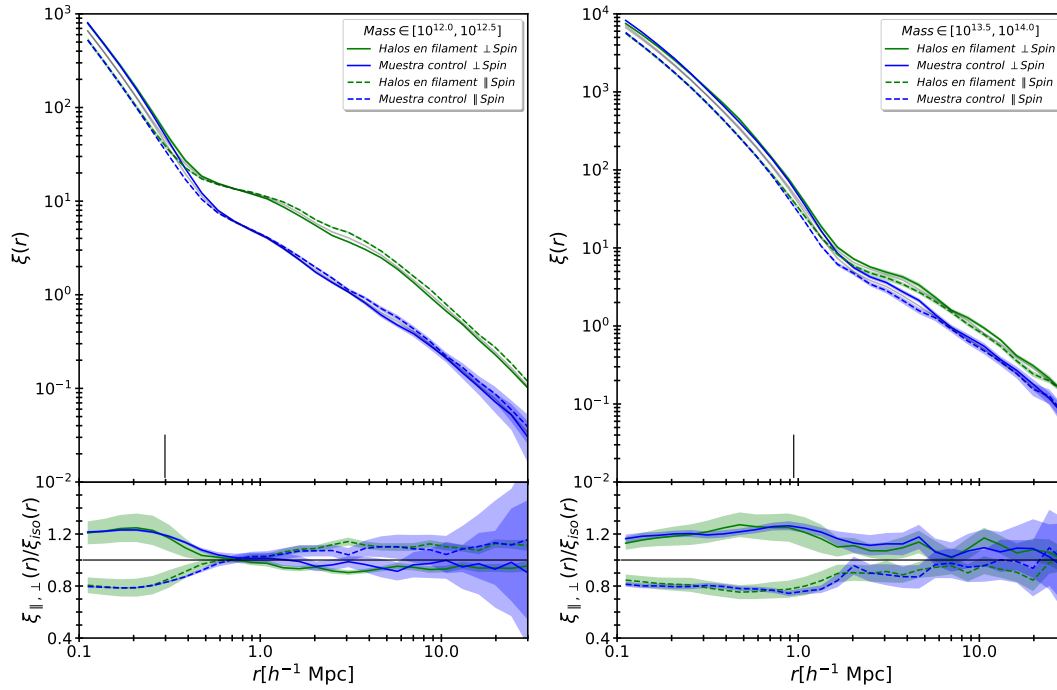


Figura 31.: Funciones de correlación anisótropa en la dirección paralela del momento angular (línea a trazos) y perpendicular (línea continuas), para el menor y mayor rango de masa (panel izquierdo y derecho) considerado de las muestras de halos de control (líneas azules) y de halos en filamentos (líneas verdes)

sentido, Wang y Kang (2017, 2018) atribuyen este fenómeno a los procesos de que dan origen a la formación de estructuras en el universo en etapas tempranas. Donde de acuerdo con la aproximación de Zel'dovich, el momento angular de los halos termina paralelo a la dirección de colapso más lento, esto es paralelo a los filamentos. En este escenario los halos de baja masa debido a que no acretaron materia conservan esa dirección mientras que los halos más grandes acretaron su masa en estadios más recientes a través de estructuras filamentosas ya formadas, lo cual modifica su momento angular original, tornándolo perpendicular a las mismas.

En nuestro caso podemos usar la función de correlación anisótropa para estudiar este comportamiento. En la figura 31 se presenta la función de correlación anisótropa en la dirección del momento angular. Los paneles izquierdo y derecho de esta figura presentan el primer y el último rango de masa de las muestras definidas en la sección 4.3. Continuamos utilizando la misma convención de colores y líneas de la sección anterior, con la salvedad que ahora la línea de trazos y la continua corresponden a las direcciones paralela y perpendicular al momento angular. Como se puede observar, el comportamiento general es el mismo que en los casos anteriores. Cabe recordar que estadísticamente el espín está alineado con el semieje menor y por lo tanto en un modelo triaxial esta dirección es la que apunta hacia las regiones más tenues. Esto se ve claramente reflejado en el término de un halo de ambos paneles donde  $\xi_{||}$  (línea de trazos) está sistemáticamente por debajo de la  $\xi_{iso}$  (línea sólida gris).

Sin embargo, si nos enfocamos en las diferencias entre las funciones  $\xi_{\perp}$  y  $\xi_{||}$  para cada muestra en escalas grandes, se puede notar que no existe una separación tan marcada como en el caso de la forma (semieje  $\hat{a}$ ). El punto más interesante a



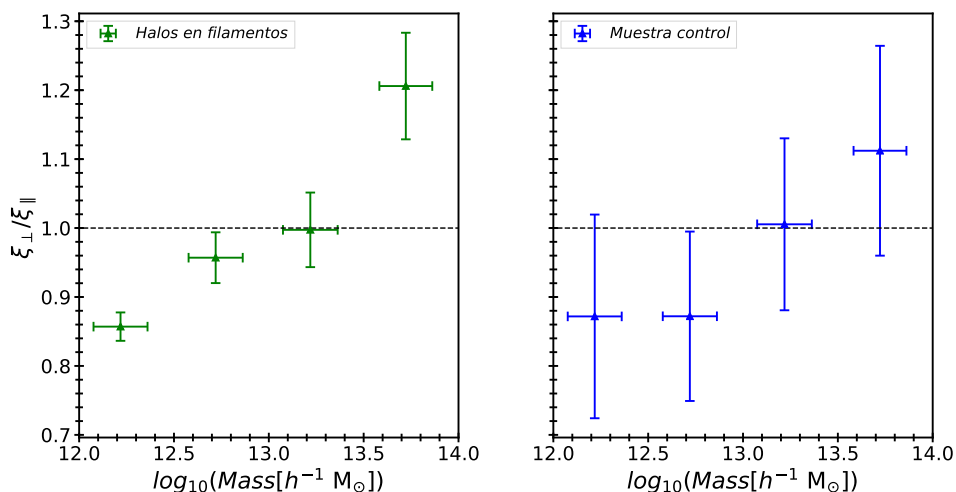


Figura 32.: Cocientes entre las correlaciones anisotrópicas  $\xi_{\perp}/\xi_{\parallel}$ , calculadas con un solo rango de distancia que cubre aproximadamente el término de dos halo (5 y  $20 h^{-1}\text{Mpc}$ ), en función de las masas de halo centros. Los triángulos verdes (panel izquierdo) y azules (panel derecho) se corresponden a las muestras de halos en filamentos y control, respectivamente. Las barras en el eje-x representan la dispersión cada rango de masa, por otro lado, las barras en el eje-y se presenta el error en el cociente estimado mediante una técnica de resamplio *jackknife*.

destacar es el cambio de la dirección de alineación dominante que se produce aproximadamente en una escala de  $1h^{-1}\text{Mpc}$  para los halos de menor masa. Esto se manifiesta también en el marco inferior del gráfico correspondiente a estas masas como una inversión de las curvas correspondientes a las funciones de correlación paralela y perpendicular para el régimen de dos halos. Este comportamiento no se observa en el panel de la derecha correspondiente a las masas mayores. Claramente, en el caso de los halos en filamentos, estamos en presencia del mismo fenómeno observado en la sección 4.4 a partir del ángulo de alineación entre el momento angular y la dirección del filamento. Sin embargo a pesar de que la muestra de control no tiene ninguna estructura particular asociada, también presenta el mismo cambio de orientación. Esto no concuerda con los escenarios propuestos en los trabajos que versan sobre el tema ya que la gran mayoría responsabilizan a los filamentos (u otras estructuras) por este cambio de dirección.

Debido a que estamos interesados en cuantificar el alineamiento en grandes escalas y en este caso la señal de anisotropía es bastante débil en relación a los errores, se realizaron estimas globales de los cocientes de las funciones de correlación en las direcciones paralela y perpendicular, usando todos los pares halo-partícula separados por distancias entre 5 y  $20 h^{-1}\text{Mpc}$ . Elegimos este rango de distancias para excluir el término de un halo, ya que en este régimen el fenómeno de inversión de la alineación no se manifiesta. El límite inferior garantiza que esto se cumpla en todos los rangos de masa. Los rangos de masa elegidos son los mismos que los definidos en la sección 4.3.

El resultado de estos cálculos puede verse en la figura 32, donde los triángulos indican el cociente entre las funciones de correlación paralela y perpendicular, mientras que las barras en el eje-x representan la dispersión en dicho rango de masa, por otro lado, en el eje-y se muestra el error en el cociente el cual se estima



mediante la técnica de resamplero *jackknife*. Los paneles de la izquierda y la derecha muestran los resultados correspondientes a la muestra de halos en filamentos y a la muestra de halos de control, respectivamente. La línea horizontal a trazos en  $\xi_{\perp}/\xi_{\parallel} = 1$  corresponde al caso isótropo. Si bien los halos de control tiene mayores incertezas, ambas muestras exhiben la misma tendencia general, donde los halos de baja masa tienen su momento angular predominantemente alineado con la estructura circundante, mientras que los de alta masa están perpendiculares. Las masas intermedias nos permiten estimar que la masa de transición entre dichas configuraciones cercana a  $10^{13}h^{-1}M_{\odot}$ .

#### 4.8 CONCLUSIONES

En este capítulo estudiamos la alineación de los halos con los filamentos. Las direcciones elegidas para el análisis son la dirección del semieje mayor del tensor de forma y el momento angular.

Inicialmente cuantificamos el alineamiento midiendo el ángulo entre la dirección del momento angular o los semiejes del tensor de forma. La distribución de los ángulos de alineación con los semiejes muestra que una fuerte señal de alineación de dirección del filamento con el semieje mayor para toda la muestra de halos. Cuando discriminamos en diferentes rangos de masas observamos que los halos más masivos presentan la mayor tendencia de alineación. Además estudiamos la dependencia de estas alineaciones con la masa por unidad de longitud ( $\mu$ ), encontrando que el grado de alineamiento de los halos disminuye cuando los filamentos son más densos. Utilizando esta misma técnica estudiamos la alineación del momento angular con el filamento, reproduciendo un fenómeno *spin flip*, cuyo origen está actualmente en discusión. Encontramos una masa de transición con valor aproximado de  $5 \times 10^{12}h^{-1}M_{\odot}$ , lo cual concuerda con los resultados de otros autores. Con respecto a la dependencia de esta alineación con la masa por unidad de longitud del filamento, no encontramos una dependencia tan clara, sin embargo observamos una leve tendencia de la masa de transición a disminuir con la densidad lineal del filamento, la cual ha sido informada en otros trabajos (por ejemplo Ganeshaiyah Veena et al., 2018).

En la segunda parte del capítulo, utilizamos un enfoque estadístico desarrollado por (Paz, Stasyszyn y Padilla, 2008) que introduce una versión anisótropa la función de correlación cuya robustez estadística permite amplificar las exiguas señales de alineamiento observadas anteriormente. Dado que los halos en general presentan anisotropías en la función de correlación (Paz et al., 2011; Paz, Stasyszyn y Padilla, 2008), construimos una muestra de control de halos fuera de filamentos, con la cual contrastamos las alineaciones de halos en filamentos. Las anisotropías generales fueron estudiadas por Paz et al. (2011) quienes encuentran una tendencia general de alineamiento triaxial de la estructura en gran escala preferentemente en la dirección del semieje mayor. Ellos proponen que la señal de alineamiento se origina por la anisotropía en el proceso de acreción de materia, conducido principalmente a través de la dirección de los filamentos. Esta interpretación se contradice con nuestros resultados, ya que las funciones de correlación de halos en filamentos muestran una menor anisotropía que la muestra de halos de control. No encontramos ninguna relación de este fenómeno con la masa de los halos pero

si una fuerte dependencia con la masa por unidad de longitud de los filamentos, de acuerdo con la cual las anisotropías de halos son menores para los filamentos más prominentes.

Este es uno de los resultados más interesantes de este trabajo ya que nos permite construir un escenario consistente según el cual los filamentos, lejos de incrementar las alineaciones, lo que producen es una perturbación sobre los halos que tiende a debilitar la señal de alineación general observada por (Paz et al., 2011). Esto podría deberse a que procesos no lineales como fusiones, encuentros cercanos o torques tidales secundarios son más intensos en el interior de los filamentos.

También usamos esta herramienta para analizar las anisotropías respecto a la dirección del momento angular, encontrando que para halos de baja masa el momento angular tiende a estar alineado con la estructura en gran escala mientras que lo opuesto sucede cuando se trata de halos de alta masa. Este resultado es una manifestación del fenómeno de *spin flip*, lo notable de estos resultados es que esta tendencia se produce también en la muestra control. Lo cual es difícil de encasillar dentro de los escenarios que intentan explicar el mencionado fenómeno, ya que casi todos necesitan la presencia del filamento para explicarlos.

Debemos notar que las conclusiones alcanzadas están sujetas a la pureza de la muestra de control, debido a que no tenemos una métrica para cuantificar cual es el porcentaje de filamentos que no fueron identificados o cual es el número de filamentos espurios en nuestro análisis, es posible que halos pertenecientes a este tipo de entorno, estén contaminando la señal de la muestra control.

Finalmente, debemos enfatizar que para intentar alcanzar una comprensión detallada de la dinámica de los halos de materia oscura, es necesario tener en cuenta tanto su historia de formación en etapas lineales (y cuasi-lineales), como su historial de fusiones, sin dejar de tener en cuenta el entorno dinámico en el cual estos se encuentran. Una interpretación acabada de los fenómenos de alineación impactaría entre otras cosas en el tratamiento de los modelos semianalíticos. Actualmente, dichos modelos no implementan los cambios en la dirección del momento angular del halo, a pesar de que como observamos en este trabajo se encuentra muy relacionado con su entorno.

Parte III

IDENTIFICACIÓN Y ANÁLISIS DE FILAMENTOS EN  
SDSS

# 5

## FILAMENTOS: OBSERVACIONES

---

### 5.1 INTRODUCCIÓN

La investigación sobre la formación y evolución de las galaxias implica no solo analizarlas individualmente, sino también comprender su ubicación dentro de la estructura a gran escala del universo. Los grandes relevamientos de galaxias revelaron que las mismas no están distribuidas de manera homogénea y uniforme, como lo afirmó Reynolds (1923) al señalar la existencia de una "franja extendida de galaxias, una característica posteriormente confirmada y conocida como el "plano supergaláctico"(véase también Herschel (1847)).

El colapso anisotrópico de las perturbaciones primordiales del campo de densidad, discutido por Zel'dovich (1970), da lugar a la formación de estructuras a gran escala como "panqueques" planos, filamentos y nodos. Aunque la noción de filamentos en la distribución de galaxias fue sugerida por primera vez por Joeveer, Einasto y Tago (1978), hoy en día, los filamentos representan una de las principales evidencias observacionales de la distribución de materia en el universo. Es importante tener en cuenta que las galaxias son trazadores sesgados de la distribución de materia, ya que solo representan aproximadamente 25 % del contenido de materia en el universo.

El creciente interés en comprender el impacto de la red cósmica en las propiedades de las galaxias, junto con el rápido aumento en la cantidad de datos de relevamientos de galaxias, demanda un mejor entendimiento teórico de la estructura a gran escala. Esto ha llevado al desarrollo de múltiples técnicas para detectar filamentos en catálogos observacionales (por ejemplo, Alpaslan et al., 2014; Bond, Strauss y Cen, 2010; Hong y Dey, 2015; Sousbie et al., 2008; Sousbie, Pichon y Kawahara, 2011; Stoica, Martínez y Saar, 2010; Tempel et al., 2014c, entre otros).

En este contexto, exploramos la versatilidad de nuestro identificador de filamentos al adaptarlo a datos observacionales. Comparamos nuestro algoritmo con otros identificadores encontrados en la literatura mediante un análisis estadístico sobre un mismo catálogo observacional, específicamente el Sloan Digital Sky Survey.

Sin embargo, la reconstrucción de la red filamentosa a partir de datos observacionales presenta importantes desafíos, como la extinción debido al plano galáctico, incompletitud y sesgos propios de los relevamientos, la dilución de la densidad de galaxias debido al límite en brillo del catálogo y las incertezas en la determinación de distancias debido a las velocidades peculiares de las galaxias (llamadas distorsiones en el espacio de *redshift*), entre otros efectos. A continuación discutimos detalladamente los problemas más importantes.

### 5.2 DESAFÍOS OBSERVACIONALES

Los grandes relevamientos de galaxias proporcionan una cantidad significativa de datos, aunque estos están influenciados por dos efectos principales que están

intrínsecamente relacionados con la naturaleza de los datos recopilados. El primero de estos efectos, y quizás el más evidente, se refiere al sesgo de Malmquist. Este sesgo surge debido a que los catálogos de galaxias están limitados por la magnitud aparente observada. Como resultado, las galaxias más débiles solo son detectables a distancias relativamente cortas, mientras que las galaxias más brillantes son visibles en todo el rango de distancias. Esto conlleva a un sesgo inherente en la luminosidad de las galaxias, donde las galaxias más brillantes tienden a estar sobrerrepresentadas en los datos. El segundo efecto relevante está relacionado con la determinación de las distancias galácticas. Estas distancias se infieren indirectamente a través del corrimiento al rojo observado en el espectro de la luz proveniente de las galaxias. Sin embargo, esta inferencia de distancias está sujeta a incertidumbres inherentes y a la precisión de las mediciones del corrimiento al rojo. Estas incertidumbres pueden introducir sesgos adicionales en el análisis de los datos y en la interpretación de las propiedades físicas de las galaxias.

### 5.2.1 Muestras limitadas en flujo

En observaciones astronómicas, el sesgo de Malmquist (*Malmquist bias*) es un efecto producido por la detección sistemática de fuentes más luminosas a *redshifts* altos (distancias más grandes), lo que resulta en un aumento aparente de la luminosidad promedio con la distancia. Este sesgo se origina debido a que los catálogos de objetos astronómicos (estrellas, galaxias, cuántares, etc.) están limitados por el flujo detectado, lo que significa que a medida que aumenta la distancia, los objetos más débiles dejan de ser detectados.

Para mitigar este efecto, es común extraer muestras limitadas en volumen y magnitud. Esto implica calcular el *redshift* límite ( $z_{lim}$ ) al cual debería encontrarse una galaxia con una luminosidad igual a la más débil que se desea considerar ( $M_{lim}$ ), de manera que su magnitud aparente sea igual a la magnitud límite ( $m_{lim}$ ) del catálogo en cuestión. Esta metodología garantiza una muestra completa de objetos más brillantes que la luminosidad elegida, proporcionando así un catálogo de galaxias completo y uniforme.

Aunque estas muestras limitadas en volumen y magnitud ofrecen la ventaja de una mayor completitud, también presentan la desventaja de ser catálogos más diluidos con una menor resolución espacial en comparación con la muestra original de galaxias. Esto puede dificultar la resolución de patrones filamentosos a pequeña escala.

### 5.2.2 Distorsiones en el espacio de redshift

El colapso gravitacional durante la formación de estructuras en el universo conlleva la generación de un campo de velocidades peculiares. Estas velocidades peculiares, adicionales a las provocadas por la expansión general de Hubble, son adquiridas por las galaxias o partículas de materia oscura que están gravitacionalmente ligadas.

Este fenómeno tiene un impacto directo en el corrimiento al rojo observado en las galaxias, y por lo tanto en la determinación de sus distancias. Esto es debido a que cada corrimiento al rojo ( $z$ ) es la suma de dos componentes:  $z = z_{cos} + z_{pec}$ ,

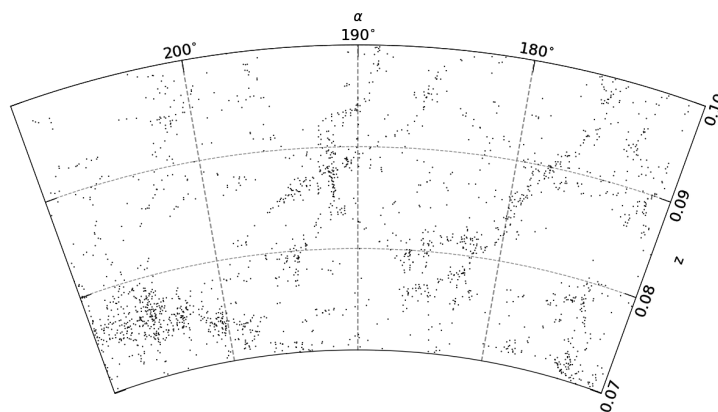


Figura 33.: En la figura, se muestra una región del cielo donde se representan las distorsiones en el espacio de *redshift*, el efecto de dedos de dios se puede apreciar fuertemente.

donde  $z_{cos}$  está asociado al flujo de Hubble y  $z_{pec}$  al efecto Doppler inducido por la velocidad peculiar de cada objeto. Esto se traduce en que la distancia estimada ( $s$ ) a la que se encuentra una galaxia difiere de su distancia verdadera ( $r$ ) por la contribución de la velocidad peculiar  $v_r = \hat{r} \cdot \mathbf{v}$  a lo largo de la línea de la visual  $s = r + v_r$ . Notemos que sólo la componente paralela a la línea de la visual de las velocidades produce un corrimiento de las líneas espectrales. Dado que las dos fuentes de *redshift* son indistinguibles, las distancias inferidas estarán subestimadas o sobrestimadas, dependiendo del signo del producto de  $\hat{r} \cdot \mathbf{v}$ . Si el signo es negativo, el objeto está acercándose, o en caso contrario (positivo), el objeto se encuentra alejándose de nosotros. Esta imprecisión en la determinación de distancias genera una distorsión aparente de la distribución espacial de las galaxias. Para caracterizar esta distorsión definiremos a  $r$  como la coordenada real (espacio real) y a  $s$  como la coordenada inferida a partir del *redshift* (espacio de *redshift*), o sea que está afectada por las distorsiones producidas por el campo de velocidades peculiares. La diferencia entre el espacio real y el espacio de *redshift* es conocido como distorsiones en el espacio de *redshift* (*redshift-space distortions*, RSD, por sus siglas en inglés).

Las RSD (Kaiser, 1987) son consecuencia principalmente de la combinación de dos efectos, los dedos de dios (*Fingers of God*, FoG) y el efecto Kaiser. A modo ilustrativo la figura 33 muestra una pequeña porción de un catálogo real donde pueden apreciarse estos efectos. El esquema de la figura 34 muestra el proceso por el cual las velocidades peculiares distorsionan el espacio de *redshift*. Supongamos una sobredensidad en el espacio real, por ejemplo un cúmulo de galaxias. En la región externa (panel superior de la fig. 34), la velocidad de caída de las galaxias (*infall*) hacia el centro de la sobredensidad causa que ésta se vea aplanada en la dirección de la visual. Este aplanamiento se incrementa a menores escalas hasta un punto de *turnaround* (ver panel central de la fig. 34), donde la velocidad de caída se cancela exactamente con la expansión general de Hubble. En este punto, las partes más lejanas y cercanas al observador se mapean en una sola posición en el espacio de *redshift*. Finalmente, la región más interna de la sobredensidad se verá estirada a lo largo de la línea de la visual en el espacio de *redshift* (panel inferior de la 34). En estas regiones se espera que las estructuras se encuentren virializadas, esto implica que los objetos adquieren velocidades peculiares del orden de  $\approx 1000$  km/s para

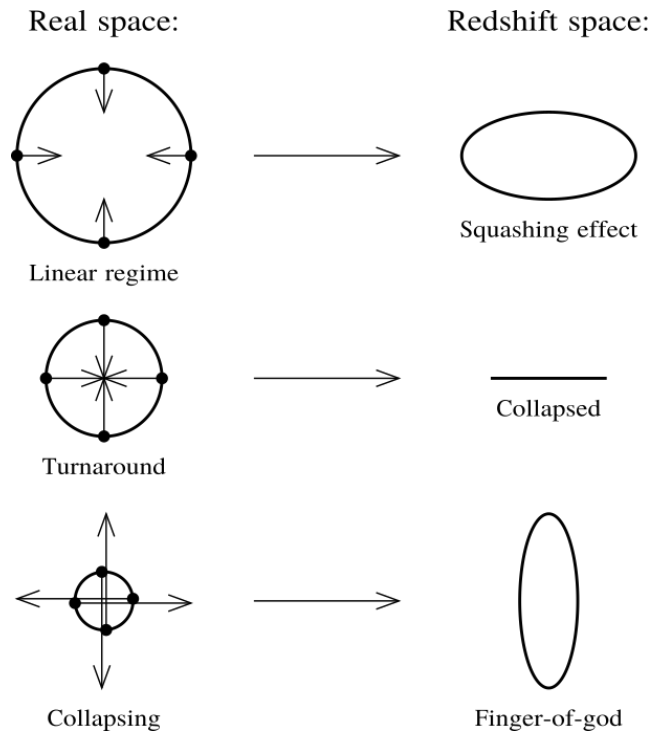


Figura 34.: La columna izquierda en la figura representa el espacio real, los puntos y las flechas representan galaxias con sus velocidades peculiares respectivamente, cayendo hacia una sobredensidad esférica. La columna derecha representa el espacio de *redshift*, a grandes escalas la región parece achatada en la dirección de la visual. Mientras que en las zonas internas, la distribución de galaxias parece elongada en la línea de la visual, este efecto se los conoce como distorsiones en el espacio de *redshift*. Figura extraída de Hamilton (1998).

el caso de cúmulos, lo cual produce que estas estructuras aparezcan elongadas en la dirección de la visual, este es el conocido efecto de los dedos de dios (FoG).

### 5.3 SLOAN DIGITAL SKY SURVEY

Como ya se mencionó anteriormente utilizaremos uno de los mas modernos relevamientos de galaxias que existen en la actualidad: Sloan Digital Sky Survey (SDSS, York et al., 2000). Este un catálogo espectroscópico y fotométrico en cinco bandas (u, g, r, i, z). Además, a partir de sus espectros se determinaron *redshifts* de galaxias y cuántares. Para la adquisición de los datos, se construyó el telescopio de 2,5 m especialmente diseñado para este propósito, que se encuentra en el Observatorio Apache Point (Nuevo México, Estados Unidos). Está equipado con un arreglo de cámaras CCD que cubre 1,5 grados cuadrados de cielo, el cual puede obtener imágenes en 5 bandas ópticas, además cuenta con dos espectrógrafos capaces de obtener hasta 600 espectros en una sola observación. Las imágenes para las 5 bandas fotométricas son tomadas con 24 CCDs de  $2048 \times 2048$  píxeles cada uno con exposiciones de 54 segundos. A partir de estos datos fotométricos, se seleccionaron objetos a los cuales se les midieron los espectros. Cada espectrógrafo utilizado posee un amplio rango de cobertura (3800 a  $9200\text{\AA}$ ) con una resolución de  $\lambda/\Delta\lambda = 2000$ .

El proyecto SDSS entró en funcionamiento en el año 2000 y continua en funcionamiento hasta el momento (2020), el mismo ha producido 16 versiones de su base



de datos llamados *Data Release* (DR), cada uno de ellas aumentando y mejorando la versión anterior. El objetivo principal del proyecto está relacionado fundamentalmente con el estudio de la estructura en gran escala del universo, aunque debido a la cantidad información que contiene el mismo también resulta de gran interés en otras áreas de la astronomía. Durante la primera etapa (2000 – 2005), el SDSS-I cubrió más de 8000 grados cuadrados de cielo con imágenes en las cinco bandas fotométricas ( $u, g, r, i, z$ ) y 5700 grados cuadrados con espectros de galaxias y quásares. En la segunda etapa (2005 – 2008), el SDSS-II llevó a cabo tres relevamientos: *The Sloan Legacy Survey*, SEGUE y *The Sloan Supernova Survey*. *The Sloan Legacy Survey* completó los objetivos fotométricos y espectroscópicos iniciales del SDSS, incluyendo 8400 grados cuadrados de imágenes y aproximadamente espectros de 930000 galaxias medidos. SEGUE (*the Sloan Extension for Galactic Understanding and Exploration*) mapeó la estructura de nuestra Vía Láctea, con imágenes de 3500 grados cuadrados y espectros de 240000 estrellas. Mientras que *The Sloan Supernova Survey* repitió imágenes de 300 grados cuadrados para medir supernovas y otro tipo de objetos variables, lo que permitió descubrir aproximadamente 500 supernovas de tipo Ia. En la tercera etapa (2008 – 2014), el SDSS-III consistió en cuatro catálogos: APOGEE, BOSS, MARVELS y SEGUE-2. APOGEE (*The Apache Point Observatory Galactic Evolution Experiment*) se centró en la estructura de la Vía Láctea mediante espectroscopia infrarroja de alta resolución, BOSS (*The Baryon Oscillation Spectroscopic Survey*) mapeó la estructura en gran escala del universo, MARVELS (*The Multi-Object APO Radial Velocity Exoplanet Large-area Survey*) observó estrellas cercanas para la detección de exoplanetas, mientras que SEGUE-2 continuando a su predecesor SEGUE-I observó objetos dentro de nuestra galaxia. Actualmente, SDSS se encuentra en su cuarta etapa, SDSS-IV, que inició en 2014 y finalizará en el corriente año (2020). La misma consta de tres catálogos (APOGEE, eBOSS y MaNGA). APOGEE-2 está orientado a la espectroscopía infrarroja de nuestra galaxia, eBOSS (*The Extended Baryon Oscillation Spectroscopic Survey*) realizará un estudio cosmológico de quásares y galaxias a alto *redshift*, y MaNGA (*Mapping Nearby Galaxies at APO*) que explorará en detalle la estructura interna de aproximadamente 10000 galaxias cercanas. Además ya se encuentra planeada una quinta etapa SDSS-V (2020 – 2025) que tiene como objetivo un mapeo espectroscópico de nuestra galaxia, el estudio de quásares y fuentes de rayos X y la observación del volumen local (la Vía Láctea y sus vecinos galácticos).

A lo largo de este capítulo se hace referencia a varias versiones del SDSS, aclarando su correspondiente uso. La fig. 35 muestra la distribución angular de galaxias en relevamiento SDSS DR12 (Alam et al., 2015), el cual ha sido ampliamente usado para este trabajo.

### 5.3.1 Catálogo de galaxias

Por su extensión y profundidad, el relevamiento Sloan Digital Sky Survey (SDSS) es el escenario ideal para la identificación y análisis las estructuras filamentosas. Más adelante en este capítulo describiremos y utilizaremos cuatro catálogos de filamentos extraídos de diferentes versiones del SDSS. Si bien cada uno de los identificadores es aplicado sobre una versión distinta del SDSS, con el fin de homogeneizar las comparaciones que realizaremos, utilizaremos un único catálogo

de galaxias de fondo. El catálogo utilizado será el compilado por Tempel et al. (2017) el cual fue construido siguiendo los pasos que se detallan a continuación:

- En primer lugar, se seleccionan todos los objetos de clase espectroscópica GALAXY o QSO del catálogo DR12. Dicha selección fue cruzada con la base de datos fotométrica y solo los objetos con clase fotométrica GALAXY fueron mantenidos. La selección final de objetos QSO fue realizada manualmente al final de este paso.
- Visualmente se chequearon aproximadamente 1000 galaxias brillantes usando la herramienta SDSS Image List Tool<sup>1</sup>. Mediante la inspección visual se removieron algunos objetos espurios.
- Se filtraron aquellas galaxias corregidas por extinción (basándose en el criterio de Schlegel, Finkbeiner y Davis 1998) con magnitud en la banda r menor a 17,77, debido a que el relevamiento SDSS es incompleto a magnitudes más débiles (Strauss et al., 2002). Luego, todos los *redshift* son corregidos por el movimiento respecto a fondo cósmico de microondas <sup>2</sup> (CMB), fijando una distancia límite de  $z = 0,2$ .
- Finalmente, se complementó el catálogo agregando datos de *redshift* obtenidos de tres relevamientos diferentes: *Two-degree Field Galaxy Redshift Survey* (2dFGRS), *Two Micron All Sky Survey Redshift Survey* (2MRS) y el *Third Reference Catalogue of Bright Galaxies* (RC3). (ver Tempel et al., 2014c, para más detalles)

El catálogo final de galaxias limitado a la región central del SDSS, conocida como *North Galactic Cap*, contiene 584449 entradas.

Adicionalmente, se adoptaron las magnitudes *ModelMag* corregidas por extinción y se aplicaron las correcciones K siguiendo el trabajo de O'Mill et al. (2011) a  $z = 0,1$ . Con el fin de minimizar la inclusión de estrellas en primer plano (Collister et al., 2007), se utilizaron solo objetos con color  $(g - r) < 3$  magnitudes.

Para evitar los problemas inducidos por el sesgo de Malmquist, se consideró una muestra completa por volumen estableciendo como límite superior de la misma *redshift* de  $z \leq 0,137$  y un valor de  $M_r = -20,43$  para el corte en magnitud absoluta. Los cuales se calculan usando una cosmología correspondiente a  $\Omega_m = 0,3$  y  $\Omega_\Lambda = 0,7$ .

### 5.3.2 Catálogo Random

Utilizaremos además un catálogo sintético de puntos aleatorios (o *random*) generado a partir del catálogo de galaxias presentado en la sección anterior. El mismo consiste de  $\sim 30,000,000$  puntos con coordenadas angulares  $(\alpha, \delta)$  y *redshift*, y es aproximadamente 45 veces más denso que la muestra de galaxias real. Esta muestra aleatoria fue generada con la misma geometría que el catálogo real. Para tal

<sup>1</sup> <http://skyserver.sdss3.org/dr10/en/tools/chart/listinfo.aspx>

<sup>2</sup> Para la corrección de CMB se utiliza la fórmula simplificada  $z_{\text{CMB}} = z_{\text{obs}} - v_p/c$ , donde  $v_p$  es el movimiento a lo largo de la línea de visión relativa al CMB. La diferencia con la fórmula correcta, ver por ejemplo Davis y Scrimgeour 2014,  $1 + z_{\text{CMB}} = (1 + z_{\text{obs}})/(1 + v_p/c)$  es inferior a 1 Mpc en las distancias más lejanas.

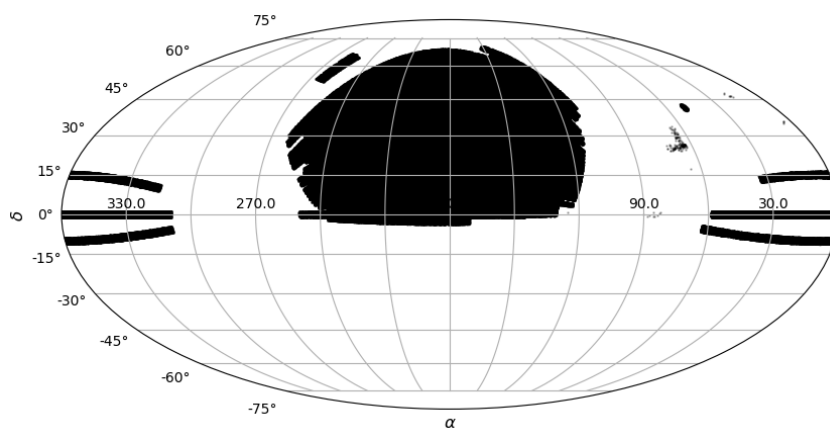


Figura 35.: Cobertura angular del catálogo espectroscopico SDSS DR12. Proyección Mollweide en coordenadas ecuatoriales.

fin, se aplicó una máscara con una cobertura angular idéntica a la del SDSS DR12 utilizando las rutinas del paquete HEALPix<sup>3</sup> (Górski et al., 2005). Es importante destacar que este proceso no induce ningún tipo de correlación en el espacio de *redshift*. Luego, para cada una de las posiciones aleatorias  $(\alpha, \delta)$ , se procedió a asignarle el *redshift* y las magnitudes de una galaxia tomada al azar de la muestra de galaxias limitada en volumen. De esta forma, las propiedades fotométricas y espectroscópicas, son mantenidas entre los catálogos reales y aleatorios, es decir que la relación *redshift* vs. magnitud es la misma para ambos catálogos.

#### 5.4 CATÁLOGOS DE FILAMENTOS

En esta sección describiremos los cuatro catálogos de filamentos sobre los cuales se realizó el estudio comparativo.

##### 5.4.1 Catálogo de Tempel (*Bisous model*)

Tempel et al. (2014b) usa un modelo para identificar la estructura filamentosa del universo denominado *Bisous model*<sup>4</sup>, el mismo aproxima la red mediante una serie de múltiples cilindros conectados y alineados basándose en la posiciones de la muestra de galaxias. Para construir su catálogo, comienza con una configuración aleatoria de cilindros que paso a paso va evolucionando mediante un proceso estocástico de cadenas de Markov. Es decir, el algoritmo avanza las posiciones y orientaciones de los cilindros para ajustarse a la distribución de materia. Las galaxias se agrupan dentro de un cilindro y tales cilindros pueden ser combinados, si se alinean y conectan, para formar un filamento. Una de las ventajas de este enfoque es que se basa puramente en las coordenadas de las galaxias, y no se necesita un procesamiento previo, como puede ser la creación de un campo de densidad suave. Asimismo, este método no utiliza información sobre la luminosidad o la masa de los trazadores del patrón filamentoso. Por otra parte, debe tenerse en cuenta que

<sup>3</sup> <http://healpix.sourceforge.net>

<sup>4</sup> <https://github.com/etempel/Bisous>

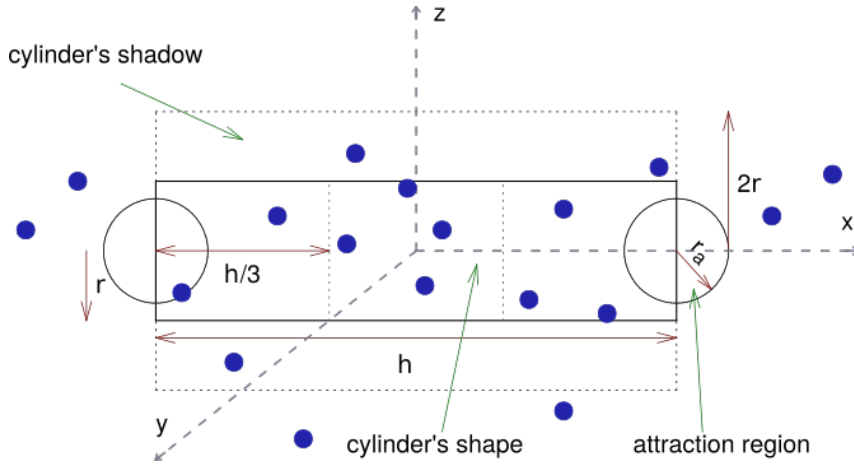


Figura 36.: Proyección bidimensional de un cilindro, los puntos representan las galaxias. Las regiones de atracción definidas se corresponden con las esferas de radio  $r_a$ . La geometría del cilindro viene dada por su longitud  $h$  y su radio  $r$ , el cual coincide con el radio de las esferas en sus extremos (Tempel et al., 2014b).

la naturaleza del modelo no asegura que el centro o los extremos de los cilindros conectados, coincidan con posiciones de galaxias o cúmulos de galaxias.

Para comprender el algoritmo, primeramente debemos introducir algunos conceptos fundamentales. Los cilindros aleatorios que conformaran la estructura filamentosa final están caracterizados por su centro y algunos parámetros de forma, tales como: el radio del cilindro  $r = 0,5 h^{-1} \text{Mpc}$  (el cual se considera fijo), la longitud  $h$  del segmento que puede variar en el intervalo  $[h_{\text{min}}, h_{\text{max}}] = 3,0 - 5,0 h^{-1} \text{Mpc}$  y la orientación del cilindro que viene dada por un versor aleatorio  $\omega_i$ . Además en cada uno de los extremos de los cilindros, se centran esferas de radio  $r_a$ , las cuales se utilizan para definir la conectividad entre cilindros (ver fig. 36).

El algoritmo define la repulsión entre dos cilindros si los centros de los mismos están más cerca que una distancia de exclusión mínima y son perpendiculares, es decir, si el producto escalar entre sus versores de orientación es menor que cierto valor crítico  $|\omega_1 \cdot \omega_2| < 0,3$ . En cambio, define la atracción entre cilindros cuando la distancia entre sus extremos es menor que el radio de interacción  $r_a$ , y se encuentran alineados, es decir, cuando el producto escalar entre sus versores de orientación es mayor que  $|\omega_1 \cdot \omega_2| > 0,85$ . La elección del radio de atracción igual al radio del cilindro  $r_a = r$ , asegura que los puntos finales de los cilindros conectados no estén demasiado separados.

Como ya mencionamos anteriormente, estos autores plantean un modelo probabilístico, en el cual las galaxias en filamentos se encuentran organizadas en una distribución de cilindros alineados de diversos largos y orientaciones. Luego asumiendo una probabilidad bayesiana para la distribución de las galaxias, implementaron un algoritmo de Metropolis-Hastings, para encontrar los mejores valores de ajuste en el espacio de parámetros de esta red de cilindros propuesta, construyendo así una función de *likelihood*,  $L$ , la cual cuantifica estadísticamente las diferencias entre la distribución de galaxias y cilindros en términos probabilísticos. Ajustar el modelo implica maximizar  $L$ , es decir, minimizar las diferencias entre la distribución observada y el modelo teórico. Por ello en cada iteración se determinan las mejores configuraciones de los parámetros, buscando que las estructuras interconectadas de cilindros se vayan ajustando mediante distintas probabilidades de

muerte, nacimiento y cambio de los cilindros. Cada uno de estos movimientos de los cilindros se realizan utilizando cadenas de Markov (MCMC, por sus siglas en inglés).

Finalmente este catálogo <sup>5</sup> (T<sub>14</sub>, de aquí en adelante) consta de 15421 filamentos, el mismo fue realizado utilizando la distribución de galaxias del relevamiento espectroscópico SDSS DR8 (Aihara et al., 2011). El catálogo es presentado como un conjunto de tres tablas diferentes. La primera de ellas contiene las características generales de los filamentos extraídos (por ejemplo: la longitud del filamento) La segunda tabla contiene un conjunto de puntos espaciados  $0,5 h^{-1} \text{Mpc}$  aproximadamente, los cuales definen el eje de cada uno de los filamentos de la tabla anterior, Finalmente, en la tercera tabla se encuentran las galaxias con sus respectivas propiedades asignadas a cada filamento. Para consultar una descripción más detallada del método véase (Tempel et al., 2014b).

#### 5.4.2 Catálogo de Martínez

Martínez, Muriel y Coenda (2016) desarrollaron un algoritmo para detectar filamentos entre grupos de galaxias, basándose en el supuesto de que entre un par de grupos cercanos puede existir un “puente” recto de materia sobredensa que los une (véase fig. 37). Con esta definición, las estructuras curvas no son consideradas ya que, por construcción, los filamentos son segmentos rectos que unen dos nodos.

Para la construcción del catálogo, los autores utilizaron como nodos la muestra de grupos de Zandivarez y Martínez (2011) identificados en el SDSS DR7 (Abazajian et al., 2009) con masas viriales mayores a  $M_{\text{vir}} > 13,5 h^{-1} M_{\odot}$  con *redshift* entre 0,05 y 0,15. El proceso de identificación comienza tomando todos los pares de grupos que cumplen con las siguientes condiciones: a) la diferencia de velocidades radiales desde el baricentro del par sea menor a  $1000 \text{ s}^{-1} \text{ km}$ ; b) la distancia proyectada sea menor que la suma de sus radios viriales y menor que un cierto valor crítico elegido, en este caso de  $10 h^{-1} \text{Mpc}$ . Esta elección es considerada debido a que los grupos en el rango de masas seleccionado tienen una longitud de correlación en el espacio de *redshift* de  $s_0 \sim 11 h^{-1} \text{Mpc}$  (Zandivarez, Merchán y Padilla, 2003), por lo que no se buscan filamentos intergrupales con distancias mayores a este valor en el espacio de *redshift*.

Luego, para determinar las sobredensidades centrales y conseguir discernir si el par corresponde o no a un filamento, primero se eliminan las galaxias asociadas a los grupos en los extremos y posteriormente, se establece un sistema de coordenadas cartesiano solidario a la línea recta que conecta el par de grupos donde la coordenada  $x$  corresponde a la dirección entre los grupos y la coordenada  $z$  en la dirección de la visual, de manera que el plano  $x$ - $y$  se encuentra en el plano del cielo. Una vez establecido el sistema de coordenadas, se pasa a computar la sobredensidad, para lo cual se crea una muestra de galaxias aleatorias en el plano del cielo con el fin de normalizar las densidades de las galaxias reales. Ahora bien, solo se consideran filamentos aquellos pares de grupos que tienen una densidad mayor que la densidad media, es decir  $\frac{\delta n}{n_r} = (n - n_r)/n_r > 1$ , donde  $n_r$  es el número de galaxias aleatorias y  $n$  es el número de galaxias reales. Finalmente los autores encuentran 2366 pares de grupos que poseen un filamento que los une. Para cada

<sup>5</sup> El catálogo se encuentra accesible en <http://www.aai.ee/elmo/sdss-filaments/>

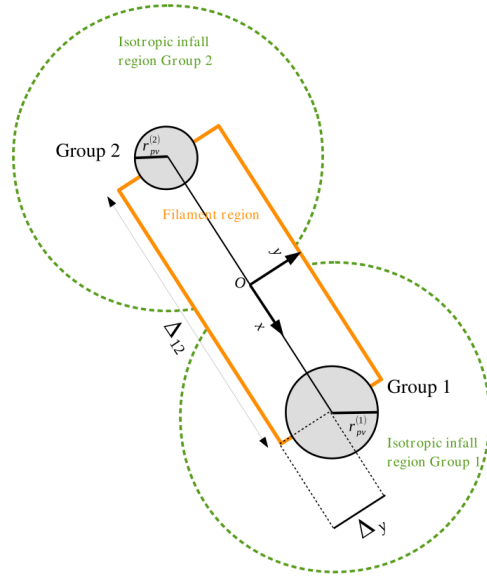


Figura 37.: Proyección en el plano del cielo de dos grupos de galaxias (círculos grises). Las líneas de puntos verdes representa las regiones de caída hacia los grupos respectivamente, mientras que el rectángulo naranja corresponde la región trazada como filamento (Martínez, Muriel y Coenda, 2016).

uno de estos pares los autores miden sus propiedades físicas, como la separación (longitud del filamento), la dispersión de velocidades, radio y masa viriales. En lo posterior de este trabajo nos referiremos a este conjunto de filamentos como M16.

### 5.4.3 Catálogos con *Semita*

En esta sección describiremos las modificaciones implementadas a nuestro método de búsqueda de filamentos cosmológicos (*Semita*).

Recordando lo presentado en el capítulo 2, el proceso de identificación comienza con la construcción de las regiones de densidad intermedia descrita en aquel capítulo asociada a una sobredensidad de  $\delta\rho/\rho = 1,0$ , la cual en esta oportunidad corresponde a una longitud de percolación de  $3,15 h^{-1}\text{Mpc}$ . La identificación de estas regiones se realizó sobre el catálogo espectroscópico del SDSS DR12 (Alam et al., 2015). Para nuestros propósitos, el algoritmo FoF, tal como fue implementado en capítulos pasados, resulta ser un método directo y especialmente útil si contamos con muestras limitadas en volumen. Dada las características de este tipo de muestras no es necesario el uso de funciones de ponderación. El corte en *redshift* para crear la muestra limitada en volumen es de  $z_{\text{lim}} = 0,13$ , el cual corresponde a una magnitud absoluta  $M_{r\text{lim}} = -20,38$  considerando una magnitud aparente límite de  $m_r = 17,77$ . La figura 38 muestra la selección realizada.

El siguiente paso de nuestro identificador es la construcción del árbol recubridor mínimo (MST). Exploraremos dos alternativas para dicha tarea que darán como resultados dos catálogos de filamentos diferentes.

La primera de ellas consiste en utilizar como nodos del grafo inicial galaxias brillantes con magnitud absoluta en la banda r ( $M_r < -20,5$ ). Mientras que el segundo de los catálogos se construirá empleando como nodos una muestra de grupos de galaxias obtenida por otros autores. Independientemente de la muestra de centros utilizada para trazar los filamentos, cada catálogo contiene al final del



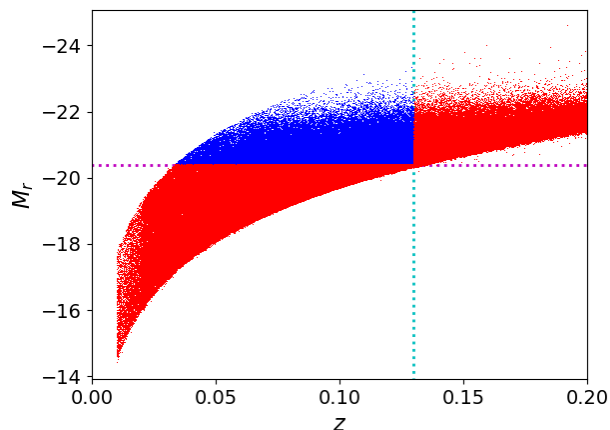


Figura 38.: Selección de muestra en el plano  $M_r$ -*redshift* para el catálogo espectroscópico SDSS DR12. La línea vertical celeste representa el límite en *redshift* de la selección ( $z_{lim} = 0,13$ ). La curva magenta horizontal muestra el límite de detección de magnitud absoluta ( $M_{r,lim} = -20,38$ ). Los puntos de color azul se representa la muestra limitada en volumen, mientras que en color rojo se exhiben las galaxias excluidas de la misma.

procedimiento una lista de propiedades físicas tales como la longitud del filamento, curvatura, etc., como así también información espectroscópica y fotométrica de las galaxias (o grupos) que se utilizaron para construir la columna vertebral del filamento.

Cada uno de estos enfoques tiene sus ventajas y desventajas. El primero de ellos, el que emplea las galaxias luminosas, tiene la ventaja que el número de nodos es grande y por lo tanto aumenta la cantidad de filamentos detectados, sin embargo es propenso a identificaciones espurias como así también podrían delinear un patrón filamentoso menos pronunciado. Para el caso del catálogo de filamentos basado en grupos de galaxias, sucede lo opuesto, es decir hay un menor número de nodos y por lo tanto menos filamentos. Sin embargo los filamentos detectados son más confiables ya que los grupos de galaxias son trazadores más robustos de la distribución de materia en el universo.

A continuación discutiremos detalladamente cada uno de estos enfoques.

#### 5.4.3.1 Identificación con galaxias

Considerando el proceso de formación jerárquica de estructuras, es sabido que las galaxias más brillantes habitan los centros de los grupos y cúmulos de galaxias (De Lucia et al., 2004; Dolag et al., 2009; Ghigna et al., 2000). Por este motivo adaptaremos nuestro identificador para tomar las galaxias brillantes como nodos del grafo inicial a través de los cuales se trazará la red filamentosa. La muestra de galaxias elegidas para este fin serán aquellas con magnitud absoluta  $M_r < -20,5$ , tomadas del catálogo SDSS DR12 (Alam et al., 2015). Otra restricción que se establece para estas galaxias, es que las mismas se encuentren incluidas en alguna de las regiones de densidad intermedia construidas anteriormente. Es decir, que estas galaxias se hallan dentro de una región con  $\delta\rho/\rho = 1,0$ .

Luego de la creación de esta muestra de galaxias luminosas se procedió a la construcción del MST, mediante el mismo método discutido en capítulos anterior-



res, no obstante ahora a diferencia de la identificación realizada en la simulación cosmológica, no contamos con las masas de nuestros nodos trazadores, por lo cual se realizó una modificación en los pesos del grafo. En este caso usamos la misma forma newtoniana, intercambiando las masas de los halos de materia oscura por las luminosidades de las galaxias trazadoras, es decir que cada lado del grafo es pesado por las luminosidades de las galaxias en sus extremos.

$$w_{12} = -\frac{L_1 * L_2}{r_{12}^2}. \quad (74)$$

Donde  $L_1$  y  $L_2$  son las luminosidades de los objetos y  $r_{12}$  la distancia que los separa. Esto viene de suponer que en general estas galaxias poseen una relación aproximadamente constante entre la masa y la luminosidad. Una vez construido el MST, realizamos el proceso de extracción e individualización. Aquí la magnitud elegida para los extremos (el equivalente a la masa  $M_{th}$  del capítulo 2) es de  $M_r = -21,0$ . Es decir, que un filamento tipo-2 con este criterio corresponde a aquellas ramas del árbol que tienen galaxias más brillantes que  $M_r < -21,0$  en sus extremos. En esta caso descartaremos todos los filamento tipo-0 y tipo-1. De esta manera, como resultado del proceso se logra un conjunto de 47249 filamentos. Por simplicidad en el tratamiento de las próximas secciones designaremos a este catálogo como GL-P19.

#### 5.4.3.2 Identificación con grupos de galaxias

El segundo de estos enfoques consiste en usar los grupos de galaxias como trazadores de la red filamentosa. Los grupos permiten llevar a cabo una gran diversidad de estudios que contribuyen a una mejor comprensión de la estructura en gran escala del universo, vinculando las propiedades de las galaxias con las de los halos que habitan. Para esta finalidad se utilizó el catálogo de grupos de Rodríguez y Merchán (2020), estos autores desarrollaron un algoritmo que combina las dos técnicas más populares para identificar sistemas de galaxias, el algoritmo FoF adaptado a catálogo de galaxias (Huchra y Geller, 1982; Merchán y Zandivarez, 2005) y la técnica basada en los halos (Yang et al., 2007), que se pueden aplicar fácilmente a cualquier catálogo de galaxias espectroscópico. Particularmente, un catálogo construido con este algoritmo exhibe una ventaja con respecto a otros presentados anteriormente en la literatura (por ejemplo Merchán y Zandivarez, 2005; Zandivarez y Martínez, 2011). Ya que permite la identificación de grupos de hasta un miembro luminoso, consiguiendo así una importante mejora en la estadística para la identificación de filamentos. Al igual que en la sección anterior (5.4.3.1), los grupos fueron identificados usando datos espectroscópicos tomados del DR12 (Alam et al., 2015).

En el primer paso de su algoritmo, los autores inician con una identificación de grupos mediante un algoritmo FoF (Huchra y Geller (1982)), tal como se describe en el trabajo de Merchán y Zandivarez (2005). Este algoritmo permite encontrar contornos de isodensidad en una muestra de galaxias con una magnitud aparente límite,  $m_{lim}$ . Partiendo de una galaxia que no haya sido asignada previamente a un grupo, se buscan alrededor la misma cualquier otra compañera que satisfagan una condición de proximidad:

$$D_{12} = 2 \sin\left(\frac{\theta_{12}}{2}\right) \frac{D}{H_0} \leq D_L(V_1, V_2, m_1, m_2) = D_0 R. \quad (75)$$

donde  $D = \frac{D_1 + D_2}{2}$  y una condición sobre las velocidades radiales, tal que

$$V_{12} = |V_1 - V_2| \leq V_L(V_1, V_2, m_1, m_2) = V_0 R. \quad (76)$$

donde  $V_1$  y  $V_2$  hacen referencia a las velocidades radiales de la galaxia y su compañera vecina, respectivamente;  $m_1$  y  $m_2$  a sus magnitudes aparentes,  $\theta_{ij}$  a su separación angular y  $H_0$  es la constante de Hubble. Si una galaxia no cumple con ninguna de estas condiciones, entonces se la define como galaxia aislada; de lo contrario, la galaxia y sus vecinas son miembros del mismo grupo. Tal como se realizó anteriormente en el caso de la simulación, el procedimiento se aplica iterativamente sobre todas las galaxias vecinas que cumplieron con las condiciones 75 y 76 hasta no encontrar más galaxias que satisfagan las condiciones. Si se asume que la función de luminosidad es independiente de la distancia y la posición. Entonces el factor de escalado  $R$ , que es el que permite tener en cuenta la variación de densidad numérica debido al límite de magnitud aparente del relevamiento, se determina de la siguiente manera:

$$R = \left[ \frac{\int_{-\infty}^{M_{12}} \phi(M) dM}{\int_{-\infty}^{M_{lim}} \phi(M) dM} \right]^{-1/3} \quad (77)$$

donde  $M_{lim}$  y  $M_{12}$  son la magnitud absoluta de la galaxia visible más brillante a una distancia fiducial dada ( $D_f = 50\text{Mpc}$ ) y a la distancia media  $D$ :

$$M_{lim} = m_{lim} - 25 - 5 \log\left(\frac{D_f}{H_0}\right) \quad (78)$$

y

$$M_{12} = m_{lim} - 25 - 5 \log\left(\frac{D_{12}}{H_0}\right) \quad (79)$$

A partir de estas definiciones obtenemos que el contorno de sobredensidad en el cual está encerrado cada grupo viene dado por:

$$\frac{\delta\rho}{\rho} = \frac{3}{4\pi D_0^3} \left[ \int_{-\infty}^{M_{lim}} \phi(M) dM \right]^{-1} - 1 \quad (80)$$

En este trabajo se usa una sobredensidad estándar de  $\delta\rho/\rho = \Delta_{200} = 200,0$  para la construcción de este primer catálogo de grupos potenciales. Posterior a la implementación de este algoritmo, se tiene una muestra de grupos de galaxias con dos o más miembros. Pero como es bien conocido los grupos poco numerosos identificados con esta técnica tienden a estar muy contaminados. Para mejorar la confiabilidad de estos grupos se restringe la luminosidad de sus miembros de manera que haya al menos una galaxia luminosa ( $M_r < M_{grlim} = -19,5$ ). Además se agregan como potenciales centros todas las galaxias brillantes que no fueron asociadas a ningún grupo.

La segunda parte del método consiste en mejorar la confiabilidad de los sistemas previamente identificados. Para ello utilizan el buscador de grupos basado en halos propuesto por Yang et al. (2005, 2007). Como ya se mencionó anteriormente, el

mismo es capaz de identificar grupos con un solo miembro brillante, lo que hace posible muestrear un rango dinámico más amplio de masas. A continuación, se detallan brevemente los pasos de este método:

- Primero se determinan las luminosidades características de los grupos ( $L_{gr}$ ) como la suma de las luminosidades de todos los miembros del grupo con una magnitud más brillante o igual que  $M_{grlim}$ . Debido a que existen sistemas más alejados en los que no se pueden ver todas sus galaxias, es necesario corregir dicha luminosidad característica (Moore, Frenk y White, 1993). Por lo tanto,  $L_{gr}$  viene dada por  $L_{gr} = L_{obs} + L_{cor}$ , donde  $L_{obs}$  es definida como la suma de las luminosidades de las galaxias observadas y  $L_{cor}$  es la luminosidad esperada debida a los miembros no visibles del grupo.

$$L_{cor} = N_{obs} \frac{\int_{M_{grlim}}^{L_{lim}} L \phi(L) dL}{\int_{L_{lim}}^{-\infty} \phi(L) dL} \quad (81)$$

donde  $L_{lim}$  es la luminosidad de la galaxia más débil que se puede observar al *redshift* del grupo, y  $N_{obs}$  el número de galaxias observadas. Hay que tener en cuenta que para estimar  $L_{gr}$  solo consideramos las galaxias más brillantes que  $M_{grlim}$  el cual es un limite bastante alto y por lo tanto  $L_{cor}$  es muy pequeña o nula dependiendo del redshift del grupo.

- Posteriormente, utilizando el valor de  $L_{gr}$  asignado a cada grupo, se calcula la masa del halo correspondiente que se utilizará en los siguientes pasos para determinar los miembros del grupo. Para obtener la masa de halo de materia oscura ( $M_h$ ) a partir de la luminosidad, los autores realizan una técnica de *abundance matching* en  $L_{gr}$ , un procedimiento ampliamente utilizado y estudiado por varios autores (por ejemplo Behroozi, Conroy y Wechsler, 2010; Conroy, Wechsler y Kravtsov, 2006; Cristofari y Ostriker, 2019; Vale y Ostriker, 2004). Usando la masa obtenida y el valor de sobredensidad adoptado se puede calcular el radio del halo y su dispersión de velocidad:

$$r_{200} = \left( \frac{2M_h G}{\Delta_{200} H(z)^2} \right)^{-1/3} \quad (82)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{M_h G}{2r_{200}}} \quad (83)$$

donde  $H(z_{gr})$  es la constante de Hubble al *redshift* del centro del grupo.

- Asumiendo que la distribución de galaxias en el espacio de fases es igual a la de la materia oscura, y con las cantidades estimadas en el ítem anterior, es posible calcular el contraste de densidad tridimensional en función de la distancia proyectada  $D$  y en la línea de la visual  $\delta z$  entre una dada galaxia y todos los grupos.

$$P_M(D, \Delta z) = \frac{H_0}{c} \frac{\Sigma(D)}{\bar{\rho}} p(\Delta z) \quad (84)$$

donde  $c$  la velocidad de la luz,  $\bar{\rho}$  es la densidad media del universo y  $\Sigma(D)$  es la densidad superficial proyectada de un perfil NFW esférico (Navarro, Frenk y White, 1997) que viene dada por la siguiente ecuación:

$$\Sigma(D) = \frac{2}{3} r_s \bar{\rho} \Delta_{200} \frac{c_{200}^3}{\ln(1 + c_{200} - c_{200}/(1 + c_{200}))} f(D/r_s) \quad (85)$$

donde

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2-1} \left( 1 - \frac{\ln \frac{1+\sqrt{1-x^2}}{x}}{\sqrt{1-x^2}} \right) & \text{if } x < 1 \\ \frac{1}{3} & \text{if } x = 1 \\ \frac{1}{x^2-1} \left( 1 - \frac{\text{atan} \sqrt{x^2-1}}{\sqrt{x^2-1}} \right) & \text{if } x > 1 \end{cases} \quad (86)$$

aquí  $r_s$  y  $c_s$  son el radio de escala y la concentración respectivamente, mientras que  $f(D/r_s)$  describe la relación entre este último y el radio proyectado  $D$ . La función  $p(\Delta z)d\Delta z$  describe la distribución de *redshift* de las galaxias dentro del halo la cual se asume que tiene forma *gaussiana* y puede escribirse como:

$$p(\Delta z) = \frac{1}{2\pi} \frac{c_{200}}{\sigma(1+z_{gr})} \exp \left[ \frac{-(c_{200}\Delta z)^2}{2\sigma^2(1+z_{gr})} \right] \quad (87)$$

Así definido,  $P_M(D, \Delta z)$  es el contraste de densidad tridimensional en el espacio de *redshift*. Para decidir si una galaxia debe ser asignada a un grupo, se calcula la probabilidad  $P_M$  de que la galaxia pertenezca a alguno de todos los potenciales grupos, luego si  $P_M$  supera un algún valor de corte elegido, la galaxia es asignada como miembro. El valor umbral elegido para  $P_M$  siguiendo el trabajo de Yang et al. (2007) es igual a 10. Si la galaxia cumple este último criterio para más de un grupo, se asigna a aquel para el cual  $P_M$  sea máximo. Finalmente, si todos los miembros de un grupo pueden ser asignados a otro, ambos grupos se fusionan formando solo uno.

- Dado que la membresía depende principalmente de la luminosidad total del grupo, y esto, a su vez, depende de las galaxias que forman el grupo y recordando que las membresías se reasignan en el paso anterior, es necesario ahora un proceso iterativo. La iteración consiste en regresar al primer paso y repetir todo el proceso comenzando desde la estimación de la luminosidad total usando los miembros reasignados. Este ciclo de iteración se detiene cuando no existan más cambios en la pertenencia a grupos. En general el proceso toma unas tres o cuatro iteraciones.

Ahora ya tenemos definida la muestra de grupos, para continuar con la identificación de filamentos, el siguiente paso es realizar la asignación de cada grupo de galaxias a la región de sobredensidad intermedia para luego se trazara el árbol recubridor mínimo utilizando los centros de cada grupo como nodos del grafo. Siguiendo la misma prescripción que para el caso de la simulación, el peso adoptado

mantiene su forma debido a que en este caso contamos con las masas de los grupos trazadores. Para el proceso de individualización de los filamentos utilizamos una masa umbral de  $M = 10^{13,5} h^{-1} M_{\odot}$ , correspondiente al mismo corte en masa de grupos empleado en la muestra de Martínez (véase 5.4.2).

Por otro lado, es importante notar que al momento de la construcción final del catálogo de filamentos, a pesar de utilizar el catálogo de Rodríguez y Merchán (2020) que posee un amplio rango de masas, nos encontramos con un bajo número de filamentos tipo-2, por lo cual en este caso En pos de mejorar la estadística, incluiremos en nuestra muestra los filamentos tipo-1. Es decir que el catálogo final se compone de todos aquellos filamentos que poseen al menos en uno de sus extremos (podría ser en ambos) un grupo de masa  $M \geq 10^{13,5} h^{-1} M_{\odot}$ . El catálogo final consta de de 14223 filamentos; desde aquí en adelante nos referiremos al mismo como GrRM-P19.

## 5.5 CRITERIOS DE SELECCIÓN

Podemos esperar que los filamentos identificados a través de los diferentes los métodos no coincidan debido a las definiciones empleadas por cada uno de ellos, así como también se pueden estar “perdiendo” estructuras filamentosas. A modo de ilustrar la identificación realiza por cada uno de los métodos se presentan dos figuras, la primera muestra  $\alpha$  vs. *redshift* de las galaxias y los filamentos en un rango de  $\delta = 32,5 \pm 7,5$  para los cuatro catálogos estudiados (fig. 40). Para ver en detalle la figura 39 representa una ampliación del plano del cielo ( $\alpha$  vs.  $\delta$ ) en un pequeño rango de *redshift* de  $z = 0,08 \pm 0,005$ .

Mas allá de las diferencias en número, observando la figura 40 resulta bastante notable la diferencia en la distribución de *redshift* de los filamentos. Sin embargo, las regiones más pobladas, como es esperable, agrupan una gran cantidad de filamentos en todos los catálogos.

Para cuantificar las diferencias entre los identificadores, la figura 41 muestra la distribución de *redshift* de los catálogos, donde podemos observar que los filamentos de Tempel se encuentran típicamente más cerca que el resto de los métodos, los picos para las distintas distribuciones se ubican a  $z = 0,08$  para T14, aproximadamente en  $z = 0,13$  para los otros, esto podría deberse a que el catálogo de T14 fue construido utilizando las galaxias SDSS DR8 fijando un límite superior en  $z = 0,155$ . Por otra lado, debemos notar que la distribución de T14 acuerda con la distribución de estructuras encontrada por Smith et al. (2012). La posible relación entre propiedades como la longitud del filamento en función del *redshift* (como un sesgo de algoritmo) se ha explorado para los distintos métodos y no hemos podido encontrar una dependencia apreciable.

A partir de aquí haremos énfasis en las propiedades proyectadas de los filamentos, por ello seleccionaremos filamentos perpendiculares a la línea de la visual. Este subconjunto manifiesta condiciones más adecuadas para realizar un apilado de filamentos, para de esta manera poder analizarlos estadísticamente (el método se explica en la sección 5.7.1). Para construir esta muestra de filamentos perpendiculares, usamos el vector paralelo a la dirección que une los dos extremos del

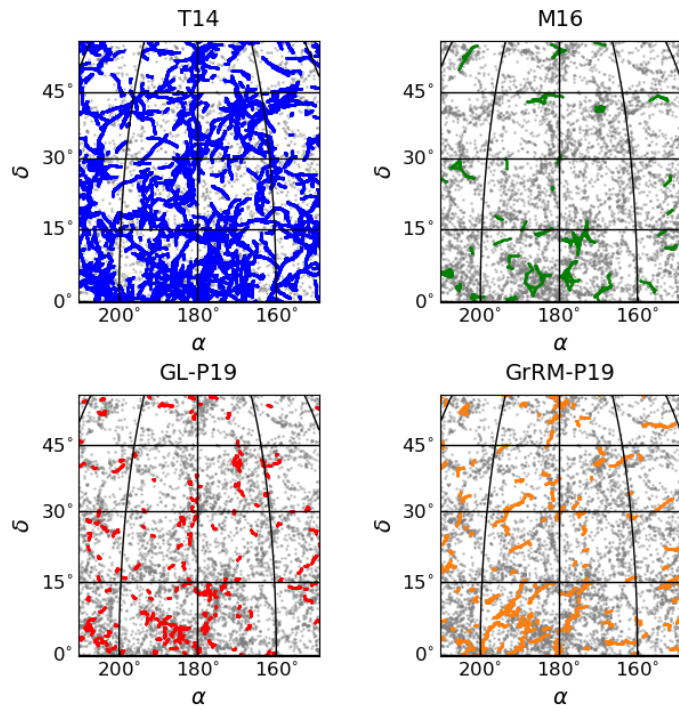


Figura 39.: En un rango  $z = 0,08 \pm 0,005$ , se muestran los catálogos de T14, M16, GL-P19 y GrRM-P19 en azul, verde, rojo y naranja, respectivamente.

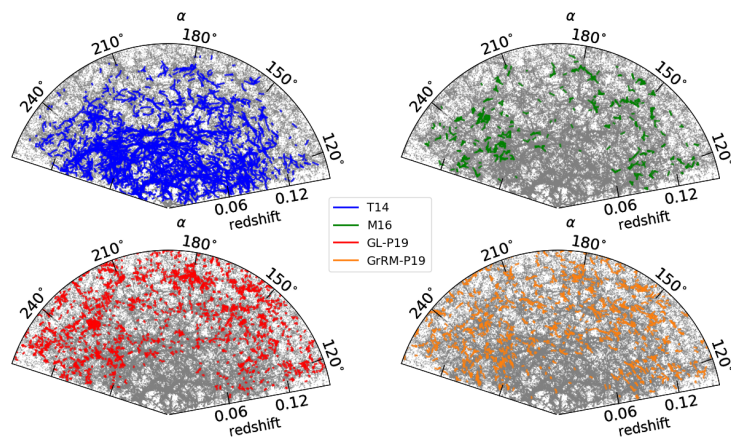


Figura 40.: En el rango  $\delta = 32,5 \pm 7,5$ , se muestran los catálogos de T14, M16, GL-P19 y GrRM-P19 en azul, verde, rojo y naranja, respectivamente.



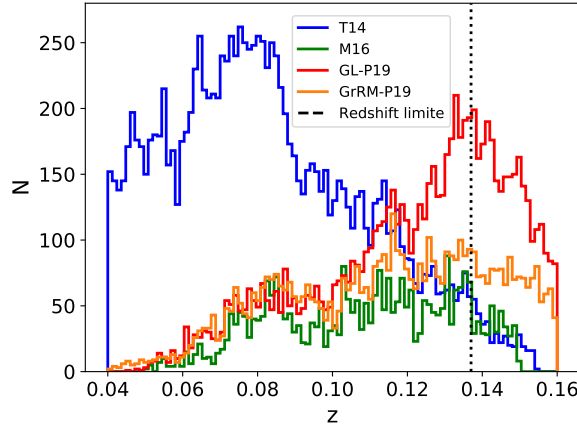


Figura 41.: Distribución de *redshift*. Se observa que los filamentos T14 tienden a estar más cerca, el pico de su distribución se halla en  $z = 0,08$ , mientras que en el caso de M16, GrRM-P19 y GL-P19 su pico se encuentra aproximadamente en  $z = 0,13$ .

filamento  $\mathbf{v}_{12} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ , donde  $\mathbf{r}_1$  y  $\mathbf{r}_2$  son los vectores de posición de los extremos respectivamente. Luego calculamos el coseno del ángulo entre  $\mathbf{v}_{12}$  y  $\mathbf{r}_1$ ,

$$\cos(\theta) = \frac{\mathbf{v}_{12} \cdot \mathbf{r}_1}{|\mathbf{v}_{12}| |\mathbf{r}_1|} \quad (88)$$

Si  $90^\circ - \Delta\theta_1 < \theta < 90^\circ + \Delta\theta_1$ , decimos que el filamento pertenece al conjunto 1 (perpendicular a la línea de la visual), y si  $\theta < \Delta\theta_2$  o  $180^\circ - \Delta\theta_2$  los filamentos se hallan en el conjunto 2 (paralelos a la línea de la visual), donde  $\Delta\theta_1$  y  $\Delta\theta_2$  son ángulos de tolerancia que pueden ajustarse para aumentar o disminuir el número de filamentos seleccionados.

De acuerdo con el principio cosmológico, todas las direcciones para los filamentos son igualmente probables. Pero dado que existen efectos observacionales no deseados, al tratar la coordenada radial como una coordenada espacial más, se observan principalmente alargamientos espurios en la línea visual, el efecto denominado dedos de dios, el cual se describió al comienzo de este capítulo, producido por el movimiento virializado de las galaxias gravitacionalmente ligadas en los pozos de potencial profundos. Es por ello que el número de filamentos detectados a lo largo del eje visual suele ser menor de lo esperado. Tenemos que notar que el catálogo M16 por definición excluye esta configuración de forma explícita, es decir que el método no contempla filamentos a lo largo de la línea de la visual.

Otro criterio utilizado para mejorar la señal de apilado, es que los filamentos tengan una forma aproximadamente recta. Para ello se define la curvatura, de la misma manera que en capítulo 3), como el cociente entre la longitud de la línea recta que une los extremos y la longitud total del filamento. Recordemos que este parámetro adimensional varía entre 0 y 1, teniendo valores cercanos a 0 para filamentos completamente irregulares y valores cercanos a 1 para filamentos rectos. El catálogo de Martínez por construcción consta exclusivamente de filamentos rectos, por lo tanto, una medida de la curvatura no se aplica a este caso. La curvatura mínima para el caso de los otros tres catálogos se estableció en 0,8. La distribución de curvatura de los filamentos T14 es bastante diferente a los filamentos extraídos mediante la técnica de MST, GL-P19 y GrRM-P19. Mientras el primero tiene una



distribución de curvatura con un pico cercano a 1, es decir que límite inferior de 0,8 casi no cambia el conjunto de filamentos. Por otro lado, dicha distribución para los otros dos catálogos extraídos con nuestra técnica es más ancha, con valores que van de 0,5 a 1, por lo cual el límite mínimo de 0,8 nos restringe a aproximadamente 86% de los filamentos para el caso de la muestra GL-P19 y un 65% para la muestra GrRM-P19. Además se filtran todos los filamentos con un tamaño angular superior a  $4^\circ$  grados para evitar la contaminación de filamentos cercanos. Como utilizamos una muestra de galaxias que está limitada a una distancia máxima de  $350h^{-1}\text{Mpc}$ , también recortamos los filamentos quedándonos sólo con aquellos que se hallan dentro del volumen de interés.

En resumen, todos los análisis que se realizarán a continuación están restringidos a filamentos perpendiculares a la línea de la visual y aproximadamente rectos en la región central del SDSS.

## 5.6 PROPIEDADES GLOBALES DE LOS FILAMENTOS

Estudiamos las propiedades globales de los filamentos seleccionando las galaxias dentro de una región alrededor de su eje. Si un filamento se compone de  $N$  segmentos y como cada uno de los segmentos tiene dos extremos, se tiene entonces que dicho filamento posee  $N + 1$  vértices, y  $N - 1$  vértices internos, es decir, excluyendo dos extremos de los segmentos en las puntas. Por ejemplo si un filamento fuera solamente un par, tenemos entonces 2 nodos (los extremos), un segmento (la línea que une los nodos) y ningún vértice interno. Por otra parte, si un filamento tiene 4 segmentos, tendríamos entonces 5 vértices, de los cuales dos de ellos son los extremos del filamento y los restantes (3) son considerados vértices internos.

Ahora podríamos pensar que la región filamentosa cercana a la espina del mismo se puede aproximar como una combinación de  $N$  cilindros (un cilindro por segmento) de diferentes longitudes pero de un mismo radio  $r$ , unidos mediante  $N - 1$  esferas de radio  $r$  centradas en los nodos de la ruta interna, téngase en cuenta que la influencia de los grupos en los extremos de los filamentos debe ser minimizada (solamente estamos interesados en el comportamiento de las galaxias en las regiones centrales) por ello además se excluyen los objetos dentro de dos esferas del mismo radio  $r$  ubicadas en los extremos del mismo, evitando así la influencia por grupos o cúmulos de galaxias en dichas ubicaciones. Asimismo definimos el radio de filamento  $r$  como la mitad de su longitud para aquellos más cortos que una longitud de  $15h^{-1}\text{Mpc}$ , mientras que para los filamentos más largos fijaremos este radio en  $7,5h^{-1}\text{Mpc}$ . El volumen de cada filamento es estimado como  $v = \pi r^2 l$ , donde  $l$  es la longitud del filamento. Aunque esta fórmula no es exacta para el cálculo del volumen se presenta como una buena y simple aproximación para los filamentos aproximadamente rectos que consideramos en nuestro estudio. Todas las galaxias en la región definida con este criterio se utilizan para computar las propiedades del filamento, por ejemplo su luminosidad total. Cabe destacar que de acuerdo a la definición de membresía, es posible que una galaxia contribuya en más de un filamento.

Como se muestra en la fig. 42, la mayor parte de los filamentos en todos los catálogos se encuentra entre el rango de longitudes de  $4 - 10h^{-1}\text{Mpc}$ . Sin embargo, los filamentos M16 tienen una longitud máxima de  $12h^{-1}\text{Mpc}$ , los filamentos

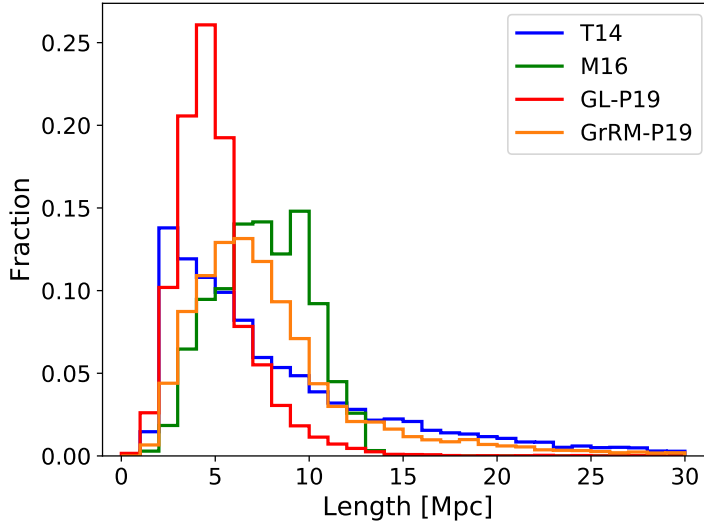


Figura 42.: Histograma de la longitud. Se hallan diferencias notables entre los catálogos, los más cortos corresponden a los filamentos de M16 y GL-P19 (en verde y rojo, respectivamente), mientras que los más largos corresponden al catálogo de T14 y GrRM-P19 (en colores azul y naranja, respectivamente).

GL-P19 se extienden hasta un límite de  $15 h^{-1} \text{Mpc}$  con algunas excepciones mayores a  $25 h^{-1} \text{Mpc}$ , mientras que se hallan concentrados principalmente cerca de  $5 h^{-1} \text{Mpc}$ . Por otra parte las distribuciones de longitud de los filamentos GrRM-P19 y T14, se extienden hasta  $30 h^{-1} \text{Mpc}$  de manera similar. Los diferentes rangos que se presenta en la figura solamente se explican por el hecho de que se están utilizando técnicas completamente diferentes, como así también diferentes definiciones y trazadores de filamentos (ver sección 5.4).

Otra propiedad en la que nos enfocamos, es la sobredensidad de galaxias en los filamentos, la cual definimos como  $S_{\text{real}} = \frac{N_{\text{real}}}{N_{\text{rand1}}}$ , donde  $N_{\text{real}}$  y  $N_{\text{rand1}}$  son el número de galaxias reales y aleatorias, respectivamente. Este calculo también fue aplicado a otra muestra de aleatoria para observar el contraste entre las mismas,  $S_{\text{rand}} = \frac{N_{\text{rand2}}}{N_{\text{rand1}}}$  y  $N_{\text{rand2}}$  son el número de galaxias aleatorias alrededor de estos objetos para 2 catálogos aleatorios independientes.

La figura 43 muestra la relación entre la longitud y la sobredensidad para los cuatro catálogos de filamentos. Las regiones filamentosas que los diferentes algoritmos identifican se observan sobredensas, es decir, los valores para este parámetro (isocontornos de color,  $\delta \approx 10$ ) se encuentran por encima de la media aleatoria (isocontornos grises). Por otro lado, esta propiedad difiere entre los catálogos como consecuencia de los algoritmos de identificación. Por ejemplo, nuestro método utiliza un algoritmo FoF para descartar las regiones de baja densidad, antes de tratar de individualizar los filamentos, mientras que en el caso de M16 por construcción define un filamento formalmente como la línea que une dos grupos a través de una región sobredensa, con un umbral mínimo por encima de la media.

Asimismo podemos apreciar que aunque la sobredensidad tiende a disminuir para los filamentos largos (es el caso de los catálogos T14, M16 y GrRM-P19) para el catálogo GL-P19 esta correlación es difícil de observar debido a que el rango de longitudes es muy acotado. Dicha tendencia podría significar que los filamentos más largos realmente tienen menor densidad, en principio porque los filamentos

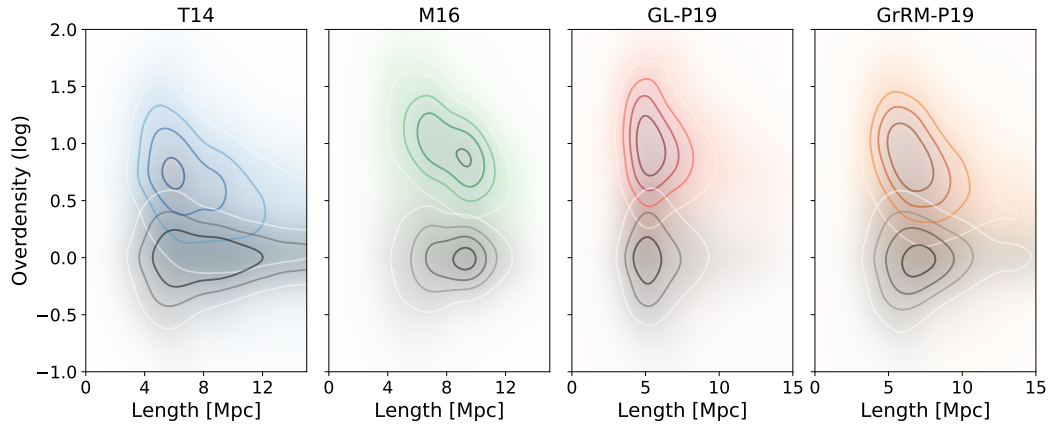


Figura 43.: Relación entre longitud y la sobredensidad de los filamentos. De izquierda a derecha se presentan los isocontornos para los catálogos T14, M16, GL-P19 y GrRM-P19 en colores desde el blanco al azul, verde, rojo y naranja, respectivamente para la muestra de galaxias reales y las galaxias aleatorias desde el color blanco al negro. Podemos observar que todos los algoritmos detectan filamentos en regiones de más alta densidad que la media.

más cortos se encuentran cercanos a los grupos o cúmulos de galaxias, y no se ha podido descontar correctamente el efectos de los extremos (lo cual ha sido observado en simulaciones, ver por ejemplo Galárraga-Espinosa, Langer y Aghanim, 2022). Otra alternativa sería que el radio considerado para estos filamentos sea demasiado grande y por ende estamos considerando regiones que no están relacionadas con el filamento en si mismo, lo cual produciría una disminución en la sobredensidad.

Exploraremos las luminosidades involucradas en estos objetos. La fig. 44 muestra en colores los histogramas de luminosidad de las galaxias en filamentos para los datos reales y en gris el correspondiente al catálogo aleatoria. En primer lugar destacamos que todos los filamentos contienen galaxias en promedio más luminosas que la media (histogramas grises). La mayor diferencia entre las galaxias aleatorias y reales, se observan en las muestras M16 y en los filamentos basados en la técnica del MST (GL-P19 y GrRM-P19), con formas similares en la distribución. Para la muestra T14, ambas distribuciones se superponen, las galaxias aleatorias tienen una distribución más ancha y mientras que los datos reales presentan un pico levemente más pronunciado. Las distribuciones de luminosidades para el catálogo T14 muestran sus picos aproximadamente en  $10^{11,10}L_{\odot}$  para galaxias reales y  $10^{10,56}L_{\odot}$  para sus contrapartes aleatorias. En el caso de los filamentos construidos con galaxias luminosas GL-P19, las cantidades son  $10^{11,10}L_{\odot}$  para galaxias reales y  $10^{10,12}L_{\odot}$  para los datos aleatorios, mientras que para el conjunto GrRM-P19 obtenemos valores de  $10^{11,20}L_{\odot}$  en el caso de las galaxias reales y  $10^{10,42}L_{\odot}$  para las aleatorias. Finalmente para la muestra M16, los valores son  $10^{11,50}L_{\odot}$  y  $10^{10,51}L_{\odot}$  para galaxias reales y aleatorias respectivamente.

Además se calculó la luminosidad promedio por filamento tomada como el promedio de las luminosidades de las galaxias que los conforman (ver figura 45). Observamos que no es posible encontrar una correlación entre la longitud y la luminosidad promedio, ni siquiera apreciamos una diferencia notable entre las muestras aleatorias y reales. No obstante, la diferencia es menos significativa en los filamentos de Tempel, que en el resto de los catálogos donde luminosidad

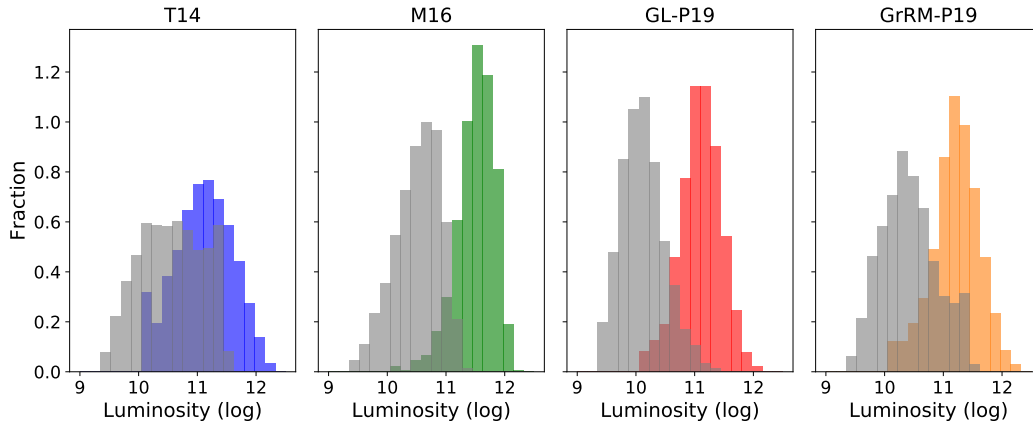


Figura 44.: Histograma de luminosidades. De izquierda a derecha encontramos los histogramas para los catálogos T14, M16, GL-P19, GrRM-P19 en colores azul, verde, rojo y naranja, respectivamente para la muestra de galaxias reales y en color gris para la muestra de galaxias aleatorias.

calculada con la muestra de galaxias reales es ligeramente más alta en comparación con la muestra aleatoria. Debemos notar también que se observa en general una mayor dispersión en las luminosidades de los filamentos cortos, esto probablemente puede ser un efecto estadístico por el bajo número de objetos en estas estructuras.

Todas las características mostradas en esta sección sugieren que las propiedades de cada catálogo dependen en gran medida de su construcción. Hay que recordar que el algoritmo de Tempel se basa en supuestos geométricos y estocásticos de la distribución de las galaxias, en tanto que el algoritmo de Martínez detecta las sobredensidades entre pares de grupos de galaxias de una manera muy simple y directa con un alto grado de pureza pero con baja completitud. Por otro lado, nuestro método busca filamentos como “camino” o “puentes” entre galaxias luminosas o grupos, reuniendo algunas características en común con el catálogo M16, aunque posiblemente generando una mayor cantidad de filamentos espurio en el proceso.

## 5.7 PROPIEDADES DE GALAXIAS EN FILAMENTOS

En esta sección desarrollaremos algunas herramientas que nos ayudarán a enfocarnos en propiedades espaciales de las muestras usaremos una de una técnica de apilamiento espacial y computaremos una función 4.5 que mide el agrupamiento de galaxias a lo largo de la dirección perpendicular al filamento.

### 5.7.1 Apilado de filamentos

Para aumentar la señal de las diferentes poblaciones que componen nuestro objeto de estudio, aplicamos una técnica de apilamiento que promedia la señal de varios filamentos en una única medición. Esta técnica de apilado consiste en lo siguiente: dado el conjunto de filamentos rectos definidos anteriormente (ver sección 5.6), se define un sistema de coordenada en el plano del cielo con uno de sus ejes  $x$  en la dirección del filamento, con su origen en uno de los extremos,

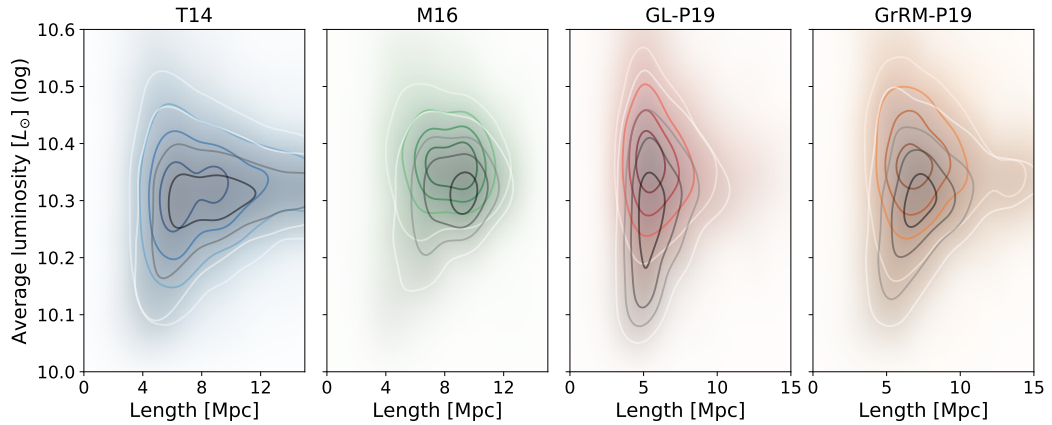


Figura 45.: Relación entre la longitud y la luminosidad media de los filamentos. De izquierda a derecha se presentan los isocontornos para los catálogos T14, M16, GL-P19, GrRM-P19 en colores desde el blanco al azul, verde, rojo y naranja, respectivamente para la muestra de galaxias reales y las galaxias aleatorias desde el color blanco al negro. Existe una ligera diferencia entre la luminosidad promedio de las galaxias reales y aleatorias para el catálogo GL-P19 GrRM-P19 y M16, mientras que para el catálogo de Tempel se vuelven indistinguibles.

mientras que el otro eje—y perpendicular a este. Ya que cada filamento tiene una longitud diferente, normalizamos ambas coordenadas a la longitud del filamento de tal manera que la posición de inicio y final del filamento coincidirá con las posiciones  $(0,0)$  y  $(1,0)$ , respectivamente. Este mismo procedimiento también es aplicado a los datos del catálogo aleatorio. Además para evitar apilar datos que no están correlacionados con las estructuras filamentosas, se descartan las galaxias a lo largo de la línea de la visual con distancias superiores a  $10h^{-1}\text{Mpc}$  de algún filamento dado.

En la fig. 46 se muestra el resultado del apilado, los conteos de galaxias se hallan en escala logarítmica. Claramente es posible distinguir la forma típica de un filamento con dos picos de densidad en los extremos, la cual señala la ubicación de grupos de galaxias o una región de alta densidad de galaxias que coincide con esta posición. (análogamente a la fig. 15 del 3) En el caso del catálogo de M16, los extremos se observan más prominentes que el resto de las muestras, esto es debido a que sus filamentos se detectaron a partir de pares de grupos de galaxias con masas mayores  $M \geq 10^{13.5} h^{-1} M_{\odot}$  unidos por un puente de materia sobredenso. Por otro lado, los filamentos trazados por los grupos de Rodríguez y Merchán (2020) (GrRM-P19) también se detectaron con pares de grupos de galaxias con masas mayores  $M \geq 10^{13.5} h^{-1} M_{\odot}$ , sin embargo, la presencia de los extremos no es tan marcada, lo cual podría deberse a que en esta muestra se incluyeron también los filamentos tipo-1, para los cuales uno de los grupos en sus extremos tiene una masa menor. Para filamentos trazados con galaxias luminosas (GL-P19), por construcción sus extremos serán menos pronunciados ya que solo le impusimos que conecten estrictamente dos galaxias luminosas ( $M_r < -21,0$ ). Es notable que los filamentos de Tempel no posee unos extremos tan definidos como en los otros casos, esto podría deberse a que la muestra exhibe la presencia de filamentos adyacentes más allá de los extremos. Si bien, el contraste general es mas bajo que el resto de los catálogos, la región asociada al eje del filamento es la que más conteos muestra.

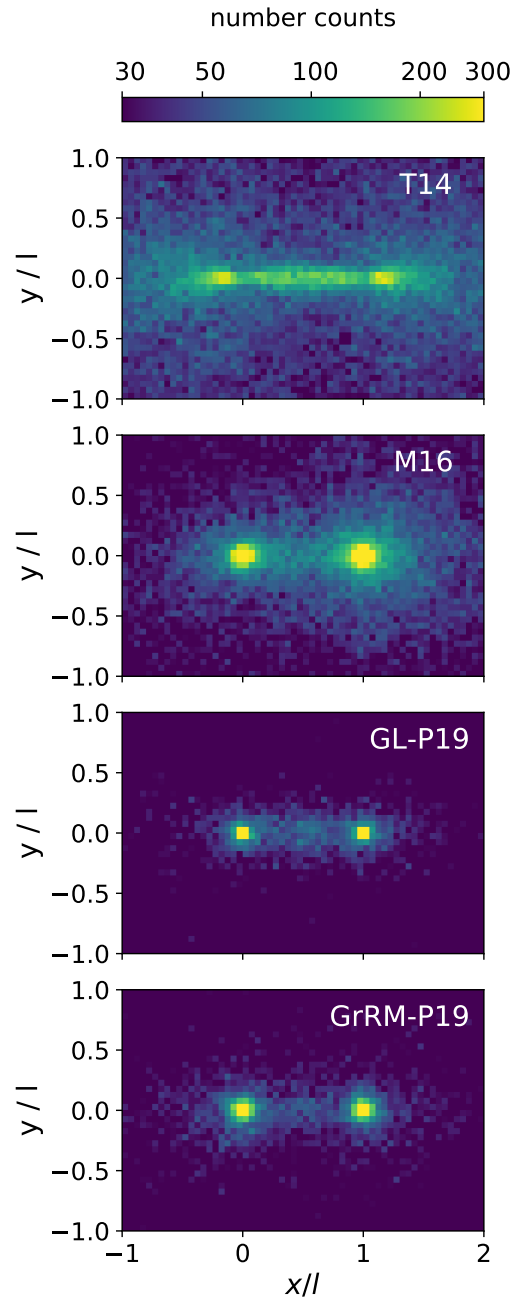


Figura 46.: Histograma bidimensional del apilamiento de filamentos, desde arriba hacia abajo se presentan los catálogos de T14, M16, GL-P19 y GrRM-P19 el color indica el conteo de galaxias. La forma de los filamentos difiere en todos los catálogos, los filamentos de M16 tienen fuertes distribuciones radiales en los extremos, mientras que los conjuntos GL-P16 y GrRM-P19 si bien presentan formas similares, poseen sus picos menos extendidos. Los filamentos del catálogo de T14 exhiben una fuerte señal en el medio de la estructura filamentosa, sin embargo sus picos de alta densidad no se encuentran exactamente ubicados en los extremos del filamento.

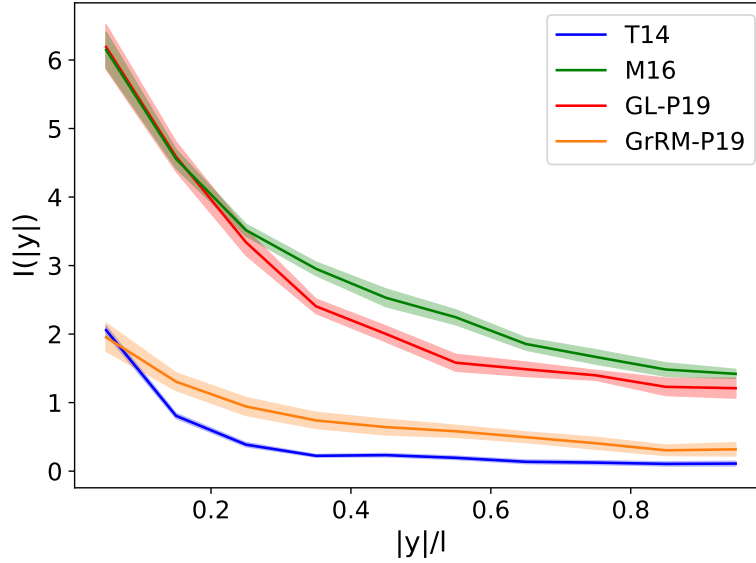


Figura 47.: Perfil radial normalizado. Las líneas solidas azules, verdes, rojas y naranja corresponden a los conjuntos de T14, M16, GL-P19 y GrRM-P19, respectivamente. Las barras de error fueron calculadas mediante una técnica de jackknife.

### 5.7.2 Perfil promedio de sobredensidad de galaxias en filamentos

En esta sección construimos el perfil promedio de sobredensidad de galaxias como una función de la distancia perpendicular al eje del filamento. Para esta tarea consideraremos la región más central del filamento  $0,15 \leq x \leq 0,85, -1 \leq y \leq 1$ . Con estas restricciones intentamos evitar los extremos de los filamentos donde se hallan los grupos de galaxias cuya fuerte influencia contaminaría el perfil radial. Para ello integraremos la señal a lo largo del eje  $x$ , lo que nos permite definir una función  $I(y)$ , de la siguiente manera:

$$I(y) = \frac{R(y)}{A(y)} - 1, \quad (89)$$

donde  $R(y)$  es el número de galaxias reales y  $A(y)$  es el número normalizado de galaxias aleatorias a una distancia  $|y|$  perpendicular al eje del filamento. Las barras de error fueron calculadas mediante una técnica de jackknife. Es esperable que la señal cerca al eje del filamento, sea máxima mientras que para valores grandes  $|y|$  la misma comience a decaer hasta alcanzar el comportamiento medio.

La figura 47 muestra el resultado de este proceso. En general, todos los perfiles exhiben el mismo comportamiento, pero con amplitudes muy diferentes. En el caso los catálogos M16 y GL-P19 presentan alturas comparables, de la misma manera que los catálogo T14 y GrRM-P19 pero con valores muy por debajo. Para mejorar nuestro análisis, se dividieron las muestras de filamentos en tres subconjuntos de acuerdo con su longitud, a las cuales denominamos *cortos* con longitudes entre 3 y  $5 h^{-1} \text{Mpc}$ , *medios* entre 7 y  $9 h^{-1} \text{Mpc}$  y *largos* entre 11 y  $13 h^{-1} \text{Mpc}$ .

En la fig. 48 se muestran estos perfiles para cada rango de longitud. Se puede observar una disminución general de la sobredensidad media al aumentar la longitud del filamento. Esto también se observa en la fig. 43, lo cual está en acuerdo con la idea general que los filamentos más cortos tienden a ser los puentes más fuer-



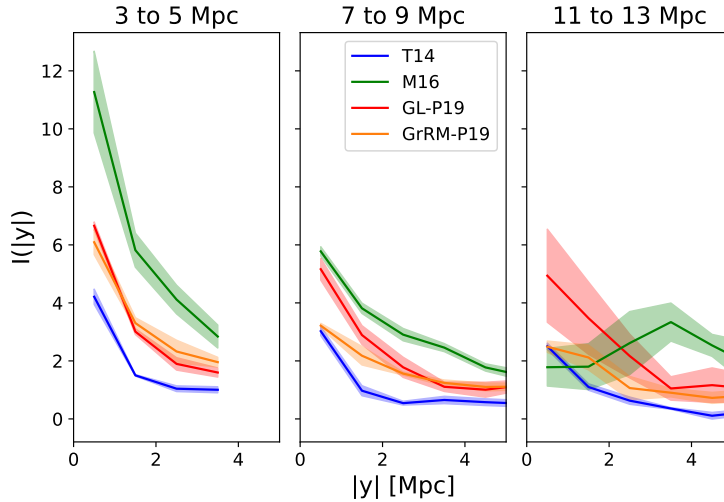


Figura 48.: Apilamiento de filamentos separados en tres grupos de acuerdo a su longitud, los rangos varían  $\in (3, 5)$ ,  $(7, 9)$  y  $(11, 13) h^{-1} \text{Mpc}$ , respectivamente, las líneas sólidas azules, verdes, rojas y naranjas corresponden a los conjuntos de T14, M16, GL-P19 y GrRM-P19. Existe una relación entre el valor que alcanza la función de correlación y la longitud de los filamentos, los filamentos cortos tienen una correlación mucho mayor que los más largos.

tes entre cúmulos cercanos, mientras que aquellos que unen cúmulos más lejanos, poseen puentes más débiles (Bond, Kofman y Pogosyan, 1996). Dicha variación se observa más claramente para el catálogo M16. Lo cual podría justificarse por el método de construcción, ya que este catálogo elige una espina recta para sus filamentos. Lo cual puede ser bastante acertado para cúmulos muy próximos. Sin embargo, en el caso de filamentos más largos, esta definición puede alejarse de los datos reales, ya que al incrementarse la distancia entre los nodos, los filamentos tienen una mayor probabilidad a ser curvos (ver por ejemplo Colberg, Krughoff y Connolly, 2005).

#### 5.7.2.1 Perfil de galaxias rojas y azules

Nos concentraremos ahora en las propiedades de las galaxias, más precisamente en sus colores. Los trabajos de Blanton et al. (2005) y Dressler (1980) sobre cúmulos de galaxias o Kraljic et al. (2018) sobre filamentos y paredes, mostraron que las galaxias rojas son más abundantes en las zonas con mayor densidad, en contraste con las galaxias azules que tienden a habitar las periferias de dichas estructuras. Por lo tanto, se espera que al separar las galaxias por color, podamos reproducir este fenómeno. Para analizar la astrofísica de las galaxias en relación a estos entornos filamentosos separaremos la población de galaxias en rojas y azules según si satisfacen que su color  $g - r$  sea mayor o menor que 0,7, respectivamente (siguiendo los trabajos de Fernández Lorenzo et al., 2012; O'Mill et al., 2011). Este criterio de colores divide la distribución bimodal roja-azul a través de la zona conocida como el valle verde (*green valley*). De esta manera las galaxias azules comprenden el 57,8% de la muestra de galaxias. Esta proporción se mantiene prácticamente invariante con el *redshift*, aunque existe una ligera tendencia general del SDSS a que las galaxias más cercanas tiendan a ser más rojas. Del mismo modo que en la fig. 47, en las siguientes figuras utilizaremos unidades físicas de distancia. Los rangos men-

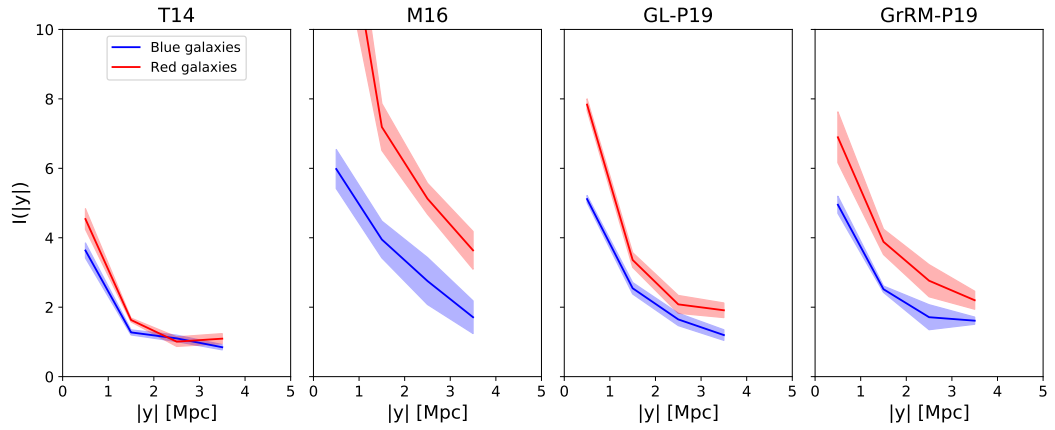


Figura 49.: Perfiles de galaxias rojas y azules para conjuntos de filamentos en rangos centrado alrededor de  $4h^{-1}\text{Mpc}$ . De izquierda a derecha se presentan los catálogos de filamentos T14, M16, GL-P19 y GrRM-P19. Las líneas solidas azul y roja representan los perfiles de galaxias azules y rojas, respectivamente

cionado anteriormente estarán centrados en las submuestras de filamentos *cortos*, *medios* y *largos*.

La figura 49 muestra los resultados para filamentos *cortos* en los catálogos, Excepto en el caso del catálogo de T14, las galaxias rojas presentan una alta sobredensidad en el centro de los filamentos. Mientras que en el caso de las galaxias azules, si bien todavía tienen una alta sobredensidad, resulta ser más baja que su contraparte roja. Estos resultados se encuentran en completo acuerdo con los trabajos de los trabajos de Blanton et al., 2005 y Dressler, 1980 en cúmulos de galaxias y múltiples trabajos que observan un efecto de segregación en las galaxias en los núcleos de los filamentos, las cuales tienden a ser más masivas y rojas que las que tienden a hallarse más lejos del eje de los filamentos (Bonjean et al., 2020; Kraljic et al., 2018; Laigle et al., 2015; Malavasi et al., 2017).

Analizando ahora la muestra de filamentos *medios* (fig. 50), aunque mas débil, la diferencia entre galaxias rojas y azules se sigue manifestando para los catálogos M16, GL-P19 y GrRM-P19. En tanto los filamentos de Tempel tienen ahora distribuciones prácticamente indistinguibles. Finalmente, en los filamentos *largos* (ver fig. 51) los perfiles de galaxias rojas y azules ya no muestran diferencias en ninguno de los catálogos.

En general, todos los catálogos muestran diferencias entre las galaxias rojas y azules y, a una distancia fija, los perfiles de sobredensidad disminuyen al aumentar la longitud del filamento, independientemente del catálogo. Además puede notarse un aumento en las incertidumbres para los conjuntos más largos, lo cual puede deberse no solo al bajo número de filamentos, sino también a la subestructura interna, que tenderá a borrar la diferencia en la abundancia relativa de galaxias rojas y azules hacia el centro de los filamentos. Particularmente, la muestra de T14 es la que menos diferencias muestra entre las poblaciones azules y rojas, mientras que las mayores diferencias se observan en el caso de M16, exceptuando la muestra de filamentos *largos*. En el caso de nuestro método, la diferencia entre los perfiles de sobredensidad se mantiene en ambos catálogos (GL-P19 y GrRM-P19), sin embargo para la muestra de filamentos más largos, esta diferencia en tipos de galaxias se desvanece.

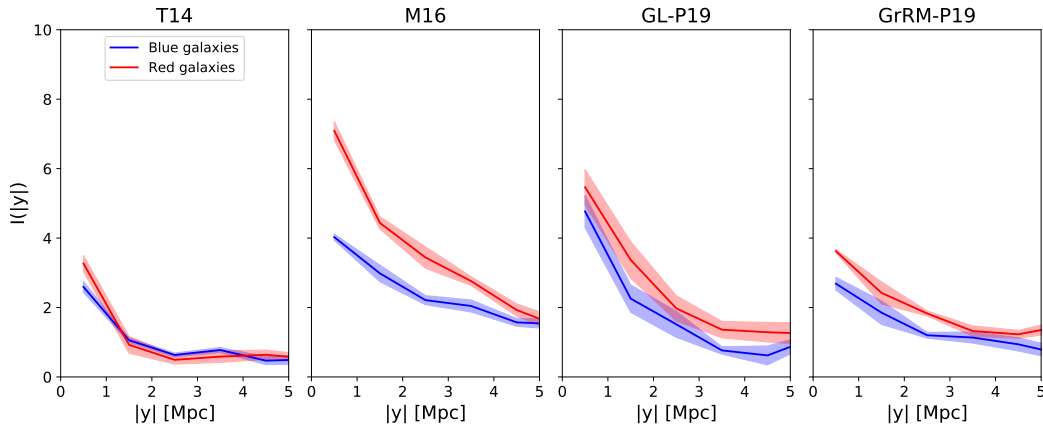


Figura 50.: Perfiles de galaxias rojas y azules para conjuntos de filamentos en rangos centrado alrededor de  $8h^{-1}\text{Mpc}$ . De izquierda a derecha se presentan los catálogos de filamentos T14, M16, GL-P19 y GrRM-P19. Las líneas solidas azul y roja representan los perfiles de galaxias azules y rojas, respectivamente

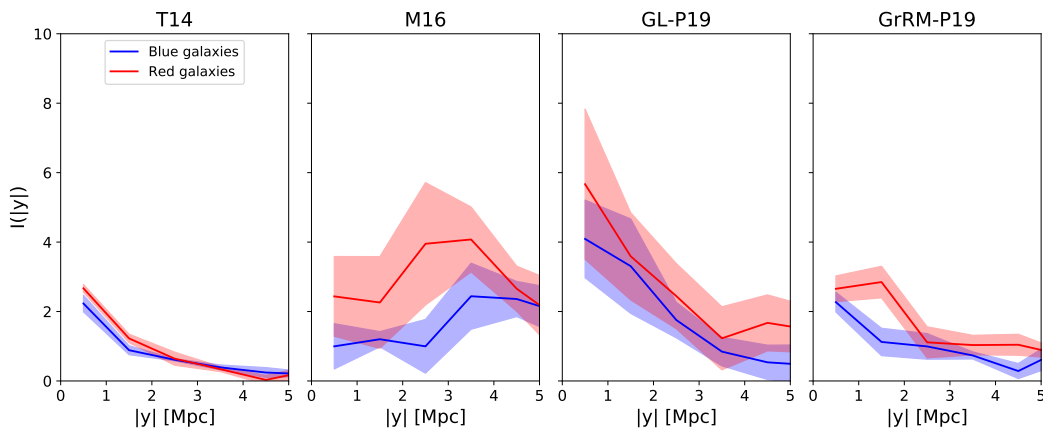


Figura 51.: Perfiles de galaxias rojas y azules para conjuntos de filamentos en rangos centrado alrededor de  $12h^{-1}\text{Mpc}$ . De izquierda a derecha se presentan los catálogos de filamentos T14, M16, GL-P19 y GrRM-P19. Las líneas solidas azul y roja representan los perfiles de galaxias azules y rojas, respectivamente

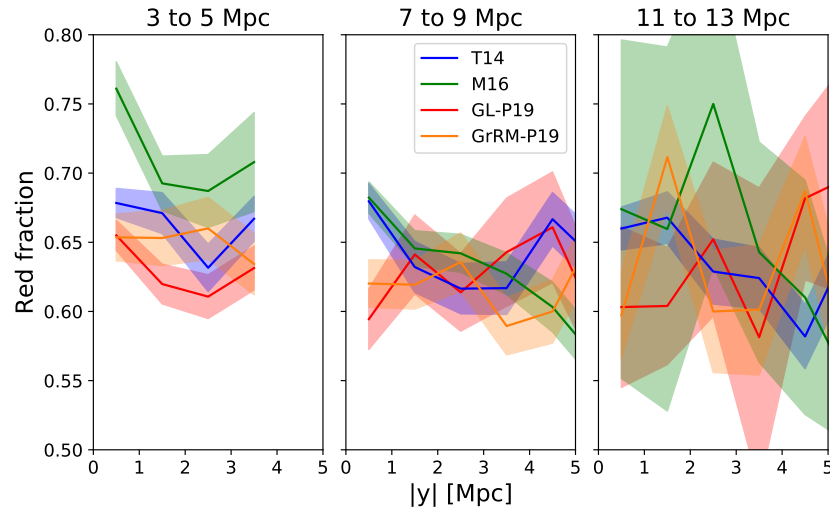


Figura 52.: Fracción de las galaxias rojas en función de la distancia al eje del filamento. De izquierda a derecha se presentan tres rangos de longitud centrados en  $4, 8y12h^{-1}$  Mpc, respectivamente. Las líneas solidas azules, verdes, rojas y naranja corresponden a los conjuntos de T14, M16, GL-P19 y GrRM-P19.

### 5.7.2.2 Fracción de galaxias rojas

De acuerdo con el trabajo de Kraljic et al. (2018), los filamentos constituyen una especie de “autopista” de galaxias que impactan en su evolución. De ser así las galaxias en filamentos más cercanas a los nodos deberían haber pasado una gran fracción de su tiempo “fluyendo” a través del filamento. Esto causaría que cuanto más cerca se halle una galaxia de algún extremo de un filamento (como se muestra en Martínez, Muriel y Coenda 2016 y Salerno, Martínez y Muriel 2019) la galaxia más roja sera.

Esto nos impulso a estudiar la fracción de galaxias rojas en función de la distancia perpendicular al filamento, la fracción es tomada como el cociente entre la proporción de objetos con  $(g - r \geq 0,7)$  y el número total de galaxias de la muestra. Podemos ver en la fig. 52, el perfil radial de la fracción de galaxias rojas. Anteriormente encontramos que cuando barreos el rango de longitud, pasando de filamentos cortos a largos, la diferencia entre las poblaciones rojas y azules disminuye (figs. 49, 50 y 51). También habíamos notado que las galaxias rojas están claramente más auto-correlacionadas hacia el centro de los filamentos. No obstante este resultado encontrado anteriormente no se manifiesta con la fracción de galaxias rojas. Podemos apreciar que existe una ligera tendencia a que la fracción roja sea más alta hacia el centro del filamento que en las regiones exteriores para la muestra de *cortos*. Si bien esperábamos que esta muestra de filamentos, los cuales residen en zonas relativamente más densas, tengan preferentemente un mayor porcentaje de galaxias rojas, estos filamentos serían menos independientes de los nodos que los filamentos más largos (Guo, Tempel y Libeskind, 2015). Por otra lado considerando la muestra de los filamentos *largos*, el ruido en la fracción de galaxias rojas crece considerablemente, consecuentemente no se puede inferir ninguna tendencia general.

En la fig. 53, mostramos la dependencia de de la fracción de galaxias rojas con respecto la longitud del filamento. Vemos que todos los catálogos tienden aproxi-

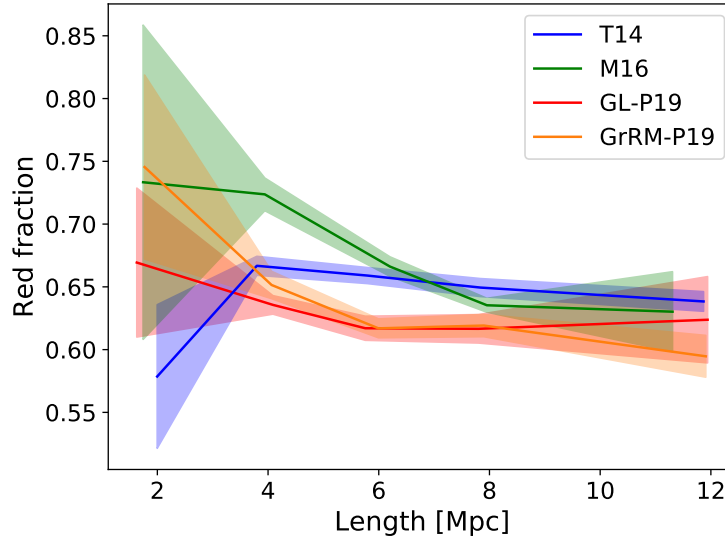


Figura 53.: Fracción de galaxias rojas en función de la longitud. Las líneas solidas azules, verdes, rojas y naranja corresponden a los conjuntos de T14, M16, GL-P19 y GrRM-P19. Se puede apreciar en general que hay una ligera dependencia con la longitud, filamentos más largos tienen una menor fracción de galaxias rojas.

madamente a un mismo valor al considerar filamentos más largos, mientras que en el caso de los filamentos más cortos se observa una ligera tendencia a tener una fracción de galaxias rojas más altas para todos los catálogos, exceptuando la muestra T14. Esto puede interpretarse mediante la sobredensidad observada en la fig- 43, debido a que todos los identificadores son capaces de diferenciar claramente la sobredensidad de sus filamentos respecto a la muestra aleatoria, excepto la T14 que muestra una sobredensidad típicamente similar a la muestra aleatoria y además una dispersión mayor.

## 5.8 CONCLUSIONES

En este capítulo aplicamos nuestro método de identificación a un catálogo real de galaxias, con dos alternativas de trazadores (galaxias luminosas y grupos de galaxias). Estos catálogos se confrontaron con otros dos obtenidos por diferentes métodos Tempel et al. (2014c), Martínez, Muriel y Coenda (2016). Los resultados muestran que con simples modificaciones nuestro algoritmo fue capaz de extraer catálogos de filamentos del SDSS DR12. Esto no sólo demostró su versatilidad sino también su flexibilidad para poder adoptar sin esfuerzos considerables diferentes trazadores (galaxias luminosas y grupos de galaxias).

Para realizar la comparación entre cada catálogo, se estudiaron tanto las propiedades de los filamentos en si mismos como las de las galaxias que los componen, mediante el uso de herramientas estadísticas, como se mostró en las secciones anteriores. Las cantidades estimadas en este trabajo, propiedades tales como las distribuciones de longitud, curvatura, rango de *redshift* y las correlaciones entre longitud y la sobredensidad o luminosidad del filamento. claramente difieren entre los catálogos. Esto es producto de que las definiciones empleadas por cada uno de los métodos difieren notablemente entre ellas. Siendo T14 el algoritmo que exhibe mayores diferencias con el resto, lo cual puede ser producto de que sólo utiliza

suposiciones geométricas sobre los objetos, mientras que el resto de los algoritmos tienen en cuenta la información física de las galaxias.

En general, los filamentos T14 son más largos y cercanos en comparación con nuestros catálogos y M16, por otro lado, los filamentos identificados con *Semita* presentan formas más irregulares. Las distribuciones de longitud también difieren entre los catálogos, la muestra GL-P19 típicamente presenta filamentos más cortos con respecto a su contraparte trazada a partir de grupos de galaxias (GrRM-19). Como esperábamos, los filamentos identificados por cada uno de los métodos son regiones sobredensas, donde independientemente todos los catálogos tienen algún grado de correlación. Por su parte encontramos que las muestras M16 y aquellas identificadas con nuestro método (GL-P19 y GrRM-19), resultan ser más densas que T14. No obstante independientemente del catálogo observamos que dicha sobredensidad presenta una leve dependencia con la longitud del filamento, esto es la sobredensidad de los mismos disminuye al aumentar su largo, lo cual que sugiere que los filamentos cortos resultan ser “puentes más fuertes” que los largos en acuerdo con Bond, Kofman y Pogosyan (1996) ó Galárraga-Espinosa, Langer y Aghanim (2022), esta dependencia con la longitud se manifiesta principalmente en la muestra M16.

En este capítulo también se desarrolló una herramienta estadística basada en un método de apilamiento, el cual permitió investigar la distribución espacial de galaxias en los entornos filamentosos. Encontramos que los perfiles unidimensionales de sobredensidad tienen aproximadamente la misma forma, no obstante difieren fuertemente en amplitud de los perfiles para cada catálogo.

Por otra parte, analizando los perfiles de galaxias rojas y azules encontramos que aquellas muestras cuyos identificadores utilizan información física de sus objetos trazadores (M16, GL-P19 y GrRM-19), presenta una mayor segregación entre los perfiles rojo y azul, en acuerdo con otros trabajos que observan que las galaxias en los núcleos de los filamentos tienden a ser más masivas y rojas que sus contrapartes más lejanas al eje (Bonjean et al., 2020; Kraljic et al., 2018; Laigle et al., 2015; Malavasi et al., 2017). Sin embargo, para el identificador que utiliza información geométrica (Tempel et al. (2014c)), esta segregación resulta menos significativa.

Investigando la influencia de la longitud de los filamentos hallamos que el porcentaje de galaxias rojas resulta ser más alto al comparar las muestras de filamentos *cortos* y *medios* para todos los catálogos, además es plausible que dicha tendencia se mantenga entre las muestras de filamentos *medios* y *largos* pero se halla disminuida debido a efectos estadísticos por el bajo número de objetos.

También se ha explorado la dependencia de la fracción de galaxias rojas en relación con su posición a lo largo del eje del filamento, no hallando ninguna tendencia clara al respecto, sin embargo al analizar dicha fracción roja respecto a la longitud del filamento, los resultados obtenidos muestran indicios que existe una leve correlación.

Desearíamos haber realizado una comparación con un mayor número de métodos, sin embargo la mayoría de los algoritmos no se pueden adaptar trivialmente debido a los dificultades presentes en los catálogos observacionales. También cabe mencionar que ninguno de los algoritmos empleados en este capítulo detectan paredes. Esto debe tenerse en cuenta porque las paredes son objetos diferentes y hay otros fenómenos astrofísicos que ocurren en ellas.

Parte IV

CONCLUSIONES



# 6

## CONCLUSIONES GENERALES

---

El objetivo de esta tesis fue la detección, estudio y caracterización de las estructuras filamentosas en el universo, incluyendo su impacto sobre las propiedades de los objetos que las conforman (galaxias y halos de materia oscura).

La primera etapa de este trabajo (capítulo 2) se centró en la construcción de un algoritmo de identificación de las mencionadas estructuras de interés. Las metas que nos impulsaron al desarrollo de este algoritmo, son la simpleza y versatilidad. Con simpleza se hace alusión a los conceptos involucrados en la definición de los filamentos. Mientras que por versatilidad se hace referencia a la aplicabilidad del algoritmo tanto a simulaciones numéricas como a catálogos observaciones. En este trabajo seguimos una definición general de filamentos adoptada en otros trabajos (Colberg, Krughoff y Connolly, 2005; González y Padilla, 2010; Martínez, Muriel y Coenda, 2016; Pimblet, 2005), según la cual los filamentos son estructuras prominentes de materia que conectan los picos de densidad más importantes de la distribución de materia (puentes cúmulo-cúmulo). Fundaremos nuestro método en dos técnicas de percolación conocidas: árbol de expansión mínima (MST) y el algoritmo amigo de los amigos (FoF).

La problemática planteada en este trabajo, requiere el uso de simulaciones numéricas, las mismas constituyen un paso ineludible para la comprensión física de diferentes aspectos de la estructura en gran escala. Además dichas herramientas numéricas permiten validar las diversas técnicas empleadas antes de realizar su correspondiente aplicación en catálogos de galaxias reales, los cuales plantean otro tipo de desafíos.

Introducidas las herramientas y fundamentos teóricos que utilizaremos en este trabajo, estudiaremos ahora en una simulación numérica  $\Lambda$ CDM las propiedades dinámicas y estructurales de la red de filamentos identificadas (Pereyra et al., 2020). En el capítulo 3 analizamos las propiedades generales de las estructuras filamentosas, tales como las distribuciones de longitud, masa, curvatura, etc. encontrando que las mismas se hallan en concordancia con otros trabajos que versan sobre el tema.

También estudiamos el flujo de la materia dentro de filamentos y su entorno utilizando los puentes de materia más prominentes definidos por halos más masivos de la red cósmica. En completo acuerdo con los escenarios presentados en la literatura, el campo de densidad promedio de estas estructuras muestra una forma similar a un “hueso” rodeado por una sobredensidad típica ( $\delta \sim 10$ ), lo que indica que nuestros filamentos son genuinas conexiones de sobredensidad entre los halos de materia oscura. Medimos el perfil de densidad transversal de los filamentos, resultados muestran que los filamentos con mayor masa por unidad de longitud ( $\mu$ ) son más gruesos y más densos hacia el eje del filamento. Además se observó que los perfiles de densidad siguen una ley de potencia  $r^{-2}$ , en escalas intermedias, mientras que en grandes escalas, como es esperable el perfil tiende asintóticamente al valor de la densidad media del universo. Analizando la relación entre la masa por unidad de longitud y la dispersión de velocidad de los filamentos, encontra-

mos una fuerte correlación entre estas propiedades, la cual está en buen acuerdo con la relación teórica encontrada por Esto es un resultado no menor dadas las suposiciones dinámicas realizadas por estos autores.

Analizando la relación entre la masa por unidad de longitud y la dispersión de velocidad de los filamentos, encontramos una correlación significativa entre estas propiedades. Este hallazgo es notable, ya que coincide estrechamente con la relación teórica propuesta por Eisenstein, Loeb y Turner (1997). Esta correspondencia refuerza la validez de las suposiciones dinámicas realizadas en su trabajo. Además, esta relación nos brinda un método indirecto para estimar la densidad lineal de los filamentos a partir de la medición de su dispersión de velocidad transversal en catálogos observacionales, en analogía con el método utilizado para estimar la masa de cúmulos de galaxias.

Por otro lado, el campo de velocidades promedio hallado delinea fielmente el patrón filamentoso en acuerdo con el escenario según el cual estas estructuras constituyen las “autopistas” por las cuales el material fluye hacia los cúmulos masivos en sus extremos. En este contexto, aunque nuestro método no impone ninguna restricción sobre dicho campo de velocidades, pudimos recuperar la ubicación del punto de ensilladura, el cual está definido como el punto sobre el filamento donde el flujo de velocidad diverge hacia los extremos. Además encontramos que la posición de este punto, correlaciona con el cociente de masas de los halos en los extremos. Los puntos de ensilladura representan una región de particular interés ya que se piensa que están estrechamente relacionados con la adquisición de momento angular de los halos de materia oscura, como así también con los procesos de formación de las galaxias en dichos entornos. Cabe destacar que el método de identificación y los resultados anteriores fueron publicados en el trabajo Pereyra et al. (2020).

Los filamentos constituyen una de las claves para entender cómo el material se transporta y se ensambla gradualmente hacia los halos de materia oscura. Dichos objetos representan las concentraciones de mayor densidad de la red cósmica, los cuales generan los mayores pozos de potencial donde el material primordial puede agruparse para formar galaxias y otros sistemas, como grupos y cúmulos. Por ello resulta especialmente enriquecedor, profundizar en la comprensión de la conexión entre las propiedades de los halos y su entorno en gran escala, en nuestro caso en particular los pilares del capítulo 4, lo constituyen las alineaciones entre la dirección del filamento y el momento angular y la forma de los halos. En este sentido se construyó una muestra de halos en filamentos, eligiendo aquellos objetos que se encuentren a  $1 h^{-1} \text{Mpc}$  de alguna estructura filamentosa prominente. Además para explorar dependencias de la alineación con la masa de los halos se separó dicha muestra en cuatro rangos de masas. En este sentido para caracterizar las orientaciones se emplearon dos enfoques independientes, el primero consiste en medir el ángulo de alineación entre la propiedad del halo (forma ó espín) y la dirección de su filamento anfitrión, mientras que el segundo constituye una herramienta estadística más poderosa, que consiste en el cómputo de la función de correlación cruzada anisótropa halo-partícula en relación a la dirección de interés.

Al estudiar el ángulo de alineación entre los semiejes y el filamento anfitrión encontramos que los halos tienen una preferencia a tener su semieje mayor alineado con el filamento más cercano, mientras que el semieje menor exhibe una tendencia

a hallarse perpendicular al mismo. Además se analizó el alineamiento medio de estas direcciones en función de la masa del halo, encontrando que las tendencias antes mencionadas se ven acentuadas a medida que la masa del halo se incrementa. En cuanto a la dependencia de esta señal con respecto al filamento, se eligió dividir la muestra de halos de acuerdo a la masa por unidad de longitud de su filamentos anfitrión, en este caso se obtuvo que el grado de alineamiento paralelo por parte del semieje mayor del halo con la dirección del filamento se disminuye a medida que la masa por unidad de longitud del filamento aumenta, mientras que por el lado del semieje menor se tiene a su vez que la tendencia de este eje a orientarse de forma perpendicular al eje del filamento también disminuye con el aumento de  $\mu$ . A su vez cuando analizamos el alineamiento del momento angular con la dirección del filamento obtuvimos que el grado de alineación con el filamento anfitrión decrece con el aumento de la masa del halo, esto es la dirección de momento angular para halos de alta masa tiene una ligera tendencia a hallarse perpendicular en relación a su filamento más cercano, mientras que esta dirección para los halos de baja masa muestra el resultado opuesto, siendo la misma preferentemente paralela al filamento anfitrión. Este fenómeno, denominado *spin flip*, ya ha sido observado ampliamente en la literatura, no obstante todavía se encuentra en discusión cuál es el proceso físico responsable del mismo. El valor obtenido para la masa de transición entre las dos configuraciones, es de  $\sim 5 \times 10^{12} h^{-1} M_{\odot}$ . En relación a la dependencia de este fenómeno con respecto a la masa por unidad de longitud de su filamento anfitrión, no podemos realizar interpretación clara, no obstante se observa una leve tendencia a disminuir la masa de transición con la densidad lineal del filamento, lo cual también ha sido reportado en otros trabajos (por ejemplo Ganeshiah Veena et al., 2018).

El segundo de los enfoques mencionados para estudiar la alineación de los halos con su entorno a gran escala resulta de la estimación de la función de correlación anisótropa. Para contrastar las señales de alineamiento obtenidas entre la muestra de halos en filamentos, fue necesario elaborar una muestra de halos de control, que se encuentran excluidos de los entornos filamentosos. En relación al computo de la función de correlación anisótropa, en la dirección del semieje mayor del tensor de forma logramos recuperar las señales de anisotropías obtenidas por Paz et al. (2011) para la muestra de halos de control. No obstante al analizar la muestra de halos en filamentos, obtuvimos que las señales de anisotropía disminuye a grandes escalas (régimen de dos halos), esta anisotropía también fue explorada para cada una de las submuestras de halos, no hallando ninguna dependencia significativa con la masa, es decir que la muestra de halos en filamentos sigue presentando una disminución de la anisotropía a grandes escalas. Sin embargo, al separar los halos en diferentes submuestras de acuerdo con la masa por unidad de longitud de los filamentos encontramos que la señal de anisotropía para la muestra de halos en filamentos disminuye al aumentar esta propiedad de los filamentos, de donde se infiere que los procesos no lineales, como fusiones o torques tidales secundarios, quienes cumplen un rol más importante en los entornos de filamentos, son encargados de debilitar la señal de alineación general observada por Paz et al. (2011).

En relación con la estima de la función de correlación en la dirección del momento angular, hallamos que para los halos de baja masa, en el término de un

halo, la dirección perpendicular domina en anisotropía, mientras que el régimen de dos halos se produce una inversión de las funciones de correlación adquiriendo una mayor preponderancia la anisotropía en la dirección paralela. En cambio puede apreciarse, para halos de alta masa que el término de un halo siempre presenta una mayor cantidad de estructura en la dirección perpendicular al momento angular, mientras que a grandes escalas (término de dos halos) mantiene dicho comportamiento. Esto es, para halos de baja masa el momento angular tiende a apuntar preferentemente en la dirección de la estructura en gran escala, mientras que los halos más masivos tienen un comportamiento opuesto. El comportamiento captado por la función de correlación anisótropa constituye en el caso de la muestra de halos en filamentos un reflejo del mencionado fenómeno de *spin flip*, no obstante en la muestra de halos de control se observa una tendencia similar. Este resultado establece un escenario difícil de interpretar para aquellas teorías que intentan explicar el fenómeno de *spin flip*, mediante la presencia de entorno filamentoso.

Es importante destacar que las conclusiones que hemos obtenido dependen de la calidad de nuestra muestra de control, debido a que no contamos con una medida para determinar cuántos filamentos no fueron identificados o cuántos son filamentos no deseados en nuestro análisis. Es posible que halos pertenecientes a este tipo de entorno, estén afectando la precisión de las señales obtenidas.

Finalmente, el cálculo de la función de correlación en la dirección del filamento no ofrece un aporte substancial a la comprensión de los fenómenos de alineamientos, en cambio su mayor bondad radica en confirmar estadísticamente la existencia de una estructura filamentosa, corroborando de esta manera la robustez en la identificación.

Como fue mencionado anteriormente, una de las ventajas de nuestro método es su aplicabilidad a catálogos observacionales. En el último capítulo (capítulo 5), hacemos referencia a dicha aplicación utilizando dos variantes de trazadores (galaxias luminosas y grupos de galaxias) para la identificación de filamentos. Constituye un importante avance en el campo, poder realizar una comparación directa de las estructuras identificadas a través de diferentes técnicas, por ello es que nuestros catálogos de filamentos se confrontaron con los extraídos por los autores: Tempel et al. (2014c) y Martínez, Muriel y Coenda (2016), quienes identificaron filamentos con métodos diferentes al utilizado en este trabajo.

Mediante el uso de herramientas estadísticas, se estudiaron tanto las propiedades de los filamentos en sí mismos como de las galaxias que los componen, encontrando que las mismas resultaron claramente disímiles entre cada uno de los catálogos. Estas diferencias pueden ser atribuidas a las definiciones de filamentos empleadas por cada una de las técnicas. Particularmente hallamos que algoritmos, tales como el desarrollado en este trabajo, que tienen cuenta información física de las galaxias recuperan con una mayor fidelidad las características de la red filamentosa observada (Rost et al., 2020).

Los diferentes catálogos observacionales obtenidos en este trabajo abrirán el camino hacia nuevos estudios, algunos de los cuales estarán relacionados con el alineamiento de las galaxias en vinculación con sus entornos filamentosos. Dichos estudios buscarán obtener un escenario más acabado de este tipo de fenómenos.

Como trabajo a futuro se plantean diversas líneas de investigación que podrían explorarse. Por un lado, se podría estudiar las velocidades transversales en función de la longitud del filamento, lo que permitiría comprender mejor cómo la expansión en los vacíos afecta a los filamentos circundantes, especialmente aquellos que rodean a las estructuras más grandes. Esta investigación también podría arrojar luz sobre cómo varían las velocidades de los filamentos que rodean a los *voids* en contracción. Otra área de interés es la evolución del alineamiento del halo con el filamento, tanto en términos del momento angular como de forma, y cómo este alineamiento puede haber cambiado a lo largo del tiempo cósmico. Además, se sugiere investigar la influencia del torque ejercido por los cúmulos de los extremos de los filamentos en el alineamiento entre los halos y el filamento en sí mismo, así como la evolución de este torque comparándolo con la contribución de los *mergers* direccionales a lo largo del filamento. Se propone también explorar el *spin flip* en relación con otros parámetros del filamento, así como estudiar la dispersión de velocidades transversal en los filamentos menos densos para determinar si las mencionadas fusiones ocurren preferencialmente sobre el eje del filamento en estas condiciones. Estas líneas de investigación prometen contribuir significativamente al entendimiento de la estructura a gran escala del universo y los procesos dinámicos que la gobiernan.

Parte V

APÉNDICES

# a

## ALGORITMO DE KRUSKAL

---

Dado un grafo ponderado no dirigido. Deseamos encontrar un subárbol de este grafo que conecte todos sus  $N$  nodos (es decir, lo que se conoce como un árbol de expansión) y tenga el menor peso (esto es que la suma de pesos de todos sus lados sea mínima) de todos los árboles de expansión posibles. Este árbol de expansión se llama árbol de expansión mínimo, o MST (por sus siglas en inglés, *minimal spanning tree*).

La forma inmediata en que se nos puede ocurrir para encontrarlo es mediante una búsqueda exhaustiva (o fuerza bruta), sin embargo puede ser hallado de una manera más rápida. Este árbol mínimo puede ser calculado mediante un enfoque ávido (*greedy algorithm*). La idea básica es empezar con el árbol vacío e ir añadiendo un lado a la vez. La lado que escogemos es el de menor peso que no forme un ciclo en nuestro árbol. Después de agregar  $N - 1$  lados, el árbol que obtenemos es el árbol de expansión mínimo. Con esta idea surgen dos algoritmos: Prim y Kruskal, cuya diferencia básica es la forma de encontrar el lado de menor peso que vamos a añadir.

Propiedades del árbol de expansión mínimo.

- Un árbol de expansión mínimo de un grafo es único, si todos los lados tienen pesos distinto. De lo contrario, puede haber múltiples árboles de expansión mínima. (Los algoritmos *greedy* suelen generar uno de estos posibles árboles).
- En un árbol de expansión mínima de un grafo, el peso máximo de un lado es el mínimo posible de todos los árboles de expansión posibles de ese gráfico. (Esto se desprende de la validez del algoritmo de Kruskal).
- El árbol de expansión máxima (árbol de expansión cuya suma de los pesos es máxima) de un grafo se puede obtener de manera similar al árbol de expansión mínima, cambiando el signo de todos pesos de todos los lados a su opuesto y luego aplicando cualquier algoritmo para buscar el árbol de expansión mínima.

A continuación se describirá el algoritmo de Kruskal utilizado en este trabajo. En esta sección se adjunta el pseudocódigo del mismo. Supongamos que tenemos un grafo  $G$  compuesto de  $N$  nodos o vértices  $v$ , interconectados mediante  $E$  lados con pesos  $w$ , los cuales son todos diferentes. Como se mencionó anteriormente comenzamos con un árbol vacío (línea 2 en el pseudocódigo), al cual iremos añadiendo lados a medida que el algoritmo avanza. La manera usada de “controlar” que el árbol no contenga ciclos cerrados. es mediante un algoritmo Unión-Búsqueda *FIND-SET algorithm*. El cual mediante dos operaciones, búsqueda y unión, mantiene los elementos del grafo particionados en conjuntos disjuntos (no solapados).

Este tipo de algoritmo unión-búsqueda, comienzan con un primer paso de inicialización (línea 4 en el pseudocódigo), el cual consiste en iniciar una "bandera" que nos servirá para saber si dos elementos se hallan o no en el mismo conjunto.



El siguiente paso consiste en ordenar todos los lados  $E$  del grafo  $G$  en orden decreciente de acuerdo a su peso  $w$  (línea 5 en el pseudocódigo).

Finalmente se recorren todos los lados  $E$  ya ordenados en forma decreciente (línea 6 en el pseudocódigo), cada vez que se desea añadir un nuevo lado al árbol, se computa si los dos vértices  $v$  y  $u$  que componen el lado en cuestión se hallan en el mismo conjunto, mediante el algoritmo unión-búsqueda, (línea 7 en el pseudocódigo), si ambos vértices  $v$  y  $u$  pertenecen al mismo subconjunto, esto es equivalente a cerrar un ciclo en el árbol, la unión de los dos subconjuntos no se computa en caso contrario los dos subconjuntos se unen en uno solo y el correspondiente lado  $E$  es añadido al árbol (línea 8 en el pseudocódigo).

---

**Algorithm 2** Pseudo código del algoritmo de Kruskal

---

```

1: Pseudocódigo MST-KRUSKAL( $G, w$ )
2:    $A = \emptyset$ 
3:   for para cada nodo  $v \in G.V$  do
4:     MAKE-SET( $v$ )
5:   Ordenamos todos los lados  $E$  en el grafo  $G$  en forma decreciente por peso
    $w$ 
6:   for cada par de nodos  $(u, v) \in G.E$ , con peso  $w$  tomado en orden decreciente
   do
7:     if FIND-SET( $u$ )  $\neq$  FIND-SET( $v$ ) then
8:        $A = A \cup \{(u, v)\}$ 

```

---

# b

## LA TEORÍA DE TORQUE TIDAL

Consideremos un protohalo, un parche de materia que ocupa un volumen lagrangiano  $\gamma$  que terminará como un halo virializado en el presente. El momento angular es transferido hacia el protohalo colapsante mediante torques, producidos por el acoplamiento entre el tensor de forma de esta distribución de masa y el campo tidal a su alrededor, generado por las fluctuaciones vecinas.

Definimos la coordenada comóvil  $\mathbf{x} = \mathbf{r}/a(t)$  y  $\mathbf{v} = a(t)d\mathbf{x}/dt$ , donde  $\mathbf{r}$  representa las coordenadas físicas. En términos de las coordenadas lagrangianas  $\mathbf{q}$ , el momento angular en el tiempo  $t$  de un protohalo cuya masa esta encerrada en un volumen  $\gamma$  está definido como:

$$\mathbf{J}(t) = \int_{\gamma} [\mathbf{r}(\mathbf{q}, t) - \mathbf{r}_{\text{cm}}(t)] \times [\mathbf{v}(\mathbf{q}, t) - \mathbf{v}_{\text{cm}}(t)] \bar{\rho}(t) a^3(t) d^3r \quad (90)$$

En donde  $\mathbf{r}_{\text{cm}}(t)$  y  $\mathbf{v}_{\text{cm}}(t)$  son la posición y la velocidad del centro de masa al tiempo  $t$ . Reescribiendo la ecuación 90 en coordenadas comóviles, se obtiene entonces:

$$\mathbf{J}(t) = a^2(t) \int_{\gamma} [\mathbf{x}(\mathbf{q}, t) - \mathbf{x}_{\text{cm}}(t)] \times \dot{\mathbf{x}}(\mathbf{q}, t) \bar{\rho}(t) a^3(t) d^3q \quad (91)$$

Considerando la aproximación de Zel'dovich, en un régimen lineal, la posición comóvil de un elemento de masa puede ser descripta en el tiempo por su posición Lagrangiana inicial más un desplazamiento  $\mathbf{x}(\mathbf{q}, t) = \mathbf{q} + \mathbf{S}(\mathbf{q}, t)$ , el cual tiene una dependencia temporal y espacial desacoplada, es decir,  $\mathbf{S}(\mathbf{q}, t) = D(t)\mathbf{f}(\mathbf{q})$ . Se asume que la proporcionalidad entre el campo de velocidades y el potencial gravitacional  $\psi(\mathbf{q}, t)$ , se mantiene en el régimen lineal para el modo de crecimiento de fluctuaciones de densidad, esto implica que la dependencia espacial de  $\mathbf{S}(\mathbf{q}, t)$  es debida solamente a la distribución de masa circundante. De esta forma podemos escribir la coordenada comóvil del elemento de masa en la aproximación lineal como  $\mathbf{x}(\mathbf{q}, t) = D(t)\nabla\psi(\mathbf{q})$ , donde  $D(t)$  es una función que controla la evolución temporal de acuerdo al modo de crecimiento de las fluctuaciones de densidad. Podemos observar que la derivada temporal  $\dot{\mathbf{x}} = \dot{D}(t)\nabla\psi(\mathbf{q})$ , tiene la misma dirección que el desplazamiento  $\mathbf{x}(\mathbf{q}, t) - \mathbf{q} = D(t)\nabla\psi(\mathbf{q})$ , por lo que el término  $\mathbf{x}(\mathbf{q}, t) \times \dot{\mathbf{x}}(\mathbf{q}, t)$  se desvanece en la ecuación 91.

Remplazando ahora  $\dot{\mathbf{x}}(\mathbf{q}, t)$  y eliminando el término obtenemos ahora:

$$\mathbf{J}(t) = a^2(t) \dot{D}(t) \int_{\gamma} [\mathbf{q} - \mathbf{q}_{\text{cm}}] \times \nabla\psi(\mathbf{q}) \bar{\rho}(t) a^3(t) d^3q \quad (92)$$

Podemos notar que la tasa explicita de crecimiento es  $J \propto a^2(t)\dot{D}(t)$ . Luego, si asumimos que el potencial varía poco dentro del volumen  $\gamma$ , tal que pueda ser aproximado por su expansión de Taylor de segundo orden alrededor del centro de masa  $\mathbf{q}_{\text{cm}}$

$$\psi(\mathbf{q}) = \psi(\mathbf{q}_{cm}) + (q_i - q_i^{cm}) \frac{\partial \psi}{\partial q_i} \Big|_{\mathbf{q}_{cm}} + \frac{1}{2} (q_i - q_i^{cm})(q_j - q_j^{cm}) \frac{\partial^2 \psi}{\partial q_i \partial q_j} \Big|_{\mathbf{q}_{cm}} + \dots \quad (93)$$

Reemplazando en 92 y truncando la expansión hasta segundo orden, se tiene entonces que la  $i$ -ésima componente del momento angular puede ser escrita como:

$$J_i(t) = a^2(t) \dot{D}(t) \epsilon_{ijk} \frac{\partial^2 \psi}{\partial q_j \partial q_l} \Big|_{\mathbf{q}_{cm}} \times \int_{\gamma} [q_l - q_l^{cm}][q_k - q_k^{cm}] \bar{\rho}(t) a^3(t) d^3 q \quad (94)$$

Analizando detenidamente la ecuación 94 podemos ver que la integral define la componente  $I_{lk}$  del tensor de inercia del protohalo mientras que  $T_{jl} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial q_j \partial q_l} \Big|_{\mathbf{q}_{cm}}$  es la matriz hessiana del potencial gravitatorio alrededor del centro de masa  $\mathbf{q}_{cm}$ . Es decir, el primero término depende íntegramente de la distribución de materia en el interior del volumen  $\gamma$  (protohalo) mientras que el segundo término, representa el campo tidal circundante ejercido por las fluctuaciones de densidad vecinas. Notemos también que, por ejemplo en el eje principal del tensor de inercia  $J_1 \propto T_{23}(I_{33} - I_{22})$ , con similares expresiones para  $J_2$  y  $J_3$ . Solo los términos fuera de la diagonal del tensor de deformación están involucrados, esto significa que si el campo tidal y los ejes principales del protohalo están perfectamente alineados entonces el momento angular desaparece (y por lo tanto no puede crecer). Este también desaparece si el protohalo es esférico. Tenemos que solamente las partes sin traza de los dos tensores importan para el producto cruz. Con estas definiciones puede obtenerse la expresión básica de la TTT (White, 1984):

$$J_i(t) = a^2(t) \dot{D}(t) \epsilon_{ijk} T_{jl} I_{lk} \quad (95)$$

De esta manera, la ecuación anterior expresa que el momento angular trasferido al protohalo surge como consecuencia de la desalineación entre los ejes de estos tensores,  $I$  y  $T$ . Por lo tanto a primer orden, el torque neto depende de la forma del protohalo, del campo tidal externo y de la desviación entre ambos. Debe tenerse en cuenta que los efectos tidales del campo de densidad circundante no sólo afectan al protohalo sino que además deforman el parche de materia, por lo cual un tratamiento puramente analítico del problema resulta ser más complicado.

A pesar de los efectos no lineales inherentes al problema, la teoría de TTT nos permite hacer predicciones acerca de la evolución del momento angular. Considerando una cosmología plana, en un régimen dominado por materia como la del universo primitivo donde comenzaron a crecer las perturbaciones, entonces la evolución temporal de las fluctuaciones de densidad viene dada por el modelo de Einstein-de Sitter por lo cual  $D(t) \propto a(t)$ , mientras que  $a(t) \propto t^{2/3}$ , también tenemos que  $\dot{D}(t) \propto t^{-1/3}$ . Es decir que la TTT predice un crecimiento del momento angular  $J \propto a^{3/2}$ .

Esta ganancia neta de momento angular solamente ocurre durante a fase de crecimiento lineal o cuasi-lineal de las perturbaciones (valida de la aproximación de Zel'dovich), en esta etapa el torque se produce al mismo tiempo que el protohalo se expande junto con el universo y crece como  $J \propto a^{3/2}$ . Sin embargo, cuando el

halo se desacopla de la expansión general de Hubble, conocido como punto de *turnaround*, la influencia del campo tidal circundante deja de ser significativa y el mecanismo de torque tidal pierde eficacia. Es decir que en un escenario ideal, en donde el origen de la rotación de un halo se deba exclusivamente a la TTT, luego del punto de *turnaround* el momento angular debería dejar de crecer y mantenerse constante

## PUBLICACIONES

---

- *"A comparison of cosmological filaments catalogues"*  
Rost A., Stasyszyn F., Pereyra L., Martínez H. J., 2020, MNRAS, 493, 1936.
- *"Detection and analysis of cluster-cluster filaments"*, Pereyra, L. A., Sgró, M. A., Merchán, M. E., Stasyszyn, F. A., & Paz, D. J. 2020, MNRAS, 499, 4876.

## BIBLIOGRAFÍA

---

- Abazajian, Kevork N. et al. (2009). «The Seventh Data Release of the Sloan Digital Sky Survey». En: *ApJS* 182.2, págs. 543-558. DOI: [10.1088/0067-0049/182/2/543](https://doi.org/10.1088/0067-0049/182/2/543). arXiv: [0812.0649 \[astro-ph\]](https://arxiv.org/abs/0812.0649) (vid. pág. 90).
- Adami, C. y A. Mazure (1999). «The use of minimal spanning tree to characterize the 2D cluster galaxy distribution». En: *A&AS* 134, págs. 393-400. DOI: [10.1051/aas:1999145](https://doi.org/10.1051/aas:1999145) (vid. pág. 28).
- Aihara, H., C. Allende Prieto, D. An, S. F. Anderson, É. Aubourg, E. Balbinot, T. C. Beers, J. Bovy y et al. (abr. de 2011). «The Eighth Data Release of the Sloan Digital Sky Survey: First Data from SDSS-III». En: *ApJS* 193, 29, pág. 29. DOI: [10.1088/0067-0049/193/2/29](https://doi.org/10.1088/0067-0049/193/2/29). arXiv: [1101.1559 \[astro-ph.IM\]](https://arxiv.org/abs/1101.1559) (vid. pág. 90).
- Akamatsu, H., Y. Fujita, T. Akahori, Y. Ishisaki, K. Hayashida, A. Hoshino, F. Merrier, K. Yoshikawa, K. Sato y J. S. Kaastra (2017). «Properties of the cosmological filament between two clusters: A possible detection of a large-scale accretion shock by Suzaku». En: *A&A* 606, A1, A1. DOI: [10.1051/0004-6361/201730497](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201730497). arXiv: [1704.05843 \[astro-ph.HE\]](https://arxiv.org/abs/1704.05843) (vid. pág. 18).
- Alam, S. et al. (jul. de 2015). «The Eleventh and Twelfth Data Releases of the Sloan Digital Sky Survey: Final Data from SDSS-III». En: *ApJS* 219, 12, pág. 12. DOI: [10.1088/0067-0049/219/1/12](https://doi.org/10.1088/0067-0049/219/1/12). arXiv: [1501.00963 \[astro-ph.IM\]](https://arxiv.org/abs/1501.00963) (vid. págs. 86, 91-93).
- Albareti, Franco D. et al. (2016). *The Thirteenth Data Release of the Sloan Digital Sky Survey: First Spectroscopic Data from the SDSS-IV Survey Mapping Nearby Galaxies at Apache Point Observatory*. arXiv: [1608.02013](https://arxiv.org/abs/1608.02013) (vid. pág. 15).
- Alpaslan, M. et al. (feb. de 2014). «Galaxy And Mass Assembly (GAMA): the large-scale structure of galaxies and comparison to mock universes». En: *MNRAS* 438, págs. 177-194. DOI: [10.1093/mnras/stt2136](https://doi.org/10.1093/mnras/stt2136). arXiv: [1311.1211 \[astro-ph.CO\]](https://arxiv.org/abs/1311.1211) (vid. págs. 18, 21, 28, 82).
- Alpaslan, Mehmet, Meiert Grootes, Pamela M. Marcum, Cristina Popescu, Richard Tuffs, Joss Bland-Hawthorn, Sarah Brough, Michael J. I. Brown, Luke J. M. Davies y Simon P. Driver (2016). «Galaxy And Mass Assembly (GAMA): stellar mass growth of spiral galaxies in the cosmic web». En: *MNRAS* 457.3, págs. 2287-2300. DOI: [10.1093/mnras/stw134](https://doi.org/10.1093/mnras/stw134). arXiv: [1601.03391 \[astro-ph.GA\]](https://arxiv.org/abs/1601.03391) (vid. pág. 17).
- Aragón-Calvo, M. A., B. J. T. Jones, R. van de Weygaert y J. M. van der Hulst (oct. de 2007a). «The multiscale morphology filter: identifying and extracting spatial patterns in the galaxy distribution». En: *Å* 474, págs. 315-338. DOI: [10.1051/0004-6361:20077880](https://doi.org/10.1051/0004-6361:20077880). arXiv: [0705.2072](https://arxiv.org/abs/0705.2072) (vid. pág. 21).
- Aragón-Calvo, M. A., R. van de Weygaert y B. J. T. Jones (nov. de 2010). «Multiscale phenomenology of the cosmic web». En: *MNRAS* 408, págs. 2163-2187. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2010.17263.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2010.17263.x). arXiv: [1007.0742](https://arxiv.org/abs/1007.0742) (vid. págs. 33, 45, 50).
- Aragón-Calvo, M. A. y L. F. Yang (2014). «The hierarchical nature of the spin alignment of dark matter haloes in filaments.» En: *MNRAS* 440, págs. L46-L50. DOI: [10.1093/mnrasl/slu009](https://doi.org/10.1093/mnrasl/slu009). arXiv: [1303.1590 \[astro-ph.CO\]](https://arxiv.org/abs/1303.1590) (vid. págs. 16, 50, 57, 76).

- Aragon-Calvo, Miguel, Mark Neyrinck y Joseph Silk (2016). *How Cosmic Web Detachment Drives Galaxy Quenching*. Inf. téc. July. arXiv: [1607.07881](https://arxiv.org/abs/1607.07881) (vid. pág. 17).
- Aragón-Calvo, Miguel A., Rien van de Weygaert, Bernard J. T. Jones y J. M. van der Hulst (2007b). «Spin Alignment of Dark Matter Halos in Filaments and Walls». En: *ApJ* 655.1, págs. L5-L8. DOI: [10.1086/511633](https://doi.org/10.1086/511633). arXiv: [astro-ph/0610249](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0610249) [[astro-ph](https://arxiv.org/abs/astro-ph)] (vid. págs. 16, 67, 76).
- Audit, E., R. Teyssier y J. M. Alimi (1997). «Non-linear dynamics and mass function of cosmic structures. I. Analytical results.» En: *ApJ* 325, págs. 439-449. eprint: [arXiv:astro-ph/9704023](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9704023) (vid. pág. 24).
- Bacon, R. et al. (mar. de 2021). «The MUSE Extremely Deep Field: The cosmic web in emission at high redshift». En: *A&A* 647, A107, A107. DOI: [10.1051/0004-6361/202039887](https://doi.org/10.1051/0004-6361/202039887). arXiv: [2102.05516](https://arxiv.org/abs/2102.05516) [[astro-ph.C0](https://arxiv.org/abs/astro-ph.C0)] (vid. pág. 18).
- Bailin, Jeremy y Matthias Steinmetz (2005). «Internal and External Alignment of the Shapes and Angular Momenta of  $\Lambda$ CDM Halos». En: *ApJ* 627.2, págs. 647-665. DOI: [10.1086/430397](https://doi.org/10.1086/430397). arXiv: [astro-ph/0408163](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0408163) [[astro-ph](https://arxiv.org/abs/astro-ph)] (vid. pág. 63).
- Bardeen, J. M., J. R. Bond, N. Kaiser y A. S. Szalay (1986). «The Statistics of Peaks of Gaussian Random Fields». En: *ApJ* 304, pág. 15. DOI: [10.1086/164143](https://doi.org/10.1086/164143) (vid. pág. 60).
- Barnes, J. y G. Efstathiou (ago. de 1987a). «Angular momentum from tidal torques». En: *ApJ* 319, págs. 575-600. DOI: [10.1086/165480](https://doi.org/10.1086/165480) (vid. pág. 59).
- Barnes, Josh y Piet Hut (dic. de 1986). «A hierarchical  $O(N \log N)$  force-calculation algorithm». En: *Nature* 324.6096, págs. 446-449. DOI: [10.1038/324446a0](https://doi.org/10.1038/324446a0) (vid. pág. 22).
- Barnes, Joshua y George Efstathiou (1987b). «Angular Momentum from Tidal Torques». En: *ApJ* 319, pág. 575. DOI: [10.1086/165480](https://doi.org/10.1086/165480) (vid. pág. 58).
- Barrow, J. D., S. P. Bhavsar y D. H. Sonoda (sep. de 1985). «Minimal spanning trees, filaments and galaxy clustering». En: *MNRAS* 216, págs. 17-35. DOI: [10.1093/mnras/216.1.17](https://doi.org/10.1093/mnras/216.1.17) (vid. págs. 18, 21, 28, 34).
- Bastian, N., B. Ercolano, M. Gieles, E. Rosolowsky, R. A. Scheepmaker, R. Gutermuth y Yu. Efremov (2007). «Hierarchical star formation in M33: fundamental properties of the star-forming regions». En: *MNRAS* 379.4, págs. 1302-1312. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2007.12064.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2007.12064.x). arXiv: [0706.0495](https://arxiv.org/abs/0706.0495) [[astro-ph](https://arxiv.org/abs/astro-ph)] (vid. pág. 27).
- Bastian, Nate, Mark Gieles, Barbara Ercolano y Rob Gutermuth (2009). «The spatial evolution of stellar structures in the Large Magellanic Cloud». En: *MNRAS* 392.2, págs. 868-878. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2008.14107.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2008.14107.x). arXiv: [0809.1943](https://arxiv.org/abs/0809.1943) [[astro-ph](https://arxiv.org/abs/astro-ph)] (vid. pág. 27).
- Beerer, I. M. et al. (2010). «A Spitzer View of Star Formation in the Cygnus X North Complex». En: *ApJ* 720.1, págs. 679-693. DOI: [10.1088/0004-637X/720/1/679](https://doi.org/10.1088/0004-637X/720/1/679). arXiv: [1007.2112](https://arxiv.org/abs/1007.2112) [[astro-ph.SR](https://arxiv.org/abs/astro-ph.SR)] (vid. pág. 27).
- Behroozi, Peter S., Charlie Conroy y Risa H. Wechsler (2010). «A Comprehensive Analysis of Uncertainties Affecting the Stellar Mass-Halo Mass Relation for  $0 < z < 4$ ». En: *ApJ* 717.1, págs. 379-403. DOI: [10.1088/0004-637X/717/1/379](https://doi.org/10.1088/0004-637X/717/1/379). arXiv: [1001.0015](https://arxiv.org/abs/1001.0015) [[astro-ph.C0](https://arxiv.org/abs/astro-ph.C0)] (vid. pág. 95).
- Bett, P., V. Eke, C. S. Frenk, A. Jenkins, J. Helly y J. Navarro (mar. de 2007). «The spin and shape of dark matter haloes in the Millennium simulation of a  $\Lambda$  cold



- dark matter universe». En: *MNRAS* 376, págs. 215-232. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2007.11432.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2007.11432.x). eprint: [arXiv:astro-ph/0608607](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0608607) (vid. pág. 62).
- Bhavsar, Suketu P. y E. Nigel Ling (1988a). «Are the Filaments Real?». En: *ApJ* 331, pág. L63. DOI: [10.1086/185236](https://doi.org/10.1086/185236) (vid. pág. 28).
- Bhavsar, Suketu P. y E. Nigel Ling (1988b). «II. Large-Scale Distribution of Galaxies: Filamentary Structure and Visual Bias». En: *PASP* 100, pág. 1314. DOI: [10.1086/132325](https://doi.org/10.1086/132325) (vid. pág. 28).
- Bhavsar, Suketu P. y Randall J. Splinter (1996). «The superiority of the minimal spanning tree in percolation analyses of cosmological data sets». En: *MNRAS* 282.4, págs. 1461-1466. DOI: [10.1093/mnras/282.4.1461](https://doi.org/10.1093/mnras/282.4.1461). arXiv: [astro-ph/9605179](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9605179) [[astro-ph](https://arxiv.org/abs/astro-ph)] (vid. págs. 18, 21).
- Blanton, M. R., D. Eisenstein, D. W. Hogg, D. J. Schlegel y J. Brinkmann (ago. de 2005). «Relationship between Environment and the Broadband Optical Properties of Galaxies in the Sloan Digital Sky Survey». En: *ApJ* 629, págs. 143-157. DOI: [10.1086/422897](https://doi.org/10.1086/422897). eprint: [astro-ph/0310453](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0310453) (vid. págs. 107, 108).
- Bond, J. Richard, Lev Kofman y Dmitry Pogosyan (abr. de 1996). «How filaments of galaxies are woven into the cosmic web». En: *Nature* 380, págs. 603-606. DOI: [10.1038/380603a0](https://doi.org/10.1038/380603a0). arXiv: [astro-ph/9512141](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9512141) [[astro-ph](https://arxiv.org/abs/astro-ph)] (vid. págs. 14, 50, 60, 107, 112).
- Bond, N. A., M. A. Strauss y R. Cen (nov. de 2010). «Crawling the cosmic network: identifying and quantifying filamentary structure». En: *MNRAS* 409, págs. 156-168. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2010.17307.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2010.17307.x). arXiv: [1003.3237](https://arxiv.org/abs/1003.3237) (vid. págs. 41, 82).
- Bond, Nicholas A., Michael A. Strauss y Renyue Cen (2010). «Crawling the cosmic network: Exploring the morphology of structure in the galaxy distribution». En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 406.3, págs. 1609-1628. ISSN: 00358711. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2010.16823.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2010.16823.x). arXiv: [arXiv:0903.3601v2](https://arxiv.org/abs/0903.3601v2) (vid. pág. 19).
- Bonjean, V., N. Aghanim, M. Douspis, N. Malavasi y H. Tanimura (jun. de 2020). «Filament profiles from WISExSCOS galaxies as probes of the impact of environmental effects». En: *A&A* 638, A75, A75. DOI: [10.1051/0004-6361/201937313](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201937313). arXiv: [1912.06559](https://arxiv.org/abs/1912.06559) [[astro-ph.C0](https://arxiv.org/abs/astro-ph.C0)] (vid. págs. 108, 112).
- Bonjean, V., N. Aghanim, P. Salomé, M. Douspis y A. Beelen (ene. de 2018). «Gas and galaxies in filaments between clusters of galaxies. The study of A399-A401». En: *A&A* 609, A49, A49. DOI: [10.1051/0004-6361/201731699](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201731699). arXiv: [1710.08699](https://arxiv.org/abs/1710.08699) [[astro-ph.C0](https://arxiv.org/abs/astro-ph.C0)] (vid. pág. 18).
- Bonnaire, Tony, Nabila Aghanim, Aurélien Decelle y Marian Douspis (mayo de 2020). «T-ReX: a graph-based filament detection method». En: *A&A* 637, A18, A18. DOI: [10.1051/0004-6361/201936859](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201936859). arXiv: [1912.00732](https://arxiv.org/abs/1912.00732) [[astro-ph.C0](https://arxiv.org/abs/astro-ph.C0)] (vid. págs. 33, 34).
- Borůvka, Otakar (1926). «O jistém problému minimálním». Checo. En: *Práce moravské přírodovědecké společnosti* 3, págs. 37-58 (vid. pág. 27).
- Bos, E. G.Patrick, Rien van de Weygaert, Klaus Dolag y Valeria Pettorino (2012). «The darkness that shaped the void: Dark energy and cosmic voids». En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 426.1, págs. 440-461. ISSN: 00358711. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2012.21478.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2012.21478.x). arXiv: [1205.4238](https://arxiv.org/abs/1205.4238) (vid. pág. 15).

- Buehlmann, Michael y Oliver Hahn (jul. de 2019). «Large-scale velocity dispersion and the cosmic web». En: *MNRAS* 487.1, págs. 228-245. DOI: [10.1093/mnras/stz1243](https://doi.org/10.1093/mnras/stz1243). arXiv: [1812.07489](https://arxiv.org/abs/1812.07489) [astro-ph.CO] (vid. pág. 52).
- Bullock, J. S., A. Dekel, T. S. Kolatt, A. V. Kravtsov, A. A. Klypin, C. Porciani y J. R. Primack (jul. de 2001). «A Universal Angular Momentum Profile for Galactic Halos». En: *ApJ* 555, págs. 240-257. DOI: [10.1086/321477](https://doi.org/10.1086/321477). eprint: [arXiv:astro-ph/0011001](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0011001) (vid. págs. 59, 60).
- Bykov, A. M., F. B. S. Paerels y V. Petrosian (feb. de 2008). «Equilibration Processes in the Warm-Hot Intergalactic Medium». En: *Space Sci. Rev.* 134.1-4, págs. 141-153. DOI: [10.1007/s11214-008-9309-4](https://doi.org/10.1007/s11214-008-9309-4). arXiv: [0801.1008](https://arxiv.org/abs/0801.1008) [astro-ph] (vid. pág. 18).
- Catelan, Paolo y Tom Theuns (1996). «Evolution of the angular momentum of protogalaxies from tidal torques: Zel'dovich approximation». En: *MNRAS* 282.2, págs. 436-454. DOI: [10.1093/mnras/282.2.436](https://doi.org/10.1093/mnras/282.2.436). arXiv: [astro-ph/9604077](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9604077) [astro-ph] (vid. pág. 57).
- Cautun, Marius, Sownak Bose, Carlos S. Frenk, Qi Guo, Jiaxin Han, Wojciech A. Hellwing, Till Sawala y Wenting Wang (2015). «Planes of satellite galaxies: When exceptions are the rule». En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 452.4, págs. 3838-3852. ISSN: 13652966. DOI: [10.1093/mnras/stv1557](https://doi.org/10.1093/mnras/stv1557). arXiv: [1506.04151](https://arxiv.org/abs/1506.04151) (vid. pág. 16).
- Cautun, Marius, Rien van de Weygaert y Bernard J. T. Jones (feb. de 2013). «NEXUS: tracing the cosmic web connection». En: *MNRAS* 429, págs. 1286-1308. DOI: [10.1093/mnras/sts416](https://doi.org/10.1093/mnras/sts416). arXiv: [1209.2043](https://arxiv.org/abs/1209.2043) [astro-ph.CO] (vid. págs. 19, 21, 31, 44, 45, 47).
- Cautun, Marius, Rien van de Weygaert, Bernard J. T. Jones y Carlos S. Frenk (jul. de 2014). «Evolution of the cosmic web». En: *MNRAS* 441, págs. 2923-2973. DOI: [10.1093/mnras/stu768](https://doi.org/10.1093/mnras/stu768). arXiv: [1401.7866](https://arxiv.org/abs/1401.7866) [astro-ph.CO] (vid. págs. 16, 17, 42).
- Ceccarelli, L., D. Paz, M. Lares, N. Padilla y D. G. Lambas (sep. de 2013). «Clues on void evolution - I. Large-scale galaxy distributions around voids». En: *MNRAS* 434, págs. 1435-1442. DOI: [10.1093/mnras/stt1097](https://doi.org/10.1093/mnras/stt1097). arXiv: [1306.5798](https://arxiv.org/abs/1306.5798) (vid. pág. 50).
- Ceccarelli, Laura, Dante J. Paz, Nelson Padilla y Diego G. Lambas (2011). «Large-scale anisotropies on halo infall». En: *MNRAS* 412.3, págs. 1778-1786. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2010.18014.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2010.18014.x). arXiv: [1011.2494](https://arxiv.org/abs/1011.2494) [astro-ph.CO] (vid. pág. 56).
- Cen, Renyue y Jeremiah P. Ostriker (mar. de 1999). «Where Are the Baryons?» En: *ApJ* 514.1, págs. 1-6. DOI: [10.1086/306949](https://doi.org/10.1086/306949). arXiv: [astro-ph/9806281](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9806281) [astro-ph] (vid. pág. 18).
- Centrella, J y A. L. Melott (1983). «Three-dimensional simulation of large-scale structure in the universe». En: *Nature* 305, págs. 196-198 (vid. pág. 14).
- Chen, Y.-C., S. Ho, P. E. Freeman, C. R. Genovese y L. Wasserman (nov. de 2015). «Cosmic web reconstruction through density ridges: method and algorithm». En: *MNRAS* 454, págs. 1140-1156. DOI: [10.1093/mnras/stv1996](https://doi.org/10.1093/mnras/stv1996). arXiv: [1501.05303](https://arxiv.org/abs/1501.05303) (vid. pág. 21).
- Codis, Sandrine, Christophe Pichon, Julien Devriendt, Adrienne Slyz, Dmitry Pogosyan, Yohan Dubois y Thierry Sousbie (2012). «Connecting the cosmic web

- to the spin of dark haloes : implications for galaxy formation». En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 427, págs. 3320-3336. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2012.21636.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2012.21636.x) (vid. págs. [16](#), [41](#), [57](#), [58](#), [67](#), [76](#)).
- Codis, Sandrine, Christophe Pichon y Dmitry Pogosyan (2015). «Spin alignments within the cosmic web: a theory of constrained tidal torques near filaments». En: *MNRAS* 452.4, págs. 3369-3393. DOI: [10.1093/mnras/stv1570](https://doi.org/10.1093/mnras/stv1570). arXiv: [1504.06073](https://arxiv.org/abs/1504.06073) [[astro-ph.CO](#)] (vid. págs. [16](#), [41](#), [47](#), [51](#), [55](#), [76](#)).
- Colberg, J. M. (feb. de 2007). «Quantifying cosmic superstructures». En: *MNRAS* 375, págs. 337-347. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2006.11312.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2006.11312.x). eprint: [astro-ph/0611641](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0611641) (vid. págs. [18](#), [21](#), [28](#)).
- Colberg, Jörg M., K. Simon Krughoff y Andrew J. Connolly (mayo de 2005). «Inter-cluster filaments in a  $\Lambda$ CDM Universe». En: *MNRAS* 359, págs. 272-282. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2005.08897.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2005.08897.x). arXiv: [astro-ph/0406665](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0406665) [[astro-ph](#)] (vid. págs. [18](#), [21](#), [29](#), [33](#), [45](#), [50](#), [107](#), [114](#)).
- Colberg, Jorg M. et al. (2008). «The Aspen-Amsterdam void finder comparison project». En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 387.2, págs. 933-944. ISSN: 00358711. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2008.13307.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2008.13307.x). arXiv: [0803.0918](https://arxiv.org/abs/0803.0918) (vid. pág. [15](#)).
- Cole, S. y C. Lacey (jul. de 1996a). «The structure of dark matter haloes in hierarchical clustering models». En: *MNRAS* 281, pág. 716. eprint: [arXiv:astro-ph/9510147](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9510147) (vid. pág. [59](#)).
- Cole, Shaun y Cedric Lacey (1996b). «The structure of dark matter haloes in hierarchical clustering models». En: *MNRAS* 281, pág. 716. DOI: [10.1093/mnras/281.2.716](https://doi.org/10.1093/mnras/281.2.716). arXiv: [astro-ph/9510147](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9510147) [[astro-ph](#)] (vid. pág. [62](#)).
- Collister, A. et al. (feb. de 2007). «MegaZ-LRG: a photometric redshift catalogue of one million SDSS luminous red galaxies». En: *MNRAS* 375, págs. 68-76. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2006.11305.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2006.11305.x). eprint: [astro-ph/0607630](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0607630) (vid. pág. [87](#)).
- Conroy, Charlie, Risa H. Wechsler y Andrey V. Kravtsov (2006). «Modeling Luminosity-dependent Galaxy Clustering through Cosmic Time». En: *ApJ* 647.1, págs. 201-214. DOI: [10.1086/503602](https://doi.org/10.1086/503602). arXiv: [astro-ph/0512234](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0512234) [[astro-ph](#)] (vid. pág. [95](#)).
- Correa, Carlos M., Dante J. Paz, Nelson D. Padilla, Andrés N. Ruiz, Raúl E. Angulo y Ariel G. Sánchez (jun. de 2019). «Non-fiducial cosmological test from geometrical and dynamical distortions around voids». En: *MNRAS* 485.4, págs. 5761-5772. DOI: [10.1093/mnras/stz2821](https://doi.org/10.1093/mnras/stz2821). arXiv: [1811.12251](https://arxiv.org/abs/1811.12251) [[astro-ph.CO](#)] (vid. pág. [15](#)).
- Couchman, H. M. P. (1991). «Mesh-refined P<sub>3</sub>M: A Fast Adaptive N-Body Algorithm». En: *ApJ* 368, pág. L23. DOI: [10.1086/185939](https://doi.org/10.1086/185939) (vid. pág. [22](#)).
- Cristofari, P. y J. P. Ostriker (2019). «Abundance matching for low-mass galaxies in the CDM and FDM models». En: *MNRAS* 482.4, págs. 4364-4371. DOI: [10.1093/mnras/sty2966](https://doi.org/10.1093/mnras/sty2966). arXiv: [1810.12891](https://arxiv.org/abs/1810.12891) [[astro-ph.GA](#)] (vid. pág. [95](#)).
- Cui, Weiguang, Alexander Knebe, Gustavo Yepes, Xiaohu Yang, Stefano Borgani, Xi Kang, Chris Power y Lister Staveley-Smith (ene. de 2018). «The large-scale environment from cosmological simulations - I. The baryonic cosmic web». En: *MNRAS* 473.1, págs. 68-79. DOI: [10.1093/mnras/stx2323](https://doi.org/10.1093/mnras/stx2323). arXiv: [1708.02302](https://arxiv.org/abs/1708.02302) [[astro-ph.CO](#)] (vid. pág. [16](#)).
- Cui, Weiguang et al. (mayo de 2019). «The large-scale environment from cosmological simulations II: The redshift evolution and distributions of baryons». En:

- MNRAS* 485.2, págs. 2367-2379. DOI: [10.1093/mnras/stz565](https://doi.org/10.1093/mnras/stz565). arXiv: [1902.09522](https://arxiv.org/abs/1902.09522) [astro-ph.CO] (vid. pág. 16).
- Danovich, M, A Dekel, O Hahn, D Ceverino y J Primack (2015). «Four phases of angular-momentum buildup in high- $z$  galaxies: from cosmic-web streams through an extended ring to disc and bulge». En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 449, págs. 2087-2111. DOI: [10.1093/mnras/stv270](https://doi.org/10.1093/mnras/stv270). arXiv: [1407.7129](https://arxiv.org/abs/1407.7129) (vid. pág. 17).
- Darvish, Behnam, Bahram Mobasher, David Sobral, Shoubaneh Hemmati, Hooshang Nayyeri e Irene Shivaie (dic. de 2015). «Spectroscopic Study of Star-forming Galaxies in Filaments and the Field at  $z \sim 0.5$ : Evidence for Environmental Dependence of Electron Density». En: *ApJ* 814.2, 84, pág. 84. DOI: [10.1088/0004-637X/814/2/84](https://doi.org/10.1088/0004-637X/814/2/84). arXiv: [1510.05009](https://arxiv.org/abs/1510.05009) [astro-ph.GA] (vid. pág. 17).
- Davé, Romeel, Renyue Cen, Jeremiah P. Ostriker, Greg L. Bryan, Lars Hernquist, Neal Katz, David H. Weinberg, Michael L. Norman y Brian O'Shea (mayo de 2001). «Baryons in the Warm-Hot Intergalactic Medium». En: *ApJ* 552.2, págs. 473-483. DOI: [10.1086/320548](https://doi.org/10.1086/320548). arXiv: [astro-ph/0007217](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0007217) [astro-ph] (vid. pág. 18).
- Davis, M., G. Efstathiou, C. S. Frenk y S. D. M. White (mayo de 1985). «The evolution of large-scale structure in a universe dominated by cold dark matter». En: *ApJ* 292, págs. 371-394. DOI: [10.1086/163168](https://doi.org/10.1086/163168) (vid. pág. 15).
- Davis, M., G. Efstathiou, C. S. Frenk y S. D. M. White (1985). «The evolution of large-scale structure in a universe dominated by cold dark matter». En: *ApJ* 292, págs. 371-394. DOI: [10.1086/163168](https://doi.org/10.1086/163168) (vid. pág. 24).
- Davis, M. y P. J. E. Peebles (1983). «A survey of galaxy redshifts. V. The two-point position and velocity correlations.» En: *ApJ* 267, págs. 465-482. DOI: [10.1086/160884](https://doi.org/10.1086/160884) (vid. pág. 68).
- Davis, Tamara M. y Morag I. Scrimgeour (2014). «Deriving accurate peculiar velocities (even at high redshift)». En: *MNRAS* 442.2, págs. 1117-1122. DOI: [10.1093/mnras/stu920](https://doi.org/10.1093/mnras/stu920). arXiv: [1405.0105](https://arxiv.org/abs/1405.0105) [astro-ph.CO] (vid. pág. 87).
- de Lapparent, V., M. J. Geller y J. P. Huchra (1986). «A Slice of the Universe». En: *ApJ* 302, pág. L1. DOI: [10.1086/184625](https://doi.org/10.1086/184625) (vid. pág. 14).
- De Lucia, G., G. Kauffmann, V. Springel, S. D. M. White, B. Lanzoni, F. Stoehr, G. Tormen y N. Yoshida (2004). «Substructures in cold dark matter haloes». En: *MNRAS* 348.1, págs. 333-344. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2004.07372.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2004.07372.x). arXiv: [astro-ph/0306205](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0306205) [astro-ph] (vid. pág. 92).
- Dekel, Avishai, Re'Em Sari y Daniel Ceverino (2009). «Formation of massive galaxies at high redshift: Cold streams, clumpy disks, and compact spheroids». En: *ApJ* 703.1, págs. 785-801. ISSN: 15384357. DOI: [10.1088/0004-637X/703/1/785](https://doi.org/10.1088/0004-637X/703/1/785). arXiv: [0901.2458](https://arxiv.org/abs/0901.2458) (vid. pág. 17).
- Delaunay, Boris (1934). «Sur la sphère vide». En: *Izv. Akad. Nauk SSSR, Otdelenie Matematicheskii i Estestvennyka Nauk* 7, págs. 793-800 (vid. pág. 27).
- Dierckx, P. (1993). *Curve and surface fitting with splines*. Clarendon Press (vid. pág. 35).
- Dolag, K., S. Borgani, G. Murante y V. Springel (2009). «Substructures in hydrodynamical cluster simulations». En: *MNRAS* 399.2, págs. 497-514. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2009.15034.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2009.15034.x). arXiv: [0808.3401](https://arxiv.org/abs/0808.3401) [astro-ph] (vid. pág. 92).
- Dolag, K., M. Meneghetti, L. Moscardini, E. Rasia y A. Bonaldi (ago. de 2006). «Simulating the physical properties of dark matter and gas inside the cosmic

- web». En: *MNRAS* 370, págs. 656-672. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2006.10511.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2006.10511.x). eprint: [astro-ph/0511357](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0511357) (vid. pág. 45).
- Doroshkevich, A., D. L. Tucker, S. Allam y M. J. Way (2004). «Large scale structure in the SDSS galaxy survey». En: *A&A* 418, págs. 7-23. DOI: [10.1051/0004-6361:20031780](https://doi.org/10.1051/0004-6361:20031780). arXiv: [astro-ph/0307233](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0307233) [[astro-ph](#)] (vid. pág. 28).
- Doroshkevich, A G (1970). «Spatial structure of perturbations and origin of galactic rotation in fluctuation theory». En: *Astrophysics* 6.4, págs. 320-330. ISSN: 1573-8191. DOI: [10.1007/BF01001625](https://doi.org/10.1007/BF01001625) (vid. pág. 57).
- Dressler, A. (mar. de 1980). «Galaxy morphology in rich clusters - Implications for the formation and evolution of galaxies». En: *ApJ* 236, págs. 351-365. DOI: [10.1086/157753](https://doi.org/10.1086/157753) (vid. págs. 107, 108).
- Efstathiou, G. y B. J. T. Jones (1979). «The rotation of galaxies: numerical investigations of the tidal torque theory.» En: *MNRAS* 186, págs. 133-144. DOI: [10.1093/mnras/186.2.133](https://doi.org/10.1093/mnras/186.2.133) (vid. pág. 58).
- Einstein, A. (1915). «Die Feldgleichungen der Gravitation». En: *Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften (Berlin)*, Seite 844-847., págs. 844-847 (vid. pág. 4).
- Eisenstein, Daniel J., Abraham Loeb y Edwin L. Turner (feb. de 1997). «Dynamical Mass Estimates of Large-Scale Filaments in Redshift Surveys». En: *ApJ* 475, págs. 421-428. DOI: [10.1086/303572](https://doi.org/10.1086/303572). arXiv: [astro-ph/9605126](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9605126) [[astro-ph](#)] (vid. págs. 52, 54, 56, 115).
- Falck, B. y M. C. Neyrinck (2015). «The persistent percolation of single-stream voids». En: *MNRAS* 450.3, págs. 3239-3253. DOI: [10.1093/mnras/stv879](https://doi.org/10.1093/mnras/stv879). arXiv: [1410.4751](https://arxiv.org/abs/1410.4751) [[astro-ph.CO](#)] (vid. pág. 21).
- Falck, Bridget L., Mark C. Neyrinck y Alexander S. Szalay (2012). «ORIGAMI: Delineating Halos Using Phase-space Folds». En: *ApJ* 754.2, 126, pág. 126. DOI: [10.1088/0004-637X/754/2/126](https://doi.org/10.1088/0004-637X/754/2/126). arXiv: [1201.2353](https://arxiv.org/abs/1201.2353) [[astro-ph.CO](#)] (vid. págs. 19, 21).
- Faltenbacher, A., S. Gottlöber, M. Kerscher y V. Müller (2002). «Correlations in the orientations of galaxy clusters». En: *A&A* 395, págs. 1-9. DOI: [10.1051/0004-6361:20021263](https://doi.org/10.1051/0004-6361:20021263). arXiv: [astro-ph/0209029](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0209029) [[astro-ph](#)] (vid. pág. 62).
- Faltenbacher, Andreas, Brandon Allgood, Stefan Gottlöber, Gustavo Yepes y Yehuda Hoffman (2005). «Imprints of mass accretion on properties of galaxy clusters». En: *MNRAS* 362.3, págs. 1099-1108. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2005.09386.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2005.09386.x). arXiv: [astro-ph/0501452](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0501452) [[astro-ph](#)] (vid. pág. 58).
- Fernández Lorenzo, M., J. Sulentic, L. Verdes-Montenegro, J. E. Ruiz, J. Sabater y S. Sánchez (abr. de 2012). «The AMIGA sample of isolated galaxies. X. A first look at isolated galaxy colors». En: *A&A* 540, A47, A47. DOI: [10.1051/0004-6361/201118660](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201118660). arXiv: [1201.5834](https://arxiv.org/abs/1201.5834) [[astro-ph.CO](#)] (vid. pág. 107).
- Forero-Romero, J. E., Y. Hoffman, S. Gottlöber, A. Klypin y G. Yepes (jul. de 2009). «A dynamical classification of the cosmic web». En: *MNRAS* 396, págs. 1815-1824. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2009.14885.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2009.14885.x). arXiv: [0809.4135](https://arxiv.org/abs/0809.4135) (vid. págs. 19, 21).
- Forero-Romero, Jaime E. y Roberto E. Gonzalez (2014). «The Local Group in the cosmic web». En: 45, págs. 1-6. ISSN: 15384357. DOI: [10.1088/0004-637X/799/1/45](https://doi.org/10.1088/0004-637X/799/1/45). arXiv: [1408.3166](https://arxiv.org/abs/1408.3166) (vid. pág. 16).



- Frenk, Carlos S., Simon D. M. White, Marc Davis y George Efstathiou (1988). «The Formation of Dark Halos in a Universe Dominated by Cold Dark Matter». En: *ApJ* 327, pág. 507. DOI: [10.1086/166213](https://doi.org/10.1086/166213) (vid. pág. 62).
- Frenk, CS S, SDM D M White y M Davis (1983). «Nonlinear evolution of large-scale structure in the universe». En: *ApJ* 271.Part 1, págs. 417-430. ISSN: 0004-637X. DOI: [10.1086/161209](https://doi.org/10.1086/161209) (vid. pág. 14).
- Galárraga-Espinosa, Daniela, Nabila Aghanim, Mathieu Langer, Céline Gouin y Nicola Malavasi (sep. de 2020). «Populations of filaments from the distribution of galaxies in numerical simulations». En: *A&A* 641, A173, A173. DOI: [10.1051/0004-6361/202037986](https://doi.org/10.1051/0004-6361/202037986). arXiv: [2003.09697](https://arxiv.org/abs/2003.09697) [[astro-ph.CO](https://arxiv.org/abs/2003.09697)] (vid. pág. 47).
- Galárraga-Espinosa, Daniela, Mathieu Langer y Nabila Aghanim (mayo de 2022). «Relative distribution of dark matter, gas, and stars around cosmic filaments in the IllustrisTNG simulation». En: *A&A* 661, A115, A115. DOI: [10.1051/0004-6361/202141974](https://doi.org/10.1051/0004-6361/202141974). arXiv: [2109.06198](https://arxiv.org/abs/2109.06198) [[astro-ph.CO](https://arxiv.org/abs/2109.06198)] (vid. págs. 102, 112).
- Gamow, G. (oct. de 1948). «The Evolution of the Universe». En: *Nature* 162, págs. 680-682. DOI: [10.1038/162680a0](https://doi.org/10.1038/162680a0) (vid. pág. 3).
- Ganeshaiiah Veena, Punyakoti, Marius Cautun, Elmo Tempel, Rien van de Weygaert y Carlos S. Frenk (2019). «The Cosmic Ballet II: spin alignment of galaxies and haloes with large-scale filaments in the EAGLE simulation». En: *MNRAS* 487.2, págs. 1607-1625. DOI: [10.1093/mnras/stz1343](https://doi.org/10.1093/mnras/stz1343). arXiv: [1903.06716](https://arxiv.org/abs/1903.06716) [[astro-ph.CO](https://arxiv.org/abs/1903.06716)] (vid. pág. 16).
- Ganeshaiiah Veena, Punyakoti, Marius Cautun, Rien van de Weygaert, Elmo Tempel, Bernard J. T. Jones, Steven Rieder y Carlos S. Frenk (2018). «The Cosmic Ballet: spin and shape alignments of haloes in the cosmic web». En: *MNRAS* 481.1, págs. 414-438. DOI: [10.1093/mnras/sty2270](https://doi.org/10.1093/mnras/sty2270). arXiv: [1805.00033](https://arxiv.org/abs/1805.00033) [[astro-ph.CO](https://arxiv.org/abs/1805.00033)] (vid. págs. 16, 57, 65-67, 76, 79, 116).
- Geller, Margaret J. y John P. Huchra (1989). «Mapping the Universe». En: *Science* 246.4932, págs. 897-903. DOI: [10.1126/science.246.4932.897](https://doi.org/10.1126/science.246.4932.897) (vid. págs. 14, 23).
- Gheller, C., F. Vazza, J. Favre y M. Brüggen (oct. de 2015). «Properties of cosmological filaments extracted from Eulerian simulations». En: *MNRAS* 453, págs. 1164-1185. DOI: [10.1093/mnras/stv1646](https://doi.org/10.1093/mnras/stv1646). arXiv: [1507.05806](https://arxiv.org/abs/1507.05806) (vid. págs. 17, 18).
- Ghigna, S., B. Moore, F. Governato, G. Lake, T. Quinn y J. Stadel (2000). «Density Profiles and Substructure of Dark Matter Halos: Converging Results at Ultra-High Numerical Resolution». En: *ApJ* 544.2, págs. 616-628. DOI: [10.1086/317221](https://doi.org/10.1086/317221). arXiv: [astro-ph/9910166](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9910166) [[astro-ph](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9910166)] (vid. pág. 92).
- Goerdt, T, D Ceverino, A Dekel y R Teyssier (2015). «Distribution of streaming rates into high-redshift galaxies». En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 454, págs. 637-648. DOI: [10.1093/mnras/stv2005](https://doi.org/10.1093/mnras/stv2005). arXiv: [1505.01486](https://arxiv.org/abs/1505.01486) (vid. pág. 17).
- González, R. E. y N. D. Padilla (sep. de 2010). «Automated detection of filaments in the large-scale structure of the Universe». En: *MNRAS* 407, págs. 1449-1463. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2010.17015.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2010.17015.x). arXiv: [0912.0006](https://arxiv.org/abs/0912.0006) [[astro-ph.CO](https://arxiv.org/abs/0912.0006)] (vid. págs. 19, 29, 33, 41, 45, 114).
- Górski, K. M., E. Hivon, A. J. Banday, B. D. Wandelt, F. K. Hansen, M. Reinecke y M. Bartelmann (2005). «HEALPix: A Framework for High-Resolution Discre-

- tization and Fast Analysis of Data Distributed on the Sphere». En: *ApJ* 622.2, págs. 759-771. DOI: [10.1086/427976](https://doi.org/10.1086/427976). arXiv: [astro-ph/0409513](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0409513) [[astro-ph](#)] (vid. pág. 88).
- Graham, M. J., R. G. Clowes y L. E. Campusano (1995). «Finding Quasar Superstructures». En: *MNRAS* 275, pág. 790. DOI: [10.1093/mnras/275.3.790](https://doi.org/10.1093/mnras/275.3.790) (vid. pág. 28).
- Graham, R. L. y Pavol Hell (1985). «On the History of the Minimum Spanning Tree Problem». En: 7.1, págs. 43-57. ISSN: 0164-1239. URL: <http://dlib.computer.org/an/books/an1985/pdf/a1043.pdf>; <http://www.computer.org/annals/an1985/a1043abs.htm> (vid. pág. 27).
- Grebel, E. K., D. Zaritsky, J. Harris e I. Thompson (1999). «Young Magellanic Cloud Clusters (&lt; 1 Gyr): Census Properties, Star Formation History». En: *New Views of the Magellanic Clouds*. Ed. por Y. H. Chu, N. Suntzeff, J. Hesser y D. Bohlender. Vol. 190. IAU Symposium, pág. 405 (vid. pág. 28).
- Gregory, S. A. y L. A. Thompson (1978). «The Coma/A1367 supercluster and its environs.» En: *ApJ* 222, págs. 784-799. DOI: [10.1086/156198](https://doi.org/10.1086/156198) (vid. pág. 14).
- Gunn, J. E. y J. R. Gott III (ago. de 1972). «On the Infall of Matter Into Clusters of Galaxies and Some Effects on Their Evolution». En: *ApJ* 176, pág. 1. DOI: [10.1086/151605](https://doi.org/10.1086/151605) (vid. págs. 9, 30).
- Guo, Quan, E. Tempel y N. I. Libeskind (2015). «Galaxies in Filaments have More Satellites: The Influence of the Cosmic Web on the Satellite Luminosity Function in the SDSS». En: *ApJ* 800.2, 112, pág. 112. DOI: [10.1088/0004-637X/800/2/112](https://doi.org/10.1088/0004-637X/800/2/112). arXiv: [1403.5563](https://arxiv.org/abs/1403.5563) [[astro-ph.GA](#)] (vid. págs. 17, 110).
- Gutermuth, R. A., S. T. Megeath, P. C. Myers, L. E. Allen, J. L. Pipher y G. G. Fazio (2009). «A Spitzer Survey of Young Stellar Clusters Within One Kiloparsec of the Sun: Cluster Core Extraction and Basic Structural Analysis». En: *ApJS* 184.1, págs. 18-83. DOI: [10.1088/0067-0049/184/1/18](https://doi.org/10.1088/0067-0049/184/1/18). arXiv: [0906.0201](https://arxiv.org/abs/0906.0201) [[astro-ph.SR](#)] (vid. pág. 28).
- Hahn, O., C. M. Carollo, C. Porciani y A. Dekel (oct. de 2007a). «The evolution of dark matter halo properties in clusters, filaments, sheets and voids». En: *MNRAS* 381, págs. 41-51. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2007.12249.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2007.12249.x). arXiv: [0704.2595](https://arxiv.org/abs/0704.2595) (vid. págs. 16, 19, 21).
- Hahn, O., C. Porciani, C. M. Carollo y A. Dekel (feb. de 2007b). «Properties of dark matter haloes in clusters, filaments, sheets and voids». En: *MNRAS* 375, págs. 489-499. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2006.11318.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2006.11318.x). eprint: [astro-ph/0610280](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0610280) (vid. págs. 16, 65).
- Hahn, Oliver, Raul E. Angulo y Tom Abel (dic. de 2015a). «The properties of cosmic velocity fields». En: *MNRAS* 454.4, págs. 3920-3937. DOI: [10.1093/mnras/stv2179](https://doi.org/10.1093/mnras/stv2179). arXiv: [1404.2280](https://arxiv.org/abs/1404.2280) [[astro-ph.CO](#)] (vid. pág. 16).
- Hahn, Oliver, Raul E. Angulo y Tom Abel (dic. de 2015b). «The properties of cosmic velocity fields». En: *MNRAS* 454.4, págs. 3920-3937. DOI: [10.1093/mnras/stv2179](https://doi.org/10.1093/mnras/stv2179). arXiv: [1404.2280](https://arxiv.org/abs/1404.2280) [[astro-ph.CO](#)] (vid. pág. 52).
- Hahn, Oliver, Romain Teyssier y C. Marcella Carollo (2010). «The large-scale orientations of disc galaxies». En: *MNRAS* 405.1, págs. 274-290. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2010.16494.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2010.16494.x). arXiv: [1002.1964](https://arxiv.org/abs/1002.1964) [[astro-ph.CO](#)] (vid. pág. 67).
- Haines, C. P. et al. (jun. de 2015). «LoCuSS: The Slow Quenching of Star Formation in Cluster Galaxies and the Need for Pre-processing». En: *ApJ* 806.1,



- 101, pág. 101. DOI: [10.1088/0004-637X/806/1/101](https://doi.org/10.1088/0004-637X/806/1/101). arXiv: [1504.05604](https://arxiv.org/abs/1504.05604) [astro-ph.GA] (vid. pág. 17).
- Hamilton, A. J. S. (1998). «Linear Redshift Distortions: a Review». En: *The Evolving Universe*. Ed. por Donald Hamilton. Vol. 231. Astrophysics and Space Science Library, pág. 185. DOI: [10.1007/978-94-011-4960-0\\_17](https://doi.org/10.1007/978-94-011-4960-0_17) (vid. pág. 85).
- Heavens, Alan y John Peacock (1988). «Tidal torques and local density maxima». En: *MNRAS* 232, págs. 339-360. DOI: [10.1093/mnras/232.2.339](https://doi.org/10.1093/mnras/232.2.339) (vid. pág. 58).
- Heitmann, Katrin, Nicholas Frontiere, Chris Sewell, Salman Habib, Adrian Pope, Hal Finkel, Silvio Rizzi, Joe Insley y Suman Bhattacharya (2015). «the Q Continuum Simulation: Harnessing the Power of Gpu Accelerated Supercomputers». En: *ApJS* 219.2, pág. 34. ISSN: 1538-4365. DOI: [10.1088/0067-0049/219/2/34](https://doi.org/10.1088/0067-0049/219/2/34) (vid. pág. 15).
- Herschel John Frederick William, Sir (1847). *Results of astronomical observations made during the years 1834, 5, 6, 7, 8, at the Cape of Good Hope; being the completion of a telescopic survey of the whole surface of the visible heavens, commenced in 1825* (vid. pág. 82).
- Hetznecker, Helmut y Andreas Burkert (2006). «The evolution of the dark halo spin parameters  $\lambda$  and  $\lambda'$  in a  $\Lambda$ CDM universe: the role of minor and major mergers». En: *MNRAS* 370.4, págs. 1905-1914. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2006.10616.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2006.10616.x). arXiv: [astro-ph/0505249](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0505249) [astro-ph] (vid. pág. 58).
- Hirv, A., J. Pelt, E. Saar, E. Tago, A. Tamm, E. Tempel y M. Einasto (2017). «Alignment of galaxies relative to their local environment in SDSS-DR8». En: *Astron. Astrophys.* 599, A31. ISSN: 0004-6361. DOI: [10.1051/0004-6361/201629248](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201629248). arXiv: [1611.08378](https://arxiv.org/abs/1611.08378) (vid. pág. 58).
- Ho, Alex, Max Gronke, Bridget Falck y David F. Mota (2018). «Probing modified gravity in cosmic filaments». En: *A&A* 619, A122, A122. DOI: [10.1051/0004-6361/201833899](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201833899). arXiv: [1807.07287](https://arxiv.org/abs/1807.07287) [astro-ph.CO] (vid. pág. 15).
- Hockney, R. W. y J. W. Eastwood (1988). *Computer simulation using particles* (vid. pág. 22).
- Hoffman, Yehuda, Ofer Metuki, Gustavo Yepes, Stefan Gottl, Jaime E Forero, Noam I Libeskind y Alexander Knebe (2012). «A kinematic classification of the cosmic web». En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 425, págs. 2049-2057. arXiv: [arXiv:1201.3367v2](https://arxiv.org/abs/1201.3367v2) (vid. pág. 19).
- Hong, Sungryong y Arjun Dey (2015). «Network analysis of cosmic structures: network centrality and topological environment». En: *MNRAS* 450.2, págs. 1999-2015. DOI: [10.1093/mnras/stv722](https://doi.org/10.1093/mnras/stv722). arXiv: [1504.00006](https://arxiv.org/abs/1504.00006) [astro-ph.CO] (vid. pág. 82).
- Hoyle, F. (1951). «The Origin of the Rotations of the Galaxies». En: *Problems of Cosmical Aerodynamics*, pág. 195 (vid. pág. 57).
- Hubble, E. (mar. de 1929). «A Relation between Distance and Radial Velocity among Extra-Galactic Nebulae». En: *Proceedings of the National Academy of Science* 15, págs. 168-173. DOI: [10.1073/pnas.15.3.168](https://doi.org/10.1073/pnas.15.3.168) (vid. págs. 2, 3).
- Huchra, J. P. y M. J. Geller (jun. de 1982). «Groups of galaxies. I - Nearby groups». En: 257, págs. 423-437. DOI: [10.1086/160000](https://doi.org/10.1086/160000) (vid. pág. 93).
- Huchra, John P. et al. (2012). «the 2Mass Redshift Survey -Description and Data Release». En: *ApJS* 199.2, pág. 26. ISSN: 0067-0049. DOI: [10.1088/0067-0049/199/2/26](https://doi.org/10.1088/0067-0049/199/2/26). arXiv: [arXiv:1108.0669v1](https://arxiv.org/abs/1108.0669v1) (vid. pág. 15).

- Ibata, R. A. et al. (2013). «A vast, thin plane of corotating dwarf galaxies orbiting the Andromeda galaxy». En: *Nature* 493, págs. 62-65. DOI: [10.1038/nature11717](https://doi.org/10.1038/nature11717). arXiv: [1301.0446](https://arxiv.org/abs/1301.0446) [astro-ph.CO] (vid. pág. 16).
- Jing, Y. P. e Y. Suto (ene. de 2002). «High-Resolution Numerical Simulations for Galaxy Formation». En: *New Trends in Theoretical and Observational Cosmology*. Ed. por K. Sato y T. Shiromizu, pág. 167. DOI: [10.48550/arXiv.astro-ph/0201147](https://doi.org/10.48550/arXiv.astro-ph/0201147). arXiv: [astro-ph/0201147](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0201147) [astro-ph] (vid. pág. 57).
- Joeveer, Milikel, Joan Einasto y Erik Tago (1978). «Spatial distribution of galaxies and of clusters of galaxies in the southern galactic hemisphere». En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 185, págs. 357-370. ISSN: 0035-8711. DOI: [10.1093/mnras/185.2.357](https://doi.org/10.1093/mnras/185.2.357) (vid. págs. 14, 16, 82).
- Jones, Bernard J. T., Rien van de Weygaert y Miguel A. Aragón-Calvo (2010). «Fossil evidence for spin alignment of Sloan Digital Sky Survey galaxies in filaments». En: *MNRAS* 408.2, págs. 897-918. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2010.17202.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2010.17202.x). arXiv: [1001.4479](https://arxiv.org/abs/1001.4479) [astro-ph.CO] (vid. págs. 47, 58).
- Kaiser, Nick (1987). «Clustering in real space and in redshift space». En: *MNRAS* 227, págs. 1-21. DOI: [10.1093/mnras/227.1.1](https://doi.org/10.1093/mnras/227.1.1) (vid. pág. 84).
- Kirshner, R. P., A Oemler Jr., P. L. Schechter y S. A. Shethman (1981). «A million cubic megaparsec void in Bootes». En: *The Astrophysical Journal Letters* 248, págs. L57-L60. DOI: [10.1086/183623](https://doi.org/10.1086/183623) (vid. pág. 14).
- Klypin, Aa y Sf Shandarin (1983). «Three-dimensional numerical model of the formation of large-scale structure in the Universe». En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 204.Sept, págs. 891-907. ISSN: 0035-8711. DOI: [10.1093/mnras/204.3.891](https://doi.org/10.1093/mnras/204.3.891) (vid. pág. 14).
- Knebe, Alexander, Stuart P. D. Gill, Brad K. Gibson, Geraint F. Lewis, Rodrigo A. Ibata y Michael A. Dopita (mar. de 2004). «Anisotropy in the Distribution of Satellite Galaxy Orbits». En: *ApJ* 603.1, págs. 7-11. DOI: [10.1086/381306](https://doi.org/10.1086/381306). arXiv: [astro-ph/0311202](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0311202) [astro-ph] (vid. págs. 17, 76).
- Knebe, Alexander et al. (2011). «Haloes gone MAD: The Halo-Finder Comparison Project». En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 415.3, págs. 2293-2318. ISSN: 00358711. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2011.18858.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2011.18858.x). arXiv: [1104.0949](https://arxiv.org/abs/1104.0949) (vid. pág. 15).
- Knebe, Alexander et al. (2013). «Structure finding in cosmological simulations: The state of affairs». En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 435.2, págs. 1618-1658. ISSN: 00358711. DOI: [10.1093/mnras/stt1403](https://doi.org/10.1093/mnras/stt1403). arXiv: [1304.0585](https://arxiv.org/abs/1304.0585) (vid. pág. 15).
- Koenig, Xavier P., Lori E. Allen, Robert A. Gutermuth, Joseph L. Hora, Christopher M. Brunt y James Muzerolle (2008). «Clustered and Triggered Star Formation in W5: Observations with Spitzer». En: *ApJ* 688.2, págs. 1142-1158. DOI: [10.1086/592322](https://doi.org/10.1086/592322). arXiv: [0808.3284](https://arxiv.org/abs/0808.3284) [astro-ph] (vid. pág. 28).
- Kotecha, Sachin et al. (mayo de 2022). «Cosmic filaments delay quenching inside clusters». En: *MNRAS* 512.1, págs. 926-944. DOI: [10.1093/mnras/stac300](https://doi.org/10.1093/mnras/stac300). arXiv: [2110.13419](https://arxiv.org/abs/2110.13419) [astro-ph.GA] (vid. pág. 17).
- Kraljic, K. et al. (feb. de 2018). «Galaxy evolution in the metric of the cosmic web». En: *MNRAS* 474, págs. 547-571. DOI: [10.1093/mnras/stx2638](https://doi.org/10.1093/mnras/stx2638). arXiv: [1710.02676](https://arxiv.org/abs/1710.02676) (vid. págs. 16, 17, 47, 50, 107, 108, 110, 112).

- Kraljic, K. et al. (mar. de 2019). «Galaxies flowing in the oriented saddle frame of the cosmic web». En: *MNRAS* 483, págs. 3227-3254. DOI: [10.1093/mnras/sty3216](https://doi.org/10.1093/mnras/sty3216). arXiv: [1810.05211](https://arxiv.org/abs/1810.05211) (vid. págs. [44](#), [47](#), [50](#), [51](#), [55](#)).
- Kruskal, Joseph B. (feb. de 1956). «On the Shortest Spanning Subtree of a Graph and the Traveling Salesman Problem». En: *Proceedings of the American Mathematical Society* 7.1, págs. 48-50 (vid. págs. [27](#), [33](#)).
- Krzewina, Leo G. y William C. Saslaw (1996). «Minimal spanning tree statistics for the analysis of large-scale structure». En: *MNRAS* 278.3, págs. 869-876. DOI: [10.1093/mnras/278.3.869](https://doi.org/10.1093/mnras/278.3.869) (vid. pág. [28](#)).
- Kuchner, Ulrike, Roan Haggard, Alfonso Aragón-Salamanca, Frazer R. Pearce, Meghan E. Gray, Agustín Rost, Weiguang Cui, Alexander Knebe y Gustavo Yepes (feb. de 2022). «An inventory of galaxies in cosmic filaments feeding galaxy clusters: galaxy groups, backplash galaxies, and pristine galaxies». En: *MNRAS* 510.1, págs. 581-592. DOI: [10.1093/mnras/stab3419](https://doi.org/10.1093/mnras/stab3419). arXiv: [2111.11467](https://arxiv.org/abs/2111.11467) [[astro-ph.GA](#)] (vid. pág. [17](#)).
- Kuutma, Teet, Antti Tamm y Elmo Tempel (abr. de 2017). «From voids to filaments: environmental transformations of galaxies in the SDSS». En: *A&A* 600, L6, pág. L6. DOI: [10.1051/0004-6361/201730526](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201730526). arXiv: [1703.04338](https://arxiv.org/abs/1703.04338) [[astro-ph.GA](#)] (vid. pág. [17](#)).
- Lacey, C. y S. Cole (1993). «Merger rates in hierarchical models of galaxy formation». En: *MNRAS* 262, págs. 627-649 (vid. pág. [24](#)).
- Laigle, C., C. Pichon, S. Arnouts, H. J. McCracken, Y. Dubois, J. Devriendt, A. Slyz, D. Le Borgne, A. Benoit-Lévy y Ho Seong Hwang (2018). «COSMOS2015 photometric redshifts probe the impact of filaments on galaxy properties». En: *MNRAS* 474.4, págs. 5437-5458. DOI: [10.1093/mnras/stx3055](https://doi.org/10.1093/mnras/stx3055). arXiv: [1702.08810](https://arxiv.org/abs/1702.08810) [[astro-ph.GA](#)] (vid. págs. [17](#), [47](#)).
- Laigle, C. et al. (ene. de 2015). «Swirling around filaments: are large-scale structure vortices spinning up dark haloes?» En: *MNRAS* 446, págs. 2744-2759. DOI: [10.1093/mnras/stu2289](https://doi.org/10.1093/mnras/stu2289). arXiv: [1310.3801](https://arxiv.org/abs/1310.3801) (vid. págs. [16](#), [51](#), [55](#), [76](#), [108](#), [112](#)).
- Lavaux, Guilhem y Benjamin D. Wandelt (2010). «Precision cosmology with voids: Definition, methods, dynamics». En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 403.3, págs. 1392-1408. ISSN: 00358711. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2010.16197.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2010.16197.x). arXiv: [0906.4101](https://arxiv.org/abs/0906.4101) (vid. pág. [15](#)).
- Lavaux, Guilhem y Benjamin D. Wandelt (2012). «Precision cosmography with stacked voids». En: *ApJ* 754.2. ISSN: 15384357. DOI: [10.1088/0004-637X/754/2/109](https://doi.org/10.1088/0004-637X/754/2/109). arXiv: [1110.0345](https://arxiv.org/abs/1110.0345) (vid. pág. [15](#)).
- Lee, J y U.-L. Pen (2000). «Cosmic Shear from Galaxy Spins». En: *The Astrophysical Journal Letters* 532, págs. L5-L8. DOI: [10.1086/312556](https://doi.org/10.1086/312556) (vid. pág. [58](#)).
- Lee, Jounghun y Ue-Li Pen (2002). «Detection of Galaxy Spin Alignments in the Point Source Catalog Redshift Survey Shear Field». En: *ApJ* 567.2, págs. L111-L114. DOI: [10.1086/340000](https://doi.org/10.1086/340000) (vid. pág. [58](#)).
- Lemson, G. y G. Kauffmann (ene. de 1999). «Environmental influences on dark matter haloes and consequences for the galaxies within them». En: *MNRAS* 302, págs. 111-117. DOI: [10.1046/j.1365-8711.1999.02090.x](https://doi.org/10.1046/j.1365-8711.1999.02090.x) (vid. pág. [59](#)).
- Libeskind, Noam I., Carlos S. Frenk, Shaun Cole, John C. Helly, Adrian Jenkins, Julio F. Navarro y Chris Power (oct. de 2005). «The distribution of satellite

- galaxies: the great pancake». En: *MNRAS* 363.1, págs. 146-152. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2005.09425.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2005.09425.x). arXiv: [astro-ph/0503400](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0503400) [[astro-ph](#)] (vid. pág. 76).
- Libeskind, Noam I., Yehuda Hoffman, Jaime Forero-Romero, Stefan Gottlöber, Alexander Knebe, Matthias Steinmetz y Anatoly Klypin (2013). «The velocity shear tensor: Tracer of halo alignment». En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 428.3, págs. 2489-2499. ISSN: 00358711. DOI: [10.1093/mnras/sts216](https://doi.org/10.1093/mnras/sts216). arXiv: [1210.4559](https://arxiv.org/abs/1210.4559) (vid. pág. 19).
- Libeskind, Noam I., Yehuda Hoffman, Alexander Knebe, Matthias Steinmetz, Stefan Gottlöber, Ofer Metuki y Gustavo Yepes (2012). «The cosmic web and the orientation of angular momenta». En: *MNRAS* 421.1, págs. L137-L141. DOI: [10.1111/j.1745-3933.2012.01222.x](https://doi.org/10.1111/j.1745-3933.2012.01222.x). arXiv: [1201.3365](https://arxiv.org/abs/1201.3365) [[astro-ph.CO](#)] (vid. pág. 19).
- Libeskind, Noam I., Yehuda Hoffman, Matthias Steinmetz, Stefan Gottlöber, Alexander Knebe y Steffen Hess (2013). «Cosmic Vorticity and the Origin Halo Spins». En: *ApJ* 766.2, L15, pág. L15. DOI: [10.1088/2041-8205/766/2/L15](https://doi.org/10.1088/2041-8205/766/2/L15). arXiv: [1212.1454](https://arxiv.org/abs/1212.1454) [[astro-ph.CO](#)] (vid. págs. 16, 57).
- Libeskind, Noam I., Alexander Knebe, Yehuda Hoffman, Stefan Gottlöber, Gustavo Yepes y Matthias Steinmetz (mar. de 2011). «The preferred direction of infalling satellite galaxies in the Local Group». En: *MNRAS* 411.3, págs. 1525-1535. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2010.17786.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2010.17786.x). arXiv: [1010.1531](https://arxiv.org/abs/1010.1531) [[astro-ph.CO](#)] (vid. pág. 76).
- Libeskind, Noam I. et al. (ene. de 2018). «Tracing the cosmic web». En: *MNRAS* 473, págs. 1195-1217. DOI: [10.1093/mnras/stx1976](https://doi.org/10.1093/mnras/stx1976). arXiv: [1705.03021](https://arxiv.org/abs/1705.03021) [[astro-ph.CO](#)] (vid. págs. 15, 20, 31, 33).
- Loberman, H. y A. Weinberger (oct. de 1957). «Formal Procedures for Connecting Terminals with a Minimum Total Wire Length». En: 4.4, págs. 428-437. ISSN: 0004-5411 (print), 1557-735X (electronic) (vid. pág. 27).
- López, Pablo, Manuel E. Merchán y Dante J. Paz (2019). «Deviations from tidal torque theory: environment dependences on halo angular momentum growth». En: *MNRAS* 485.4, págs. 5244-5255. DOI: [10.1093/mnras/stz762](https://doi.org/10.1093/mnras/stz762). arXiv: [1811.09487](https://arxiv.org/abs/1811.09487) [[astro-ph.CO](#)] (vid. págs. 55, 57, 67, 76).
- Macciò, A. V., A. A. Dutton, F. C. van den Bosch, B. Moore, D. Potter y J. Stadel (jun. de 2007). «Concentration, spin and shape of dark matter haloes: scatter and the dependence on mass and environment». En: *MNRAS* 378, págs. 55-71. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2007.11720.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2007.11720.x). eprint: [arXiv:astro-ph/0608157](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0608157) (vid. pág. 59).
- Malavasi, N., S. Arnouts, D. Vibert, S. de la Torre, T. Moutard, C. Pichon, I. Davidzon, K. Kraljic, M. Bolzonella y L. Guzzo (2017). «The VIMOS Public Extragalactic Redshift Survey (VIPERS): galaxy segregation inside filaments at  $z = 0.7$ ». En: *MNRAS* 465.4, págs. 3817-3822. DOI: [10.1093/mnras/stw2864](https://doi.org/10.1093/mnras/stw2864). arXiv: [1611.07045](https://arxiv.org/abs/1611.07045) [[astro-ph.GA](#)] (vid. págs. 17, 108, 112).
- Maller, A. H., A. Dekel y R. Somerville (ene. de 2002). «Modelling angular-momentum history in dark-matter haloes». En: *MNRAS* 329, págs. 423-430. DOI: [10.1046/j.1365-8711.2002.04983.x](https://doi.org/10.1046/j.1365-8711.2002.04983.x). eprint: [arXiv:astro-ph/0105168](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0105168) (vid. pág. 58).
- Mao, Qingqing et al. (2017). «A Cosmic Void Catalog of SDSS DR12 BOSS Galaxies». En: *ApJ* 835.2, 161, pág. 161. DOI: [10.3847/1538-4357/835/2/161](https://doi.org/10.3847/1538-4357/835/2/161). arXiv: [1602.02771](https://arxiv.org/abs/1602.02771) [[astro-ph.CO](#)] (vid. pág. 26).



- Marinacci, Federico et al. (nov. de 2018). «First results from the IllustrisTNG simulations: radio haloes and magnetic fields». En: *MNRAS* 480.4, págs. 5113-5139. DOI: [10.1093/mnras/sty2206](https://doi.org/10.1093/mnras/sty2206). arXiv: [1707.03396](https://arxiv.org/abs/1707.03396) [astro-ph.CO] (vid. pág. 15).
- Martínez, H. J., H. Muriel y V. Coenda (ene. de 2016). «Galaxies infalling into groups: filaments versus isotropic infall». En: *MNRAS* 455, págs. 127-135. DOI: [10.1093/mnras/stv2295](https://doi.org/10.1093/mnras/stv2295). arXiv: [1510.00390](https://arxiv.org/abs/1510.00390) (vid. págs. 17, 19, 29, 90, 91, 110, 111, 114, 117).
- Martizzi, Davide et al. (jul. de 2019). «Baryons in the Cosmic Web of IllustrisTNG - I: gas in knots, filaments, sheets, and voids». En: *MNRAS* 486.3, págs. 3766-3787. DOI: [10.1093/mnras/stz1106](https://doi.org/10.1093/mnras/stz1106). arXiv: [1810.01883](https://arxiv.org/abs/1810.01883) [astro-ph.CO] (vid. pág. 16).
- Maschberger, Th., C. J. Clarke, I. A. Bonnell y P. Kroupa (2010). «Properties of hierarchically forming star clusters». En: *MNRAS* 404.2, págs. 1061-1080. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2010.16346.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2010.16346.x). arXiv: [1002.4401](https://arxiv.org/abs/1002.4401) [astro-ph.GA] (vid. pág. 28).
- Merchán, M. E. y A. Zandivarez (sep. de 2005). «Galaxy Groups in the Third Data Release of the Sloan Digital Sky Survey». En: 630, págs. 759-763. DOI: [10.1086/427989](https://doi.org/10.1086/427989). eprint: [astro-ph/0412257](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0412257) (vid. pág. 93).
- Metuki, Ofer, Noam I. Libeskind, Yehuda Hoffman, Robert A. Crain y Tom Theuns (2015). «Galaxy properties and the cosmic web in simulations». En: *MNRAS* 446.2, págs. 1458-1468. DOI: [10.1093/mnras/stu2166](https://doi.org/10.1093/mnras/stu2166). arXiv: [1405.0281](https://arxiv.org/abs/1405.0281) [astro-ph.GA] (vid. pág. 19).
- Moore, B., C. S. Frenk y S. D. M. White (1993). «Galaxy groups: abundance by luminosity and by velocity dispersion.» En: *MNRAS* 261, págs. 827-846. DOI: [10.1093/mnras/261.4.827](https://doi.org/10.1093/mnras/261.4.827) (vid. pág. 95).
- Naidoo, Krishna, Lorne Whiteway, Elena Massara, Davide Gualdi, Ofer Lahav, Matteo Viel, Héctor Gil-Marín y Andreu Font-Ribera (2020). «Beyond two-point statistics: using the minimum spanning tree as a tool for cosmology». En: *MNRAS* 491.2, págs. 1709-1726. DOI: [10.1093/mnras/stz3075](https://doi.org/10.1093/mnras/stz3075). arXiv: [1907.00989](https://arxiv.org/abs/1907.00989) [astro-ph.CO] (vid. págs. 15, 28).
- Navarro, J. F., C. S. Frenk y S. D. M. White (dic. de 1997). «A Universal Density Profile from Hierarchical Clustering». En: *ApJ* 490, pág. 493. DOI: [10.1086/304888](https://doi.org/10.1086/304888). eprint: [arXiv:astro-ph/9611107](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9611107) (vid. pág. 96).
- Novikov, Dmitri, Stéphane Colombi y Olivier Doré (2006). «Skeleton as a probe of the cosmic web: the two-dimensional case». En: *MNRAS* 366.4, págs. 1201-1216. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2005.09925.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2005.09925.x). arXiv: [astro-ph/0307003](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0307003) [astro-ph] (vid. págs. 21, 51).
- O'Mill, A. L., F. Duplancic, D. García Lambas y L. Sodré Jr. (mayo de 2011). «Photometric redshifts and k-corrections for the Sloan Digital Sky Survey Data Release 7». En: *MNRAS* 413, págs. 1395-1408. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2011.18222.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2011.18222.x). arXiv: [1012.3752](https://arxiv.org/abs/1012.3752) (vid. págs. 87, 107).
- Onions, Julian et al. (2012). «Subhaloes going Notts: The subhalo-finder comparison project». En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 423.2, págs. 1200-1214. ISSN: 00358711. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2012.20947.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2012.20947.x). arXiv: [1203.3695](https://arxiv.org/abs/1203.3695) (vid. pág. 15).
- Padmanabhan, T. (1993). *Structure Formation in the Universe* (vid. pág. 59).

- Park, Daeseong y Jounghun Lee (2007). «Void ellipticity distribution as a probe of cosmology». En: *Phys. Rev. Lett.* 98.8. ISSN: 00319007. DOI: [10.1103/PhysRevLett.98.081301](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.98.081301). arXiv: [0610520v3 \[arXiv:astro-ph\]](https://arxiv.org/abs/0610520v3) (vid. pág. 15).
- Park, Daeseong y Jounghun Lee (2009). «The size distribution of void filaments in a  $\Lambda$ CDM cosmology». En: *MNRAS* 397.4, págs. 2163-2169. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2009.15117.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2009.15117.x). arXiv: [0801.0634 \[astro-ph\]](https://arxiv.org/abs/0801.0634) (vid. págs. 28, 33, 34).
- Paz, D. J., D. G. Lambas, N. Padilla y M. Merchán (mar. de 2006). «Shapes of clusters and groups of galaxies: comparison of model predictions with observations». En: *MNRAS* 366, págs. 1503-1510. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2005.09934.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2005.09934.x). eprint: [arXiv:astro-ph/0509062](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0509062) (vid. págs. 57, 61, 63).
- Paz, Dante J., Mario A. Sgró, Manuel Merchán y Nelson Padilla (jul. de 2011). «Alignments of galaxy group shapes with large-scale structure». En: *MNRAS* 414.3, págs. 2029-2039. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2011.18518.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2011.18518.x). arXiv: [1102.2229 \[astro-ph.CO\]](https://arxiv.org/abs/1102.2229) (vid. págs. 57, 68, 73, 79, 80, 116).
- Paz, Dante J., Federico Stasyszyn y Nelson D. Padilla (2008). «Angular momentum-large-scale structure alignments in  $\Lambda$ CDM models and the SDSS». En: *MNRAS* 389.3, págs. 1127-1136. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2008.13655.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2008.13655.x). arXiv: [0804.4477 \[astro-ph\]](https://arxiv.org/abs/0804.4477) (vid. págs. 58, 62, 67, 68, 79).
- Peebles, P. J. E. (1969). «Origin of the Angular Momentum of Galaxies». En: *ApJ* 155, pág. 393. DOI: [10.1086/149876](https://doi.org/10.1086/149876) (vid. págs. 57, 59).
- Peebles, P. J. E. (1980). *The large-scale structure of the universe* (vid. pág. 67).
- Penzias, A. A. y R. W. Wilson (jul. de 1965). «A Measurement of Excess Antenna Temperature at 4080 Mc/s.» En: *ApJ* 142, págs. 419-421. DOI: [10.1086/148307](https://doi.org/10.1086/148307) (vid. pág. 3).
- Pereyra, Luis A., Mario A. Sgró, Manuel E. Merchán, Federico A. Stasyszyn y Dante J. Paz (dic. de 2020). «Detection and analysis of cluster-cluster filaments». En: *MNRAS* 499.4, págs. 4876-4886. DOI: [10.1093/mnras/staa3112](https://doi.org/10.1093/mnras/staa3112). arXiv: [1911.06768 \[astro-ph.CO\]](https://arxiv.org/abs/1911.06768) (vid. págs. 57, 114, 115).
- Pichon, Christophe, Sandrine Codis, Dmitry Pogosyan, Yohan Dubois, Vincent Desjacques y Julien Devriendt (oct. de 2016). «Why do galactic spins flip in the cosmic web? A Theory of Tidal Torques near saddles». En: *The Zeldovich Universe: Genesis and Growth of the Cosmic Web*. Ed. por R. van de Weygaert, S. Shandarin, E. Saar y J. Einasto. Vol. 308. IAU Symposium, págs. 421-432. DOI: [10.1017/S1743921316010309](https://doi.org/10.1017/S1743921316010309). arXiv: [1409.2608 \[astro-ph.GA\]](https://arxiv.org/abs/1409.2608) (vid. pág. 76).
- Pimblet, K. A. (mar. de 2005). «A new algorithm for the detection of intercluster galaxy filaments using galaxy orientation alignments». En: *MNRAS* 358, págs. 256-262. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2005.08780.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2005.08780.x). eprint: [astro-ph/0501181](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0501181) (vid. págs. 29, 114).
- Pimblet, K. A. y M. J. Drinkwater (ene. de 2004). «Intercluster Filaments of Galaxies Programme: pilot study survey and results». En: *MNRAS* 347, págs. 137-143. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2004.07178.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2004.07178.x). eprint: [astro-ph/0309216](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0309216) (vid. págs. 18, 21).
- Pisani, Alice, P. M. Sutter, Nico Hamaus, Esfandiar Alizadeh, Rahul Biswas, Benjamin D. Wandelt y Christopher M. Hirata (2015). «Counting voids to probe dark energy». En: *Phys. Rev. D* 92.8, págs. 1-10. ISSN: 15502368. DOI: [10.1103/PhysRevD.92.083531](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.92.083531). arXiv: [1503.07690](https://arxiv.org/abs/1503.07690) (vid. pág. 15).

- Planck Collaboration et al. (dic. de 2011). «Planck early results. I. The Planck mission». En: *A&A* 536, A1, A1. DOI: [10.1051/0004-6361/201116464](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201116464). arXiv: [1101.2022](https://arxiv.org/abs/1101.2022) [[astro-ph.IM](#)] (vid. pág. 3).
- Planck Collaboration et al. (mar. de 2013). «Planck 2013 results. XVI. Cosmological parameters». En: *ArXiv e-prints*. arXiv: [1303.5076](https://arxiv.org/abs/1303.5076) [[astro-ph.CO](#)] (vid. pág. 8).
- Planck Collaboration et al. (2018). «Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters». En: *arXiv e-prints*, arXiv:1807.06209, arXiv:1807.06209. arXiv: [1807.06209](https://arxiv.org/abs/1807.06209) [[astro-ph.CO](#)] (vid. pág. 40).
- Platen, Erwin, Rien Van De Weygaert y Bernard J T Jones (2008). «Alignment of voids in the cosmic web». En: 136, págs. 128-136. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2008.13019.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2008.13019.x) (vid. pág. 15).
- Pogosyan, D., C. Pichon, C. Gay, S. Prunet, J. F. Cardoso, T. Sousbie y S. Colombi (jun. de 2009). «The local theory of the cosmic skeleton». En: *MNRAS* 396, págs. 635-667. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2009.14753.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2009.14753.x). arXiv: [0811.1530](https://arxiv.org/abs/0811.1530) [[astro-ph](#)] (vid. págs. 18, 51).
- Porciani, Cristiano, Avishai Dekel y Yehuda Hoffman (2002). «Testing tidal-torque theory - I. Spin amplitude and direction». En: *MNRAS* 332.2, págs. 325-338. DOI: [10.1046/j.1365-8711.2002.05305.x](https://doi.org/10.1046/j.1365-8711.2002.05305.x). arXiv: [astro-ph/0105123](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0105123) [[astro-ph](#)] (vid. pág. 58).
- Porter, Scott C., Somak Raychaudhury, Kevin A. Pimblet y Michael J. Drinkwater (ago. de 2008). «Star formation in galaxies falling into clusters along supercluster-scale filaments». En: *MNRAS* 388.3, págs. 1152-1160. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2008.13388.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2008.13388.x). arXiv: [0804.4177](https://arxiv.org/abs/0804.4177) [[astro-ph](#)] (vid. pág. 17).
- Prim, R. C. (1957). «Shortest connection networks and some generalisation». En: *Bell System Technical Journal* 36, págs. 1389-1401 (vid. pág. 27).
- Ramachandra, N. S. y S. F. Shandarin (sep. de 2015). «Multi-stream portrait of the cosmic web». En: *MNRAS* 452, págs. 1643-1653. DOI: [10.1093/mnras/stv1389](https://doi.org/10.1093/mnras/stv1389). arXiv: [1412.7768](https://arxiv.org/abs/1412.7768) (vid. pág. 21).
- Reynolds, J. H. (1923). «Nebulae, The galactic distribution of the spiral nebulae, with special reference to galactic longitude». En: *MNRAS* 83, pág. 147. DOI: [10.1093/mnras/83.3.147](https://doi.org/10.1093/mnras/83.3.147) (vid. pág. 82).
- Rodriguez, Facundo y Manuel Merchán (abr. de 2020). «Combining friend-of-friend and halo-based algorithms for the identification of galaxy groups». En: *A&A* 636, A61, A61. DOI: [10.1051/0004-6361/201937423](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201937423). arXiv: [2003.09442](https://arxiv.org/abs/2003.09442) [[astro-ph.CO](#)] (vid. págs. 93, 97, 104).
- Rost, Agustín, Federico Stasyszyn, Luis Pereyra y Héctor J. Martínez (abr. de 2020). «A comparison of cosmological filaments catalogues». En: *MNRAS* 493.2, págs. 1936-1947. DOI: [10.1093/mnras/staa320](https://doi.org/10.1093/mnras/staa320) (vid. pág. 117).
- Rost, Agustin et al. (mar. de 2021). «The ThreeHundred: the structure and properties of cosmic filaments in the outskirts of galaxy clusters». En: *MNRAS* 502.1, págs. 714-727. DOI: [10.1093/mnras/staa3792](https://doi.org/10.1093/mnras/staa3792). arXiv: [2012.02850](https://arxiv.org/abs/2012.02850) [[astro-ph.GA](#)] (vid. pág. 17).
- Rycroft, C. H. (dic. de 2009). «VORO++: A three-dimensional Voronoi cell library in C++». En: *Chaos* 19.4, 041111, pág. 041111. DOI: [10.1063/1.3215722](https://doi.org/10.1063/1.3215722) (vid. pág. 32).



- Ryden, B. S. (jun. de 1988). «Galaxy formation - The role of tidal torques and dissipational infall». En: *ApJ* 329, págs. 589-611. DOI: [10.1086/166406](https://doi.org/10.1086/166406) (vid. pág. 59).
- Salerno, Juan Manuel, Héctor J. Martínez y Hernán Muriel (2019). «Filaments in VIPERS: galaxy quenching in the infalling regions of groups». En: *MNRAS* 484, págs. 2-7. DOI: [10.1093/mnras/sty3456](https://doi.org/10.1093/mnras/sty3456). arXiv: [1902.04624](https://arxiv.org/abs/1902.04624) [astro-ph.GA] (vid. págs. 17, 110).
- Schäfer, Björn Malte (2009). «Galactic Angular Momenta and Angular Momentum Correlations in the Cosmological Large-Scale Structure». En: *International Journal of Modern Physics D* 18.2, págs. 173-222. DOI: [10.1142/S0218271809014388](https://doi.org/10.1142/S0218271809014388). arXiv: [0808.0203](https://arxiv.org/abs/0808.0203) [astro-ph] (vid. pág. 57).
- Schlegel, David J., Douglas P. Finkbeiner y Marc Davis (1998). «Maps of Dust Infrared Emission for Use in Estimation of Reddening and Cosmic Microwave Background Radiation Foregrounds». En: *ApJ* 500.2, págs. 525-553. DOI: [10.1086/305772](https://doi.org/10.1086/305772). arXiv: [astro-ph/9710327](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9710327) [astro-ph] (vid. pág. 87).
- Sgró, M. A., A. N. Ruiz y M. E. Merchán (2010). «Hierarchical Friend-of-Friend algorithm to extract substructures from dark matter halos». En: *Boletín de la Asociación Argentina de Astronomía La Plata Argentina* 53, págs. 43-46 (vid. pág. 31).
- Shandarin, S F (1983). «Evolution of Potential Perturbations after Decoupling (The Adiabatic Scenario)». En: *Orig. Evol. Galaxies Proc. NATO Adv. Study Inst. held Erice, Italy, May 11-23, 1981. VIIIth Course Int. Sch. Cosmol. Gravit.* Dordrecht: Springer Netherlands, págs. 171-178. ISBN: 978-94-009-7939-0. DOI: [10.1007/978-94-009-7939-0\\_9](https://doi.org/10.1007/978-94-009-7939-0_9) (vid. pág. 15).
- Shandarin, Sergei F. y Ya. B. Zel'dovich (1989). «The large-scale structure of the universe: Turbulence, intermittency, structures in a self-gravitating medium». En: *Rev. Mod. Phys.* 61.2, págs. 185-220. DOI: [10.1103/RevModPhys.61.185](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.61.185) (vid. pág. 13).
- Shandarin, S. F. y Ya. B. Zel'dovich (1983). «Topology of the large-scale structure of the universe». En: *Comments Astrophys.* 10, págs. 33-45 (vid. pág. 15).
- Shao, Shi, Marius Cautun, Carlos S. Frenk, Liang Gao, Robert A. Crain, Matthieu Schaller, Joop Schaye y Tom Theuns (2016). «Alignments between galaxies, satellite systems and haloes». En: *MNRAS* 460.4, págs. 3772-3783. DOI: [10.1093/mnras/stw1247](https://doi.org/10.1093/mnras/stw1247). arXiv: [1605.01728](https://arxiv.org/abs/1605.01728) [astro-ph.GA] (vid. pág. 65).
- Shaw, Laurie D., Jochen Weller, Jeremiah P. Ostriker y Paul Bode (2006). «Statistics of Physical Properties of Dark Matter Clusters». En: *ApJ* 646.2, págs. 815-833. DOI: [10.1086/505016](https://doi.org/10.1086/505016). arXiv: [astro-ph/0509856](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0509856) [astro-ph] (vid. pág. 58).
- Shectman, Stephen A., Stephen D. Landy, Augustus Oemler, Douglas L. Tucker, Huan Lin, Robert P. Kirshner y Paul L. Schechter (1996). «The Las Campanas Redshift Survey». En: *ApJ* 470, pág. 172. DOI: [10.1086/177858](https://doi.org/10.1086/177858). arXiv: [astro-ph/9604167](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9604167) [astro-ph] (vid. pág. 14).
- Sheth, Ravi K., H. J. Mo y Giuseppe Tormen (2001). «Ellipsoidal collapse and an improved model for the number and spatial distribution of dark matter haloes». En: *MNRAS* 323.1, págs. 1-12. DOI: [10.1046/j.1365-8711.2001.04006.x](https://doi.org/10.1046/j.1365-8711.2001.04006.x). arXiv: [astro-ph/9907024](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9907024) [astro-ph] (vid. pág. 60).
- Slipher, V. M. (1913). «The radial velocity of the Andromeda Nebula». En: *Lowell Observatory Bulletin* 1, págs. 56-57 (vid. pág. 2).

- Smith, A. G., A. M. Hopkins, R. W. Hunstead y K. A. Pimbblet (mayo de 2012). «Multiscale probability mapping: groups, clusters and an algorithmic search for filaments in SDSS». En: *MNRAS* 422, págs. 25-43. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2012.20400.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2012.20400.x). arXiv: [1201.0570](https://arxiv.org/abs/1201.0570) (vid. pág. 97).
- Song, Hyunmi, Clotilde Laigle, Ho Seong Hwang, Julien Devriendt, Yohan Dubois, Katarina Kraljic, Christophe Pichon, Adrienne Slyz y Rory Smith (mar. de 2021). «Beyond halo mass: quenching galaxy mass assembly at the edge of filaments». En: *MNRAS* 501.3, págs. 4635-4656. DOI: [10.1093/mnras/staa3981](https://doi.org/10.1093/mnras/staa3981). arXiv: [2009.00013](https://arxiv.org/abs/2009.00013) [[astro-ph](https://arxiv.org/archive/ph).GA] (vid. pág. 17).
- Sousbie, T. (jun. de 2011). «The persistent cosmic web and its filamentary structure - I. Theory and implementation». En: *MNRAS* 414, págs. 350-383. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2011.18394.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2011.18394.x). arXiv: [1009.4015](https://arxiv.org/abs/1009.4015) (vid. págs. 18, 21).
- Sousbie, T., C. Pichon, S. Colombi, D. Novikov y D. Pogosyan (2008). «The 3D skeleton: tracing the filamentary structure of the Universe». En: *MNRAS* 383.4, págs. 1655-1670. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2007.12685.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2007.12685.x). arXiv: [0707.3123](https://arxiv.org/abs/0707.3123) [[astro-ph](https://arxiv.org/archive/ph)] (vid. págs. 51, 82).
- Sousbie, T., C. Pichon y H. Kawahara (jun. de 2011). «The persistent cosmic web and its filamentary structure - II. Illustrations». En: *MNRAS* 414, págs. 384-403. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2011.18395.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2011.18395.x). arXiv: [1009.4014](https://arxiv.org/abs/1009.4014) (vid. págs. 18, 21, 82).
- Springel, V. (dic. de 2005). «The cosmological simulation code GADGET-2». En: *MNRAS* 364, págs. 1105-1134. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2005.09655.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2005.09655.x). eprint: [astro-ph/0505010](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0505010) (vid. págs. 22, 40).
- Springel, V. (2012). «Larger, faster, better: Current trends in cosmological simulations». En: *Astronomische Nachrichten* 333.5-6, págs. 515-522. DOI: [10.1002/asna.201211701](https://doi.org/10.1002/asna.201211701) (vid. pág. 22).
- Springel, Volker et al. (2005). «Simulations of the formation, evolution and clustering of galaxies and quasars». En: *Nature* 435.7042, págs. 629-636. ISSN: 0028-0836. DOI: [10.1038/nature03597](https://doi.org/10.1038/nature03597). arXiv: [0504097](https://arxiv.org/abs/0504097) [[astro-ph](https://arxiv.org/archive/ph)]. URL: <http://www.nature.com/doi/finder/10.1038/nature03597> (vid. pág. 15).
- Stoica, R. S., V. J. Martínez, J. Mateu y E. Saar (mayo de 2005). «Detection of cosmic filaments using the Candy model». En: *A&A* 434, págs. 423-432. DOI: [10.1051/0004-6361:20042409](https://doi.org/10.1051/0004-6361:20042409). eprint: [astro-ph/0405370](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0405370) (vid. pág. 32).
- Stoica, R. S., V. J. Martínez y E. Saar (feb. de 2010). «Filaments in observed and mock galaxy catalogues». En: *A&A* 510, A38, A38. DOI: [10.1051/0004-6361/200912823](https://doi.org/10.1051/0004-6361/200912823). arXiv: [0912.2021](https://arxiv.org/abs/0912.2021) (vid. págs. 18, 21, 82).
- Strauss, Michael A. et al. (2002). «Spectroscopic Target Selection in the Sloan Digital Sky Survey: The Main Galaxy Sample». En: *AJ* 124.3, págs. 1810-1824. DOI: [10.1086/342343](https://doi.org/10.1086/342343). arXiv: [astro-ph/0206225](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0206225) [[astro-ph](https://arxiv.org/archive/ph)] (vid. pág. 87).
- Sutter, P. M., Edoardo Carlesi, Benjamin D. Wandelt y Alexander Knebe (2014). «On the observability of coupled dark energy with cosmic voids». En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 446.1, págs. L1-L5. ISSN: 17453933. DOI: [10.1093/mnrasl/slu155](https://doi.org/10.1093/mnrasl/slu155). arXiv: [1406.0511](https://arxiv.org/abs/1406.0511) (vid. pág. 15).
- Tanimura, H., N. Aghanim, V. Bonjean, N. Malavasi y M. Douspis (mayo de 2020). «Density and temperature of cosmic-web filaments on scales of tens of megaparsecs». En: *A&A* 637, A41, A41. DOI: [10.1051/0004-6361/201937158](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201937158). arXiv: [1911.09706](https://arxiv.org/abs/1911.09706) [[astro-ph](https://arxiv.org/archive/ph).CO] (vid. pág. 17).

- Tanimura, Hideki, Gary Hinshaw, Ian G. McCarthy, Ludovic Van Waerbeke, Nabila Aghanim, Yin-Zhe Ma, Alexander Mead, Alireza Hojjati y Tilman Tröster (feb. de 2019). «A search for warm/hot gas filaments between pairs of SDSS Luminous Red Galaxies». En: *MNRAS* 483.1, págs. 223-234. DOI: [10.1093/mnras/sty3118](https://doi.org/10.1093/mnras/sty3118). arXiv: [1709.05024](https://arxiv.org/abs/1709.05024) [astro-ph.CO] (vid. pág. 18).
- Tegmark, M. et al. (2003). «Cosmological parameters from SDSS and WMAP». En: *Phys. Rev. D* 69.10, págs. 1-27. ISSN: 1550-7998. DOI: [10.1103/PhysRevD.69.103501](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.69.103501). arXiv: [0310723](https://arxiv.org/abs/0310723) [astro-ph] (vid. pág. 15).
- Tempel, E., Q. Guo, R. Kipper y N. I. Libeskind (2015). «The alignment of satellite galaxies and cosmic filaments: observations and simulations». En: *MNRAS* 450.3, págs. 2727-2738. DOI: [10.1093/mnras/stv919](https://doi.org/10.1093/mnras/stv919). arXiv: [1502.02046](https://arxiv.org/abs/1502.02046) [astro-ph.CO] (vid. pág. 17).
- Tempel, E., R. Kipper, E. Saar, M. Bussov, A. Hektor y J. Pelt (dic. de 2014a). «Galaxy filaments as pearl necklaces». En: *A&A* 572, A8, A8. DOI: [10.1051/0004-6361/201424418](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201424418). arXiv: [1406.4357](https://arxiv.org/abs/1406.4357) (vid. pág. 16).
- Tempel, E., R. S. Stoica, V. J. Martínez, L. J. Liivamägi, G. Castellan y E. Saar (mar. de 2014b). «Detecting filamentary pattern in the cosmic web: a catalogue of filaments for the SDSS». En: *MNRAS* 438, págs. 3465-3482. DOI: [10.1093/mnras/stt2454](https://doi.org/10.1093/mnras/stt2454). arXiv: [1308.2533](https://arxiv.org/abs/1308.2533) (vid. págs. 18, 21, 41, 88-90).
- Tempel, E., R. S. Stoica y E. Saar (2013). «Evidence for spin alignment of spiral and elliptical/So galaxies in filaments». En: *MNRAS* 428.2, págs. 1827-1836. DOI: [10.1093/mnras/sts162](https://doi.org/10.1093/mnras/sts162). arXiv: [1207.0068](https://arxiv.org/abs/1207.0068) [astro-ph.CO] (vid. págs. 16, 58).
- Tempel, E., A. Tamm, M. Gramann, T. Tuvikene, L. J. Liivamägi, I. Suhhonenko, R. Kipper, M. Einasto y E. Saar (jun. de 2014c). «Flux- and volume-limited groups/clusters for the SDSS galaxies: catalogues and mass estimation». En: *A&A* 566, A1, A1. DOI: [10.1051/0004-6361/201423585](https://doi.org/10.1051/0004-6361/201423585). arXiv: [1402.1350](https://arxiv.org/abs/1402.1350) (vid. págs. 16, 82, 87, 111, 112, 117).
- Tempel, E., T. Tuvikene, R. Kipper y N. I. Libeskind (abr. de 2017). «VizieR Online Data Catalog: Merging groups and clusters from the SDSS data (Tempel+, 2017)». En: *VizieR Online Data Catalog* 360 (vid. pág. 87).
- Tittley, Eric R. y Mark Henriksen (dic. de 2001). «A Filament between Galaxy Clusters A3391 and A3395». En: *ApJ* 563.2, págs. 673-686. DOI: [10.1086/323955](https://doi.org/10.1086/323955) (vid. pág. 18).
- Trowland, Holly E., Geraint F. Lewis y Joss Bland-Hawthorn (2013). «The cosmic history of the spin of dark matter halos within the large-scale structure». En: *ApJ* 762.2. ISSN: 15384357. DOI: [10.1088/0004-637X/762/2/72](https://doi.org/10.1088/0004-637X/762/2/72). arXiv: [1201.6108](https://arxiv.org/abs/1201.6108) (vid. págs. 58, 67, 76).
- Tuominen, T., J. Nevalainen, E. Tempel, T. Kuutma, N. Wijers, J. Schaye, P. Heinämäki, M. Bonamente y P. Ganeshiah Veena (feb. de 2021). «An EAGLE view of the missing baryons». En: *A&A* 646, A156, A156. DOI: [10.1051/0004-6361/202039221](https://doi.org/10.1051/0004-6361/202039221). arXiv: [2012.09203](https://arxiv.org/abs/2012.09203) [astro-ph.CO] (vid. pág. 18).
- Umehata, H. et al. (oct. de 2019). «Gas filaments of the cosmic web located around active galaxies in a protocluster». En: *Science* 366.6461, págs. 97-100. DOI: [10.1126/science.aaw5949](https://doi.org/10.1126/science.aaw5949). arXiv: [1910.01324](https://arxiv.org/abs/1910.01324) [astro-ph.GA] (vid. págs. 17, 18).
- Vale, A. y J. P. Ostriker (2004). «Linking halo mass to galaxy luminosity». En: *MNRAS* 353.1, págs. 189-200. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2004.08059.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2004.08059.x). arXiv: [astro-ph/0402500](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0402500) [astro-ph] (vid. pág. 95).

- van de Weygaert, Rien y Edmund Bertschinger (1996). «Peak and gravity constraints in Gaussian primordial density fields: An application of the Hoffman-Ribak method». En: *MNRAS* 281, pág. 84. DOI: [10.1093/mnras/281.1.84](https://doi.org/10.1093/mnras/281.1.84). arXiv: [astro-ph/9507024](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9507024) [[astro-ph](#)] (vid. pág. 60).
- van Haarlem, Michiel y Rien van de Weygaert (1993). «Velocity Fields and Alignments of Clusters in Gravitational Instability Scenarios». En: *ApJ* 418, pág. 544. DOI: [10.1086/173416](https://doi.org/10.1086/173416) (vid. pág. 60).
- Vernstrom, T., G. Heald, F. Vazza, T. J. Galvin, J. L. West, N. Locatelli, N. Fornengo y E. Pinetti (ago. de 2021). «Discovery of magnetic fields along stacked cosmic filaments as revealed by radio and X-ray emission». En: *MNRAS* 505.3, págs. 4178-4196. DOI: [10.1093/mnras/stab1301](https://doi.org/10.1093/mnras/stab1301). arXiv: [2101.09331](https://arxiv.org/abs/2101.09331) [[astro-ph.CO](#)] (vid. pág. 18).
- Vitvitska, Maya, Anatoly A. Klypin, Andrey V. Kravtsov, Risa H. Wechsler, Joel R. Primack y James S. Bullock (2002). «The Origin of Angular Momentum in Dark Matter Halos». En: *ApJ* 581.2, págs. 799-809. DOI: [10.1086/344361](https://doi.org/10.1086/344361). arXiv: [astro-ph/0105349](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0105349) [[astro-ph](#)] (vid. págs. 58, 63).
- Voronoi, Georges (1908). «Nouvelles applications des paramètres continus à la théorie des formes quadratiques. Premier mémoire. Sur quelques propriétés des formes quadratiques positives parfaites.» En: *Journal für die reine und angewandte Mathematik* 133, págs. 97-178 (vid. pág. 25).
- Vurm, I., J. Nevalainen, S. E. Hong, Y. M. Bahé, C. Dalla Vecchia y P. Heinämäki (mayo de 2023). «Cosmic gas highways in C-EAGLE simulations». En: *A&A* 673, A62, A62. DOI: [10.1051/0004-6361/202243904](https://doi.org/10.1051/0004-6361/202243904). arXiv: [2303.03244](https://arxiv.org/abs/2303.03244) [[astro-ph.CO](#)] (vid. pág. 17).
- Wang, Peng y Xi Kang (jun. de 2017). «A general explanation on the correlation of dark matter halo spin with the large-scale environment». En: *MNRAS* 468.1, págs. L123-L127. DOI: [10.1093/mnrasl/slx038](https://doi.org/10.1093/mnrasl/slx038). arXiv: [1703.04726](https://arxiv.org/abs/1703.04726) [[astro-ph.CO](#)] (vid. pág. 77).
- Wang, Peng y Xi Kang (ene. de 2018). «The build up of the correlation between halo spin and the large-scale structure». En: *MNRAS* 473.2, págs. 1562-1569. DOI: [10.1093/mnras/stx2466](https://doi.org/10.1093/mnras/stx2466). arXiv: [1709.07881](https://arxiv.org/abs/1709.07881) [[astro-ph.CO](#)] (vid. pág. 77).
- Warnick, Kristin y Alexander Knebe (2006). «The sense of rotation of subhaloes in cosmological dark matter haloes». En: *MNRAS* 369.3, págs. 1253-1266. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2006.10371.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2006.10371.x). arXiv: [astro-ph/0512156](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0512156) [[astro-ph](#)] (vid. pág. 58).
- Warren, M. S., P. J. Quinn, J. K. Salmon y W. H. Zurek (nov. de 1992). «Dark halos formed via dissipationless collapse. I - Shapes and alignment of angular momentum». En: *ApJ* 399, págs. 405-425. DOI: [10.1086/171937](https://doi.org/10.1086/171937) (vid. págs. 59, 62).
- Weinberg, S. (1972). *Gravitation and Cosmology*. Wiley, New York (vid. pág. 5).
- Welker, C., J. Devriendt, Y. Dubois, C. Pichon y S. Peirani (nov. de 2014). «Mergers drive spin swings along the cosmic web.» En: *MNRAS* 445, págs. L46-L50. DOI: [10.1093/mnrasl/slu106](https://doi.org/10.1093/mnrasl/slu106). arXiv: [1403.2728](https://arxiv.org/abs/1403.2728) [[astro-ph.CO](#)] (vid. pág. 76).
- Werner, N., A. Finoguenov, J. S. Kaastra, A. Simionescu, J. P. Dietrich, J. Vink y H. Böhringer (mayo de 2008). «Detection of hot gas in the filament connecting the clusters of galaxies Abell 222 and Abell 223». En: *A&A* 482.3, págs. L29-L33.



- DOI: [10.1051/0004-6361:200809599](https://doi.org/10.1051/0004-6361:200809599). arXiv: [0803.2525](https://arxiv.org/abs/0803.2525) [[astro-ph](#)] (vid. pág. 18).
- Wetzel, Andrew R., Jeremy L. Tinker, Charlie Conroy y Frank C. van den Bosch (jun. de 2013). «Galaxy evolution in groups and clusters: satellite star formation histories and quenching time-scales in a hierarchical Universe». En: *MNRAS* 432.1, págs. 336-358. DOI: [10.1093/mnras/stt469](https://doi.org/10.1093/mnras/stt469). arXiv: [1206.3571](https://arxiv.org/abs/1206.3571) [[astro-ph.CO](#)] (vid. pág. 17).
- White, S. D. M. (1984). «Angular momentum growth in protogalaxies». En: *ApJ* 286, págs. 38-41. DOI: [10.1086/162573](https://doi.org/10.1086/162573) (vid. págs. 57, 123).
- White, S. D. M. y M. J. Rees (mayo de 1978). «Core condensation in heavy halos: a two-stage theory for galaxy formation and clustering.» En: *MNRAS* 183, págs. 341-358. DOI: [10.1093/mnras/183.3.341](https://doi.org/10.1093/mnras/183.3.341) (vid. pág. 57).
- Winkel, N., A. Pasquali, K. Kraljic, R. Smith, A. Gallazzi y T. M. Jackson (ago. de 2021). «The imprint of cosmic web quenching on central galaxies». En: *MNRAS* 505.4, págs. 4920-4934. DOI: [10.1093/mnras/stab1562](https://doi.org/10.1093/mnras/stab1562). arXiv: [2105.13368](https://arxiv.org/abs/2105.13368) [[astro-ph.GA](#)] (vid. pág. 17).
- Wojtak, Radosław, Alexander Knebe, William A Watson, Ilian T Iliev, Steffen Heß, David Rapetti, Gustavo Yepes y Stefan Gottlöber (2014). «Cosmic variance of the local hubble flow in large-scale cosmological simulations». En: *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* 438.2, págs. 1805-1812. ISSN: 00358711. DOI: [10.1093/mnras/stt2321](https://doi.org/10.1093/mnras/stt2321). arXiv: [1312.0276](https://arxiv.org/abs/1312.0276) (vid. pág. 15).
- Yang, Xiaohu, H. J. Mo, Frank C. van den Bosch e Y. P. Jing (2005). «A halo-based galaxy group finder: calibration and application to the 2dFGRS». En: *MNRAS* 356.4, págs. 1293-1307. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2005.08560.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2005.08560.x). arXiv: [astro-ph/0405234](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0405234) [[astro-ph](#)] (vid. pág. 94).
- Yang, Xiaohu, H. J. Mo, Frank C. van den Bosch, Anna Pasquali, Cheng Li y Marco Barden (2007). «Galaxy Groups in the SDSS DR4. I. The Catalog and Basic Properties». En: *ApJ* 671.1, págs. 153-170. DOI: [10.1086/522027](https://doi.org/10.1086/522027). arXiv: [0707.4640](https://arxiv.org/abs/0707.4640) [[astro-ph](#)] (vid. págs. 93, 94, 96).
- York, D. G. et al. (sep. de 2000). «The Sloan Digital Sky Survey: Technical Summary». En: 120, págs. 1579-1587. DOI: [10.1086/301513](https://doi.org/10.1086/301513). eprint: [astro-ph/0006396](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0006396) (vid. pág. 85).
- Zandivarez, Ariel y Héctor J. Martínez (2011). «Luminosity function of galaxies in groups in the Sloan Digital Sky Survey Data Release 7: the dependence on mass, environment and galaxy type». En: *MNRAS* 415.3, págs. 2553-2565. DOI: [10.1111/j.1365-2966.2011.18878.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2011.18878.x). arXiv: [1012.3445](https://arxiv.org/abs/1012.3445) [[astro-ph.CO](#)] (vid. págs. 90, 93).
- Zandivarez, Ariel, Manuel E. Merchán y Nelson D. Padilla (sep. de 2003). «Galaxy groups in the 2dF Galaxy Redshift Survey: large-scale structure with groups». En: *MNRAS* 344.1, págs. 247-256. DOI: [10.1046/j.1365-8711.2003.06827.x](https://doi.org/10.1046/j.1365-8711.2003.06827.x). arXiv: [astro-ph/0303450](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0303450) [[astro-ph](#)] (vid. pág. 90).
- Zel'dovich, Ya. B. (1970). «Gravitational Instability: An approximate theory for Large Density Perturbations». En: *Astron. Astrophys.* 5.1, págs. 84-89. ISSN: 1726670X. DOI: [10.1088/1751-8113/44/8/085201](https://doi.org/10.1088/1751-8113/44/8/085201). arXiv: [1011.1669](https://arxiv.org/abs/1011.1669) (vid. págs. 13, 82).
- Zel'dovich, Ya. B., J. Einasto y S. F. Shandarin (1982). «Giant voids in the Universe». En: *Nature* 300.5891, págs. 407-413. ISSN: 0028-0836. DOI: [10.1038/300407a0](https://doi.org/10.1038/300407a0) (vid. pág. 15).

- Zentner, Andrew R., Andrey V. Kravtsov, Oleg Y. Gnedin y Anatoly A. Klypin (ago. de 2005). «The Anisotropic Distribution of Galactic Satellites». En: *ApJ* 629.1, págs. 219-232. DOI: [10.1086/431355](https://doi.org/10.1086/431355). arXiv: [astro-ph/0502496](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0502496) [[astro-ph](#)] (vid. pág. [76](#)).
- Zhang, Youcai, Xiaohu Yang, Andreas Faltenbacher, Volker Springel, Weipeng Lin y Huiyuan Wang (2009). «The Spin and Orientation of Dark Matter Halos Within Cosmic Filaments». En: *ApJ* 706.1, págs. 747-761. DOI: [10.1088/0004-637X/706/1/747](https://doi.org/10.1088/0004-637X/706/1/747). arXiv: [0906.1654](https://arxiv.org/abs/0906.1654) [[astro-ph.GA](#)] (vid. pág. [16](#)).
- Zhang, Youcai, Xiaohu Yang, Huiyuan Wang, Lei Wang, H. J. Mo y Frank C. van den Bosch (2013). «Alignments of Galaxies within Cosmic Filaments from SDSS DR7». En: *ApJ* 779.2, 160, pág. 160. DOI: [10.1088/0004-637X/779/2/160](https://doi.org/10.1088/0004-637X/779/2/160). arXiv: [1309.3847](https://arxiv.org/abs/1309.3847) [[astro-ph.CO](#)] (vid. pág. [16](#)).