

# CAPÍTULO I Números Naturales <sup>1</sup>

María Alejandra Charras

 $^{\scriptscriptstyle 1}$  El presente texto forma parte de la Propuesta Pedagógica de las instancias desarrolladas en el curso y dentro del marco de las Escuelas Técnicas.

# MATEMÁTICA

Cálculos Auxiliares

del Texto-

Ideas Principales

En cuanto al origen, la matemática es una ciencia que, a partir de notaciones básicas exactas y a través del razonamiento lógico, estudia las propiedades, los números, operaciones, situaciones problemáticas, las figuras geométricas, y símbolos. Nos permite conocer las cantidades, las estructuras, y el espacio que nos rodea. Existen escritos como tablillas y papiros que datan del año 3500 a.C.

Hoy en día, los Números Naturales se usan como una herramienta esencial en muchos campos, entre los que se encuentran las ciencias naturales, la ingeniería, la medicina y las ciencias sociales, y la música.

SISTEMA DE NUMERACIÓN: son los conjuntos de símbolos y de reglas que representan los números.

Desde la antigüedad el hombre ha inventado métodos para contar.

NUMERACIÓN MAYA: Los mayas conocían el cero y el sistema de numeración vigesimal lo simbolizaban de la siguiente manera:

10 11 12 13 14 15 16 17 18 19

NUMERACIÓN ROMANA: Los romanos utilizaron algunas letras mayúsculas del alfabeto latino y a cada letra le asignaron un valor;

(I: 1, V: 5, X: 10, L: 50, C: 100, D: 500, M: 1000). Como es un sistema posicional no utiliza el cero.

NUMERACIÓN BINARIA: Utiliza dos símbolos que son el cero y el uno. Es un sistema de base dos.

NUMERACIÓN DECIMAL: Es nuestro sistema actual de numeración utiliza diez cifras: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, y 9, que se llaman dígitos, por su relación con el número de dedos de las manos. Los árabes usaban las cifras del 1 al 9. Este sistema de numeración decimal alcanzó su difusión en el siglo XIV. Fue desarrollado por los hindúes, luego lo introducen los

árabes en Europa, donde recibe el nombre de sistema de numeración decimal o arábigo.

#### **NÚMEROS NATURALES**

Son los primeros números que aprendiste para contar. Están ordenados por la relación menor o igual que "<"

- Se los denomina con la letra **N**. Si consideramos como primer elemento el 1.No tiene un último elemento, por eso se dice que van hasta el infinito.

N: 1, 2, 3,4,...

- Se los denomina con la letra **No**. Si consideramos como primer elemento el o. .No tiene un último elemento, por eso se dice que van hasta el infinito.

No: 0, 1, 2, 3,4,...

Se los puede representar en la Recta Numérica

No= (+) ...

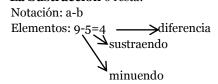
Intervalo es el lugar que no ocupa ningún número Natural

#### OPERACIONES CON NATURALES

Las cuatro operaciones fundamentales son:

-La Adición o suma.

-La Sustracción o resta:



#### -La Multiplicación

#### -La División

#### **ACTIVIDADES:**

1) Calcular y escribir los resultados:

a) 350.24=

b) 424 .49=

c) 1954 .324=

2) ¿Qué número se esconde?



717.960

b) 45.369 X \( \frac{X}{2} \)

317.583



3) Situaciones Problemáticas

Recuerda que en la resolución de un problema se deben encontrar los datos, la incógnita, buscar una solución a través de una estrategia, desarrollar un plan, detectar el resultado y llegar a una respuesta.

a) En una librería se recibe un pedido de compra de varios artículos: 954 lápices, 1586 reglas ,2658 sacapuntas, 846lapiceras y 357 cuadernos .Que se desean ordenar de la siguiente manera:

Cálculos Auxiliares

- Lápices en cajas de una docena
- Reglas en cajas de una docena y media
- Sacapuntas en cajas de dos docenas
- Lapiceras en cajas de media docena
  - 1) ¿Cuántos artículos se recibieron en total?
- 2) ¿Cuántos artículos quedan sin guardar?
- b) Dos obreros de la construcción hicieron un trabajo en 121 días por el cual se les pagaron \$24200.Si uno gana \$ 90 por día. ¿Cuánto gana el otro?

#### PROPIEDADES DE LAS OPERACIONES

#### Propiedades de la Adición

**Asociativa:** Los sumandos pueden juntarse de distinta manera y el resultado no varía. Ej. (8+4)+2 =14 y 4+ (8+2)=14

**Conmutativa:** Los sumandos pueden cambiarse de lugar y el resultado no cambia. Ej. 8+4=12 y 4+8=12

**Existencia del Elemento Neutro:** El o es el elemento neutro en la Adición. Ej. 8+o=8 y o+8=8

# Propiedades de la Sustracción

**Asociativa:** Los números no pueden juntarse de distinta manera porque el resultado varía. Ej. (8-4)-2 = 2 y 8 - (4-2)= 6

**Conmutativa:** Los números no pueden cambiarse de lugar porque el resultado cambia. Ej. 8-4=4 y 4-8= (-4)

**Existencia del Elemento Neutro:** El o es el elemento neutro en la Sustracción si está a la derecha. Ej. 8-o=8

#### Propiedades de la Multiplicación

**Asociativa:** Los factores pueden juntarse de distinta manera y el producto no varía. Ej. (8.4).2 = 64 y 4. (8.2) = 64

**Conmutativa:** Los factores pueden cambiarse de lugar y el resultado no cambia. Ej. 8.4=32 y 4.8=32

**Existencia del Elemento Neutro:** El 1 es el elemento neutro en la Multiplicación. Ej. 8.1=8 y 1.8=8

**Existencia del Elemento Absorbente:** El o es el elemento absorbente en la Multiplicación. Ej. 8.0=0 y 0.8=0

Propiedad Distributiva de la Multiplicación con respecto a la Adición La multiplicación de un número por una suma es igual a la suma de las multiplicaciones de dicho número por cada uno de los sumandos.

Ej. 2. 
$$(3+5) = 2.8 = 16$$
  
2.  $3+2.5=6+10=16$ 

<u>Sacar factor común:</u> Es el proceso inverso a la propiedad distributiva. Si varios sumandos tienen un factor común, podemos transformar la suma en producto extrayendo dicho factor.

Ej. 
$$23 + 25 = 16$$
  
 $2(3 + 5) = 2.8 = 16$ 

<u>Propiedad Distributiva de la Multiplicación con respecto a la Sustracción</u> La multiplicación de un número por una resta es igual a la resta de las multiplicaciones de dicho número por cada uno de los números.

<u>Sacar factor común:</u> Es el proceso inverso a la propiedad distributiva. Si varios sumandos tienen un factor común, podemos transformar la suma en producto extrayendo dicho factor.

Ej. 
$$4.25 - 4.7 = 72$$
  
 $4.25 - 7 = 4.18 = 72$ 

# Propiedades de la División

**Asociativa:** Los números no pueden juntarse de distinta manera porque el cociente varía. Ej. (8:4):2 =1 y 8: (4:2)=4

**Conmutativa:** Los números no pueden cambiarse de lugar porque el resultado cambia. Ej. 8:4=2 y 4:8=0,5

**Existencia del Elemento Neutro:** El 1 es el elemento neutro en la División si está a la derecha. Ej. 8:1=8

**Existencia del Elemento Absorbente:** El o es el elemento absorbente en la Multiplicación si está a la izquierda. Ej. 0.8=0

**Propiedad Distributiva de la División con respecto a la Adición** La división es distributiva con respecto a la suma, cuando los términos son múltiplos del divisor y estas operaciones deben figurar como dividendo y no como divisor.

Ej. 
$$(4+2)$$
: 2=3  
4: 2+2: 2=2+1=3

<u>Sacar factor común:</u> Es el proceso inverso a la propiedad distributiva. Si varios sumandos tienen un factor común, podemos transformar la suma en producto extrayendo dicho factor.

Ej. 
$$4: 2 + 2: 2 = 3$$
  
 $(4+2): 2 = 6: 2 = 3$ 

Propiedad Distributiva de la División con respecto a la Sustracción La división de un número por una resta es igual a la resta de las divisiones de dicho número por cada uno de los números.

Ej. 
$$(4-2)$$
 :  $2=1$   
4:  $2-2$ :  $2=2-1=1$ 

#### ACTIVIDADES:

1)	Aplicar la	Propiedad	Distributiva	y resolver

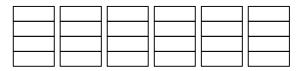
Sacar Factor Común y resolver:

Resolver las siguientes operaciones combinadas: Recuerda separar en términos.

Situaciones Problemáticas:

v) Matías tiene libros ordenados de la siguiente manera:





Lucas quiso saber ¿Cuántos libros hay en total? ¿Cómo procedió para averiguarlo?

- w) Hay cinco barriles con 25 litros de pintura. Si de cada barril se sacan 9 litros. ¿Cuántos litros quedan en total en los 5 barriles?
- En la verdulería de Laura han dejado 7 cajas de manzana y 4 cajas de peras. Cada caja pesa 8 kilos. ¿Cuántos kilos de frutas le han dejado a Laura?
- Indica qué propiedad o propiedades se ha aplicado en cada una de las siguientes igualdades:

a) 
$$4+8+3=8+3+4$$

c) 
$$9 \cdot 7 \cdot 3 = 7 \cdot 3 \cdot 9$$

1) 
$$6 \cdot (3+8) = 6 \cdot 3 + 6 \cdot 8$$

e) 
$$7 \cdot (3+5) = (7+3) \cdot 5$$

f) 
$$8+3+2=8+2+3$$

g) 
$$7 \cdot (3+4) = 7 \cdot 3 + 7 \cdot 4$$

h) 
$$(5+6)+7=(5+6)+7$$

6) Aplicar la propiedad conmutativa y resolver:

Cálculos Auxiliares

del Texto-Cálculos Auxiliares Ideas Principales

		_
e)	22+16+5=	f) 11 14 0=

# 7) Aplicar la propiedad asociativa y resolver:

# 7) Indica Verdadero o Falso (V o F)

- a) Propiedad Asociativa  $(5 \cdot 6) \cdot 3 = 5 \cdot (6 \cdot 3)$  -----
- b) Propiedad Conmutativa 13 · 1 = 13 -----
- c) Propiedad Asociativa  $(4 \cdot 7) \cdot 5 = 4 \cdot (7 \cdot 5)$  -----
- d) Propiedad Conmutativa  $(4 \cdot 7) \cdot 5 = 4 \cdot (7 \cdot 5)$  -----
- e) Existencia del Elemento Neutro  $(4 \cdot 7) \cdot 5 = 4 \cdot (7 \cdot 5)$  ------
- f) Propiedad Asociativa  $(4 \cdot 7) \cdot 5 = 4 \cdot (7 \cdot 5)$  -----
- g) Propiedad Asociativa  $(4 \cdot 7) \cdot 5 = 4 \cdot (7 \cdot 5)$  -----

#### **ECUACIÓN**

Se denomina Ecuación a toda igualdad que tiene por lo menos una incógnita.

Ej. 
$$?$$
 - 12 = 7

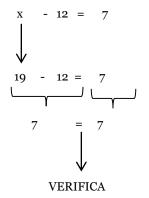
 $x$  - 12 = 7

1er Miembro  $\checkmark$  2do Miembro Igualdad

¿Cómo se resuelve? Todo término debe pasar de un miembro al otro con la operación contraria.

$$x$$
 - 12 = 7  
 $x$  = 7 + 12  
 $x$  = 19  $\longrightarrow$  Raíz o solución de la Ecuación

**<u>Verificación:</u>** El valor de la solución de la Ecuación se reemplaza donde se encontraba inicialmente X. Luego se comprueba que el resultado del 1ero y del 2do miembro sea el mismo



#### **ACTIVIDADES:**

- 1) Hallar el valor de **x** y verificar:
  - a) 14 + 2. X = 30

f) 42 + 11. X = 97

b) 26 +7. X = 89

g) 18 + 5. X = 48

c) 18 + X = 130

h) 100 - 7. X = 72

- d) 24 + 4. X = 72
- i) 140+ 5. X = 180
- e) 15 + 10. X = 45
- j) 250+ 3. X = 235
- 2) Escribir el número que falta para obtener una igualdad:
  - a) 24 + ----= 62
- e) 73 + ---- = 97
- b) ----- + 18 = 45

- f) ---- 12 = 15
- c) 16+----= 130
- g) 27 ---= 9

d) ---- - 4 = 18

h) 35 + ---- = 58

# ECUACIONES CON INCÓGNITAS EN DOS O MAS TERMINOS

Se debe agrupar las x y despejar los términos Ej.1)

<u>Ej.2)</u>

6 
$$\cdot$$
 X +14 = 32

Finalmente irecuerda verificar los resultados!

# EJERCITACIÖN:

1) Resolver y verificar

a) 
$$4 \cdot X + 9 \cdot X - 12 = 40$$

c) 
$$9 \cdot X + 4 \cdot X - 13 = 52$$

d) 
$$7. X + 8 . X - 10 = 80$$

f) 
$$4 \cdot X + 9 \cdot X - 9 = 30$$

g) 2. 
$$X+X=14-8$$

Rta:----

Cálculos Auxiliares

Rta:-----

Rta:----

Rta:----

Rta:-----

Rta:-----

Rta:----

Rta:-----

ares			
S Auxill			
Ideas Principales del Texto- Cálculos Auxiliares			
xto-C			
del Te			
pales			
Princi			
Ideas			

<ol><li>Calcular X v verifica</li></ol>	

a) 
$$16 = x + 6$$

h) 
$$16+ x = 26$$

b) 
$$3 + x = 22$$

i) 
$$36 = x - 12$$

c) 
$$28 = 8 + x$$

$$j) 22 = x - 11$$

d) 
$$x - 12 = 34$$

k) 
$$x - 27 = 13$$

e) 
$$18 = 52 - x$$

$$1) x - 26 = 9$$

f) 
$$34 - x = 16$$

ll) 
$$47 - x = 17$$

$$g) 30 = x - 8$$

m) 
$$29 - x = 14$$

# 3) Aplicar Propiedad Distributiva

a) 
$$3.(x+6) =$$

h) 
$$(3 + x).1 =$$

b) 8. 
$$(x + 7) =$$

c) 5. 
$$(x-4) =$$

$$j) (22 + x) .3 =$$

d) 
$$4.(x-6) =$$

$$k) (x +16).4=$$

e) 6. 
$$(5. x + 1) =$$

$$l) (x - 26).8 =$$

f) 9. 
$$(x+3) =$$

$$ll) (40 - x).2 =$$

g) 7. 
$$(x+5) =$$

m) 
$$(29 - x).6 =$$

**OPERACIONES COMBINADAS**: Reciben ese nombre a los cálculos donde intervienen varias operaciones.

La **suma algebraica** es una combinación de sumas y restas.

Comenzando por la izquierda, vamos efectuando las operaciones según aparecen.

Ejemplo: 
$$9 - 7 + 5 + 2 - 6 + 8 - 4 =$$

-----

-----

-----

### Ejercicios de Aplicación

$$8-2+3+4-6-1+6=$$

# Suma algebraica con paréntesis

Ejemplo 
$$5 + (7 - 3 + 7 - 3) + 8 =$$

#### Ejercicios de Aplicación

$$8 - (10 + 4 - 7 - 1) + 5 =$$

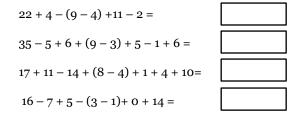
$$6 + (4 + 5 - 1 + 6) - 9 =$$

$$28 - (7 + 9 - 4) + 2 - 3 =$$

$$5 + (11 - 3 + 4) + 8 =$$

$$6+7+(6-2+8)-1+9=$$

$$19 - 5 + (4 - 2 + 6) - 3 - 2 =$$



Combinación de sumas, restas, productos y divisiones.

RECUERDA: EL TERMINO INDICA UNA CANTIDAD INCLUIDA EN UNA OPERACIÓN CON VARIAS PARTES.

Ejemplo:

Los signos +,- o = separan en términos

10: 
$$2 + 5 \cdot 3 + 4 - 5 \cdot 2 - 8 + 4 \cdot 2 - 16$$
:  $4 = (7 \text{ Términos})$   
=  $5 + 15 + 4 - 10 - 8 + 8 - 4 =$ 

Realizamos los **productos y cocientes** en el orden en el que los encontramos porque las dos operaciones tienen la misma **prioridad**.

$$= 5 + 15 + 4 - 10 - 8 + 8 - 4 = 10$$

Efectuamos las **sumas y restas**. Resolvemos y encontramos el resultado final del ejercicio

<u>Ejercicios</u>: Separar en términos y resolver

**Cálculos** 

d) :	
	28: 7 – 2. 1 + 36: 9 – 0. 8 + 5 =
e) (	 64: (14 – 6) + (4 + 3). 9 – (6 – 5) . 3 =
f)	

Representa en la recta numérica, con un punto los siguientes números:370,375,380,385,390,395,400

No= (+) ...

Situaciones Problemáticas

- Se compraron 56 docenas de empanadas a \$60, cada una.
   ¿Cuánto pagaron en total?
- 2) Dos obreros hicieron un trabajo juntos en 28 días, por el cual se le pagaron \$ 2500 por semana. Si uno gana \$420 por día. ¿Cuánto ganó cada uno?
- 3) Se pavimentaron450 metros de asfalto en un extremo y del otro340metros. Si el tramo tiene2700 metros. ¿Cuánto metros faltan asfaltar?
- 4) Matías compró un lote que quiere alambrar de 160 m de longitud. Se dispone de un rollo de alambre de 473 m .¿Cuántas vueltas de alambre usará en el alambrado? ¿Le sobra o le falta alambre?

	Cálculos Auxiliares
-	Carcaros Maximares
_	
_	
_	
_	
_	
_	

# Recuerda

<u>Lenguaje simbólico:</u> es el que se utiliza en matemática a través de un lenguaje formado por letras, números y símbolos.

**Lenguaje coloquial:** es el que está formado por las distintas palabras del idioma castellano. Puede ser oral o escrito.

Aplicación en Matemática:

# **LENGUAJE**

COLOQUIAL	SIMBOLICO
El doble de un número	2.X
El triple de un número	3.x
La mitad de un número	x:2
Un número par	2.X
Un número impar	2.X + 1
El siguiente de un número	x + 1
El anterior de un número	x -1
El producto de un número y su consecutivo	x.(x+1)
La suma de tres número consecutivos	x + (x + 1) + (x + 2)
La décima parte de un número	x : 10
La cuarta parte de un número	X:4

# ACTIVIDADES:

Ideas Principales del Texto-Cálculos Auxiliares

1) Relaciona con flechas el lenguaje simbólico y el coloquial				
La mitad de la edad que tendré en 6 años.	3.x - x:2			
La cuarta parte de un número.	x:3			
El triple del consecutivo de un número.	(x+6):2			
El doble de un número dividido su consecutivo.	3. ( x+1)			
El triple de un numero menos la mitad de ese	2. X : (X + 1)			
número.				
La tercera parte de un número .	2.x - x:1			
El doble de un número menos la mitad de ese número	x:4			
2) <u>Escribir el lenguaje simbólico del siguiente lengu</u>	aje coloquial			
El triple del siguiente de ocho.				
El doble de la suma entre dos y un medio.				
El anterior de un número.				
La mitad de un número.				
La sexta parte de un número				
El doble de un número				

El doble de la edad que tendré dentro de siete años. ------