Universidad Nacional de Córdoba
Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación

Experiencia de enseñanza en ecuaciones de primer grado y lenguaje coloquial y simbólico

Trabajo Final de Prácticas Profesionales Docentes

Carabajal, Rocío

Crescente, Luciana Gabriela

Supervisión de práctica profesional e informe final: Gimenez, Aníbal Darío.
Equipo responsable de MyPE: Antunez, Daniela; Coirini Carreras, Araceli; Gerez Cuevas, José Nicolás; Gimenez, Aníbal Darío; Smith, Silvina.
Carrera: Profesorado en Matemática
Fecha: 24-11-2023

Clasificación

97 Mathematical Education

97D Education and instruction in mathematics

Palabras clave

Ecuaciones, Lenguaje Coloquial, Lenguaje Simbólico, Transposición de Términos, Propiedad Uniforme

Resumen

En el presente informe describimos nuestra experiencia de prácticas docentes en el marco de la asignatura Metodología y Práctica de la enseñanza. Comenzamos describiendo el contexto en que estuvieron inmersas nuestras prácticas, las cuales se desarrollaron en un 2do año de secundaria en una escuela de gestión privada en la Provincia de Córdoba, Argentina. A continuación detallamos las actividades propuestas para la enseñanza del lenguaje coloquial y simbólico y resolución de ecuaciones de primer grado junto con los resultados obtenidos tras llevar tales actividades al aula. Luego realizamos el análisis de una problemática surgida en nuestras prácticas: cómo la propiedad uniforme ayuda a atribuir sentido a la transposición de términos. Concluimos nuestro trabajo con reflexiones acerca de las prácticas y lo vivenciado en ellas.

Abstract

In this report we describe in detail our experience of teaching practices within the framework of the Metodology and Practice of Teaching subject. At first we describe the context in which our practices were immersed, which took place in a 2nd year of secondary school in a privately managed school in the Province of Córdoba, Argentina. Below we detail the activities proposed for teaching colloquial and symbolic language and solving first-degree equations, along with the results obtained after carrying out these activities in the classroom. Then we analyze a problem that has arisen in our practices: how the uniform property helps to provide meaning to the transposition of terms. Finally we conclude our work with reflections about the practices and what was experienced in them.

“Cuando uno puede darse cuenta del placer de dudar, de pensar, de frustrarse con un problema y que eso no va en desmedro de la persona, entonces empieza a aprender.”

Adrián Paenza

ÍNDICE

1. Introducción

1.1. Presentación

En el presente trabajo realizaremos una descripción y análisis de nuestras Prácticas Profesionales Docentes en el marco de la materia Metodología y Práctica de la Enseñanza, correspondiente al cuarto año de la carrera Profesorado en Matemática de la Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación de la Universidad Nacional de Córdoba.

En el primer capítulo presentaremos las características de la institución, aulas y estudiantes de 2º año "B" y "C" en donde desarrollamos nuestras prácticas profesionales. Utilizamos la información recogida en la etapa de observación realizada, la cual fue anterior al comienzo de nuestras prácticas.

En el segundo capítulo describiremos lo planificado con lo acontecido en la etapa de la práctica profesional, que se desarrollaron desde el 1 de agosto hasta el 25 agosto de 2023. Presentaremos cada una de las actividades trabajadas, lo planificado en cuanto a ellas y lo acontecido en el aula. Además exhibiremos y analizaremos las evaluaciones tomadas a los estudiantes.

En el tercer capítulo, abordaremos una problemática surgida a raíz de las prácticas y presentaremos un análisis de la misma.

Por último, desarrollaremos nuestras conclusiones y reflexiones finales atendiendo a nuestra experiencia de prácticas.

1.2. Sobre la institución donde se realizaron las prácticas

La institución en donde realizamos las prácticas se encuentra en barrio Alberdi en la Ciudad de Córdoba, Argentina. Es una institución educativa fundada en 1905, de gestión privada, de jornada simple y de carácter confesional, con orientación en valores de la religión católica. La escuela cuenta con cuatro niveles del sistema educativo: Nivel Inicial, Nivel Primario, Nivel Secundario con orientación en Economía & Administración y Nivel Superior. El nivel secundario cuenta con turno mañana y es exclusivo para varones, mientras que en los otros niveles la asistencia es mixta.

El edificio de la Institución cuenta con dos plantas, en su ingreso se encuentra la recepción en donde está la portería y sala de espera; allí está presente una encargada controlando y permitiendo o no el ingreso al patio principal del colegio y la permanencia de personas en este espacio. Del lado derecho se encuentra el ingreso al nivel inicial y primario, mientras que a la izquierda se encuentra el ingreso al nivel secundario, como se muestra en la siguiente imagen:

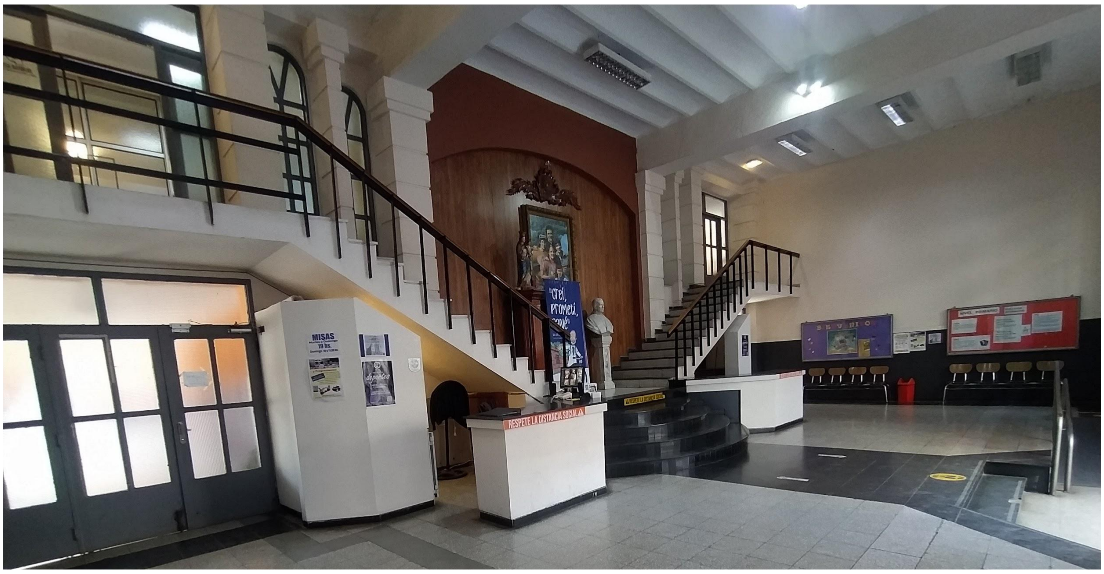


Imagen 1: Ingreso a la institución.

Ingresando al nivel secundario, en la planta baja alrededor del patio, se encuentran distribuídas las aulas del ciclo orientado, cantina, sala de computación, dirección, sala de profesores y baños para damas cerrados con llave. Al frente del patio, en la parte central se encuentra una tarima con un mástil con la bandera Argentina. Además se destaca la presencia de varias mesas de ping pong y cartelería confeccionada por los estudiantes acerca de lo realizado por el centro de estudiantes, avisos de fechas patrias importantes y otros anuncios. Subiendo la escalera se encuentran, distribuidas en dos pasillos, las aulas del ciclo básico, baños, biblioteca, preceptoría-vicedirección y salón de usos múltiples. En este piso se encuentran las aulas de 2° “B” y 2° “C”, cursos en los que desarrollamos nuestras prácticas. El aula de 2° “B” se puede observar en la siguiente Imagen; el aula de 2° “C” posee la misma distribución de instalaciones que en el otro curso:

Imagen 2: Aula de 2° “B”.

1.3. Sobre los cursos

Los cursos en los que se realizaron las prácticas fueron 2º “B” y 2º “C”, ambos cursos con la misma docente a cargo. Durante nuestras observaciones, 2º “B” contaba con 39 estudiantes, y en 2º “C” con 38 estudiantes. En 2º “B” nos encontramos con dos estudiantes con capacidades educativas diferentes, uno de ellos contaba con maestra integradora que no estuvo presente en el curso, mientras que el otro estudiante no tenía un diagnóstico, y por lo tanto, tampoco tenía una adaptación curricular. Se nos informó que el primero de estos fue cambiando de maestra integradora en el transcurso del año, en particular también durante nuestras prácticas.

Cada curso contaba con su propia aula ubicada en el primer piso de la institución. Ambas estaban provistas de pizarras blancas aptas para la utilización de fibrones, pizarra digital conectada a una computadora fija en el aula, proyector, parlantes, afiches de distintas materias creados por los estudiantes colocados en las paredes del aula, cesto de basura, horario impreso pegado en la pared y se podían apreciar imágenes de figuras religiosas. Las aulas eran amplias, poseían mucha iluminación debido a la amplitud de sus ventanas y ausencia de cortinas. Los cursos contaban con seis filas de bancos individuales y móviles separadas por un pasillo y un escritorio destinado al profesor ubicado al costado del pizarrón, donde estaba usualmente el libro de temas y una hoja con las ubicaciones asignadas a cada estudiante.

Cabe destacar que cada 80 minutos los estudiantes cuentan con un recreo de 10 minutos; luego de este los estudiantes se forman en fila antes de ingresar al aula y sólo ingresan cuando la preceptora o el profesor a cargo se los permite. Además, las puertas del aula deben ser abiertas por la preceptora ya que estas se encuentran cerradas con llave durante los recreos. En la Figura 1 podemos ver la distribución espacial de las aulas de 2° “B” y 2° “C”:

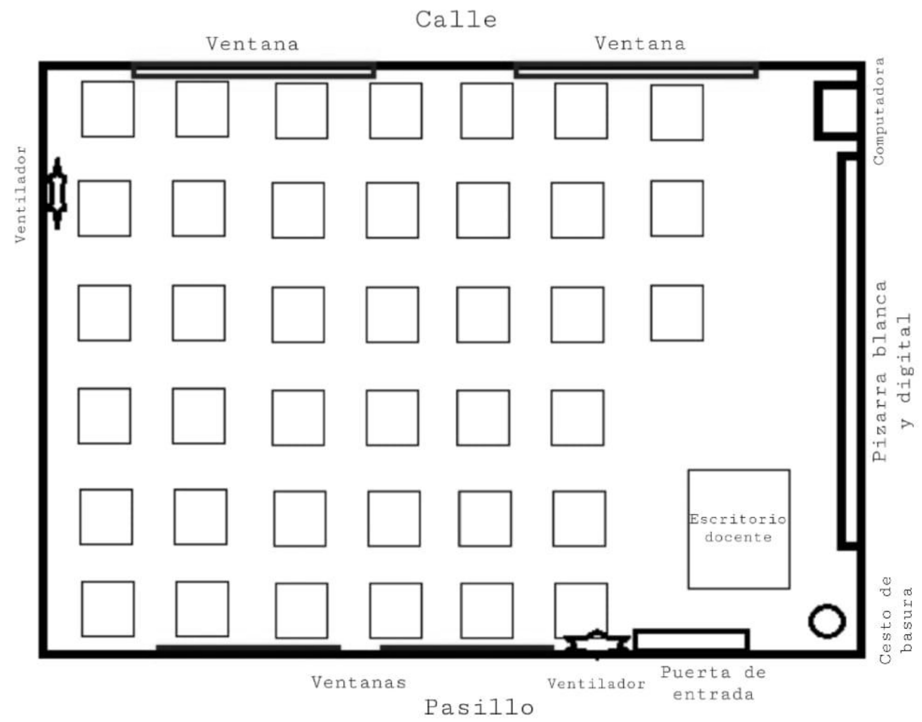


Figura 1: distribución espacial de las aulas de 2º "B" y 2º "C".

1.4. La clase de Matemática

Según establece el Diseño Curricular de la Provincia de Córdoba, cada curso contaba con 5 horas cátedra por semana de la asignatura Matemática. A continuación, en los cuadros 1 y 2, presentamos los horarios de cursado de 2º año "B" y "C" respectivamente.

Horas	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
6:55 - 7:35	Tecnología	Historia	Lengua y Literatura	Biología	Historia
7:35 - 8:15	Tecnología	Historia	Lengua y Literatura	Biología	Historia
8:30 - 9:10	Ciudadanía y Participación	Historia	Inglés	Biología	Lengua y Literatura
9:10 - 9:50	Ciudadanía y Participación	Tecnología	Inglés	Educación Religiosa	Lengua y Literatura
10:00 - 10:40	Ciudadanía y Participación	Tecnología	Inglés	Educación Religiosa	Lengua y Literatura
10:40 - 11:20	Educación Física	Matemática	Arte	Educación Religiosa	Química
11:30 - 12:10	Educación Física	Matemática	Arte	Matemática	Química

12:10 - 12:45		Matemática	Arte	Matemática	Química

Cuadro 1: Horarios de cursado de 2° año "B".

Horas	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
6:55 - 7:35	Ciudadanía y Participación	Matemática	Inglés	Historia	Matemática
7:35 - 8:15	Ciudadanía y Participación	Matemática	Inglés	Historia	Matemática
8:30 - 9:10	Ciudadanía y Participación	Lengua y Literatura	Inglés	Historia	Matemática
9:10 - 9:50	Lengua y Literatura	Lengua y Literatura	Educación Religiosa	Arte	Historia
10:00 - 10:40	Lengua y Literatura	Lengua y Literatura	Biología	Arte	Historia
10:40 - 11:20	Tecnología	Química	Biología	Arte	Tecnología
11:30 - 12:10	Tecnología	Química	Biología	Educación Física	Educación Religiosa
12:10 - 12:45	Tecnología	Química		Educación Física	Educación Religiosa

Cuadro 2: Horarios de cursado de 2° año "C".

Comenzamos las observaciones el martes 16 de mayo del 2023 en el curso 2° "B" ya que 2°"C" se encontraba realizando una convivencia ese mismo día. Debido a esto, y por el feriado del 25 de Mayo y el feriado puente del 26 de mayo, nuestras observaciones se extendieron hasta el día martes 30 de mayo. El tema que se estaba trabajando en Matemática era la resolución de ejercicios combinados.

En ambos cursos la metodología de trabajo en las clases de matemáticas consistía en que la docente proyectaba en la pizarra digital el material teórico, los estudiantes lo leían de forma conjunta en el curso y la docente realizaba alguna explicación o aclaración en la pizarra en caso de ser necesario.

Luego los estudiantes comenzaban con la resolución de las tareas prácticas previstas para ese día, las cuales se encontraban en la guía de ejercicios. Los estudiantes generalmente tenían impresas estas guías y si no, se brindaba la posibilidad de proyectarla en la pizarra digital o verla desde el celular. Los estudiantes trabajaban en sus carpetas y no utilizaban ningún otro medio para el registro de las clases. Cuando los estudiantes estaban trabajando, generalmente de forma individual, la docente circulaba por el curso respondiendo las dudas que iban surgiendo.

Luego del tiempo estipulado para la resolución de la actividad, se hacía una puesta en común en la cual los estudiantes pasaban a resolver en el pizarrón un ejercicio o ítem. Cómo los cursos eran participativos, ellos se ofrecían voluntariamente para pasar al pizarrón a resolver y en otras ocasiones la profesora elegía algún estudiante que no participaba tanto para pasar al frente en la puesta en común. Luego la profesora controlaba el ejercicio, si estaba bien colocaba un tilde y si estaba mal resuelto, comenzaba a preguntarle a la clase cómo lo habían resuelto para así ir corrigiendo de forma conjunta en el pizarrón los errores. También solicitaba a los estudiantes que copiaran en sus carpetas para tener un registro de lo trabajado en clase.

Tuvimos la oportunidad de estar presentes durante la evaluación correspondiente a 2° año "C" sobre el tema que venían desarrollando. La metodología utilizada por la docente fue comenzar la clase realizando un repaso antes de comenzar la evaluación que fue individual y escrita en donde los estudiantes, si tenían dudas, se paraban a consultarle. No estaba permitido el uso de la calculadora ni celulares mientras resolvían la evaluación. Al finalizar la misma, los estudiantes podían utilizar sus teléfonos para jugar y en algunas ocasiones, podían ir a la biblioteca hasta que todos terminen.

Además, se hizo evidente que la relación entre docente y estudiante era de respeto mutuo lo que permitía que las clases se desarrollen en un ambiente propicio de aprendizaje. No obstante, hubo más de una instancia en la cual la profesora tuvo que llamar la atención a todo el curso por actitudes irrespetuosas entre estudiantes o por "bromas pesadas".

1.5. Medios utilizados en el aula

Durante las clases observadas y nuestras prácticas, notamos que los estudiantes de la institución no cuentan con acceso a internet. En las aulas donde se desarrollaron las prácticas, se encuentra la pizarra digital conectada a una computadora que está conectada a internet por red. Asimismo, en la biblioteca del primer piso hay conectividad wi-fi pero es de bajo alcance, por lo que si los estudiantes debían buscar información en sus celulares, utilizaban datos móviles. Además, en casi todas las clases de Matemática observadas se hizo uso de las dos pizarras blancas, una de cada lado de la pizarra digital, como puede verse en el siguiente dibujo:

Figura 2: Disposición de las pizarras blanca y digital.

Los estudiantes utilizan sus carpetas para el registro de actividades desarrolladas en las clases. En ambos cursos los estudiantes no llevaban tablets o computadoras sino que utilizaban el celular para consultar cualquier material digital que les hiciera falta. Este material que debían utilizar, tanto el teórico como el práctico, se encontraba disponible en el aula virtual que posee la institución.

1.6. Observación de jornada completa

Antes de realizar la observación de jornada completa, decidimos que Luciana estaría a cargo de 2º año "B" y Rocío de 2º año "C". El objetivo de esta tarea fue observar el comportamiento y participación de los estudiantes en cada materia y con cada profesor en particular.

Una de las primeras observaciones que realizamos fue que 2º año "B" tenía sus clases de Matemática en las últimas horas mientras que 2º año "C" en las primeras. Al comienzo de la mañana los estudiantes de todo el nivel secundario forman filas en el patio de la institución, se iza la bandera, se leen extractos bíblicos con sus respectivas reflexiones y en caso de ser necesario, se realizan anuncios escolares. Por este motivo los estudiantes de 2º año "C" ingresaban al aula alrededor de las 7:05 a.m. cuando el horario indicaba el comienzo de esta materia a las 6:55 a.m.. Además, es necesario destacar que se destinaban unos minutos al tomar asistencia cuando los estudiantes ingresaban al aula ya sea en la primera hora de la mañana o luego de cualquier recreo.

Ambas observaciones de jornada completa fueron realizadas el día martes 23 de mayo. Comenzó la jornada escolar con el acto del 25 de Mayo, donde estuvieron presentes las banderas nacional y papal, se entonó el himno nacional, hubo palabras alusivas a la fecha, reflexiones acompañadas de un video producido por los estudiantes de tercer año y otro video basado en reseñas históricas y finaliza el acto con oraciones.

En 2° año "B" la jornada de los martes comienza con 3 horas cátedra de Historia, 2 horas cátedra de Tecnología y finaliza con 3 horas cátedra de Matemática. Luego del acto, los estudiantes comenzaron con la clase de Historia, donde el profesor concientizó acerca la importancia del 25 de Mayo. A continuación tomó una lección oral, controló que cada estudiante tuviera el material de clase y dió preguntas para responder con el mismo. El clima de esta clase fue silencioso dado que el profesor los callaba apenas hablaban entre ellos. Luego, comenzó la clase de Tecnología en la sala de computación. Los estudiantes se ubicaron en las computadoras de a dos y por orden alfabético. Ingresaron al aula virtual y completaron actividades sobre programación. El profesor podía acceder remotamente a las computadoras o bien recorrer el aula y distinguir rápidamente si algunos estudiantes no estaban haciendo la actividad propuesta. Los estudiantes se mostraban muy colaborativos entre ellos y motivados por la actividad. En esta clase, el profesor comentó los buenos resultados obtenidos cuando los estudiantes con capacidades educativas diferentes trabajaron juntos, dato que nos sirvió para tener en cuenta para planificar nuestras clases. Al llegar el horario de la clase de Matemática, la profesora tenía previsto pasar la evaluación programada para este día, informó esto a los estudiantes y pidió trabajar con la guía práctica. Ellos resolvieron ejercicios, hicieron una puesta en común al frente con participación voluntaria y corrigieron entre todos lo hecho en caso de ser necesario.

En 2º año "C" los estudiantes tienen 2 horas cátedra de Matemática, 3 horas cátedra de Lengua y finaliza con 3 horas cátedra de Química. Luego del acto, a las 7:40 a.m. los estudiantes comenzaron con la clase de Matemática en donde controlaron en el pizarrón las actividades que les habían quedado de la clase anterior correspondiente a la guía de ejercicios combinados. Luego, comenzaron los módulos de Lengua, donde la profesora realizó un breve repaso sobre función y trama de un texto. Seguido de esto, dio inicio a la evaluación sobre estos temas de forma escrita e individual. Los estudiantes estaban en silencio y muy concentrados. Al comenzar con los módulos de Química notamos una relación un poco "más cercana" con la docente, quien permitió a los estudiantes repasar antes de la evaluación en grupos y les brindó la posibilidad de preguntar las dudas que tuvieran. Los estudiantes debieron copiar manualmente la evaluación que la profesora dictaba. Esta consistió en 7 puntos, algunos de los cuales tenían varios incisos. Observamos que los estudiantes tardaban en escribir y la docente debía repetir varias veces las consignas, por lo que quedaba poco tiempo para resolver el examen e incluso algunos estudiantes omitieron el copiado de ciertos puntos por distracción. Al analizar estas distintas metodologías a la hora de tomar evaluación, decidimos que para nuestras prácticas entregaríamos a los estudiantes las fotocopias en formato papel. Además, logramos notar que los profesores debían completar el libro de temas al finalizar cada clase; en este quedaba asentada la fecha, el carácter de la clase, los contenidos matemáticos trabajados y las actividades propuestas que se desarrollaron en la clase. Al finalizar el día, la preceptora era la encargada de retirar del aula el libro de temas y guardarlo hasta el día siguiente.

2. Diseño de la práctica e implementación en el aula

2.1. Programa anual de la materia

En esta sección mostraremos la planificación anual que elaboraron los profesores de 2° año de la institución en la cual se desarrollaron nuestras prácticas. En el siguiente cuadro se detallan los aprendizajes y contenidos:

UNIDADES	CONTENIDOS
Unidad 1: NATURALES Y RACIONALES POSITIVOS	Repaso de operaciones con naturales, factoreo, MCM, DCM, propiedades de las operaciones. Operaciones con racionales positivos. Resolución de situaciones problemáticas
Unidad 2: NÚMEROS ENTEROS	Reconocimiento y uso. Representación y orden en la recta numérica. Opuesto. Valor absoluto. Operaciones con números enteros. Regla de los signos. Propiedades con enteros. Propiedad cancelativa. Supresión de paréntesis. Resolución de ejercicios combinados y situaciones.
Unidad 3: NÚMEROS RACIONALES	Repaso de las seis operaciones y sus propiedades. Representación en la recta numérica. Expresión decimal y fraccionaria. Propiedades de la radicación y de la potenciación. Resolución de ejercicios y problemas. Expresión decimal periódica. Notación científica. Porcentaje.
Unidad 4: ECUACIONES	Lenguaje coloquial y lenguaje simbólico. Expresiones algebraicas. Ecuaciones de primer grado. Elaboración y análisis de expresiones simbólicas. Obtención de expresiones algebraicas equivalentes. Utilización y formulación de ecuaciones lineales con única solución, infinitas soluciones y ninguna solución.
Unidad 5: FUNCIONES	Repaso de sistema de ejes cartesianos. Nombre de los ejes, par ordenado, origen del sistema. Interpretación de relaciones entre variables en tablas, gráficos y fórmulas para resolver problemas.

	Lectura, construcción y análisis de gráficos. Noción de función como relación entre dos variables dependiente e independiente. Función de proporcionalidad directa e inversa. Constante de proporcionalidad. Representaciones gráficas.
Unidad 6: GEOMETRÍA	Repaso de los elementos básicos de la geometría: punto, segmento, recta, semirrecta, ángulo. Clasificación de ángulos y propiedades. Ángulos entre rectas paralelas. Elementos de un triángulo. Clasificaciones de los triángulos: según sus lados y según sus ángulos interiores. Propiedad de la suma de los ángulos interiores de un triángulo. Desigualdad triangular. Criterios de congruencia de triángulos. Perímetro. Círculo, circunferencia, bisectriz y mediatriz.

Las expectativas y objetivos generales de la profesora titular son:

- Adquirir los conocimientos básicos empleando correctamente el lenguaje matemático.
- Usar números enteros y racionales para resolver situaciones problemáticas.
- Reflexionar sobre la necesidad de acudir a diferentes tipos de cálculo - mental o exacto - de acuerdo al problema.
- Usar y explicitar las propiedades de las operaciones de los distintos conjuntos numéricos (N, Z, Q) en la resolución de problemas.
- Recurrir al uso del lenguaje algebraico para generalizar propiedades aritméticas y geométricas.
- Utilizar y analizar funciones - proporcionalidad directa, crecimiento lineal no proporcional, proporcionalidad inversa - para resolver problemas matemáticos y extramatemáticos.
- Producir y validar enunciados sobre relaciones y propiedades numéricas y geométricas.
- Fortalecer el trabajo colaborativo.
- Reflexión de los distintos puntos de vista sobre la resolución de problemas, que permitan llegar a acuerdos entre las estudiantes.
- Fortalecimiento de habilidades sociales y capacidades como la empatía y la colaboración.

Los contenidos que fueron trabajados durante nuestras prácticas corresponden a la Unidad N°4: ecuaciones. La docente titular estableció que los temas a trabajar durante nuestras prácticas serían:

- Lenguaje coloquial y lenguaje simbólico.
- Ecuaciones de primer grado.

Se estableció que el eje central de las actividades que propusiéramos debían atender a:

- Resolución de ecuaciones con los conjuntos numéricos vistos (Z y Q).
- Lectura e interpretación de problemas.
- Pasaje del lenguaje coloquial al lenguaje simbólico y viceversa.
- Obtención de expresiones algebraicas equivalentes.
- Análisis de situaciones que permitan construir un modelo matemático.
- Utilización de las distintas operaciones en la resolución de problemas.

2.2. La planificación

Una vez establecido el tema que abordaríamos, comenzamos la etapa de planificación basándonos en el formato de guión conjetural presentado por Bombini y Labeur (2013), dichos autores afirman que "es un relato de anticipación, de género didáctica-ficción que permite predecir prácticas a la vez que libera al sujeto (al tiempo que lo constituye) en sus posibilidades de imaginarse una práctica maleable, dúctil, permeable a las condiciones de su producción, de frente a los sujetos (el docente - los estudiantes) que en ellas participan". Esto nos posibilitó hipotetizar, ir y venir, predecir, imaginar, lo que ocurriría dentro del aula. Asimismo, consideramos importante su aspecto de inconclusividad; como es un proceso de construcción, nunca termina de construirse incluso después de haberse llevado a la práctica en el aula.

Comenzamos definiendo nuestros objetivos antes de planificarlas prácticas. Estos se basaron en presentar a los estudiantes una forma de trabajo distinta a la que ellos venían trabajando con la profesora titular. Buscamos brindarles experiencias en donde con la computadora utilizaran un simulador para la construcción del conocimiento, participaran en la construcción de definiciones y puestas en común, en la validación del trabajo realizado, desarrollaran confianza y nuevas habilidades matemáticas a la vez que fomentaríamos el pensamiento crítico y reflexivo.

Decidimos confeccionar guías con actividades de elaboración propia para entregar a cada estudiante en todas las clases en formato fotocopia. Tales actividades serían necesarias para el desarrollo de nuestras planificaciones.

También decidimos, por falta de tiempo, no trabajar con la obtención de expresiones algebraicas equivalentes, aunque este contenido aparece en el programa.

2.3. Las clases

En esta sección presentaremos cada actividad desarrollada en clases, mostrando lo planificado y lo acontecido en el aula atendiendo a algunas particularidades ocurridas en cada uno de los cursos. Para ello, enunciaremos las consignas presentadas a los estudiantes, las ayudas planificadas en el guión conjetural y haremos uso de registros y autorregistros de clase para mostrar algunas de las respuestas de los estudiantes.

Actividad 1: Diagnóstico

Para dar inicio a nuestras actividades en las prácticas, elaboramos un diagnóstico con el objetivo de que los estudiantes recordasen algunos de los contenidos que ya habían trabajado previamente con su profesora titular, a la vez que buscábamos obtener información relevante en cuanto a las formas en las que ellos se expresan y resuelven problemas. Teniendo en cuenta estos objetivos, elegimos no colocar notas a los estudiantes.

Decidimos diseñar el diagnóstico atendiendo principalmente a aquellos contenidos que se relacionaban con los que posteriormente trabajaríamos. Posterior a la realización del mismo, detectamos algunos errores muy frecuentes en las producciones de los estudiantes, los cuales decidimos trabajar en clase a modo de resolverlas dudas que pudieran surgir.

El diagnóstico fue escrito e individual, siendo entregada una copia en papel para cada estudiante. El mismo consistió en la resolución de cuatro actividades y su diseño final puede apreciarse en el Anexo 1. Para esta actividad destinamos 60 minutos en ambos cursos.

En relación a las actividades propuestas, a continuación mostraremos cada consigna y mencionaremos su objetivo, resoluciones esperadas y qué fue lo que han resuelto los estudiantes en su mayoría, pudiendo citar algunos casos excepcionales que hayan sido motivo de especial atención.

La primera actividad se muestra a continuación:

1) Plantea el cálculo y resuelve:

a) La diferencia entre el doble de la raíz cuadrada de 36 y la raíz cúbica de 512.

b) El producto entre, el cubo de -5 disminuido en 3, y el cuadrado del opuesto de 2.

c) La suma entre la raíz cúbica del doble de 32 y el cubo del módulo de (– 25 + 22).

Figura 3: Actividad 1 del diagnóstico.

El objetivo de la misma era que los estudiantes realizaran el pasaje del lenguaje coloquial (palabras) al simbólico (con números, símbolos y letras). Posterior a este pasaje, se les pedía que resolvieran el cálculo que habían planteado.

Dado que durante el período de observaciones pudimos presenciar la realización de actividades similares a la mencionada, esperábamos que los estudiantes la resolvieran sin mayores dificultades puesto que mostraban un buen desempeño en el trabajo con su profesora titular. Sin embargo, también esperábamos errores de distinta procedencia, como por ejemplo escribir mal un número, olvidar signos, resolver incorrectamente u olvidar cómo se calcula el módulo de un número e incluso confundir las palabras que indican operaciones matemáticas tales como el producto o el cociente.

Al corregir las resoluciones de los estudiantes, detectamos la predominancia de dos interpretaciones distintas en el enunciado del segundo inciso, donde concluímos que tales interpretaciones se debieron a la falta de una coma, error que cometimos al transcribir estas consignas cuando diseñamos la versión del diagnóstico para imprimir. Asimismo, algunos de los errores previstos surgieron con cierta frecuencia y aparecieron otros menos comunes como los que se muestran a continuación:

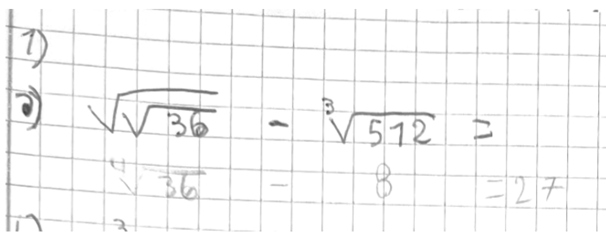


Figura 4: Error al pasar del lenguaje coloquial al simbólico la expresión “el doble de la raíz cuadrada de 36”.

La segunda actividad del diagnóstico tenía el siguiente enunciado:

2) Inventa una situación problemática que represente el siguiente cálculo:

5586 - [(5586 : 3) + (57 * 2) + (90 * 9)] + 300

Te puedes ayudar con la actividad 5 de la guía 6 de ejercicios combinados.

Figura 5: Actividad 2 del diagnóstico.

El objetivo aquí era analizar el dominio de los estudiantes en el pasaje inverso entre lenguaje coloquial al simbólico. En esta actividad les pedimos inventar un problema cuya resolución requiera el planteamiento de un cálculo dado. Cabe destacar que previamente los estudiantes habían trabajado con una actividad parecida mientras su profesora titular estaba enseñando ejercicios combinados, es por ello que dimos la posibilidad de que los estudiantes revisaran su propia carpeta con sus guías prácticas a modo de tener inspiración para el armado del enunciado solicitado. La actividad citada puede verse en detalle en el Anexo 2. Esperábamos respuestas con enunciados muy similares al ejercicio citado en la consigna del problema, sin embargo nos sorprendió el hecho de que muchos estudiantes no tenían sus carpetas, habían perdido sus guías de ejercicios o bien no se les ocurría un problema original. No pensábamos que esta actividad fuese a representar un problema tan grande como lo fue para muchos de nuestros estudiantes; esto nos llevó a decirles que continúen con los ejercicios siguientes y dejen este punto para el final. Algunos de los enunciados elaborados por los estudiantes se pueden ver a continuación:

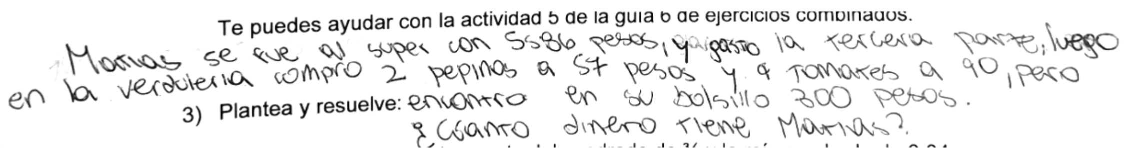


Figura 6: Producción de un estudiante en la actividad 2 del diagnóstico.

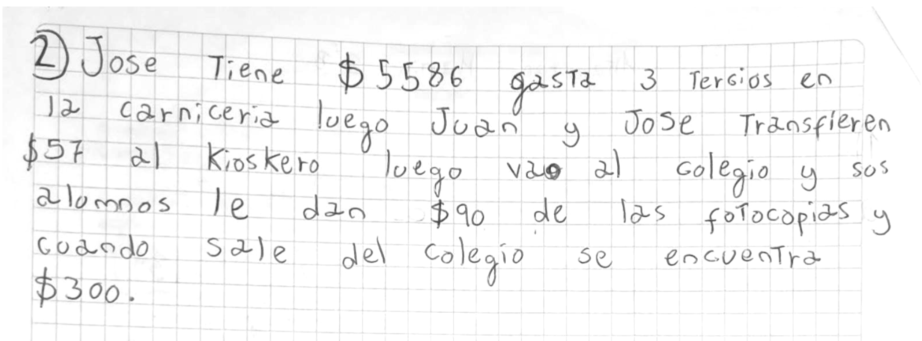


Figura 7: Producción de un estudiante en la actividad 2 del diagnóstico.

Destacamos que, si bien la mayoría de las producciones no respondían a lo que esperábamos encontrar, los estudiantes mostraron gran preocupación en resolver esta actividad. A modo de autocrítica en vistas a nuestra futura actividad docente, consideramos que una actividad como esta podría omitirse en esta instancia de diagnóstico o bien podría dejarse de tarea para el hogar, donde podrían surgir ejemplos más fructíferos para trabajar en clase.

La tercera actividad del diagnóstico fue análoga a la primera, pero lo que la diferenciaba era el trabajo con racionales en su representación decimal y fraccionaria. La consigna fue la siguiente:

> 3) Plantea y resuelve:
>
> a) La diferencia entre el opuesto del cuadrado de $\frac{3}{8}$ y la raíz cuadrada de 0,04.
>
> b) El cociente entre la raíz cuadrada de 0,16 y el cuadrado de 2.
>
> c) La suma entre la raíz cúbica del opuesto de $\frac{1}{8}$ y el inverso de la diferencia entre 2,5 y $\frac{1}{2}$.

Figura 8: Actividad 3 del diagnóstico.

El objetivo de esta actividad, al igual que la primera, fue que los estudiantes hagan el pasaje del lenguaje coloquial al simbólico y luego resuelvan. Otro objetivo fue conocer el trabajo que habían realizado con las fracciones y decimales, ya que ese tema había sido abordado por la profesora titular justo antes de nuestras prácticas, antes de finalizar la primera etapa de clases. A pesar de ser un tema recientemente visto, varios estudiantes mostraron resistencia a la resolución de problemas que involucraban fracciones, así como también mostraron dificultad para recordar lo visto.

Esperábamos resoluciones donde se realizara el pasaje de decimales a su expresión como fracción para operar con mayor facilidad, sin embargo, fue necesario dar esta sugerencia a los estudiantes a medida que resolvían el diagnóstico ya que en muchas ocasiones no sabían cómo continuar la resolución. Algunas de las producciones fueron las siguientes:

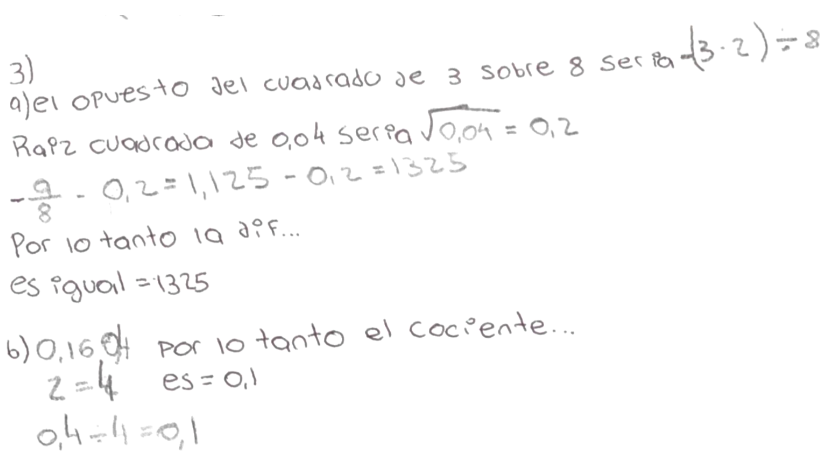

3)
a) el opuesto del cuadrado de 3 sobre 8 sería $-(3 \cdot 2) \div 8$
Raíz cuadrada de 0,04 sería $\sqrt{0,04} = 0,2$
$-\frac{9}{8} - 0,2 = 1,125 - 0,2 = 1325$
Por lo tanto la dif...
es igual = 1325
b) 0,16 0,4 por lo tanto el cociente...
2 = 4 es = 0,1
0,4 ÷ 4 = 0,1

Figura 9: Producción de un estudiante de la actividad 3 inciso a y b del diagnóstico.

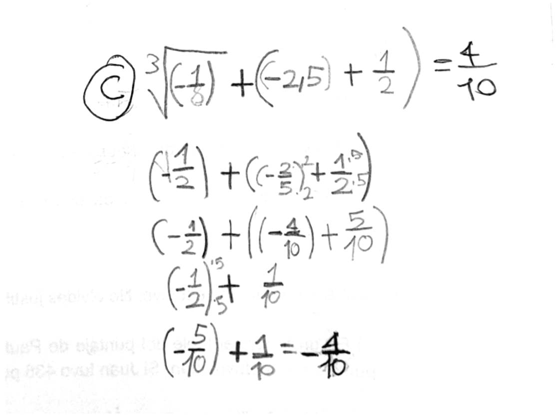


Figura 10: Producción de un estudiante en la actividad 3c del diagnóstico.

Durante el momento de resolución, varios estudiantes mostraron confusión con la palabra "inverso" presente en el enunciado del tercer inciso. Revisando algunas carpetas que ellos tenían, verificamos que no habían visto cómo se expresa una fracción inversa, por lo que tuvimos que aclararlo a los estudiantes a medida que iban presentando esta duda.

Analizando el tiempo que demandó a los estudiantes la resolución de esta actividad y la primera, consideramos que hubiese sido más provechoso el unificar ambas actividades y combinar ambos campos numéricos en los cuales ya sabían cómo trabajar.

Como última actividad del diagnóstico, se encuentra el siguiente enunciado:

4) Lee atentamente y resuelve. No olvides justificar:

   a) En un juego, el triple del puntaje de Paula más 42 es igual a la quinta parte del puntaje que obtuvo Juan. Si Juan tuvo 435 puntos ¿Cuántos puntos tuvo Paula?

   b) Pedro es 3 años menor que Álvaro, pero es 7 años mayor que María. Si la suma de las edades de los tres es 38, ¿qué edad tiene cada uno?

Figura 11: Actividad 4 del diagnóstico.

Presentamos dos situaciones problemáticas que potencialmente podrían resolverse utilizando ecuaciones. Sin embargo, no pretendíamos que plantearan ni resolvieran ecuaciones en esta instancia dado que era el tema que posteriormente desarrollaríamos en nuestras prácticas. Nuestro objetivo era plantear el desafío a los estudiantes y ver cómo los resolvían o intentaban hacerlo, para más tarde retomar dichos problemas y mostrarles la conveniencia de resolverlos utilizando ecuaciones, más allá de que hubiese otras formas de resolución.

Esperábamos resoluciones aritméticas y del tipo ensayo-error, donde los estudiantes probaran con duplas o ternas de valores y luego descartaran los que no se adaptaban al enunciado. Sorpresivamente encontramos escasas resoluciones, hecho que probablemente ocurrió por ser este el último punto o bien por representar un gran desafío. Entre las producciones se destacó una en la que el estudiante planteó y resolvió una ecuación. Dicha resolución puede verse a continuación y fue la única de este tipo entre los dos cursos:

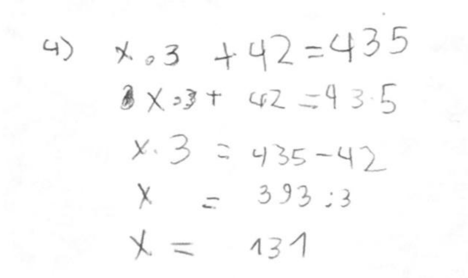


Figura 12: Producción de un estudiante en la actividad 4a del diagnóstico, donde resuelve planteando una ecuación.

Una resolución de tipo ensayo-error puede verse en la siguiente Figura:

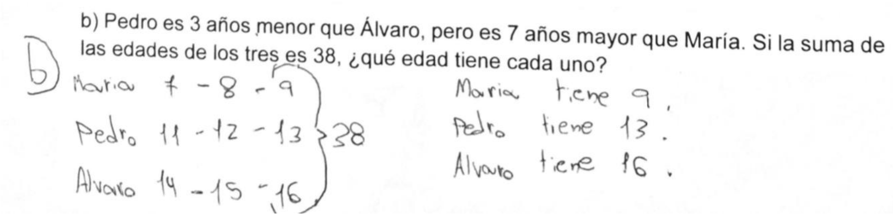


Figura 13: Producción de un estudiante en la Actividad 4b del diagnóstico donde propone distintas ternas de valores posibles y elige aquella que cumple con todas las condiciones.

A pesar de que no fueron muchas las resoluciones realizadas, como ya se mencionó previamente, esta actividad y métodos de resolución serían retomados hacia el final de nuestras prácticas.

Como conclusión acerca de este diagnóstico, no sólo nos proporcionó información acerca de la relación de los estudiantes con cada uno de los temas sino que también nos permitió tener un primer acercamiento a ellos, ayudándolos en sus dudas y animándolos a resolver los problemas propuestos.

Actividad 2: Línea del tiempo y definición del álgebra

Con el objetivo de introducir a nuestros estudiantes las expresiones algebraicas, en lugar de dar un teórico con las definiciones ya elaboradas, decidimos inmiscuirlos en la historia del Álgebra, a modo de que conocieran de dónde proviene y para qué se la ha utilizado a lo largo de la historia. Elaboramos una línea del tiempo donde se destacan ciertos sucesos importantes en la historia del Álgebra, como puede verse a continuación:

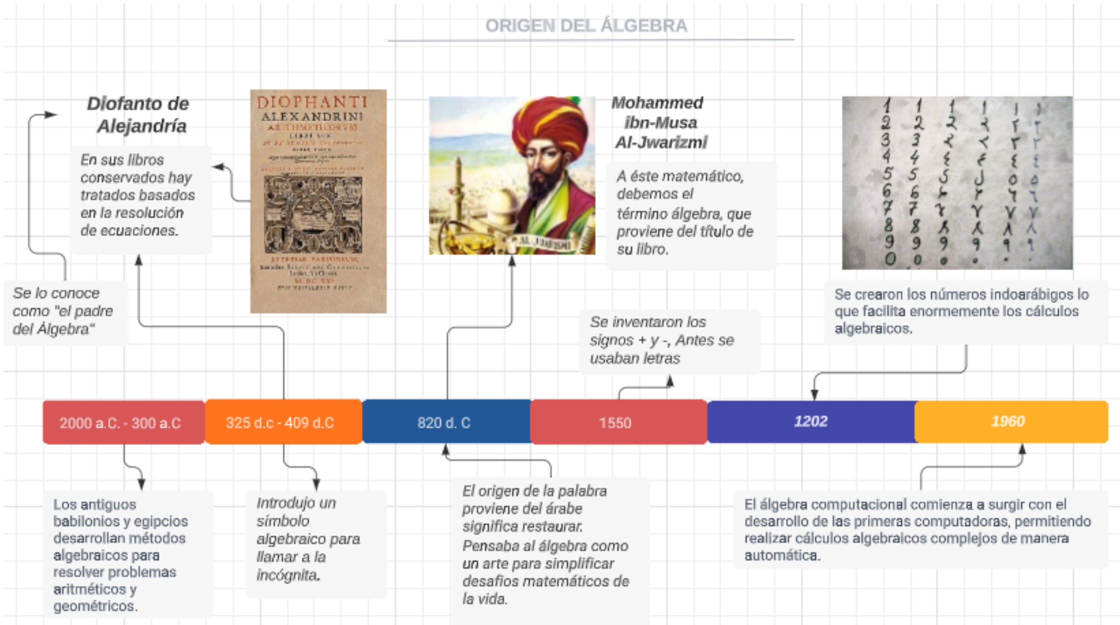


Figura 14: Línea del tiempo de la historia del Álgebra.

Esta línea del tiempo encabezó la Guía 1 que entregamos a los estudiantes en fotocopia y cuyo diseño puede verse en el Anexo 3. La actividad consistía en leer entre todos la línea del tiempo mientras la misma era proyectada en la pizarra digital y a continuación elaborar en el pizarrón una lluvia de ideas acerca de lo que los estudiantes creían que era el Álgebra. Luego, armaríamos una definición del Álgebra a partir de determinadas ideas que pudiesen surgir en tal lluvia de ideas. Cabe aclarar que algunas palabras de la línea del tiempo funcionaban como pistas para la lluvia de ideas y la definición que daríamos del Álgebra fue previamente elaborada.

Al llevar esta propuesta al aula, al comienzo los estudiantes se encontraban algo confundidos dado que la forma de trabajo propuesta no era la habitual. Para guiarlos, sugerimos revisar la línea del tiempo para que encontrasen algunas palabras para describir al Álgebra, sin embargo, la consigna seguía pareciendo confusa. Decidimos dejarlos buscar en internet información sobre el Álgebra y con esto comenzamos a completar la lluvia de ideas que puede apreciarse en la Figura 15:

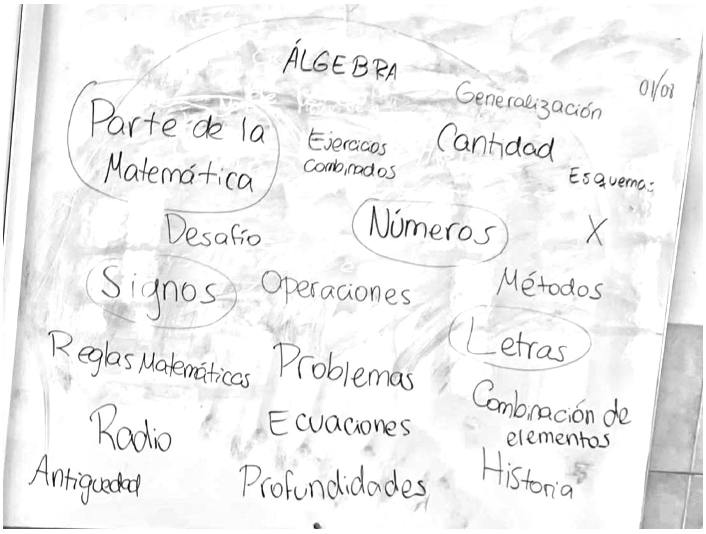


Figura 15: Lluvia de ideas elaborada en 2° ”B”.

Como puede observarse, encerramos determinadas palabras, las cuales utilizaríamos para armar la definición del Álgebra que daríamos a los estudiantes. A continuación, haciendo referencia a tales palabras, enunciamos y copiamos en el pizarrón la siguiente definición:

“El Álgebra es una rama de la Matemática que busca generalizar operaciones habituales mediante el uso de números, signos y letras”

Figura 16: Definición de Álgebra basada RAE adaptada por nosotras.

Dejamos a los estudiantes copiar esta definición en el espacio correspondiente que habíamos dejado en la fotocopia de la guía entregada. Luego, para que los estudiantes tuvieran un ejemplo donde aparece el Álgebra, decidimos ilustrar la definición dada con el siguiente ejemplo:

Propiedad conmutativa con respecto a la multiplicación: a.b = b.a donde a y b son cualquier número

Figura 17: Ejemplo de expresión algebraica que generaliza una propiedad para cualquier par de números

En esta actividad los estudiantes se mostraron muy motivados y participaron activamente en la realización de la misma, para la cual dedicamos 40 minutos y 25 minutos en 2° “B” y 2° “C” respectivamente. Cabe aclarar que las diferencias de tiempo dedicado se deben a que luego de la clase de 2° “B”, para 2° “C” decidimos dejar que los estudiantes busquen en internet directamente en vez de pensar ideas a partir de la línea del tiempo.

Actividad 3: Errores en el diagnóstico y lenguaje coloquial-simbólico

Luego de corregir los diagnósticos de los estudiantes, realizamos algunas aclaraciones que respondían a la mayoría de los errores que surgieron como podemos observar en la siguiente imagen del pizarrón del aula:

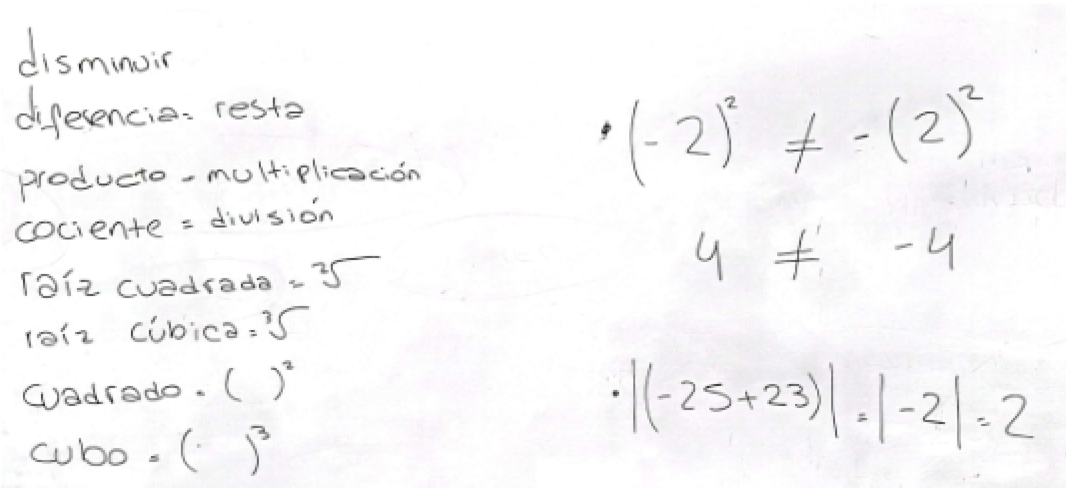


Figura 18: Fotografía de la pizarra cuando se realizaron aclaraciones sobre los errores que ocurrieron en el diagnóstico.

En esta instancia fue necesario recordar a qué operaciones hacían referencia algunas palabras, tal como podemos observar del lado izquierdo de la pizarra en la Figura 18. También analizamos entre todos la importancia que tiene el uso de paréntesis y cómo determinan la operación que realizaremos. Seguido de ello, recordamos cómo se resolvía el módulo; los estudiantes ya lo habían aprendido en el momento que nosotras realizamos las observaciones, pero no lo recordaban.

Después de esta puesta en común, se trabajó en el pizarrón con la siguiente tabla a modo de ejemplificar la relación entre el lenguaje coloquial y simbólico. Los estudiantes propusieron un ejemplo de lenguaje coloquial y entre todos lo pasamos al lenguaje simbólico; luego realizamos el proceso inverso. En la pizarra, quedó escrito lo que se muestra a continuación:

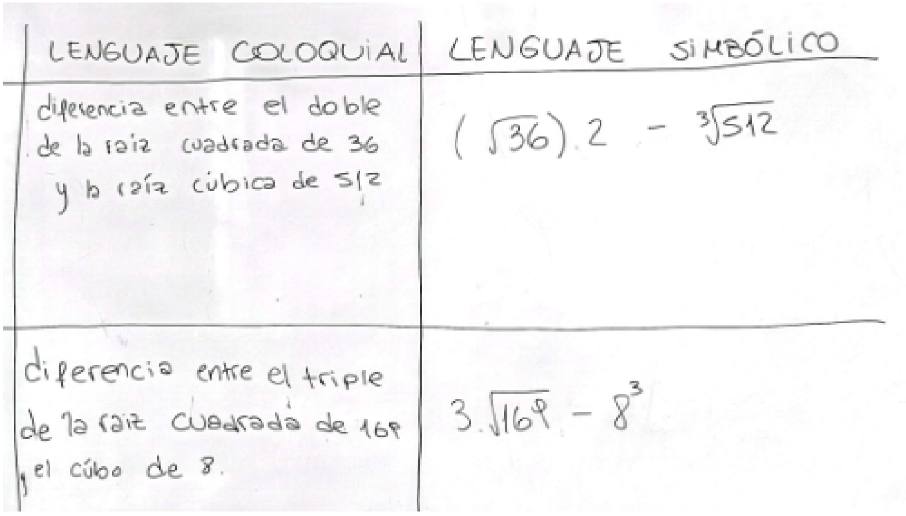


Figura 19: Fotografía de la pizarra en donde se observa un cuadro comparativo entre el lenguaje coloquial y simbólico.

Para esta actividad dedicamos aproximadamente 5 minutos en ambos cursos. Además les pedimos a los estudiantes que copiaran en sus carpetas y completaran el cuadro que se encontraba en la fotocopia de la guía. Además les explicamos que durante nuestras prácticas continuaríamos trabajando con el lenguaje coloquial y simbólico por lo que les sería de mucha utilidad tener la carpeta completa para que pudieran volver sobre ello cuando tuvieran dudas o no recordaran algunos de estos temas.

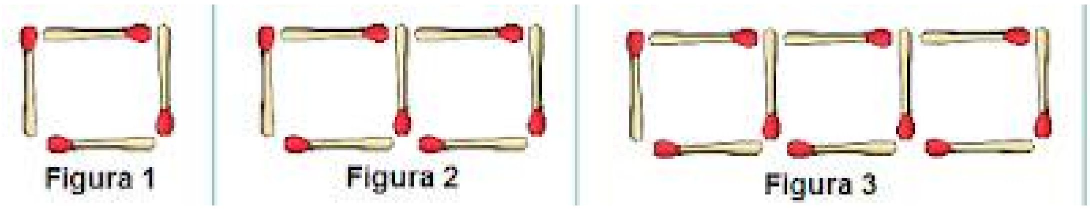
Actividad 4: Patrones

Se presenta a los estudiantes esta actividad con el objetivo de analizar un patrón de fósforos. Buscábamos que, con el avance en la resolución de los incisos de la actividad, los estudiantes lograran identificar regularidades en las figuras y con ello sean capaces de elaborar expresiones algebraicas para representar la cantidad de fósforos en una figura cualquiera.

Esta tarea se presentó para ser resuelta en grupos; en 2° “B” se dio la indicación de que formaran grupos de tres o cuatro integrantes. Frente a esto, los estudiantes movieron sus bancos por el aula y se destinó bastante tiempo hasta que terminaran de acomodarse. Además quedaron algunos de ellos sin grupo y otros que decidieron trabajar solos. Ya en 2° “C” decidimos armar los grupos para agilizar la metodología de trabajo. La actividad completa puede observarse en el Anexo 3.

Los primeros incisos de la actividad se muestran a continuación:

Graciela está armando dibujos con fósforos como se ve en las figuras. Observen atentamente y resuelvan las siguientes cuestiones.



a) Indiquen cuántos fósforos utilizó Graciela para armar cada uno de los dibujos que aparecen en las figuras.
b) ¿Cuántos fósforos tendrá la próxima figura (figura 4)?

Figura 20: Incisos a) y b) de la Actividad 1 de la Guía 1.

En el inciso a) consideramos que los estudiantes contarían los fósforos de cada figura para dar solución a esta pregunta, y de hecho fue eso mismo lo que ocurrió en el aula.

En el inciso b) esperamos que los estudiantes dibujaran la cuarta figura para responder esta pregunta. Observamos que dibujaban la cuarta figura a continuación de la tercera, frente a esto les aconsejamos que en lugar de agregar los fósforos en la tercera figura realicen una nueva. Esto era para evitar confusiones por la pérdida de información. Además, consideramos que podrían no darse cuenta de que los cuadrados son adyacentes y comparten un lado siempre. Frente a esta posibilidad, pensamos sugerirles a los estudiantes que notaran que la figura no tenía dos fósforos por cada lado compartido y así no habría confusiones.

El tercer y cuarto inciso de la actividad tenían el siguiente enunciado:

c) ¿Cuántos fósforos verticales hay en cada figura hasta la cuarta? ¿Pueden anticipar cuántos fósforos verticales habrá en la figura 13?
d) ¿Cuántos fósforos horizontales hay en cada figura hasta la cuarta? ¿Pueden anticipar cuántos fósforos horizontales habrá en la figura 13?

Figura 21: Inciso c y d de la Actividad 1 de la Guía 1.

En el inciso c) y d) tenían como objetivo que los estudiantes comiencen a observar regularidades solo teniendo en cuenta los fósforos verticales u horizontales dependiendo del inciso. Consideramos que los estudiantes contarían los fósforos en cada una de las figuras ya dibujadas e intentarían dibujar la figura 13. En este último caso, consideramos que podríamos pedirles que escriban el número de la figura y al lado la cantidad de fósforos verticales u horizontales (dependiendo del inciso) hasta que puedan encontrar la relación qué hay entre estas cantidades y así conducirlos hacia la regularidad buscada.

En la puesta en común de esta actividad y a medida que recorríamos los distintos grupos de trabajo, observamos que los estudiantes no presentaban dificultad para encontrar la regularidad. Podemos observar en la siguiente Figura el registro que quedó en la pizarra de la puesta en común de estos incisos:

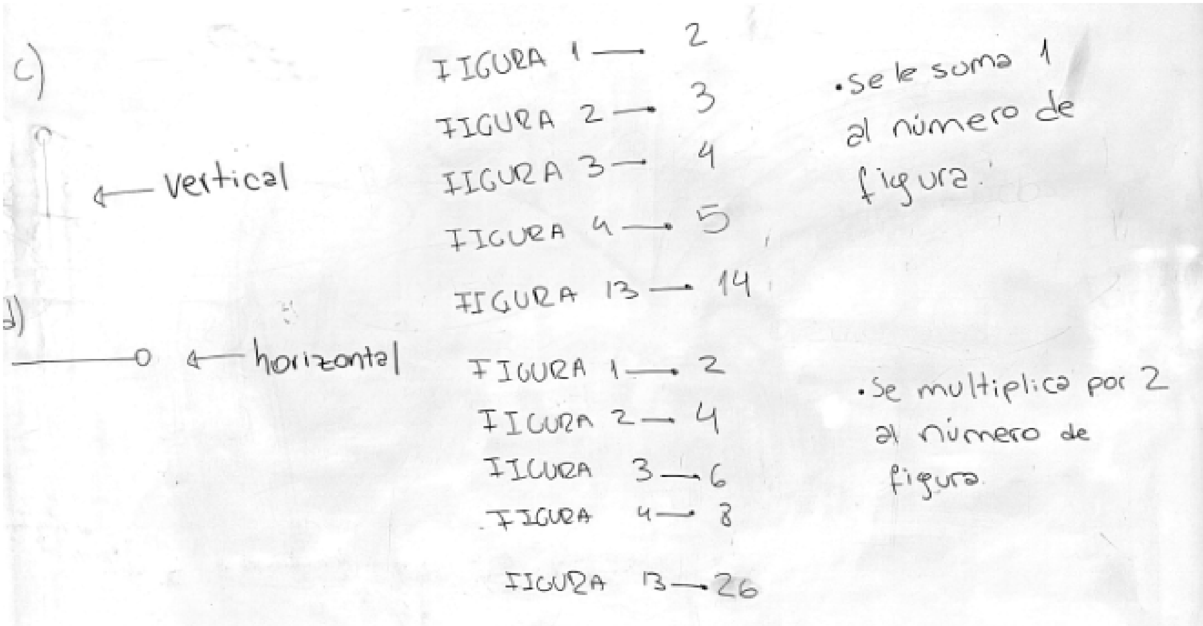


Figura 22: Fotografía de la pizarra con lo realizado en el inciso c) y d) de la actividad 1 de la Guía 1.

Podemos observar que los estudiantes notaban las regularidades que comenzaban a surgir; en el inciso c) se sumaba 1 al número de la figura mientras que en el d) se multiplicaba por 2 al número de la figura. En ambos incisos se buscaba que los estudiantes tengan una pista de qué observar en cada figura para encontrar la regularidad entre el número de figura y cantidad de fósforos independientemente a si fueran verticales o horizontales.

En 2° "B" se terminó la clase con la puesta en común hasta el inciso d) inclusive, por lo que se dejó de tarea completar lo que quedaba de la actividad. Por otra parte, en 2° "C" se avanzó hasta el inciso e), del cual podemos ver su enunciado a continuación:

e) ¿Cuántos fósforos tendrá la figura 17?

f) Completen la siguiente tabla y comenten brevemente cómo hicieron para obtener cada resultado.

Figura	Cantidad de fósforos
1	
2	
3	
4	
6	
17	
25	
51	

Figura 23: Últimos dos incisos de la actividad 1 de la Guía 1.

Al preguntar por una figura grande como la número 17, buscamos generar la necesidad en los estudiantes de escribir una expresión general para conocer la cantidad de fósforos dependiendo sólamente del número de figura en cuestión.

Consideramos que la producción de una expresión general es un recurso muy interesante para la introducción de las incógnitas en la clase de matemática; en este caso, el recurso algebraico aparece como un medio para resolver problemas que implican la exploración de regularidades. Esta situación en particular es rica puesto que puede dar lugar a diferentes métodos de cálculos y, por ende, a una variedad de fórmulas que implica una discusión sobre la validez y la equivalencia de las mismas.

Frente a este inciso, los estudiantes presentaron dos formas distintas de resolverlo, las cuales ya las habíamos previsto en nuestra planificación.

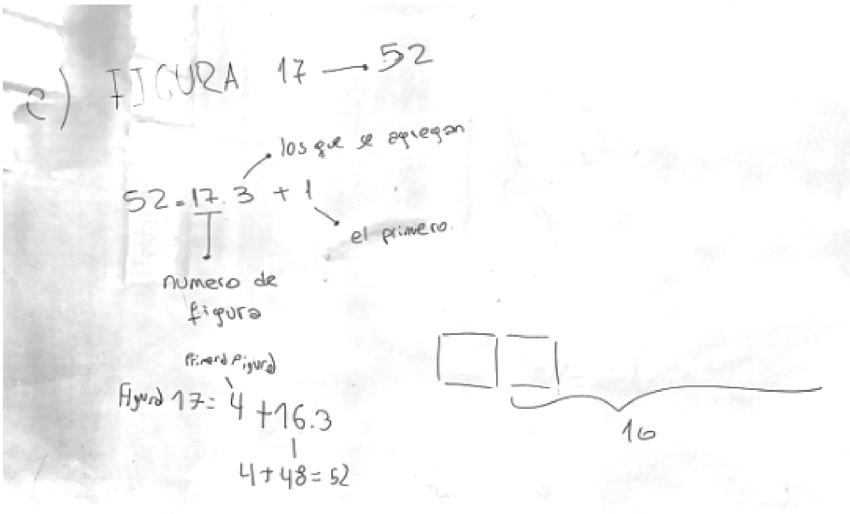


Figura 24: Fotografía de la pizarra con la corrección del inciso e) de la actividad 1 de la Guía 1.

En la Figura 24, se puede apreciar cómo los estudiantes propusieron resolverlo haciendo $52 = 17 * 3 + 1$ que es igual a $1 + 3 * 17 = 52$, es decir, un fósforo inicial más 17 veces (haciendo referencia al número de la figura que se pide) los tres fósforos que se agregan para formar cada cuadrado, teniendo en cuenta que cada cuadrado se forma “compartiendo” un lado con el cuadrado anterior. También propusieron hacer $4 + 3 * 16$, es decir, los cuatro fósforos iniciales más tres fósforos por cada uno de los 16 cuadrados restantes, lo que da un total de 52 fósforos.

De esta forma, los estudiantes comenzaban a escribir una expresión general que les permitiría completar la tabla presente en el último inciso de la actividad. No se llegó a exponer en la puesta en común dicho inciso, por lo que quedó de tarea. Consideramos que los estudiantes utilizarían los incisos anteriores para completar la tabla cuando se les pregunta por las figuras 1, 2, 3, 4 y 17. Para averiguar la cantidad de fósforos que hay en la figura 6, podría ocurrir que la dibujen o utilicen la regularidad encontrada en el inciso e). Supusimos que la mayor dificultad se presentaría al completar las figuras 25 y 51, pero frente a ello, invitaríamos a los estudiantes que utilicen las regularidades encontradas en los incisos anteriores.

Actividad 5: Simulador de balanza

En vistas a introducir la propiedad uniforme con respecto a la suma y a la resta, decidimos buscar una actividad novedosa y llamativa para los estudiantes. Luego de una extensa búsqueda bibliográfica acerca de experiencias y modalidades de enseñanza de este tema en secundaria, elegimos utilizar un simulador de balanzas para representar lo que sucede en una ecuación al aplicar esta propiedad. Esta actividad es principalmente de carácter experimental en cuanto se propone trabajar con un simulador en computadora. Buscábamos expresar con ecuaciones las situaciones observadas e introducir la propiedad uniforme con respecto a la suma y resta como método para la resolución de las mismas.

Entre los diversos simuladores de balanzas para la enseñanza de ecuaciones, luego de analizar las posibilidades que ofrecía cada uno, decidimos elegir un simulador de la página PhET de la Universidad de Colorado, que puede consultarse en la página https://phet.colorado.edu/sims/html/equality-explorer-basics/latest/equality-explorer-basics_all.html?locale=es y cuya interfaz puede verse en la siguiente Figura:

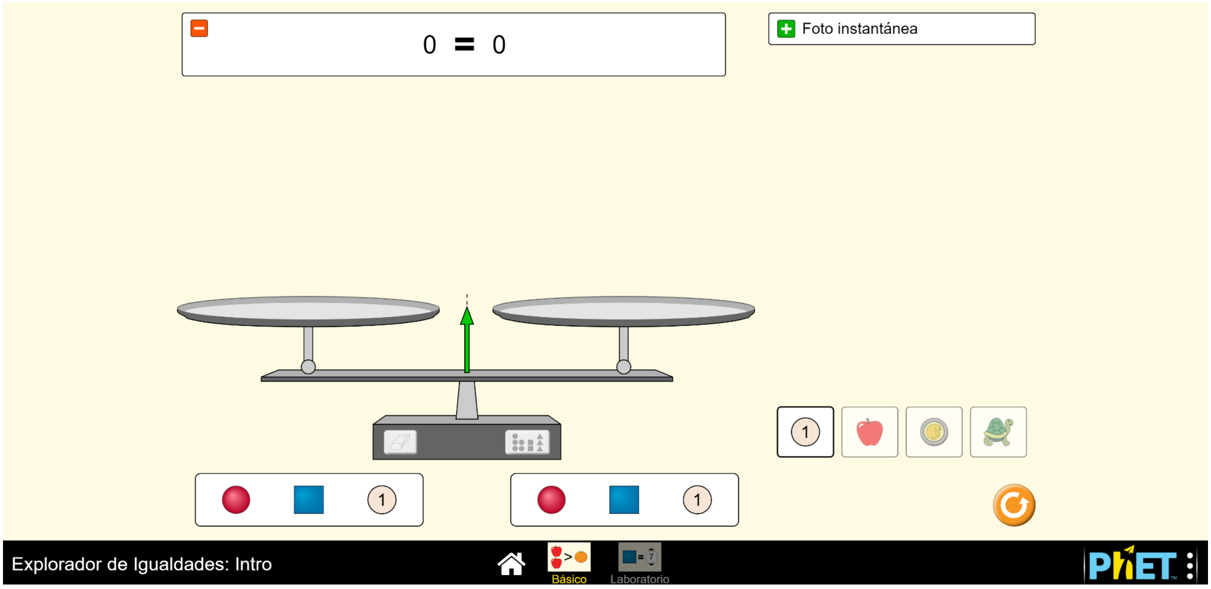
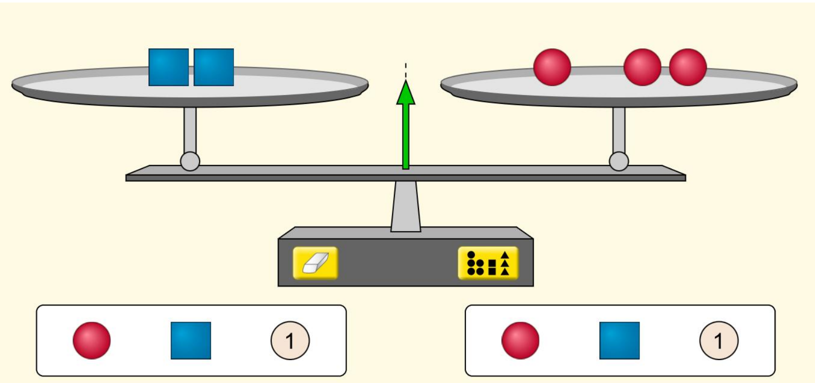


Figura 25: Interfaz del simulador de balanzas.

Diseñamos dos consignas con el objetivo general de hacer notar, por medio de la experimentación y conjeturación, que al agregar el mismo peso en ambos platillos, se preserva el equilibrio de la balanza. Ambas consignas formaron parte de la Guía 2, la cual fue repartida en fotocopia a cada estudiante y su diseño final puede verse en el Anexo 4. En un principio, esta actividad fue pensada para llevarse a cabo en la sala de computación del colegio, en grupos de a lo sumo dos estudiantes, pero dado que la misma se encontraba reservada para las clases de tecnología de todos los cursos, tuvimos que pensar una alternativa. Solicitamos a nuestra facultad el préstamo de notebooks y de esta forma la actividad pudo llevarse a cabo en el aula en grupos de cuatro o cinco estudiantes. El trabajo durante esta jornada fue dedicado totalmente al uso de las computadoras como recurso ya que no podríamos disponer de ellas más adelante. Antes del comienzo de la clase, preparamos cada computadora cargando el simulador y minimizando la ventana superior izquierda, ya que en la misma se mostraban ecuaciones o inecuaciones que representaban la situación de la balanza al agregar o quitar elementos. Como uno de nuestros objetivos finales era que los estudiantes elaboraran sus propias expresiones algebraicas, la visualización de tales ecuaciones o inecuaciones acabaría limitando esta posibilidad, motivo por el cual decidimos entregar las computadoras con el simulador abierto y dicha ventana minimizada.

La primera consigna daba indicaciones de agregar en un platillo determinado peso, observar lo que sucede, agregar el mismo peso en el otro platillo y notar que la balanza vuelve a estar en equilibrio. La forma de guiar este trabajo fue mediante el planteo de distintos incisos, como puede verse a continuación:

1) Carguen la balanza con 2 cuadrados en el platillo izquierdo y 3 círculos en el derecho, como se muestra en la siguiente figura:



a) ¿Cómo se encuentra la balanza?
b) ¿Qué sucede si agregamos 2 pesas de un kilo en el lado izquierdo?
c) Piensen y luego experimenten ¿Qué sucederá si ahora agregamos 2 pesas de un kilo en el lado derecho? ¿Cómo se encuentra la balanza?
d) Volviendo a la situación que muestra la figura inicial, coloquen ahora un cuadrado más del lado izquierdo ¿Creen que es posible equilibrarla nuevamente?

Figura 26: Actividad 1 de la Guía 2 para trabajar con el simulador de balanza.

Destinamos una buena parte del tiempo permitiendo que los estudiantes exploren el simulador para responder las primeras preguntas de la actividad. Recorrimos los grupos con la intención de conocer sus inquietudes e intercambios, a la vez que les planteamos nuevas preguntas para hacerlos avanzar sobre esta actividad.

Transcurridos 30 minutos aproximadamente, damos comienzo a la puesta en común donde buscamos entre todos responder cada inciso en el pizarrón y que los estudiantes tengan un registro de tales respuestas. En el primer inciso la respuesta más usual fue que la balanza estaba en equilibrio. Le siguieron otras respuestas como “está recta”, “tiene el mismo peso” o “está estable”. Además hicimos notar que la misma se encontraba en equilibrio cuando la flecha del medio se ponía color verde. En la puesta en común de los siguientes dos incisos no fue difícil llegar a la conclusión de que al agregar peso en un solo platillo, la balanza se desequilibra y cuando agregamos el mismo peso en el otro platillo, se retorna al equilibrio. Con respecto al inciso d), al recorrer los grupos, notamos cierta literalidad en cuanto a que los estudiantes respondían “si” o “no” y en el caso afirmativo no proponían formas de lograr tal equilibrio. Al notar esto, les propusimos buscar algunos ejemplos y estos mismos fueron recuperados en la puesta en común. Anotamos los mismos en el pizarrón a modo que aquellos grupos que no hayan conseguido una respuesta, puedan tenerla o bien completar la propia.

Luego se trabajó con la actividad 2 que se observa a continuación:

2) Al cambiar a un modo distinto de balanza, como antes minimicen la ventana superior izquierda. Luego exploren y resuelvan:
   a) En el plato izquierdo de la balanza coloquen 4 manzanas y en el derecho 3 naranjas. Si sólo pueden usar naranjas ¿Cuántas se necesitan para equilibrar la balanza? ¿En qué platillo las pondrían?
   b) ¿Hay alguna otra forma de equilibrar la balanza agregando cualquier tipo de fruta?
   c) Escriban las situaciones presentes en la balanza que observaron en el inciso b). *Ayuda: pueden usar dibujos, símbolos, números y letras.*

Figura 27: Actividad 2 de la Guía 2.

El objetivo de esta actividad era continuar trabajando con situaciones de equilibrio de la balanza y comenzar a escribir las primeras expresiones algebraicas de una manera que resulte más natural para los estudiantes. En esta oportunidad los pesos eran desconocidos; sólo podían averiguarse varias relaciones entre los pesos de las distintas frutas pero ese no era nuestro objetivo.

En la puesta en común del primer inciso, todos los estudiantes coincidieron en que habría que agregar las naranjas en el platillo derecho. Sin embargo surgieron disidencias en cuanto a la cantidad de naranjas que debían agregarse; las dos respuestas fueron: “5 naranjas” y “8 naranjas”. Esta situación era esperable dado que, al agregar cinco naranjas en el platillo derecho, la balanza volvía a equilibrarse, y en total había ocho naranjas. Para abordar la respuesta correcta, hicimos la siguiente pregunta: “¿Cuántas naranjas tuvimos que agregar? recuerden que la situación inicial ya decía que había tres naranjas en el platillo derecho”. Ante este planteo, los estudiantes inmediatamente respondieron que eran necesarias cinco naranjas para equilibrar la balanza. A continuación, la puesta en común de los incisos b) y c) se dio de manera conjunta dado que estaban estrechamente relacionados. En el momento de resolución en grupos, notamos que los estudiantes no entendían la ayuda brindada por nosotras acerca de que se podían utilizar dibujos para representar las situaciones del inciso b). Les explicamos que podían dibujar la cantidad de cada tipo de fruta que necesitaban para no tener que escribir el nombre de las mismas y así ahorrar tiempo en la escritura. Sin embargo, notamos que algunos estudiantes optaron por hacer el dibujo completo, incluyendo la balanza con las frutas. Para corregir esto, enfatizamos en la necesidad de que sea algo fácil y rápido de escribir, y justamente un dibujo tan complejo distaba mucho de ser algo rápido. En la puesta en común no surgieron dibujos como opción para representar las situaciones visualizadas en el inciso b) sino que surgieron palabras e incluso otro tipo de notación para dicho fin. En esta puesta en común, al ser producciones de los estudiantes, los hicimos participar haciéndolos pasar y escribir alguna de sus expresiones en la pizarra blanca para mostrar la diversidad de opciones tanto para equilibrar la balanza como para representar una situación. La mayoría de los grupos optó por escribir la cantidad seguida por el nombre de cada fruta correspondiente, como por ejemplo “4 manzanas = 3 naranjas y 2 limones”. Para unificar las respuestas, buscamos establecer un acuerdo con los estudiantes, el cual se trataba de representar a cada fruta con su letra inicial. De esta forma, las manzanas se representaban con la letra “M”, las naranjas con “N” y los limones con “L”. Los estudiantes no mostraron incomodidad para aceptar este acuerdo y rápidamente pudieron “transcribir” las expresiones anteriores utilizando esta nueva notación. En la Figura 28 y Figura 29 puede apreciarse el trabajo hecho en cada curso:

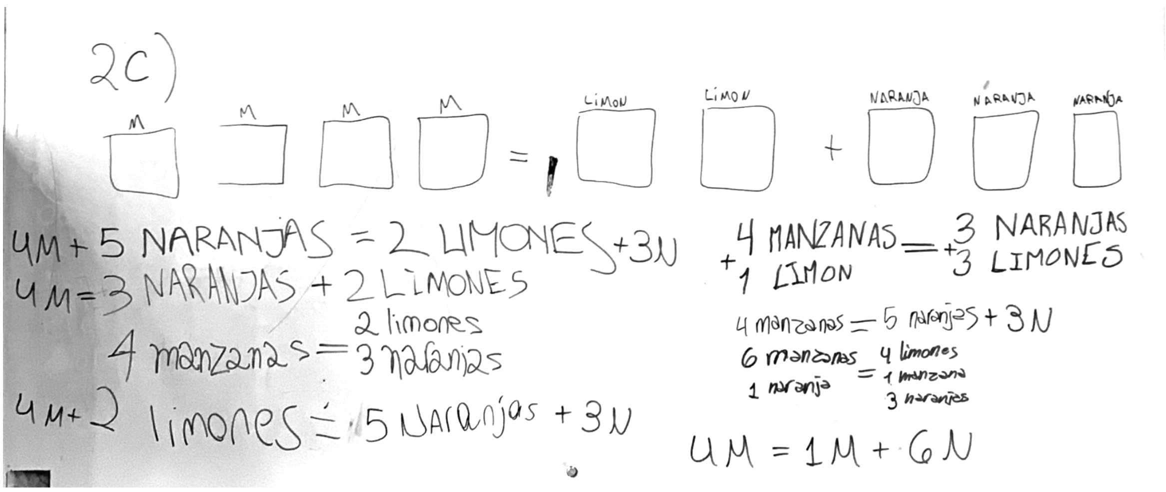


Figura 28: Expresiones de los estudiantes de 2° “B” para representar distintas situaciones de equilibrio en la balanza.

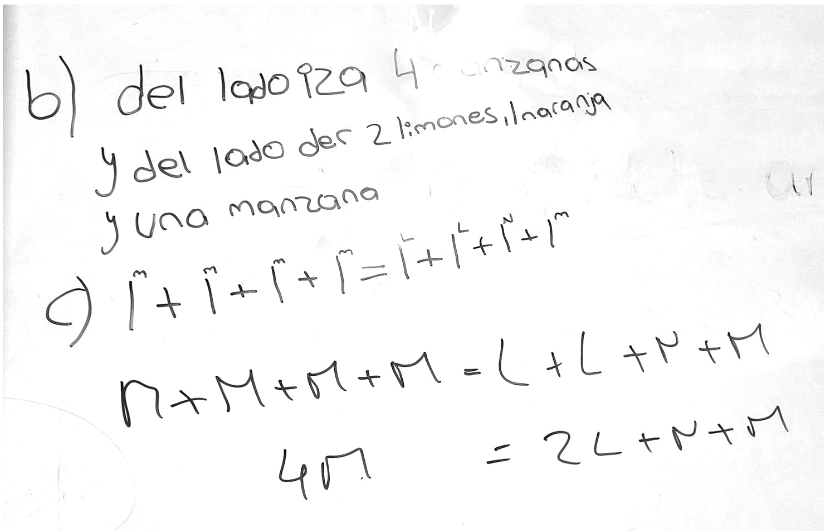


Figura 29: Expresiones de los estudiantes de 2° “C” para representar distintas situaciones de equilibrio en la balanza.

Cabe aclarar que, luego de haber introducido la notación acordada, notamos que los estudiantes habían escrito sólamente las frutas que se agregaban y habían olvidado escribir las frutas presentes en la situación inicial. Es por ello que añadimos tales cantidades al lado de cada expresión, a modo de que los estudiantes pudieran tener un registro completo de manera correcta.

A continuación de la puesta en común, propusimos a los estudiantes concluir qué significaba entonces que la balanza estuviera equilibrada. Algunas de sus respuestas fueron: “tiene el mismo pesaje”, “está el mismo peso en cada platillo” e incluso “los dos (platillos) tienen el mismo peso” y “no está en desequilibrio”. Luego de esto escribimos en el pizarrón la conclusión “para lograr el equilibrio en la balanza debemos tener el mismo peso de ambos lados” y dimos tiempo para que los estudiantes la copiaran en el recuadro correspondiente de la fotocopia que les habíamos entregado.

Con el objetivo de dar nombre a aquellas expresiones a las que habíamos abordado en el inciso c) y para dar introducción a las ecuaciones, pensamos construir de manera conjunta con los estudiantes las definiciones de “expresión algebraica”, “incógnita”, “ecuación” y “solución o conjunto de soluciones”. Debido a que las puestas en común de las dos actividades del simulador habían llevado mucho tiempo, la profesora titular nos sugirió dictar las definiciones sin construirlas y luego de ello dar suficiente ejercitación para que los estudiantes resuelvan ecuaciones lineales de primer grado. Las definiciones que dimos para que copiaran en los respectivos recuadros fueron las siguientes:

- Una expresión algebraica es una combinación de letras, símbolos y números que representan una situación matemáticamente.
- Una incógnita es un valor desconocido y que se busca averiguar.
- Una ecuación es una igualdad entre dos expresiones algebraicas que tienen una o más incógnitas.
- Los valores que satisfacen una ecuación se llaman solución o conjunto de soluciones.

Una situación particular que llamó nuestra atención fue al momento de definir “incógnita”, donde antes de dar la definición uno de los estudiantes interrumpió diciendo que una incógnita era una pregunta. Claramente su intención era participar de la construcción de esta definición, y para aprovechar su aporte y dirigirlo hacia la definición buscada, preguntamos “¿una pregunta sobre qué?” y la respuesta del estudiante fue: “sobre algo que no sé”. Luego dimos la definición detallada anteriormente y notamos que la misma había cobrado cierto sentido gracias al aporte que había realizado dicho estudiante. Creemos que tal intervención pudo haberse dado gracias a un *contrato didáctico* (Brousseau; 1980) establecido al comienzo de las prácticas, al momento de definir al Álgebra con los aportes de los estudiantes. Consideramos que los motivó mucho el sentirse parte de la actividad de armar definiciones ya que los posiciona como protagonistas en lugar de meros receptores de contenidos.

En cuanto a los tiempos de esta actividad, para el desarrollo de la misma destinamos aproximadamente 70 minutos. La ausencia del debate con los estudiantes acerca de lo que es una expresión algebraica o una ecuación redujo significativamente los tiempos estipulados para el desarrollo de la misma, lo que nos llevó a adelantar actividades que pensábamos dar más adelante.

Actividad 6: Equilibrio en balanzas sin simulador

Esta actividad es la primera que se le presenta a los estudiantes en donde se los “desprende” del simulador para comenzar a trabajar en papel y lápiz. La misma forma parte de la Guía 3, la cual puede verse en el Anexo 5. Su consigna era la siguiente:

1) Escribe la ecuación que represente cada balanza en equilibrio.

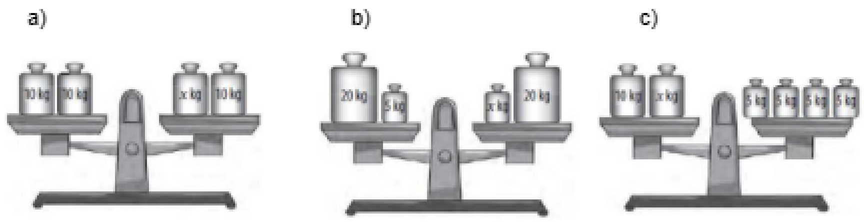


Figura 30: Actividad 1 de la Guía 3.

El objetivo era que elaboraran las expresiones algebraicas que representan la situación en cada platillo y las igualen entre sí haciendo referencia al equilibrio de la balanza.

Originalmente, consideramos utilizar esta actividad para introducir la propiedad uniforme con respecto a la suma y la resta. Buscábamos crear una analogía entre las balanzas y las ecuaciones; en la balanza, para mantener el equilibrio es necesario agregar o quitar la misma cantidad de peso en ambos platillos. Lo mismo sucede en las ecuaciones: tenemos que sumar o restar lo mismo en ambos miembros para poder resolver la ecuación sin alterarla. Finalmente, extenderíamos la propiedad uniforme en la multiplicación y división.

Luego de que la profesora titular nos informara que los estudiantes habían aprendido a resolver ecuaciones con el pasaje de términos y que debíamos avanzar más en la ejercitación, decidimos mantener estas dos actividades pero sin hacer mención de la propiedad uniforme a los estudiantes, permitiéndoles resolver de la forma que ya habían aprendido.

Al recorrer los bancos observamos, en ambos cursos, que había estudiantes que resolvían la tarea de forma rápida y correcta, sin presentar dificultades, mientras que a otros estudiantes les costaba mucho escribir simbólicamente lo que observaban en las balanzas. En 2° ”C” observamos que algunos estudiantes describían con palabras lo que veían en las balanzas; por ejemplo, en el inciso a) escribían “del lado derecho de la balanza encontramos una pesa de 10 kilos y otra que no conocemos su valor y del lado izquierdo de la balanza encontramos dos pesas de 10 kilos. Así la balanza está en equilibrio”. Frente a este caso, les leímos nuevamente la consigna para que notaran que se pedía una ecuación y seguido de esto les recordamos la definición. Así, buscábamos que los estudiantes utilizaran letras, números y símbolos para describir simbólicamente el equilibrio presente en las balanzas. También les aclaramos que las unidades de medida, como en este caso los kilogramos, los dejaríamos de lado por un momento para evitar confusiones entre las mismas y las incógnitas; además para que sea más práctico de resolver cuando sean ecuaciones más complejas.

Por recomendaciones de la profesora titular, con esta actividad también buscamos que los estudiantes recuperen lo que habían aprendido el año pasado sobre resolución de ecuaciones, en particular el pasaje de términos para hallar la solución. Además, las respuestas de estas actividades eran números naturales y los estudiantes en primer año ya resolvían este tipo de problemas. Es por ello que la tarea no presentó mayor dificultad una vez que los estudiantes lograban escribir la ecuación.

Luego presentamos la siguiente actividad, que tenía el mismo objetivo que la anterior pero de mayor complejidad ya que los estudiantes debían escribir la expresión algebraica que representara el equilibrio en las balanzas pero ahora había más de una pesa cuyo peso era de valor desconocido.

2) Completa la siguiente imagen escribiendo una ecuación que represente la situación de cada balanza. Luego encuentra el valor de los pesos desconocidos.

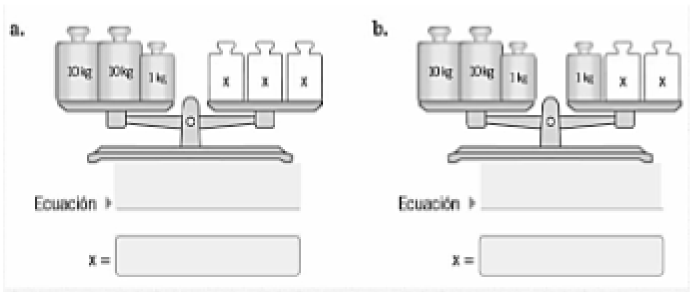


Figura 31: Actividad 2 de la Guía 3.

Los estudiantes resolvieron esta actividad sin presentar mucha dificultad puesto que era muy similar a la anterior y reconocieron rápidamente la forma de agrupar estos valores desconocidos de los pesos que se encontraban en las balanzas. En la siguiente Figura podemos observar una de las resoluciones de los estudiantes en el inciso a). Además podemos apreciar que algunos de ellos realizaban la verificación para saber si el resultado que habían obtenido era correcto. En 2° “B” les recordamos cómo debía realizarse tal verificación puesto que no todos los estudiantes lo tenían presente mientras que en 2° “C” todos recordaban cómo realizarlo. También se observa en la Figura 32 que los estudiantes reconocen que el coeficiente 3 está multiplicando a la incógnita por lo que deben pasarlo dividiendo. Las soluciones de esta actividad también pertenecen al campo numérico de los naturales.

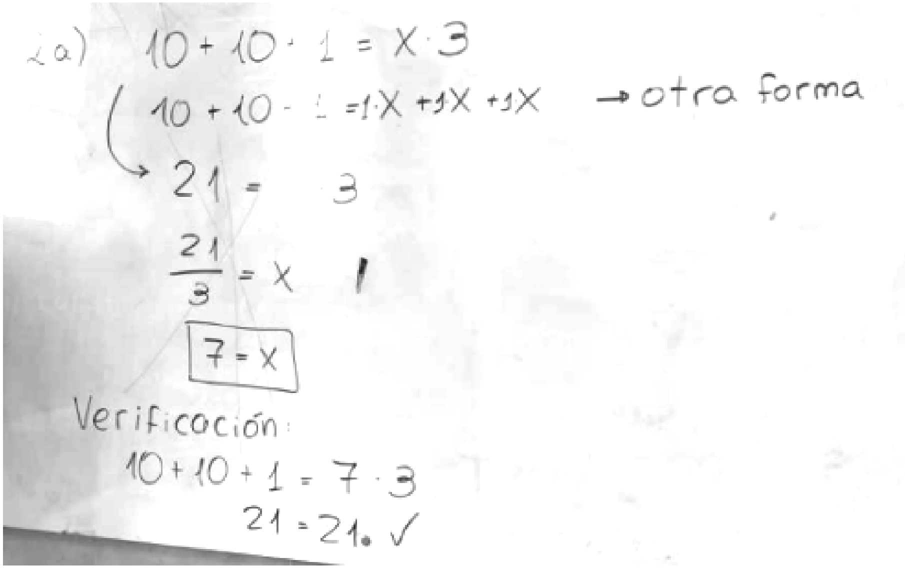


Figura 32: Fotografía del pizarrón en donde se puede observar la resolución del inciso a) de la actividad 2 de la Guía 3.

En la puesta en común de ambos cursos logramos observar que los estudiantes buscaban que la incógnita quedara en el lado derecho y el valor de la misma en el lado izquierdo de la igualdad. Frente a esto, aclaramos que no importa de qué lado queda la incógnita cuando terminamos de resolver la ecuación puesto que no modifica el valor de la misma.

En la puestas en común de estas actividades los estudiantes pasaban al frente a resolverla y entre todos se buscaba comprender y explicar cada uno de los pasos que el compañero había realizado para llegar al resultado; los estudiantes se mostraron muy comprometidos y participativos a la hora de pasar al pizarrón. En 2° ”C” surgió la idea de un estudiante de ir probando con algunos pesos y ver con cuál se llega al resultado esperado; frente a esto y para introducir los pasos para resolver ecuaciones, decidimos advertirle a los estudiantes que existen ecuaciones que son más complejas que las que veníamos trabajando, por lo que el método de “ir probando” no sería de utilidad. Aclaramos que más adelante veríamos algunos pasos que los ayudarán a resolverlas.

<u>Actividad 7: Partes de una ecuación</u>

A continuación propusimos a los estudiantes que leyeran en voz alta de forma colaborativa frente al curso, los párrafos que se muestran a continuación:

"Las ecuaciones tienen dos **miembros** que son las expresiones algebraicas separadas por el signo (=). El primer miembro se encuentra a la izquierda del signo "=" mientras que el segundo miembro está a la derecha.
En el segundo miembro podemos observar el 1 que se denomina **término independiente** por ser un número que no tiene incógnitas. También podemos observar que en el primer miembro está "9x" y en el segundo miembro está "2x". Ya vimos que a la x la llamamos **incógnita** porque aún no conocemos su valor y estamos buscando encontrarlo. Finalmente a los números que se encuentran multiplicados por la incógnita los llamamos **coeficientes**."

Figura 33: Fragmento de la actividad 1 de la Guía 3.

A medida que los estudiantes leían por turnos en voz alta para todo el curso, buscábamos interpretar cada una de las oraciones y así fuimos completando de forma conjunta las partes de la ecuación como se puede observar en la Figura 34:

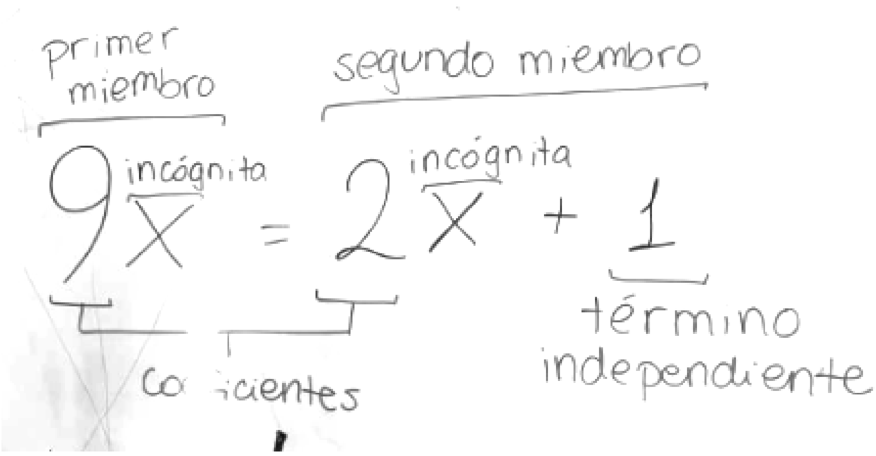


Figura 34: Fotografía de la pizarra en donde se pueden observar las partes de la ecuación.

Esta actividad fue de duración corta y no presentó dificultad para reconocer las partes de la ecuación en ninguno de los dos cursos; los estudiantes se mostraron colaborativos y participativos.

<u>Actividad 8: Pasos para resolver una ecuación</u>

Para avanzar con la resolución de ecuaciones hacia casos más complejos (números racionales) y para estructurar un método de resolución, presentamos a los estudiantes los siguientes pasos:

Pasos para resolver una ecuación

1. Reconocemos los miembros de la ecuación, los coeficientes, los términos independientes y la incógnita.
2. Pasamos los decimales a fracciones.
3. Aplicamos la propiedad distributiva y resolvemos las operaciones que haya en cada miembro de la ecuación.
4. Buscamos que la incógnita quede en un solo miembro de la ecuación y que en el otro queden todos los términos independientes. Resolvemos las operaciones que acompañan a la incógnita.
5. Pasamos con la operación inversa el coeficiente que acompaña a x y así la incógnita queda sola, de forma tal que podremos saber su valor.
6. Verificamos que el valor obtenido en x satisfaga la ecuación reemplazando en la misma.

Figura 35: Pasos para resolver una ecuación que se encuentran en la Guía 3.

Pedimos a los estudiantes que lean en voz alta cada uno de los pasos y a la par los aplicábamos de forma colectiva en una ecuación que estaba escrita en la pizarra como se observa en la Figura 36 y Figura 37:

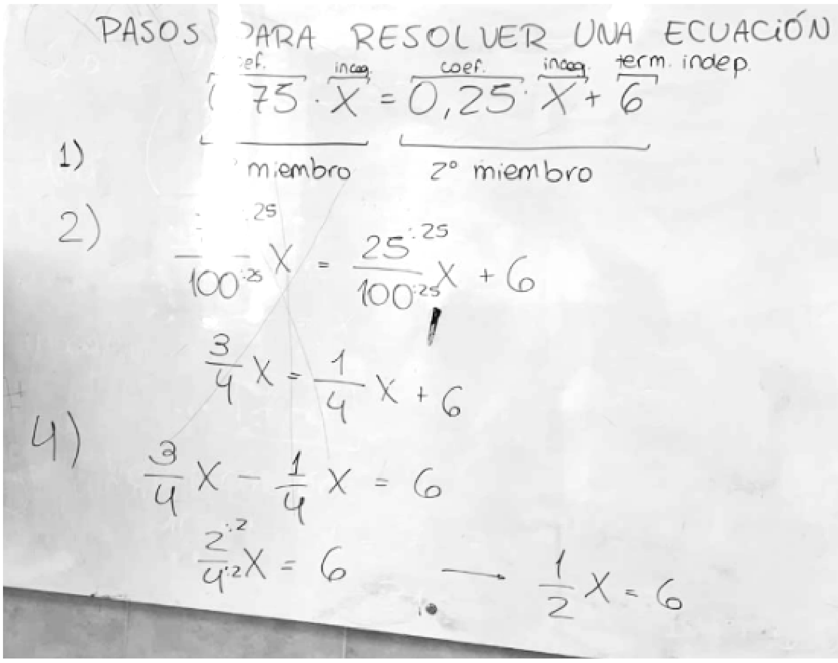


Figura 36: Fotografía del pizarrón en donde se puede observar la aplicación de los pasos 1, 2 y 4 para resolver una ecuación.

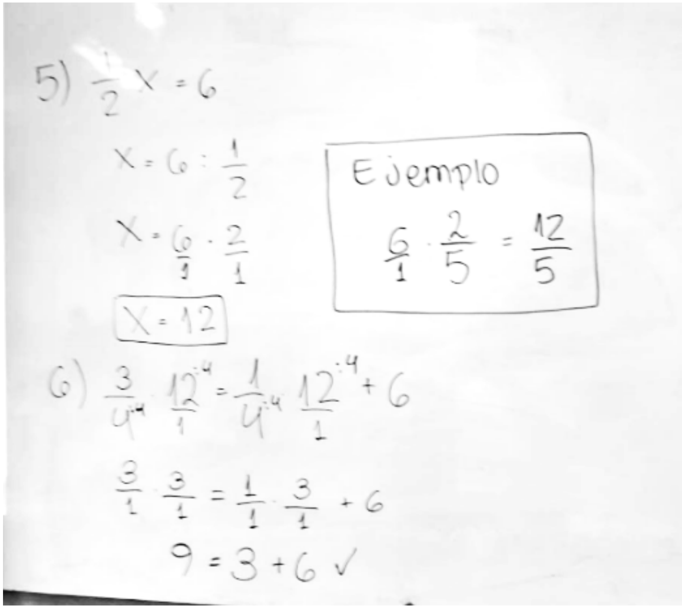


Figura 37: Fotografía del pizarrón en donde podemos observar la aplicación del paso 5 y 6 para resolver una ecuación.

Con esta metodología de trabajo buscábamos que los estudiantes comprendieran bien cada uno de los pasos y facilitar la comprensión y aprendizaje de este tema. También consideramos que los pasos fijos pueden no ser adecuados para todas las situaciones, de hecho algunos pueden no ser necesarios, como en el ejemplo visto en la Figura 36. Con el objetivo de fomentar la creatividad y desarrollo de habilidades matemáticas para la resolución de ecuaciones y fomentar el pensamiento crítico de los estudiantes, decidimos mencionar que estos pasos son orientadores y que no existe una única forma de resolver una ecuación.

Actividad 9: Problemas: planteo y resolución de ecuaciones

Luego de haber introducido la definición de ecuación, mencionado sus partes y haber dado a los estudiantes los pasos para resolverlas, elaboramos esta actividad que consiste en el pasaje del lenguaje coloquial al simbólico de una serie de expresiones y luego resolver las ecuaciones resultantes. El enunciado de la misma fue el siguiente:

3) Plantea cada ecuación y resuelve. Luego verifica que la solución sea correcta.

a) La diferencia entre su doble y su quíntuplo es igual al cuadrado de seis.

b) El anterior de su quinta parte es igual al siguiente de su sexta parte.

c) La cuarta parte de su siguiente es dos unidades menor que su tercera parte.

d) La tercera parte de su siguiente es igual al anterior de menos diez.

e) El cuádruplo del anterior es igual al cubo de menos cuatro.

f) El producto de su siguiente y menos tres, es igual al anterior de cuarenta.

Figura 38: Actividad 3 de la Guía 3.

El objetivo que perseguimos en esta actividad era continuar ejercitando el pasaje del lenguaje coloquial al simbólico y comenzar a ejercitar la resolución de ecuaciones y su correspondiente verificación. Dado que los estudiantes ya habían trabajado el pasaje del lenguaje coloquial al simbólico con su profesora titular y con nosotras, no considerábamos que esto fuera a representar un desafío muy grande para los estudiantes. Sin embargo, en el momento en que los dejamos resolver, notamos preguntas recurrentes acerca de las expresiones cuando se combinaban dos operaciones distintas sobre la incógnita, como por ejemplo "el anterior de su quinta parte". Ante esto, decidimos llevar al frente esta duda y aclararla para todos los estudiantes. La forma en que hicimos esto fue escribiendo la misma expresión pero intercambiando el orden de las palabras y preguntando al curso cómo se escribía en lenguaje simbólico cada una de ellas. En la siguiente Figura puede apreciarse cómo resultó esta aclaración:

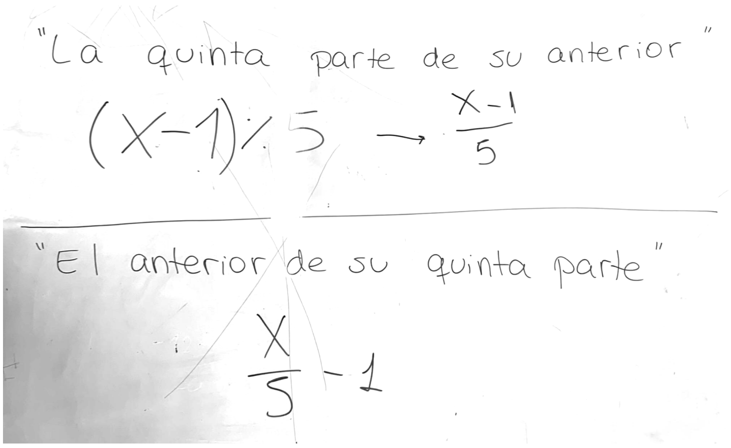


Figura 39: Diferencia entre las expresiones en lenguaje simbólico al cambiar el orden de las palabras en el lenguaje coloquial.

Dudas similares surgieron con los otros incisos de la actividad, y para guiar a los estudiantes, les recordábamos el ejemplo recién visto y los hacíamos leer nuevamente la consigna para comprender la importancia del orden de las palabras.

El otro desafío que presentaba esta actividad era resolver las ecuaciones que habían escrito. Para ello recordamos que podían utilizar la guía de pasos que les habíamos dado previamente, sin embargo, parecía que no se sentían cómodos con el hecho de seguir pasos ajenos a ellos. Transcurridos unos minutos en el que los estudiantes trabajaban con esta actividad, decidimos dar inicio a la puesta en común, donde pedimos la participación voluntaria de distintos estudiantes para que expliquen cómo habían resuelto alguna ecuación y dejar que el curso pregunte sus dudas o corrija algo si fuese necesario. Los estudiantes se mostraron muy participativos en pasar al frente a resolver. Lo que ocurrió en ambos cursos fue que muchas veces el pasaje del lenguaje coloquial al simbólico ya presentaba errores, entonces la resolución que estaba en la pizarra no correspondía. En estos casos, leíamos la consigna frente a la clase y entre todos les asignábamos una operación a estas expresiones. Una vez que hicimos el pasaje del lenguaje coloquial al simbólico, invitamos a pasar a un estudiante para que resolviera esta ecuación. Cabe destacar que cuando un ejercicio estaba mal resuelto se utilizaba el tiempo para notar cuál era el error, corregirlo y luego resolver correctamente la ecuación.

Algunos de los errores más comunes que surgieron en la resolución de estas ecuaciones los ejemplificaremos con los siguientes incisos.

En el inciso d) esperábamos que los estudiantes escriban $(x + 1)/3 = \ - 10 - 1$, aquí no presentaron mayor dificultad, aunque el problema apareció cuando comenzaron a resolverlo ya que no sabían qué hacer con el 3 del denominador del término de la izquierda. Además, al resolver $- 10 - 1$ escribían 11 ya que aplicaban la regla de los signos en la suma y resta. Algunos estudiantes no lograban ver la posibilidad de aplicar la propiedad distributiva ya que no consideraban que podían pensar el término de la izquierda de la ecuación como $(x + 1) * (\frac{1}{3})$. Todas estas consideraciones las hicimos notar en las puestas en común y también remarcamos la importancia de que hicieran cada paso de la resolución en un renglón distinto, porque sino arrastraban errores; mezclaban los pasos o los aplicaban varias veces en un mismo renglón por ejemplo, al momento de pasar términos de un miembro al otro.

Otro error y pregunta muy frecuente surgió en el inciso f). Aquí esperábamos que los estudiantes escribieran $(x + 1) * (- 3) = 39$. En la puesta en común de este inciso observamos que olvidaban colocar los paréntesis, por lo que confundían o realizaban incorrectamente la operación en cuestión. Los estudiantes escribían $x + 1 * \ - 3 = 39$ entonces $x - 3 = 39$, ya que al separar en términos les quedaba $1 * (- 3)$. Explicamos la importancia de colocar bien los paréntesis ya que estos también indican de qué forma debemos operar.

Para el desarrollo de esta actividad, inicialmente pensamos destinar 60 minutos aproximadamente. Cabe destacar que los tiempos requeridos fueron mucho mayores que los que teníamos previstos ya que no esperábamos que los estudiantes continuarán presentando dudas tan significativas en el pasaje del lenguaje coloquial al simbólico.

Actividad 10: Problemas: resolución de ecuaciones

A continuación, les presentamos una actividad que consistía en resolver ecuaciones más complejas; aquí ya aparecían números decimales y fracciones. Para hallar la solución de estas, debían realizar un trabajo algebraico mayor al que veníamos trabajando por lo que esta actividad requeriría bastante tiempo. Además, se presentó para ser resuelta de forma individual con el objetivo de poder atender a las dudas puntuales que tuviera cada estudiante.

4) Resuelve las siguientes ecuaciones y luego verifica:

a) $(3 - x) . (-5) = 4 - 5x - 16$

b) $0,5x - 1 = x + 9$

c) $(-x-4) . (-1/2) = 1,5x - 0,5$

d) $(3x + 4) / 2 = 1/2 + 0,75x$

e) $4/9 . (-3/8\, x + 9/16) = 1 - 0,25x$

Figura 40: Actividad 4 de la Guía 3.

Atendiendo a las decisiones tomadas por la profesora titular, decidimos que en ambos cursos resolveríamos de manera conjunta los incisos a) y b), dejando los otros de tarea para que los estudiantes practiquen para la evaluación individual.

En el primer inciso observamos que los estudiantes presentaban dudas y confusión a la hora de aplicar la propiedad distributiva. Por este motivo, recordamos dicha propiedad en el pizarrón, para que pudieran continuar trabajando sin inconvenientes. También decidimos repasar la regla de los signos en la multiplicación y división ya que notamos que no la recordaban. Otro error que observamos fue que los estudiantes sumaban o restaban términos dependientes de x con términos independientes. Frente a este error, recordamos el paso 4 de los pasos que habíamos presentado para la resolución de ecuaciones y con ello pudieron seguir trabajando.

En el inciso b) no notamos dificultad para el pasaje de un número decimal a número fraccionario ni grandes dificultades para resolver dicho inciso. Esta puesta en común fue rápida y los estudiantes se mostraron participativos. Observamos que lo que les provocaba mayor dificultad era el pasaje del lenguaje coloquial al simbólico y no tanto la resolución de las ecuaciones.

Actividad 11: Corrección de resoluciones

Para continuar con la ejercitación de la resolución de ecuaciones, propusimos la siguiente actividad, que consiste en el análisis de dos resoluciones distintas de una misma ecuación para encontrar el error en ellas si es que lo hubiera. Elegimos incluir este tipo de problemas ya que promueven el pensamiento crítico al requerir que los estudiantes identifiquen y comprendan los errores, lo que les ayuda a comprender mejor los conceptos y además fomenta la autoevaluación. Este problema podemos verlo en la Figura 41:

5) Alejo y Lorenzo resolvieron la ecuación 20 - 4x = 28 de dos formas diferentes:

Alejo	Lorenzo
$20 - 4x = 28$	$20 - 4x = 28$
$4x = 28 - 20$	$- 4x = 28 - 20$
$x = 8 : 4$	$x = 8 + 4$
$x = 2$	$x = 12$

¿Por qué Alejo y Lorenzo obtuvieron distintos resultados al resolver esta ecuación? Explica con tus palabras lo sucedido y decide si alguna resolución es correcta. Si ninguna lo es, resuélvela y explica cómo lo pensaste.

Figura 41: Actividad 5 de la Guía 3.

En ambos cursos esta actividad atrapó a los estudiantes. Consideramos que fue así ya que los posicionó en un lugar distinto frente a la tarea, permitió que ellos mismos generen confianza en sus habilidades matemáticas. Esta puesta en común se desarrolló en la pizarra y el registro que quedó de ella fue el siguiente:

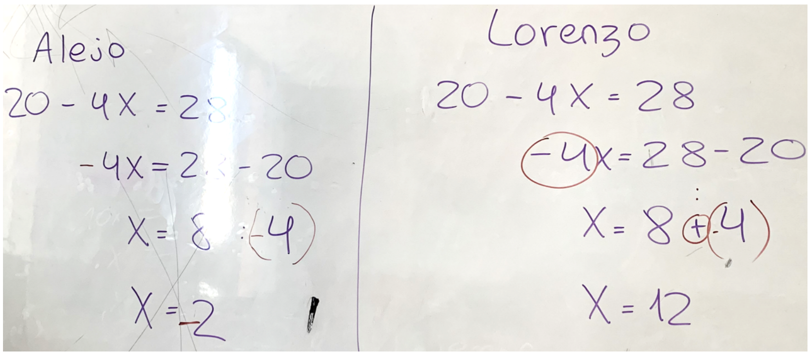


Figura 42: Actividad 5 de la Guía 3.

La resolución y puesta en común fue de forma rápida, sin presentar grandes dificultades y con mucha participación de los estudiantes.

<u>Actividad 12: Cantidad de posibles soluciones</u>

Otro tema que queríamos trabajar era la cantidad de posibles soluciones que pueden tener las ecuaciones de primer grado: ninguna, una sola o infinitas. Esto sólo lo pudimos trabajar en 2° “C”.

Les entregamos a los estudiantes la cuarta guía de ejercicios que puede verse completa en el Anexo 6; allí se encontraba la siguiente actividad en donde debían resolver cuatro ecuaciones y en el último inciso también requería el pasaje del lenguaje coloquial al simbólico. Esta actividad brinda una posible solución, la cual los estudiantes deberán analizar si es correcta o no verificando si satisface la ecuación correspondiente. Esto reforzó el sentido de encontrar la solución en una ecuación.

1) Determina si las soluciones propuestas son correctas o no verificando si el valor de x cumple la ecuación. En caso de ser incorrectas, busca la o las soluciones correctas.

a) $0{,}1\ x + 0{,}2 = 0{,}4$	$x = 2$
b) $3/4\ y - 11/2 = 7 - 3y$	$y = 1$
c) $p - 3/4 = p + 13/4$	$p = 3$
d) El doble de un número es igual a la suma de su siguiente y su anterior.	$x = 1/6$. $x = -1$

Figura 43: Actividad 1 de la Guía 4.

Frente a esta actividad esperábamos que los estudiantes en los incisos a) y b) prueben las posibles soluciones que presenta el problema reemplazando la incógnita por el valor que se proporciona. Consideramos que hasta este momento no habría mucha dificultad y así ocurrió; los estudiantes pudieron resolverlo sin problema y la puesta en común fue rápida ya que no había dudas. Destacamos que los estudiantes no presentaron dificultad a la hora de reconocer la incógnita en estas ecuaciones, sobre todo cuando se les asigna la letra “y” o “p”.

En el inciso c) esperamos que los estudiantes, luego de reemplazar *p* por el valor 3 y obtener que esta no es la solución, utilicen los pasos vistos para encontrar una solución correcta. Lo que ocurrió fue que los estudiantes llegaron a que 3 no era solución entonces en la puesta en común, los animamos a que encontraran una solución para esta ecuación. Entre todos en el pizarrón llegamos a $0 = 4$. De esta forma introdujimos que cuando obtenemos una igualdad que es falsa como la anterior, esta ecuación no tiene solución.

En el inciso d) esperamos que los estudiantes primero planteen bien la ecuación, la cual no presenta mucha dificultad; quizás podrían haber aparecido errores si no colocaban bien los paréntesis. Luego esperamos que, al reemplazar el valor asignado a la x en la ecuación y obtengan que ambos son correctas, les llame la atención. Esperábamos que quizás algún grupo se percate de que hay otros valores que se le pueden asignar a incógnita y todos ellos serían correctos; de ser así les pediríamos a esos grupos que detallen estos valores que encontraron para x. En la puesta en común, los estudiantes presentaron lo que observamos en la Figura 44:

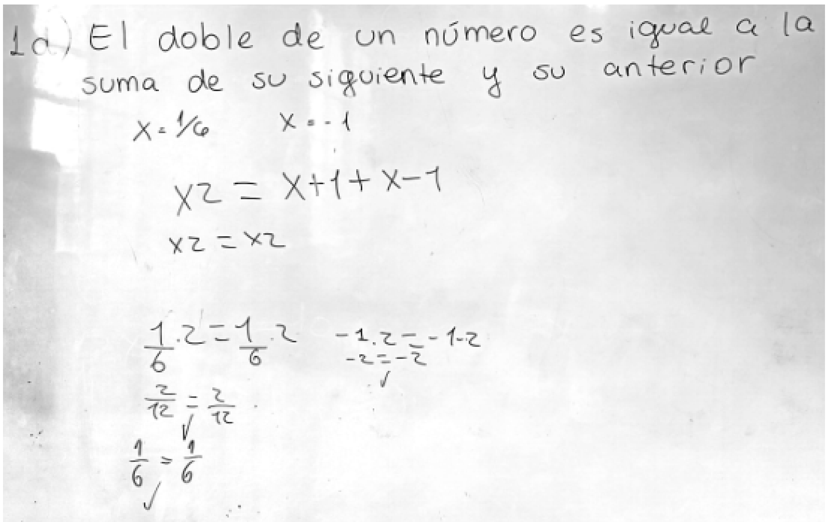


Figura 44: Fotografía de la pizarra de la actividad 1d de la Guía 4.

Lo que ocurrió fue que llegaron a que estas soluciones eran correctas, pero ninguno avanzó en probar si algún otro número también era solución de esta ecuación. Además podemos observar que los estudiantes llegaron a qué $2x = 2x$; de esta forma introdujimos que, cuando obtenemos una igualdad que es válida para cualquier valor de x, es porque esta ecuación tiene infinitas soluciones.

Seguido de esto, completamos el siguiente cuadro para sintetizar lo que habíamos estado hablando en la puesta en común y quedara un registro claro de ello en la carpeta.

En clase veremos algunos ejemplos de ecuaciones y sus soluciones. Cópialas en el siguiente recuadro:

Ejemplo	Solución	Cantidad de soluciones
0.1x + 0.2 = 0.4	x =	
x - ¾ = x + 13/4	x =	

2x = x + 1 + x - 1	x=	

Figura 45: Cuadro de cantidad de soluciones de la Guía 4.

Por la falta de tiempo, no se desarrollaron más actividades ni se avanzó en otras discusiones relacionadas a este tema en mayor profundidad a las presentadas anteriormente.

Actividad 13: Problemas de aplicación

Como se anticipó al comienzo, retomaríamos la última actividad del diagnóstico hacia el final de nuestras prácticas, más aún, justo antes de las evaluaciones tanto grupal como individual. El objetivo era presentar a los estudiantes algunos ejemplos de problemas de aplicación de las ecuaciones, para que aprendieran a plantearlas dadas ciertas condiciones iniciales en un problema y para que comprendieran la importancia de utilizarlas.

Estas actividades fueron complementadas con otros dos enunciados y formaron parte de la Guía 4, de la cual repartimos la primera parte a los estudiantes de 2° “C”. La consigna de esta actividad puede apreciarse en la siguiente Figura:

3) Plantea las ecuaciones que representen cada situación y resuelve:

a) De un tanque lleno de agua, se quita la tercera parte. Más tarde se quita la cuarta parte de la capacidad original. Si aún quedan 100 litros en el tanque ¿Cuál es su capacidad?
b) Facundo gasta la sexta parte de su dinero en entradas para un partido de fútbol; luego las tres quintas partes de lo que le queda en comida para el partido. Si le sobran $1400 ¿Cuánto dinero tenía Facundo?
c) En un juego, el triple del puntaje de Paula más 42 es igual a la quinta parte del puntaje que obtuvo Juan. Si Juan tuvo 435 puntos ¿Cuántos puntos tuvo Paula?
d) Pedro es 3 años menor que Álvaro, pero es 7 años mayor que María. Si la suma de las edades de los tres es 38, ¿qué edad tiene cada uno?

Figura 46: Actividad 3 de la Guía 4.

Dados los sucesivos cambios en la planificación original, esta actividad no pudo darse para trabajar en el aula. Sin embargo, las dimos como ejercitación para la evaluación individual y dos de ellas fueron retomadas justo antes de tomar dicha evaluación en 2° “B” por iniciativa de los estudiantes dado que al resolverlas en sus hogares habían tenido muchas dudas.

El inciso a) fue el primero en ser revisado al frente de forma conjunta. Guiamos a los estudiantes con preguntas para reconocer las partes de la ecuación que más tarde armarían. El primer elemento a determinar era la incógnita; para saber cuál era la incógnita preguntamos "¿qué es lo que no conocemos y queremos saber?", a lo que algunos estudiantes respondieron "la capacidad del tanque". Dicho esto, asignamos a la incógnita x el nombre de "capacidad del tanque". A continuación, lo que quedaba era hacer el pasaje del lenguaje coloquial al simbólico, que ya había estado presente en gran parte de la ejercitación de las clases previas. En esta instancia, varios estudiantes fueron construyendo oralmente la ecuación mientras nosotras la escribíamos en el pizarrón y, una vez que todos ellos estaban de acuerdo, concluíamos diciendo que lo último que quedaba era resolver tal ecuación.

El inciso d) fue el segundo que llevamos a discusión en el pizarrón. La forma de abordarlo fue similar a la empleada para el inciso anterior, sin embargo algunos estudiantes no terminaron de entender el planteo de esta actividad. Dado que el repaso había llevado 15 minutos, para no gastar más tiempo, que correspondía a la evaluación, les dimos la tranquilidad de que en la misma no habría un ejercicio tan complejo como este último. Consideramos que, de haber tenido una clase en la cual poder destinar suficiente tiempo para esta actividad, podrían haberse llevado a cabo interesantes intercambios y se podrían haber elaborado conclusiones más significativas, pero por falta de este tiempo, la actividad quedó inconclusa.

2.4. La evaluación

Como parte de la secuencia didáctica presentada, propusimos a la docente titular llevar a cabo una evaluación sumativa y una evaluación formativa, ya que el colegio exigía dos notas por cada unidad de la asignatura. De estas dos notas, una representaría el 60% de la nota final de esa unidad mientras que la otra representaría el 40% restante. En nuestro caso, decidimos que la evaluación sumativa fuera aquella que proporcionara el mayor porcentaje y la evaluación formativa, el menor.

Asumimos que una evaluación sumativa es aquella que se realiza sobre los productos del aprendizaje, en palabras de Gvirtz y Palamidessi (1998); este tipo de evaluación busca calificar al estudiante con una nota y denota qué saberes han sido o no apropiados por parte del mismo. Este tipo de evaluación es la que se conoce como "tradicional" y en nuestro caso, constaría de una evaluación escrita e individual, con ejercicios de rutina (cuya resolución requiere la aplicación de un algoritmo preestablecido) y problemas a resolver mediante la aplicación de los conocimientos apropiados hasta ese momento.

Por otra parte, consideramos que una evaluación formativa es aquella que busca analizar el proceso de enseñanza y aprendizaje con el objetivo de recolectar información para reorientar la propuesta de enseñanza y para evaluar el proceso de aprendizaje de cada estudiante. La nota de esta evaluación formativa provendría de la participación activa de cada estudiante en actividades propuestas, la entrega diaria de bitácoras y el buen comportamiento en clase. Sin embargo, este último tipo de evaluación no pudo ser llevado a cabo en esta oportunidad debido a que la profesora titular nos advirtió que en reiteradas ocasiones los padres de sus estudiantes acuden al colegio con reclamos acerca de sus calificaciones. Ante esta situación, el colegio debe tener un registro escrito que respalde tales notas y, al ser la evaluación formativa un tipo de evaluación de proceso, no necesariamente los estudiantes son quienes escriben o dejan plasmado un registro que pueda ser evaluado como sí ocurre con las evaluaciones sumativas. Para sustituir esta nota, optamos por realizar una evaluación sumativa de modalidad grupal, donde los estudiantes tuvieran verdaderos desafíos por resolver con todo lo aprendido durante nuestras prácticas.

A continuación exhibiremos cada una de estas evaluaciones en detalle y describiremos la manera en la que se presentaron en el aula y analizaremos algunas de las resoluciones de los estudiantes.

2.4.1. La evaluación grupal

En cuanto a la evaluación grupal, pensamos dividir cada curso en grupos de cuatro o cinco estudiantes. Para ello le solicitamos ayuda a la profesora titular dado que ella conocía sus relaciones y decidió agrupar a los estudiantes de 2° “C” según afinidades, mientras que en 2° ”B” los agrupó según afinidades y desempeño académico. En ambos cursos fueron armados nueve grupos, cuya distribución nos la envió la profesora el día anterior a tomar dicha evaluación.

Para esta evaluación diseñamos dos problemas distintos, cada uno con dos variantes a modo que no todos los grupos tuvieran que resolver lo mismo. De esta forma, combinando los cuatro problemas resultantes, pudimos disponer de cuatro modelos “distintos” de evaluación, de los cuales eventualmente alguno tuvo que repetirse debido a que había cuatro modelos para nueve grupos en cada curso. Los cuatro modelos de evaluación pueden verse en detalle en el Anexo 7.

Nuestros objetivos en cuanto a los aprendizajes eran, por un lado evaluar el planteo y resolución de ecuaciones como método para resolver problemas, y por el otro, la elaboración de expresiones algebraicas para representar una generalidad detectada en un patrón con figuras. En cuanto al trabajo en el aula, nuestro objetivo era fomentar el trabajo en equipo y favorecer el intercambio entre los estudiantes, ya que habíamos observado interesantes aportes mientras ellos trabajaban juntos en clase.

Compartimos la idea de que en toda evaluación, el docente debe especificar los criterios con los que evaluará la producción de los estudiantes. Es por ello que elaboramos un listado de los criterios que tendríamos en cuenta para la evaluación grupal así como de los temas a evaluar. Además especificamos qué porcentaje de su nota final estaría compuesto por la evaluación grupal y la individual. Lo anterior quedó resumido de la siguiente forma:

Temas:

- Partes de una ecuación: incógnita, coeficientes, términos y miembros.
- Planteo de ecuaciones con el uso de expresiones algebraicas para representar situaciones matemáticas o de la vida cotidiana.
- Métodos para la resolución de ecuaciones.
- Pasaje del lenguaje coloquial al lenguaje simbólico y viceversa.

Criterios de evaluación:

- Claridad y prolijidad en la presentación del trabajo.
- Respetar el tiempo pautado para la entrega y trabajo en clase.
- Trabajo colaborativo y equitativo entre los miembros del grupo.
- Reconocimiento y uso de los temas estudiados en la resolución del problema elegido.
- Elaborar un trabajo que cuente con todos los requisitos detallados.

Calificación:

- 40% corresponde a la etapa individual que consiste en la resolución de tres ecuaciones y justificación de propiedades aplicadas allí.
- 60% corresponde al trabajo grupal que consiste en el desarrollo y resolución de las consignas presentadas a continuación.

Figura 47: Temas, criterios de evaluación y composición de la calificación final.

Debemos mencionar también que, además de pedir a los distintos grupos que entreguen su evaluación grupal de forma prolija, decidimos pedirles sus hojas "borrador" u hojas donde realizaban cálculos. Tomamos esta decisión ya que en el transcurso de la evaluación notamos que los registros que los estudiantes dejaban allí aportaban mucha información, la cual evidenciaba la forma en la que razonaban y cómo resolvían cada problema.

Además diseñamos una serie de consignas para realizar con cada uno de los dos problemas que luego les daríamos para resolver. El objetivo con ellas era ordenar el trabajo de los estudiantes ya que, tanto en las observaciones realizadas como en el período de prácticas observamos que los estudiantes no organizaban sus resoluciones por lo que no les permitía volver sobre lo hecho para así vincular los resultados obtenidos con el problema original. Las mismas se detallan a continuación:

Consignas: En grupos elijan un sobre. Allí encontrarán dos problemas que deben resolver. En una hoja nueva resuelvan cada problema (uno por vez) siguiendo cada uno de los siguientes ítems:

1. Título del problema
2. Reconozcan las incógnitas y los datos de su problema y anótenlos.
3. Planteen la o las ecuaciones que consideren necesarias para resolver su problema. Identifiquen allí cada parte de la ecuación (incógnita, coeficientes, términos independientes y miembros de la ecuación).
4. Resuelvan la ecuación justificando cada paso.
5. Una vez que hayan obtenido una o más soluciones, verifiquen que sean correctas.
6. Señalen qué representa la o las soluciones encontradas en el contexto del problema original.

No olviden colocar el nombre y apellido completo de cada integrante del grupo. Tampoco olviden entregar la hoja de los problemas resueltos.

Figura 48: Consignas generales para cumplir en los dos problemas de la evaluación grupal.

Tanto los temas, criterios de evaluación y calificación como las consignas generales fueron entregadas en una fotocopia para cada estudiante.

Presentaremos a continuación el detalle de cada uno de los problemas, lo que esperábamos que los estudiantes desarrollaran y algunas producciones que nos llamaron la atención o reflejan errores frecuentes en general.

Actividad 1: Problema de la cancha (fútbol/básquet)

Estas actividades fueron elaboradas con el objetivo de que, dado un problema con determinados datos, los estudiantes plantearan ecuaciones, las resolvieran y analizaran qué representan los resultados en el contexto del problema original. Para ello, diseñamos un problema de contexto extramatemático que involucra las dimensiones de una cancha (ancho y largo) con el perímetro de la misma. Cabe señalar que este tema no fue seleccionado al azar; verificamos en el Diseño Curricular del Ciclo Básico de la Educación Secundaria que desde primer año se trabaja en la producción y análisis reflexivo sobre procedimientos para el cálculo del perímetro, por lo que este tema no sería desconocido para nuestros estudiantes. El problema se puede ver en la siguiente Figura:

1) Se está construyendo una cancha de fútbol cuyo perímetro es de 350m. Se sabe que el largo de la cancha es 41 metros menor al doble del ancho de la misma. Encuentren las dimensiones de la cancha (ancho y largo)

Ayuda: el ancho y largo son como se muestra en la figura:

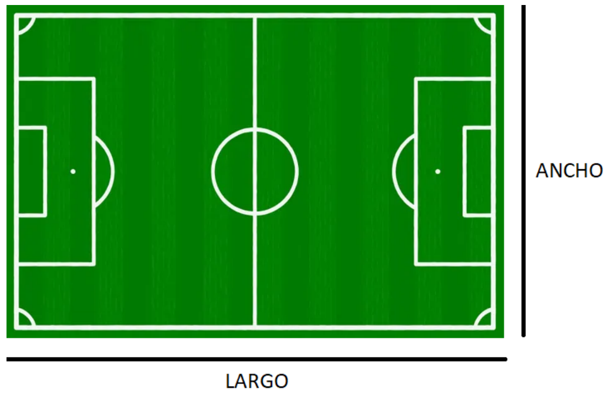


Figura 49: Problema 1 de la evaluación grupal.

En este problema, conociendo el valor del perímetro de la cancha y la relación entre el ancho y largo de la misma, buscábamos que los estudiantes hallaran los valores de estas dimensiones. Esperábamos que, en primer lugar asignaran letras a cada variable, como por ejemplo “A” para el ancho, “L” para el largo y “P” para el perímetro. Con esto, esperábamos que plantearan la ecuación que relaciona al perímetro con el ancho y largo de la cancha: $P = 2 * A + 2 * L$ la cual es una ecuación lineal con dos incógnitas: “A” y “L”. Reemplazando los datos conocidos, la ecuación anterior sería $350 = 2A + 2 * (2 * A - 41)$, que es una ecuación lineal con una sola incógnita ya que el largo se expresa en función del ancho. Una vez que se despeja el valor de “A”, fácilmente puede obtenerse el valor de “L” haciendo uso de la relación entre ancho y largo: $L = 2 * A - 41$. Reconocemos que durante las prácticas no habíamos trabajado un problema con tal grado de complejidad, sin embargo decidimos darlo ya que los estudiantes lo resolverían en grupos y allí podrían surgir gran variedad de ideas y resoluciones interesantes debido al intercambio entre ellos.

Al corregir la resolución que los distintos grupos han planteado frente a este problema, hemos encontrado algunos errores menores como la confusión de signos al expresar el largo en función del ancho o errores de cálculo al efectuar productos o cocientes. También hubo errores en el pasaje del lenguaje coloquial al simbólico de la frase "el largo de la cancha es 41 metros menor al doble del ancho de la misma", donde el orden de las palabras en la expresión los llevó a escribir $L = 41 - 2 * A$ y por ello tuvieron errores de signo al continuar la resolución. Por otra parte hemos visto que algunos grupos planteaban la igualdad entre el valor del perímetro y la expresión del largo en función del ancho, es decir, planteaban $350 = 2 * A - 41$, la cual no es una relación válida.

La variante de este problema consistió en cambiar el tipo de cancha (que no modificaría sustancialmente la complejidad del problema) así como los datos dados y los que se buscaba averiguar. Esta variante se puede apreciar en la siguiente Figura:

1) En el patio del colegio se quiere pintar el piso para armar una nueva cancha de básquet. Si el ancho de la cancha debe ser de 15 metros. Calculen cuánto debe medir el largo para que el perímetro de la cancha sea 4 metros menor al séxtuple del ancho de la cancha

Ayuda: el ancho y largo son como se muestra en la figura:

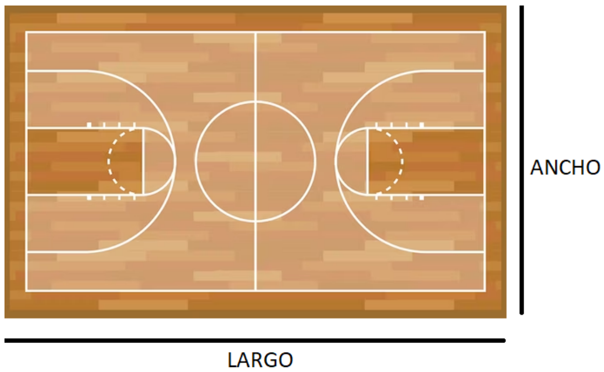


Figura 50: Variante del problema 1 de la evaluación grupal.

En este caso, el dato dado era el ancho de la cancha y se pedía averiguar el largo de la misma conociendo que el perímetro es cuatro metros menor al séxtuple del ancho de tal cancha. Al igual que con el problema anterior, esperábamos que los estudiantes asignaran letras a cada dimensión. Luego, como ya se tiene el dato de la medida del ancho, el perímetro podía ser hallado fácilmente planteando la ecuación $P = 6 * A - 4 = 6 * 15 - 4 = 90 - 4 = 86$. Por último, para averiguar el largo de la cancha, esperábamos el planteo de la relación entre el perímetro, ancho y largo de la forma $P = 2 * A + 2 * L$ y luego, tras el reemplazo de los datos conocidos, esta ecuación quedaría de la forma $86 = 2 * 15 + 2 * L$, que es una ecuación lineal con una sola incógnita.

En la corrección de este problema, hemos encontrado errores de cálculo así como también una resolución por ensayo-error, donde los estudiantes fueron probando valores para el largo de la cancha hasta que la ecuación $86 = 2 * 15 + 2 * L$ tuvo sentido, esto es, encontraron el valor de L que satisfacía tal ecuación. Por otra parte, dos grupos entre ambos cursos realizaron una verificación de los resultados obtenidos, que era una de las consignas generales que habíamos pedido que cumplan en cada problema. En general este problema representó menor dificultad que la otra versión dado que uno de los datos desconocidos se podía averiguar fácilmente a partir del dato dado acerca de la medida del ancho de la cancha.

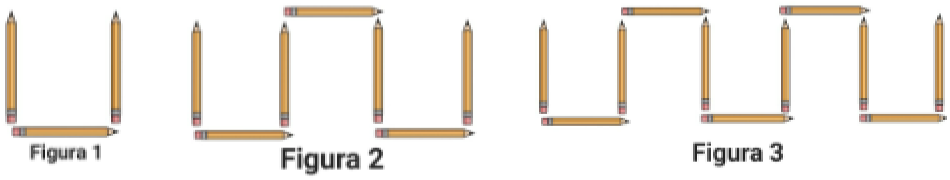
En cuanto a las consignas generales que habíamos dado a los estudiantes para que cumplieran en cada problema, notamos que muy pocos grupos han acatado tales consignas. Consideramos que esto pudo deberse a que los estudiantes guardaron la fotocopia de criterios de evaluación y por ello no tuvieron a su alcance las consignas generales.

Actividad 2: Problema de patrones con lápices

El objetivo que perseguimos en la elaboración de este problema fue el de reconocer regularidades en una secuencia de figuras y expresar tal regularidad con una expresión algebraica. Una actividad muy similar a ésta ya había sido trabajada grupalmente en clase, por lo que consideramos que no habría mayores dificultades en resolver el mismo problema con un patrón de mayor complejidad. Elaboramos un patrón cuya fórmula general involucre un producto y una suma o resta, es decir, un patrón tal que en la figura n-ésima haya a*n+b elementos, donde a y b serían valores a determinar una vez diseñado el patrón. Esto mantenía la complejidad del patrón con el que los estudiantes habían trabajado previamente. Cabe mencionar que habíamos buscado en internet y en libros distintos patrones, encontrando una gran variedad de patrones con puntos. Sin embargo, decidimos diseñar uno con fósforos o lápices dado que nuestra intención era hacer uso de la posición de los elementos, en tanto podían encontrarse de manera horizontal o vertical en una figura. Una dificultad en el armado de dicho patrón era que el mismo debía tener regularidades no sólo en la cantidad total de elementos sino en la cantidad de elementos horizontales por un lado, y la cantidad de elementos verticales por el otro.

Una vez diseñado el patrón, elaboramos consignas similares a las ya trabajadas en clase. Verificamos el nivel de complejidad que esto presentaría para los estudiantes y consideramos que podrían realizarlo en grupos sin complicaciones. La actividad es la que se detalla a continuación:

1) Con fósforos armamos las siguientes figuras:



a) Indiquen cuántos fósforos hay en cada figura.
b) ¿Cuántos fósforos tendrá la próxima figura (figura 4)?
c) ¿Cuántos fósforos horizontales hay en cada figura hasta la cuarta? ¿Pueden anticipar cuántos fósforos horizontales habrá en la figura 10? Escriban una expresión algebraica que represente cuántos fósforos horizontales hay en la figura n.
d) ¿Cuántos fósforos verticales hay en cada figura hasta la cuarta? ¿Pueden anticipar cuántos fósforos verticales habrá en la figura 10? Escriban una expresión algebraica que represente cuántos fósforos verticales hay en la figura n.
e) ¿Cuántos fósforos habrá en total en la figura 40? Escriban una expresión algebraica que represente cuántos fósforos hay en total en la figura n.

Figura 51: Problema 2 de la evaluación grupal.

Como se pudo haber advertido, en un primer momento esta actividad estaba pensada en el mismo contexto de la actividad trabajada en clase: con fósforos. Sin embargo, quisimos modificar levemente el problema para que los estudiantes no pensaran que se trataba exactamente del mismo problema, por ello cambiamos los fósforos por lápices más no sus nombres. No nos percatamos a tiempo de corregir este error y varios estudiantes nos lo hicieron notar al momento de realizar la evaluación grupal; pensaban que se trataba de una consigna capciosa. De aquí en adelante, hablaremos de fósforos aunque los patrones estén conformados por lápices.

En el inciso a) esperábamos que los estudiantes escribieran directamente la cantidad de fósforos de cada una de las figuras. La mayoría de los grupos realizó de forma esperada esta actividad con excepción de un grupo que escribió la cantidad total de fósforos entre las tres figuras dibujadas. Este no fue un error previsto, sin embargo ya había surgido cuando trabajamos esta actividad en clase e hicimos aclaraciones al respecto, por lo que creímos que esa confusión no volvería a aparecer.

En el inciso b), era esperable que los estudiantes dibujaran la figura siguiente y contaran cuántos fósforos tendría la misma. Ante la posibilidad de alguna confusión acerca de cuál era la figura siguiente, decidimos aclarar entre paréntesis cuál era la figura a la que nos estábamos refiriendo. En términos generales la mayoría de los grupos hizo lo esperado por nosotras, salvo el grupo que, en el inciso anterior había interpretado mal la consigna; arrastraron el error en este inciso, respondiendo que la figura 4 tendría 25 fósforos.

En el inciso c) esperábamos resoluciones que siguieran lo hecho en los dos primeros incisos sólo que considerando los fósforos horizontales. Por otra parte, al preguntarles si podían anticipar la cantidad de fósforos horizontales de la figura 10, no buscábamos que respondieran por medio de dibujos sino que hayan aprendido a buscar la regularidad y expresarla con una expresión algebraica dado que en la puesta en común hecha en clase abordamos a esto último como una forma de simplificación de la tarea a realizar. Sin embargo, fueron muy frecuentes las resoluciones que emplearon dibujos de cada figura hasta llegar a la décima. Finalmente, al pedir explícitamente la expresión algebraica, notamos que algunos grupos no la buscaban, otros escribían una expresión que ya conocían pero que no necesariamente era la apropiada (como por ejemplo “2 * N”) e incluso hubo un grupo que exhibió un ejemplo numérico y señaló que uno de esos números podría reemplazarse por una letra. Este caso puede verse en la siguiente Figura:

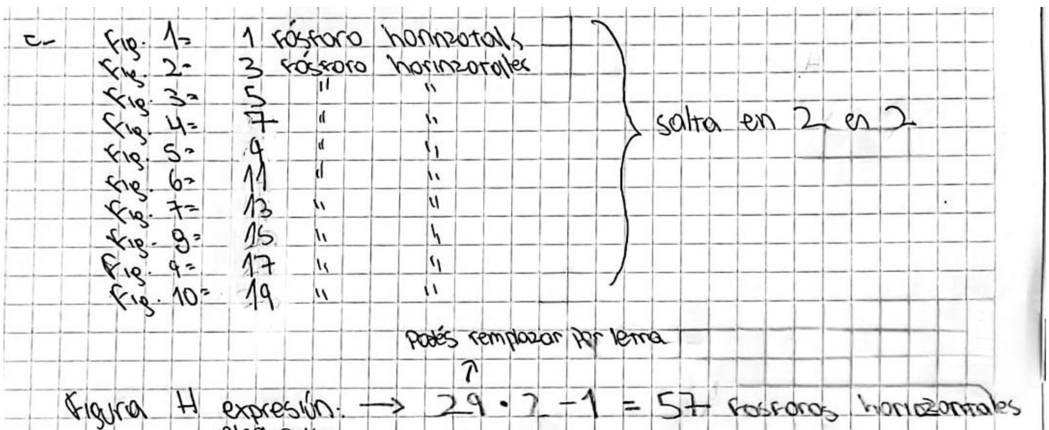


Figura 52: Producción de los estudiantes en el inciso c de la actividad 2 de la evaluación grupal.

En este caso, las aclaraciones de los estudiantes nos han permitido notar que habían encontrado una regularidad y buscaban escribir la expresión algebraica que la representaba, aunque no lo hayan logrado.

El trabajo esperado para el inciso d) era muy similar al del inciso anterior. Al ver las producciones de los estudiantes, cada grupo trabajó de igual forma que cuando resolvieron el inciso c). Más aún, un error frecuente que encontramos en las resoluciones fue copiar la misma expresión algebraica que habían obtenido antes, es decir, si en el inciso c) habían concluído que la expresión algebraica era "N+1", para el inciso d) escribían la misma expresión, sin verificar si la misma era válida para las primeras figuras del patrón. Este fue un error imprevisto pero que ya había tenido precedentes; al trabajar en clase por primera vez, surgieron casos donde los estudiantes proponían en ambos casos la misma expresión algebraica pero para orientarlos, les recomendábamos probar si tales expresiones eran válidas para las primeras figuras y así poder descartarlas o modificarlas.

Finalmente, para el inciso e), nuestra intención era llevar sí o sí a la obtención de una expresión algebraica para la fórmula general. Por una parte, esperábamos que esto ocurra apoyándose en las expresiones algebraicas que indican cantidad de fósforos horizontales y verticales en la figura n obtenidas en los incisos anteriores. Por otra parte, pensábamos que los estudiantes intentarían hallar una generalidad en la cantidad total de fósforos notando que en cada figura se agregan cuatro fósforos más a la cantidad de fósforos de la figura anterior. No obstante, varios grupos hicieron dibujos hasta llegar a la figura 40 y así poder responder a la pregunta. Otros grupos, en lugar de hacer dibujos, han hecho tablas donde colocaban el número de figura y al lado la cantidad de fósforos hasta llegar a la figura 40. Con esto, creemos que los estudiantes probablemente no han terminado de comprender la utilidad de las expresiones algebraicas para representar una generalidad al momento de trabajar con este tipo de problema en clase.

Como hicimos con el problema 1, diseñamos una variante de este problema. La forma en la que hemos hecho esto fue modificando levemente la disposición de los lápices en el dibujo de forma tal que el patrón conserve su fórmula general pero se vea distinto al anterior. El patrón resultante se puede apreciar a continuación:

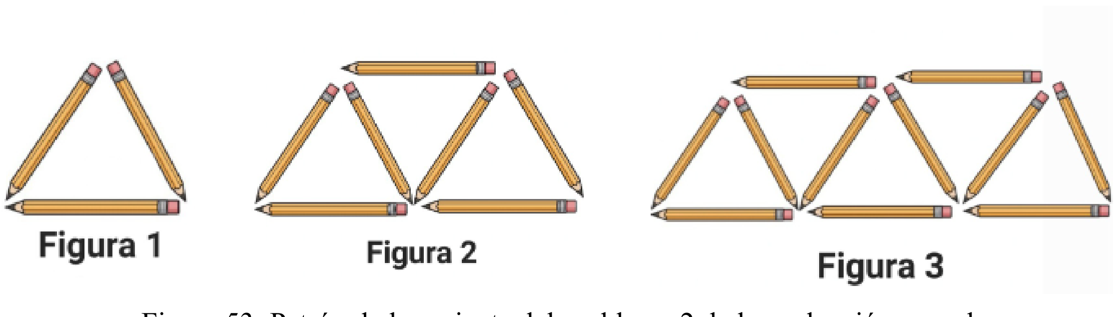


Figura 53: Patrón de la variante del problema 2 de la evaluación grupal.

Las consignas para esta variante del problema han sido las mismas a excepción de que los fósforos verticales ahora se encontraban en una disposición diagonal.

En general lo esperado en cuanto a la resolución fue similar a lo expuesto para la versión original de este problema. De la misma forma, las resoluciones de los estudiantes estuvieron en concordancia con la forma de proceder de los otros grupos.

Al ser dos patrones de igual complejidad, no notamos diferencias en la dificultad que presentaron los estudiantes a la hora de resolver alguno de estos problemas, es decir, no hemos notado cambios significativos en las resoluciones con uno u otro patrón a pesar del cambio en la disposición espacial de los fósforos.

2.4.2. La evaluación individual

En 2° "B" esta evaluación se desarrolló el día jueves 24 de agosto y en 2° "C" el día viernes 25 de agosto. En ambos cursos se destinaron 80 minutos para su resolución, en 2° "C" fueron las primeras 2 horas cátedra de clases. La evaluación fue individual, a carpeta cerrada y en formato papel; se desarrolló en el aula y no se permitió el uso de celulares ni calculadoras. Esta consistía en la resolución de dos actividades, la primera basada en la resolución de ecuaciones y justificación de los pasos o propiedades aplicadas mientras que la segunda trataba el pasaje del lenguaje coloquial al lenguaje simbólico.

En 2° "B" los estudiantes pidieron realizar un breve repaso antes del comienzo del examen, por lo que se ocuparon unos 10 minutos en esta actividad. Seguido de ello, se entregó la evaluación que se puede ver en el Anexo 8.

Se desarrollaron dos temas distintos en donde la única diferencia era el orden de las ecuaciones presentes en la actividad 1. De esta forma, nos aseguraríamos que los distintos temas contaran con la misma dificultad.

Al faltar 30 minutos para que finalice la clase, los estudiantes expresaron que no llegarían a completarla en su totalidad. Por ello, se decidió junto con la profesora titular, que en la primera actividad cada estudiante eligiera para resolver dos de las tres ecuaciones que allí se encontraban y que la segunda actividad se desarrollara de forma completa como estaba previsto. Con estas consideraciones, los estudiantes pudieron terminar su evaluación.

Al día siguiente, en 2° "C" decidimos entregarles la evaluación con dos ecuaciones en la primera actividad en lugar de tres. Desarrollamos tres temas distintos en donde lo único que se modificaba era la combinación de las ecuaciones presentes en la actividad 1 que se había tomado en 2° "B". Con respecto a la actividad 2, no se realizó ninguna modificación, al igual que las ecuaciones de la actividad 1. El modelo final de la evaluación tomada en 2° "C" puede apreciarse en el Anexo 9.

Al momento de corregir las evaluaciones, en la primera actividad pudimos observar que había tres grandes errores que surgían en ambos cursos y estos fueron:

- No recordar cómo aplicar la propiedad distributiva y sobre todo cuando está presente una fracción, como se observa en la Figura 54:

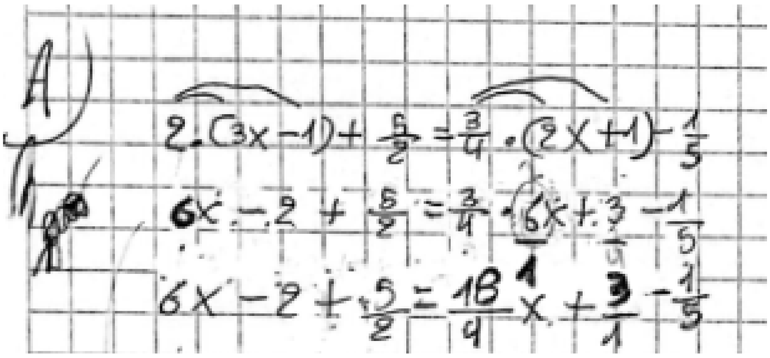


Figura 54: Fotografía de la producción de un estudiante en la actividad 1 de la evaluación.

Aquí podemos observar cómo el estudiante no presenta dificultad para aplicar la propiedad distributiva en el primer miembro de la ecuación pero en el segundo miembro intenta aplicar la propiedad distributiva y no lo realiza de forma correcta. Lo que el estudiante realiza es distribuir el $\frac{3}{4}$ multiplicando el numerador con 2x y luego multiplica el numerador de la fracción $\frac{3}{4}$ con el 1; aquí no distribuye la fracción completa. Luego arrastra ese error en todo el ejercicio por lo que la suma y resta de fracciones no son correctas.

- Operar matemáticamente los términos independientes con los términos dependientes de x, como se observa en la Figura 55:

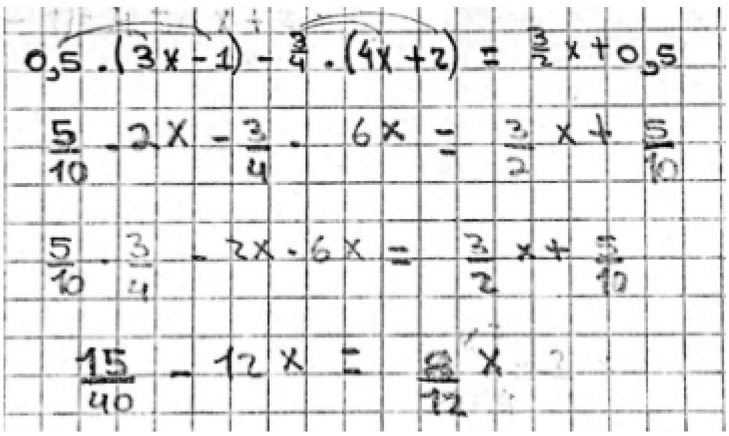


Figura 55: Fotografía de la producción de un estudiante en la actividad 1 de la evaluación.

Aquí podemos observar cómo el estudiante no logra distinguir cuáles términos son independientes y cuales dependientes y resuelve lo que se encuentra entre paréntesis. Además podemos notar que no hizo uso de los pasos para resolver ecuaciones que fueron trabajados en clases de forma conjunta.

- Confundir los signos al pasar los términos como podemos observar en la Figura 56:

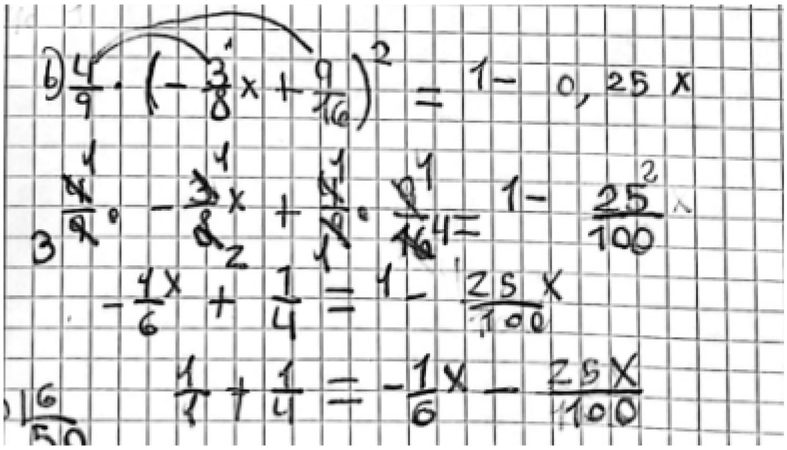


Figura 56: Fotografía de la producción de un estudiante en la actividad 1 de la evaluación.

Aquí podemos observar cómo el estudiante aplicó bien la propiedad distributiva, simplificó algunos términos, convirtió los decimales a fracciones de forma correcta pero al momento en el que intentó dejar los términos dependientes del lado derecho de la igualdad y los términos independientes del lado izquierdo, cometió el error de no cambiar los signos al realizar el pasaje de términos. Observamos en el último renglón que el número 1 debería pasar como -1 y el $-\frac{1}{6}x$ como $\frac{1}{6}x$. A partir de ese momento arrastró el error y entonces operó de forma incorrecta. Consideramos que este error pudo haberse dado por distracción o por haber olvidado que al pasar los términos, esto debe hacerse con la operación inversa.

2.4.3. Criterios de corrección de las evaluaciones

En el momento en que diseñamos los criterios de evaluación y las consignas que daríamos a los estudiantes, notamos que había muchos aspectos a tener en cuenta al momento de corregir y nuestra intención era tener la menor subjetividad posible en la corrección. Es por ello que elaboramos una tabla con criterios y puntajes para la evaluación grupal y una tabla similar para la evaluación individual. Como debíamos proporcionarle a la profesora titular dos notas que luego representarían el 60% y 40% de la nota final de cada estudiante, tanto la evaluación grupal como individual tendrían porcentajes del 1 al 100%.

Para la evaluación grupal, dividimos los criterios en dos secciones principales: una donde se valore el trabajo en grupo y la presentación del trabajo, que corresponde al 20% de la nota; otra donde se detalle lo logrado en cada problema, que constituye el 80% de dicha nota. En esta última sección, decidimos evaluar el cumplimiento de las consignas generales para el problema número 1, y lo resuelto en cada inciso del problema 2. A su vez, hemos detallado entre paréntesis el porcentaje máximo que podríamos dar a cada criterio o inciso. Lo mencionado anteriormente fue aplicado para cada uno de los grupos y se ilustra en la siguiente Figura:

Grupo:				
Criterios generales de evaluación	Problema 1: cancha		Problema 2: patrón	
Claridad y prolijidad (2,5% c/u)				
Trabajo colaborativo y equitativo (2,5% c/u)				
Uso de los temas vistos en clase (5% c/u)				
Presencia de las consignas (80%) (40% cada consigna)	1)Título del problema (1%)		a)5%	
	2)Reconocimiento de incógnitas y datos del problema (4%)		b)5%	
	3)Planteo de ecuación/es Identificación de incógnita, coeficientes, términos independientes y miembros de la ecuación (12,5%)		c)10%	
	4)Resolución de la ecuación justificando cada paso (15%)		d)10%	
	5)Verificación (5%)		e)10%	
	6)Relación			

	solución-contexto del problema original (2,5%)			

Figura 57: Tabla para asignar puntajes a cada grupo.

Para conocer la nota final de esta evaluación, al finalizar la distribución de puntajes, sólo era necesario sumar la cantidad de puntos que cada grupo había logrado obtener tanto en los criterios como en los incisos de cada problema. Cabe mencionar que esta nota era provisoria dado que luego la profesora titular decidiría qué nota poner a cada grupo haciendo uso de un criterio propio.

Por otra parte, en cuanto a la evaluación individual, dado que en 2° "B" tuvimos que dejar que los estudiantes elijan dos incisos del primer problema para resolver y en 2° "C" directamente dimos dos ecuaciones a resolver en dicho problema, decidimos distribuir 100 puntos de la evaluación de la siguiente forma: el 75% de la nota provendría del primer punto mientras que el 25% restante, del segundo punto. A su vez, en 2° "B", como en el primer punto pedíamos resolver si o si al menos dos de las tres ecuaciones dadas, cada una representaría el 37,5% de la nota. Con esto, dimos la posibilidad de sumar puntos extra si los estudiantes resolvían correctamente una tercera ecuación. En 2° "C" no se presentó esta situación dado que directamente la evaluación tenía dos ecuaciones por resolver. En el segundo problema, los 25 puntos se distribuyeron de la siguiente manera: cada palabra del lenguaje coloquial pasada correctamente al lenguaje simbólico equivaldría a 5 puntos. Restaríamos un punto en caso de que faltaran paréntesis o haya errores menores. La tabla de notas para la evaluación individual en 2° "B" tuvo el siguiente formato:

Apellido y nombre	Puntajes						
	1a (37,5%)	1b (37,5%)	1c (37,5%)	2 (25%)		TOTAL	NOTA
Estudiante 1							
Estudiante 2							
Estudiante 3							

Figura 58: Tabla para asignar puntajes a cada estudiante en 2° "B".

Por otra parte, para 2° "C" la tabla de notas de la evaluación individual fue como se muestra a continuación:

Apellido y nombre	Puntajes					
	1a (37,5%)	1b (37,5%)	2 (25%)		TOTAL	NOTA
Estudiante 1						
Estudiante 2						
Estudiante 3						

Figura 59: Tabla para asignar puntajes a cada estudiante en 2° “C”.

Consideramos que la modalidad en la que elegimos distribuir los puntajes nos ayudó a preservar la objetividad durante la corrección. Éramos conscientes que, en algunas ocasiones ante la aparición de reiterados errores, tendíamos a elevar la exigencia, haciendo que las resoluciones de distintos estudiantes con el mismo error tuvieran distinto puntaje, lo cual es injusto. Es por ello que luego de corregir errores y dejar anotaciones para invitar a nuestros estudiantes a la reflexión sobre algunos procedimientos, decidimos sumar los puntajes utilizando los criterios antes mencionados y colocamos los detalles en las correspondientes tablas.

3. Reflexión sobre una problemática

3.1. Introducción a la problemática

Al finalizar nuestras prácticas, reflexionamos sobre lo que sucedió en cada clase, las dificultades que emergieron y ciertas cuestiones que nos llamaron la atención. Nuestra problemática surge a partir de algunas dificultades que los estudiantes presentaron en la resolución de ecuaciones de primer grado. Como establece Bedoya (2017) en su trabajo final de maestría, "La solución de una ecuación lineal de una incógnita consiste en la construcción de un valor que se le asigna a la variable y verifica una igualdad. La construcción de este valor, llamado solución, se logra mediante una sucesión de pasos consistentes en la aplicación sucesiva de los axiomas de un campo numérico a una expresión de la ecuación. Este proceso que se acaba de mencionar, es una estrategia en la solución de ecuaciones lineales" (2017, p. 27).

A partir de estos inconvenientes que serán evidenciados a lo largo del capítulo, definimos nuestra problemática: reflexionar sobre cómo la propiedad uniforme ayuda a que los estudiantes atribuyan sentido a la transposición de términos como método de resolución de ecuaciones de primer grado. Cabe aclarar que con transposición de términos hacemos referencia al método de resolución de ecuaciones conocido como "pasaje de términos"; de aquí en adelante nos referiremos a transposición de términos.

En un comienzo nos propusimos investigar acerca de la propiedad uniforme y el pasaje de términos con el objetivo de compararlos viéndolos como métodos de resolución de ecuaciones. Además, no encontramos investigaciones que establecieran una comparación debido a que la transposición de términos es un método de resolución y la propiedad uniforme es, como su nombre lo indica, una propiedad.

Comenzaremos dando una breve descripción de la transposición de términos. Este método es frecuentemente enseñado para la resolución de ecuaciones y consta de cuatro reglas principales: Si un número está sumando (tiene signo "+") en un miembro de la ecuación, para preservar la igualdad, debe pasarse al otro miembro restando (con signo "-"). Análogamente, si un número está restando en un miembro de la ecuación, se debe pasar sumando al otro miembro. Extendiendo este procedimiento, si un número está multiplicando/dividiendo a la incógnita en uno de los miembros de la ecuación, debe pasarse al otro miembro dividiendo/multiplicando. En general, para pasar un término de un miembro de la ecuación al otro se debe hacer con la operación inversa.

Por otra parte, la propiedad uniforme establece que si a ambos miembros de una ecuación se le suma, resta, multiplica o divide por el mismo número, la igualdad se conserva. Cabe aclarar que se exceptúa la división entre cero ya que la misma es indefinida. Asimismo, para poder resolver una ecuación, si bien multiplicar a ambos miembros por cero preserva la igualdad, se elimina la incógnita, cuyo valor se está buscando; por esto no se debe multiplicar por cero si el objetivo es resolver la ecuación.

3.2. Teoría subyacente a la propiedad uniforme

Teniendo en cuenta lo descrito hasta aquí, consideramos necesario destacar que para aprender a aplicar la propiedad uniforme es necesario contar con ciertos conocimientos previos, más aún, con el apropiamiento de los mismos; resolver una ecuación conlleva la suma de conocimientos sobre las propiedades de las operaciones y las convenciones sobre el orden de resolución.

En primer lugar, es necesario el manejo de la estructura del anillo algebraico de los números racionales con las operaciones de suma y producto, en particular las propiedades del inverso. Dado un número real no nulo, su ***inverso multiplicativo*** será un número real tal que el producto entre ambos sea igual a 1. Por otra parte, el ***inverso aditivo*** de un número es su opuesto, es decir, es el número tal que la suma entre ambos arroja como resultado cero. Cuando los estudiantes no tienen presentes ambos tipos de inversos, no comprenden la utilidad de los mismos o no son capaces de diferenciarlos por completo, es muy probable que cometan ciertos errores que los conducirán a no poder resolver la ecuación en cuestión. A modo de ilustrar esta situación, consideremos el ejemplo de la siguiente Figura:

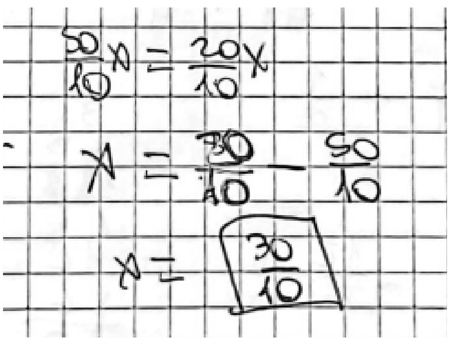


Figura 60: Resolución de actividad 1 de la evaluación individual.

En este caso, puede notarse que el estudiante no reconoce el inverso multiplicativo de $\frac{50}{10}$; este número estaba multiplicando a la incógnita entonces el modo correcto de realizar la transposición de términos era "pasar dividiendo $\frac{50}{10}$ del otro lado". Sin embargo el estudiante "pasa restando" este número al haber visto que el mismo era positivo en el miembro izquierdo de la ecuación. En términos matemáticos, este estudiante confundió el inverso multiplicativo, que era $\frac{10}{50}$, con el inverso aditivo, que es $-\frac{50}{10}$. Este error fue muy frecuente en ambos cursos y consideramos que la principal causa es la confusión entre los inversos multiplicativos y aditivos.

Otro error frecuente encontrado en las resoluciones de los estudiantes fue la no comprensión de la función que cumple el inverso aditivo. En el ejemplo que se muestra en la Figura 61 se puede apreciar que en el miembro izquierdo el estudiante realiza la suma entre $\frac{3}{2}x$ y su inverso aditivo, que es $-\frac{3}{2}$, la cual da por resultado cero ya que ese es el requisito que debe cumplir el inverso aditivo de un número para ser considerado como tal. A pesar de haber reconocido que tal suma entre inversos aditivos es igual a cero, en el último renglón de su resolución escribe $x = \frac{10}{10}$, cambiando el coeficiente de x, que previamente era 0 y luego lo cambia por 1. Este último aspecto no es superficial sino problemático en tanto que se requiere el reconocimiento de que 1x = x y que si el coeficiente es 0, entonces este anulará a la incógnita, dando por resultado 0x = 0. Sin embargo, tal discusión no será abordada en este análisis.

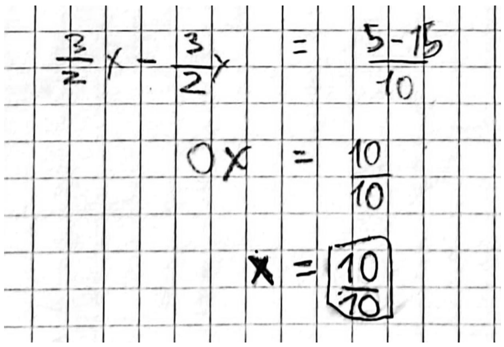


Figura 61: Resolución de actividad 1 de la evaluación individual.

Por otra parte, consideramos fundamental la ***jerarquía de las operaciones*** en la resolución de ecuaciones. En los ejercicios combinados que se suele dar a los estudiantes para que resuelvan, dicha jerarquía establece que primero se deben resolver las potencias y raíces, luego las multiplicaciones y divisiones y a lo último las sumas y restas. Recordamos que la resolución de ejercicios combinados y operaciones con fracciones eran los contenidos que los estudiantes estudiaron antes del comienzo de nuestras prácticas. En cuanto a las ecuaciones, primero debemos aplicar la propiedad distributiva en caso de que se encuentre presente. Luego debemos resolver las sumas y restas permitidas; donde las no permitidas son aquellas entre términos independientes y términos que contienen la incógnita. Sólo cuando la ecuación queda de la forma $ax = b$, donde a y b pueden ser cualquier número real con a distinto de cero, se pueden resolver las correspondientes multiplicaciones o divisiones transponiendo términos multiplicando o dividiendo según corresponda, con el objetivo de "despejar" la incógnita o que "quede sola" en un miembro de la ecuación y en el otro miembro quede la solución a dicha ecuación. No es trivial que los estudiantes sean conscientes de este hecho ya que generalmente están acostumbrados a aplicar el algoritmo de resolución de ejercicios combinados guiándose con la jerarquía de las operaciones. Un ejemplo de esto puede verse en la Figura 62 donde el estudiante lo primero que resuelve es lo que está entre paréntesis, además observamos que no logra distinguir que no puede realizar estas operaciones ya que hay términos dependientes e independientes dentro del paréntesis.

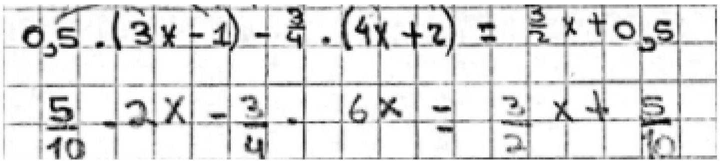


Figura 62: Resolución de actividad 1 de la evaluación individual.

Es por esta razón que consideramos que, para la resolución de ecuaciones, es importante y necesario comprender esta diferencia de jerarquías que depende del tipo de problema que se está buscando resolver.

Por último, el correcto ***uso de los paréntesis*** constituye un saber tan primitivo como complejo en la resolución de ecuaciones, ya que los estudiantes deben saber cómo manipularlos sin causar modificaciones en tales igualdades. Esta manipulación no sólo está comprendida por saber cómo suprimir los paréntesis cuando los mismos no son necesarios o saber cómo aplicar la propiedad distributiva con respecto al producto o división; existe un uso mucho más avanzado de los paréntesis, el cual se da cuando uno debe agregarlos donde no estaban escritos. Un ejemplo que muestra la necesidad de agregar paréntesis se da cuando se tiene una ecuación de la forma $\frac{a}{bx+c} = d$, donde no se puede sumar directamente $bx + c$, por lo que ésta expresión debe transponerse hacia el otro miembro multiplicando dado que está dividiendo a a. De esta forma, se obtiene la ecuación $a = d * (bx + c) = (bx + c) * d$ donde fue necesario agregar paréntesis a $bx + c$ pues de lo contrario, no se mantendría la igualdad. Lo descrito anteriormente no es un hecho trivial para los estudiantes de segundo año, más aún, es posible que, de tener que hacer tales operaciones, escriban $a = d * bx + c$ o bien $a = bx + c * d$ sin notar que la falta de paréntesis afectará la igualdad de la ecuación. Situaciones como ésta y similares conducen a considerar el uso de los paréntesis como un saber fundamental para la resolución de ecuaciones.

3.3. Marco teórico de la problemática

Consideramos que, si a los estudiantes se les presentan actividades en donde puedan aplicar la propiedad uniforme junto con todos sus conocimientos previos del álgebra, se les brinda la posibilidad de desarrollar sus propias técnicas y estrategias para resolver ecuaciones. De esta manera, resolver ecuaciones implica un proceso de pensamiento lógico y razonamiento deductivo, en tanto que, como menciona Chevallard (1997), una ***técnica*** para resolver ecuaciones será una "manera de hacer" la resolución de tal ecuación, la cual posee un cierto grado de incertidumbre acerca de los cálculos que han de realizarse o la cantidad de pasos a realizar hasta obtener una solución. Esto dista, en principio, de un algoritmo, el cual se puede ejecutar de manera segura y desde un comienzo se sabe que conducirá a una solución del problema.

Los estudiantes, a medida que avancen en la resolución de diversas ecuaciones, deberán probar distintas estrategias y en base a su experiencia, volver o modificar los pasos realizados. De esta forma, irán completando su técnica y con ello, el alcance de la misma será aún mayor. Este procedimiento requiere un razonamiento lógico para determinar qué operación es necesaria y cómo aplicarlas de manera que la igualdad de la ecuación se mantenga. A su vez, se fomenta la creatividad y el pensamiento crítico, con el cual tendrán la capacidad de evaluar ellos mismos si se están dirigiendo (o no) por el camino correcto para hallar la solución; se crea así en el aula un entorno de aprendizaje muy fructífero y se encuentra completamente fuera de lo que se realiza en una "clase tradicional". Esta es una propuesta que no apunta a memorizar pasos estandarizados para resolver una ecuación y va más allá de aplicar propiedades de manera pertinente y realizar operaciones; se trata de internalizar el razonamiento matemático y de esa forma crear una técnica propia para resolver, en este caso, ecuaciones de primer grado.

El procedimiento anteriormente descrito es frecuentemente conocido como "modelización" y, como sostiene Sadovsky (2005), los estudiantes generan conocimiento en relación a la resolución de ecuaciones por medio de una modelización, que en este caso es intramatemática; el problema que ha de ser modelizado tiene su origen dentro de la matemática, y la forma de modelizarlo es justamente por medio de técnicas matemáticas elaboradas en el transcurso de dicho proceso. Esta modelización se puede llevar a cabo mediante el trabajo reflexivo en las puestas en común; de manera conjunta se puede elaborar una *técnica* aplicable a la mayoría de las ecuaciones, la cual podrá ser revisada y ajustada ante la necesidad de resolver otros tipos de ecuaciones que representen nuevas dificultades. Esto último es lo que Chevallard (1997) denomina ***tecnología*** de una técnica, que es un discurso matemático que permite justificar dicha técnica. En el contexto de nuestras prácticas, en un comienzo dimos a nuestros estudiantes una lista de pasos para resolver ecuaciones, la cual, en términos de Chevallard (1997), era considerada como un método más que una *técnica*. Sin embargo, nuestra idea era que los estudiantes fueran capaces de desarrollar la propia inspirándose en los pasos que les habíamos dado pero consideramos que esto no pudo darse de esta forma por el acotado tiempo que compartimos con ellos. La *tecnología* asociada a dicha *técnica* estaba comprendida por las reglas matemáticas puestas en juego, que daban sustento a dichos pasos a la vez que servían para justificar modificaciones en la misma puesto que si bien es aplicable a todas las ecuaciones, no es la óptima para hallar una solución de las mismas. Aquí es donde emerge la segunda función que tiene la *tecnología* de una *técnica* según Chevallard (1997): "aportar elementos para modificar la técnica con el fin de ampliar su alcance, superando así sus limitaciones y permitiendo en algunos casos la producción de una nueva técnica". A su vez, la *tecnología* "requiere una interpretación y justificación", la cual puede hallarse por medio de la ***teoría asociada a la técnica***, que según éste autor, es "un discurso matemático suficientemente amplio como para interpretar y justificar la tecnología (de una técnica)". Dicha *teoría* asociada a la resolución de ecuaciones eran los conceptos relacionados con las partes de la ecuación y las reglas que rigen la transposición de términos junto con las operaciones matemáticas como la suma, resta, multiplicación y división; en algunos casos también fue necesario recordar brevemente propiedades acerca de la radicación y potenciación así como también la propiedad distributiva del producto.

3.4. A modo de cierre

En el ámbito de la educación y el aprendizaje, no hay una única forma de abordar un problema o adquirir una habilidad. Los estudiantes son seres humanos únicos con diferentes estilos de aprendizaje y experiencias previas. En este contexto, es fundamental reconocer que algunos estudiantes se sienten más cómodos cuando tienen la libertad de desarrollar y aplicar su propia técnica para resolver problemas, en lugar de seguir una serie de pasos predefinidos, ya que al ser ajenos a ellos, pueden generar incomodidad o dificultar su aprendizaje. En lugar de memorizar pasos, los estudiantes aprenden a comprender los conceptos subyacentes y a aplicarlos de manera más flexible. Esto los prepara para abordar problemas en situaciones novedosas que se les pueda presentar en el futuro. Crear una técnica propia también puede ser más motivador para los estudiantes; cuando tienen la libertad de diseñar o construir su propio camino hacia la solución, se sienten más comprometidos puesto que se convierten en protagonistas de su aprendizaje.

Sin embargo, es importante señalar que no todos los estudiantes encuentran favorable el tener que crear su propia técnica de resolución. Consideramos que esto tiene que ver con las creencias que tienen los estudiantes sobre la actividad matemática. Rescatamos lo que propone Op´t Eynde, De Corte y Verschaffel (2002) acerca de que "las creencias de los estudiantes relacionadas con las matemáticas son concepciones subjetivas implícitas o explícitas sostenidas por los estudiantes como verdaderas, que influyen en su aprendizaje de las matemáticas y la solución de problemas" (Op´t Eynde, et al., 2002, p. 16). En este sentido Schoenfeld (1989) refiere a este tema cuando afirma que "los estudiantes creen que el tema puede ser dominado si trabajan en él, y cuando ellos hacen bien las cosas creen que han tenido éxito", "los estudiantes creen que cualquier problema que no se pueda resolver en 12 minutos de trabajo será imposible" y "los estudiantes afirman que las matemáticas se aprenden mejor por memorización (entonces) ellos practican lo que dicen creer" (p. 348, 349). Con ello podemos dar cuenta de la importancia que tienen las creencias de los estudiantes dentro de la clase de matemáticas y el papel que desempeñan en el proceso de aprendizaje. Teniendo en cuenta los aportes mencionados sobre las creencias de los estudiantes, creemos que a algunos estudiantes el crear su propia técnica de resolución puede resultarles algo abrumador o muy desafiante, especialmente si carecen de experiencia o conocimiento en un tema específico.

De Corte (2004) propone cinco categorías basadas en aptitudes para que los estudiantes adquieran para tener una buena disposición en matemáticas (De Corte, 2004, p. 282). Las mismas se presentan a continuación:

1) Buena organización y accesibilidad de conocimientos matemáticos básicos.
2) Métodos heurísticos, destreza para resolver un problema.
3) Meta-conocimientos, conocimiento de funciones cognitivas (meta-cognición).
4) Técnicas de autorregulación.
5) Creencias sobre sí mismo en relación con las matemáticas y la solución de problemas, sobre el contexto de clase y sobre las matemáticas y su aprendizaje.

Motivadas por ello, consideramos que la cuestión a la que se enfrentan los docentes es articular estas aptitudes y lograr interconexión entre ellas. Por ello nos surge la necesidad de atender y quizás modificar las creencias de los estudiantes en el proceso de aprendizaje. Esto nos dio pie a pensar en que, disponiendo de una mayor cantidad de tiempo, tal autonomía podría trabajarse en el aula mediante actividades y puestas en común que apunten a una reflexión y autocrítica de lo hecho. De esta forma se buscará generar en los estudiantes la auto-confianza en sus propios procedimientos y desarrollar un ambiente activo y colaborativo que permita a los estudiantes participar de forma consciente en su aprendizaje, y que no sean meros espectadores. De esta forma se abordaría desde otra perspectiva en qué consiste el hacer matemático en el aula pensando en concordancia a lo que propone Charlot (1986). Dicho autor sostiene que el hacer matemática "es un trabajo del pensamiento, que construye los conceptos para resolver problemas, que plantea nuevos problemas a partir de conceptos así construidos, que rectifica los conceptos para resolver problemas nuevos, que generaliza y unifica poco a poco los conceptos en el universo matemático que se articulan entre ellos, se estructuran, se desestructuran, y se reestructuran sin cesar" (Charlot, 1986, p. 67, 68).

Por todo lo mencionado, queremos destacar que son ciertos propósitos didácticos y una determinada concepción de la Matemática, de su enseñanza y de su aprendizaje, los que sostienen y direccionan tanto el desarrollo curricular como la práctica en el aula. Consideramos también que es un gran desafío para el docente ya que debe involucrarse en una forma de hacer matemática que muchos docentes no vivenciaron; implica comprometerse con nuevas formas de ejercer el rol docente, lo cual plantea cierta incertidumbre. De igual forma, esta clase de trabajo da lugar a un clima de actividad intelectual propio de la cultura matemática, genera placer por aprender y confianza en las propias posibilidades, impactando positivamente en el desempeño de los estudiantes. Por esto nos sentimos motivadas a seguir instalando entre todos este escenario en las clases de matemática.

Al abordar el análisis sobre ésta problemática, no afirmamos ni que la propiedad uniforme ni la transposición de términos sean inapropiados para las primeras enseñanzas en la resolución de ecuaciones de primer grado así como tampoco pretendemos presentar "la mejor forma de enseñar a resolver ecuaciones". No obstante, consideramos que la posibilidad de ampliar el alcance de las *técnicas* mediante la *tecnología* asociada es un elemento central que viabiliza el aprendizaje deseado y permite que los estudiantes atribuyan un sentido a aquello que están haciendo.

4. Reflexiones finales

Para finalizar, queremos acercar al lector algunas reflexiones personales acerca de nuestra experiencia en la práctica profesional. En primer lugar, queremos agradecer a los profesores de Metodología y Práctica de la Enseñanza por acercarnos las herramientas necesarias, acompañarnos, escucharnos, aconsejarnos y darnos la posibilidad de llevar a cabo nuestras prácticas docentes. En especial a nuestro profesor supervisor de prácticas y a la docente a cargo de segundo año quienes nos acompañaron durante todo el proceso aportando sugerencias y haciéndonos reflexionar sobre cada una de las decisiones que tomábamos frente a los distintos desafíos que fueron surgiendo en las prácticas. También queremos agradecer a cada uno de los estudiantes de segundo año, quienes nos recibieron con mucha amabilidad y respeto y colaboraron con nuestras prácticas con una buena predisposición a realizar las actividades que habíamos preparado para ellos.

A lo largo de nuestro recorrido en las prácticas, hemos transitado un sinfín de emociones, mayormente gratificantes. Cuando algo no salía como lo habíamos planeado, lo tomábamos como un desafío a superar en la próxima clase, y esa fue nuestra fuente de motivación para intentar superarnos cada día más. Luego de cada clase, gracias a la elaboración del autorregistro de lo vivido en el aula y el registro del par pedagógico, fuimos recuperando cada aspecto de nuestras clases. Esto nos permitió identificar algunas herramientas que podían contribuir al avance de las siguientes clases e incluso nos permitían realizar los ajustes necesarios para la clase sobre los mismos temas que daría la otra parte del par pedagógico.

Al hacer esta reflexión, lo primero que vino a nuestra mente fue ese primer día de clases, cargado de nerviosismo e incertidumbre mezclado con ansiedad y emoción por compartir nuevas experiencias y conocimientos con nuestros estudiantes. Cabe destacar que muchos de estos sentimientos se propiciaron por el hecho de que ninguna de nosotras dos había estado dando clases frente a un curso previamente. ¿Cómo reaccionarían los estudiantes ante nuestra propuesta de enseñanza? ¿Habrá muchas preguntas o afirmaciones imprevistas en el aula? ¿Cómo responderemos a las mismas? Muchos interrogantes como estos nos acompañaron antes de comenzar esa primera jornada. Sin embargo, recordamos que tal incertidumbre era parte natural de ser docente y que al aceptarla, podíamos convertir nuestras prácticas en un aprendizaje continuo y mutuo entre los estudiantes y nosotras; decidimos que esto fuera nuestro motor de crecimiento y motivación. Así, nuestras inquietudes iniciales comenzaron a disiparse, ganamos confianza en nuestras propuestas, en nuestras actividades, en nuestro par pedagógico y en nosotras mismas. La primera vez que nos dijeron “profe”, ver el progreso de nuestros estudiantes y el interés que presentaban por participar en clases y resolver las actividades que les proponíamos fueron unas de las vivencias más gratificantes. Esta experiencia de prácticas docentes fue muy valiosa y enriquecedora, la cual nos permitió crecer tanto a nivel personal como profesional. Un gran aprendizaje que nos llevamos de nuestras prácticas es sobre las dinámicas con las cuales se maneja un curso; aprendimos, en parte, cómo negociar con los estudiantes el uso del celular, pedir silencio en el aula sin gritar, invitar a los estudiantes a aportar en clase así como también a corregirse ellos mismos cuando cometen un error, ya sea en cuanto a lo que están resolviendo, como a las formas en las que se dirigen los unos a los otros.

En cuanto a los contenidos que enseñamos, el mayor desafío que enfrentamos fue haber tenido que planificar actividades "desde cero" sin contar con un modelo previo. También fue desafiante la necesidad de cambiar la planificación en medio de nuestras prácticas debido a que los estudiantes habían visto el tema de una forma distinta a la planificada por nosotras. Con ello aprendimos a adaptar nuestras actividades según la necesidad surgida, lo cual seguramente tendremos que hacer muy a menudo en nuestro futuro como docentes.

En relación a los tiempos de la clase, consideramos que por lo general hemos aproximado bien los tiempos que destinaríamos a cada actividad. Han sido muy pocos los casos donde nos faltó tiempo o tuvimos que adelantar actividades. Desde un comienzo tuvimos presente que existía la posibilidad de que los tiempos reales no fueran acordes a los previstos, sin embargo, nuestras decisiones fueron en parte guiadas e inspiradas por la siguiente frase:

"Enseñar no es transferir conocimiento, sino crear las posibilidades para su propia producción o construcción".

Paulo Freire

En concordancia con ello, si nuestro objetivo era propiciar el hecho de que nuestros estudiantes se conviertan en protagonistas de su propio aprendizaje, no íbamos a apurar los tiempos y dar definiciones ya procesadas sólo para cumplir con los tiempos institucionales, sino que estábamos dispuestas a destinar más tiempo a algunas actividades consideradas más relevantes o con implicancias más profundas en los contenidos involucrados. Además estamos de acuerdo con que enseñar no se trata de transferir conocimiento; todas las personas tenemos nuestras propias formas de relacionarnos con el conocimiento, las cuales vamos construyendo en nuestro día a día desde que nacemos, y esto constituye una experiencia intransferible.

Revisando lo estudiado en Didáctica y Taller de Matemática, recuperamos lo que postula Sadovsky (2005) cuando afirma que "muchos docentes suelen pensar que los alumnos *no* *pueden*, y frente a esta imposibilidad terminan resignando sus expectativas en cuanto a la profundidad del trabajo intelectual que puede concebirse en la escuela". Desde nuestras prácticas y en vistas a nuestro futuro como docentes, proponemos romper con tal esquema y confiar en las capacidades de nuestros estudiantes, haciéndolos protagonistas de su propio proceso de aprendizaje permitiéndoles tomar contacto con esta nueva perspectiva del quehacer matemático en el aula a la vez que nos constituímos en guías para recorrer sus caminos de una forma óptima para cada uno.

Así como esta experiencia nos ha sido muy útil para poner en práctica todo lo aprendido a lo largo de nuestra carrera, consideramos que este trabajo podrá ser de utilidad para todo lector o lectora, en especial si en el futuro será docente y precisa conocer una posible secuenciación de actividades para enseñar el pasaje del lenguaje coloquial al simbólico y ecuaciones.

Por último, queremos compartir una de las frases que nos acompañó durante toda nuestra experiencia:

"Un profesor trabaja para la eternidad: nunca sabrá hasta dónde llegará su influencia".
Henry Brooks Adams.

En relación a esto, es necesario pensar y reflexionar hasta dónde puede llegar lo que enseñamos; los contenidos que explicamos, las habilidades que enseñamos y los valores que transmitimos con nuestro propio ejemplo perdurarán en la memoria y en la experiencia de los estudiantes. Por ello estamos emocionadas de comenzar a ejercer esta profesión con entusiasmo y responsabilidad; es un gran desafío que acaba de comenzar.

Bibliografía

Bedoya Castrillón, D. (2017). Diseño de un material didáctico concreto para la enseñanza de las propiedades de inverso de los racionales en la solución de ecuaciones lineales de una sola incógnita. Disponible en 71228416.2017.pdf (unal.edu.co)

Chevallard Y., Bosch, M. & Gascón, J. (1997) Estudiar Matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje. Biblioteca del Normalista.

De Corte, E. (2004). Mainstreams and perspectives in research on learning (mathematics) from instruction.Applied psychology.

Diseño Curricular del Ciclo Básico de la Educación Secundaria - Ministerio de Educación de la Provincia de Córdoba (2011) https://www.igualdadycalidadcba.gov.ar/SIPEC-CBA/publicaciones/EducacionSecundaria/LISTO%20PDF/TOMO%202%20Ciclo%20Basico%20de%20la%20Educacion%20Secundaria%20web%208-2-11.pdf.

Op't Eynde, P., De Corte, E., & Verschaffel, L. (2002). Framing students' mathematics-related beliefs. InBeliefs: A hidden variable in mathematics education?

Sadovsky, P. (2005). Enseñar matemática hoy. Miradas, sentidos y desafíos. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Schoenfeld, A. H. (1989). Explorations of students' mathematical beliefs and behavior.

Anexo 1: Diagnóstico

Matemática 2° año

Diagnóstico

Nombre:
Curso:

Resuelve las siguientes actividades en la misma fotocopia de forma prolija. Si necesitas más espacio, puedes terminar los cálculos del diagnóstico en una hoja aparte (no olvides colocar tu nombre allí también).

1) Plantea el cálculo y resuelve:

   a) La diferencia entre el doble de la raíz cuadrada de 36 y la raíz cúbica de 512.

   b) El producto entre, el cubo de -5 disminuido en 3, y el cuadrado del opuesto de 2.

   c) La suma entre la raíz cúbica del doble de 32 y el cubo del módulo de (– 25 + 22).

2) Inventa una situación problemática que represente el siguiente cálculo:
   5586 - [(5586 : 3) + (57 * 2) + (90 * 9)] + 300

   Te puedes ayudar con la actividad 5 de la guía 6 de ejercicios combinados.

3) Plantea y resuelve:

   a) La diferencia entre el opuesto del cuadrado de $\frac{3}{8}$ y la raíz cuadrada de 0,04.

   b) El cociente entre la raíz cuadrada de 0,16 y el cuadrado de 2.

   c) La suma entre la raíz cúbica del opuesto de $\frac{1}{8}$ y el inverso de la diferencia entre 2,5 y $\frac{1}{2}$.

4) Lee atentamente y resuelve. No olvides justificar:

   a) En un juego, el triple del puntaje de Paula más 42 es igual a la quinta parte del puntaje que obtuvo Juan. Si Juan tuvo 435 puntos ¿Cuántos puntos tuvo Paula?

   b) Pedro es 3 años menor que Álvaro, pero es 7 años mayor que María. Si la suma de las edades de los tres es 38, ¿qué edad tiene cada uno?

Anexo 2: Actividad 5 de la Guía 6 de ejercicios combinados

Actividad 5: Elige cuál es el cálculo que representa la situación problemática y resuelve

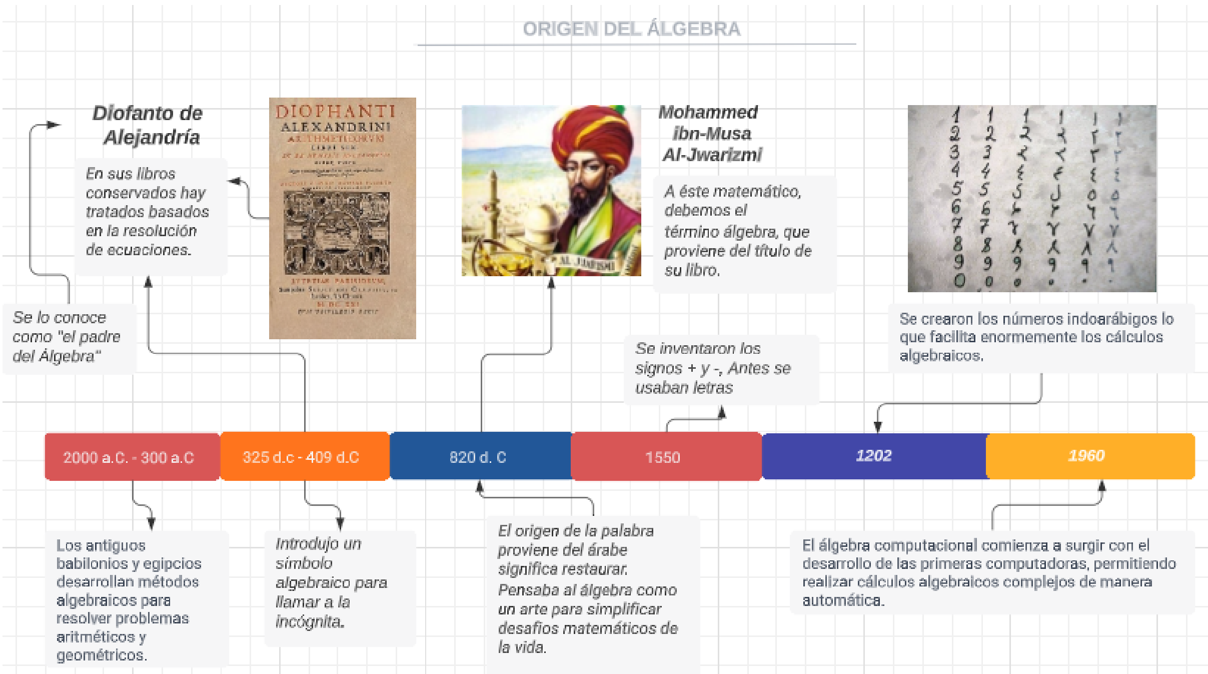
Manuel fue de compras con $15000 y gastó la mitad en el shopping, $1600 en la panadería y la mitad de lo que le sobró en la carnicería. ¿Cuánto dinero le quedó?

a) 15000 – 15000 : 2 + 1600 – (15000 : 2 – 1600) : 2
b) 15000 – 15000 : 2 + 1600 + (15000 : 2 + 1600) : 2
c) 15000 – [15000 : 2 + 1600 + (15000 : 2 – 1600) : 2]

Anexo 3: Guía 1

Matemática 2° Año
Guía 1: Expresiones algebraicas. Lenguaje coloquial y simbólico

Para empezar, conozcamos un poco sobre el origen del Álgebra. A continuación tenemos una línea del tiempo con algunos de los sucesos más importantes en la historia del Álgebra:



Ahora que conocemos acerca del origen del Álgebra ¿Qué crees que es el Álgebra? Escribe características o aspectos que la describan.

____

____

____

____

Armaremos en clase una definición del Álgebra. Cópiala en el recuadro:

El Álgebra es____

____

A continuación veremos un ejemplo, anótalo así puedes recordarlo más adelante. ¿Puedes pensar otro ejemplo?

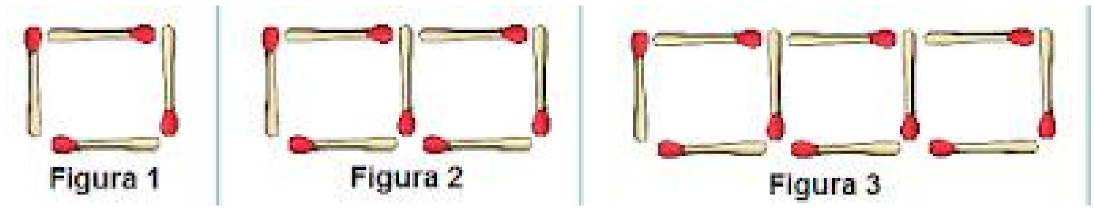
LENGUAJE COLOQUIAL Y LENGUAJE SIMBÓLICO

Completa este cuadro con los ejemplos que veremos en clase. Si quieres, puedes agregar más ejemplos que recuerdes

	Lenguaje coloquial	Lenguaje simbólico
Ejemplo del diagnóstico		
Ejemplo de una guía anterior		

Actividad 1:

1) Graciela está armando dibujos con fósforos como se ve en las figuras. Observen atentamente y resuelvan las siguientes cuestiones.



a) Indiquen cuántos fósforos utilizó Graciela para armar cada uno de los dibujos que aparecen en las figuras.

b) ¿Cuántos fósforos tendrá la próxima figura (figura 4)?

c) ¿Cuántos fósforos verticales hay en cada figura hasta la cuarta? ¿Pueden anticipar cuántos fósforos verticales habrá en la figura 13?

d) ¿Cuántos fósforos horizontales hay en cada figura hasta la cuarta? ¿Pueden anticipar cuántos fósforos horizontales habrá en la figura 13?

e) ¿Cuántos fósforos tendrá la figura 17?

f) Completen la siguiente tabla y comenten brevemente cómo hicieron para obtener cada resultado.

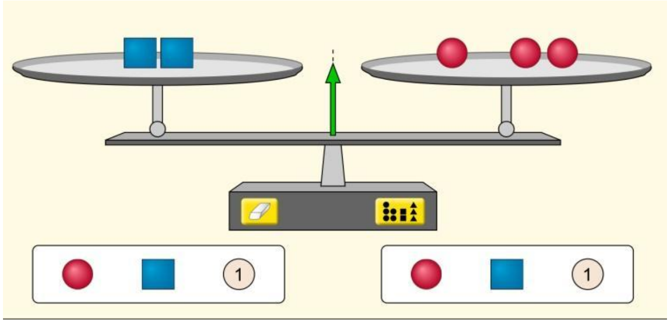
Figura	*Cantidad de fósforos*
1	
2	
3	
4	
6	
17	
25	
51	

Anexo 4: Guía 2

Matemática 2° Año
Guía 2: Balanzas

Actividad 1 (para realizar con computadoras):

1) Carguen la balanza con 2 cuadrados en el platillo izquierdo y 3 círculos en el derecho, como se muestra en la siguiente figura:



a) ¿Cómo se encuentra la balanza?
b) ¿Qué sucede si agregamos 2 pesas de un kilo en el lado izquierdo?
c) Piensen y luego experimenten ¿Qué sucederá si ahora agregamos 2 pesas de un kilo en el lado derecho? ¿Cómo se encuentra la balanza?
d) Volviendo a la situación que muestra la figura inicial, coloquen ahora un cuadrado más del lado izquierdo ¿Creen que es posible equilibrarla nuevamente?

2) Al cambiar a un modo distinto de balanza, como antes minimicen la ventana superior izquierda. Luego exploren y resuelvan:

a) En el plato izquierdo de la balanza coloquen 4 manzanas y en el derecho 3 naranjas. Si sólo pueden usar naranjas ¿Cuántas se necesitan para equilibrar la balanza? ¿En qué platillo las pondrían?
b) ¿Hay alguna otra forma de equilibrar la balanza agregando cualquier tipo de fruta?
c) Escriban las situaciones presentes en la balanza que observaron en el inciso b).
Ayuda: pueden usar dibujos, símbolos, números y letras.

Luego de resolver todas las actividades, completa el recuadro:

Que la balanza esté en equilibrio significa que ____

____

____

Veremos algunas definiciones importantes en clase, completa los siguientes recuadros con ellas:

Una expresión algebraica es ____

____

____

Una incógnita es ____

____

____

Por último, juntemos todas estas definiciones que aprendimos y definamos todos juntos con la profesora de la forma más completa posible qué es una ecuación:

Una ecuación es ____

____

____

Anexo 5: Guía 3

Matemática 2° Año
Guía 3: Partes de una ecuación.

Las ecuaciones tienen dos **miembros** que son expresiones algebraicas separadas por el signo (=). El **primer miembro** se encuentra a la izquierda del signo "=" mientras que el **segundo miembro** está a la derecha.

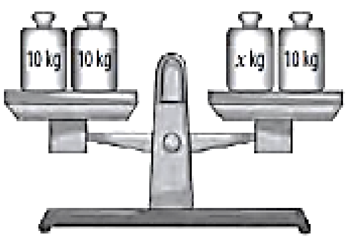
En el segundo miembro del ejemplo se encuentra el 1 que se denomina **término independiente** por ser un número que no tiene incógnitas.

En el primer miembro se encuentra "9x" y en el segundo miembro "2x". Ya vimos que a x la llamamos **incógnita,** y en general, las incógnitas son las letras que representan valores desconocidos de la ecuación y que estamos buscando encontrar. A los números que se encuentran multiplicados por la incógnita los llamamos **coeficientes.**

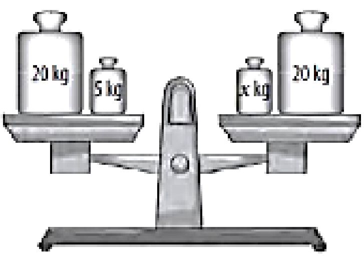
Completa los nombres en el siguiente ejemplo:

$$9x = 2x + 1$$

1) Escribe la ecuación que represente cada balanza en equilibrio y resuélvela para hallar el peso desconocido.

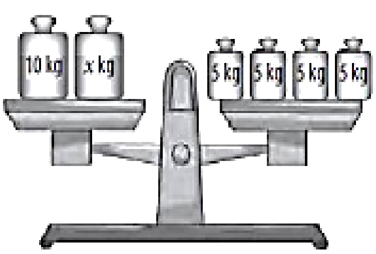


a)

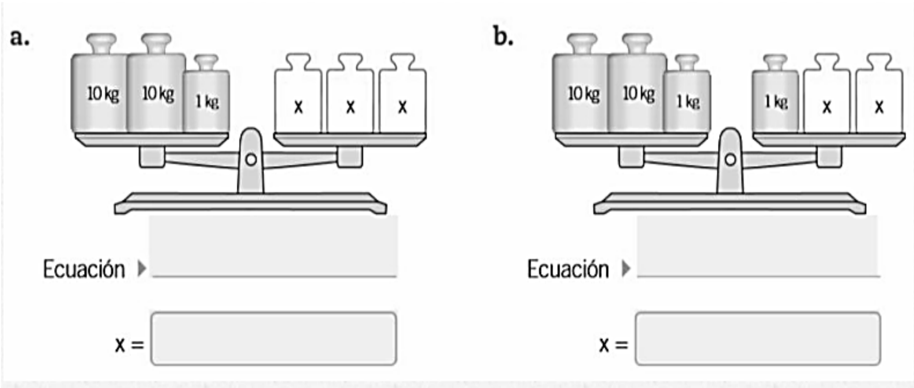


b)

c)



2) Completa la siguiente imagen escribiendo una ecuación que represente la situación de cada balanza. Luego encuentra el valor de los pesos desconocidos.



Pasos para resolver una ecuación

1. Reconocemos los miembros de la ecuación, los coeficientes, los términos independientes y la incógnita.
2. Pasamos los decimales a fracciones.
3. Aplicamos la propiedad distributiva y resolvemos las operaciones que haya en cada miembro de la ecuación.
4. Buscamos que la incógnita quede en un solo miembro de la ecuación y que en el otro queden todos los términos independientes. Resolvemos las operaciones que acompañan a la incógnita.
5. Pasamos con la operación inversa el coeficiente que acompaña a x y así la incógnita queda sola, de forma tal que podremos saber su valor.
6. Verificamos que el valor obtenido en x satisfaga la ecuación reemplazando en la misma.

3) Plantea cada ecuación y resuelve. Luego verifica que la solución sea correcta.

a) La diferencia entre su doble y su quíntuplo es igual al cuadrado de seis.
b) El anterior de su quinta parte es igual al siguiente de su sexta parte.
c) La cuarta parte de su siguiente es dos unidades menor que su tercera parte.
d) La tercera parte de su siguiente es igual al anterior de menos diez.
e) El cuádruplo del anterior es igual al cubo de menos cuatro.
f) El producto de su siguiente y menos tres, es igual al anterior de cuarenta.

4) Resuelve las siguientes ecuaciones y luego verifica:

a) $(3 - x) \cdot (-5) = 4 - 5x - 16$
b) $0{,}5x - 1 = x + 9$
c) $(-x-4) \cdot (-1/2) = 1{,}5x - 0{,}5$
d) $(3x + 4) / 2 = 1/2 + 0{,}75x$
e) $4/9 \cdot (-3/8\, x + 9/16) = 1 - 0{,}25x$

5) Alejo y Lorenzo resolvieron la ecuación $20 - 4x = 28$ de dos formas diferentes:

Alejo	Lorenzo
$20 - 4x = 28$ $4x = 28 - 20$ $x = 8 : 4$ $x = 2$	$20 - 4x = 28$ $-4x = 28 - 20$ $x = 8 + 4$ $x = 12$

¿Por qué Alejo y Lorenzo obtuvieron distintos resultados al resolver esta ecuación? Explica con tus palabras lo sucedido y decide si alguna resolución es correcta. Si ninguna lo es, resuélvela y explica cómo lo pensaste.

Anexo 6: Guía 4

Matemática 2° Año
Guía 4: Resolución de ecuaciones

1) Determina si las soluciones propuestas son correctas o no verificando si el valor de x cumple la ecuación. En caso de ser incorrectas, busca la o las soluciones correctas.

a) 0,1 x + 0,2 = 0,4 — x = 2
b) 3/4 y – 11/2 = 7 - 3y — y = 1
c) p - 3/4 = p + 13/4 — p = 3
d) El doble de un número es igual a la suma de su siguiente y su anterior. — $x = \frac{1}{6}$ x = -1

Cantidad de soluciones de una ecuación

En clase veremos algunos ejemplos de ecuaciones y sus soluciones. Cópialas en el siguiente recuadro:

Ejemplo	Solución	Cantidad de soluciones
0.1 x +0.2 = 0.4	x =	
x-¾ = x + 13/4	x =	
2x=x+1+x-1	x=	

2) Resuelve las siguientes ecuaciones:

   a) 2x/3 + 6 . 16/3 = 6 . (-4x/2)
   b) (−0,75y + 1,5) · 2/3 = −3 ·(−2/9 y + 4/9)
   c) 2((x +2) / 4) - 0,3 = 3x/4 + ⅓

3) Plantea las ecuaciones que representen cada situación y resuelve:

   a) De un tanque lleno de agua, se quita la tercera parte. Más tarde se quita la cuarta parte de la capacidad original. Si aún quedan 100 litros en el tanque ¿Cuál es su capacidad?

   b) Facundo gasta la sexta parte de su dinero en entradas para un partido de fútbol; luego las tres quintas partes de lo que le queda en comida para el partido. Si le sobran $1400 ¿Cuánto dinero tenía Facundo?

   c) En un juego, el triple del puntaje de Paula más 42 es igual a la quinta parte del puntaje que obtuvo Juan. Si Juan tuvo 435 puntos ¿Cuántos puntos tuvo Paula?

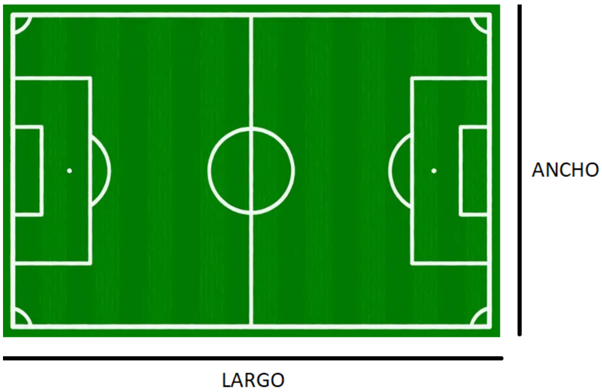
d) Pedro es 3 años menor que Álvaro, pero es 7 años mayor que María. Si la suma de las edades de los tres es 38, ¿qué edad tiene cada uno?

Anexo 7: Modelos de evaluación grupal

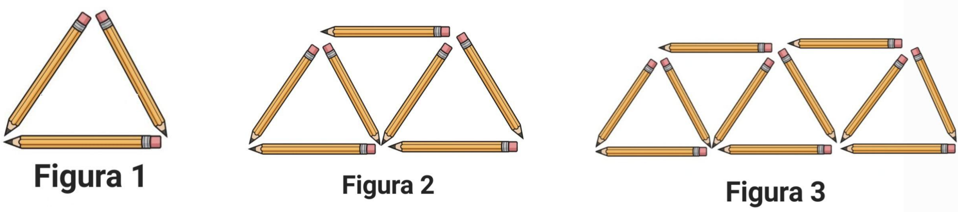
Modelo 1

1) Se está construyendo una cancha de fútbol cuyo perímetro es de 350m. Se sabe que el largo de la cancha es 41 metros menor al doble del ancho de la misma. Encuentren las dimensiones de la cancha (ancho y largo)

Ayuda: el ancho y largo son como se muestra en la figura:



2) Con fósforos armamos las siguientes figuras:

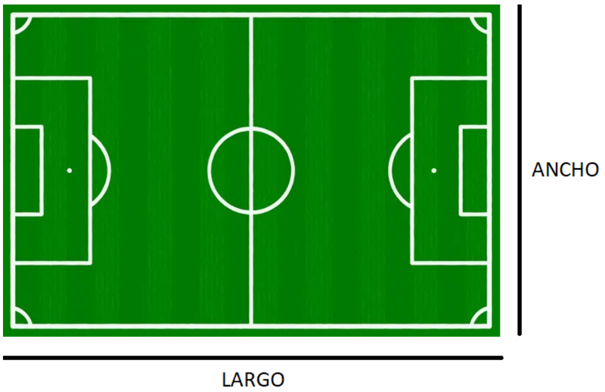


a) Indiquen cuántos fósforos hay en cada figura.
b) ¿Cuántos fósforos tendrá la próxima figura (figura 4)?
c) ¿Cuántos fósforos horizontales hay en cada figura hasta la cuarta? ¿Pueden anticipar cuántos fósforos horizontales habrá en la figura 10? Escriban una expresión algebraica que represente cuántos fósforos horizontales hay en la figura n.
d) ¿Cuántos fósforos diagonales hay en cada figura hasta la cuarta? ¿Pueden anticipar cuántos fósforos diagonales habrá en la figura 10? Escriban una expresión algebraica que represente cuántos fósforos diagonales hay en la figura n.
e) ¿Cuántos fósforos habrá en total en la figura 40? Escriban una expresión algebraica que represente cuántos fósforos hay en total en la figura n.

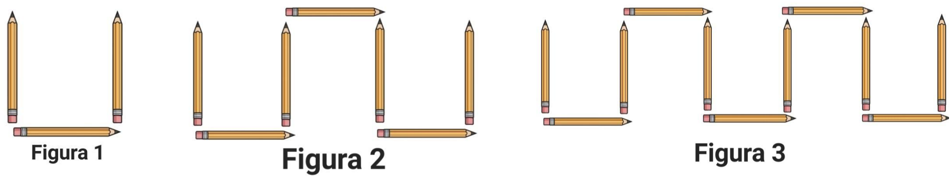
Modelo 2

1) Se está construyendo una cancha de fútbol cuyo perímetro es de 350m. Se sabe que el largo de la cancha es 41 metros menor al doble del ancho de la misma. Encuentren las dimensiones de la cancha (ancho y largo)

Ayuda: el ancho y largo son como se muestra en la figura:



2) Con fósforos armamos las siguientes figuras:

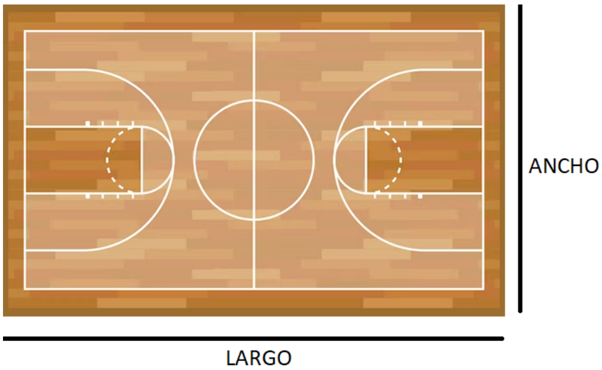


a) Indiquen cuántos fósforos hay en cada figura.
b) ¿Cuántos fósforos tendrá la próxima figura (figura 4)?
c) ¿Cuántos fósforos horizontales hay en cada figura hasta la cuarta? ¿Pueden anticipar cuántos fósforos horizontales habrá en la figura 10? Escriban una expresión algebraica que represente cuántos fósforos horizontales hay en la figura n.
d) ¿Cuántos fósforos verticales hay en cada figura hasta la cuarta? ¿Pueden anticipar cuántos fósforos verticales habrá en la figura 10? Escriban una expresión algebraica que represente cuántos fósforos verticales hay en la figura n.
e) ¿Cuántos fósforos habrá en total en la figura 40? Escriban una expresión algebraica que represente cuántos fósforos hay en total en la figura n.

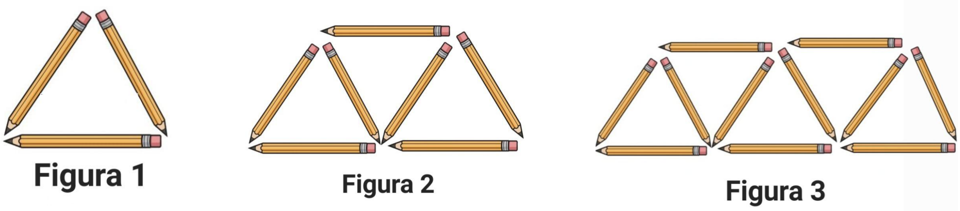
Modelo 3

1) En el patio del colegio se quiere pintar el piso para armar una nueva cancha de básquet. Si el ancho de la cancha debe ser de 15 metros. Calculen cuánto debe medir el largo para que el perímetro de la cancha sea 4 metros menor al séxtuple del ancho de la cancha

Ayuda: el ancho y largo son como se muestra en la figura:



2) Con fósforos armamos las siguientes figuras:

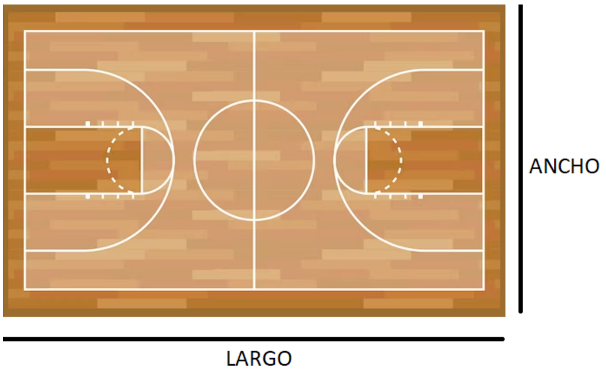


a) Indiquen cuántos fósforos hay en cada figura.
b) ¿Cuántos fósforos tendrá la próxima figura (figura 4)?
c) ¿Cuántos fósforos horizontales hay en cada figura hasta la cuarta? ¿Pueden anticipar cuántos fósforos horizontales habrá en la figura 10? Escriban una expresión algebraica que represente cuántos fósforos horizontales hay en la figura n.
d) ¿Cuántos fósforos diagonales hay en cada figura hasta la cuarta? ¿Pueden anticipar cuántos fósforos diagonales habrá en la figura 10? Escriban una expresión algebraica que represente cuántos fósforos diagonales hay en la figura n.
e) ¿Cuántos fósforos habrá en total en la figura 40? Escriban una expresión algebraica que represente cuántos fósforos hay en total en la figura n.

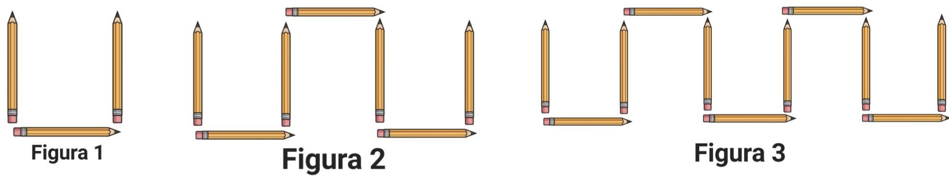
Modelo 4

1) En el patio del colegio se quiere pintar el piso para armar una nueva cancha de básquet. Si el ancho de la cancha debe ser de 15 metros. Calculen cuánto debe medir el largo para que el perímetro de la cancha sea 4 metros menor al séxtuple del ancho de la cancha

Ayuda: el ancho y largo son como se muestra en la figura:



2) Con fósforos armamos las siguientes figuras:



a) Indiquen cuántos fósforos hay en cada figura.
b) ¿Cuántos fósforos tendrá la próxima figura (figura 4)?
c) ¿Cuántos fósforos horizontales hay en cada figura hasta la cuarta? ¿Pueden anticipar cuántos fósforos horizontales habrá en la figura 10? Escriban una expresión algebraica que represente cuántos fósforos horizontales hay en la figura n.
d) ¿Cuántos fósforos verticales hay en cada figura hasta la cuarta? ¿Pueden anticipar cuántos fósforos verticales habrá en la figura 10? Escriban una expresión algebraica que represente cuántos fósforos verticales hay en la figura n.
e) ¿Cuántos fósforos habrá en total en la figura 40? Escriban una expresión algebraica que represente cuántos fósforos hay en total en la figura n.

Anexo 8: Evaluación individual de 2° "B"

EVALUACIÓN MATEMÁTICA 2° AÑO - LENGUAJE COLOQUIAL Y SIMBÓLICO. ECUACIONES

Nombre y apellido:
Curso:

Criterios de evaluación:

- Claridad y prolijidad en la resolución de la evaluación.
- Respetar el tiempo pautado para la entrega.
- Reconocimiento y uso adecuado de los temas estudiados en la unidad.

1) Resuelve las siguientes ecuaciones explicando los pasos que realizaste:
   a) $2\ .\ (3x - 1) + \frac{5}{2} = \frac{3}{4}\ .\ (2x + 1) - \frac{1}{3}$
   b) $0,5\ .\ (3x - 1) - \frac{3}{4}\ .\ (4x + 2) = \frac{3}{2}x + 0,5$
   c) $\frac{4}{9}\ .\ \left(-\frac{3}{8}x + \frac{9}{16}\right) = 1 - 0,25x$

2) Pasa del lenguaje coloquial al simbólico: "El producto entre su anterior y 4 es igual al cociente entre, su siguiente más dos, y el opuesto de 8".

Anexo 9: Evaluación individual de 2° "C"

EVALUACIÓN MATEMÁTICA 2° AÑO - LENGUAJE COLOQUIAL Y SIMBÓLICO. ECUACIONES

Nombre y apellido:
Curso:

Criterios de evaluación:

- Claridad y prolijidad en la resolución de la evaluación.
- Respetar el tiempo pautado para la entrega.
- Reconocimiento y uso adecuado de los temas estudiados en la unidad.

1) Resuelve las siguientes ecuaciones explicando los pasos que realizaste:
   a) $2\ .\ (3x - 1) + \frac{5}{2} = \frac{3}{4}\ .\ (2x + 1) - \frac{1}{3}$
   b) $0,5\ .\ (3x - 1) - \frac{3}{4}\ .\ (4x + 2) = \frac{3}{2}x + 0,5$

2) Pasa del lenguaje coloquial al simbólico: "El producto entre su anterior y 4 es igual al cociente entre, su siguiente más dos, y el opuesto de 8".

Los abajo firmantes, miembros del Tribunal de Evaluación del Informe Final de Prácticas de Metodología y Práctica de la Enseñanza, damos Fe que el presente ejemplar impreso se corresponde con el aprobado por el Tribunal.