

## CAPÍTULO I

# Números Naturales <sup>1</sup>

María Alejandra Charras

<sup>1</sup> El presente texto forma parte de la Propuesta Pedagógica de las instancias desarrolladas en el curso y dentro del marco de las Escuelas Técnicas.



## MATEMÁTICA

En cuanto al origen, la matemática es una ciencia que, a partir de notaciones básicas exactas y a través del razonamiento lógico, estudia las propiedades, los números, operaciones, situaciones problemáticas, las figuras geométricas, y símbolos. Nos permite conocer las cantidades, las estructuras, y el espacio que nos rodea. Existen escritos como tablillas y papiros que datan del año 3500 a.C.

Hoy en día, los Números Naturales se usan como una herramienta esencial en muchos campos, entre los que se encuentran las ciencias naturales, la ingeniería, la medicina y las ciencias sociales, y la música.

### SISTEMA DE NUMERACIÓN: son los conjuntos de símbolos y de reglas que representan los números.

Desde la antigüedad el hombre ha inventado métodos para contar.

NUMERACIÓN MAYA: Los mayas conocían el cero y el sistema de numeración vigesimal lo simbolizaban de la siguiente manera: →

0	1	2	3	4
5	6	7	8	9
10	11	12	13	14
15	16	17	18	19

NUMERACIÓN ARABIGA: Los símbolos eran estos y muchos conceptos como el álgebra aparecían en el pasado.

•	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

NUMERACIÓN ROMANA: Los romanos utilizaron algunas letras mayúsculas del alfabeto latino y a cada letra le asignaron un valor;

(I: 1, V: 5, X: 10, L: 50, C: 100, D: 500, M: 1000).

Como es un sistema posicional no utiliza el cero.

NUMERACIÓN BINARIA: Utiliza dos símbolos que son el cero y el uno. Es un sistema de base dos.

NUMERACIÓN DECIMAL: Es nuestro sistema actual de numeración utiliza diez cifras: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, y 9, que se llaman dígitos, por su relación con el número de dedos de las manos. Los árabes usaban las cifras del 1 al 9. Este sistema de numeración decimal alcanzó su difusión en el siglo XIV. Fue desarrollado por los hindúes, luego lo introducen los

árabes en Europa, donde recibe el nombre de sistema de numeración decimal o arábigo.

## NÚMEROS NATURALES

Son los primeros números que aprendiste para contar. Están ordenados por la relación menor o igual que “<”

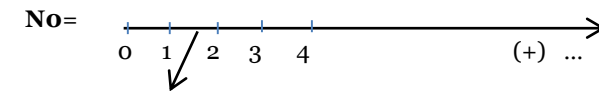
- Se los denomina con la letra **N**. Si consideramos como primer elemento el 1. No tiene un último elemento, por eso se dice que van hasta el infinito.

N: 1, 2, 3, 4, ...

- Se los denomina con la letra **No**. Si consideramos como primer elemento el 0. No tiene un último elemento, por eso se dice que van hasta el infinito.

No: 0, 1, 2, 3, 4, ...

Se los puede representar en la Recta Numérica



**Intervalo** es el lugar que no ocupa ningún número Natural

### OPERACIONES CON NATURALES

Las cuatro operaciones fundamentales son:

-**La Adición** o suma.

Notación:  $a+b$

Elementos:  $4+5=9$  → suma o resultado

↙ sumandos

-**La Sustracción** o resta:

Notación:  $a-b$

Elementos:  $9-5=4$  → diferencia

↙ sustraendo  
↘ minuendo



**Propiedades de la Multiplicación**

**Asociativa:** Los factores pueden juntarse de distinta manera y el producto no varía. Ej.  $(8 \cdot 4) \cdot 2 = 64$  y  $4 \cdot (8 \cdot 2) = 64$

**Conmutativa:** Los factores pueden cambiarse de lugar y el resultado no cambia. Ej.  $8 \cdot 4 = 32$  y  $4 \cdot 8 = 32$

**Existencia del Elemento Neutro:** El 1 es el elemento neutro en la Multiplicación. Ej.  $8 \cdot 1 = 8$  y  $1 \cdot 8 = 8$

**Existencia del Elemento Absorbente:** El 0 es el elemento absorbente en la Multiplicación. Ej.  $8 \cdot 0 = 0$  y  $0 \cdot 8 = 0$

**Propiedad Distributiva de la Multiplicación con respecto a la Adición** La multiplicación de un número por una suma es igual a la suma de las multiplicaciones de dicho número por cada uno de los sumandos.

$$\text{Ej. } 2 \cdot (3 + 5) = 2 \cdot 8 = 16$$

$$2 \cdot 3 + 2 \cdot 5 = 6 + 10 = 16$$

**Sacar factor común:** Es el proceso inverso a la propiedad distributiva. Si varios sumandos tienen un factor común, podemos transformar la suma en producto extrayendo dicho factor.

$$\text{Ej. } 2 \cdot 3 + 2 \cdot 5 = 16$$

$$2 \cdot (3 + 5) = 2 \cdot 8 = 16$$

**Propiedad Distributiva de la Multiplicación con respecto a la Sustracción** La multiplicación de un número por una resta es igual a la resta de las multiplicaciones de dicho número por cada uno de los números.

$$\text{Ej. } 4 \cdot (25 - 7) = 4 \cdot 18 = 72$$

$$4 \cdot 25 - 4 \cdot 7 = 100 - 28 = 72$$

**Sacar factor común:** Es el proceso inverso a la propiedad distributiva. Si varios sumandos tienen un factor común, podemos transformar la suma en producto extrayendo dicho factor.

$$\text{Ej. } 4 \cdot 25 - 4 \cdot 7 = 72$$

$$4 \cdot (25 - 7) = 4 \cdot 18 = 72$$

**Propiedades de la División**

**Asociativa:** Los números no pueden juntarse de distinta manera porque el cociente varía. Ej.  $(8 : 4) : 2 = 1$  y  $8 : (4 : 2) = 4$

**Conmutativa:** Los números no pueden cambiarse de lugar porque el resultado cambia. Ej.  $8 : 4 = 2$  y  $4 : 8 = 0,5$

**Existencia del Elemento Neutro:** El 1 es el elemento neutro en la División si está a la derecha. Ej.  $8 : 1 = 8$

**Existencia del Elemento Absorbente:** El 0 es el elemento absorbente en la Multiplicación si está a la izquierda. Ej.  $0 \cdot 8 = 0$

**Propiedad Distributiva de la División con respecto a la Adición** La división es distributiva con respecto a la suma, cuando los términos son múltiplos del divisor y estas operaciones deben figurar como dividendo y no como divisor.

$$\text{Ej. } (4 + 2) : 2 = 3$$

$$4 : 2 + 2 : 2 = 2 + 1 = 3$$

**Sacar factor común:** Es el proceso inverso a la propiedad distributiva. Si varios sumandos tienen un factor común, podemos transformar la suma en producto extrayendo dicho factor.

$$\text{Ej. } 4 : 2 + 2 : 2 = 3$$

$$(4 + 2) : 2 = 6 : 2 = 3$$

**Propiedad Distributiva de la División con respecto a la Sustracción** La división de un número por una resta es igual a la resta de las divisiones de dicho número por cada uno de los números.

$$\text{Ej. } (4 - 2) : 2 = 1$$

$$4 : 2 - 2 : 2 = 2 - 1 = 1$$



- e)  $22+16+5=$  ----- f)  $11.14.9=$  -----  
 g)  $3+4+8=$  ----- h)  $13.7.8=$  -----  
 i)  $12+6+4=$  ----- j)  $4.19.16=$  -----  
 k)  $5+3+7=$  ----- l)  $5.8.14=$  -----  
 ll)  $18+15+9=$  ----- m)  $17.15.4=$  -----

7) Aplicar la propiedad asociativa y resolver:

- a)  $6+12+16=$  ----- b)  $16.11.28=$  -----  
 c)  $13+5+14=$  ----- d)  $14.5.13=$  -----  
 e)  $12+15+3=$  ----- f)  $11.14.7=$  -----

7) Indica Verdadero o Falso (V o F)

- a) Propiedad Asociativa  $(5 \cdot 6) \cdot 3 = 5 \cdot (6 \cdot 3)$  -----  
 b) Propiedad Conmutativa  $13 \cdot 1 = 13$  -----  
 c) Propiedad Asociativa  $(4 \cdot 7) \cdot 5 = 4 \cdot (7 \cdot 5)$  -----  
 d) Propiedad Conmutativa  $(4 \cdot 7) \cdot 5 = 4 \cdot (7 \cdot 5)$  -----  
 e) Existencia del Elemento Neutro  $(4 \cdot 7) \cdot 5 = 4 \cdot (7 \cdot 5)$  -----  
 f) Propiedad Asociativa  $(4 \cdot 7) \cdot 5 = 4 \cdot (7 \cdot 5)$  -----  
 g) Propiedad Asociativa  $(4 \cdot 7) \cdot 5 = 4 \cdot (7 \cdot 5)$  -----

### ECUACIÓN

Se denomina Ecuación a toda igualdad que tiene por lo menos una incógnita.

Ej.  $\boxed{?} - 12 = 7$

$$\begin{array}{r} x - 12 = 7 \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} \quad \downarrow \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\ \text{1er Miembro} \quad \text{Igualdad} \quad \text{2do Miembro} \end{array}$$

¿Cómo se resuelve? Todo término debe pasar de un miembro al otro con la operación contraria.

$$\begin{array}{r} x - 12 = 7 \\ x = 7 + 12 \end{array}$$

$$\boxed{x = 19} \longrightarrow \text{Raíz o solución de la Ecuación}$$

**Verificación:** El valor de la solución de la Ecuación se reemplaza donde se encontraba inicialmente X. Luego se comprueba que el resultado del 1ero y del 2do miembro sea el mismo

$$\begin{array}{r} x - 12 = 7 \\ \downarrow \\ 19 - 12 = 7 \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}} \\ 7 = 7 \\ \downarrow \\ \text{VERIFICA} \end{array}$$

## ACTIVIDADES:

1) Hallar el valor de  $x$  y verificar:

- a)  $14 + 2 \cdot X = 30$                       f)  $42 + 11 \cdot X = 97$   
 b)  $26 + 7 \cdot X = 89$                       g)  $18 + 5 \cdot X = 48$   
 c)  $18 + X = 130$                       h)  $100 - 7 \cdot X = 72$   
 d)  $24 + 4 \cdot X = 72$                       i)  $140 + 5 \cdot X = 180$   
 e)  $15 + 10 \cdot X = 45$                       j)  $250 + 3 \cdot X = 235$

2) Escribir el número que falta para obtener una igualdad:

- a)  $24 + \text{-----} = 62$                       e)  $73 + \text{----} = 97$   
 b)  $\text{-----} + 18 = 45$                       f)  $\text{----} - 12 = 15$   
 c)  $16 + \text{----} = 130$                       g)  $27 - \text{-----} = 9$   
 d)  $\text{-----} - 4 = 18$                       h)  $35 + \text{----} = 58$

**ECUACIONES CON INCÓGNITAS EN DOS O MAS TERMINOS**Se debe agrupar las  $x$  y despejar los términosEj.1)

$$\underbrace{3 \cdot X + 4 \cdot X + 25 = 39}$$

$$7 \cdot X + 25 = 39$$

$$7 \cdot X = 39 - 25$$

$$X = 14 : 7$$

$$\boxed{X = 2}$$

Ej.2)

$$8 \cdot X - 2 \cdot X + 14 = 32$$

$$\underbrace{8 \cdot X - 2 \cdot X} + 14 = 32$$

$$6 \cdot X + 14 = 32$$

$$6 \cdot X = 32 - 14$$

$$X = 18 : 6$$

$$\boxed{X = 3}$$

Finalmente irecuera verificar los resultados!

## EJERCITACIÓN:

1) Resolver y verificar

a)  $4 \cdot X + 9 \cdot X - 12 = 40$

Rta:-----

b)  $6 \cdot X - 2 \cdot X - 7 = 5$

Rta:-----

c)  $9 \cdot X + 4 \cdot X - 13 = 52$

Rta:-----

d)  $7 \cdot X + 8 \cdot X - 10 = 80$

Rta:-----

e)  $5 \cdot X + 7 \cdot X + 14 = 110$

Rta:-----

f)  $4 \cdot X + 9 \cdot X - 9 = 30$

Rta:-----

g)  $2 \cdot X + X = 14 - 8$

Rta:-----

h)  $7 \cdot X - 3 \cdot X = 18 - 10$

Rta:-----

Cálculos Auxiliares

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_



2) Calcular X y verificar

a)  $16 = x + 6$

b)  $3 + x = 22$

c)  $28 = 8 + x$

d)  $x - 12 = 34$

e)  $18 = 52 - x$

f)  $34 - x = 16$

g)  $30 = x - 8$

h)  $16 + x = 26$

i)  $36 = x - 12$

j)  $22 = x - 11$

k)  $x - 27 = 13$

l)  $x - 26 = 9$

ll)  $47 - x = 17$

m)  $29 - x = 14$

3) Aplicar Propiedad Distributiva

a)  $3 \cdot (x + 6) =$

b)  $8 \cdot (x + 7) =$

c)  $5 \cdot (x - 4) =$

d)  $4 \cdot (x - 6) =$

e)  $6 \cdot (5 \cdot x + 1) =$

f)  $9 \cdot (x + 3) =$

g)  $7 \cdot (x + 5) =$

h)  $(3 + x) \cdot 1 =$

i)  $6 \cdot (x - 12) =$

j)  $(22 + x) \cdot 3 =$

k)  $(x + 16) \cdot 4 =$

l)  $(x - 26) \cdot 8 =$

ll)  $(40 - x) \cdot 2 =$

m)  $(29 - x) \cdot 6 =$

**OPERACIONES COMBINADAS:** Reciben ese nombre a los cálculos donde intervienen varias operaciones.

La **suma algebraica** es una combinación de sumas y restas.

Comenzando por la izquierda, vamos efectuando las operaciones según aparecen.

Ejemplo:  $9 - 7 + 5 + 2 - 6 + 8 - 4 =$

-----  
-----  
-----

### Ejercicios de Aplicación

$20 + 5 - 6 + 8 - 7 =$

$19 - 9 + 4 - 3 + 10 =$

$8 - 2 + 3 + 4 - 6 - 1 + 6 =$

$5 + 2 - 6 + 29 - 15 =$

### Suma algebraica con paréntesis

Ejemplo  $5 + (7 - 3 + 7 - 3) + 8 =$

-----  
-----  
-----

### Ejercicios de Aplicación

$8 - (10 + 4 - 7 - 1) + 5 =$

$6 + (4 + 5 - 1 + 6) - 9 =$

$28 - (7 + 9 - 4) + 2 - 3 =$

$5 + (11 - 3 + 4) + 8 =$

$6 + 7 + (6 - 2 + 8) - 1 + 9 =$

$19 - 5 + (4 - 2 + 6) - 3 - 2 =$



**Recuerda**

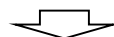
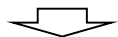
**Lenguaje simbólico:** es el que se utiliza en matemática a través de un lenguaje formado por letras, números y símbolos.

**Lenguaje coloquial:** es el que está formado por las distintas palabras del idioma castellano. Puede ser oral o escrito.

Aplicación en Matemática:**Lenguaje**

COLOQUIAL

SIMBOLICO



El doble de un número	<b>2.x</b>
El triple de un número	<b>3.x</b>
La mitad de un número	<b>x : 2</b>
Un número par	2.x
Un número impar	2.x + 1
El siguiente de un número	<b>x + 1</b>
El anterior de un número	<b>x - 1</b>
El producto de un número y su consecutivo	<b>x . (x + 1)</b>
La suma de tres número consecutivos	<b>x + (x + 1) + (x + 2)</b>
La décima parte de un número	<b>x : 10</b>
La cuarta parte de un número	<b>X : 4</b>

**ACTIVIDADES:**1) Relaciona con flechas el lenguaje simbólico y el coloquial

La mitad de la edad que tendré en 6 años.  $3.x - x:2$

La cuarta parte de un número.  $x :3$

El triple del consecutivo de un número.  $(x + 6) : 2$

El doble de un número dividido su consecutivo.  $3. (x+1)$

El triple de un numero menos la mitad de ese número.  $2. x : (x + 1)$

La tercera parte de un número .  $2.x - x:1$

El doble de un número menos la mitad de ese número  $x:4$

2) Escribir el lenguaje simbólico del siguiente lenguaje coloquial

El triple del siguiente de ocho. -----

El doble de la suma entre dos y un medio. -----

El anterior de un número. -----

La mitad de un número. -----

La sexta parte de un número -----

El doble de un número -----

El doble de la edad que tendré dentro de siete años. -----