

Universidad Nacional de Córdoba
Facultad de Ciencias Exactas Físicas y Naturales
Doctorado en Ciencias de la Ingeniería

Tesis Doctoral



Estudio de palas inteligentes para mejorar la
performance y la vida útil de turbinas eólicas
de gran potencia de eje horizontal

Autor:

Ing. Nicolás G. Tripp

Director:

Dr. Ing. Sergio Preidikman

26 de junio de 2020

Estudio de palas inteligentes para mejorar la performance y la vida útil de turbinas eólicas de gran potencia de eje horizontal

por

Ing. Nicolás G. Tripp

Dr. Ing. Sergio Preidikman

Director

COMISIÓN ASESORA:

Dr. José Tamagno

FCEFYN - UNC

Dr. Fernando Flores

FCEFYN - UNC

Esta Tesis fue enviada a la Facultad de Ciencias Exactas Físicas y Naturales de la Universidad Nacional de Córdoba para cumplimentar los requerimientos de obtención del grado académico de Doctor en Ciencias de la Ingeniería.

Córdoba, Argentina.
26 de junio de 2020

Estudio de palas inteligentes para mejorar la performance y la vida útil de turbinas eólicas de gran potencia y de eje horizontal

Resumen

En este trabajo se estudia la hipótesis de que la implementación de alerones de borde de fuga deformables, o “DTEF” por sus siglas en inglés, en palas de turbinas eólicas de eje horizontal y gran tamaño, o “LHAWT” por sus siglas en inglés, puede mitigar las cargas de origen aeroelástico. Para realizar el estudio se desarrolló un modelo numérico que considera el flujo de aire, la estructura de la pala, y los dispositivos de control aerodinámico como elementos de un único sistema dinámico. El modelo desarrollado se basa en la co-simulación de tres subsistemas que representan la aerodinámica, la dinámica estructural de la pala y la respuesta del sistema actuadores-alerón. El marco de las simulaciones que se proponen es altamente modular de manera tal que los componentes individuales pueden ser reemplazados sin modificar la organización general. La metodología propuesta no está restringida a movimientos periódicos o ecuaciones de movimiento lineales. Las simulaciones se desarrollan en el dominio del tiempo, por lo tanto permiten la modelación de inestabilidades de origen aeroelástico como el “flutter” y la divergencia. Las capacidades de los distintos módulos se exploran mediante la reproducción de ejemplos disponibles en la literatura. Finalmente se prueba la hipótesis propuesta mediante la predicción de la respuesta transitoria de una pala de LHAWT y de una versión inteligente de la misma.

Abstract

In this research, the hypothesis that the introduction of deformable trailing edge flaps, “DTEF”, in large horizontal axis wind turbine blades, “LHAWT”, mitigates the aeroelastic loads is studied. To carry out the study, a numerical model was developed that treats the air flow, the blade structure, and the aerodynamic control devices as elements of a single dynamical system. The developed model is based on a co-simulation of three subsystems that represent the aerodynamics, the structural dynamics of the blade and the response of the aileron-actuators sub-system. The framework of the proposed simulations is highly modular so that the individual components can be replaced without modifying the overall organization. The proposed methodology is not restricted to periodic movements or linear movement equations. The simulations are developed in the time domain, therefore they allow the modeling of aeroelastic instabilities such as “flutter” and divergence. The capabilities of the different modules are explored through the reproduction of examples available in the literature. Finally, the hypothesis is tested by means of a comparison between the transient response of a LHAWT blade and a blade fitted with the DTEF.

Resumo

Neste trabalho estudamos a hipótese de que a implementação de ailerons de borda de fuga deformáveis, ou “DTEF” por sua sigla em inglês, em pás de grandes turbinas eólicas de eixo horizontal, ou “LHAWT” por sua sigla em inglês, pode mitigar cargas de origem aeroelástica. Para a realização do estudo, foi desenvolvido um modelo numérico que considera o fluxo de ar, a estrutura da pá e os dispositivos de controle aerodinâmico como elementos de um único sistema dinâmico. O modelo desenvolvido é baseado na

co-simulação de três subsistemas que representam a aerodinâmica, a dinâmica estrutural da pá e a resposta do sistema atuador-aileron. A estrutura das simulações propostas é altamente modular, de forma que os componentes individuais possam ser substituídos sem modificar a organização geral. A metodologia proposta não se restringe a movimentos periódicos ou equações lineares de movimento. As simulações são desenvolvidas no domínio do tempo, pois permitem modelar instabilidades de origem aeroelástica, como o “ flutter ” e a divergência. As capacidades dos vários módulos são exploradas através da reprodução de exemplos disponíveis na literatura. Finalmente, a hipótese proposta é testada prevendo a resposta transitória de uma pá LHAWT e uma versão inteligente dela.

Agradecimientos

A mis padres, Marta y Guillermo, por haberme dado todo, por su apoyo incondicional y permanente, por mostrarme el camino, por darme la oportunidad de seguir mis sueños y por enseñarme a luchar por las cosas que uno quiere.

A mi hermano Sebastián, por enseñarme a siempre superar los límites, a no tenerle miedo a los nuevos desafíos.

A Florencia, mi alma gemela, por haberme acompañado, inspirado y apoyado durante todos estos años.

A mis directores, Sergio Preidikman y Aníbal Mirasso, por depositar su confianza en mi, por darme la oportunidad de emprender este maravilloso viaje hacia el descubrimiento científico, por toda la energía que han invertido en perfeccionar este trabajo, por sus profundas enseñanzas y por su infinita, infinita, infinita paciencia.

A mis amigos y compañeros del doctorado y oficina, por los innumerables debates filosóficos, por los chistes, aportes, mates y momentos que compartimos juntos.

A Dante Bragoni por estar siempre pinchando para que no afloje.

Agradezco de corazón al Estado argentino a través del CONICET por haber financiado la mayor parte de este trabajo, a las autoridades de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Cuyo por haberme dado un lugar de trabajo y a la dirección del doctorado de la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de la Universidad Nacional de Córdoba por haber aceptado esta propuesta de investigación.

Finalmente, le agradezco a Dios, por habernos regalado esta maravillosa fuente inagotable de energía e inspiración que es nuestro mundo.

Esta obra se la dedico a mis hijas Alicia y Lucía.

Índice general

1. Introducción	10
1.1. Situación energética nacional e internacional	10
1.2. La necesidad de rotores inteligentes	11
1.3. Desarrollo de dispositivos de control aerodinámico	13
1.3.1. El alerón versus la deformación torsional	13
1.3.2. Los helicópteros y el control cíclico del paso	13
1.3.3. El retorno de los alerones al control de rotores de la mano de la piezoelectricidad	14
1.3.4. Estudios sobre actuadores piezoeléctricos	15
1.3.5. Algunas implementaciones existentes de rotores inteligentes	16
1.3.6. Implementación de rotores inteligentes en turbinas eólicas	17
1.3.7. Laboratorios y programas de investigación sobre desarrollo de roto- res de turbinas eólicas inteligentes	18
1.4. Objetivos de la tesis	19
1.5. Metodología	20
1.6. Organización de la tesis	21
1.7. Publicaciones asociadas a la presente tesis	22
2. Modelo aerodinámico	23
2.1. Introducción	23
2.1.1. Modelación clásica de turbinas eólicas	23
2.1.2. Evidencia experimental del campo de velocidades producido por turbinas eólicas de eje horizontal	25
2.1.3. Métodos vorticosos	29
2.2. Descripción del modelo aerodinámico	34
2.2.1. Marcos de referencia utilizados	35
2.2.2. Adimensionalización del modelo	36
2.2.3. Discretización de las sábanas vorticosas	37
2.2.4. Determinación de las circulaciones de los anillos vorticosos adheridos	39
2.2.5. Modelo de la estela desprendida	39
2.2.6. Evaluación del salto de presión a través de la superficie media de la pala	40
3. Modelo de dinámica estructural	42
3.1. Introducción	42
3.2. Descripción del modelo de dinámica estructural	43
3.2.1. Obtención de la energía de deformación elástica de la pala	44
3.2.2. Obtención de la energía cinética de la pala	46

3.2.3.	Determinación de las ecuaciones de movimiento a partir del principio de Hamilton generalizado	48
3.2.4.	Linealización de las ecuaciones diferenciales no-lineales de movimiento de la pala	51
4.	Modelo del sistema alerón-actuadores	52
4.1.	Introducción	52
4.2.	Descripción del sistema alerón-actuador	53
4.2.1.	Descripción matemática del sistema	54
5.	Co-simulación	62
5.1.	Introducción	62
5.2.	Integración numérica de las ecuaciones de movimiento	63
5.2.1.	Integrador del modelo de dinámica estructural de la pala	63
5.2.2.	Descripción del algoritmo	64
5.2.3.	Software utilizado	66
6.	Resultados	67
6.1.	Validación del modelo estructural	67
6.1.1.	Vibraciones de una viga uniforme rotando a velocidad constante	67
6.1.2.	Pala típica de turbina eólica horizontal y de gran tamaño	72
6.2.	Validación del modelo aerodinámico	81
6.2.1.	Ala rectangular plana	81
6.2.2.	Ala rectangular con alerón rígido	90
6.2.3.	Pala WindPACT	95
6.3.	Validación del esquema de interacción fluido-estructura	105
6.4.	Respuesta aeroelástica de la pala WindPACT original y su versión “inteligente”	111
6.4.1.	Pala WindPACT original	111
6.4.2.	Pala WindPACT inteligente	114
7.	Conclusiones y trabajos futuros	124
7.1.	Conclusiones	124
7.2.	Trabajos futuros	125
A.	Teoremas de Helmholtz	127
B.	Matrices y vectores de la ecuación no-lineal del movimiento de la pala	129
C.	Configuración estacionaria de la ecuación diferencial no-lineal del movimiento de la pala	134
D.	Aceleración de un punto de la placa base asociada a los efectos inerciales de la pala	137
E.	Matrices y vectores de las ecuaciones del modelo alerón-actuadores	140

Índice de figuras

1.1.	Turbina eólica de 5MW	12
1.2.	Evolución LHAWT	13
1.3.	Primer vuelo controlado	14
1.4.	El alerón	15
1.5.	Autogiro	16
1.6.	Actuadores piezoeléctricos	17
1.7.	Rotor inteligente	18
1.8.	Turbina eólica inteligente	20
1.9.	Interacciones aeroservoelásticas	21
2.1.	Elementos de la teoría <i>BEM</i>	24
2.2.	Sábana vorticosa	25
2.3.	El “Unsteady Aerodynamic Experiment”.	27
2.4.	Experimento “MEXICO”.	28
2.5.	Flujo de gran número de Reynolds.	35
2.6.	Marcos de referencia del modelo.	36
2.7.	Discretización de las sábanas vorticosas.	37
2.8.	Segmento vorticoso.	38
2.9.	Efecto del radio de corte en la velocidad inducida por un segmento vorticoso.	38
2.10.	Detalle del proceso de convección de estela luego de 2 pasos de tiempo.	40
3.1.	Marco de referencia <i>B</i> y vector posición de un punto de la pala	44
4.1.	Marcos de referencia <i>F</i> y <i>H</i>	53
4.2.	Descripción del sistema alerón-actuador.	54
4.3.	Desplazamiento del sistema para un actuador	55
4.4.	Piezostack	58
5.1.	Interacciones entre los tres módulos: aerodinámico, dinámica estructural y alerón.	62
5.2.	Avance de tiempo de la estrategia particionada, estrecha y fuerte adoptada.	64
5.3.	Diagrama de flujo del algoritmo implementado para resolver el modelo aeroservoelástico.	66
6.1.	Primeros 4 modos transversales de la viga uniforme rotando	70
6.2.	Primeros 2 modos axiales de la viga uniforme rotando	71
6.3.	Rigidización de la viga uniforme	71
6.4.	Distribución de esfuerzos internos axiales y torsionales	73
6.5.	Convergencia de la primera frecuencia transversal	74
6.6.	Desplazamientos de pala rotante con $\alpha = 0$	75
6.7.	Desplazamientos de pala rotante con $\alpha = 0,02$	76

6.8. Desplazamientos de pala rotante con $\alpha = 1/3$	77
6.9. Espectro de frecuencias del desplazamiento en la punta de la pala para $\alpha = 0$	78
6.10. Espectro de frecuencias del desplazamiento en la punta de la pala para $\alpha = 0, 02$	79
6.11. Espectro de frecuencias del desplazamiento en la punta de la pala para $\alpha = 1/3$	80
6.12. Vista de pájaro de placa plana representada	81
6.13. Evolución de CL y de $CM_{c/4}$ para placa plana	82
6.14. Distribución de CL para modelo UVLM y referencia	83
6.15. Distribución del salto de presión adimensional para la placa plana en la condición estacionaria.	84
6.16. Distribución de la circulación Γ de los anillos vorticosos	85
6.17. Vórtice de puntera para distintas discretizaciones	86
6.18. Distribución del salto de presión con distintos radios de corte	88
6.19. Vórtices de puntera para distintos radios de corte	89
6.20. Discretización de la sábana vorticiosa adherida. Las flechas azules representan el vector normal asociado a cada anillo vorticoso.	91
6.21. Distribución de la vorticidad para perfil NACA64(3)-418 y $\alpha = 0$ grados	91
6.22. Ciclos de histéresis de los coeficientes aerodinámicos con el alerón vibrando a una frecuencia reducida $k = 0, 1$ y con una amplitud de ± 2 grados.	93
6.23. Estado transitorio con $\alpha = 0$ grados, amplitud ± 2 grados y $k = 0, 1$	94
6.24. pala WindPACT	95
6.25. Parámetros geométricos del perfil aerodinámico.	96
6.26. Geometría de la pala WindPACT representada en QBlade.	96
6.27. Discretización de la sábana adherida asociada a la pala WindPACT.	97
6.28. Evolución de estela WindPACT después de 6 revoluciones	99
6.29. Evolución de CL para 6 revoluciones	99
6.30. Comparación de FN obtenida por UVLM y BEM	100
6.31. Comparación de FT obtenida por UVLM y BEM	101
6.32. Efecto de la discretización en la dirección de la cuerda de la sábana vorticiosa sobre el salto de presión en el centro del ala.	102
6.33. Comparación de solución por UVLM con 20 anillos vorticosos en la dirección de la cuerda contra soluciones utilizando XFOIL y variantes del perfil S818.	103
6.34. Distribución de fuerza normal local obtenida con el método UVLM revisado y BEM.	104
6.35. Distribución de fuerza tangencial local obtenida con el método UVLM revisado y BEM.	104
6.36. Colapso del puente de Tacoma Narrows. Imagen de dominio público obtenida de Wikipedia.	105
6.37. Tramo de puente	106
6.38. Evolución de las componentes del desplazamiento para caso subcrítico	107
6.39. Evolución de las componentes del desplazamiento para caso crítico	108
6.40. Evolución de las componentes del desplazamiento para caso supercrítico	109
6.41. Evolución de las frecuencias naturales respecto a V_∞	110
6.42. Evolución de la distribución del campo de desplazamiento elástico	112
6.43. Evolución del desplazamiento en la punta de pala.	113
6.44. Autoridad del control	116
6.45. Comparación desplazamiento pala original vs inteligente	118

6.46. Evolución de la configuración durante el último segundo simulado.	119
6.47. Comparación consigna, alerón y pala	120
6.48. Estela de la pala inteligente para 50, 100 y 150 pasos de tiempo.	121
6.49. Estela de la pala inteligente para 200, 500 y 1000 pasos de tiempo.	122
6.50. Comparación original-inteligente	123
B.1. Región de integración elemental.	130

Capítulo 1

Introducción

En el presente trabajo multidisciplinario de investigación aplicada, se explora la hipótesis de que la implementación de un sistema activo de control aerodinámico que incorpora un borde de fuga flexible, “DTEF” por sus siglas en inglés, y actuadores piezoeléctricos, es capaz de mitigar las vibraciones de origen aeroelástico de las palas de turbinas eólicas horizontales y de gran tamaño, “LHAWT” por sus siglas en inglés, durante su operación. Al sistema formado por las palas y sus dispositivos de control se lo denomina rotor inteligente. En este contexto se entiende por inteligencia a la capacidad de sensar el entorno y reaccionar de forma autónoma, de acuerdo con una ley de control específica. El análisis de la compleja dinámica del sistema y su interacción con el medio se aborda desde un enfoque de co-simulación de la aeroservoelasticidad, donde se conjugan las disciplinas de dinámica estructural, aerodinámica y control de sistemas.

En este capítulo, para dar inicio a la discusión sobre la temática, en primer lugar se fundamentará la necesidad del estudio de rotores inteligentes. Seguidamente se expondrán las soluciones existentes y se hará una breve reseña histórica de la evolución del concepto de control aerodinámico de rotores. Finalmente se especificará el objeto de la presente tesis doctoral.

1.1. Situación energética nacional e internacional

De acuerdo con datos publicados en septiembre de 2018 por el Consejo Mundial de Energía Eólica (Global Wind Energy Council, 2018), el mercado mundial de energía eólica alcanzó en el año 2016 los 468 GW de potencia instalada; esto representa un 5 % de la demanda energética global. Por otro lado, en su reporte bianual del año 2016 (Global Wind Energy Council, 2016), el consejo prevé que la generación eléctrica a partir de energía eólica podría alcanzar los 2.110 GW para el año 2030, representando un 20 % de la producción global, creando 2,4 millones de puestos de trabajo y reduciendo emisiones de CO₂ en más de 3.300 millones de toneladas por año. En la mayoría de los países europeos la energía eólica ya ha logrado altos niveles de penetración. Sin embargo, a efectos de alcanzar los objetivos globales para poder satisfacer la creciente demanda energética, es necesario construir un mayor número de granjas eólicas cada vez de mayor tamaño; el crecimiento mostrado por las energías renovables es de 140 GW en el año 2009 a 785 GW a finales del año 2015 (REN21, 2016).

A nivel nacional, según un informe elaborado por el Centro Latinoamericano de Investigaciones Científicas y Técnicas sobre la evolución (DeDicco, 2013), la potencia instalada, de fuente eólica, existente en el país aumentó durante el período comprendido entre los años 2003 a 2012 un 435 %. Ello es resultado de nuevos parques eólicos, entre los cuales

se destacan: Arauco de 25,2MW en la provincia de La Rioja y los parques Rawson I y II, Diadema y El Tordillo de 77,4MW, 6,3MW y 3MW respectivamente en la provincia de Chubut. De los 141,8MW de potencia eólica instalada en el año 2012, 111,8MW se encontraban unificados al sistema de distribución (SADI), con lo cual se comercializó energía al Mercado Eléctrico Mayorista.

Entre los años 2015 y 2016 el gobierno argentino aprobó y reglamentó la ley de energías renovables N°27.191, la cual fijó los principios básicos para un nuevo marco jurídico de promoción de las energías renovables (Subsecretaría de Energías Renovables, 2016). A su vez la ley establece que a partir del año 2025 el 20 % del consumo eléctrico debe generarse a partir de fuentes de energía renovable, lo cual demuestra los esfuerzos del gobierno para dar impulso a las energías renovables en nuestro país. El consumo de electricidad estimado para 2025 es 170 TWh, de los cuales 34 TWh (20 %) deben generarse a partir de fuentes de energía renovables. Desde el año 2018 la energía eólica en Argentina está siendo protagonista de un desarrollo inédito, contribuyendo como ninguna otra tecnología a las metas de consumo de energías renovables, en un contexto en el que acontecimientos de máxima repercusión internacional, como las reuniones del G20 y del B20, la sitúan en el centro del escenario de los debates de la transición energética y la sostenibilidad ambiental. Según los datos que reporta el Ministerio de Hacienda de la República Argentina (Ministerio de hacienda, 2019) actualmente hay 29 plantas de energía eólica de operación comercial distribuidas en las provincias de Buenos Aires, Chubut, Córdoba, La Pampa, La Rioja, Río Negro, Santa Cruz y Santiago del Estero. El conjunto de las 29 plantas inyectan al SADI un total de 1.176 MW de energía.

De lo expuesto en los párrafos anteriores se puede concluir que la creciente demanda energética exige un desarrollo de turbinas eólicas de mayor potencia que permitan continuar el emplazamiento de nuevos parques eólicos y también posibiliten el reemplazo de las turbinas existentes para aumentar la producción energética de los parques existentes.

1.2. La necesidad de rotores inteligentes

La potencia extraída del aire por una turbina eólica de eje horizontal, como la mostrada en la Figura 1.1, se puede estimar mediante la siguiente fórmula (Hansen, 2008)

$$P = \frac{1}{2}\rho V_{\infty}^3 C_p \pi R^2 \quad (1.1)$$

donde P es la potencia capturada por la turbina, ρ es la densidad del aire, V_{∞} es la velocidad promedio de la corriente libre, C_p es la eficiencia aerodinámica, y R es el radio del rotor.

De la ecuación (1.1) se puede observar que los parámetros más influyentes en la potencia capturada son el radio del rotor y la velocidad de la corriente libre. Es por esta razón que la industria eólica busca producir turbinas con mayor diámetro del rotor y mayor altura de la torre, como se muestra en la Figura 1.2.

Según un reporte de la Agencia Internacional de Energía (van der Hoeven, 2013) el escalamiento de las turbinas ha sido un método efectivo para reducir costos.

Sin embargo, la rigidez y la masa de las palas no escalan de la misma forma (Griffin D. A., 2001). De modo que el incremento del tamaño de las palas conlleva un aumento de la flexibilidad de las mismas.

A su vez, el aumento del área barrida por el rotor incrementa el muestreo rotacional de la turbulencia atmosférica, lo cual introduce mayores cargas de origen aerodinámico.



Figura 1.1: Granja eólica Thorntonbank con turbinas comerciales modelo REpower de 5 MW en el mar del norte. © Hans Hillewaert

La reducción de la rigidez y el aumento de las cargas de naturaleza aerodinámica introducen un aumento de la amplitud de las vibraciones no deseadas y reduce el margen de seguridad frente a inestabilidades de origen aeroelástico.

“La aeroelasticidad es la rama de la ciencia dedicada al estudio de la interacción de la dinámica estructural de la pala y el campo de presiones generado por la dinámica del fluido que la rodea” (Hodges and Pierce, 2011). Si la velocidad relativa entre la pala y el fluido es inferior a un valor crítico las vibraciones de la pala entregan energía al fluido, es decir que hay amortiguamiento aerodinámico positivo. Al superar la velocidad crítica, i.e la velocidad de flutter o “flutter”, el amortiguamiento aerodinámico es negativo y el sistema se torna inestable. La velocidad de flutter depende, en parte, de la rigidez de la estructura y fija un límite para la velocidad de operación máxima del rotor. Zhang and Huang (2011) destacan que la aeroelasticidad se ha convertido en un tema crítico para las LHAWT debido justamente al incremento de la flexibilidad de sus palas.

Además de los efectos aeroelásticos, los rotores de turbinas eólicas experimentan una fuerte asimetría en su carga debido a varios factores entre los cuales se pueden mencionar: el muestreo rotacional de la turbulencia, la sombra de la torre y la capa límite atmosférica. Según Barlas and van Kuik (2010) los diseños futuros de palas, al poseer una flexibilidad mayor respecto a las palas actuales, requerirán mecanismos de control rápidos, localizados y más efectivos.

Todo lo descrito en el párrafo anterior justifica el desarrollo de dispositivos de control aerodinámico que permitan limitar la amplitud de las vibraciones no deseadas. A

Evolution of wind turbine heights and output

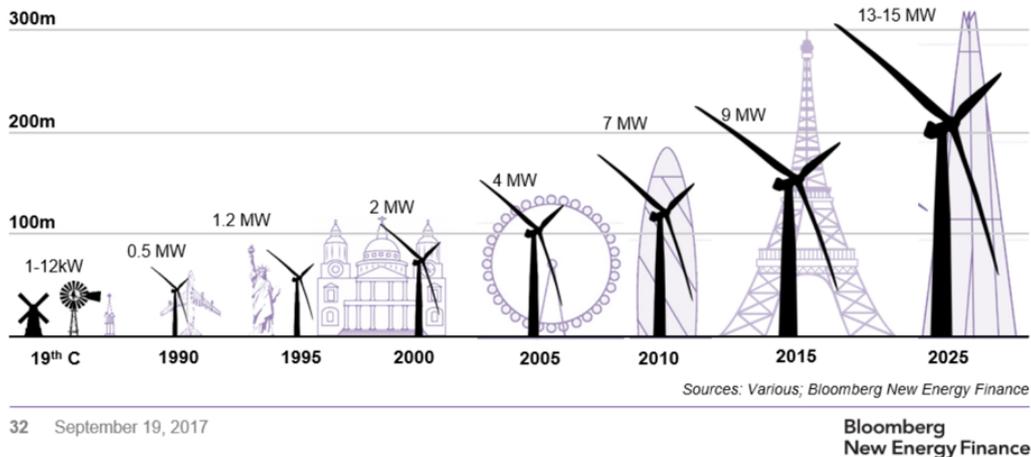


Figura 1.2: Evolución del tamaño de las LHAWT. ©Institute for Energy Economics and Financial Analysis <https://ieefa.org/>

continuación se presenta una breve reseña histórica sobre los hitos de los mecanismos de control aerodinámico.

1.3. Desarrollo de dispositivos de control aerodinámico

1.3.1. El alerón versus la deformación torsional

En los orígenes del vuelo controlado, Matthew Piers Watt Boulton en la patente británica N^o392 de 1868 presentó el dispositivo conocido como “alerón”. Treinta y cinco años más tarde, los hermanos Orville y Wilbur Wright consiguieron realizar el famoso primer vuelo controlado de una aeronave más pesada que el aire. En su aeronave conocida como el “Wright flyer”, que se presenta en la Figura 1.3, los pilotos controlaban el rolido de la misma mediante la deformación por torsión de las alas. Durante ese mismo año, 1903, el diario L’Aérophile publicó descripciones y planos del planeador de los hermanos Wright. Esta publicación impulsó al ingeniero militar francés Esnault-Pelterie a construir su propia versión del Wright flyer incorporando alerones en lugar del sistema de deformación torsional. El diario L’Aérophile publicó fotos, en su artículo de junio de 1905, mostrando los alerones de Esnault-Pelterie, los cuales fueron ampliamente copiados. A partir del año 1915, los diseños de alerones fueron mejorando y se encontró que eran más efectivos y prácticos que la deformación por torsión de toda el ala, por lo tanto, los alerones se convirtieron en el sistema estándar de control de rolido para aeronaves de ala fija, como se muestra en la Figura 1.4, desplazando el concepto de deformación por torsión de los hermanos Wright (de Wikipedia, 2017).

1.3.2. Los helicópteros y el control cíclico del paso

Según describe Leishman (2006), en el año 1906 el ingeniero italiano Gaetano A. Crocco patentó en Italia el concepto del control de paso cíclico para rotores de helicópteros.



Figura 1.3: Uno de los primeros vuelos controlados en avión tripulado realizado por Orville Wright y Wilbur Wright en Kitty Hawk, diciembre de 1903.

Crocco reconoció que era necesario implementar un medio de control del paso de las palas que acomode la asimetría del flujo de aire que atraviesa el rotor. Este fenómeno fue probado por Juokowski en un trabajo del año 1909. A principios de 1920 el argentino Raúl Pescara construyó un helicóptero del tipo coaxial enfocando su esfuerzo en obtener un control apropiado del rotor. Pescara aplicó una deformación torsional a cada pala en forma periódica. Esta fue una de las primeras aplicaciones exitosas del concepto de control cíclico de paso.

Entre 1920 y 1930 el español Juan de la Cierva introdujo el autogiro, una aeronave precursora al helicóptero moderno que fue la plataforma de ensayos para muchas ideas y sistemas de control. En la Figura 1.5 se presenta un ejemplar del autogiro. Por ese entonces los austríacos Raoul Hafner y Bruno Nagler desarrollaron un control de paso variable de forma continua basado en un rodamiento de gran diámetro, actualmente conocido como placa oscilante o “swashplate” en inglés. Además Hafner introdujo el sistema de control cíclico de paso conocido como araña, el cual permite combinar el control de paso cíclico con el colectivo. En 1930 el italiano Corradino d’Ascanio construyó un helicóptero coaxial que incluyó alerones servo asistidos como método de control cíclico. A partir de la década del 50, el desarrollo de helicópteros fue madurando hacia la producción de máquinas viables, exitosas, confortables y seguras para volar. En esta etapa del desarrollo, el interés de las investigaciones fue migrando hacia el confort del vuelo y se comenzó el estudio del control de las vibraciones y reducción del ruido producido por el rotor.

1.3.3. El retorno de los alerones al control de rotores de la mano de la piezoelectricidad

A fines de los 80s, Spangler (1989) propuso la utilización de actuadores piezoeléctricos para controlar alerones rígidos en palas de rotores de helicópteros. En su estudio, el autor expuso que la transmisión de potencia mecánica desde un marco de referencia estático a otro rotante es compleja y la transmisión eléctrica parecería ser la más viable. A su vez el autor demostró que los actuadores basados en materiales piezoeléctricos poseen una



Figura 1.4: Un avión Yak-52 empleando alerones para realizar un rolido. © Aleksandr Markin

respuesta más rápida que los actuadores convencionales. En la Figura 1.6 se muestran actuadores piezoeléctricos comerciales.

Millott and Friedmann (1994) presentaron uno de los trabajos pioneros en el uso de alerones de borde de fuga, de envergadura parcial, controlados activamente, para la reducción de las vibraciones en rotores de helicópteros. En su trabajo los autores modelaron la interacción aeroelástica entre el rotor y sus alerones. Ellos demostraron la factibilidad de la utilización de alerones servo-asistidos para reducir las vibraciones en los rotores de helicópteros. Sin embargo, los autores no incluyeron en su modelo la dinámica del actuador. A su vez, realizaron un análisis detallado del estado de cargas que actúa sobre el alerón de borde de fuga y obtuvieron, entre otras, las siguientes conclusiones:

1. El alerón controlado activamente es un dispositivo muy atractivo para reducir vibraciones, debido a su eficiencia energética y además porque no modifica la aeronavegabilidad de los rotores.
2. La efectividad en la reducción de vibraciones y el requerimiento energético del alerón de control están fuertemente influenciados por la ubicación del mismo en la envergadura de la pala flexible. Por lo tanto la ubicación es un parámetro de diseño muy importante. Esta sensibilidad de la efectividad a la ubicación resulta de la interacción del modo fundamental de torsión y de los segundos modos de flexión fuera y dentro del plano de rotación de la pala.
3. En la mayoría de los casos analizados, el tamaño del alerón de control tuvo poco efecto sobre su potencial para reducir vibraciones, sin embargo tuvo un impacto sustancial en los requisitos energéticos y amplitudes de consigna de control

1.3.4. Estudios sobre actuadores piezoeléctricos

Según Prechtel (1994) la mejor solución para actuadores electromecánicos son los apilados piezoeléctricos. Prechtel and Hall (1999) presentan una excelente revisión sobre el



Figura 1.5: Autogiro C-6 de Cierva en el Museo del Aire, España.

diseño de actuadores electromecánicos. Los autores destacan que uno de los principales problemas de la implementación de actuadores piezoeléctricos es el pequeño desplazamiento que producen, por lo tanto es necesario utilizarlos en conjunto con amplificadores de movimiento. Para el caso de actuadores piezoeléctricos Wang et al. (2019) remarcan el mismo problema. Giurgiutiu et al. (1997) demostraron que la elasticidad del mecanismo de amplificación y la carga externa juegan un papel preponderante en el desempeño del actuador piezoeléctrico.

1.3.5. Algunas implementaciones existentes de rotores inteligentes

De acuerdo con algunos autores (Spangler, 1989; Friedmann and Millott, 1995; Giurgiutiu, 2000) existe una gran variedad de desarrollos de rotores inteligentes. Dentro de las configuraciones analizadas se pueden destacar las siguientes:

- Inducción de deformaciones en el alabeo elástico (Chen and Chopra, 1996).
- Inducción de deformaciones en la comba (Bae, 2005).
- Alerones discretos rígidos (Spangler, 1989; Friedmann and Millott, 1995; Lee and Chopra, 2000).
- Alerones discretos elásticos (Prechtel, 1994; Daynes and Weaver, 2012; Fischer et al., 2012; Ozdemir Ozgumus and Kaya, 2012).
- Control activo del flujo de aire (Mathew et al., 2006; Cattafesta and Sheplak, 2011).

En la Figura 1.7 se muestra un rotor estudiado por la agencia espacial norteamericana NASA que posee alerones inteligentes.



Figura 1.6: Actuadores piezoeléctricos comerciales comparados con una moneda.

1.3.6. Implementación de rotores inteligentes en turbinas eólicas

Johnson et al. (2010) identificaron 15 dispositivos capaces de controlar activamente el flujo alrededor de una pala en una turbina eólica. Barlas and van Kuik (2010) comparan algunas de las alternativas antes mencionadas como por ejemplo el alabeo activo, la deformación de geometría, los microtabs y alerones de borde de fuga tanto rígidos como flexibles. Del resultado de la comparación los autores concluyen que:

- La inducción de deformaciones elásticas en la pala requiere utilizar estructuras debilitadas que permitan grandes deformaciones. Además son de respuesta lenta debido a la inercia de la pala.
- El control con alerones de borde de fuga parece ser una de las soluciones más eficientes dado que pequeñas deflexiones producen grandes cambios en las fuerzas aerodinámicas, requiriendo menos energía que otros sistemas. A su vez permiten actuar sobre la pala en forma distribuida e independiente, sin alterar las propiedades estructurales originales de la pala.
- La linealidad y ancho de banda de la respuesta del actuador piezoeléctrico junto a la simplicidad del control con alerones hace que resulte atractivo desde el punto de vista del control la implementación conjunta.
- Los alerones flexibles no producen discontinuidades en la superficie de la pala, por lo tanto producen menores pérdidas por arrastre y menor ruido aerodinámico.



Figura 1.7: Prototipo de rotor inteligente ensayado por NASA.

1.3.7. Laboratorios y programas de investigación sobre desarrollo de rotores de turbinas eólicas inteligentes

Alrededor del mundo, varios centros de investigación dedicados a la energía eólica poseen programas de investigación en esta temática. Entre los programas revisados se pueden destacar los siguientes y sus hitos más importantes.

En Europa:

“ADAPWING” y “INDUFLAP” (Buhl et al., 2007; Madsen, 2014): el proyecto ADAPWING fue patrocinado en parte por el consejo de investigaciones de Dinamarca. El objetivo del proyecto era investigar, numérica y experimentalmente, el potencial de reducción de las cargas mediante el uso de geometría adaptable del borde de fuga. En el marco del proyecto se desarrolló un modelo aerodinámico bidimensional de una sección de una pala de turbina eólica, capaz de analizar el comportamiento no estacionario de perfiles aerodinámicos con una comba arbitraria. El modelo fue combinado con un sistema masa, resorte y amortiguador lineal y también con un modelo elástico tridimensional basado en formas modales. Las investigaciones numéricas mostraron una marcada reducción de las cargas de origen aeroelástico. Para validar los resultados numéricos se realizaron experiencias en túnel de viento. Se encontró una reducción de la carga de naturaleza aeroelástica de hasta 82 %. Además, se realizaron experimentos a escala completa en una turbina comercial modelo Vestas V27 donde se observó un promedio de reducción de la carga del 14 % y en un 20 % de la amplitud de las cargas cíclicas. Se construyó una plataforma de ensayos a gran escala, representativa de una turbina de 100kW y que incluye los efectos inerciales propios de un ambiente rotante y la turbulencia atmosférica real. Finalmente, como propuesta para aplicación comercial, se desarrolló un borde de fuga flexible basado en un elastómero y un actuador neumático.

“UPWIND” (de energía eólica europea y otros, 2011): este proyecto constituyó el mayor esfuerzo de investigación y desarrollo de energía eólica de Europa. El programa de 5 años se desarrolló entre marzo del año 2006 y febrero del año 2011. El objetivo fue desarrollar y verificar modelos mejorados de los principales componentes de las turbinas eólicas futuras de gran tamaño como por ejemplo las dedicadas a la generación de energía “offshore”. El proyecto incluyó 40 socios provenientes de diversos rubros industriales, proveedores de servicios, universidades, laboratorios de investigación y desarrollo, entre otros.

En Estados Unidos:

“SMART” (Structural and Mechanical Adaptive Rotor Technology en inglés): el interés del laboratorio SANDIA de EEUU en el concepto de control aerodinámico activo comienza con los trabajos de Chow and van Dam (2006) quienes realizaron experiencias numéricas con el concepto de “microtab”. La experimentación numérica prosiguió utilizando el código FAST del laboratorio NREL, y según reportan Wilson et al. (2009) se obtuvieron reducciones del orden del 32 % de las cargas para turbinas de 600kW, 1,5MW y 5MW. En el año 2010, el laboratorio SANDIA comenzó un proyecto de tres años cuyo propósito fue el diseño, construcción y experimentación de un rotor con sensores y control activo integrados. El proyecto “SMART” fue patrocinado por el departamento de energía de EEUU con el propósito de demostrar el concepto de control activo de rotores y evaluar las herramientas de simulación disponibles para investigación de control activo (Berg et al., 2014). Se construyó y ensayó un rotor de turbina eólica con alerones de borde de fuga integrados. El rotor se instaló en una turbina comercial modelo Micon 65/13 que es de velocidad y paso fijos y regulación de potencia por pérdida aerodinámica. Cada pala, de 9 metros de envergadura, fue equipada con alerones rígidos de borde de fuga cuya longitud fue del 20 % de la envergadura de la pala y su ancho correspondió al 20 % de la cuerda local. Los alerones fueron comandados por motores eléctricos. Se obtuvieron varios conjuntos de datos útiles para validar los códigos de simulación disponibles. Para construir el rotor se modificó un diseño de pala existente (DOE/SNL CX100) de 9m de envergadura, cuyo propósito original fue la acoplar la flexión y torsión de la pala mediante la orientación de las fibras de material compuesto que componían su estructura. La configuración del experimento se muestra en la Figura 1.8. Según (Berg and Barone, 2014), a partir de la experimentación se pudo determinar que:

- debido a la frecuencia reducida asociada se necesitan modelos aerodinámicos inestacionarios,
- hay una correlación entre el cambio de deformaciones axiales por flexión en la raíz de la pala y el ángulo del alerón, y,
- la deflexión del alerón logra reducir la deformación en la raíz de la pala, producida por la operación normal de la turbina.

1.4. Objetivos de la tesis

De todo lo expuesto en los párrafos anteriores se puede destacar lo siguiente:

- A pesar de que el estudio del control de la aerodinámica de superficies tiene más de 100 años de desarrollo, su implementación en rotores inteligentes está en pleno desarrollo.

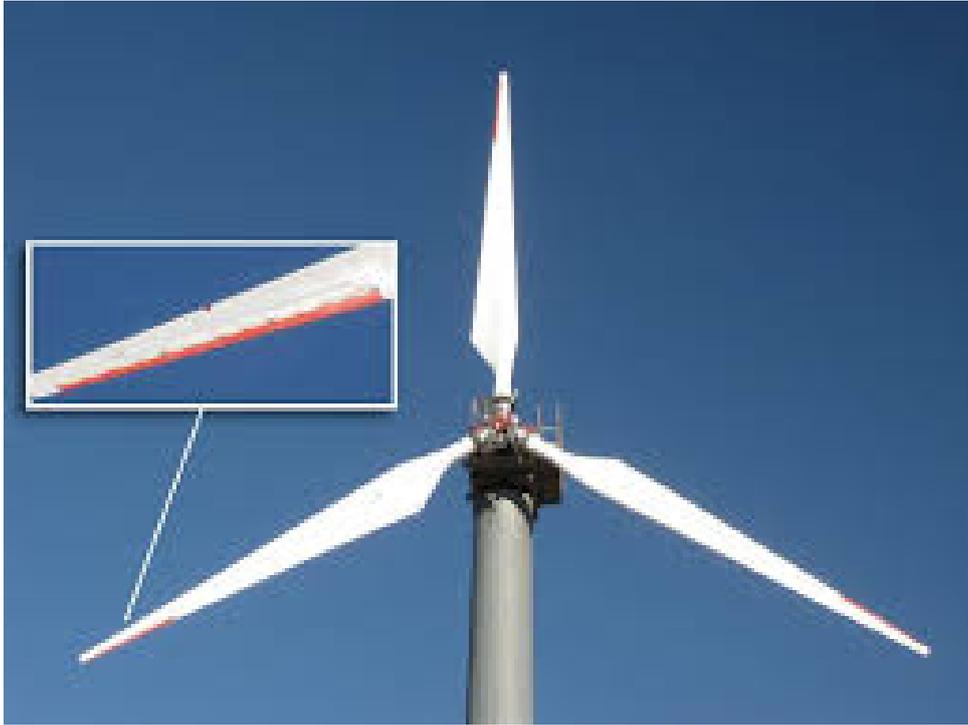


Figura 1.8: El rotor “SMART” con alerones de borde de fuga.

- De los conceptos disponibles para mitigar las vibraciones del rotor inducidas por el flujo de aire que lo circunda, el alerón deformable comandado por actuadores piezoeléctricos parece ser el más viable.
- Existe una vasta cantidad de estudios enfocados en los aspectos específicos del problema. Sin embargo todos son tratados de forma independiente o con una débil interacción entre ellos.
- En la mayoría de los estudios se da por sentado que el sistema de control es capaz de mantener la autoridad sobre las vibraciones producidas por el rotor.
- No se encontró un modelo numérico que incluya la dinámica estructural de las palas, la aerodinámica no estacionaria de la turbina eólica, la dinámica del alerón piezoeléctrico y la interacción entre todos los componentes del sistema dinámico.

Por lo tanto, en esta tesis doctoral se busca probar que la implementación de alerones de borde de fuga deformables, comandados por actuadores piezoeléctricos, en palas de turbinas eólicas de eje horizontal y de gran tamaño, puede mitigar las cargas de origen aeroelástico.

Para probar la hipótesis se establece como objetivo general observar la interacción aeroservoelástica de una pala convencional y una pala que incorpora un alerón flexible comandado por actuadores piezoeléctricos.

1.5. Metodología

Para estudiar el fenómeno se propone un modelo basado en la co-simulación de los siguientes sub-sistemas que interactúan entre sí como se presenta en la Figura 1.9.

1. **Aerodinámica:** consiste en un modelo aerodinámico tridimensional basado en el método de red de vórtices inestacionario, o “UVLM” por sus siglas en inglés. El modelo es no-lineal e inestacionario y permite determinar el campo de presión actuante sobre un cuerpo deformable y en movimiento.
2. **Dinámica estructural:** consiste en un modelo tridimensional basado en la teoría clásica de vigas que reproduce el efecto de rigidización geométrica e incorpora las cargas de origen aerodinámico.
3. **Sistema alerón-actuadores:** consiste en un modelo multicuerpo de actuadores piezoeléctricos acoplados a un alerón flexible que incorpora la carga de origen aerodinámico, las cargas asociadas a la dinámica estructural de la pala, el acoplamiento electromecánico debido al efecto piezoeléctrico, y el trabajo del campo eléctrico externo.

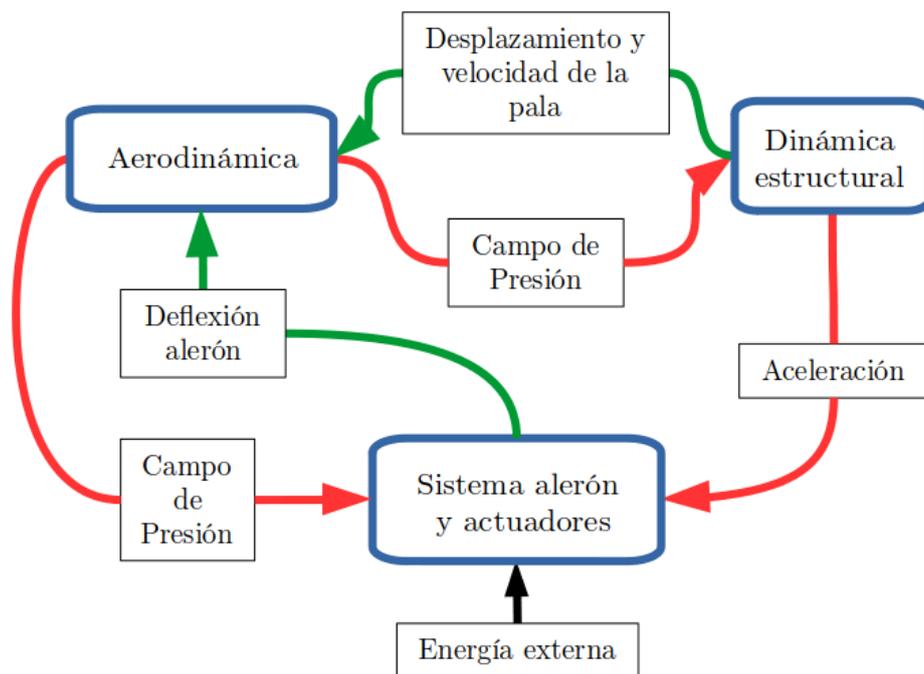


Figura 1.9: Interacciones aeroservoelásticas entre los tres subsistemas.

1.6. Organización de la tesis

La presente tesis se desarrolla en siete capítulos y cinco apéndices con el fin de facilitar la lectura de la misma.

En el segundo capítulo se describe el problema aerodinámico y la estrategia de aproximación implementada junto a sus hipótesis y alcance.

En el tercer capítulo se presenta el problema de la dinámica estructural de la pala y su aproximación numérica.

En el cuarto capítulo se describe el modelo del sistema conformado por el alerón y un conjunto de actuadores piezoeléctricos.

En el quinto capítulo se describe la integración en el tiempo de todos los modelos y la estrategia numérica para representar la interacción entre los mismos.

En el sexto capítulo se muestran los resultados de los experimentos numéricos realizados y se discuten las observaciones.

Finalmente, en el capítulo siete se repasan los objetivos planteados, los resultados observados, las conclusiones obtenidas a partir de los resultados y se proponen algunos trabajos futuros que surgieron durante el desarrollo de los experimentos numéricos.

Las variables, constantes y funciones se indican mediante letras en *itálica*. Los vectores algebraicos se indican con letras mayúsculas y en negrita \mathbf{V} . Las matrices se indican como los vectores pero entre corchetes [\mathbf{A}]. Los vectores geométricos se indican en minúsculas diferenciando los genéricos por una flecha \vec{v} de los unitarios que se indican con sombrero \hat{v} .

1.7. Publicaciones relacionadas con esta tesis

- Tripp N., Mirasso A., Preidikman S. “Numerical analysis of the influence of inertial loading over morphing trailing edge devices” Journal of Intelligent Material Systems and Structures Volume 29 issue 18 p. 3533-3549.
- Tripp N., Preidikman S., Mirasso A. “Aeroservoelastic behavior of a wind turbine typical section with an active smart flexible flap” Mecánica Computacional XXX, p. 2233-2249.
- Tripp N., Preidikman S., Mirasso A. “Modeling of a lifting surface with an active smart flexible flap”. Mecánica computacional, XXXI, p.823-839.
- Tripp N., Preidikman S., Mirasso A. “Simulation of a lifting surface with a flexible piezoelectric actuator in a rotating environment”. Mecánica computacional, XXXII, p.1519-1537.
- Tripp N., Preidikman S., Mirasso A. “La importancia de la vectorización en mecánica de fluidos computacional con elementos de contorno”. VI Latin American symposium on High Performance Computing 2013 (hpclatam2013), Mendoza, Argentina.
- Tripp N., Preidikman S., Mirasso A. “Modelo elástico no-lineal para simulaciones aeroelásticas” Tercer Congreso Argentino de Ingeniería Aeronáutica. 2014. Argentina.

Capítulo 2

Modelo aerodinámico

2.1. Introducción

En este capítulo se presenta el modelo aerodinámico implementado. En primer lugar se hará una breve introducción al estado del arte relacionado con la modelación aerodinámica de turbinas eólicas de eje horizontal. Seguidamente se presentarán los fundamentos teóricos del modelo adoptado y finalmente se expondrá su implementación computacional.

2.1.1. Modelación clásica de turbinas eólicas

Según describe H. Glauert en la compilación del estado del arte sobre aerodinámica editada por Durand (1936), los orígenes de la teoría de hélices se remontan a la propulsión de embarcaciones navales. Desde el principio, el desarrollo de la teoría de hélices siguió dos líneas de pensamiento independientes, las cuales pueden llamarse la teoría de la cantidad de movimiento, o “*Momentum theory*” en inglés, y la teoría del elemento de pala, o “*Blade Element theory*” en inglés.

En la teoría de la cantidad de movimiento, el objeto de estudio es el fluido que rodea la hélice. La teoría fue iniciada por W. J. M. Rankine en 1865 y R. E. Froude, y evolucionó por varios años. En su forma más general, el rotor es reemplazado por un “*disco actuador*” que introduce una pérdida de cantidad de movimiento en la dirección axial proporcional al empuje de la hélice, e introduce cantidad de movimiento angular como consecuencia de la reacción al torque producido por la hélice. El defecto principal de esta teoría es que no puede aplicarse en la práctica debido a que no considera la forma de la hélice.

En contraste, la teoría del elemento de pala se focaliza exclusivamente en la hélice y determina las fuerzas experimentadas por la hélice. Esta teoría se relaciona directamente con la geometría del rotor. Su desarrollo se debe a W. Froude en 1878 y a S. Drzewiecki en 1920. La idea fundamental consiste en realizar una partición del área barrida por la hélice en elementos anulares y aproximar la respuesta de cada elemento anular, promediada respecto del azimuth, por la respuesta aerodinámica de un perfil aerodinámico bidimensional independiente de sus perfiles vecinos. Además se considera que la velocidad experimentada por cada perfil está determinada únicamente por el movimiento de la hélice. El defecto principal de esta teoría es que se desconocen las condiciones de borde asociadas al fluido que rodea al rotor.

A principios del siglo XX reinaba un estado general de confusión y empirismo sobre este tema. N.E Joukowski, a partir de la teoría de vórtices de Prandtl, unificó ambas teorías en una teoría conjunta del elemento de pala y la cantidad de movimiento, más conocida

como “*Blade Element Momentum*” o “*BEM*” por sus siglas en inglés. En la teoría *BEM* se reconcilian y explican las diferencias entre las teorías de la cantidad de movimiento y del elemento de pala. Según la teoría de vórtices de Prandtl, la sustentación generada por un perfil aerodinámico se debe a la circulación del flujo alrededor de su contorno. Aplicado al problema de rotores, debe existir una circulación asociada a las fuerzas que experimentan las palas. La circulación se puede asociar a una línea vorticosa, adherida a la pala, cuya intensidad coincide con la circulación local. Por las leyes de Helmholtz acerca del movimiento de vórtices inmersos en un fluido irrotacional, una línea vorticosa debe formar un lazo cerrado o extenderse al infinito siguiendo el movimiento general del fluido. En la Figura 2.1 se ilustran los elementos de la teoría *BEM*.

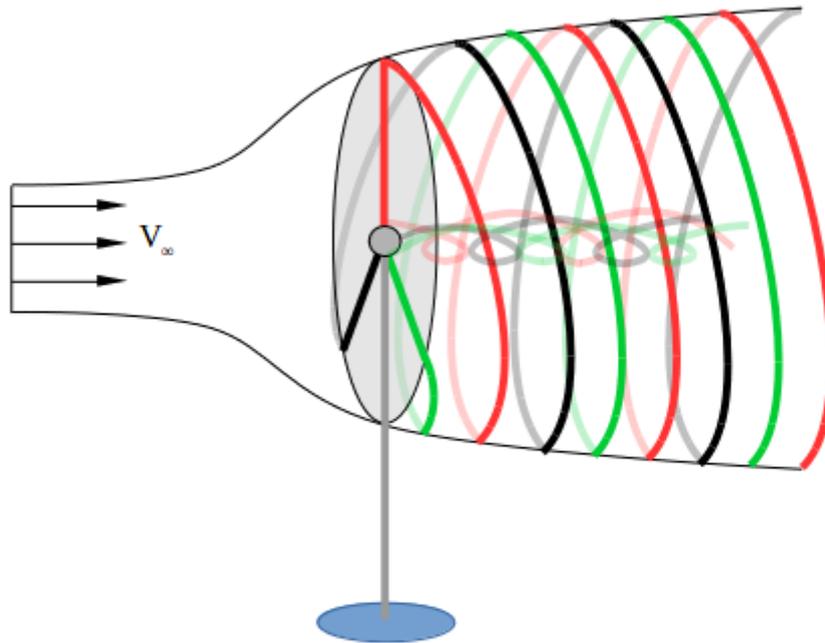


Figura 2.1: Elementos de la teoría *BEM*. La elipse gris representa el disco actuador, las curvas de colores son los desprendimientos de vorticidad para el caso de circulación uniforme.

Como la distribución de la sustentación generada por los perfiles aerodinámicos de la pala no es uniforme, la circulación cambia a lo largo de la envergadura de la pala y se desprenderá una línea vorticosa por cada cambio de la circulación local, dando origen a una sábana vorticosa como se ilustra en la Figura 2.2. Cada pala del rotor produce una sábana vorticosa y el conjunto de las sábanas desprendidas da origen a la estela del rotor.

El sistema de vórtices en la estela fue analizado por Betz (1927) . Asumiendo una hélice sin fricción y sin rotación de la estela, Betz consiguió establecer el límite para la eficiencia teórica máxima que una turbina puede alcanzar. Este límite se conoce como la ley de Betz. A partir del trabajo de Betz, Goldstein (1929) resolvió el problema de flujo potencial asociado a una estela formada por una doble helicoides rígida (debido a que consideró un rotor de dos palas) y logró relacionar el campo de velocidades inducido por la estela con las condiciones locales en el rotor. Este trabajo sirvió para el avance de trabajos de muchos otros autores, que utilizaron de referencia la solución analítica de Goldstein por varias décadas. Una limitación de la solución de Goldstein es que no

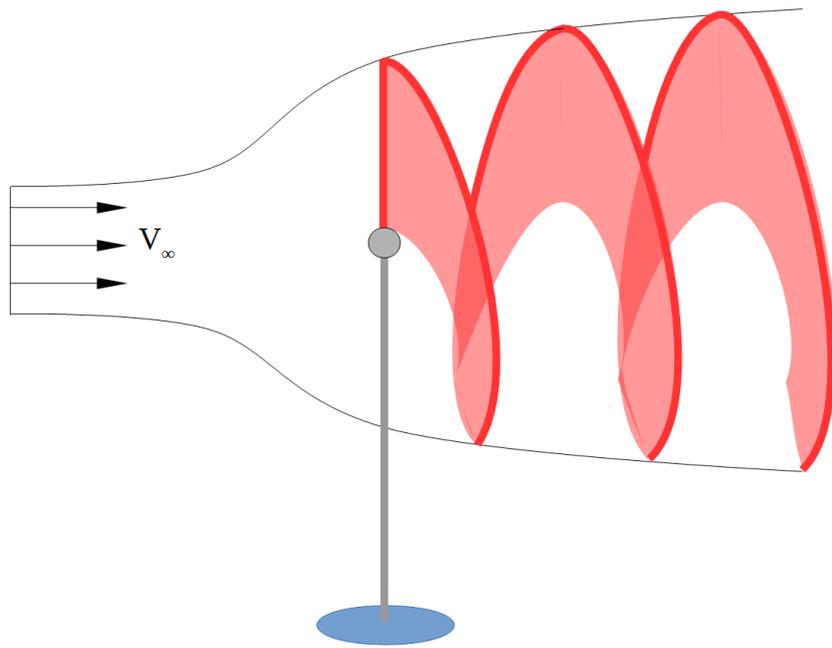


Figura 2.2: Sábana vorticosa producida por la variación de la circulación en una pala.

considera la contracción o expansión de la estela.

Conclusiones obtenidas a partir de la teoría BEM

Una conclusión importante de esta teoría es que la velocidad axial del fluido a través del disco es el promedio entre la velocidad de avance de la hélice y la velocidad en la estela desprendida del rotor. Además, el campo de velocidades alrededor de la hélice produce un sistema de vórtices que nace en las palas, debido a los cambios en la circulación, y es conveccionado aguas abajo.

Según los resultados observados en el experimento “SMART”, Berg and Barone (2014) concluyen que los modelos basados en la teoría BEM usualmente promedian la solución sobre regiones anulares del rotor y podrían ser inadecuados para determinar importantes cambios espaciales e instantáneos, en la distribución de la carga aerodinámica sobre la pala.

Es importante destacar que en la actualidad la industria y los entes de certificación de turbinas eólicas utilizan para sus análisis la teoría BEM. Algunos de los códigos que la implementan son: *BLADED*, *FAST*, *FLEX4* y *HAWC2*. Gebhardt (2012) presenta una lista completa de los códigos más utilizados.

2.1.2. Evidencia experimental del campo de velocidades producido por turbinas eólicas de eje horizontal

Según Vermeer et al. (2003) la investigación en aerodinámica de turbinas eólicas ha contribuido significativamente al éxito de la energía eólica moderna. Se desarrollaron

y verificaron reglas ingenieriles para mejorar la exactitud de los modelos aerodinámicos disponibles. Todas estas reglas ad-hoc tienen una aplicación limitada y según el autor está creciendo la necesidad de reemplazar dichas reglas por un conocimiento más profundo de la física que gobierna el fenómeno. Ésta es una de las razones por la cual la investigación en aerodinámica de turbinas eólicas a nivel mundial muestra una marcada tendencia hacia las cuestiones de base. La mayoría de los programas de investigación está retornando a la experimentación en turbinas reales en condiciones controladas de laboratorio. A continuación se mencionan algunos de los experimentos más destacados.

El “Unsteady Aerodynamic Experiment” de los Estados Unidos

Los resultados más prometedores pueden obtenerse a través de la experimentación de rotores a escala real dentro de túneles de viento. Sin embargo, si consideramos que las turbinas eólicas de eje horizontal actuales poseen diámetros cercanos a los 100 metros, estos experimentos resultan muy costosos debido al tamaño necesario del túnel de viento. Existe un único experimento realizado a escala real de una turbina eólica de eje horizontal dentro de un túnel de viento, el “Unsteady Aerodynamic Experiment” del laboratorio NREL en EEUU. En este experimento se colocó una turbina de investigación con un rotor de 10 metros de diámetro dentro de un túnel de viento de la agencia NASA-Ames, que cuenta con una sección de prueba de 24,4 metros por 36,6 metros. La relación entre el área barrida del rotor y el área transversal túnel fue de 1:10,8 y el número de Reynolds fue 1.000.000. Durante el experimento se realizaron visualizaciones de flujo inyectando al fluido humo desde la punta de la pala. La visualización de flujo con humo puede dar información cualitativa acerca del flujo en la región cercana al rotor y puede revelar áreas de interés. Hay dos formas de introducir el humo, inyectando el mismo a partir de una tobera externa, de manera que el humo es transportado con la velocidad entrante y produce una vista de corte de los vórtices de punta; o inyectándolo desde el modelo, por lo general cerca de la punta de la pala, de manera que el rastro de humo es transportado con la velocidad local y muestra una traza helicoidal. Con esta clase de visualización no queda claro si el humo revela el camino del vórtice de punta o alguna línea de corriente cercana a la región de la punta de la pala. Estos experimentos fueron realizados a valores de arrastre muy bajos, por lo tanto apenas se produce una expansión de la estela. Según reportan Simms et al. (2001), para maximizar los beneficios del experimento, el NREL formó un panel de científicos conformado por expertos en modelación de turbinas eólicas de todo el mundo. Con la guía del panel, el NREL especificó las condiciones y configuraciones bajo las cuales la turbina debía ser operada dentro del túnel a los efectos de obtener datos útiles para validar modelos numéricos de turbinas eólicas. Se ensayaron más de 1700 condiciones de funcionamiento de la turbina eólica de prueba. Luego de la finalización del experimento, los expertos en modelación de turbinas eólicas realizaron predicciones del desempeño de la turbina ensayada a partir de la geometría de la misma y las condiciones del experimento pero sin observar los resultados experimentales obtenidos. Los resultados experimentales del ensayo no fueron publicados sino hasta después de la presentación de las predicciones computacionales. Se presentaron los resultados de los modelos y del ensayo a fines del año 2000. En la comparación de los resultados observados y predichos, participaron 30 expertos de 18 organizaciones públicas y privadas de todo el mundo. Para obtener las predicciones se utilizaron 19 herramientas computacionales distintas. La comparación de los resultados experimentales y predicciones mostró que todos los códigos fueron inconsistentes. En algunos casos las predicciones fueron buenas y en otros fracasaron espectacularmente. Para el caso más sencillo de predecir, las predicciones de la potencia de la turbina variaron entre el 25 % y 175 % del valor observado en el túnel.

Situaciones similares se dieron en la predicción de cargas y desplazamientos de las palas para los casos con flujo desprendido. La lección aprendida fue que, en general, aún se necesitan mejorar significativamente los modelos aerodinámicos existentes.



Figura 2.3: El “Unsteady Aerodynamic Experiment”.

El experimento “MEXICO” de la Unión Europea

Según Kloosterman (2009), un proyecto similar al Unsteady Aerodynamic Experiment fue realizado con el acrónimo MEXICO, o “Model rotor EXperiments In Controlled Conditions”. En este experimento se ensayó un rotor de 3 palas y 4,5 metros de diámetro dentro del túnel LLF del grupo Holandés-Alemán “Duits Nederlandse Windtunnels” que cuenta con una sección de prueba de 9,5 metros por 9,5 metros y puede producir velocidades de 62m/s. La particularidad del proyecto fue que, en vez de usar humo (para observar el campo de velocidades), se utilizó la técnica de seguimiento de partículas, “PIV” o *Particle Image Velocimetry* en inglés. Mediante esta técnica se pueden obtener resultados cuantitativos del campo tridimensional de velocidades. En particular se obtuvieron imágenes de los vórtices de punta de pala en función de su posición aguas abajo del rotor. Con esta información, Kloosterman realizó una comparación de dos modelos de vórtice viscoso, el modelo de Lamb-Oseen (LO) y el de Ramasamy-Leishman (RL) (Ramasamy and Leishman, 2007). En su comparación Kloosterman encontró que el modelo de RL subestima significativamente la distribución de velocidad tangencial, mientras que el de LO sobreestima la velocidad tangencial en la proximidad del núcleo del vórtice, aunque en menor medida que el modelo RL.

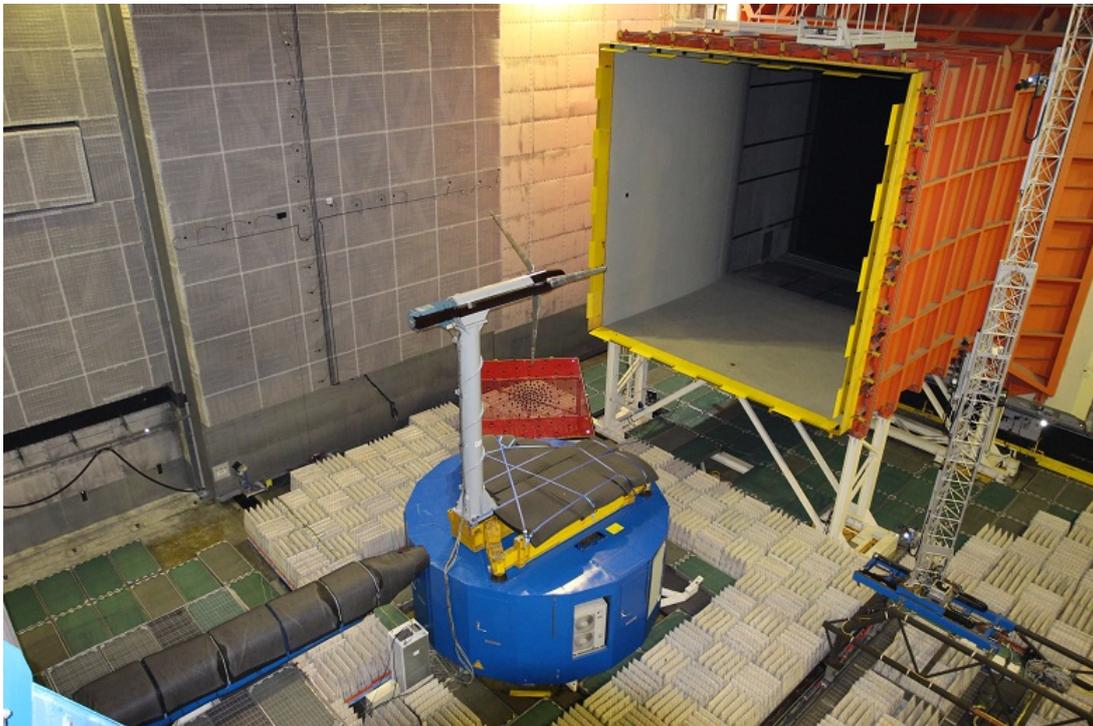


Figura 2.4: Experimento “MEXICO”.

2.1.3. Métodos vorticosos

En problemas de flujo incompresible y de gran número de Reynolds es matemáticamente correcto y por lo general conveniente considerar la dinámica del fluido en términos de parcelas de vorticidad que inducen movimiento entre ellas (Leonard, 1980). Los denominados *métodos vorticosos* simulan flujos de este tipo, discretizando las parcelas de vorticidad y siguiendo la evolución no viscosa de estas regiones mediante una descripción lagrangeana. A continuación se presentan los fundamentos de los métodos vorticosos.

Formulación vorticidad-velocidad

A continuación se presenta una transformación de las variables a la forma vorticidad-velocidad como describe Gatski (1991).

El movimiento de fluidos Newtonianos incompresibles de densidad ρ , viscosidad ν , sin transferencia de calor y sujeto a fuerzas volumétricas \vec{f} , se puede describir mediante la ecuación de continuidad (2.1) y la ecuación de transporte de la cantidad de movimiento (2.2),

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \vec{f} + \nu \nabla^2 \vec{v} \quad (2.2)$$

donde \cdot es el producto escalar, $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$, ∇^2 es el operador laplaciano, t es el tiempo, $\vec{v} = \vec{v}(\vec{r}, t)$ es el campo de velocidad absoluta, \vec{r} es el vector posición y $p = p(\vec{r}, t)$ es el campo de presión.

Para definir por completo el problema se necesitan establecer condiciones de borde e iniciales. En problemas con sólidos inmersos en el fluido, la condición de borde más usual es la condición de “no deslizamiento” sobre las paredes del sólido en contacto con el fluido. A su vez en problemas con dominios infinitos se deben especificar la velocidad y presión de la corriente libre.

Las ecuaciones (2.1) y (2.2) están formuladas en las llamadas variables *primitivas* (velocidad \vec{v} y presión p). Para determinar una aproximación numérica del campo de velocidades del problema planteado en las variables primitivas es necesario discretizar todo el dominio, lo cual implica un gran esfuerzo computacional.

Es conveniente introducir la definición de la vorticidad $\vec{\omega}$,

$$\vec{\omega}(\vec{r}, t) \triangleq \nabla \times \vec{v} \quad (2.3)$$

donde \times indica producto vectorial.

Considerando fuerzas volumétricas irrotacionales (i.e. $\nabla \times \vec{f} = 0$) y utilizando la definición de vorticidad (2.3), se transforma la ecuación (2.2) en la ecuación del transporte de la vorticidad,

$$\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \vec{\omega} - \vec{\omega} \cdot \nabla \vec{v} = \nu \nabla^2 \vec{\omega} \quad (2.4)$$

La ecuación (2.4) representa explícitamente la física del flujo. El primer término del lado izquierdo representa la evolución temporal de la vorticidad, el segundo su convección y el tercero su *estiramiento* de la vorticidad (el cual se puede considerar como un mecanismo de transferencia de la energía entre las pequeñas y grandes escalas del flujo, i.e. es una manifestación de flujo turbulento). El término de la derecha representa la difusión viscosa de vorticidad.

La ecuación de continuidad (2.1) y la definición de la vorticidad (2.3) se pueden combinar para obtener una ecuación diferencial elíptica del tipo de Poisson,

$$\nabla^2 \vec{v}(\vec{r}, t) = -\nabla \times \vec{\omega}(\vec{r}, t) \quad (2.5)$$

La formulación velocidad-vorticidad del movimiento de fluidos Newtonianos queda expresada por las ecuaciones (2.4) y (2.5). Esta formulación posee las siguientes propiedades:

- Las ecuaciones de conservación se separan en una ecuación parabólica, de naturaleza dinámica, que describe el transporte de la vorticidad y una o dos ecuaciones elípticas, de naturaleza cinemática, que relacionan el campo de velocidades y el campo de vorticidad instantáneamente.
- El campo de presiones es un resultado derivado y no forma parte del proceso de solución.
- En el caso tridimensional, la solución a través del enfoque velocidad-vorticidad requiere de la solución de seis variables dependientes (las tres componentes de \vec{v} más las tres componentes de $\vec{\omega}$) en vez de las cuatro primitivas (las tres componentes de \vec{v} más el campo de presión p). Este esfuerzo extra se ve compensado por la obtención de mayor información acerca del flujo.

Abordaje integro-diferencial

La relación cinemática (2.5) se puede expresar en forma de una ecuación integral (2.6) que permite evaluar la velocidad absoluta de una partícula de fluido a partir de la distribución de la vorticidad (Abedi, 2016),

$$\vec{v}(\vec{r}, t) = -\frac{1}{4\pi} \iiint_{\Omega(t)} \frac{(\vec{r} - \vec{r}_0) \times \vec{\omega}(\vec{r}_0, t)}{\|\vec{r} - \vec{r}_0\|_2^3} d\Omega \quad (2.6)$$

donde la integración se realiza sobre una región $\Omega(t)$ centrada en la posición definida por el vector de posición \vec{r}_0 .

Como destaca Preidikman (1998) la ecuación (2.6) muestra que las zonas con flujo irrotacional, esto es $\vec{\omega} = \vec{0}$, no contribuyen al campo de velocidades. Entonces para describir la totalidad del campo de velocidad en cada instante de tiempo, solamente es necesario conocer la distribución espacial de la vorticidad y su evolución en el tiempo. Se puede pensar en una partición del dominio del problema aerodinámico en un subdominio rotacional y en un subdominio irrotacional que interactúan a través de las ecuaciones (2.4) y (2.6). Al conjunto formado por las ecuaciones (2.4) y (2.6) se lo conoce como abordaje integro-diferencial (Wu and Thompson, 1973).

Partición del dominio vorticoso

Para poder evaluar la velocidad de una partícula del fluido mediante la ecuación integral (2.6) es necesario discretizar el campo de vorticidad mediante un conjunto de elementos de fluido que transportan vorticidad. A continuación se describen algunos de los elementos más utilizados.

Dimensión-0 (Partículas vorticosas) El campo de la vorticidad se concentra en un conjunto finito de partículas que transportan una magnitud vectorial relacionada con el campo de vorticidad. El término de estiramiento de la ecuación de transporte de vorticidad (2.4) se obtiene a partir de leyes apropiadas que modifican la circulación concentrada en cada partícula (Cottet and Koumoutsakos, 2000). Aunque existen muchos trabajos que utilizan las partículas vorticosas (por ejemplo Chorin (1973); Krasny (1988)) la mayor desventaja de este método radica en que no garantiza que la aproximación de la vorticidad sea solenoidal. Tampoco se garantiza la conservación de la circulación.

Dimensión-1 (Filamentos vorticosos) A principios de los años 60, en el auge de la computación digital comenzó la “Era de la estela vorticiosa modelada por computador” Foley (1976). Uno de los primeros trabajos presentados fue el de Piziali and DuWaldt (1962). Piziali y Duwalt modelaron las palas de un rotor de helicóptero mediante líneas sustentadoras segmentadas y representaron la vorticidad desprendida como un conjunto de curvas que concentran circulación y se originan desde los extremos de los segmentos de la línea sustentadora. A estas curvas se las denomina “filamentos vorticosos”. La geometría de los filamentos vorticosos es predeterminada a partir de otros modelos u observaciones experimentales. Para evaluar las velocidades inducidas por los filamentos vorticosos, los autores utilizaron la ley de Biot-Savart. La metodología de Piziali y Duwalt se convirtió en el procedimiento estándar para el análisis de estelas producidas por rotores de helicópteros. Uno de los primeros trabajos donde se permite a la estela, producida por un rotor, desarrollarse libremente es el de Sadler (1971). Sadler determinó la geometría de la estela desprendida separando los filamentos vorticosos, en segmentos de curva que transportan circulación, y tratando los extremos de tales segmentos como marcadores lagrangeanos, que son transportados por el fluido según el campo de velocidad local. Esta metodología permite determinar la expansión o contracción de la estela. La gran desventaja del método de Sadler es su alto costo computacional, ya que el problema numérico es similar a uno de N-cuerpos y se deben calcular las velocidades inducidas entre todos los segmentos vorticosos para cada paso de tiempo. Cottet and Koumoutsakos (2000) afirman que en los métodos de filamentos vorticosos el término de estiramiento de la ecuación de transporte de vorticidad (2.4) se recupera de forma implícita a través de la convección de los elementos de línea que conforman los filamentos. Además los autores destacan que el método de filamentos vorticosos conserva la circulación. Existe una importante cantidad de trabajos que utilizan la representación por filamentos vorticosos, entre los cuales se pueden destacar los artículos de (Afjeh and Keith, 1986), (Gupta and Leishman, 2005), (Kloosterman, 2009) y (Abedi, 2016).

Dimensión-2 (Elementos superficiales de vorticidad) En este caso el dominio de la vorticidad se particiona con elementos superficiales a los que se adjunta una o más distribuciones de alguna solución potencial, e.g. la fuente, el vórtice y el doblete. Según la distribución utilizada se obtiene el método de red de dobletes, *DLM* por sus siglas en inglés, o el método de red de vórtices, *VLM* por sus siglas en inglés, (Bertin and Cummings, 2009). Como muestran Katz and Plotkin (2001) existe una equivalencia entre una distribución de dobletes de intensidad constante adherida a un elemento superficial y un conjunto de segmentos vorticosos de circulación constante que se ubican en el perímetro del mismo elemento superficial. De modo que se puede representar la distribución superficial de la vorticidad mediante una red de cuadriláteros de segmentos que concentran circulación. Murua et al. (2012) destaca que la versión inestacionaria del método de red de vórtices, denominado *UVLM* por sus siglas en inglés, es una herramienta poderosa y

útil para predecir las cargas aerodinámicas transitorias sobre superficies sustentadoras a velocidades subsónicas de gran número de Reynolds. El *UVLM* permite la inclusión de efectos inerciales no-lineales del fluido que son de gran interés para el análisis aeroelástico. La investigación de la aerodinámica de superficies sustentadoras con paneles es extensa, se recomiendan los trabajos de Belotserkovskii (1977), Konstadinopoulos et al. (1985), Strganac (1987), Simoes and Graham (1992), Preidikman (1998), Kloosterman (2009), Ng et al. (2015) y Abedi (2016)

Modelos de vórtices

El modelo más simple de un vórtice es una solución elemental de la ecuación de continuidad para el caso de flujo potencial, i.e. flujo no viscoso e irrotacional. Para el caso bidimensional la solución elemental, conocida como *vórtice potencial*, expresada en coordenadas polares desde el centro del vórtice es,

$$V_{\theta}(r) = \left(\frac{\Gamma}{2\pi r} \right) \quad (2.7)$$

donde r es la coordenada radial desde el centro del vórtice, θ es la coordenada tangencial, $V_{\theta}(r)$ es la componente tangencial de la velocidad y Γ es la circulación del vórtice potencial.

Un serio problema que presenta el vórtice potencial es que la ecuación (2.7) posee una asíntota vertical cuando la distancia radial tiende a cero. Esta discontinuidad produce magnitudes de velocidad infinitas que en flujos reales son reducidas por la presencia de viscosidad. Para poder sortear este problema se pueden utilizar modelos semi-empíricos que introducen conceptos físicos observados en vórtices o estrategias de naturaleza matemática.

Leishman (2006) analizó los modelos de vórtices que se utilizan en la simulación de la estela de rotores de helicópteros. En estos modelos de naturaleza semi-empírica se representa únicamente la componente tangencial de la velocidad ya que las demás componentes resultan despreciables. A continuación se presentan algunos de los modelos de vórtices más utilizados.

En el modelo de *Rankine* se representa el vórtice viscoso como una región interior que rota como un cuerpo rígido y una región exterior que se comporta como flujo potencial. Dentro de la región interior denominada núcleo, la componente tangencial de la velocidad $V_{\theta}(r)$ aumenta linealmente en función de la distancia radial r , mientras que en la región exterior V_{θ} decrece siguiendo la ecuación (2.7). En la intersección de ambas regiones se alcanza el valor máximo de V_{θ} . Para poder definir una función en ambas regiones resulta conveniente establecer el radio del núcleo del vórtice $r_c(t)$, que representa la distancia radial donde se obtiene el máximo valor de la componente tangencial de la velocidad.

$$V_{\theta}(\bar{r}, t) = \begin{cases} \left(\frac{\Gamma}{2\pi r_c} \right) \bar{r}, & 0 \leq \bar{r} \leq 1 \\ \left(\frac{\Gamma}{2\pi r_c} \right) \frac{1}{\bar{r}}, & \bar{r} > 1 \end{cases} \quad (2.8)$$

donde \bar{r} es la distancia radial desde el centro del vórtice adimensionalizada por $r_c(t)$ y Γ es la circulación del vórtice.

Aunque el modelo de Rankine expresado mediante la función (2.8) presenta los rasgos principales de un vórtice viscoso, el modelo predice valores irreales de V_{θ} y presenta una discontinuidad en la frontera entre ambas regiones (Vatistas et al., 1991).

Un modelo alternativo es el de Lamb y Oseen (Leishman et al., 2002) quienes resolvieron una forma simplificada de las ecuaciones de Navier-Stokes para un único vórtice

bidimensional inmerso en un flujo libre, incompresible y laminar. La componente tangencial de la velocidad que se obtiene para este modelo es

$$V_{\theta}(\bar{r}) = \frac{\Gamma}{2\pi r_c} \frac{(1 - e^{-1,25643\bar{r}^2})}{\bar{r}} \quad (2.9)$$

Una familia de perfiles de $V_{\theta}(\bar{r})$ de naturaleza empírica es la propuesta por Vatistas (Vatistas et al., 1991), quienes afirman que ajusta bien a datos experimentales. En este caso la componente tangencial de la velocidad es

$$V_{\theta}(\bar{r}) \triangleq \frac{\Gamma}{2\pi r_c} \frac{\bar{r}}{(1 + \bar{r}^{2n})^{1/n}} \quad , \quad n = 1, 2, \dots \quad (2.10)$$

Tomando $n=1$ el modelo de vórtice se conoce como vórtice de Scully. Solamente los casos de $n=1$ y $n=2$ tienen significado físico, aunque si n tiende a infinito, se recupera el vórtice de Rankine.

Otra alternativa de naturaleza matemática es suavizar la discontinuidad introduciendo una constante positiva δ , denominada “parámetro de corte” o “cutoff” en inglés (Van Garrel, 2003).

$$V_{\theta}(r) \triangleq \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{r}{(\delta^2 + r^2)} \quad (2.11)$$

Si comparamos la ecuación (2.11) con la familia propuesta por Vatistas (2.10) se observa que el modelo de vórtice con cutoff es similar al modelo de vórtice de Scully.

Efectos de la viscosidad

El término de difusión viscosa $\nu \nabla^2 \vec{v}$ en la ecuación (2.2) tiene dos consecuencias importantes, la creación de vorticidad sobre las paredes sólidas y la difusión de la vorticidad dentro del fluido.

condición de no deslizamiento en paredes La condición de no deslizamiento en paredes da lugar a la creación de vorticidad adherida a la pared. A partir del balance de la cantidad de movimiento (2.2) sobre la pared y considerando la condición de no deslizamiento, Leonard (1980) presenta una relación explícita entre la generación de vorticidad en dirección normal a la pared $\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial \eta}$ y el gradiente de presión sobre la pared ∇p ,

$$\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial \eta} = - \frac{\hat{n} \times \nabla p}{\mu} \quad (2.12)$$

donde η es una coordenada en la dirección normal a la pared y \hat{n} es el vector normal a la pared.

Difusión viscosa de la vorticidad Según Leonard (1980) el efecto de la difusión viscosa de la ecuación (2.4) se puede tratar de forma precisa mediante un crecimiento de $r_c(t)$. Leishman et al. (2002) presenta la siguiente relación para el crecimiento viscoso de $r_c(t)$,

$$r_c(t) = \sqrt{4\alpha\nu_T t} \quad (2.13)$$

donde $\alpha = 1,25643$, ν_T es la viscosidad turbulenta y t es el tiempo transcurrido desde la creación del vórtice. Según Shreyas et al. (2002) en un flujo vorticoso real la difusión viscosa ocurre alrededor de diez veces más rápido que considerando solamente la difusión molecular.

Convección de los elementos vorticosos

Considerando el flujo alrededor de las palas de turbinas eólicas, se puede justificar que los efectos viscosos están confinados a escalas mucho menores que las asociadas al flujo potencial. Por lo tanto se puede utilizar una descripción lagrangeana del flujo con elementos de fluido que transportan vorticidad, denominados elementos vorticosos. Según Cottet and Koumoutsakos (2000) el movimiento de los elementos vorticosos obedece ciertas leyes delineadas primero por Helmholtz para flujo no viscoso, y luego extendidas por Kelvin para incluir los efectos de la viscosidad. Si se considera que el flujo es incompresible, no viscoso e irrotacional, el segundo teorema de Helmholtz establece que los segmentos vorticosos se mueven como líneas materiales, i.e. los segmentos se desplazan mediante el movimiento de marcadores lagrangeanos en el fluido (Leishman et al., 2002). La ecuación de movimiento de los marcadores lagrangeanos es

$$\frac{d}{dt}\vec{r} = \vec{v}(\vec{r}) \quad (2.14)$$

donde \vec{r} es el vector posición del marcador lagrangeano y $\vec{v}(\vec{r})$ es la velocidad local del fluido en la posición \vec{r} .

Aunque la ecuación (2.14) parece simple de resolver, el campo de velocidad local del fluido $\vec{v}(\vec{r})$ es muy complejo debido a la interacción entre todos los segmentos vorticosos.

2.2. Descripción del modelo aerodinámico

El modelo aerodinámico implementado en la presente tesis es una versión no-lineal e inestacionaria del método de red de vórtices, o “UVLM” por sus siglas en inglés. Con respecto al problema aerodinámico de una pala de turbina eólica de eje horizontal, el presente modelo permite obtener una aproximación del campo instantáneo de presiones sobre la pala, cuya geometría puede ser arbitraria y también puede deformarse en el tiempo. A su vez, el modelo permite determinar la evolución de las estelas desprendidas de la pala.

El modelo aerodinámico propuesto se basa en las siguientes hipótesis:

- Se considera que el flujo es incompresible, de gran número de Reynolds y se extiende al infinito. De manera que el dominio del fluido se puede particionar en una pequeña región que contiene vorticidad y otra que es irrotacional como se presenta en la Figura 2.5.
- Los espesores de los perfiles aerodinámicos son pequeños respecto a su cuerda. Por lo tanto se reemplaza la geometría exacta de la pala por una superficie media definida por la línea de curvatura media de los perfiles aerodinámicos.
- Los ángulos de ataque son pequeños.

Las condiciones del problema aerodinámico son las siguientes:

- Las perturbaciones introducidas por la pala en el fluido se extinguen en la frontera lejana del dominio.
- La pala es impermeable, por lo tanto la componente normal de la velocidad sobre la pala es nula.

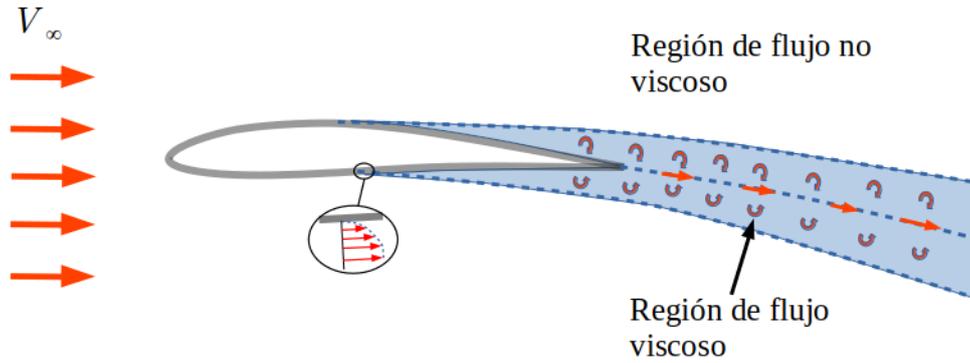


Figura 2.5: Flujo de gran número de Reynolds.

- Se convecta una cantidad determinada de vorticidad hacia el fluido desde el borde de fuga, i.e. condición de Kutta.

A partir de las hipótesis y condiciones planteadas, se representa la superficie media de la pala y su estela desprendida por superficies que concentran vorticidad, denominadas “sábanas vorticosas”. Las sábanas vorticosas se consideran inmersas en un fluido irrotacional.

Las sábanas vorticosas se discretizan utilizando “anillos vorticosos”, i.e. cuadriláteros de segmentos vorticosos rectilíneos y de igual circulación. La sábana desprendida se desarrolla libre de fuerzas y su posición se determina considerando que los extremos de los segmentos vorticosos son marcadores lagrangeanos.

Por lo expuesto anteriormente, el modelo aerodinámico propuesto queda descrito matemáticamente mediante,

- la ecuación (2.6) para evaluar el campo de velocidad asociado a las sábanas vorticosas,
- la condición de no-penetración sobre la pala y el desvanecimiento de las perturbaciones en la frontera lejana para determinar las circulaciones de los anillos de la sábana adherida,
- la ecuación (2.14) para desplazar los marcadores lagrangeanos de la estela,
- la conservación de la circulación para determinar la circulación de los anillos de la sábana desprendida, y,
- la ecuación de Bernoulli inestacionaria, que se obtiene a partir de la (2.2), para determinar el campo de presión sobre la pala.

2.2.1. Marcos de referencia utilizados

La formulación matemática del modelo aerodinámico se describe utilizando un marco de referencia B que gira solidario a la pala alrededor de un marco de referencia N inercial. En la Figura 2.6 se presentan ambos marcos de referencia.

El marco de referencia N está definido por la terna de vectores directores $\hat{n}_1, \hat{n}_2, \hat{n}_3$. El origen se encuentra ubicado en el centro del rotor de la turbina eólica. El vector director \hat{n}_2 es normal al plano de rotación. El vector director \hat{n}_1 pertenece al plano de rotación y apunta en la dirección vertical.

El marco de referencia B está definido por la terna de vectores directores $\hat{b}_1, \hat{b}_2, \hat{b}_3$. El origen coincide con el definido para el marco de referencia N . El vector director \hat{b}_1 está orientado en la dirección radial y sigue a la pala durante su rotación alrededor de \hat{n}_2 . El vector director \hat{b}_3 está contenido en el plano de rotación de la pala.

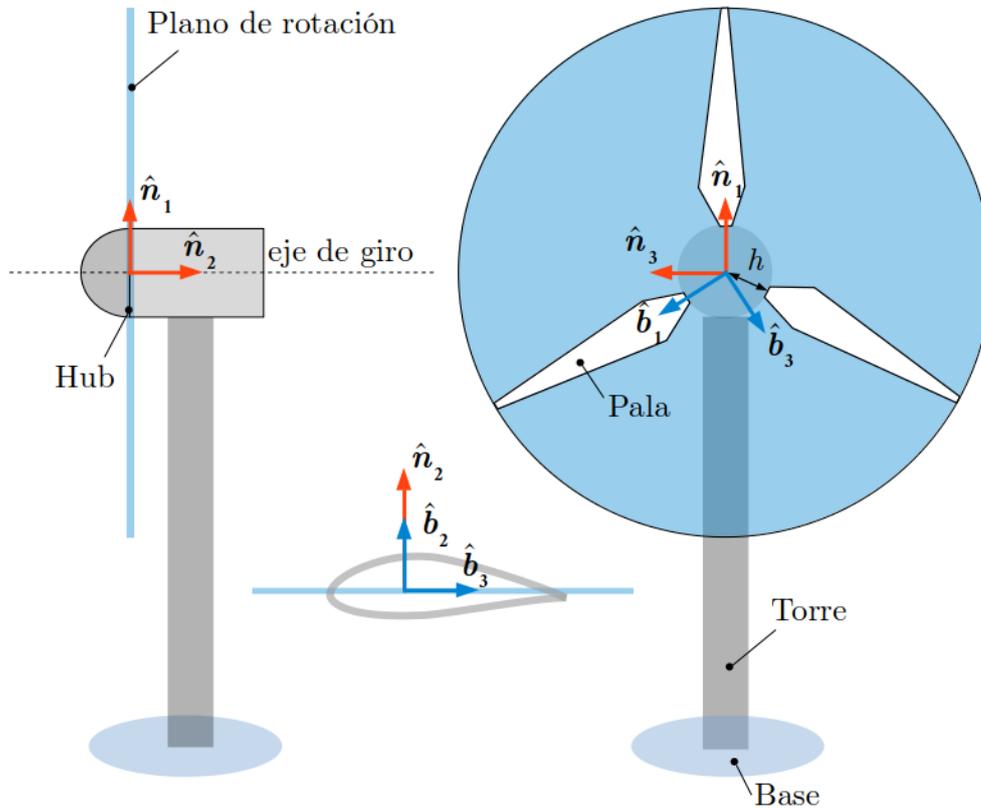


Figura 2.6: Marcos de referencia del modelo.

Se define un sistema de referencia cartesiano sobre el marco de referencia B , con componentes (x_b, y_b, z_b) . El origen del sistema de referencia está desplazado respecto al eje de giro de la turbina una distancia radial h , que corresponde al radio del *hub* de la turbina.

2.2.2. Adimensionalización del modelo

Según (Konstadinopoulos et al., 1985) es deseable que los elementos de las sábanas vorticosas sean similares para obtener un malla uniforme. Como el tamaño de los segmentos de la sábana vorticosa desprendida, en la dirección del flujo, depende de la velocidad local y el paso de tiempo elegido, se utilizan los siguientes parámetros para adimensionalizar las variables del modelo y obtener tamaños parecidos entre los segmentos que forman la estela desprendida y los correspondientes a la sábana vorticosa adherida.

- Longitud característica (LC): fracción de la cuerda media aerodinámica.

- Velocidad característica (VC): la velocidad en la sección de la cuerda media aerodinámica, obtenida por teoría BEM considerando una inducción ideal.

$$VC = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\|\vec{v}_\infty\|\right)^2 + (\omega_y r^2)^2}$$

- Tiempo característico (TC): $TC = \frac{LC}{VC}$.

2.2.3. Discretización de las sábanas vorticosas

Las sábanas vorticosas se reemplazan con un conjunto finito de cuadriláteros de segmentos vorticosos rectilíneos que se denominan “*anillos vorticosos*”. En cada anillo vorticoso, los segmentos vorticosos que lo componen poseen la misma circulación $\Gamma(t)$. Cada esquina del anillo vorticoso es un marcador lagrangeano. En la Figura 2.7 se presenta la discretización propuesta.

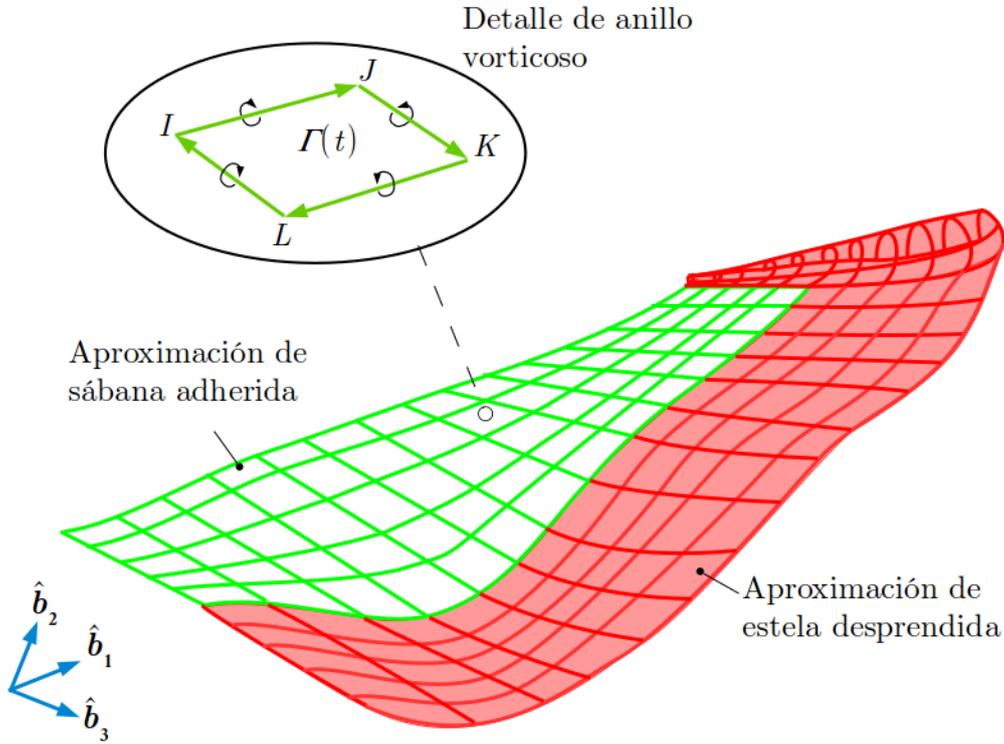


Figura 2.7: Discretización de las sábanas vorticosas.

La velocidad absoluta asociada a un segmento vorticoso recto definido por los marcadores lagrangeanos I y J , como el que se muestra en la Figura 2.8, se determina siguiendo el trabajo de Preidikman (1998) mediante la siguiente ecuación,

$$\vec{v}(\vec{r}_1, t) = \frac{\Gamma(t) \vec{l} \cdot (\hat{e}_1 - \hat{e}_2)}{4\pi \|\vec{l} \times \vec{r}_1\|_2^2} (\vec{l} \times \vec{r}_1) \quad (2.15)$$

donde \vec{l} es el vector definido por los marcadores lagrangeanos, \vec{r}_1 es el vector posición del punto de evaluación de la velocidad P relativo al marcador lagrangeano I , y \hat{e}_1 y \hat{e}_2 son

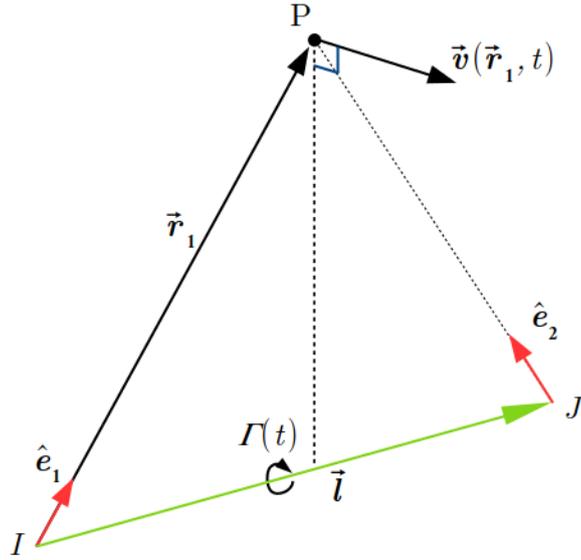


Figura 2.8: Segmento vorticoso.

vectores directores unitarios que apuntan al punto P desde los marcadores lagrangeanos I y J respectivamente.

La ecuación (2.15) satisface la segunda condición de borde naturalmente porque representa el vórtice potencial. Para suavizar la discontinuidad de la función (2.15) cuando el punto P yace sobre el segmento vorticoso, se introduce un radio de corte δ como lo presentan Roccia et al. (2012), de la siguiente forma,

$$\vec{v}(\hat{r}_1, t) = \frac{\Gamma(t)}{4\pi} \frac{\hat{l} \cdot (\hat{e}_1 - \hat{e}_2)}{\|\hat{l} \times \hat{r}_1\|_2^2 + (\delta \|\hat{l}\|_2)^2} (\hat{l} \times \hat{r}_1) \quad (2.16)$$

En la Figura 2.9 se presenta el efecto del radio de corte.

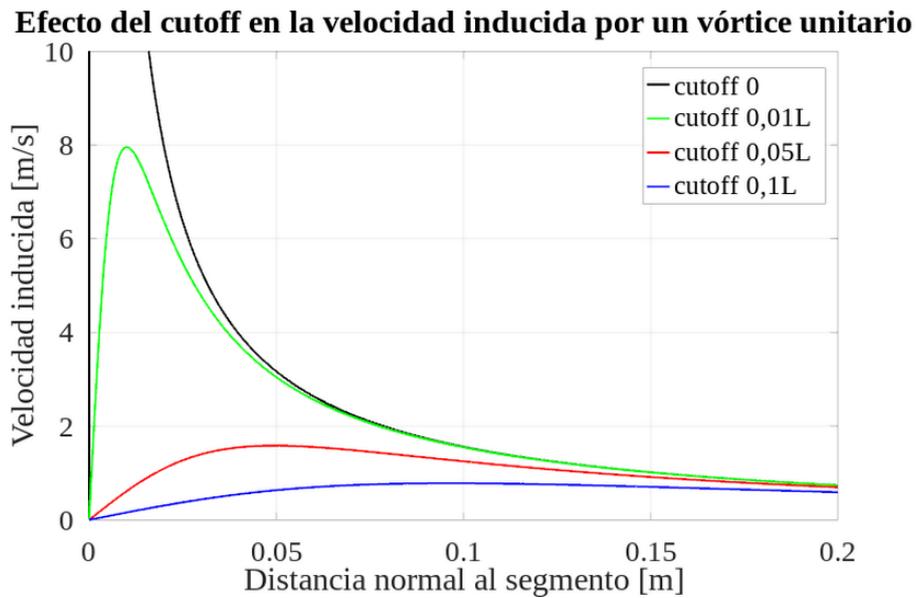


Figura 2.9: Efecto del radio de corte en la velocidad inducida por un segmento vorticoso.

2.2.4. Determinación de las circulaciones de los anillos vorticosos adheridos

La condición de no-penetración establece que la velocidad relativa entre una partícula de fluido, que ocupa una posición geométrica sobre una pared sólida, y una partícula material de la propia pared, debe ser cero en la dirección normal. La imposición de esta condición sobre algunos lugares de la sábana vorticiosa adherida permite obtener el siguiente sistema de ecuaciones donde las circulaciones de los anillos vorticosos adheridos son las incógnitas. Los lugares donde se satisface la condición de no-penetración se denominan *puntos de control*.

$$\left(\vec{v}_{adherida}(\vec{r}_{pc}^k, t) + \vec{v}_{estela}(\vec{r}_{pc}^k, t) + \vec{v}_{\infty} - \vec{v}_{movimiento}(\vec{r}_{pc}^k, t) \right) \cdot \hat{n}_{pc}^k = 0 \quad (2.17)$$

con $k = 1, 2, \dots, N$

donde $\vec{v}_{adherida}(\vec{r}_{pc}^k, t)$ es la velocidad inducida en el k-ésimo punto de control pc por el conjunto de anillos vorticosos de la sábana sábana adherida, $\vec{v}_{estela}(\vec{r}_{pc}^k, t)$ es la velocidad inducida en el k-ésimo punto de control por el conjunto de anillos vorticosos de la estela desprendida, \vec{v}_{∞} es la velocidad de la corriente libre y $\vec{v}_{movimiento}(\vec{r}_{pc}^k, t)$ es la velocidad asociada al movimiento de la superficie media de la pala en el k-ésimo punto de control.

Para explicitar las circulaciones $\Gamma^k(t)$ de los anillos vorticosos adheridos se recurre a los denominados *coeficientes de influencia aerodinámicos*. Estos coeficientes representan la componente normal de la velocidad inducida en cada punto de control por cada uno de los anillos vorticosos adheridos considerando una circulación unitaria.

El sistema de ecuaciones resultante es,

$$[\mathbf{A}](t)\mathbf{G}(t) = \mathbf{rhs}(t)$$

$$rhs^k(t) = - \left(\vec{v}_{estela}(\vec{r}_{pc}^k, t) + \vec{v}_{\infty} - \vec{v}_{movimiento}(\vec{r}_{pc}^k, t) \right) \cdot \hat{n}_{pc}^k \quad (2.18)$$

con $k = 1, 2, \dots, N$

donde $[\mathbf{A}]$ es la matriz de coeficientes de influencia aerodinámicos, \mathbf{G} es el vector que agrupa las circulaciones $\Gamma^k(t)$ de cada anillo vorticoso de la sábana adherida y \mathbf{rhs} es un vector que agrupa las contribuciones a la componente normal de la velocidad inducida, en cada punto de control, de los anillos vorticosos de la sábana vorticiosa desprendida, la velocidad de la corriente libre y el movimiento de la superficie media de la pala.

2.2.5. Modelo de la estela desprendida

La condición de Kutta inestacionaria requiere que la vorticidad generada en el borde de fuga sea convectada por la estela en cada instante de tiempo. Esta condición permite relacionar la circulación de los anillos vorticosos adheridos con la circulación de los anillos vorticosos desprendidos que comparten sus aristas en el borde de fuga. Strganac (1987) y Preidikman (1998) se refieren a la estela desprendida como una “historiadora del flujo” ya que va almacenando la evolución de la circulación de los anillos vorticosos adheridos en el borde de fuga.

A continuación se describe en detalle el proceso de convección de la estela y se representa esquemáticamente en la Figura 2.10.

- En primer lugar se evalúa la velocidad local del fluido en cada marcador lagrangeano de la estela $\vec{v}(\vec{r}, t)$ en el marco de referencia B mediante

$$\vec{v}(\vec{r}, t) = \vec{v}_{adherida}(\vec{r}, t) + \vec{v}_{estela}(\vec{r}, t) + \vec{v}_{\infty} - \omega_y \hat{n}_2 \times \vec{r} \quad (2.19)$$

donde ω_y es la velocidad angular de la pala.

- Luego se desplazan los marcadores lagrangeanos integrando numéricamente en el tiempo la ecuación (2.14). Cabe destacar que el aporte de ω_y a la componente tangencial de la velocidad es mayor que el aporte de los demás factores. Esta diferencia se debe tener en cuenta al elegir la estrategia de cuadratura para evitar una expansión radial ficticia de la estela.
- Finalmente se forman nuevos anillos vorticosos conectando los marcadores lagrangeanos que se desplazaron desde el borde de fuga, con los nodos de los anillos vorticosos de la sábana adherida en el borde de fuga. Para satisfacer la condición de Kutta se asigna a los nuevos anillos vorticosos las circulaciones de los anillos vorticosos de la sábana adherida en el borde de fuga en el tiempo anterior.

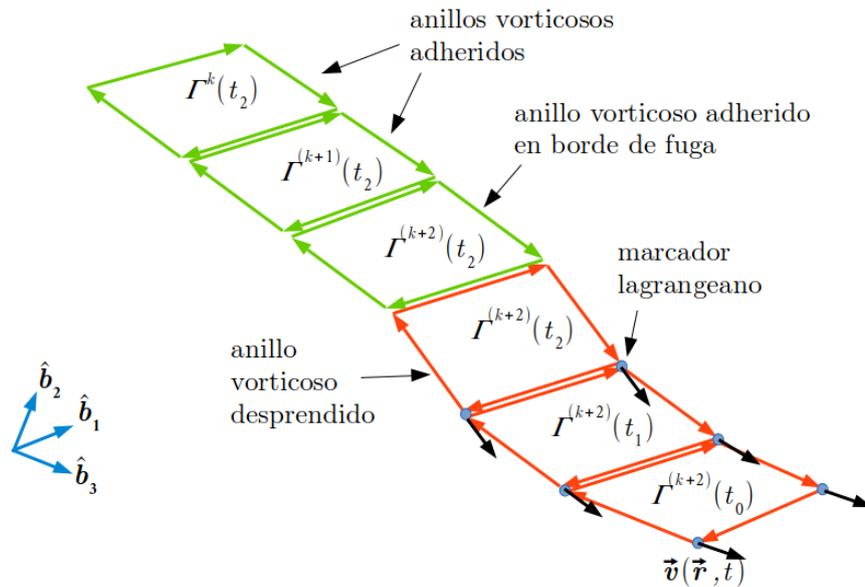


Figura 2.10: Detalle del proceso de convección de estela luego de 2 pasos de tiempo.

2.2.6. Evaluación del salto de presión a través de la superficie media de la pala

Para poder evaluar las cargas aerodinámicas sobre la pala se observa el salto del coeficiente de presión $\Delta C_p(\vec{r}, t)$ a través de la pala. El salto del coeficiente de presión para cada punto \mathbf{p} de la superficie media se define como la diferencia entre el valor del C_p en un punto ubicado justo por debajo del punto \mathbf{p} y otro punto justo por encima del mismo punto \mathbf{p} .

Se considera que la componente tangencial de la velocidad sobre la superficie media de la pala, se puede separar en una contribución $\Delta \vec{v}(\vec{r}_p, t)$ debida a la vorticidad de la sávana vorticiosa adherida y otra contribución $\vec{v}_m(\vec{r}_p, t)$ asociada a la corriente libre y la estela desprendida.

El salto del coeficiente de presión en un punto \mathbf{p} de la superficie media de la pala se determina a partir de las velocidades y circulaciones adimensionalizadas, mediante la siguiente forma de la ecuación de Bernoulli inestacionaria obtenida por Preidikman (1998),

$$\Delta C_p(\vec{r}_p^*, t^*) = 2 \left((\vec{v}_m^*(\vec{r}_p^*, t^*) - \vec{v}_p^*(\vec{r}_p^*, t^*)) \cdot \Delta \vec{v}^*(\vec{r}_p^*, t^*) + \frac{D}{Dt} \Gamma_p^*(t^*) \right) \quad (2.20)$$

Capítulo 3

Modelo de dinámica estructural

3.1. Introducción

Dentro de los fenómenos inerciales que se observan en palas de turbinas eólicas se encuentran los de carácter centrífugo asociados al cuadrado de la velocidad de rotación de la turbina y los de naturaleza giroscópica asociados al producto de velocidades. Los efectos inerciales asociados al primer caso incrementan la rigidez a la flexión de las palas, lo cual se conoce como fenómeno de “rigidización”, mientras que los efectos inerciales de naturaleza giroscópica producen un acoplamiento entre las vibraciones. Con respecto a los efectos inerciales giroscópicos se puede decir que los mismos son de naturaleza conservativa, lineal e importantes cuando las velocidades involucradas son grandes, como sucede en los rotores de helicópteros, y despreciables para el caso de turbinas eólicas (Gans, 1988).

Simo and Vu-Quoc (1987) afirman que para poder capturar correctamente el fenómeno de rigidización es imperativo utilizar teorías de viga “geométricamente exactas”, donde se reconoce que las fuerzas actuantes se aplican en la configuración deformada. Si se utilizan teorías de orden lineal se encuentran ecuaciones de movimiento que predicen erróneamente una reducción de la rigidez a la flexión. El modelado de la rigidización geométrica de vigas flexibles es un área de estudio y discusión permanente. Existe una vasta cantidad de trabajos y modelos asociados a esta temática dentro de los cuales se pueden destacar los trabajos de Chopra and Sivaneri (1982), Silva et al. (1991) y Pesheck et al. (2002) quienes utilizan modelos de viga de Euler-Bernoulli, el trabajo de Librescu and Song (2006) que describe modelos de vigas de paredes delgadas, el trabajo de Bauchau and Hong (1988) que emplea modelos con pequeñas deformaciones y el trabajo de Hodges (2015) que describe el “método variacional asintótico” o “VAM” por sus siglas en inglés.

Para poder encontrar las ecuaciones de movimiento de una viga rotando a velocidad constante existen varios abordajes que en principio se pueden diferenciar según el tratamiento de la cinemática de la viga. Por un lado se puede encontrar la hipótesis de conservación de la longitud de arco del eje elástico de la viga, la cual es una restricción de carácter geométrico, y por el otro podemos encontrar la utilización de campos de deformación no-lineal. Con respecto a la primera hipótesis se pueden destacar los trabajos de Wright et al. (1982) y Gebhardt (2012). Con referencia al segundo abordaje se pueden citar los trabajos de Chopra and Sivaneri (1982), Bauchau and Hong (1988) y Pesheck et al. (2002). Como resultado de la adopción de estas hipótesis, las ecuaciones de movimiento obtenidas son de carácter no-lineal. Nuevamente, existen diversas metodologías para encontrar la solución a este problema no-lineal. En general, las soluciones se pueden separar en dos categorías, la solución no-lineal completa (Bathe, 1996) y la linealización alrededor de un punto de equilibrio estacionario. Con respecto a este último enfoque,

Chopra and Sivaneri (1982) estudiaron la estabilidad de palas de helicópteros utilizando elementos finitos. En su trabajo asumieron que el movimiento es una pequeña perturbación con respecto al estado de equilibrio y linealizaron las ecuaciones nodales alrededor del mismo. De este modo determinaron las frecuencias naturales libres de la pala, bajo efectos de la rigidización geométrica, alrededor de la configuración estacionaria. Pesheck et al. (2002) implementaron un esquema similar al de Chopra y Sivaneri pero lo resolvieron discretizando las ecuaciones con el método de Rayleigh-Ritz. En su estudio, los autores determinaron que al emplear expansiones modales o elementos finitos a este problema, la no-linealidad produce una convergencia lenta, obligando a generar modelos con muchos grados de libertad para poder alcanzar representaciones dinámicas precisas.

3.2. Descripción del modelo de dinámica estructural

El modelo de dinámica estructural implementado se basa en la denominada “teoría clásica” que representa los desplazamientos transversales de la pala mediante la teoría de Euler-Bernoulli y la torsión mediante la teoría de Saint Venant. Según Volovoi et al. (2001), aunque la representación estructural de las palas de rotores es más precisa si se consideran las mismas como vigas multicelda de pared delgada, también es adecuada la representación utilizando la teoría clásica siempre y cuando las constantes de rigidez se obtengan de forma “asintóticamente correcta”. Para capturar el efecto de rigidización se describen las deformaciones en la configuración deformada mediante el tensor de deformaciones de Green-Lagrange. Las ecuaciones de movimiento del modelo se obtienen a partir del principio de Hamilton generalizado y de una discretización mediante funciones de prueba y coordenadas generalizadas. Finalmente se linealizan las ecuaciones de movimiento de la pala alrededor de la condición de operación de la turbina.

El modelo se describe en el marco de referencia B descrito en el capítulo anterior y se representa en la Figura 3.1. Se considera que el *eje elástico*, i.e. la curva que conecta todos los *centros de corte*, también denominados *centros elásticos* (Ghorashi, 2016), sin deformar coincide con el eje de referencia definido por el vector $\hat{\mathbf{b}}_1$.

La posición de un punto ubicado en una sección transversal de la pala en la configuración deformada se determina mediante la ubicación del punto en la configuración sin deformar $\vec{\mathbf{r}}_o = (x_b, y_b, z_b)$ más su desplazamiento elástico $\vec{\mathbf{u}}(x_b, y_b, z_b, t)$,

$$\vec{\mathbf{r}}(x_b, y_b, z_b, t) = \vec{\mathbf{r}}_o + \vec{\mathbf{u}} \quad (3.1)$$

Como presentan Andersen and Nielsen (2008), asumiendo que las secciones son indeformables en su plano y que las rotaciones entre el sistema deformado y el original son pequeñas pero finitas, se puede relacionar el campo de desplazamientos $\vec{\mathbf{u}}$ de un punto perteneciente a una sección transversal de la viga con el campo de desplazamientos $(u_o(x_b, t), v_o(x_b, t), w_o(x_b, t))$ del centro elástico de las secciones transversales de la viga, y las rotaciones de la sección transversal respecto a su centro elástico $(\theta_x(x_b, t), \theta_y(x_b, t), \theta_z(x_b, t))$ de la siguiente manera,

$$\vec{\mathbf{u}}(x_b, y_b, z_b, t) = u(x_b, y_b, z_b, t)\hat{\mathbf{b}}_1 + v(x_b, z_b, t)\hat{\mathbf{b}}_2 + w(x_b, y_b, t)\hat{\mathbf{b}}_3 \quad (3.2)$$

donde

$$\begin{aligned} u(x_b, y_b, z_b, t) &= (u_o(x_b, t) + z_b\theta_y(x_b, t) - y_b\theta_z(x_b, t)) \\ v(x_b, z_b, t) &= (v_o(x_b, t) - z_b\theta_x(x_b, t)) \\ w(x_b, y_b, t) &= (w_o(x_b, t) + y_b\theta_x(x_b, t)) \end{aligned}$$

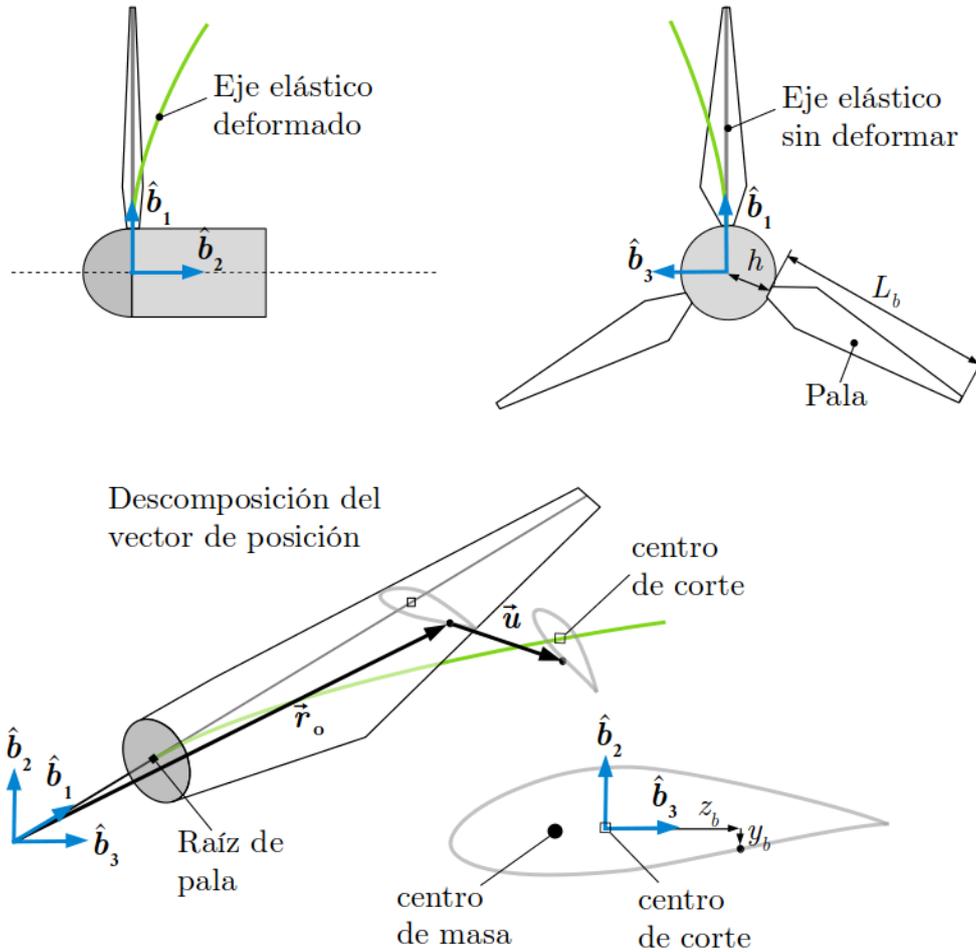


Figura 3.1: Marco de referencia B y vector posición de un punto de la pala.

3.2.1. Obtención de la energía de deformación elástica de la pala

Para evitar fallas prematuras, las palas de turbinas eólicas se diseñan de modo tal que la estructura opere en el rango de *pequeñas deformaciones* (Bauchau, 2010). Considerar pequeñas deformaciones no implica que los desplazamientos también sean pequeños, por lo tanto las condiciones de equilibrio entre los esfuerzos externos e internos de la pala se deben plantear en la configuración deformada. Esta situación conduce a relaciones no-lineales de naturaleza geométrica entre las deformaciones y los desplazamientos.

Para poder determinar el campo de pequeñas deformaciones de la pala se asumen las siguientes hipótesis,

- los ángulos son pequeños por lo tanto el producto entre éstos y sus derivadas es despreciable,
- los desplazamientos axiales son despreciables frente a los transversales con la salvedad de los desplazamientos que participan en las no-linealidades de origen axial, ya que son los responsables del efecto de rigidización geométrica (Pesheck et al., 2002), y

- el giro de la sección transversal alrededor del centro elástico se relaciona con los desplazamientos transversales por:

$$\theta_y(x_b, t) = -\frac{\partial w_o}{\partial x_b}, \quad \theta_z(x_b, t) = \frac{\partial v_o}{\partial x_b} \quad (3.3)$$

El campo de deformaciones en la configuración deformada es expresado en la configuración sin deformar mediante el tensor de deformaciones de Green-Lagrange (Bathe, 1996). Utilizando la descripción del campo de desplazamientos condensado (3.2) y las hipótesis asumidas se obtiene el siguiente campo de deformaciones,

$$\begin{aligned} \epsilon_{xx}(x_b, y_b, z_b, t) &= \varepsilon_o(x_b, t) + \frac{1}{2}(\theta_z^2(x_b, t) + \theta_y^2(x_b, t)) \\ &\quad + z_b \kappa_{yy}(x_b, t) - y_b \kappa_{zz}(x_b, t) \\ \epsilon_{xy}(x_b, z_b, t) &= -\frac{1}{2} z_b \psi(x_b, t) \\ \epsilon_{xz}(x_b, y_b, t) &= \frac{1}{2} y_b \psi(x_b, t) \end{aligned} \quad (3.4)$$

donde se definen,

$$\varepsilon_o(x_b, t) \triangleq \frac{\partial u_o}{\partial x_b}, \quad \kappa_{yy}(x_b, t) \triangleq -\frac{\partial^2 w_o}{\partial x_b^2}, \quad \kappa_{zz}(x_b, t) \triangleq \frac{\partial^2 v_o}{\partial x_b^2}, \quad \psi(x_b, t) \triangleq \frac{\partial \theta_x}{\partial x_b}$$

Asumiendo un modelo constitutivo elástico y lineal, se determina la energía de deformación interna de la pala $U(t)$ a partir del campo de tensiones y deformaciones de la pala mediante la siguiente expresión,

$$\begin{aligned} U(t) &= \frac{1}{2} \int_V (S_{xx}(x_b, y_b, z_b, t) \epsilon_{xx}(x_b, y_b, z_b, t) + 2S_{xy}(x_b, z_b, t) \epsilon_{xy}(x_b, z_b, t) \\ &\quad + 2S_{xz}(x_b, y_b, t) \epsilon_{xz}(x_b, y_b, t)) dV \end{aligned} \quad (3.5)$$

donde V es el volumen de la viga y (S_{xx}, S_{xy}, S_{xz}) son las componentes del segundo tensor de tensiones de Piola Kirchoff (Shabana, 2008) asociadas al campo de deformaciones (3.4).

Es conveniente expresar la energía de deformación interna $U(t)$ mediante los esfuerzos internos N_x, M_y, M_z y T_x que se definen a continuación,

$$\begin{aligned} N_x(x_b, y_b, z_b, t) &\triangleq \int_{A(x_b)} S_{xx} dA \\ M_y(x_b, y_b, z_b, t) &\triangleq \int_{A(x_b)} S_{xx} z_b dA \\ M_z(x_b, y_b, z_b, t) &\triangleq \int_{A(x_b)} S_{xx} y_b dA \\ T_x(x_b, y_b, z_b, t) &\triangleq \int_{A(x_b)} (S_{xz} y_b - S_{xy} z_b) dA \end{aligned} \quad (3.6)$$

La componente axial S_{xx} del tensor de tensiones se relaciona con la componente axial ϵ_{xx} del tensor de deformaciones mediante el módulo elástico local $E(x_b, y_b, z_b)$ y las componentes (S_{xy}, S_{xz}) del tensor de tensiones se relacionan con las deformaciones por corte

$(\epsilon_{xy}, \epsilon_{xz})$ del tensor de deformaciones mediante el módulo de corte local $G(x_b, y_b, z_b)$. En la fabricación de palas de turbinas eólicas se emplean materiales compuestos laminados que acoplan los estiramientos axiales con deformaciones en la dirección transversal del laminado y giros locales según la simetría en la disposición de las telas de refuerzo. En tales situaciones se puede modelar el material mediante la teoría clásica de placas laminadas, o “CLPT” por sus siglas en inglés, y se determina un “módulo elástico equivalente” y un “módulo de corte equivalente” (Barbero, 2017).

Expresando las componentes del tensor de tensiones por sus correspondientes componentes del campo de deformaciones y sin considerar momentos estáticos elásticos, i.e. las fuerzas de corte no producen momentos de torsión, se obtienen las siguientes relaciones entre los esfuerzos internos y el campo de desplazamientos condensado,

$$\begin{aligned} N_x &= EA[\epsilon_o + \frac{1}{2}(\theta_z^2 + \theta_y^2)] \\ M_y &= EJ_{yy}\kappa_{yy} - EJ_{yz}\kappa_{zz} \\ M_z &= EJ_{yz}\kappa_{yy} - EJ_{zz}\kappa_{zz} \\ T_x &= GJ\psi \end{aligned} \quad (3.7)$$

donde se definen las siguientes propiedades de cada sección transversal de la pala,

$$\begin{aligned} EA(x_b) &\triangleq \int_{A(x_b)} E dA, \quad GJ(x_b) \triangleq \int_{A(x_b)} G(y_b^2 + z_b^2) dA \\ EJ_{yy}(x_b) &\triangleq \int_{A(x_b)} E z_b^2 dA, \quad EJ_{zz}(x_b) \triangleq \int_{A(x_b)} E y_b^2 dA, \quad EJ_{yz}(x_b) \triangleq \int_{A(x_b)} E y_b z_b dA \end{aligned}$$

Reemplazando el campo de deformaciones dado por (3.4) en la expresión de la energía de deformación (3.5), integrando en el área $A(x_b)$ de cada sección transversal de la pala e introduciendo los esfuerzos internos definidos por las expresiones (3.6) se obtiene la siguiente forma de la energía de deformación interna $U(t)$ de la pala,

$$U(t) = \frac{1}{2} \int_0^{L_b} [N_x(\epsilon_o + \frac{1}{2}(\theta_z^2 + \theta_y^2)) + M_y\kappa_{yy} - M_z\kappa_{zz} + T_x\psi] dx_b \quad (3.8)$$

donde L_b es la envergadura de la pala.

En la ecuación (3.8) se observa que el término no-lineal asociado a los giros (θ_y, θ_z) de cada sección transversal acompaña al esfuerzo interno axial N_x , lo cual manifiesta la relación entre el esfuerzo axial y el efecto de rigidización geométrica.

3.2.2. Obtención de la energía cinética de la pala

La velocidad de un punto ubicado en una sección transversal de la pala, que está rotando alrededor de $\hat{\mathbf{b}}_2$ con velocidad angular constante ω_y , se puede expresar en el sistema B por:

$$\dot{\mathbf{r}} = \dot{\mathbf{u}} + \Omega(\mathbf{r}_o + \mathbf{u}) \quad (3.9)$$

donde

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{u}}(x_b, y_b, z_b, t) &= \left(\dot{u}_o(x_b, t) + z_b \dot{\theta}_y(x_b, t) - y_b \dot{\theta}_z(x_b, t) \right) \hat{\mathbf{b}}_1 \\ &+ \left(\dot{v}_o(x_b, t) - z_b \dot{\theta}_x(x_b, t) \right) \hat{\mathbf{b}}_2 \\ &+ \left(\dot{w}_o(x_b, t) + y_b \dot{\theta}_x(x_b, t) \right) \hat{\mathbf{b}}_3 \\ \boldsymbol{\Omega} &\triangleq \omega_y \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

La energía cinética $T(t)$ de la pala se expresa a partir de una función cuadrática $T_2(t)$ de las velocidades, una función lineal $T_1(t)$ de las velocidades y una función $T_0(t)$ que no depende de las velocidades siguiendo la notación de Meirovitch (1980),

$$\begin{aligned}T(t) &= \frac{1}{2} \int_V (\dot{\mathbf{r}} \cdot \dot{\mathbf{r}}) \rho(x_b, y_b, z_b) dV \\ &= T_2(t) + T_1(t) + T_0(t)\end{aligned}\tag{3.10}$$

donde

$\rho(x_b, y_b, z_b)$: es la densidad del material

$$\begin{aligned}T_2(t) &= \frac{1}{2} \int_V \dot{\mathbf{u}} \cdot \dot{\mathbf{u}} \rho dV \\ T_1(t) &= \frac{1}{2} \int_V 2\boldsymbol{\Omega}(\bar{\mathbf{r}}_o + \bar{\mathbf{u}}) \cdot \dot{\mathbf{u}} \rho dV \\ T_0(t) &= \frac{1}{2} \int_V \boldsymbol{\Omega}(\bar{\mathbf{r}}_o + \bar{\mathbf{u}}) \cdot \boldsymbol{\Omega}(\bar{\mathbf{r}}_o + \bar{\mathbf{u}}) \rho dV\end{aligned}$$

Siguiendo las observaciones de Gans (1988), como la velocidad de rotación típica asociada a una turbina eólica de eje horizontal y de gran tamaño es pequeña, se desprecia $T_1(t)$ frente a $T_0(t)$, i.e. los términos de la energía asociados a efectos inerciales de naturaleza giroscópica se desprecian frente a los términos asociados a efectos inerciales de naturaleza centrípeta. A su vez, al considerar pequeñas deformaciones y rotaciones se aproxima $ds = \sqrt{(1 + \epsilon_{xx})^2 + \theta_z^2 + \theta_y^2} dx_b \approx dx_b$ y por lo tanto de aproxima $dV \approx dA dx_b$.

Resulta conveniente introducir las siguientes definiciones asociadas a las propiedades inerciales de cada sección transversal de la pala,

$$\begin{aligned}\bar{m}(x_b) &\triangleq \int_{A(x_b)} \rho dA, \quad \bar{S}_z(x_b) \triangleq \int_{A(x_b)} y_b \rho dA, \quad \bar{S}_y(x_b) \triangleq \int_{A(x_b)} z_b \rho dA \\ \bar{I}_{yz}(x_b) &\triangleq \int_{A(x_b)} y_b z_b \rho dA, \quad \bar{I}_{yy}(x_b) \triangleq \int_{A(x_b)} z_b^2 \rho dA, \quad \bar{I}_{zz}(x_b) \triangleq \int_{A(x_b)} y_b^2 \rho dA\end{aligned}\tag{3.11}$$

Reemplazando el campo de desplazamientos dado por (3.2) en T_0 y T_2 , utilizando las definiciones de las propiedades inerciales de las secciones transversales (3.11) y definiendo un vector \mathbf{u}_o que agrupa los desplazamientos del centro elástico (u_o, v_o, w_o) y las rotaciones de la sección transversal respecto al centro elástico $(\theta_x, \theta_y, \theta_z)$ se obtiene la siguiente ecuación de la energía cinética,

$$T = \frac{1}{2} \int_0^{L_b} \dot{\underline{\mathbf{u}}}_o^T [\overline{\mathbf{M}}] \dot{\underline{\mathbf{u}}}_o dx_b - \frac{1}{2} \omega_y^2 \int_0^{L_b} (\underline{\mathbf{u}}_o^T [\overline{\mathbf{Kc}}] \underline{\mathbf{u}}_o + 2 \bar{\mathbf{f}}_c^T \underline{\mathbf{u}}_o + \bar{I}_{polar}) dx_b \quad (3.12)$$

donde

$$\begin{aligned} \bar{I}_{polar} &\triangleq \bar{I}_{yy} + (h + x_b)^2 \bar{m} \\ \underline{\mathbf{u}}_o^T &\triangleq (u_o \quad v_o \quad w_o \quad \theta_x \quad \theta_y \quad \theta_z) \\ \dot{\underline{\mathbf{u}}}_o^T &= (\dot{u}_o \quad \dot{v}_o \quad \dot{w}_o \quad \dot{\theta}_x \quad \dot{\theta}_y \quad \dot{\theta}_z) \\ \bar{\mathbf{f}}_c^T &\triangleq ((x_b + h) \bar{m} \quad 0 \quad \bar{S}_y \quad \bar{I}_{yz} \quad (x_b + h) \bar{S}_y \quad -(x_b + h) \bar{S}_z) \\ [\overline{\mathbf{M}}] &\triangleq \begin{bmatrix} \bar{m} & 0 & 0 & 0 & \bar{S}_y & -\bar{S}_z \\ 0 & \bar{m} & 0 & -\bar{S}_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{m} & \bar{S}_z & 0 & 0 \\ 0 & -\bar{S}_y & \bar{S}_z & \bar{I}_{yy} + \bar{I}_{zz} & 0 & 0 \\ \bar{S}_y & 0 & 0 & 0 & \bar{I}_{yy} & -\bar{I}_{yz} \\ -\bar{S}_z & 0 & 0 & 0 & -\bar{I}_{yz} & \bar{I}_{zz} \end{bmatrix} \\ [\overline{\mathbf{Kc}}] &\triangleq \begin{bmatrix} \bar{m} & 0 & 0 & 0 & \bar{S}_y & -\bar{S}_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{m} & \bar{S}_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{S}_z & 0 & 0 & 0 \\ \bar{S}_y & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\bar{S}_z & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

3.2.3. Determinación de las ecuaciones de movimiento a partir del principio de Hamilton generalizado

El principio de Hamilton permite obtener las ecuaciones de movimiento de la pala a partir de escalares que representan variaciones de energías y trabajos virtuales, lo cual facilita la determinación de los efectos inerciales ya que aparecen de forma natural. El principio de Hamilton (Shabana, 2005) se puede expresar matemáticamente como sigue,

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T - U) dt + \int_{t_1}^{t_2} \delta \overline{W}_{nc} dt = 0 \quad (3.13)$$

donde δ expresa *variación* y $\delta \overline{W}_{nc}$ es el trabajo virtual de las fuerzas no conservativas actuando sobre la pala.

La variación de la energía de deformación interna de la pala $U(t)$ dada por (3.8) es,

$$\begin{aligned} \delta U = \int_0^{L_b} (N_x \delta \frac{\partial u_o}{\partial x_b} + N_x \frac{\partial v_o}{\partial x_b} \delta \frac{\partial v_o}{\partial x_b} + N_x \frac{\partial w_o}{\partial x_b} \delta \frac{\partial w_o}{\partial x_b} \\ - M_z \delta \frac{\partial^2 v_o}{\partial x_b^2} - M_y \delta \frac{\partial^2 w_o}{\partial x_b^2} + T_x \delta \frac{\partial \theta_x}{\partial x_b}) dx_b \end{aligned} \quad (3.14)$$

Análogamente, la variación de la energía cinética de la pala $T(t)$ expresada por (3.12) es

$$\delta T = \int_0^{L_b} (\delta \underline{\mathbf{u}}_o^T [\overline{\mathbf{M}}] \ddot{\underline{\mathbf{u}}}_o - \omega_y^2 \delta \underline{\mathbf{u}}_o^T \bar{\mathbf{f}}_c - \delta \underline{\mathbf{u}}_o^T \omega_y^2 [\overline{\mathbf{Kc}}] \underline{\mathbf{u}}_o) dx_b \quad (3.15)$$

donde

$$\begin{aligned}\delta \underline{\mathbf{u}}_o^T &= (\delta u_o \quad \delta v_o \quad \delta w_o \quad \delta \theta_x \quad \delta \theta_y \quad \delta \theta_z) \\ \underline{\ddot{\mathbf{u}}}_o^T &= (\ddot{u}_o \quad \ddot{v}_o \quad \ddot{w}_o \quad \ddot{\theta}_x \quad \ddot{\theta}_y \quad \ddot{\theta}_z)\end{aligned}$$

El trabajo virtual que realizan las cargas aerodinámicas $\overline{\delta W}_{nc}(t)$ para un desplazamiento virtual $\delta \vec{\mathbf{r}}$ de la superficie media R de la pala es,

$$\overline{\delta W}_{nc} = \frac{1}{2} \rho_{aire} U_\infty^2 \int_R \Delta C p (\hat{\mathbf{n}} \cdot \delta \vec{\mathbf{r}}) dR \quad (3.16)$$

donde ρ_{aire} es la densidad del aire, U_∞ es la velocidad de la corriente libre, $\Delta C p(\vec{\mathbf{r}}, t)$ es la diferencia del coeficiente de presión a ambos lados de la superficie y $\hat{\mathbf{n}}$ es el vector normal unitario positivo de la superficie media.

Como la superficie media de la pala está discretizada en elementos superficiales del modelo aerodinámico se puede particionar la región de integración y resolver la integral en todo el dominio como la suma de las integrales sobre cada superficie elemental R_i de la siguiente forma,

$$\overline{\delta W}_{nc} = \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 \sum_{i=1}^N \Delta C p_i \int_{R_i} (n_{ix} \delta u + n_{iy} \delta v + n_{iz} \delta w) dR \quad (3.17)$$

donde $\Delta C p_i$ es el salto de presión adimensional evaluado en el i -ésimo elemento y $(n_{ix}(\vec{\mathbf{r}}_{pc}^i, t), n_{iy}(\vec{\mathbf{r}}_{pc}^i, t))$, son las componentes del vector normal unitario del i -ésimo elemento evaluado en su punto de control pc .

El desplazamiento virtual de la superficie media se puede relacionar con el desplazamiento virtual del centro elástico de la pala mediante la ecuación (3.2) de la siguiente forma,

$$\begin{aligned}\delta u &= \delta u_o + z_b \delta \frac{\partial w_o}{\partial x_b} - y_b \delta \frac{\partial v_o}{\partial x_b} \\ \delta v &= \delta v_o - z_b \delta \theta_x \\ \delta w &= \delta w_o + y_b \delta \theta_x\end{aligned} \quad (3.18)$$

Reemplazando los desplazamientos virtuales obtenidos por (3.18) en el trabajo virtual $\overline{\delta W}_{nc}$ expresado por (3.17), se obtiene

$$\begin{aligned}\overline{\delta W}_{nc} &= \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 \sum_{i=1}^N \Delta C p_i \left(n_{ix} \int_{R_i} \delta u_o dR \right. \\ &\quad + n_{iy} \int_{R_i} \delta v_o dR - n_{ix} \int_{R_i} y_b \delta \frac{\partial v_o}{\partial x_b} dR \\ &\quad + n_{iz} \int_{R_i} \delta w_o dR - n_{ix} \int_{R_i} z_b \delta \frac{\partial w_o}{\partial x_b} dR \\ &\quad \left. + \int_{R_i} (n_{iz} y_b - n_{iy} z_b) \delta \theta_x dR \right) \quad (3.19)\end{aligned}$$

Para poder determinar la ecuación del movimiento de la pala se aproximan los desplazamientos del centro elástico y el giro por torsión mediante un conjunto finito de funciones

de prueba cinemáticamente admisibles y un conjunto de coordenadas generalizadas de la siguiente forma,

$$\begin{aligned}
u_o(x_b, t) &= \boldsymbol{\varphi}_u(x_b)^T \mathbf{q}_u(t) \\
v_o(x_b, t) &= \boldsymbol{\varphi}_v(x_b)^T \mathbf{q}_v(t) \\
w_o(x_b, t) &= \boldsymbol{\varphi}_w(x_b)^T \mathbf{q}_w(t) \\
\theta_x(x_b, t) &= \boldsymbol{\varphi}_t(x_b)^T \mathbf{q}_t(t) \\
\theta_y(x_b, t) &= -\frac{d}{dx_b} \boldsymbol{\varphi}_w(x_b)^T \mathbf{q}_w(t) \\
\theta_z(x_b, t) &= \frac{d}{dx_b} \boldsymbol{\varphi}_v(x_b)^T \mathbf{q}_v(t)
\end{aligned} \tag{3.20}$$

donde $\boldsymbol{\varphi}_u(x_b)$, $\boldsymbol{\varphi}_v(x_b)$, $\boldsymbol{\varphi}_w(x_b)$ y $\boldsymbol{\varphi}_t(x_b)$ son vectores que agrupan funciones de forma asociadas a la extensión axial, los desplazamientos transversales y el giro por torsión, respectivamente y $\mathbf{q}_u(t)$, $\mathbf{q}_v(t)$, $\mathbf{q}_w(t)$ y $\mathbf{q}_t(t)$ son vectores que agrupan las coordenadas generalizadas asociadas a la extensión axial, los desplazamientos transversales y el giro por torsión, respectivamente.

Las funciones de prueba se obtienen a partir de la solución del problema de vibraciones libres de una viga uniforme de longitud L empotrada en uno de sus extremos (Hodges and Pierce, 2011). Las funciones de prueba asociadas al desplazamiento axial y al giro por torsión se obtienen mediante la siguiente sucesión,

$$\varphi^i(x_b) = \sin\left((i-0,5)\frac{\pi x_b}{L}\right) \quad \text{para } i = 1, 2, 3, \dots \tag{3.21}$$

mientras que las funciones asociadas a los desplazamientos transversales se obtienen a partir de la siguiente sucesión,

$$\begin{aligned}
\varphi^i(x_b) &= \cosh(\alpha_i x_b) - \cos(\alpha_i x_b) \\
&\quad - \left(\frac{\cosh(\alpha_i L) + \cos(\alpha_i L)}{\sinh(\alpha_i L) + \sin(\alpha_i L)} \right) (\sinh(\alpha_i x_b) - \sin(\alpha_i x_b)) \\
&\quad \text{para } i = 1, 2, 3, \dots \tag{3.22}
\end{aligned}$$

donde α_i son las raíces de la ecuación trascendental $\cos(\alpha L) \cosh(\alpha L) + 1 = 0$

Reemplazando las aproximaciones del campo de desplazamientos del centro elástico y el giro por torsión en los desplazamientos virtuales expresados por la ecuación (3.18), considerando que las variaciones de las coordenadas generalizadas se anulan en los extremos de integración de (3.13) y que las variaciones de las coordenadas generalizadas son independientes entre sí, se obtiene la siguiente ecuación diferencial no-lineal del movimiento de la pala,

$$[\mathbf{M}]\ddot{\mathbf{q}}(t) + ([\mathbf{K}e] + [\mathbf{K}g](\mathbf{q}(t)) - \omega_y^2[\mathbf{K}c]) \mathbf{q}(t) = \omega_y^2 \mathbf{f}_c + \mathbf{f}_{aero}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \frac{D}{Dt} \mathbf{G}, t) \tag{3.23}$$

donde $[\mathbf{M}]$ es la matriz de masa, $[\mathbf{K}e]$ es la matriz de rigidez, $[\mathbf{K}c]$ es la matriz de rigidez asociada a los efectos inerciales de naturaleza centrífuga, $[\mathbf{K}g](\mathbf{q}(t))$ es la matriz de rigidez no-lineal que representa el efecto de rigidización geométrica, \mathbf{f}_c es el vector de cargas generalizadas asociadas a la aceleración centrípeta y $\mathbf{f}_{aero}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \frac{D}{Dt} \mathbf{G}, t)$ es el vector de cargas generalizadas asociadas a la aerodinámica de la pala. Los vectores y matrices mencionados se describen en el apéndice B.

En la ecuación (3.23) se observa claramente que el efecto de rigidización geométrica posee una componente no-lineal descrita por la matriz $[\mathbf{K}g]$ que aumenta la rigidez a la flexión y una componente lineal descrita por $[\mathbf{K}c]$ que la reduce. Si se emplean teorías de viga lineales no se representa correctamente el efecto de rigidización geométrica ya que solamente se obtiene la pérdida de rigidez (Simo and Vu-Quoc, 1987).

3.2.4. Linealización de las ecuaciones diferenciales no-lineales de movimiento de la pala

Para poder obtener una versión lineal de las ecuaciones diferenciales de movimiento de la pala se supone que el desplazamiento elástico de la misma se puede descomponer en un desplazamiento estacionario más una pequeña perturbación del desplazamiento. Por lo tanto el vector de coordenadas generalizadas $\mathbf{q}(t)$ asociado al movimiento de la pala se puede separar en un vector de coordenadas generalizadas \mathbf{q}^e asociado a un estado estacionario, más un vector de coordenadas generalizadas $\mathbf{q}^p(t)$ asociado a las pequeñas perturbaciones.

$$\mathbf{q}(t) = \mathbf{q}^e + \mathbf{q}^p(t) \quad (3.24)$$

La obtención del vector de coordenadas generalizadas asociadas al estado estacionario se describe en el apéndice C.

Despreciando el producto de las pequeñas perturbaciones, reemplazando la ecuación (3.24) y el vector de coordenadas generalizadas \mathbf{q}^e en la ecuación diferencial no-lineal del movimiento de la estructura (3.23), se obtiene la siguiente ecuación diferencial lineal que describe la dinámica de las pequeñas perturbaciones,

$$[\mathbf{M}]\ddot{\mathbf{q}}^p(t) + ([\mathbf{K}e] - \omega_y^2[\mathbf{K}c] + \mathbf{K}_{Tg}(\mathbf{q}^e)) \mathbf{q}^p(t) = \mathbf{f}_{aero}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}^p, \frac{D}{Dt}\mathbf{G}, t) \quad (3.25)$$

donde $\mathbf{K}_{Tg}(\mathbf{q}^e)$ se describe en el apéndice C.

Considerando que la rigidez axial de las palas de LHAWT es varios órdenes de magnitud superior a las rigideces a flexión y torsión, se descartan las perturbaciones de las coordenadas generalizadas asociadas al desplazamiento axial. Esta simplificación permite una reducción del esfuerzo computacional porque para representar las perturbaciones axiales se requieren pasos de tiempo bastante menores a los asociados a los demás desplazamientos y al modelo aerodinámico.

Para poder acoplar el modelo de dinámica estructural con el modelo aerodinámico se adimensionaliza el tiempo mediante el tiempo característico TC definido en el modelo aerodinámico.

Finalmente, la ecuación diferencial de la dinámica de las perturbaciones alrededor de la configuración estacionaria y expresada en el tiempo adimensional $t^* = \frac{t}{TC}$ es

$$[\mathbf{M}]\ddot{\mathbf{q}}^p(t^*) + TC^2 ([\mathbf{K}e] - \omega_y^2[\mathbf{K}c] + \mathbf{K}_{Tg}(\mathbf{q}^e)) \mathbf{q}^p(t^*) = TC^2 \mathbf{f}_{aero}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}^p, \frac{D}{Dt^*}\mathbf{G}, t^*) \quad (3.26)$$

Capítulo 4

Modelo del sistema alerón-actuadores

4.1. Introducción

En los últimos años el concepto de alerón de borde de fuga deformable se ha vuelto muy popular en las turbinas eólicas debido a su eficiencia y velocidad de respuesta (Barlas and van Kuik, 2010). Existen varios estudios acerca de la factibilidad de este concepto en el control de rotores. Con referencia a la modelación de rotores inteligentes dotados de alerones, el trabajo más completo y pionero fue publicado por Millott and Friedmann (1994). En su reporte, los autores modelaron la interacción aeroelástica entre un rotor de helicóptero y sus alerones controlados de forma activa. Los autores demostraron la factibilidad del concepto servo-alerón activo en reducir las vibraciones en rotores de helicópteros. Con respecto a la aplicación en turbinas eólicas se pueden citar los trabajos de (Buhl et al., 2005) donde estudian la respuesta aeroelástica de una sección transversal de una pala con un alerón deformable en el borde de fuga, (Hao et al., 2017) que realizan un modelo aerodinámico 2D que incluye un alerón de borde de fuga deformable con un desplazamiento impuesto, y, (Bergami et al., 2015) quienes comparan tres modelos que aproximan las cargas aerodinámicas sobre una sección transversal que posee un alerón de borde de fuga deformable. En la mayoría de los trabajos consultados se afirma que el alerón de borde de fuga deformable es efectivo para mitigar las vibraciones de la pala aunque el actuador se representa a través de modelos muy simplificados o directamente se impone su movimiento. Por ejemplo Daynes and Weaver (2012) modelaron y ensayaron un alerón de borde de fuga deformable servo-actuado para aplicación en turbinas eólicas. En su estudio, los autores presentaron un modelo aeroservoelástico que incluye únicamente las cargas aerodinámicas y las cargas máxicas asociadas a la aceleración centrípeta en el borde de fuga. El modelo no incluye la influencia de las vibraciones elásticas de la pala en el desempeño del sistema.

Otro aspecto a considerar es que los actuadores piezoeléctricos del tipo apilado alcanzan pequeños desplazamientos (Prechtel and Hall, 1999) lo cual presenta un desafío al aplicarlos al control de superficies aerodinámicas. Una solución a esta dificultad es amplificar su desplazamiento mediante algún dispositivo amplificador. Giurgiutiu et al. (1997) demostraron que la elasticidad propia del dispositivo amplificador y la magnitud de la carga externa juegan un papel fundamental en el desempeño del actuador piezoeléctrico.

Finalmente, además de la carga aerodinámica y las cargas asociadas a los efectos inerciales producidas por la operación normal de una turbina eólica se deben considerar las vibraciones asociadas a inestabilidades como el flutter aeroelástico. Cuando se alcanza la

condición de flutter se establece una vibración de alta frecuencia en la dirección torsional. Dicha vibración torsional se traduce en fuertes aceleraciones en los puntos de anclaje de cada actuador debido a las cuerdas asociadas a una pala típica de LHAWT. Por lo tanto resulta necesario incorporar las cargas de origen inercial producidas por el movimiento de la pala en el desarrollo de modelos de palas de LHAWT dotadas de alerones y actuadores.

El modelo propuesto en esta tesis describe un sistema compuesto por un alerón deformable de borde de fuga y un conjunto de actuadores piezoeléctricos que actúan en ciertos puntos del alerón. El modelo considera las cargas de origen inercial producidas por la dinámica estructural de la pala, lo cual permite la predicción de la respuesta del sistema frente a las vibraciones de origen aeroelástico. A su vez, el modelo incorpora la flexibilidad del alerón y los vínculos entre el mismo y los actuadores piezoeléctricos.

4.2. Descripción del sistema alerón-actuador

Para describir el modelo se introducen tres marcos de referencia denominados F , H y P . El marco de referencia H está alineado con la cuerda local, mientras que el marco F está alineado con el alerón sin deformar. Los marcos de referencia F y H se muestran en la Figura 4.1. La configuración del sistema se describe mediante un observador situado en el marco de referencia F . El marco de referencia P se utiliza para describir al piezostack, la dirección \hat{p}_3 está alineada con el eje del piezostack y se muestra en la Figura 4.3.

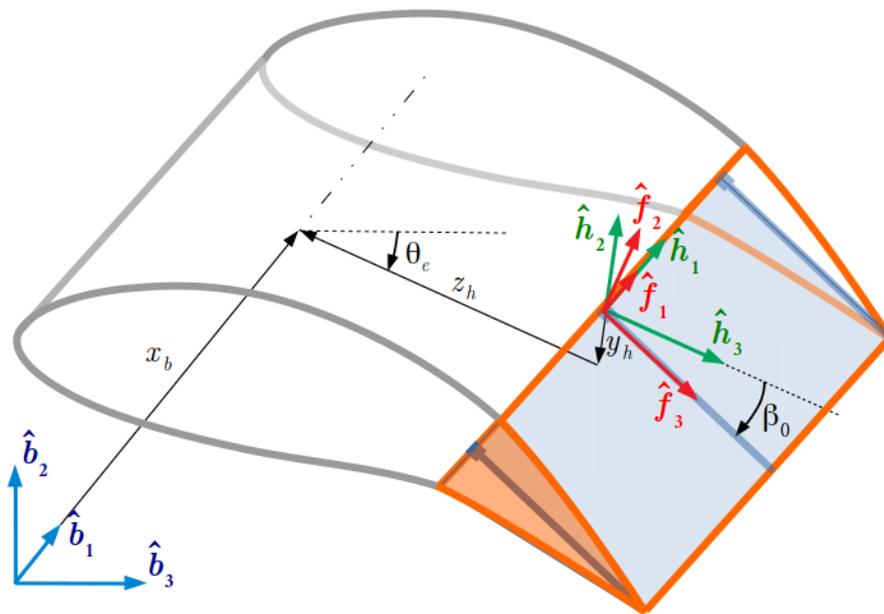


Figura 4.1: Marcos de referencia F y H .

La sección transversal de la pala, a lo largo de la fracción de envergadura donde se ubica el alerón, se divide en un sector rígido y un sector deformable, como se muestra en la Figura 4.2.

El sistema conformado por el alerón y el conjunto de actuadores piezoeléctricos posee los siguientes elementos:

- un alerón deformable compuesto por una placa plana flexible y delgada denominada “placa base” que está empotrada al sector rígido, y está recubierta con un material deformable no estructural que mantiene la forma aerodinámica del borde de fuga,

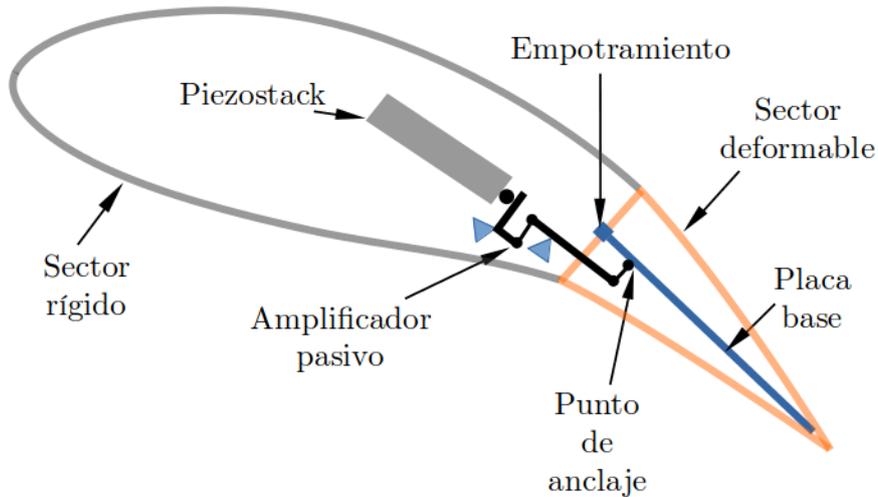


Figura 4.2: Descripción del sistema alerón-actuador.

- un conjunto de actuadores piezostack anclados al sector rígido,
- una fuente de energía externa que comanda los piezostack, y
- un conjunto de amplificadores pasivos de desplazamiento que conectan la punta de los piezostack a la placa base en ciertos lugares denominados “puntos de anclaje”.

Al aplicar una señal de control en forma de campo eléctrico sobre el conjunto de actuadores, el efecto piezoeléctrico produce un campo de deformación axial en cada actuador. El desplazamiento resultante en la punta de cada actuador se transmite a los puntos de anclaje sobre la placa base, produciendo un campo suave de desplazamiento transversal de la misma. El desplazamiento de todo el mecanismo se obtiene a partir del equilibrio entre la carga aerodinámica, las cargas de origen inercial de la pala, la carga de naturaleza piezoeléctrica, la rigidez de la placa base y la rigidez del conjunto de actuadores piezoeléctricos. En la Figura 4.3 se representa el funcionamiento del sistema.

4.2.1. Descripción matemática del sistema

El tiempo de respuesta de un actuador piezoeléctrico, denominado “piezostack” en inglés, comercial típico es varios órdenes de magnitud menor que el asociado al movimiento de una pala de LHAWT típica, para dar un ejemplo, los primeros autovalores asociados a los desplazamientos transversales y el primero asociado a la torsión de la pala denominada “WindPACT” (Dykes and Rinker, 2018), que se utiliza como referencia en esta tesis, son menores a $10[Hz]$ mientras que la primera frecuencia de los actuadores piezostack comercializados por APC (APC International Ltd, 2015) que se consideran en esta tesis, son superiores a $10^3[Hz]$. Por lo tanto se asume que el tiempo de respuesta del sistema alerón-actuadores es despreciable frente al tiempo de respuesta de la pala, y el movimiento de la pala es independiente del movimiento del alerón considerando únicamente efectos inerciales. Las cargas de origen inercial asociadas al movimiento de la pala se consideran como cargas externas al sistema alerón-actuadores.

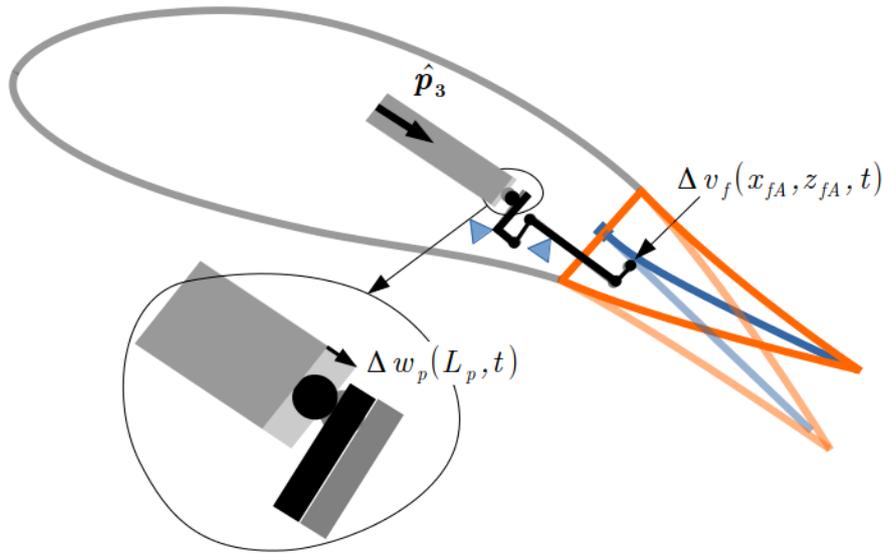


Figura 4.3: Desplazamiento del sistema para un actuador. $\Delta w_p(L_p, t)$ es el desplazamiento del extremo del piezostack y $\Delta v_f(x_{fA}, z_{fA}, t)$ es el desplazamiento resultante en el punto de anclaje de la placa base

Se considera una situación de *equilibrio dinámico* del sistema, i.e, invocando el principio de D'Alembert se trata el cambio de la cantidad de movimiento lineal como una denominada “fuerza de inercia” que se equilibra con el resto de las fuerzas aplicadas al sistema (Meirovitch, 2010). Por lo tanto se determina la posición de equilibrio dinámico utilizando el principio de los trabajos virtuales aumentados mediante los multiplicadores de Lagrange (Shabana, 2005). Esta formulación es conveniente porque permite describir cada componente del sistema multicuerpo como una entidad independiente y luego introduce las restricciones geométricas que vinculan a los componentes. El resultado de esta formulación es un sistema mixto de ecuaciones diferenciales y algebraicas que describen el equilibrio dinámico del sistema mediante coordenadas generalizadas asociadas al desplazamiento de la placa y los desplazamientos de cada actuador, cargas generalizadas asociadas al movimiento de la pala y la aerodinámica, y multiplicadores de Lagrange que representan las fuerzas de vínculo necesarias para introducir la dependencia entre las coordenadas generalizadas. La descripción matemática del modelo considera las siguientes hipótesis adicionales:

- se consideran desplazamientos y ángulos pequeños,
- se desprecia la inercia rotacional de la sección transversal de la pala,
- el material de la placa base es elástico lineal,
- el comportamiento piezoeléctrico es lineal y el material del actuador es uniforme y transversalmente isotrópico,
- la energía de deformación mecánica y eléctrica son procesos reversibles, y,
- el campo eléctrico aplicado sobre el actuador es uniforme.

El conjunto de ecuaciones mixto que describe el equilibrio dinámico del sistema alerón-actuadores es el siguiente,

$$\delta W_{pala}(t) + \overline{\delta W}_{aero}(t) - \delta U_{placa}(t) + \sum_{i=1}^N (\delta W_e^i(t) - \delta U_{pzt}^i(t) - \lambda_i(t) \delta C^i(v_f, w_p, t)) = 0 \quad (4.1)$$

$$C^i(v_f, w_p, t) = v_f(x_{fA}^i, z_{fA}^i, t) - v_f^0(x_{fA}^i, z_{fA}^i, t) - \eta (w_p(L_p, t) - w_p^0(L_p, t)) = 0 \quad (4.2)$$

donde δW_{pala} es el trabajo virtual de las cargas externas asociadas al movimiento de la pala, $\overline{\delta W}_{aero}$ es el trabajo virtual de la carga aerodinámica, δW_e^i es el trabajo virtual del campo eléctrico generado por una fuente externa sobre cada actuador, δU_{placa} es la variación de la energía de deformación interna de la placa base, N es la cantidad de actuadores, δU_{pzt}^i es la variación de la energía potencial total cada actuador piezoeléctrico, el supraíndice i indica i -ésimo actuador, $\lambda_i(t)$ es el multiplicador de Lagrange asociado al i -ésimo actuador, C^i es la ecuación de vínculo entre la placa base y el i -ésimo actuador, η es un factor de amplificación de desplazamiento, el supraíndice 0 indica estado sin deformar, el subíndice A indica punto de anclaje y L_p es la longitud del piezostack.

El trabajo virtual realizado por las cargas asociadas a las aceleraciones de la pala, para un desplazamiento virtual de la placa base $\delta \vec{r}$ es,

$$\delta W_{pala}(t) = -\rho h \int_A \ddot{\vec{r}}(x_f, z_f, t) \cdot \delta \vec{r}(x_f, z_f, t) dA \quad (4.3)$$

donde A , ρ y h son la superficie, la densidad y el espesor de la placa base respectivamente. El campo de aceleración asociado al movimiento de la pala $\ddot{\vec{r}}$ se describe en el apéndice D.

El trabajo virtual de la carga aerodinámica sobre el alerón $\overline{\delta W}_{aero}$ se determina en forma similar a la ecuación (3.17)

$$\begin{aligned} \overline{\delta W}_{aero}(t) &= \int_A \Delta p(x_f, z_f, t) \hat{\mathbf{n}}(x_f, z_f, t) \cdot \delta \vec{r}(x_f, z_f, t) dA \\ &= \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 \sum_{i=1}^N \int_{x_1}^{x_2} \int_{z_1}^{z_2} \Delta C p_i(x_f, z_f) \hat{\mathbf{n}}(x_f, z_f, t) \cdot \delta \vec{r}(x_f, z_f, t) dz_f dx_f \end{aligned} \quad (4.4)$$

donde $\hat{\mathbf{n}}$ es el vector normal a la placa base y $[x_1, x_2]$ definen un intervalo de la coordenada x_f y $[z_1, z_2]$ definen un intervalo de la coordenada z_f que limitan la superficie de la placa base.

Modelo estructural de la placa base

La placa base se representa mediante la teoría clásica de placas (Dym and Shames, 2013). En primer lugar se asume que el espesor de la placa es lo suficientemente pequeño como para considerar que el desplazamiento transversal de un punto de la placa base se puede describir mediante el desplazamiento transversal de un punto que pertenece a la superficie media de la placa base. Por otro lado el desplazamiento en la dirección tangencial a la placa base se separa en dos componentes, la asociada al estiramiento y la asociada a la flexión.

El campo de desplazamientos de la superficie media de la placa base se describe mediante las siguientes expresiones,

$$\begin{aligned}
u_f(x_f, z_f, t) &= u_m(x_f, z_f, t) - y_f \frac{\partial v_m}{\partial x_f}(x_f, z_f, t) \\
v_f(x_f, z_f, t) &= v_m(x_f, z_f, t) \\
w_f(x_f, z_f, t) &= w_m(x_f, z_f, t) - y_f \frac{\partial v_m}{\partial z_f}(x_f, z_f, t)
\end{aligned} \tag{4.5}$$

donde (u_f, v_f, w_f) son las componentes del desplazamiento de un punto de la placa base y (u_m, v_m, w_m) son las componentes del desplazamiento de un punto de la superficie media.

Se asume que las deformaciones son pequeñas por lo tanto el campo de deformaciones se describe mediante las siguientes expresiones,

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{xx}(x_f, z_f, t) &= \frac{\partial u_m}{\partial x_f} - y_f \frac{\partial^2 v_m}{\partial x_f^2} \\
\varepsilon_{zz}(x_f, z_f, t) &= \frac{\partial w_m}{\partial z_f} - y_f \frac{\partial^2 v_m}{\partial z_f^2} \\
\varepsilon_{xz}(x_f, z_f, t) &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_m}{\partial z_f} + \frac{\partial w_m}{\partial x_f} \right) - y_f \frac{\partial^2 v_m}{\partial x_f \partial z_f}
\end{aligned} \tag{4.6}$$

Considerando un estado plano de tensiones se determinan las componentes del tensor de tensiones mediante las siguientes expresiones,

$$\begin{aligned}
S_{xx}(x_f, z_f, t) &= \frac{E}{1 - \nu^2} (\varepsilon_{xx} + \nu \varepsilon_{zz}) \\
S_{zz}(x_f, z_f, t) &= \frac{E}{1 - \nu^2} (\varepsilon_{zz} + \nu \varepsilon_{xx}) \\
S_{xz}(x_f, z_f, t) &= 2G \varepsilon_{xz}
\end{aligned} \tag{4.7}$$

La energía de deformación interna de la placa base $U_{placa}(t)$ se determina a partir de la siguiente expresión,

$$\begin{aligned}
U_{placa}(t) &= \frac{1}{2} \int_V (S_{xx} \varepsilon_{xx} + S_{zz} \varepsilon_{zz} + 2S_{xz} \varepsilon_{xz}) dV \\
&= \frac{E}{1 - \nu^2} \int_V (\varepsilon_{xx}^2 + 2\nu \varepsilon_{xx} \varepsilon_{zz} + \varepsilon_{zz}^2 + 2(1 - \nu) \varepsilon_{xz}^2) dV
\end{aligned} \tag{4.8}$$

donde V es el volumen de la placa base.

Considerando que las deformaciones por estiramiento son despreciables frente a las deformaciones por flexión, la variación de la energía de deformación por flexión de la placa base se determina mediante la siguiente expresión,

$$\begin{aligned}
\delta U_{placa}(t) &= D \int_A \left[\left(\frac{\partial^2 v_f}{\partial z_f^2} + \nu \frac{\partial^2 v_f}{\partial x_f^2} \right) \delta \frac{\partial^2 v_f}{\partial z_f^2} + \left(\frac{\partial^2 v_f}{\partial x_f^2} + \nu \frac{\partial^2 v_f}{\partial z_f^2} \right) \delta \frac{\partial^2 v_f}{\partial x_f^2} \right. \\
&\quad \left. + 2(1 - \nu) \frac{\partial^2 v_f}{\partial x_f \partial z_f} \delta \frac{\partial^2 v_f}{\partial x_f \partial z_f} \right] dA \tag{4.9}
\end{aligned}$$

donde $\delta U_{placa}(t)$ es la variación de la energía de deformación por la flexión de la placa base, $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ es la rigidez a la flexión de la placa y A es la superficie media de la placa base.

Modelo del actuador piezoeléctrico

La *piezoelectricidad* se refiere a un fenómeno electromecánico que relaciona la polarización eléctrica macroscópica a la deformación mecánica de un material. Los *materiales piezoeléctricos* son aquellos que poseen un acoplamiento entre el campo mecánico y el eléctrico. Un material piezoeléctrico se puede utilizar como un actuador o un sensor, según se aplique una fuerza o un campo eléctrico exterior. Con referencia a la aplicación como actuador, el material piezoeléctrico se puede disponer principalmente de dos formas: la configuración a flexión o “bender” y la configuración axial o “piezostack”. Para los actuadores piezoeléctricos de láminas apiladas en configuración “piezostack”, como el que se presenta en la Figura 4.4, se puede modelar la relación entre la deformación mecánica y el desplazamiento eléctrico utilizando las siguientes ecuaciones constitutivas lineales y uniaxiales (Jalili, 2010),

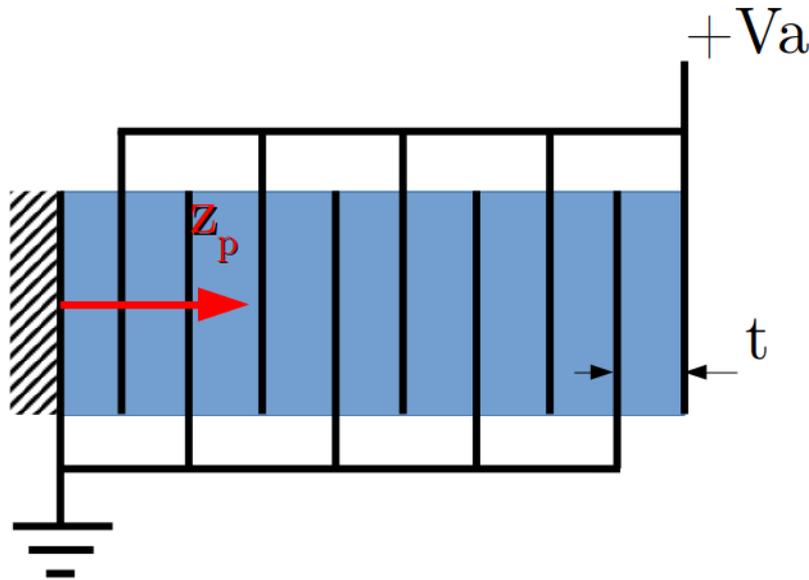


Figura 4.4: Actuador piezoeléctrico de láminas apiladas o “Piezostack”

$$\begin{aligned} S_{33}(z_p, t) &= c_{33}^D \epsilon_{33}(z_p, t) - h_{33} D_{33}(z_p, t) \\ \epsilon_{33}(z_p, t) &= -h_{33} \epsilon_{33}(z_p, t) + \beta_{33}^S D_{33}(z_p, t) \end{aligned} \quad (4.10)$$

donde S_{33} es la componente axial del tensor de tensiones, $\epsilon_{33}(w_p)$ es la deformación mecánica en la dirección axial, D_{33} es el desplazamiento eléctrico, ϵ_{33} es el campo eléctrico, c_{33}^D es la rigidez mecánica axial medida sin un campo eléctrico, β_{33}^S es la inversa de la constante dieléctrica también denominada “impermitividad” libre de tensiones mecánicas y h_{33} es la constante de acoplamiento electromecánico.

La variación de la energía potencial total de un material piezoeléctrico lineal se puede expresar como sigue (Jalili, 2010),

$$\delta U_{pzt}(t) = \int_{V_p} (S_{33} \delta \epsilon_{33} + \epsilon_{33} \delta D_{33}) dV_p \quad (4.11)$$

donde V_p es el volumen del material piezoeléctrico.

Considerando el caso específico de un actuador en configuración piezostack, la expresión de la variación de la energía potencial total δU_{pzt} se puede reducir a la siguiente

expresión,

$$\begin{aligned}\delta U_{pzt}(t) &= \int_{V_p} [(c_{33}^D \varepsilon_{33} - h_{33} D_{33}) \delta \varepsilon_{33} + (-h_{33} \varepsilon_{33} + \beta_{33}^S D_{33}) \delta D_{33}] dV_p \\ &= \int_{V_p} [c_{33}^D \varepsilon_{33} \delta \varepsilon_{33} - h_{33} \delta(D_{33} \varepsilon_{33}) + \beta_{33}^S D_{33} \delta D_{33}] dV_p\end{aligned}\quad (4.12)$$

En la ecuación (4.12) se observa que el primer término se asocia a la deformación mecánica, el segundo al acoplamiento electromecánico y el tercero al desplazamiento eléctrico.

Considerando un campo eléctrico exterior uniforme, el trabajo virtual δW_e que realiza el campo eléctrico sobre el actuador es (Jalili, 2010),

$$\delta W_e(t) = V_a(t) A_p \int_0^{L_p} \delta D_{33} dz_p \quad (4.13)$$

donde $V_a(t)$ es el voltaje aplicado por la fuente externa de energía y A_p es el área de la sección transversal del actuador.

Formulación multi-cuerpo del sistema alerón-actuadores

A partir de los desarrollos de las variaciones de energía δU_{placa} y δU_{pzt} y los trabajos virtuales δW_{pala} , $\overline{\delta W}_{aero}$ y δW_e , y agrupando los términos variacionales similares, se transforma la ecuación (4.1) en la siguiente,

$$\begin{aligned}& \int_A [-\rho h a_{f2}(x_f, z_f, t) + \Delta p (\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{f}}_2)] \delta v_f dA \\ & - \sum_{i=1}^N A_p \int_0^{L_p} [(c_{33}^D \varepsilon_{33}^i - h_{33} D_{33}^i) \delta \varepsilon_{33}^i + (-h_{33} \varepsilon_{33}^i + \beta_{33}^S D_{33}^i - V_a^i) \delta D_{33}^i] dz_p \\ & - \sum_{i=1}^N \lambda_i [\delta v_f(x_{fA}^i, z_{fA}^i, t) - \eta \delta w_p^i(L_p, t)] \\ & - D \int_A \left[\left(\frac{\partial^2 v_f}{\partial z_f^2} + \nu \frac{\partial^2 v_f}{\partial x_f^2} \right) \frac{\partial^2 \delta v_f}{\partial z_f^2} + \left(\frac{\partial^2 v_f}{\partial x_f^2} + \nu \frac{\partial^2 v_f}{\partial z_f^2} \right) \frac{\partial^2 \delta v_f}{\partial x_f^2} \right. \\ & \left. + 2(1 - \nu) \frac{\partial^2 v_f}{\partial x_f \partial z_f} \frac{\partial^2 \delta v_f}{\partial x_f \partial z_f} \right] dA = 0 \quad (4.14)\end{aligned}$$

Para que la ecuación (4.14) se cumpla para todas las variaciones independientes posibles de v_f , w_p y D_{33} , los integrandos deben anularse (Bauchau, 2010). Por lo tanto, el

siguiente conjunto de ecuaciones debe satisfacerse,

$$\int_A [-\rho h a_{f2}(x_f, z_f, t) + \Delta p (\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{f}}_2)] \delta v_f dA - \sum_{i=1}^N \lambda_i [\delta v_f(x_{fA}^i, z_{fA}^i, t)] - D \int_A \left[\left(\frac{\partial^2 v_f}{\partial z_f^2} + \nu \frac{\partial^2 v_f}{\partial x_f^2} \right) \frac{\partial^2 \delta v_f}{\partial z_f^2} + \left(\frac{\partial^2 v_f}{\partial x_f^2} + \nu \frac{\partial^2 v_f}{\partial z_f^2} \right) \frac{\partial^2 \delta v_f}{\partial x_f^2} + 2(1 - \nu) \frac{\partial^2 v_f}{\partial x_f \partial z_f} \frac{\partial^2 \delta v_f}{\partial x_f \partial z_f} \right] dA = 0 \quad (4.15a)$$

$$- \sum_{i=1}^N A_p \int_0^{L_p} (c_{33}^D \varepsilon_{33}^i - h_{33} D_{33}^i) \delta \varepsilon_{33}^i dz_p + \sum_{i=1}^N \lambda_i \eta \delta w_p^i(L_p, t) = 0 \quad (4.15b)$$

$$- \sum_{i=1}^N A_p \int_0^{L_p} (-h_{33} \varepsilon_{33}^i + \beta_{33}^S D_{33}^i - V_a^i) \delta D_{33}^i dz_p = 0 \quad (4.15c)$$

El primer término de la ecuación (4.15a) representa el trabajo virtual de las cargas asociadas al movimiento de la pala observado desde la placa base y el trabajo virtual de la carga aerodinámica sobre el alerón, el segundo término representa el trabajo virtual de las reacciones en los puntos de anclaje y el tercer término representa la energía de deformación elástica de la placa base. El primer término de la ecuación (4.15b) representa la energía potencial total del actuador piezoeléctrico y el segundo término representa el trabajo virtual de las reacciones en los puntos de anclaje. La ecuación (4.15c) representa el trabajo virtual del campo eléctrico.

En la ecuación (4.15a) solamente interviene la variación de la componente transversal del desplazamiento de la placa base, mientras que en las demás intervienen las variaciones de las variables asociadas al acoplamiento piezoeléctrico.

Como la ecuación (4.15c) es válida para todas las variaciones de D_{33} , el término entre paréntesis debe anularse y se obtiene la siguiente relación entre el desplazamiento eléctrico D_{33} , el voltaje aplicado V_a y la deformación mecánica ε_{33} en cada actuador.

$$D_{33}^i(z_p, t) = \frac{1}{\beta_{33}^S} V_a^i(t) + \frac{h_{33}}{\beta_{33}^S} \varepsilon_{33}^i(z_p, t) \quad (4.16)$$

A su vez, bajo la hipótesis de pequeños desplazamientos se puede relacionar la deformación axial del material piezoeléctrico ε_{33} con su desplazamiento axial w_p ,

$$\varepsilon_{33}^i(z_p, t) = \frac{\partial}{\partial z_p} w_p^i(z_p, t) \quad (4.17)$$

Reemplazando las relaciones obtenidas del desplazamiento eléctrico y de la deformación mecánica en la ecuación (4.15b) se puede transformar la misma en una expresión que no depende explícitamente del desplazamiento eléctrico y la deformación mecánica,

$$\sum_{i=1}^N \left(E_p A_p \int_0^{L_p} \left(\left(\frac{\partial}{\partial z_p} w_p^i \right) - \Lambda^i(t) \right) \frac{\partial}{\partial z_p} \delta w_p^i dz_p - \lambda_i \eta \delta w_p^i(L_p, t) \right) = 0 \quad (4.18)$$

donde

$$E_p \triangleq c_{33}^D - \frac{h_{33}^2}{\beta_{33}^S} = c_{33}^D (1 - k_{33}^2) \text{ es la rigidez axial efectiva del actuador piezoeléctrico}$$

$$\Lambda^i(t) \triangleq \frac{h_{33}}{\beta_{33}^S} V_a^i = d_{33} V_a^i \text{ es el } \textit{desplazamiento libre} \text{ del actuador piezoeléctrico}$$

Finalmente el conjunto de ecuaciones definido por (4.2), (4.15a) y (4.18) representa la configuración de equilibrio dinámico del sistema alerón-actuadores en función de los desplazamientos axiales de cada actuador piezoeléctrico $w_p^i(z_p, t)$ y del desplazamiento transversal $v_f(x_f, z_f, t)$ de la placa base.

Aproximación de los desplazamientos elásticos

El campo de desplazamiento transversal de la placa base $v_f(x_f, z_f, t)$ y el campo de desplazamiento axial de cada actuador $w_p^i(z_p, t)$ se aproximan utilizando, para cada uno, un conjunto finito de funciones de prueba admisibles y un conjunto de coordenadas generalizadas como sigue,

$$\begin{aligned} v_f(x_f, z_f, t) &= \boldsymbol{\varphi}_f^T(x_f, z_f) \mathbf{q}_f(t) \\ w_p^i(z_p, t) &= \boldsymbol{\varphi}_p^T(z_p) \mathbf{q}_p^i(t) \quad \text{para } i = 1, \dots, N \end{aligned} \quad (4.19)$$

Obtención de la configuración de equilibrio del sistema

Reemplazando las aproximaciones expresadas por (4.19) en el conjunto de ecuaciones (4.2), (4.15a) y (4.18), y considerando que las variaciones de las coordenadas generalizadas son independientes entre sí, se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones algebraicas que describe el equilibrio dinámico del sistema alerón-actuadores,

$$[\mathbf{K}_{placa}] \mathbf{q}_f(t) - \sum_{i=1}^N \lambda_i(t) \boldsymbol{\varphi}_f(Ai) = \mathbf{Q}_{iner}(t) + \mathbf{Q}_{aero}(t) \quad (4.20a)$$

$$K_{piezo} q_p^i(t) - \lambda_i(t) \eta = Q_{piezo}^i(t) \quad \text{para } i = 1, \dots, N \quad (4.20b)$$

$$\boldsymbol{\varphi}_f^T(Ai) \mathbf{q}_f(t) - \eta \boldsymbol{\varphi}_p^T(L_p) \mathbf{q}_p^i(t) = \Delta L_{preset}^i \quad \text{para } i = 1, \dots, N \quad (4.20c)$$

donde $[\mathbf{K}_{placa}]$ es la matriz de rigidez de la placa base, $\boldsymbol{\varphi}_f(Ai) = \boldsymbol{\varphi}_f(x_{fAi}, z_{fAi})$, $\mathbf{Q}_{iner}(t)$ es el vector de cargas generalizadas asociadas al movimiento de la pala, $\mathbf{Q}_{aero}(t)$ es el vector de cargas generalizadas asociadas a la aerodinámica, K_{piezo} es la rigidez de cada actuador piezoeléctrico, $Q_{piezo}^i(t)$ es la carga generalizada asociada al campo eléctrico aplicado y ΔL_{preset} es un desplazamiento asociado a la pretensión que se introduce en los actuadores para que trabajen a la compresión. Las variables, vectores y matrices mencionados se describen en el apéndice E.

Finalmente, las coordenadas generalizadas y los multiplicadores de Lagrange se pueden agrupar en un único vector y el conjunto de ecuaciones algebraicas se puede disponer de la siguiente forma matricial,

$$\begin{bmatrix} [\mathbf{K}_{placa}]^{M \times M} & [\mathbf{0}]^{M \times N} & \boldsymbol{\varphi}_f(A1) \cdots \boldsymbol{\varphi}_f(AN) \\ [\mathbf{0}]^{N \times M} & K_{piezo} [\mathbf{I}]^{N \times N} & -\eta [\mathbf{I}]^{N \times N} \\ \boldsymbol{\varphi}_f^T(A1) & & \\ \vdots & -\eta [\mathbf{I}]^{N \times N} & [\mathbf{0}]^{N \times N} \\ \boldsymbol{\varphi}_f^T(AN) & & \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{q}_f \\ q_p^1 \\ \vdots \\ q_p^N \\ \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{Q}_{iner} + \mathbf{Q}_{aero} \\ Q_{piezo}^1 \\ \vdots \\ Q_{piezo}^N \\ \Delta L_{preset}^1 \\ \vdots \\ \Delta L_{preset}^N \end{pmatrix} \quad (4.21)$$

donde los supraíndices $^{Fila \times Columna}$ indican la cantidad de filas y columnas de la matriz, M es la cantidad de coordenadas generalizadas asociadas a la placa base, N es la cantidad de actuadores, $[\mathbf{I}]$ es la matriz identidad y $[\mathbf{0}]$ es una matriz de ceros.

Capítulo 5

Co-simulación

5.1. Introducción

En la Figura 5.1 se presentan los tres módulos, y las complejas interacciones entre los mismos, que componen el modelo aeroservoelástico. Las variables indicadas dentro de cada módulo describen la configuración de cada subsistema. La mayoría de las interacciones presentadas son bidireccionales, siendo la excepción la interacción entre el modelo del sistema alerón-actuadores y el de la dinámica estructural, dado que el movimiento de la pala introduce aceleraciones en la placa base pero no ocurre lo mismo en sentido inverso. El modelo de la aerodinámica introduce cargas generalizadas en los otros dos modelos, los cuales a su vez deforman la geometría de la sábana vorticosa adherida.

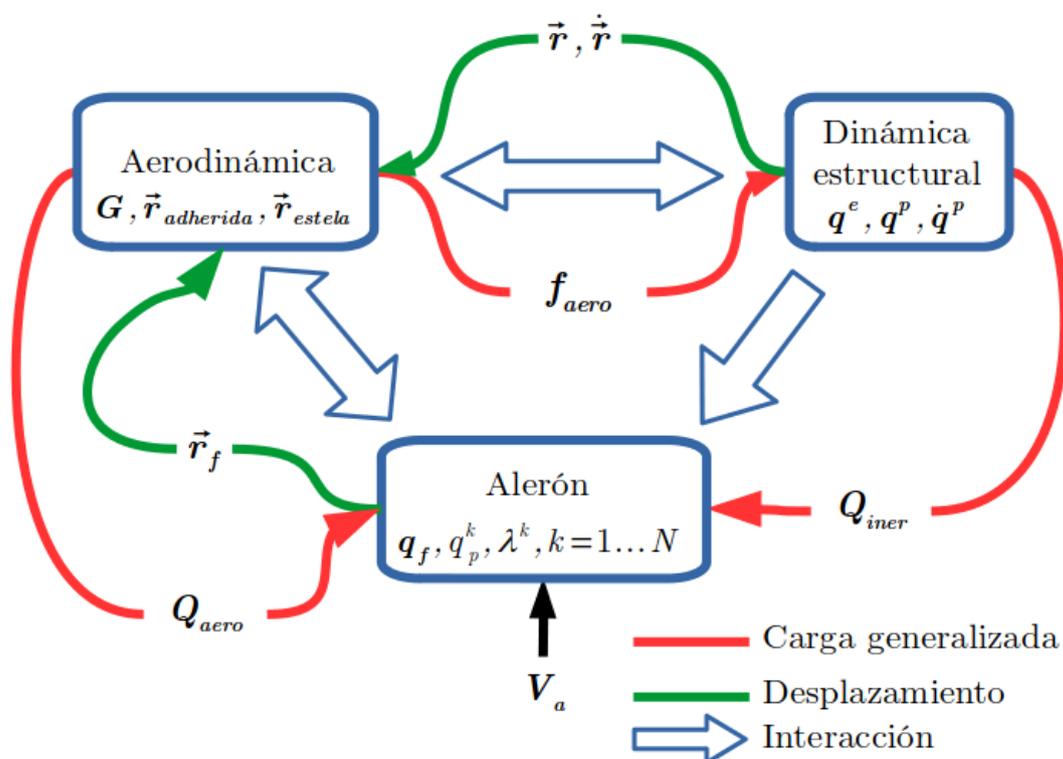


Figura 5.1: Interacciones entre los tres módulos: aerodinámico, dinámica estructural y alerón.

Según Felippa et al. (2001) el problema aeroservoelástico se puede resolver de las

siguientes tres formas: la *eliminación de campos*, la *solución monolítica* y la *solución particionada*, o también denominada “co-simulación”. En la eliminación de campos se utilizan técnicas de reducción de modelos o transformaciones integrales para eliminar uno o más campos, y luego se integran numéricamente las ecuaciones que describen los campos restantes de forma simultánea. Para el caso de la solución monolítica, el problema completo se representa por una única ecuación fuertemente acoplada, de modo que los diferentes sistemas (fluido, control y estructura) comparten los mismos grados de libertad a través de interfaces especiales. En esta estrategia se avanza en el tiempo de forma simultánea con un único *solver* y una única discretización temporal. En la última estrategia, la solución particionada, el problema se separa en *particiones* que se integran en el tiempo de forma independiente. Esta estrategia permite una mayor flexibilidad de los modelos ya que las discretizaciones espaciales de cada partición pueden no ser coincidentes. La interacción entre las particiones se puede representar de forma *estrecha*, i.e., cuando comparten la discretización temporal o *relajada*, i.e., cuando se integran en el tiempo de forma escalonada. A su vez, el esquema se puede clasificar en *fuerte* o *débil* según cómo se comparte la información entre las particiones durante el avance del tiempo. En el esquema *fuerte* se utiliza la configuración de las demás particiones en el tiempo futuro $t + \Delta t$ para avanzar, mientras que en el esquema *débil* se utiliza la configuración de las demás particiones al inicio del intervalo temporal. Para mayor información sobre esquemas de interacción aeroservoelástica en turbinas eólicas se recomienda el trabajo de Gasmi et al. (2013).

5.2. Integración numérica de las ecuaciones de movimiento

En esta tesis se adoptó una estrategia *particionada*, *estrecha* y *fuerte* como se muestra esquemáticamente en la Figura 5.2. En el lado izquierdo de la Figura 5.2 se presenta el estado actual de los tres módulos: sistemas actuadores-alerón, aerodinámica y dinámica estructural; y en el lado derecho se muestra el estado futuro de los tres módulos mencionados. En el estado futuro se indican las relaciones interactivas entre los módulos con el supraíndice k .

Para realizar la integración de forma estrecha y fuerte se realiza una sincronización a partir de un esquema predictor-corrector iterativo. Para controlar la convergencia numérica se observa el error en las coordenadas y velocidades generalizadas del modelo de dinámica estructural.

5.2.1. Integrador del modelo de dinámica estructural de la pala

Para predecir y corregir la configuración futura de la dinámica estructural se utiliza el método de Hilber-Hughes-Taylor o “HHT” por sus siglas (Hughes, 1983). El método HHT es útil en problemas de dinámica estructural cuya discretización produce un amplio ancho de banda de las frecuencias asociadas a sus grados de libertad. Su utilidad se debe a que incorpora un amortiguamiento numérico que actúa como un filtro pasa-bajos y permite amortiguar las frecuencias más altas originadas por la discretización mediante el método de Ritz. Además, el método HHT posee una precisión de por lo menos segundo orden y es incondicionalmente estable en sistemas lineales (Bauchau, 2010). Las fórmulas del método HHT aplicadas al modelo de dinámica estructural de la pala, expresado en el tiempo adimensional t^* , son como sigue,

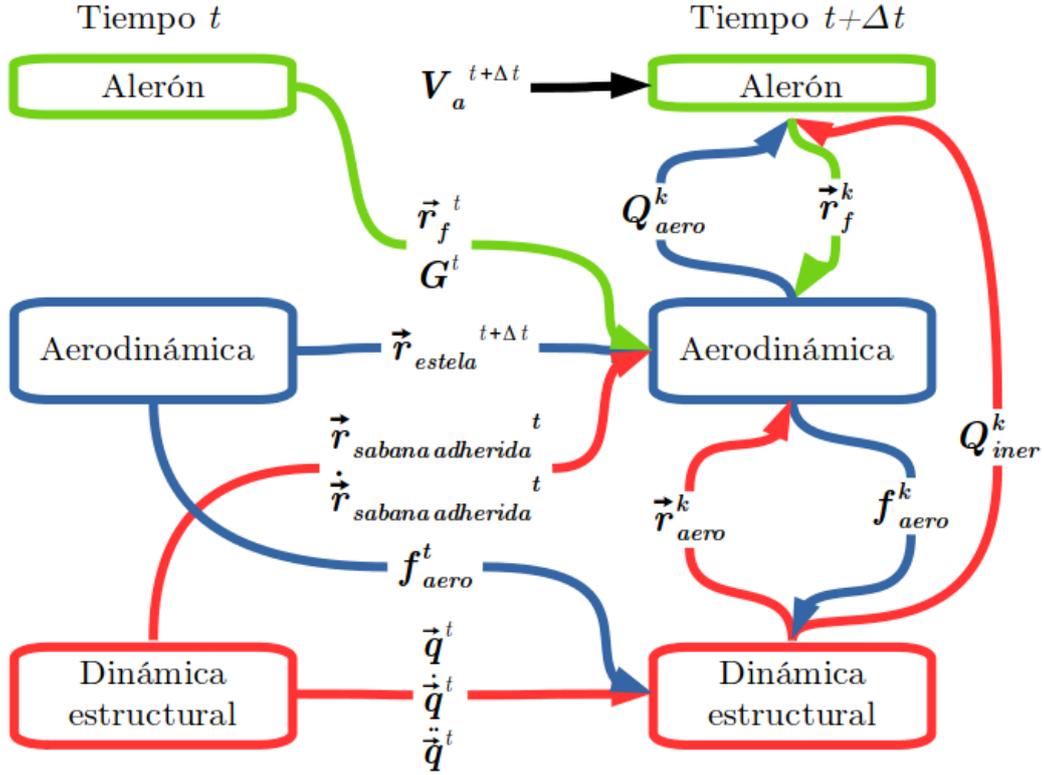


Figura 5.2: Avance de tiempo de la estrategia particionada, estrecha y fuerte adoptada.

$$\begin{aligned}
([M] + (TC)^2[K]\beta(1 - \alpha)) \ddot{\mathbf{q}}^p(t^* + 1) = & \\
& + (TC^2) ((1 - \alpha)\mathbf{f}_{aero}(t^* + 1) + \alpha\mathbf{f}_{aero}(t^*)) \\
& - [K]\mathbf{q}^p(t^*) - [K](1 - \alpha)\dot{\mathbf{q}}^p(t^*) \\
& - [K](1 - \alpha)\left(\frac{1}{2} - \beta\right)\ddot{\mathbf{q}}^p(t^*) \\
\mathbf{q}^p(t^* + 1) = \mathbf{q}^p(t^*) + \dot{\mathbf{q}}^p(t^*) + & \left(\left(\frac{1}{2} - \beta\right)\ddot{\mathbf{q}}^p(t^*) + \beta\ddot{\mathbf{q}}^p(t^* + 1)\right) \\
\dot{\mathbf{q}}^p(t^* + 1) = \dot{\mathbf{q}}^p(t^*) + ((1 - \gamma)\dot{\mathbf{q}}^p(t^*) + & \gamma\dot{\mathbf{q}}^p(t^* + 1))
\end{aligned}$$

donde α , β y γ son parámetros que controlan la precisión y estabilidad de método.

5.2.2. Descripción del algoritmo

Inicialmente en el tiempo t_0^* se conoce la posición del alerón, de la estructura de la pala y de su sávana vorticiosa adherida, y además se conoce la velocidad de las últimas dos. En esta condición se determinan las circulaciones de los anillos vorticosos de la sávana vorticiosa adherida mediante la ecuación (2.18) y se evalúan las cargas generalizadas sobre la estructura de la pala y el alerón.

Para obtener la configuración futura del sistema aeroservoelástico a partir de una configuración conocida en el tiempo \tilde{t} , se procede de la siguiente manera, que también se presenta como diagrama de flujo en la Figura 5.3,

1. se avanza el tiempo a \tilde{t}_1 y se incrementa la posición azimutal de la pala,

2. se desplazan los marcadores Lagrangeanos de los anillos vorticosos pertenecientes a la estela $\vec{r}_{estela}(\tilde{t}_1)$, evaluando la velocidad local del fluido mediante la ecuación (2.19),
3. se establece el voltaje $V_a(\tilde{t}_1)$ sobre el alerón evaluando una ley de control y se determinan nuevas cargas generalizadas asociadas al campo eléctrico $Q_p^i(\tilde{t}_1)$,
4. a partir de las nuevas cargas generalizadas asociadas al campo eléctrico $Q_p^i(\tilde{t}_1)$ y las cargas generalizadas asociadas a la configuración actualizada de la estela vorticososa $Q_{aero}(\tilde{t}_1)$ se determina la configuración del alerón resolviendo el sistema de ecuaciones (4.21),
5. se desplazan las esquinas de los anillos vorticosos de la sábana adherida ubicados en la región del alerón,
6. se determinan las circulaciones de los anillos vorticosos de la sábana vorticososa adherida $G(\tilde{t}_1)$ resolviendo el sistema de ecuaciones (2.18), y se evalúan las cargas generalizadas $f_{aero}(\tilde{t}_1)$ y $Q_{aero}(\tilde{t}_1)$,
7. se predice la configuración del modelo de dinámica estructural dada por los vectores asociados a las perturbaciones $q^p(\tilde{t}_1)$, $\dot{q}^p(\tilde{t}_1)$ y $\ddot{q}^p(\tilde{t}_1)$ mediante el método HHT,
8. a partir de las nuevas cargas generalizadas asociadas al movimiento de la pala en el tiempo futuro $Q_{iner}(\tilde{t}_1)$ se corrige la configuración del alerón resolviendo el sistema de ecuaciones (4.21),
9. se corrige el desplazamiento de las esquinas de los anillos vorticosos de la sábana adherida ubicados en la región del alerón,
10. se corrigen las circulaciones de los anillos vorticosos de la sábana vorticososa adherida $G(\tilde{t}_1)$ resolviendo el sistema de ecuaciones (2.18), y se evalúan las cargas generalizadas $f_{aero}(\tilde{t}_1)$ y $Q_{aero}(\tilde{t}_1)$,
11. se corrige la configuración del modelo de dinámica estructural $q^p(\tilde{t}_1)$, $\dot{q}^p(\tilde{t}_1)$ y $\ddot{q}^p(\tilde{t}_1)$ mediante el método HHT,
12. se evalúa la diferencia ε entre los vectores de coordenadas y velocidades generalizadas de la estructura de la pala, obtenidos en la fase de corrección C y la fase de predicción P mediante la siguiente expresión,

$$\varepsilon = \left\| \begin{matrix} {}^C q^p - {}^P q^p \\ {}^C \dot{q}^p - {}^P \dot{q}^p \end{matrix} \right\|_{\infty} \quad (5.1)$$

donde el supraíndice C indica que el valor fue obtenido en la fase de corrección y P indica que el valor fue obtenido en la fase de predicción.

13. si el error ε calculado es menor a un valor de tolerancia se aceptan las variables que describen la configuración de los tres modelos como solución del tiempo $\tilde{t} + 1$ y el ciclo vuelve al paso 1 para determinar la solución del tiempo siguiente $\tilde{t} + 2$; de lo contrario se repite la fase de corrección desde el paso 8.

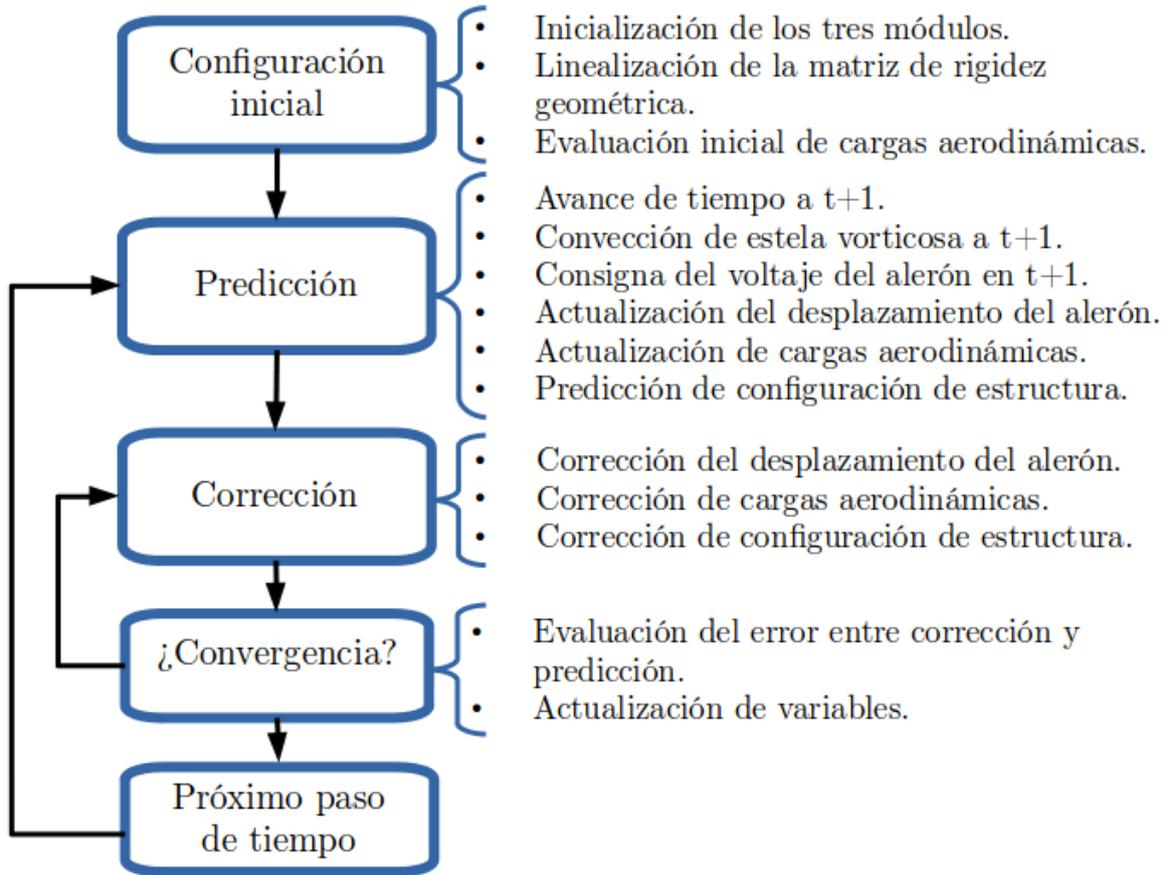


Figura 5.3: Diagrama de flujo del algoritmo implementado para resolver el modelo aeroservoelástico.

5.2.3. Software utilizado

La totalidad del trabajo fue realizado utilizando software libre. El modelo computacional se programó en el lenguaje *GNU Octave* (Eaton et al., 2017). Para visualizar los resultados se utilizaron *GMSH* (Geuzaine and Remacle, 2009) y *Paraview* (Ahrens et al., 2005). El formato y estilo de las imágenes fue editado utilizando Inkscape. El manuscrito fue redactado en \LaTeX utilizando el editor TeXstudio.

Capítulo 6

Resultados

6.1. Validación del modelo estructural

En esta sección se presenta evidencia que soporta la hipótesis de que la aproximación propuesta a la solución del problema de las vibraciones de palas de turbinas eólicas de eje horizontal y de gran tamaño es adecuada.

En primer lugar se presentan resultados obtenidos a partir del ejemplo de Wright et al. (1982), el cual se ha constituido en una referencia para la validación de modelos de dinámica estructural no-lineales y con acoplamientos axial-flexión, como sucede en el análisis de palas de rotores de helicópteros.

En segundo lugar se presenta el caso específico de una pala de turbina eólica de eje horizontal y de gran tamaño, junto a las observaciones obtenidas a partir del estudio de la configuración estacionaria y del esquema numérico HHT.

6.1.1. Vibraciones de una viga uniforme rotando a velocidad constante

El problema modelado consiste en una viga con una distribución uniforme de sus propiedades inerciales y elásticas. La viga rota a una velocidad constante. No se consideran las cargas asociadas al campo gravitatorio ni a la aerodinámica. El desplazamiento elástico está restringido al plano definido por el eje axial de la viga y el eje de rotación. A su vez, no se considera el giro por torsión.

Los parámetros del problema se obtuvieron de Pesheck et al. (2002) y son los siguientes:

- longitud $L = 9[m]$
- densidad lineal $\bar{m} = 10[kg/m]$
- rigidez axial $EA = 2,23 \times 10^8[N]$
- rigidez a la flexión $EJ_{zz} = 3,99 \times 10^5[Nm^2]$
- eccentricidad desde el origen de la viga al centro de rotación $h = 0,5[m]$

Se observaron las vibraciones libres alrededor de la configuración estacionaria para distintas velocidades de rotación. Para comparar los resultados con los obtenidos por Pesheck et al. (2002), se observaron las primeras cuatro frecuencias de vibración transversal y las primeras dos frecuencias de vibración axial.

En primer lugar se realizó un estudio de independencia de la solución numérica respecto de la discretización del campo de desplazamientos.

En la Tabla 6.1 se muestran las seis frecuencias de vibración observadas para el caso sin rotación obtenidas para distintas discretizaciones y se comparan con los resultados presentados por Pesheck et al. (2002). No se observan cambios entre los resultados obtenidos por las tres discretizaciones elegidas. Este resultado es razonable dado que las funciones de prueba seleccionadas son las autofunciones del problema de la vibración libre de una viga en condición empotrada-libre y sin rotar.

En las Tablas 6.2 y 6.3 se muestran las frecuencias de vibrar asociadas a una velocidad de rotación constante de $30[rad/s]$, obtenidas para distintas discretizaciones de los desplazamientos. Específicamente en la Tabla 6.2 se comparan distintas discretizaciones del desplazamiento transversal manteniendo la misma discretización axial, mientras que en la Tabla 6.3 se comparan las frecuencias observadas para distintas discretizaciones del desplazamiento axial para la misma discretización del desplazamiento transversal.

Modo	[2,4]	[2,8]	[4,4]	(Pesheck et al., 2002)
Transversal 1	8,6707	8,6707	8,6707	8,672
Transversal 2	54,3381	54,3381	54,3381	54,35
Transversal 3	152,1483	152,1483	152,1483	152,2
Transversal 4	298,1499	298,1499	298,1499	298,2
Axial 1	824,1947	824,1947	824,1947	824,7
Axial 2	2472,584	2472,584	2472,584	2474,0

Tabla 6.1: Frecuencias expresadas en $[rad/s]$ de seis modos de vibrar de la viga no rotante, obtenidas con distintas discretizaciones del campo de desplazamientos. Los valores indicados entre corchetes corresponden a la cantidad de funciones de prueba en cada dirección [axiales,transversales].

Modo	[2,4]	[2,8]	[2,16]	(Pesheck et al., 2002)
Transversal 1	34,0268	33,9911	33,9883	34,03
Transversal 2	95,2911	95,2000	95,1860	95,84
Transversal 3	200,5776	200,0884	199,9979	200,5
Transversal 4	352,1759	351,1996	350,7668	351,5
Axial 1	823,6485	823,6485	823,6485	824,1
Axial 2	2472,402	2472,402	2472,402	2473,9

Tabla 6.2: Frecuencias expresadas en $[rad/s]$ de seis modos de vibrar de la viga rotando a $30[rad/s]$, obtenidas con distintas discretizaciones del desplazamiento transversal. Los valores indicados entre corchetes corresponden a la cantidad de funciones de prueba en cada dirección [axiales,transversales]

Comparando las Tablas 6.2 y 6.3 se observa que al aumentar únicamente la cantidad de funciones de prueba transversales, las frecuencias asociadas a los modos transversales se reducen. Por otro lado, al aumentar únicamente la cantidad de funciones de prueba axiales, las frecuencias asociadas a los modos transversales se incrementan.

En la Tabla 6.4 se presentan las frecuencias de vibrar obtenidas para el caso rotante a una velocidad constante de $30[rad/s]$ y una discretización del desplazamiento axial con

Modo	[2,4]	[4,4]	[8,4]	(Pesheck et al., 2002)
Transversal 1	34,0268	34,0594	34,0632	34,03
Transversal 2	95,2911	95,8693	95,9244	95,84
Transversal 3	200,5776	200,8157	200,9276	200,5
Transversal 4	352,1759	352,2996	352,3707	351,5
Axial 1	823,6485	823,6485	823,6485	824,1
Axial 2	2472,402	2472,402	2472,402	2473,9

Tabla 6.3: Frecuencias expresadas en $[rad/s]$ de seis modos de vibrar de la viga rotando a $30[rad/s]$, obtenidas con distintas discretizaciones del desplazamiento axial. Los valores indicados entre corchetes corresponden a la cantidad de funciones de prueba en cada dirección [axiales,transversales].

4 funciones de prueba y del desplazamiento transversal con 8 funciones de prueba. Se observa que el efecto combinado obtenido al incrementar la cantidad de funciones de prueba en ambas direcciones del desplazamiento se aproxima a los resultados obtenidos por Pesheck et al. (2002).

Modo	[4,8]	(Pesheck et al., 2002)
Transversal 1	34,02	34,03
Transversal 2	95,78	95,84
Transversal 3	200,4	200,5
Transversal 4	351,4	351,5
Axial 1	823,6	824,1
Axial 2	2472,4	2473,9

Tabla 6.4: Frecuencias expresadas en $[rad/s]$ de seis modos de vibrar de la viga rotando a $30[rad/s]$, obtenidas con una discretización de 4 funciones de forma para la dirección axial del desplazamiento y 8 funciones de prueba en la dirección transversal.

En las Figuras 6.1 y 6.2 se presentan las frecuencias y modos de vibrar obtenidos utilizando la discretización con 4 funciones de prueba para la dirección axial y 8 funciones de prueba para la dirección transversal

En la Figura 6.3 se presenta la tendencia de las frecuencias naturales asociadas a los cuatro modos transversales en función de la velocidad de rotación de la viga. Se observa que se reproduce el efecto de rigidización. Los resultados se obtuvieron utilizando una discretización del desplazamiento axial con 4 funciones de prueba y del desplazamiento transversal con 8 funciones de prueba.

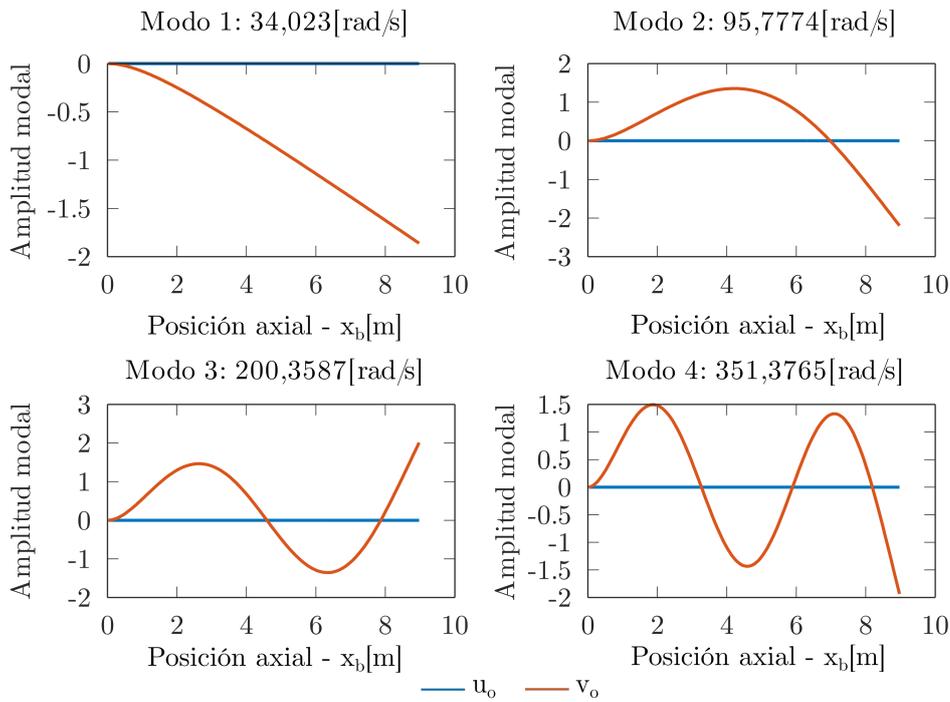


Figura 6.1: Primeros 4 modos transversales de la viga uniforme rotando a 30 [rad/s] con el desplazamiento axial discretizado con 4 funciones de prueba y el desplazamiento transversal discretizado con 8 funciones de prueba.

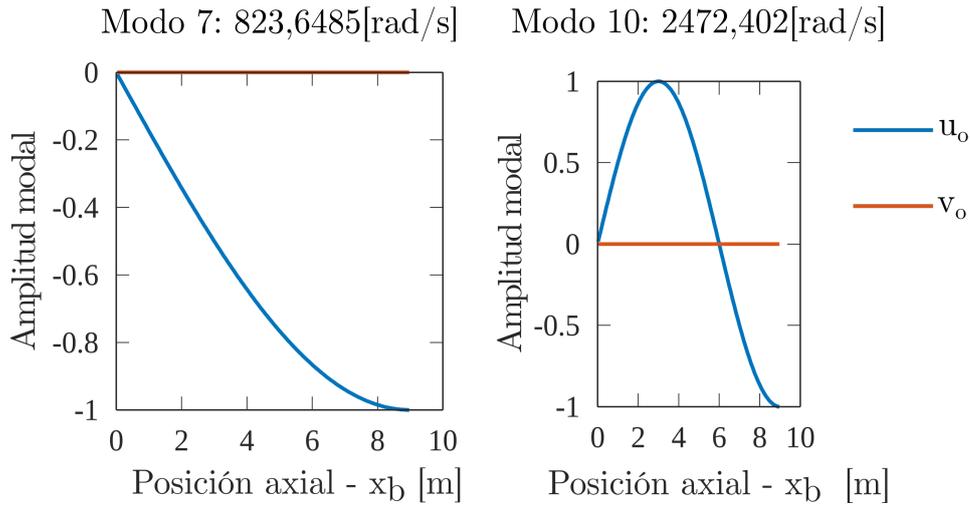


Figura 6.2: Primeros 2 modos axiales de la viga uniforme rotando a 30 [rad/s] con el desplazamiento axial discretizado con 4 funciones de prueba y el desplazamiento transversal discretizado con 8 funciones de prueba.

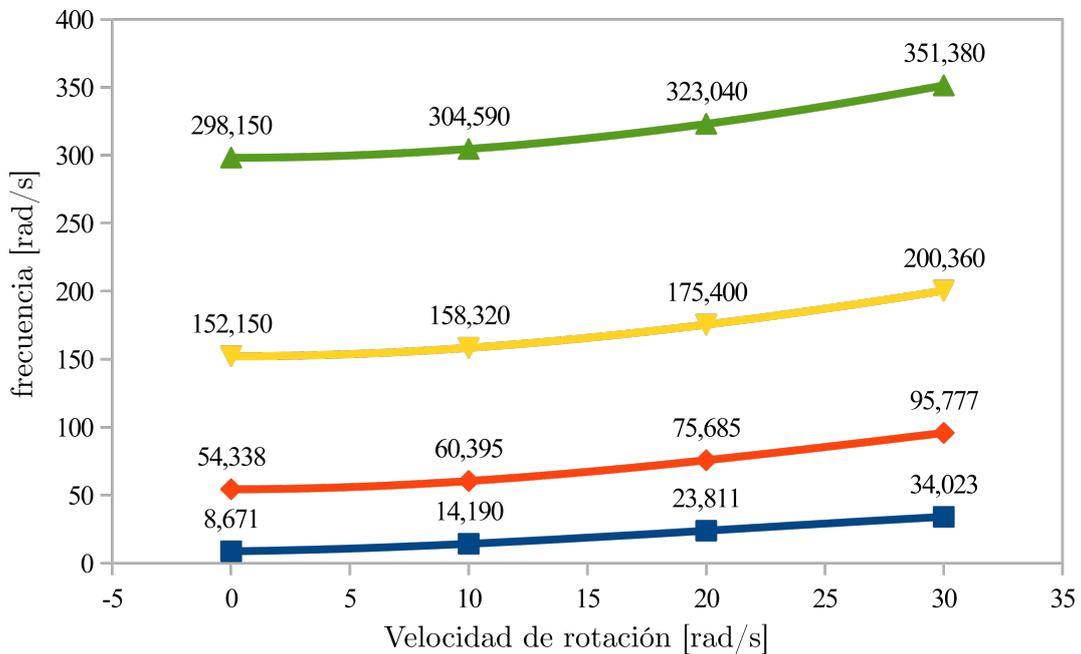


Figura 6.3: Evolución de las primeras 4 frecuencias naturales asociadas a los modos de vibrar transversales de la viga uniforme en función de la velocidad de rotación, con el desplazamiento axial discretizado con 4 funciones de prueba y el desplazamiento transversal discretizado con 8 funciones de prueba.

6.1.2. Pala típica de turbina eólica horizontal y de gran tamaño

En este caso el problema modelado consiste en una viga con una distribución de sus propiedades inerciales y elásticas que no es uniforme. La viga rota a una velocidad constante. No se consideran las cargas asociadas al campo gravitatorio ni a la aerodinámica. El desplazamiento elástico es tridimensional e incluye el giro por torsión. A su vez, en cada sección transversal el centro de gravedad no coincide con su centro elástico, por lo tanto se produce un acoplamiento de naturaleza inercial entre las componentes del campo de desplazamientos.

En esta tesis se eligió estudiar específicamente una pala de la familia WindPACT, asociada a una turbina cuya potencia nominal es de 1,5MW. El diseño de las palas WindPACT no tiene un propósito comercial sino de investigación. El diseño surgió de un estudio de factibilidad realizado por el laboratorio NREL de EEUU. Las propiedades se obtuvieron del estudio presentado por Bir (2005) y se presentan en las Tablas 6.5 y 6.6.

Estación [r/R]	\bar{m} [kg/m]	EI_{flap} [Nm^2]	EI_{edge} [Nm^2]	EA [N]	GJ [Nm^2]	\bar{I}_{zz} [$kg/m\ m^2$]
0,05	1,448E3	7,681E9	7,681E9	1,715E10	2,655E9	1,292E3
0,07	1,751E2	1,136E9	1,136E9	2,564E9	3,969E8	1,563E2
0,25	1,869E2	2,718E8	7,033E8	2,443E9	1,884E7	8,498E1
0,5	1,381E2	7,524E7	2,559E8	1,810E9	8,477E6	3,002E1
0,75	6,199E1	1,153E7	6,585E7	7,883E8	1,678E6	7,000
1	1,135E1	2,313E5	7,874E6	1,185E8	1,794E5	0,767

Tabla 6.5: Distribución axial de propiedades estructurales de la pala. Donde r es la coordenada radial desde el centro de la turbina, R es el radio del área barrida por la pala, \bar{m} es la densidad lineal de masa, EI_{flap} es la rigidez a la flexión de la sección en la dirección \hat{b}_2 , EI_{edge} es la rigidez a la flexión de la sección en la dirección \hat{b}_3 , EA es la rigidez a la tracción de la sección, GJ es la rigidez a la torsión de la sección y \bar{I}_{zz} es la inercia polar de la sección.

Estación [r/R]	Cuerda [m]	Centro de referencia [y/c]	Centro de gravedad [y/c]	Centro elástico [y/c]
0,05	1,890	0,5	0,5	0,5
0,07	1,890	0,5	0,5	0,5
0,25	2,800	0,34	0,41	0,329
0,5	2,147	0,31	0,387	0,324
0,75	1,494	0,28	0,403	0,328
1	0,906	0,25	0,493	0,358

Tabla 6.6: Distribución axial de centros de corte y de gravedad de la pala. El centro de referencia representa la intersección del eje \hat{b}_1 con a la cuerda del perfil.

Nuevamente se realizó un estudio de la independencia de la discretización del campo de desplazamientos. Para determinar la cantidad de funciones de forma necesarias para discretizar el desplazamiento axial se observaron las distribuciones de esfuerzos internos en la configuración estacionaria a una velocidad angular de 2[rad/s], que es el valor de

operación nominal de la pala WindPACT 1,5. Las distribuciones del esfuerzo interno axial N_x y el esfuerzo interno torsional M_x se presentan en la Figura 6.4. Se observa que a partir de una cantidad de 4 funciones de forma axiales, la distribución del esfuerzo interno axial no cambia. Por otra parte, para representar la distribución del esfuerzo interno torsional son necesarias al menos 12 funciones de forma axiales.

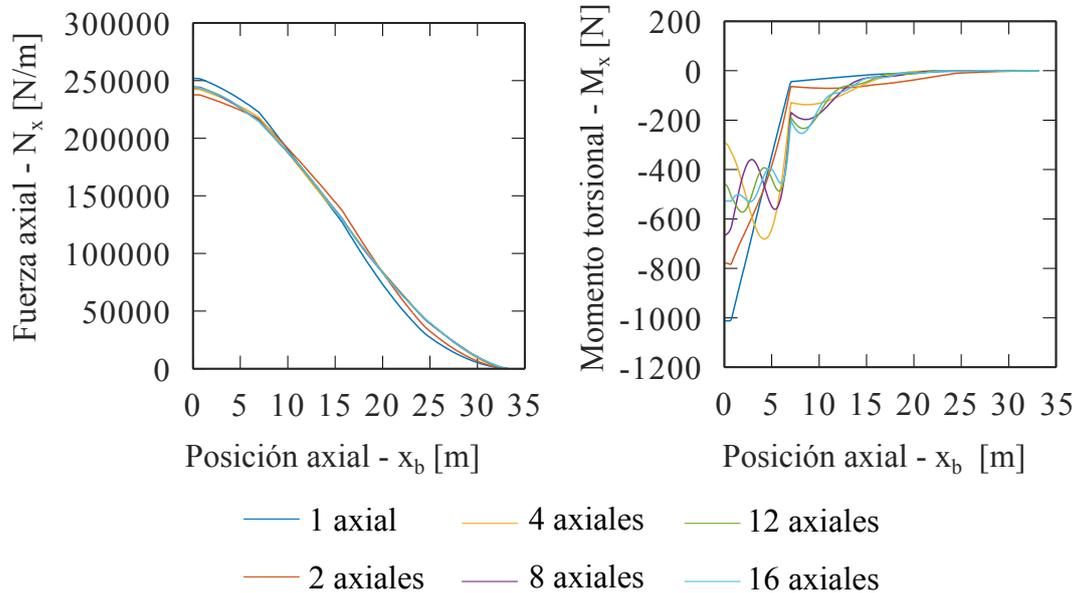


Figura 6.4: Distribución de esfuerzos internos axiales y torsionales para la pala rotando a $2[rad/s]$, obtenidas discretizando el desplazamiento axial y el giro por torsión con 1, 2, 4, 8, 12 y 16 funciones de forma axiales y los desplazamientos transversales con 4 funciones de forma transversales.

Para determinar la cantidad de funciones de forma transversales se observó la convergencia de la primera frecuencia natural de vibrar en la dirección transversal fuera del plano de rotación, para la pala sin rotar. Los resultados se presentan en la Figura 6.5. Se observa que a partir de 8 funciones de forma transversales el error relativo en la primera frecuencia natural es menor al 1%.

Se obtuvo una aproximación de la respuesta de la pala discretizando el desplazamiento con 12 funciones de forma para cada dirección. En primer lugar se determinaron los primeros seis modos de vibrar en la condición estacionaria considerando la condición sin rotación y rotando a una velocidad angular de $2[rad/s]$. Se compararon los resultados obtenidos con los reportados por Howison et al. (2018) mediante el código *BModes* que discretiza el campo de desplazamientos con elementos finitos del tipo viga.

En las Tablas 6.7 y 6.8 se presentan las primeras 6 frecuencias naturales de vibrar obtenidas en reposo y rotando. En la primera columna de las tablas mencionadas se indica la dirección dominante del modo de vibrar como: F para el desplazamiento transversal en la dirección \hat{b}_2 , E para el desplazamiento transversal en la dirección \hat{b}_3 y T para el giro por torsión.

Se observa un buen acuerdo entre los resultados con excepción de una diferencia cercana al 10% en la frecuencia natural asociada al modo de vibrar en dirección torsional. Esta discrepancia se puede asociar a una diferencia en las formulaciones de torsión empleadas en cada estudio.

Finalmente, se observó la respuesta transitoria de la pala rotando con una velocidad angular de $2[rad/s]$, a partir de una perturbación inicial en la coordenada generalizada

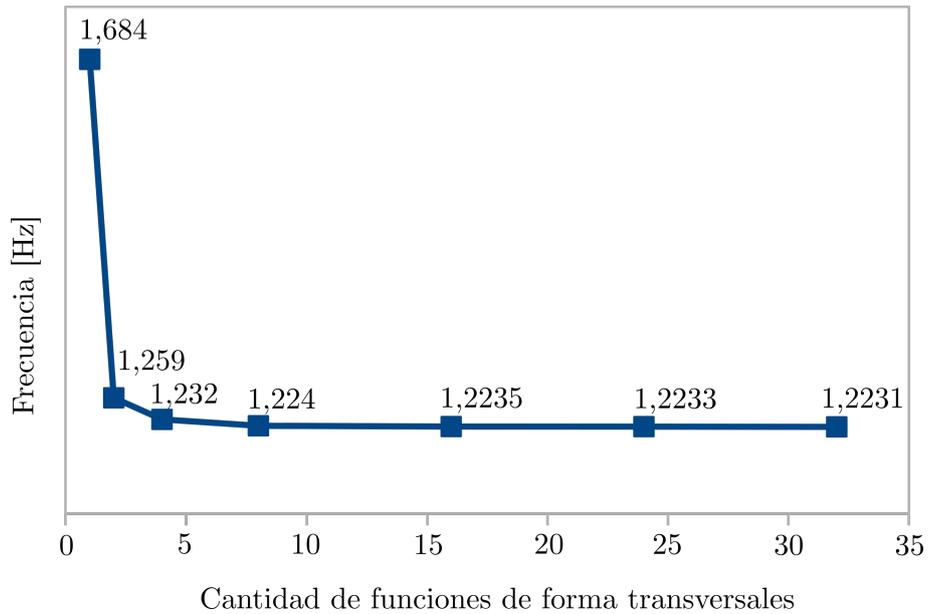


Figura 6.5: Convergencia de la primera frecuencia natural transversal para 12 funciones de forma axiales y 1, 2, 4, 8, 16, 24 y 32 funciones de forma transversales.

Modo	Modelo	Referencia	Diferencia
F1	1,221	1,228	-0,6 %
E1	1,838	1,869	-1,7 %
F2	3,625	3,658	-0,9 %
E2	6,237	6,291	-0,9 %
F3	7,873	7,970	-1,2 %
T1	9,080	10,17	-10,7 %

Tabla 6.7: Primeras seis frecuencias naturales en $[Hz]$ de la pala sin rotar.

asociada a la primera función admisible en dirección transversal, i.e. $q_{v1} = 1$. Para observar el amortiguamiento numérico que introduce el parámetro α del método de integración HHT, se experimentó con tres valores distintos de dicho parámetro. En particular se utilizaron los siguientes valores: 0, 0,02 y 1/3. El paso de tiempo se eligió para obtener un muestreo de 10 puntos del período natural asociado a la frecuencia natural más alta.

En las Figuras 6.6 a 6.8 se presentan las evoluciones de las componentes del desplazamiento de la punta de la pala, considerando los tres valores del parámetro α . Se observa que el parámetro α introduce una reducción en la amplitud de las componentes del desplazamiento y un contenido de armónicos de menor la frecuencia. En particular, para el caso de α máximo, el amortiguamiento numérico en el desplazamiento es aproximadamente 1,5 %.

En las Figuras 6.9 a 6.11 se presentan espectros de frecuencia utilizando un tamaño de ventana de 4096 datos. Se puede observar como el parámetro α se comporta como un filtro pasa-bajos en la respuesta de la pala y elimina los armónicos asociados a las frecuencias más altas.

Modo	Modelo	Referencia	Diferencia
F1	1,289	1,298	-0,7 %
E1	1,851	1,883	-1,7 %
F2	3,698	3,733	-0,9 %
E2	6,268	6,323	-0,9 %
F3	7,943	8,043	-1,2 %
T1	9,078	10,17	-10,7 %

Tabla 6.8: Primeras seis frecuencias naturales en $[Hz]$ de la pala rotando con una velocidad angular de $2[rad/s]$.

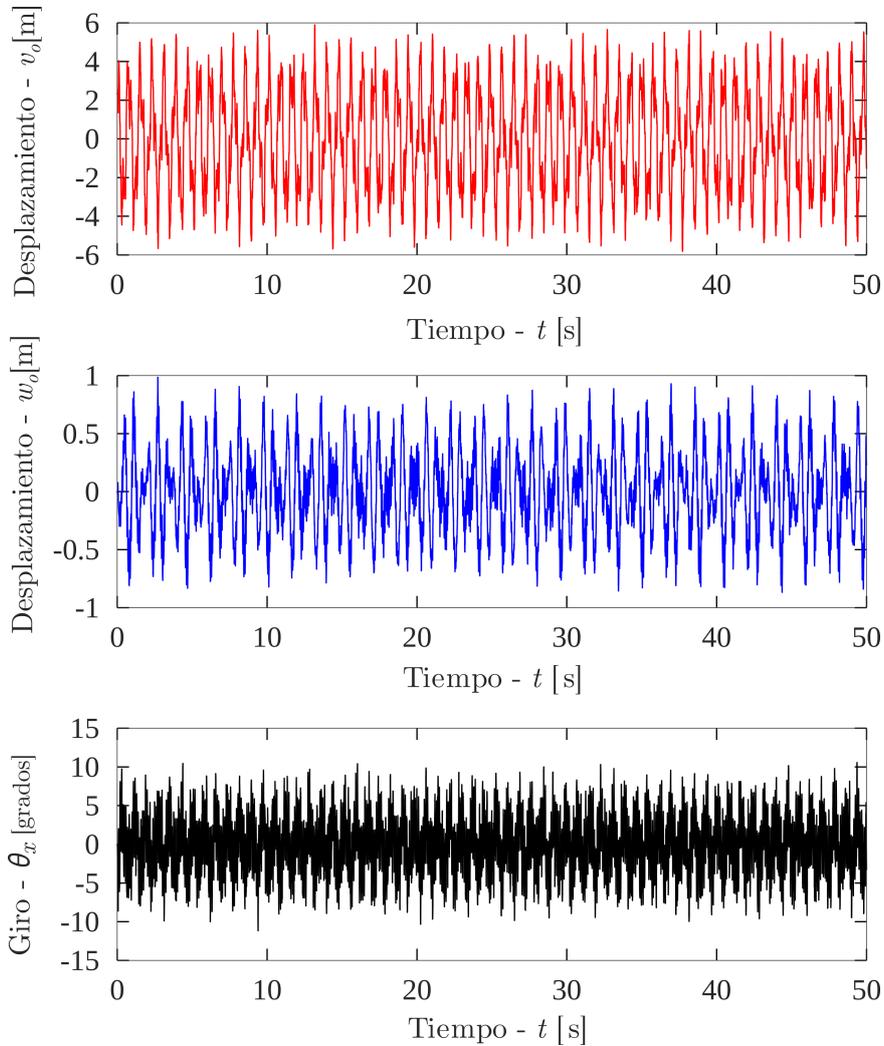


Figura 6.6: Evolución temporal del desplazamiento en la punta de la pala rotando a $2[rad/s]$ con $\alpha = 0$.

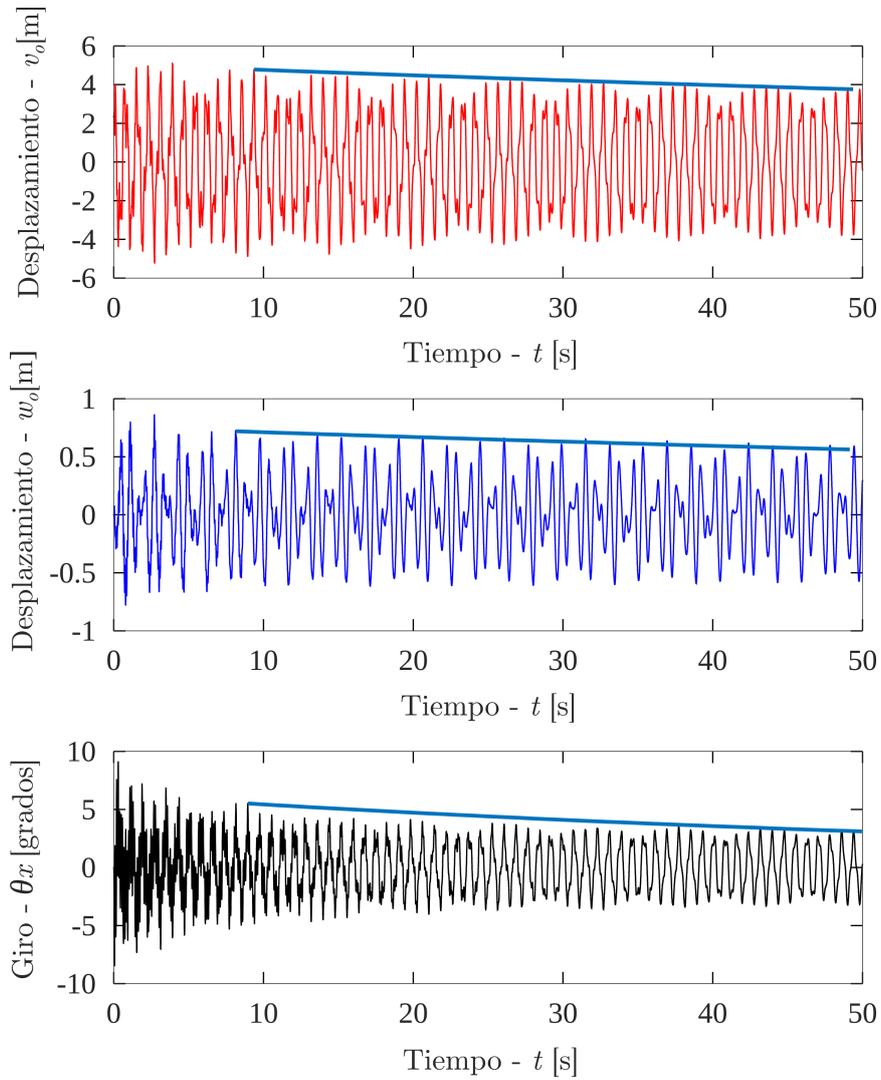


Figura 6.7: Evolución temporal del desplazamiento en la punta de la pala rotando a $2[\text{rad}/\text{s}]$ con $\alpha = 0,02$. La curva envolvente representa un amortiguamiento de $0,3\%$.

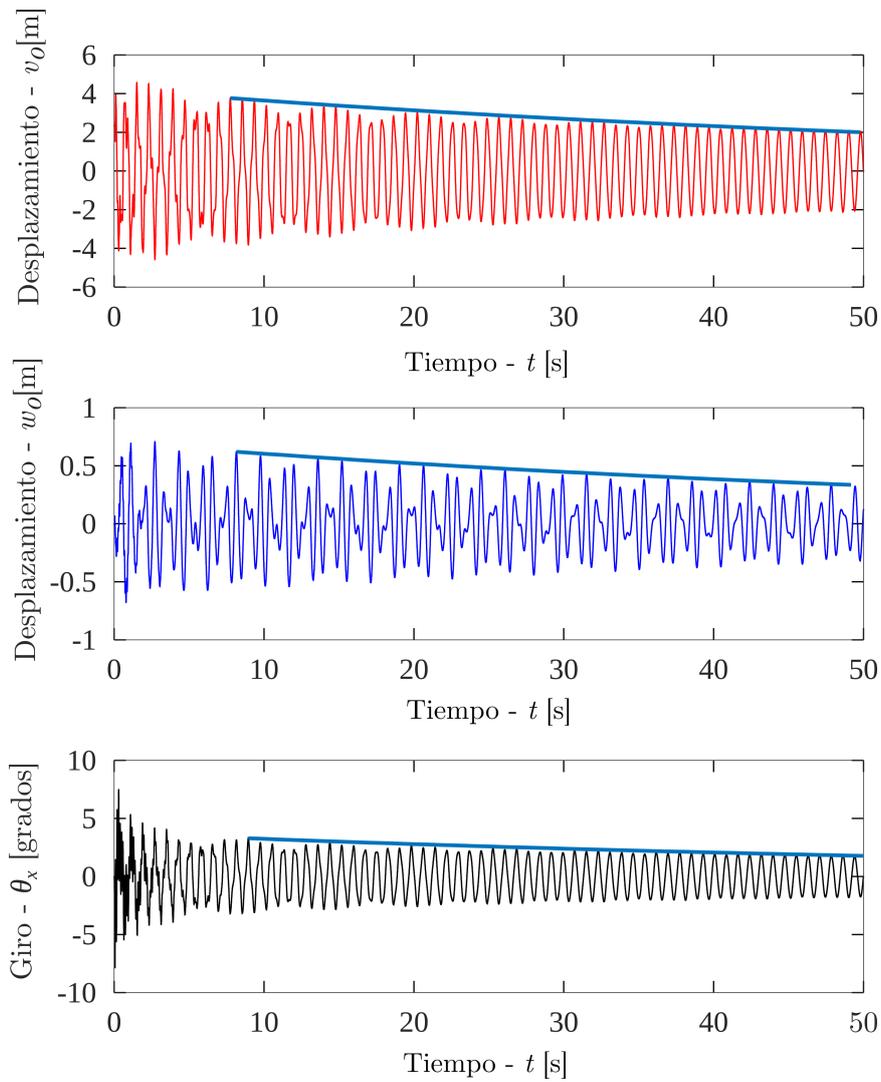


Figura 6.8: Evolución temporal del desplazamiento en la punta de la pala rotando a $2[\text{rad}/\text{s}]$ con $\alpha = 1/3$. La curva envolvente representa un amortiguamiento de 1,5 %.

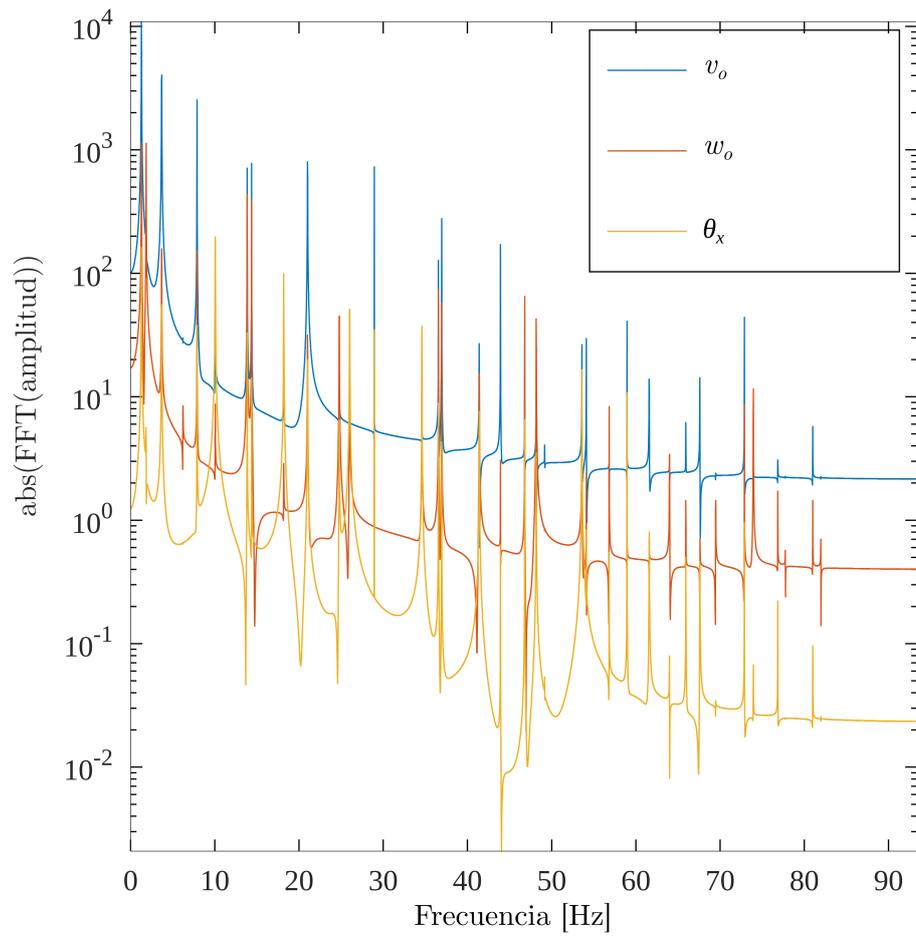


Figura 6.9: Espectro de frecuencias del desplazamiento en la punta de la pala para $\alpha = 0$.

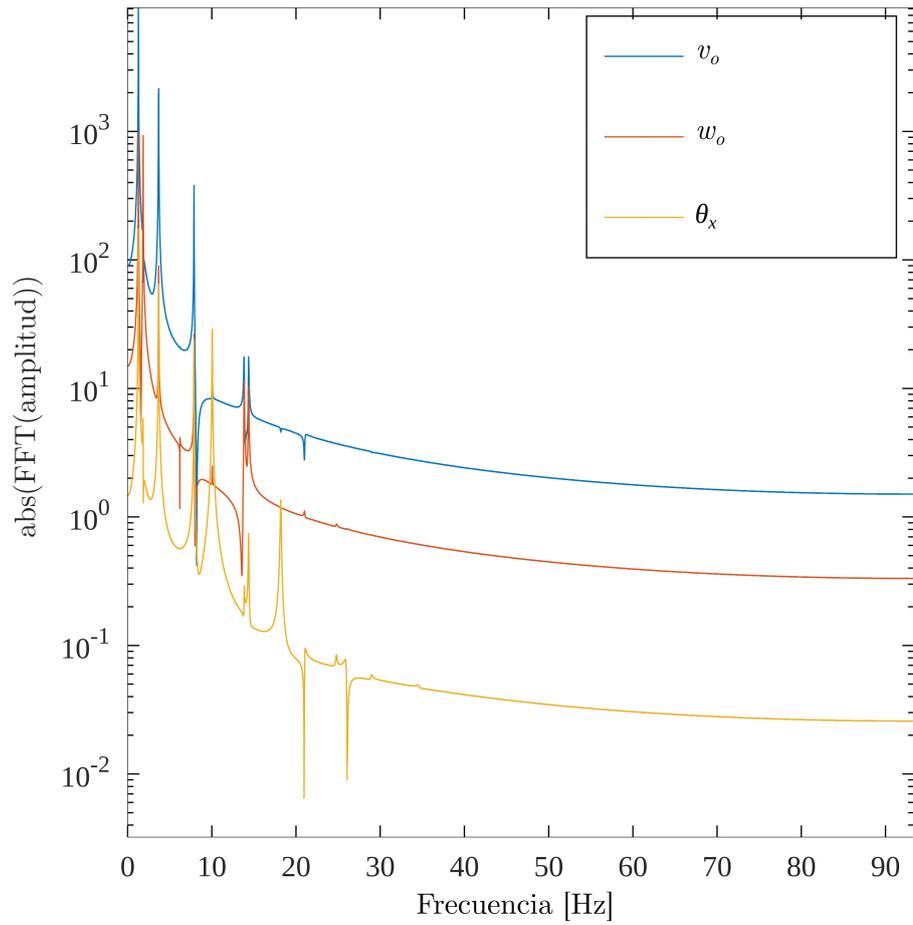


Figura 6.10: Espectro de frecuencias del desplazamiento en la punta de la pala para $\alpha = 0,02$.

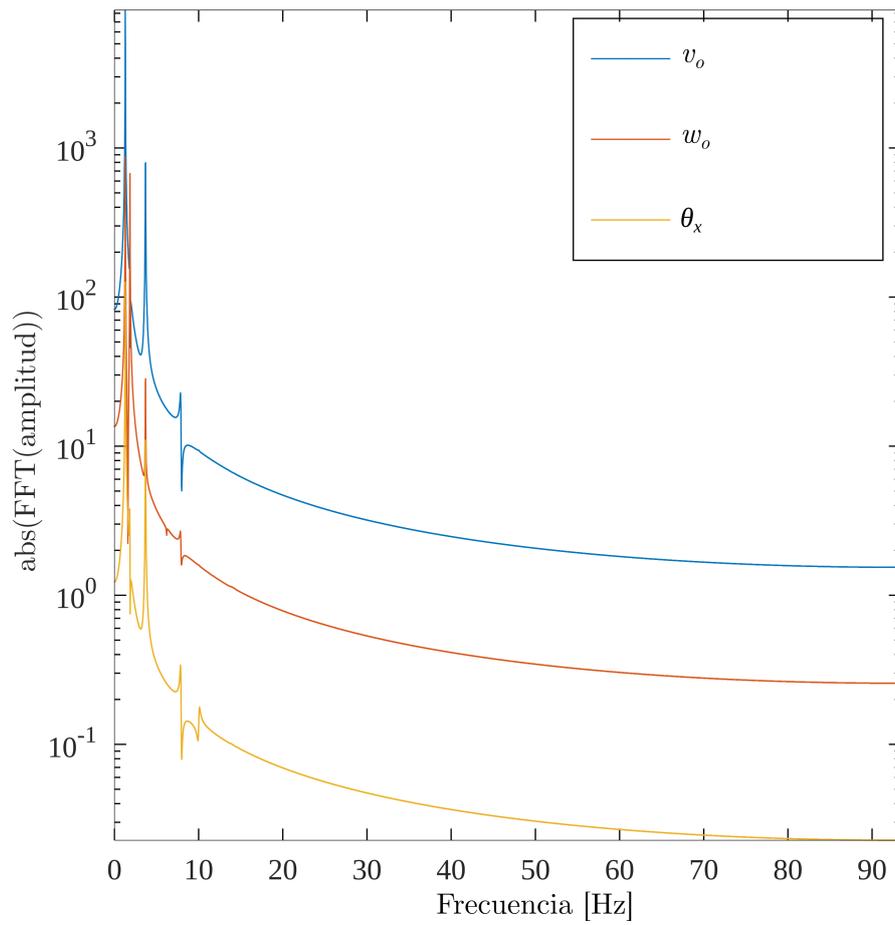


Figura 6.11: Espectro de frecuencias del desplazamiento en la punta de la pala para $\alpha = 1/3$.

6.2. Validación del modelo aerodinámico

En esta sección se explora la fidelidad del método de red de vórtices inestacionario implementado en esta tesis.

En primer lugar se reprodujo el arranque impulsivo de un ala rectangular de envergadura finita inmersa en una corriente libre uniforme. Este ejemplo permite observar el transporte de la vorticidad a través de la estela y la creación de los vórtices de arranque y de puntera.

En segundo lugar se reprodujo el caso de un ala rectangular, con una línea de curvatura media definida por el perfil NACA64-418, con un alerón en el borde de fuga que se desplaza armónicamente e inmersa en una corriente libre uniforme. Este ejemplo permite observar relaciones entre la deflexión del alerón y la carga aerodinámica.

Finalmente se representó el caso específico de la pala WindPACT rotando a una velocidad constante e inmersa en una corriente libre que incide perpendicular al plano de rotación.

6.2.1. Ala rectangular plana

Se considera la aceleración súbita, a partir del reposo, de un ala rectangular, rígida y plana hasta una velocidad de traslación constante de $10[m/s]$. El ala tiene una relación de aspecto de 5. La corriente de aire libre incide con un ángulo de ataque geométrico de 5 grados. En la Figura 6.12 se presenta la geometría del problema.

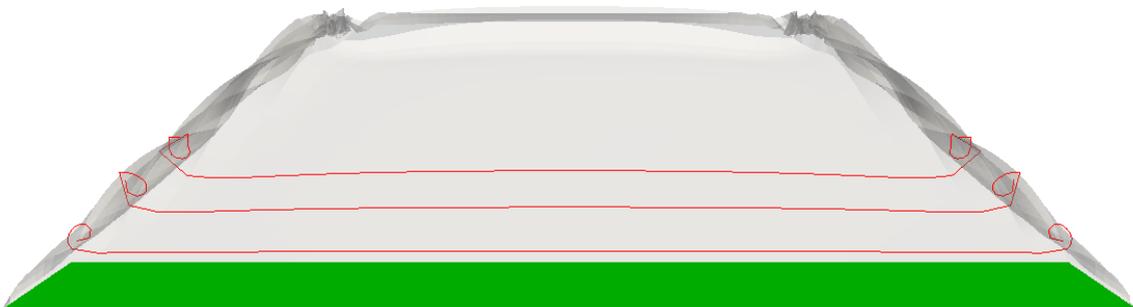
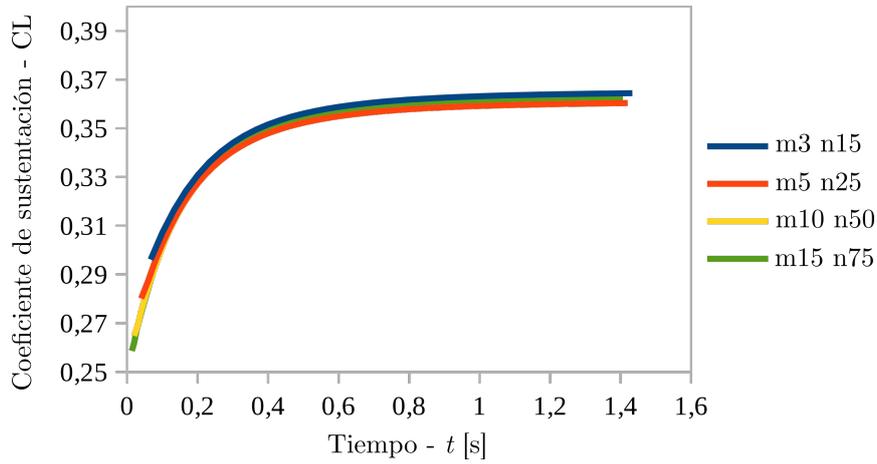


Figura 6.12: Vista de pájaro de placa plana representada. Sávana adherida en verde, estela desprendida en gris, intersecciones con planos de Trefftz en rojo.

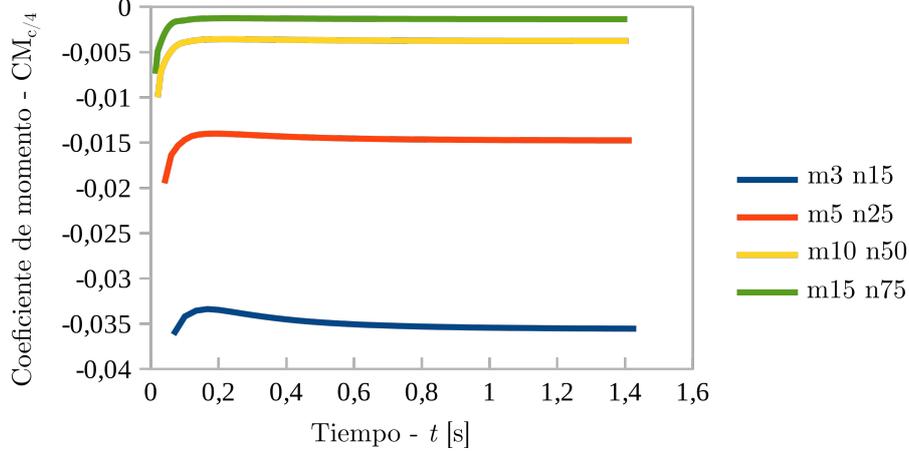
Estudio de la discretización de la sávana adherida

Para este ejemplo se representó la sávana vorticiosa adherida con 3, 5 y 10 anillos vorticosos en la dirección de la cuerda y 15, 25 y 50 anillos vorticosos en la dirección de la envergadura, respectivamente. La cantidad de anillos en la dirección de la cuerda se indica con la letra m y la cantidad de anillos en la dirección de la envergadura se indica con la letra n . En todos los casos se utilizó el modelo de vórtice potencial.

En la Figura 6.13 se presentan evoluciones temporales del CL y del $CM_{c/4}$ para distintas discretizaciones. Para definir la condición estacionaria se observó la diferencia relativa en el coeficiente de sustentación. En este caso se alcanza una diferencia menor al 5% luego de un desarrollo de la estela de 14 cuerdas.



(a) Evolución temporal del coeficiente de sustentación.



(b) Evolución temporal del coeficiente de momento aerodinámico.

Figura 6.13: Evolución temporal de CL y de $CM_{c/4}$ para las cuatro discretizaciones.

Los valores de los coeficientes aerodinámicos obtenidos en la condición estacionaria, a partir de las discretizaciones propuestas, se presentan en la Tabla 6.9. Como referencia se presentan los resultados obtenidos por el modelo clásico de línea sustentadora de Prandtl (Mason W.H., 2001). Se observa que las aproximaciones obtenidas para el CL y el $CM_{c/4}$ convergen a valores cercanos a los obtenidos por la referencia. En la Figura 6.14 se comparan las distribuciones de la fuerza normal local para el modelo UVLM y la solución del modelo de línea sustentadora. La fuerza normal local se obtiene como sigue,

$$FN(x_b, t) = \frac{1}{2} \rho V C^2 \sum_{i=1}^N \frac{n_{iy} \Delta C p_i A_i}{\Delta z_i}$$

donde ρ es la densidad del aire, VC es $10[m/s]$, n_{iy} es la componente en la dirección $\hat{\mathbf{b}}_2$ del vector normal asociado a cada anillo vorticoso, A_i es el área asociada al anillo vorticoso y Δz_i es la longitud promedio del anillo vorticoso en la dirección de la envergadura.

Para las aproximaciones obtenidas del CD_i se observa una gran diferencia con el resultado de la referencia. Esta diferencia se debe al método de evaluación de las cargas. Como el modelo UVLM representa los perfiles por su línea media e integra el campo de presión para determinar las fuerzas, se produce una sobre-estimación de la fuerza de

arrastre local. Esta diferencia se conoce como *fuerza de succión de borde de ataque* (Katz and Plotkin, 2001).

Cantidad de anillos			Coeficientes aerodinámicos		
m	n	total	CL	CD _i	CM _{c/4}
3	15	927	0,3616	0,0316	-0,0356
5	25	2.575	0,3576	0,0313	-0,0147
10	50	10.300	0,3576	0,0313	-0,0038
Referencia			0,3765	0,00937	0

Tabla 6.9: Convergencia de los coeficientes aerodinámicos para el ejemplo del ala rectangular plana en la condición estacionaria.

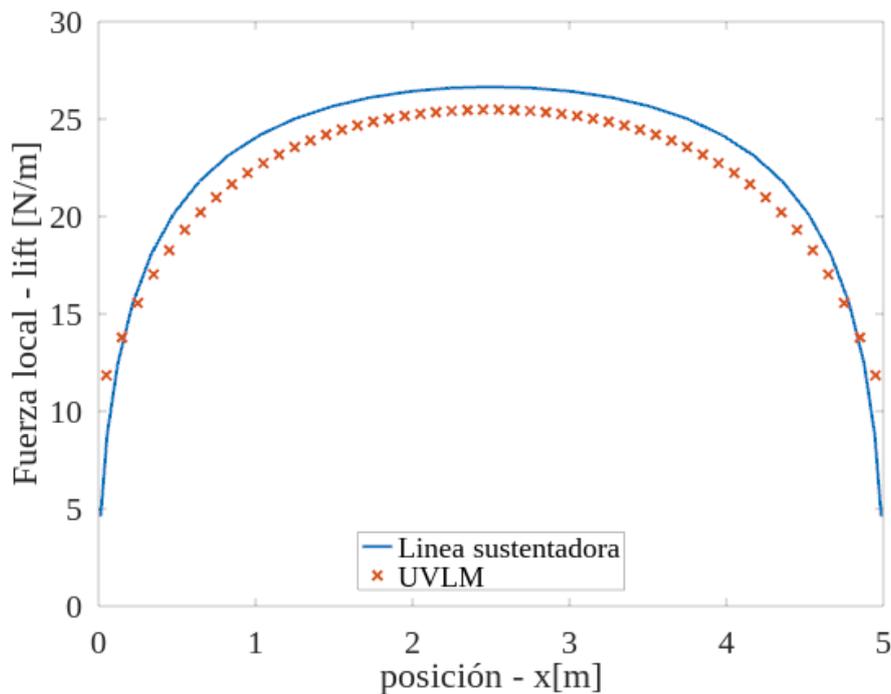
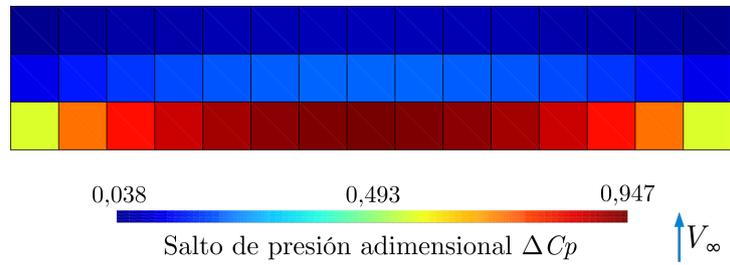
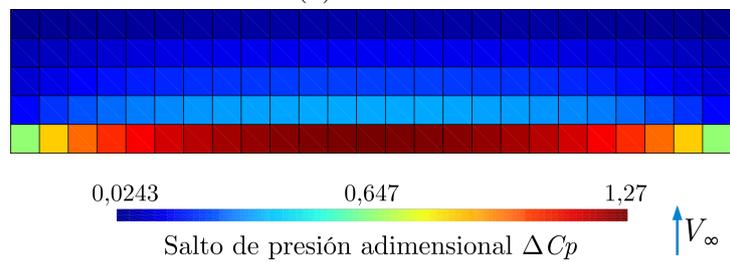


Figura 6.14: Distribución de CL para modelo UVLM y referencia

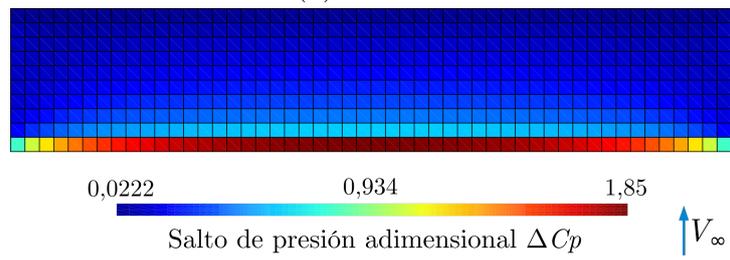
En la Figura 6.15 se presentan las distribuciones del salto del coeficiente de presión a través de la superficie media del ala, para los cuatro casos considerados. Se observa que a medida que aumenta la cantidad de anillos vorticosos en la dirección de la cuerda, el salto máximo de presión se va concentrando en el borde de ataque. En la Figura 6.16 se presentan vistas superiores de la distribución de la circulación adimensional de los anillos vorticosos adheridos y convectados, para las cuatro discretizaciones elegidas. Se pueden identificar los vórtices de puntera y el vórtice de arranque. No se observan grandes diferencias entre las distribuciones de la circulación de los anillos en las discretizaciones con 10 y 15 anillos vorticosos en la dirección de la cuerda. En la Figura 6.17 se presentan vistas frontales que permiten comparar las estructuras de los vórtices de puntera obtenidas en las cuatro discretizaciones. Como el paso de tiempo está asociado a la discretización de la sábana vorticiosa adherida, en la dirección de la cuerda, se observa que al aumentar la cantidad de anillos vorticosos en dicha dirección se representa con mayor resolución la estructura de los vórtices de puntera y de arranque.



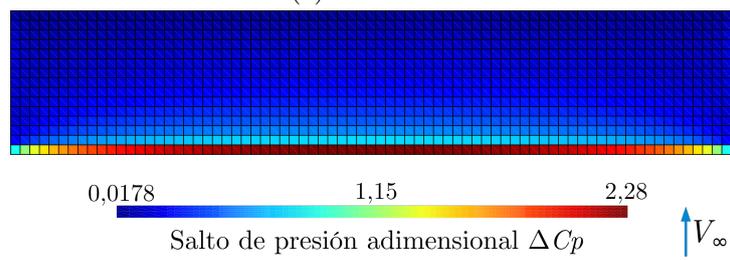
(a) m3 n15.



(b) m5 n25.



(c) m10 n50.



(d) m15 n75.

Figura 6.15: Distribución del salto de presión adimensional para la placa plana en la condición estacionaria.

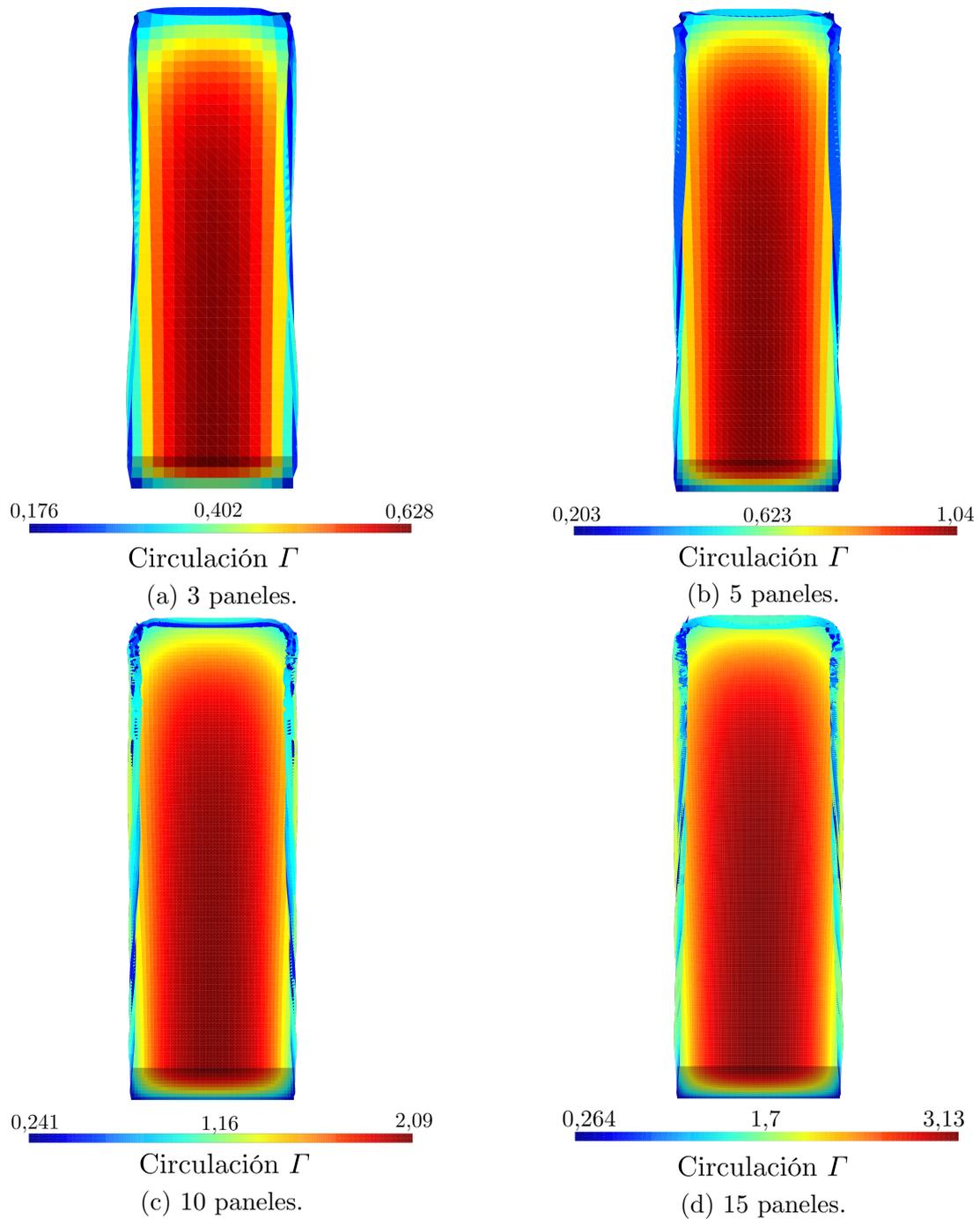


Figura 6.16: Vistas superiores de la distribución de la circulación Γ de los anillos vorticosos adheridos y convectados para las cuatro discretizaciones elegidas. Los anillos vorticosos se muestran con regiones de color uniforme que representan la circulación de los mismos.

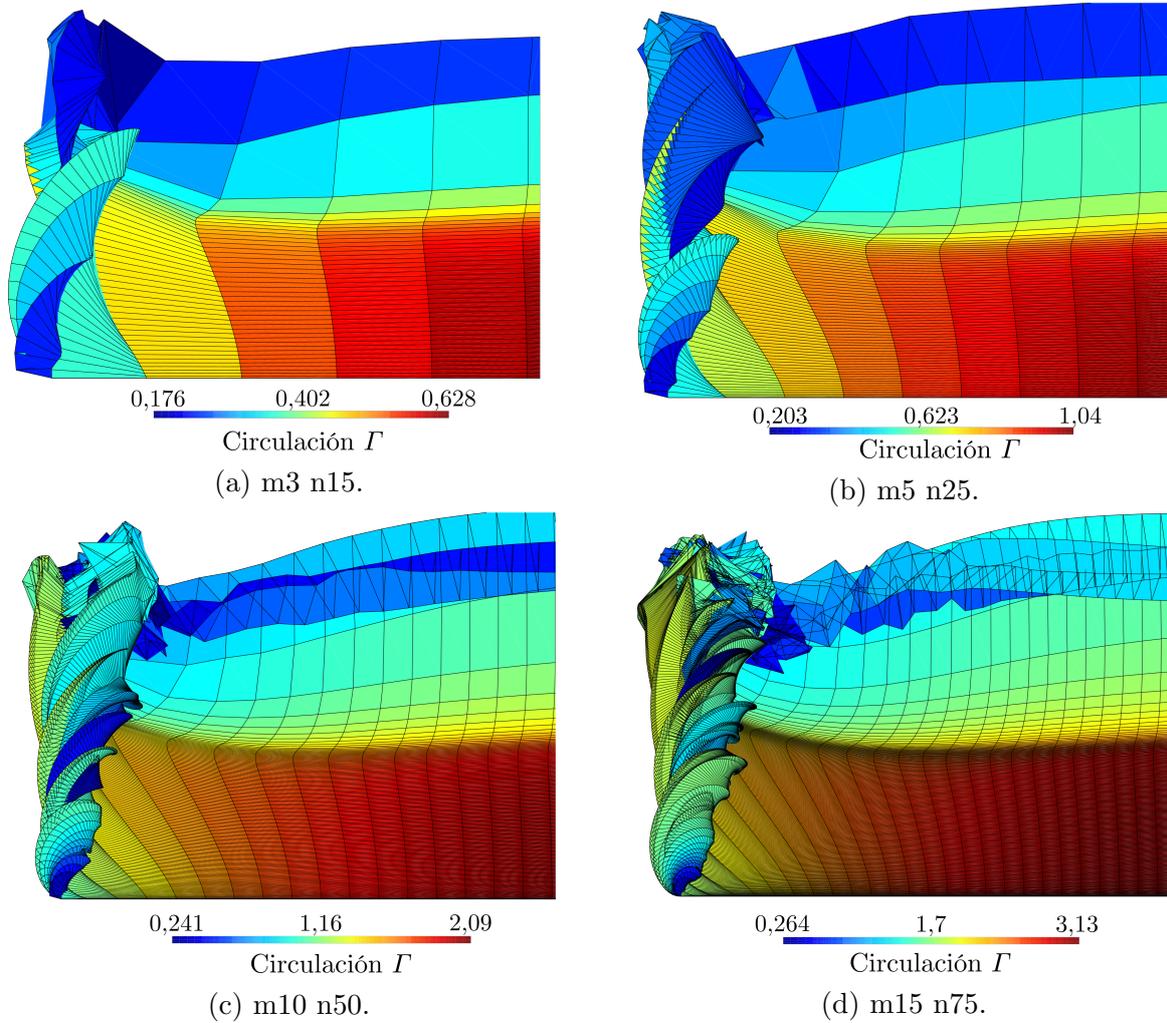


Figura 6.17: Vistas frontales de los vórtices de puntera del lado derecho para las cuatro discretizaciones elegidas. Los anillos vorticosos se muestran con regiones de color uniforme que representan la circulación de los mismos.

Propuesta para la elección del radio de corte

La estrategia elegida para evaluar de la velocidad inducida por los segmentos que conforman los anillos vorticosos, expresada por la ecuación (2.16), requiere la determinación de un parámetro denominado radio de corte o “cutoff” en inglés.

Típicamente el radio de corte se define como una fracción fija de la longitud de cada segmento vorticoso. Si la distancia del punto de evaluación y el segmento vorticoso es lo suficientemente pequeña, esta forma de establecer el radio de corte permite la evaluación de velocidades incompatibles con la hipótesis de incompresibilidad.

Para sortear el problema observado se propone establecer un radio de corte en función de la circulación del segmento vorticoso y la magnitud máxima de la velocidad inducida, en vez de utilizar solamente la longitud del segmento vorticoso. En la lógica propuesta a continuación se considera que los núcleos de los vórtices de mayor circulación tienen un radio mayor, pero las velocidades inducidas son compatibles con la hipótesis de incompresibilidad.

Si se representa el campo de velocidades próximo al segmento vorticoso como una rotación de cuerpo rígido, tal como se propone en el modelo de vórtice de Rankine (2.8), y si se establece que la velocidad inducida máxima V_{indmax} ocurre exactamente a la distancia del radio de corte δ , se obtiene la siguiente expresión,

$$\delta = \frac{|\Gamma|}{(2\pi V_{indmax})}$$

donde Γ es la circulación del anillo vorticoso al que pertenece el segmento vorticoso.

Para observar el efecto de la elección del radio de corte se compararon los coeficientes aerodinámicos, los campos de presión y la topología de los vórtices de punta para tres casos: vórtice potencial, velocidad inducida máxima compatible con hipótesis de incompresibilidad ($Mach = 0,3$) y velocidad inducida máxima definida por la velocidad característica VC .

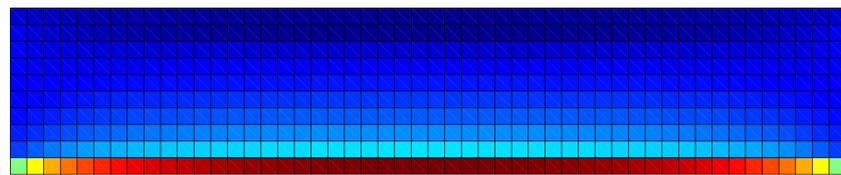
En la Tabla 6.10 se muestran los resultados obtenidos para el ala rectangular plana discretizada con 10 anillos vorticosos en la dirección de la cuerda y 50 en la dirección de la envergadura, y considerando los tres casos elección de radio de corte.

Límite de velocidad inducida máxima	Fuerza normal CN	Momento $CM_{c/4}$
∞	0,3578	-0,0038
102[m/s] ($Mach = 0,3$)	0,3557	-0,0031
VC	0,2914	0,0194

Tabla 6.10: Efecto de la elección del radio de corte δ sobre los coeficientes aerodinámicos del ala rectangular placa en su estado estacionario.

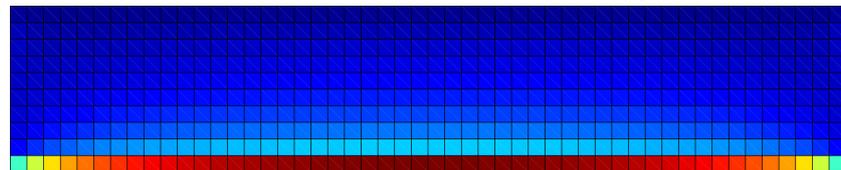
En la Figura 6.18 se presenta la distribución del salto del coeficiente de presión a través de la sábana vorticoso adherida para los tres casos considerados y en condición estacionaria. Se observa que la diferencia en el salto de presión adimensional entre el caso del vórtice potencial y el caso compatible con la hipótesis de incompresibilidad, es despreciable.

En la Figura 6.17 se presenta una vista frontal que permite comparar los vórtices de puntera obtenidos en los tres casos. Se observa que para el caso del vórtice potencial se producen desplazamientos muy abruptos en algunos marcadores lagrangeanos de la estela.



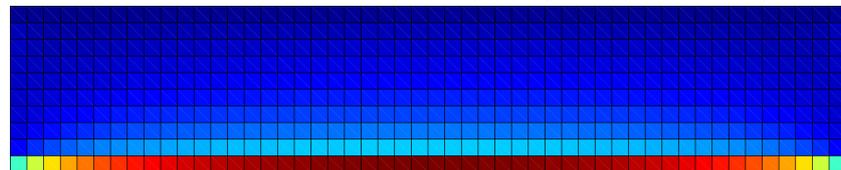
-0,0891 0,823 1,73
 Salto de presión adimensional ΔC_p $\uparrow V_\infty$

(a) Velocidad inducida máxima limitada por VC.



0,0216 0,928 1,84
 Salto de presión adimensional ΔC_p $\uparrow V_\infty$

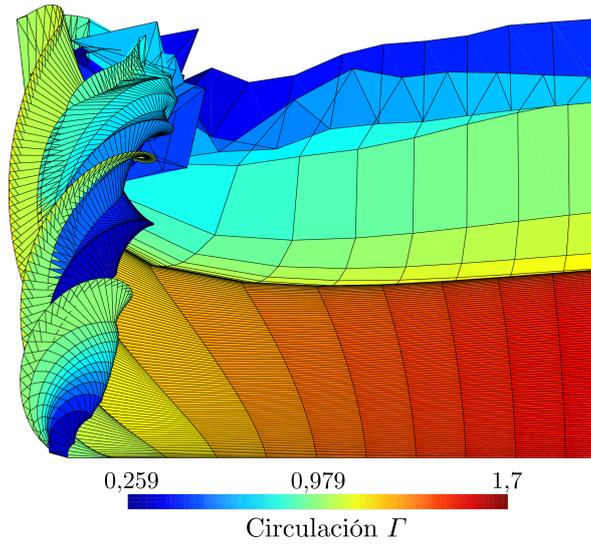
(b) Velocidad inducida máxima limitada por hipótesis de incompresibilidad.



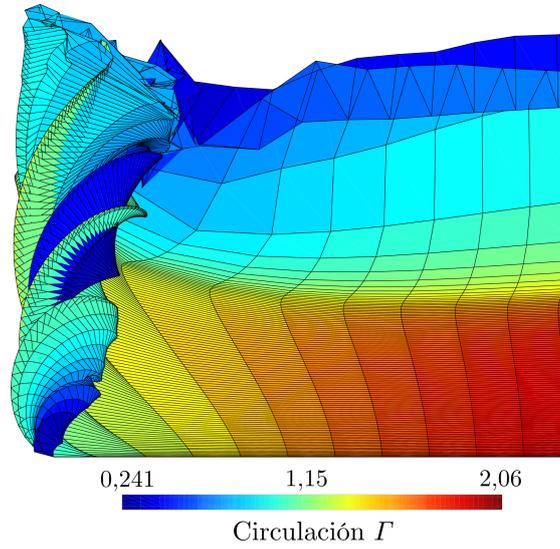
0,0221 0,931 1,84
 Salto de presión adimensional ΔC_p $\uparrow V_\infty$

(c) Modelo potencial

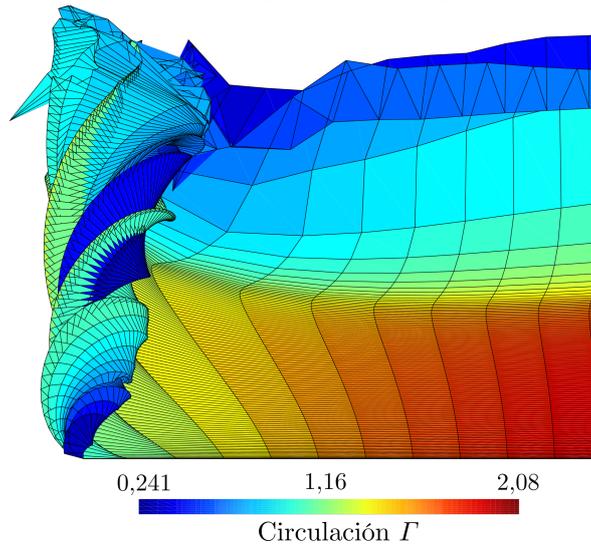
Figura 6.18: Distribución del salto de presión del ala rectangular plana con distintos criterios de elección del radio de corte. La escala de colores representa el salto de C_p .



(a) Velocidad inducida máxima limitada por VC .



(b) Velocidad inducida máxima compatible con hipótesis de incompresibilidad.



(c) Vórtice potencial.

Figura 6.19: Vistas frontales de los vórtices de puntera del lado derecho para los tres criterios de elección del radio de corte.

6.2.2. Ala rectangular con alerón rígido

En este ejemplo se aproximó la respuesta de un ala rectangular, con una relación de aspecto igual a 5, y cuya superficie media está definida por la línea de curvatura media del perfil NACA64-418. Además el ala posee un alerón rígido ubicado al 90% de su cuerda, medida desde su borde de ataque. La deflexión del alerón es impuesta por una función predefinida. El ala recibe una corriente de aire libre que incide con una velocidad de $88,8[m/s]$ y una viscosidad de $14,8[cSt]$, que corresponde a un número de Reynolds de 6×10^6 . Los mencionados parámetros del flujo se obtuvieron del trabajo de Bergami et al. (2015) donde se representa el caso bidimensional de este ejemplo utilizando un modelo de volúmenes finitos y una versión RANS de las ecuaciones que describen la aerodinámica del problema.

En primer lugar se obtuvo el estado estacionario del problema sin desplazamiento del alerón, para luego ser utilizado como condición inicial del problema transitorio. A continuación se presentan los resultados obtenidos en ambas condiciones.

Estado estacionario con deflexión neutra del alerón

La sábana vorticosa adherida se representó con 10 anillos en la dirección de la cuerda y 50 en la dirección de la envergadura, como se muestra en las Figuras 6.20 y 6.21. La sábana vorticosa desprendida se desarrolló hasta tener una longitud de 10 cuerdas y luego se truncó en esa longitud. Se utilizó el modelo de vórtice potencial.

En la Tabla 6.11 se presentan los resultados obtenidos del coeficiente de sustentación CL , el coeficiente de momento aerodinámico $CM_{c/4}$ y la pendiente del coeficiente de sustentación CL_α , para el caso estacionario, considerando dos ángulos de ataque. Como referencia de validación se utilizó el programa XFOIL (Drela, 1989) que aproxima la solución del problema bidimensional usando una estrategia de interacción entre un modelo potencial y uno de capa límite. Para poder comparar los resultados entre los modelos se convirtieron los resultados obtenidos mediante XFOIL a sus equivalentes tridimensionales utilizando la teoría de la línea sustentadora de Prandtl. Cabe mencionar que en XFOIL se representa la geometría exacta del perfil aerodinámico, mientras que en el UVLM se aproxima el ala por su superficie media asumiendo que el espesor de los perfiles aerodinámicos es despreciable respecto a los demás parámetros geométricos.

Coefficiente	UVLM	XFOIL
$CL(0)$	0,287	0,247
$CL(5)$	0,640	0,630
CL_α	4,045	4,389
$CM_{c/4}(0)$	-0,096	-0,081
$CM_{c/4}(5)$	-0,100	-0,086

Tabla 6.11: Coeficientes aerodinámicos obtenidos para ángulos de ataque de 0 y 5 grados obtenidos por UVLM y XFOIL.

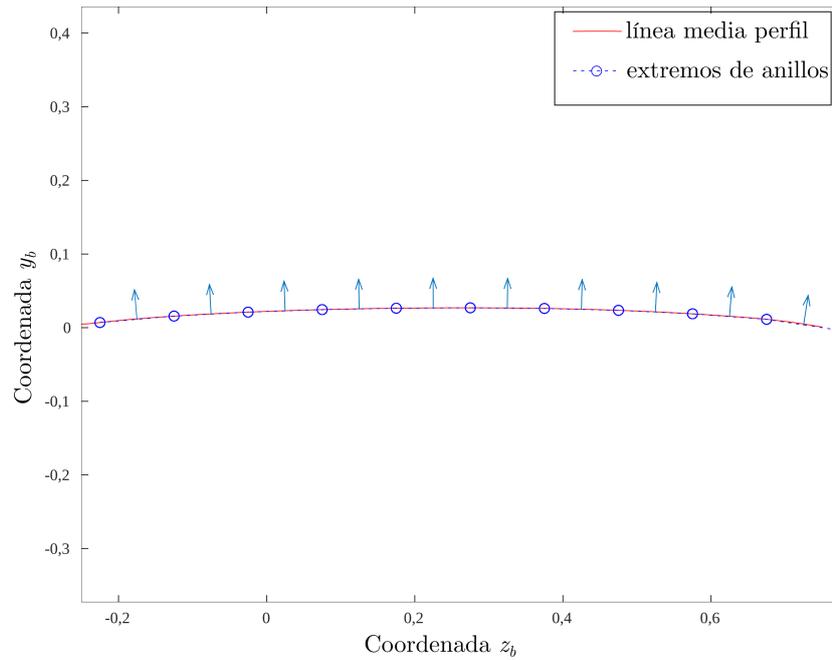


Figura 6.20: Discretización de la sábana vorticosa adherida. Las flechas azules representan el vector normal asociado a cada anillo vorticoso.

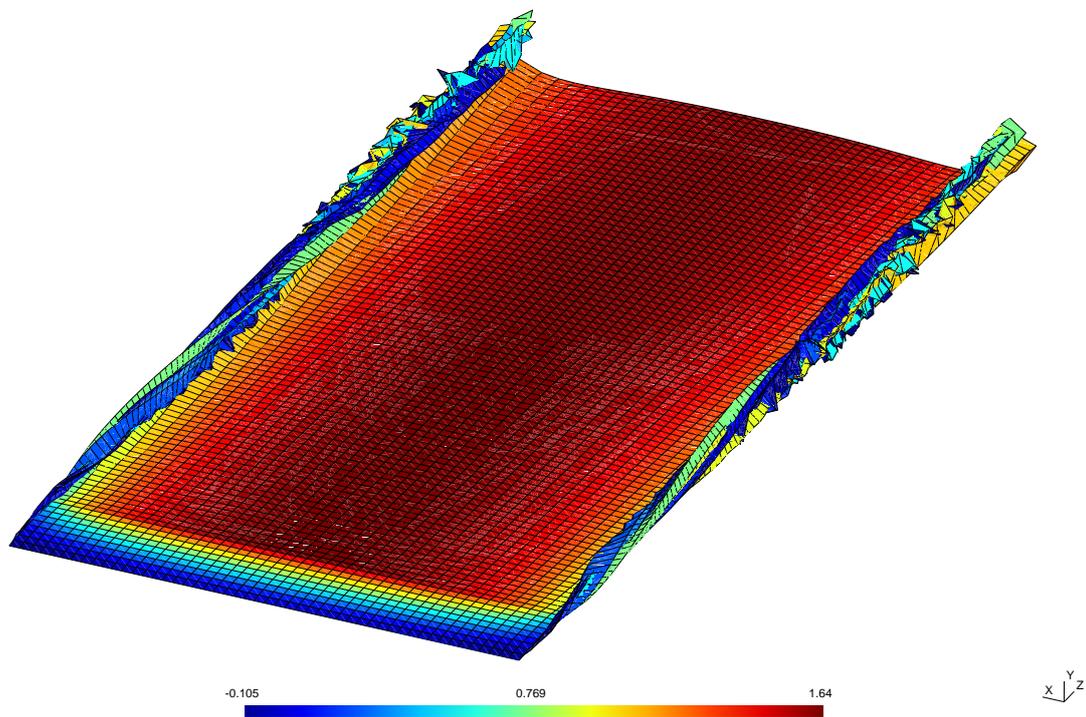


Figura 6.21: Distribución de la vorticidad para el caso del ala rectangular con superficie media definida por perfil NACA64(3)-418 y $\alpha = 0$ grados. Los anillos vorticosos se muestran con regiones de color uniforme que representan la circulación adimensional de los mismos. La estela se truncó en una longitud de 10 cuerdas.

Respuesta transitoria con deflexión armónica del alerón

Se simuló la respuesta aerodinámica del ala a una deflexión armónica del alerón, a partir del estado estacionario sin deflexión del alerón. El desplazamiento del alerón se representó mediante una única función de prueba y su coordenada generalizada asociada $q_f(t)$. La función de prueba representa la primera autofunción del problema de vibración libre de una viga uniforme, orientada en la dirección de la cuerda. La coordenada generalizada asociada al desplazamiento del alerón se impuso mediante la siguiente expresión,

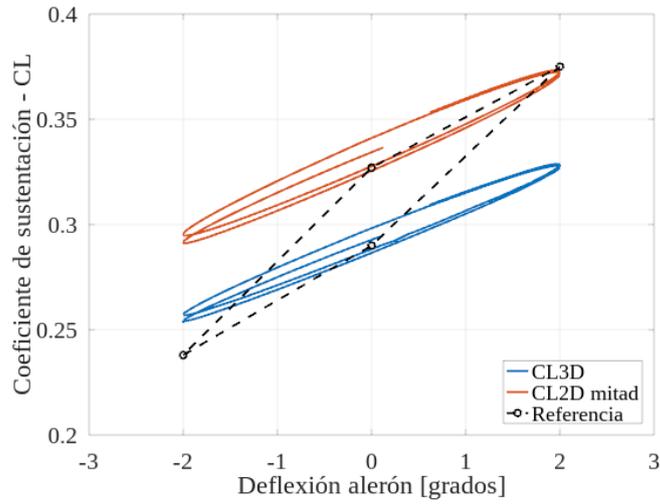
$$q_f(t) = -\tan(A_{\max})\sin\left(\frac{4\pi V_{\infty} k t}{c}\right)$$

donde A_{\max} es la amplitud máxima del desplazamiento, V_{∞} es la velocidad de la corriente libre, k es la frecuencia reducida y c es la cuerda.

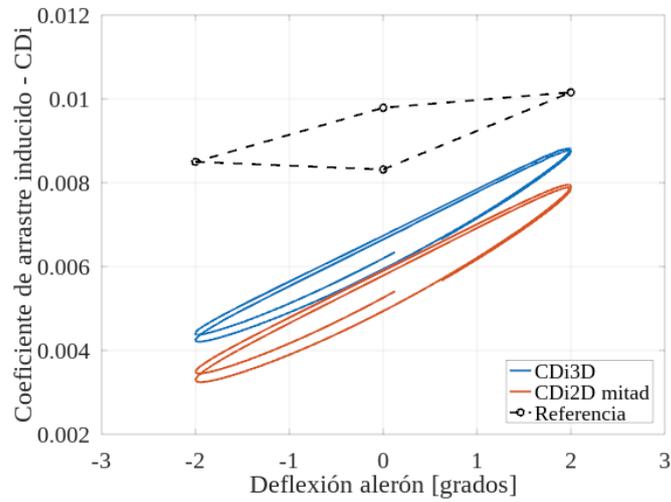
Los valores de los parámetros de la expresión se obtuvieron del trabajo de Bergami et al. (2015) y son: ángulo de ataque α de 0 grados, amplitud máxima del desplazamiento de 2 grados, y frecuencia reducida k de 0,1.

La respuesta obtenida luego de dos ciclos de la deflexión del alerón se presenta en las Figuras 6.22 y 6.23. En la Figura 6.22 se presentan los valores de los coeficientes aerodinámicos observados durante el movimiento del alerón. Se presentan los coeficientes asociados al ala tridimensional, los coeficientes asociados a una sección ubicada en el centro de la envergadura y los coeficientes presentados por la referencia. Con respecto al último caso, solamente se presentan los valores extremos reportados.

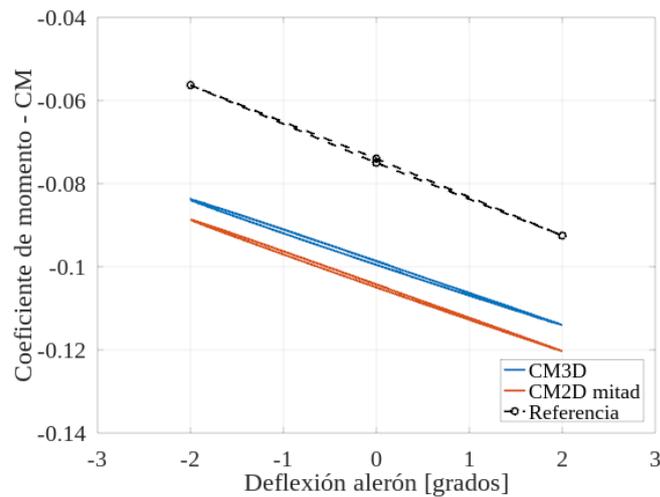
En general se observa que el modelo UVLM implementado logra reproducir la histéresis en la respuesta de los coeficientes, asociada al movimiento del alerón, y la tendencia de los coeficientes aerodinámicos al incrementar o reducir la deflexión del alerón. Se observan marcadas diferencias en los valores extremos, respecto a los observados por la referencia. En particular, se observa que el modelo UVLM predice un cambio menor en el coeficiente de sustentación y un cambio mayor en el coeficiente arrastre inducido. Esta diferencia se puede asociar a la fuerza de succión del borde de ataque mencionada anteriormente. Con respecto al cambio en el coeficiente de momento aerodinámico, si bien se observa una diferencia constante entre ambos modelos, las amplitudes de los ciclos son similares.



(a) Ciclos de histéresis de la sustentación.



(b) Ciclos de histéresis del arrastre inducido.



(c) Ciclos de histéresis del momento.

Figura 6.22: Ciclos de histéresis de los coeficientes aerodinámicos con el alerón vibrando a una frecuencia reducida $k=0,1$ y con una amplitud de ± 2 grados.

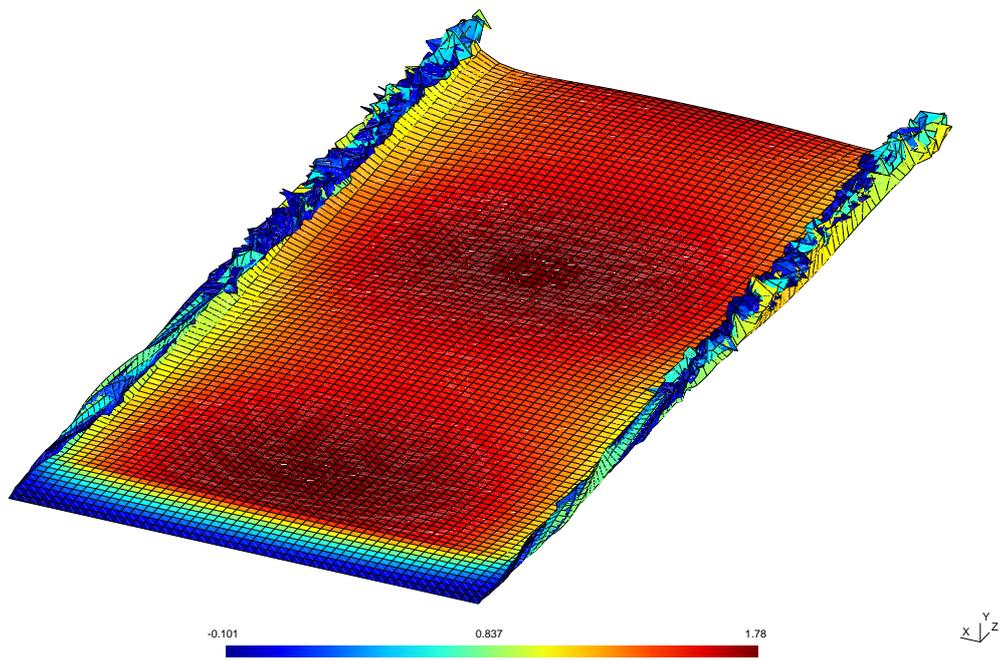


Figura 6.23: Estado transitorio con ángulo de ataque de 0 grados, una amplitud de deflexión del alerón de ± 2 grados y una frecuencia reducida $k = 0, 1$. Los anillos vorticosos se muestran con regiones de color uniforme que representan la circulación de los mismos. La estela se truncó en una longitud de 10 cuerdas.

6.2.3. Pala WindPACT

Finalmente se reprodujo el problema de una pala de turbina eólica de eje horizontal y gran tamaño como se muestra en la Figura 6.24.

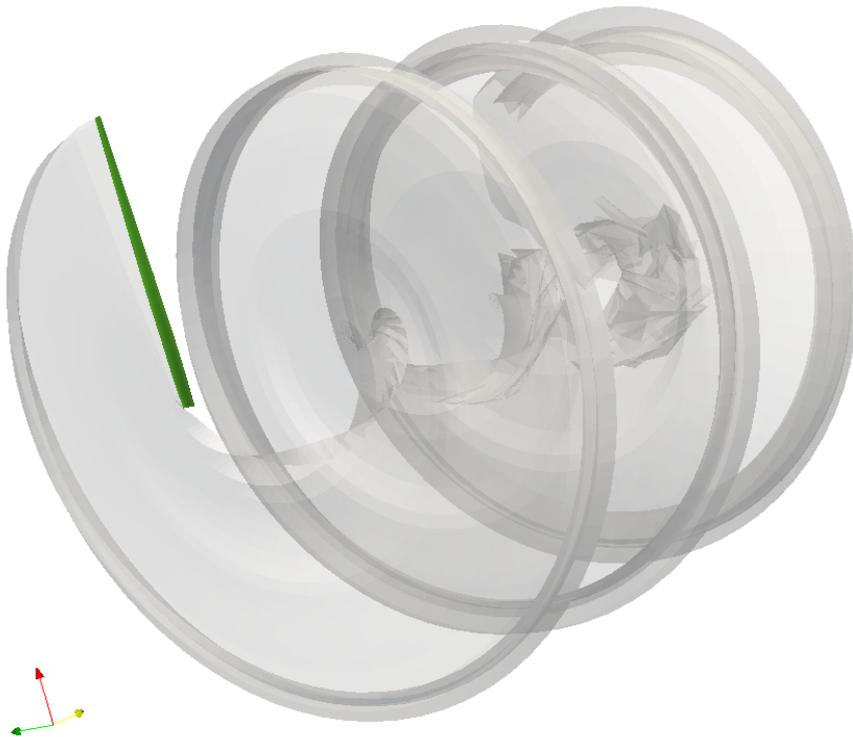


Figura 6.24: pala WindPACT rotando a velocidad constante. Pala en verde, estela en gris.

Las dimensiones generales de la superficie media de la pala se obtuvieron de Dykes and Rinker (2018) y se describen en la Tabla 6.12. y en las Figuras 6.25, 6.26 y 6.27. Como herramienta de numérica de comparación se eligió el software *QBlade* (Marten et al., 2013) que utiliza una implementación del método BEM.

Posición radial [m]	Alabeo [grados]	Cuerda [m]	Eje de referencia [fracción de cuerda]	Perfil Nombre
4,375	11,1	2,168	0,278	S818
8,75	11,1	2,800	0,34	S818
17,5	3,1	2,147	0,31	S825
26,25	0,6	1,494	0,28	S825
35	0	0,906	0,25	S826

Tabla 6.12: Distribución de parámetros geométricos para pala WindPACT 1,5-MW.

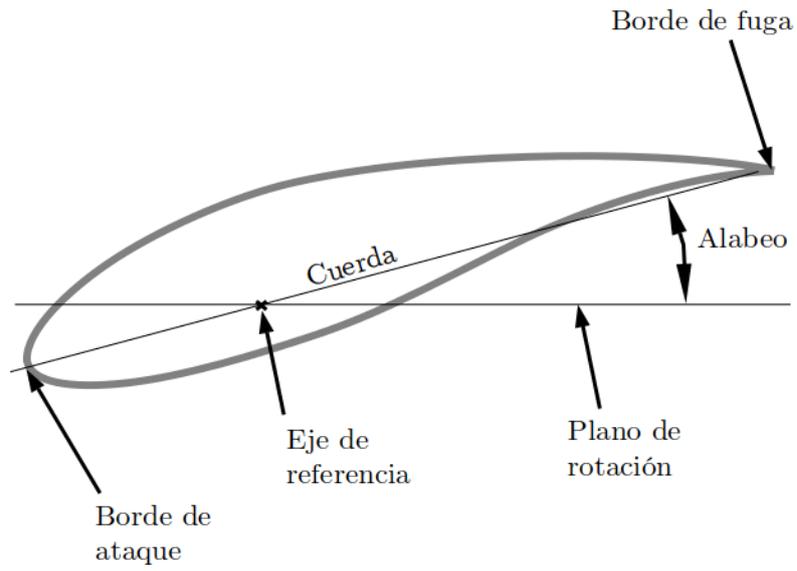


Figura 6.25: Parámetros geométricos del perfil aerodinámico.

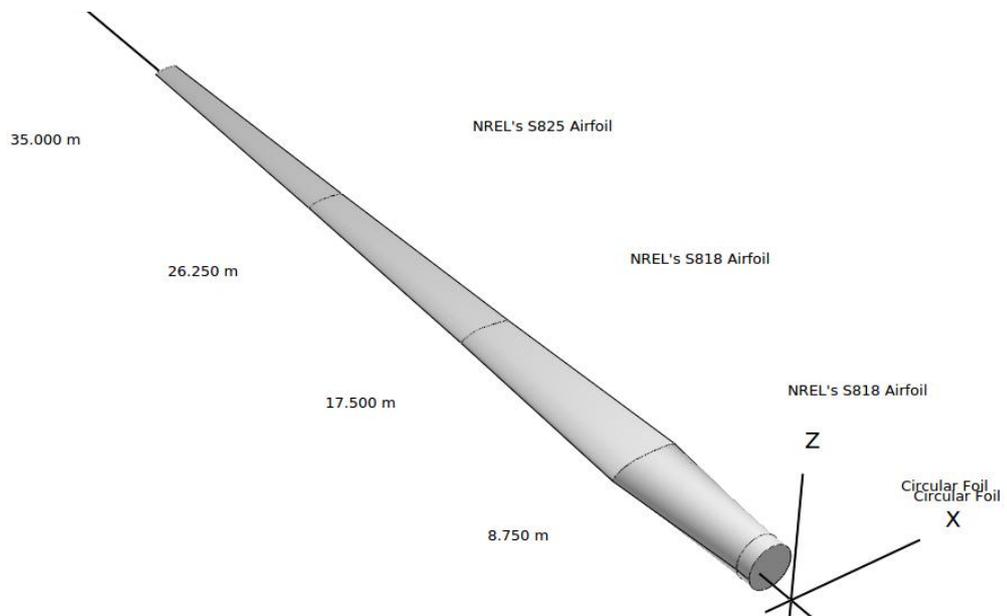
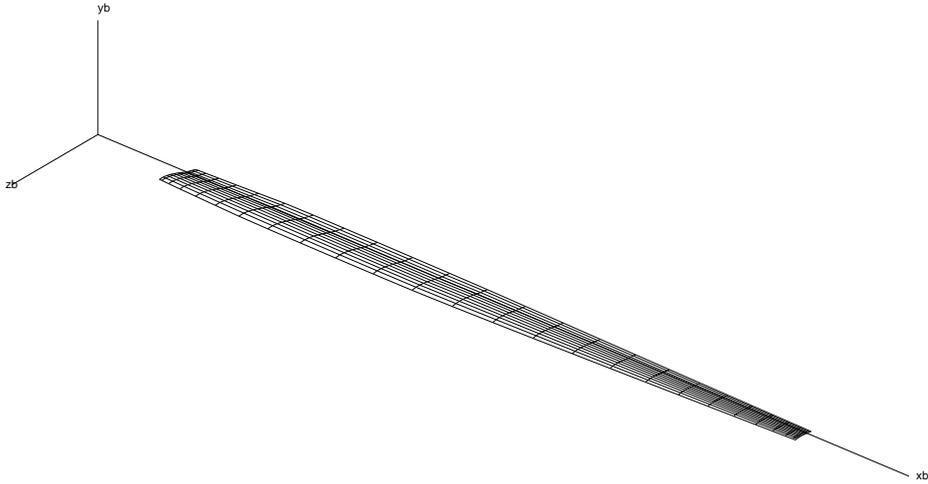


Figura 6.26: Geometría de la pala WindPACT representada en QBlade.



(a) Vista isométrica.



(b) Vista en planta.

Figura 6.27: Discretización de la sábana adherida asociada a la pala WindPACT.

Las condiciones de operación simuladas fueron las siguientes:

- velocidad de giro constante: $2,14[\text{rad}/\text{s}]$,
- corriente de aire libre uniforme e incidente perpendicular al plano de rotación,
- relación de velocidad en punta de pala (“TSR” por sus siglas en inglés): 7, y
- paso geométrico o “pitch”: $2,6[\text{grados}]$.

Discretización

Abedi (2016) estudió un problema similar utilizando el método UVLM y destaca que una discretización azimutal de la estela de 10 grados es un buen compromiso entre precisión y eficiencia computacional. Además el autor recomienda para representar el campo de presiones sobre la pala una discretización que posea un mínimo de 8 anillos vorticosos equiespaciados en la dirección de la cuerda y 25 distribuidos senoidalmente en la dirección de la envergadura.

Estudio de la aproximación de la estela

Uno de los principales inconvenientes asociados a la aproximación del problema aerodinámico mediante el método UVLM, con una estela que se desarrolla libremente, es que la cantidad de anillos vorticosos utilizados para representar la sábana vorticiosa desprendida crece rápidamente y agota los recursos computacionales disponibles. Para reducir el esfuerzo computacional, en esta tesis se definió un límite en la extensión de la estela a partir del cual se descartan los anillos vorticosos más antiguos. Para determinar dicho límite se eligió observar la influencia de la estela sobre el campo de presión de la superficie media de la pala, a través de la evolución del coeficiente de sustentación global. Para realizar esta simulación en particular se discretizó la sábana vorticiosa adherida con 3 anillos vorticosos en la dirección de la cuerda y 10 en la dirección de la envergadura.

En la Figura 6.28 se presenta la estela obtenida luego de 6 revoluciones. Se observa que en la región definida desde entre la pala y tres revoluciones completas, la estela se expande radialmente, y a partir de allí la estructura helicoidal comienza a contraerse. Esta contracción de la estela se conoce como estado turbulento de la estela o “turbulent wake state” en inglés (Eggleston and Stoddard, 1987) y ocurre para grandes valores del coeficiente de arrastre de la turbina CT , i.e., cuando se produce un fuerte gradiente de velocidad entre la región detrás de la turbina y la región exterior donde el fluido posee mayor cantidad de energía cinética. El resultado del proceso mencionado es un fenómeno de mezcla que contrae la estela vorticiosa. Cabe destacar que en el estado de estela turbulenta el modelo BEM clásico falla y se debe aplicar una corrección empírica atribuida a Glauert (Manwell et al., 2010).

En la Figura 6.29 se presenta la evolución del CL de la pala. Se observa que la máxima sustentación se alcanza antes de la primera revolución y durante las primeras 2 revoluciones se producen saltos marcados en el CL. A partir de la sexta revolución se alcanza el estado estacionario.

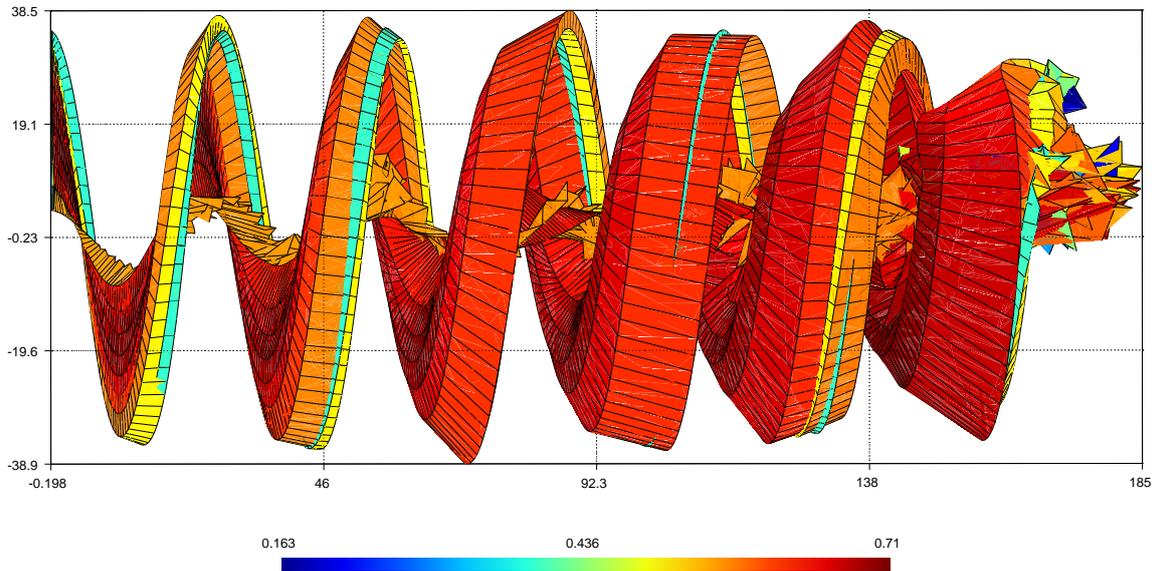


Figura 6.28: Evolución de la estela vorticosa producida por la pala WindPACT en operación nominal luego de 6 revoluciones. Los anillos vorticosos se muestran con regiones de color uniforme que representan la circulación adimensional de los mismos.

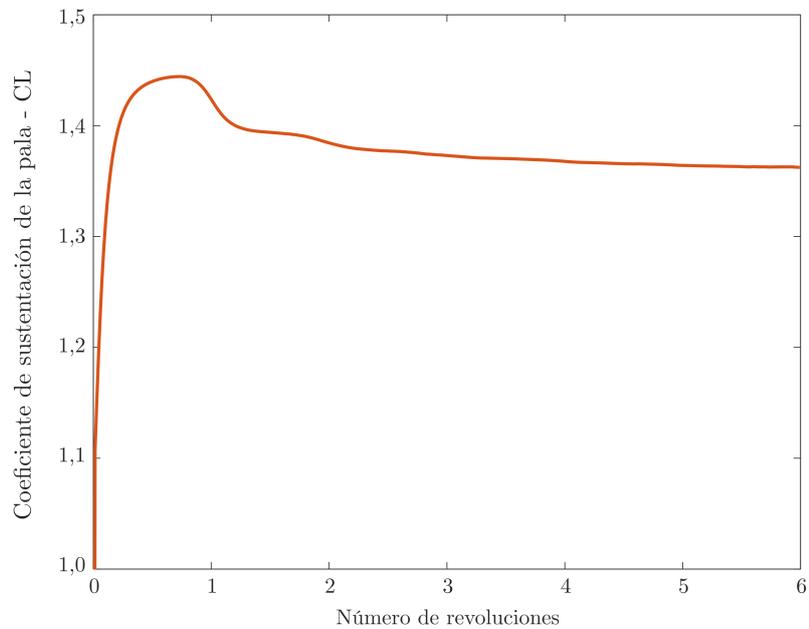


Figura 6.29: Evolución del coeficiente de sustentación CL , de la pala WindPACT luego de 6 revoluciones.

Distribución de la carga aerodinámica

Se observó la distribución espacial de las componentes normal y tangencial de la carga aerodinámica concentrada en el eje de referencia de la pala WindPACT. Para obtener los resultados se discretizó la sábana vorticosa adherida con 8 anillos vorticosos en la dirección de la cuerda, y 25 en la dirección de la envergadura, distribuidos senoidalmente hacia los extremos. Además se estableció una discretización azimutal para la estela de 3,5 grados. Para la validación de los resultados se utilizó el modelo BEM. Cabe destacar que la solución obtenida por el método BEM corresponde a un rotor de 3 palas en estado estacionario.

En las Figuras 6.30 y 6.31 se muestran las distribuciones de las componentes normal y tangencial de la carga aerodinámica, luego de 2 revoluciones, obtenidas mediante el método UVLM y con el método BEM. De la comparación entre los resultados obtenidos mediante ambos modelos se observa que:

- la solución obtenida por UVLM predice una distribución de la componente normal superior a la obtenida por BEM,
- la solución obtenida por UVLM predice una distribución de la componente tangencial inferior a la obtenida por BEM,
- se observa una diferencia en la curvatura de las distribuciones entre el radio mínimo y el radio donde comienza el cambio del alabeo (8,75m), y,
- se observa que la distribución de la componente tangencial obtenida por UVLM presenta mínimos y máximos locales en los radios donde se produce el cambio del perfil aerodinámico.

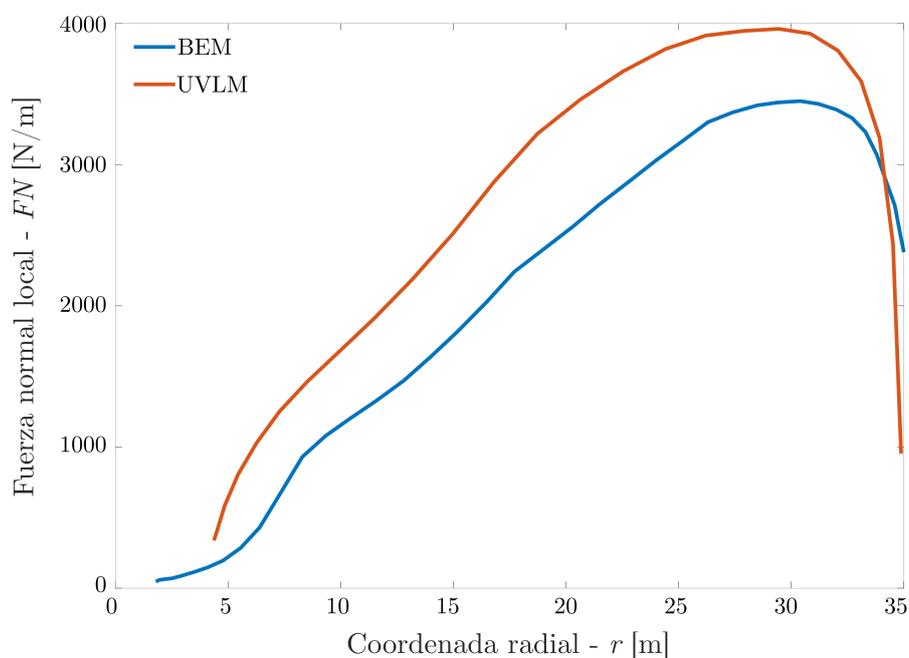


Figura 6.30: Distribución de fuerza normal local en la envergadura obtenida con el modelo UVLM y el modelo BEM.

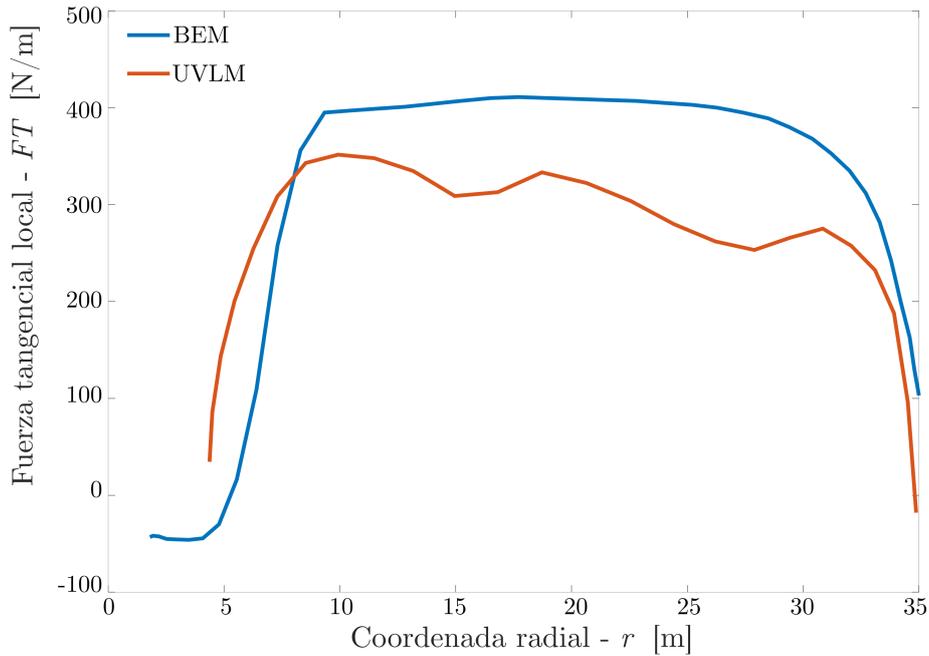


Figura 6.31: Distribución de fuerza tangencial local en la envergadura obtenida con el modelo UVLM y el modelo BEM.

Estudio de las diferencias observadas En base a lo observado en los ejemplos anteriores se identificaron los siguientes factores como los posibles responsables de la diferencia encontrada entre las predicciones obtenidas por UVLM y por BEM:

1. discretización de la línea de curvatura media,
2. efecto del espesor del perfil aerodinámico, y,
3. efecto de la fuerza de succión de borde de ataque.

Para determinar la influencia de los primeros dos factores se realizaron simulaciones de la respuesta estacionaria de un ala rectangular, cuya superficie media está definida por la línea de curvatura media del perfil S818. La cuerda y envergadura del ala se determinaron a partir de la relación de aspecto de la pala y la cuerda ubicada al 75 % del radio de la turbina. La configuración del problema queda definida por una envergadura de $30,625[m]$, una cuerda de $1,494[m]$, un ángulo de ataque $\alpha = 0[grados]$ y un número de Reynolds igual a 5×10^6 .

Para estudiar la convergencia de la aproximación respecto a la discretización de la línea de curvatura media, se observó la distribución del salto de presión en la dirección de la cuerda y en una sección ubicada al centro de la envergadura del ala. Se realizaron simulaciones discretizando la sábana vorticiosa adherida con 25 anillos vorticosos en la dirección de la envergadura y 10,20 y 40 anillos en la dirección de la cuerda. En la Figura 6.32 se presentan las distribuciones del salto de presión en la dirección de la cuerda para el centro de la envergadura, obtenidas con las tres discretizaciones propuestas. Se observa que la distribución del salto de presión en las regiones próximas al borde de ataque y al borde de fuga requieren discretizaciones con más de 10 anillos vorticosos.

A continuación se comparó la distribución del salto de presión, obtenida mediante la discretización con 20 anillos vorticosos en la dirección de la cuerda, con resultados obtenidos utilizando la herramienta XFOIL y considerando variantes de la geometría

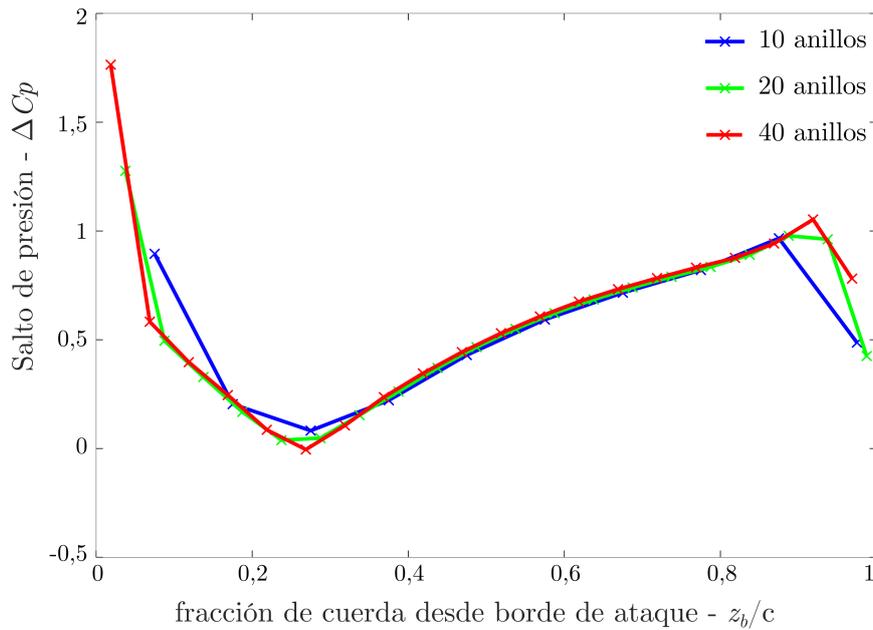


Figura 6.32: Efecto de la discretización en la dirección de la cuerda de la sábana vorticosa sobre el salto de presión en el centro del ala.

original del perfil. En particular se representaron los siguientes tres casos: el perfil original, una variante donde el espesor máximo es reducido al 10 % de la cuerda del perfil y otra variante donde el espesor máximo es incrementado al 40 % de la cuerda del perfil. En la Figura 6.33 y en la Tabla 6.13 se presentan los resultados obtenidos para los tres casos representados con XFOIL y la solución obtenida mediante UVLM. En la Tabla 6.13 se observa que a medida que se reduce el espesor máximo, tanto el coeficiente de sustentación como el coeficiente de momento tienden hacia los valores obtenidos mediante el UVLM. Lo mismo se observa en las distribuciones del salto de presión de la Figura 6.33.

	UVLM	XFOIL t10 %c	XFOIL t30 %c	XFOIL t40 %c
CL	0,517	0,514	0,463	0,306
CM _{c/4}	-0,183	-0,158	-0,139	-0,106

Tabla 6.13: Coeficientes aerodinámicos del perfil S818 para ángulo de ataque de 0 grados obtenidos mediante UVLM y con distintos espesores relativos utilizando XFOIL (sin corrección por efectos tridimensionales).

Finalmente, si se asume que el modelo predice una fuerza de arrastre mayor a la verdadera, debido a la fuerza de succión del borde de ataque por ejemplo, entonces la magnitud de la fuerza aerodinámica resultante también será mayor y además la orientación de tal fuerza tenderá a alinearse más hacia el borde de fuga. Si esta hipótesis es cierta debería observarse un incremento de la distribución de la componente normal de la fuerza aerodinámica respecto a la verdadera. Lo opuesto debería observarse en la distribución de la componente tangencial de la fuerza aerodinámica. Las distribuciones obtenidas de las componentes normal y tangencial presentadas en la Figura 6.30 y la Figura 6.31 favorecen la hipótesis planteada.

En base a los resultados obtenidos se modificó la discretización de la sábana vorticosa

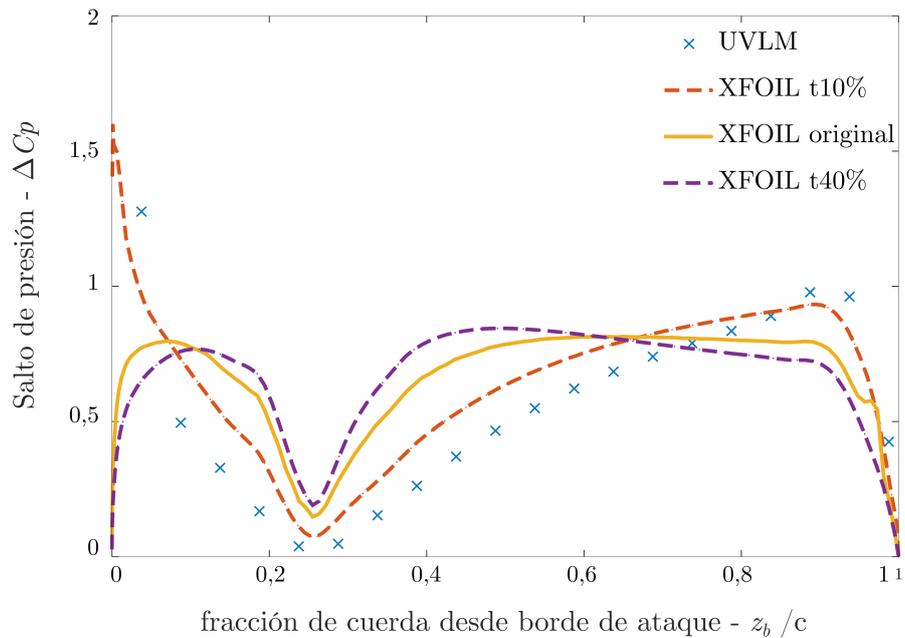


Figura 6.33: Comparación de solución por UVLM con 20 anillos vorticosos en la dirección de la cuerda contra soluciones utilizando XFOIL y variantes del perfil S818.

adherida a 20 anillos vorticosos en la dirección de la cuerda y a 30 en la dirección de la envergadura. Además se modificó el paso geométrico de la pala de 2,6 a 5 grados para compensar el cambio en la orientación de la fuerza aerodinámica resultante, asociada a la fuerza de succión del borde de ataque. Las distribuciones de la componente normal y la componente tangencial de la fuerza aerodinámica obtenidas por la modificación de los parámetros del modelo propuesta se presentan en las Figuras 6.34 y 6.35.

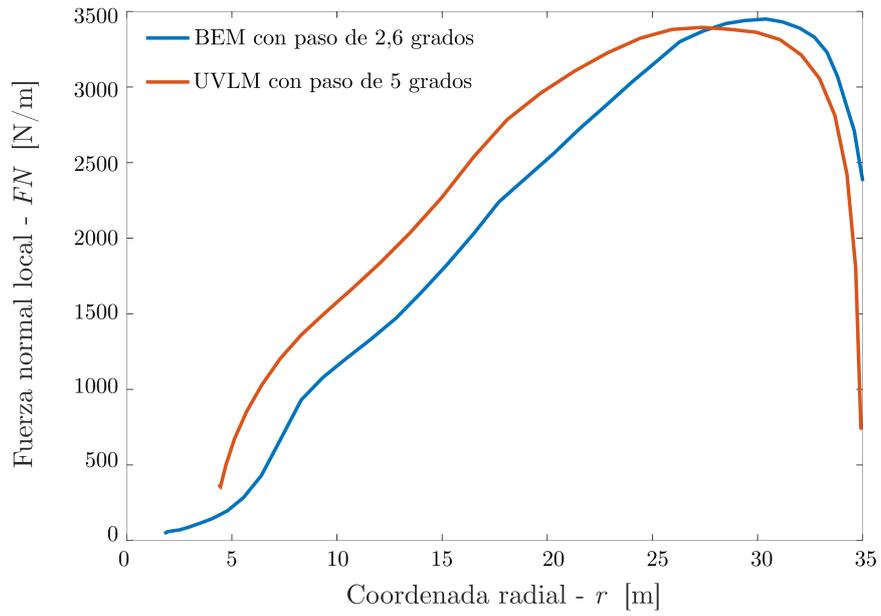


Figura 6.34: Distribución de fuerza normal local obtenida con el método UVLM revisado y BEM.

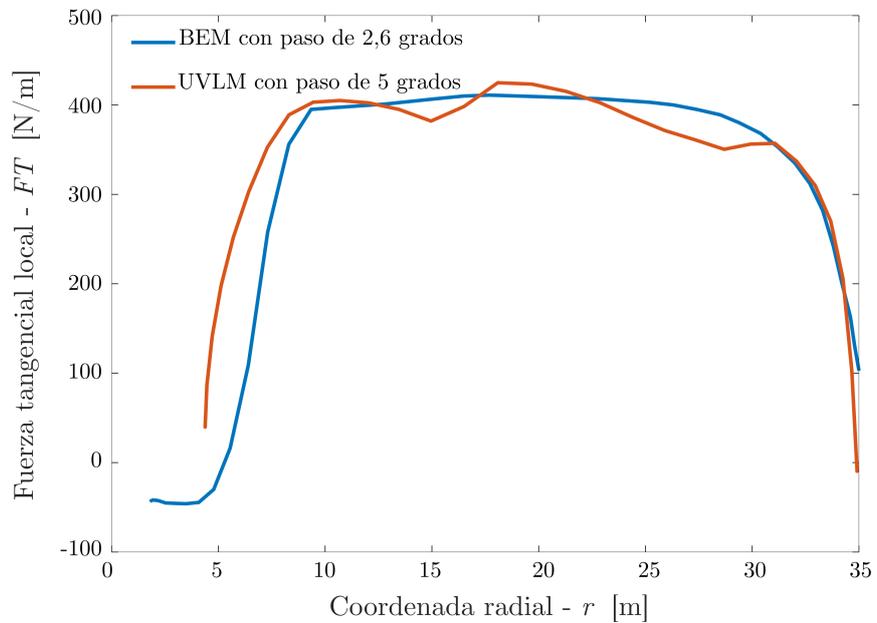


Figura 6.35: Distribución de fuerza tangencial local obtenida con el método UVLM revisado y BEM.

6.3. Validación del esquema de interacción fluido-estructura

Para validar la estrategia de acoplamiento fluido estructura utilizada en esta tesis, se reprodujo la respuesta aeroelástica de un tramo de puente colgante inmerso en una corriente libre uniforme. El estudio de la velocidad de flutter en este problema es un ejemplo clásico de la aeroelasticidad. En la Figura 6.36 se muestra un ejemplo famoso de flutter que es el colapso del puente colgante de “Tacoma Narrows” en el año 1940.



Figura 6.36: Colapso del puente de Tacoma Narrows. Imagen de dominio público obtenida de Wikipedia.

El caso de validación que se utilizó en esta tesis se tomó de Fung (2008). En el modelo de Fung (2008) se estudia la respuesta aeroelástica de una sección bidimensional del puente colgante. Dicha sección puede desplazarse transversalmente a la corriente libre y también puede rotar dentro del plano definido por la sección. Las propiedades estructurales de la sección transversal se tomaron de Fung (2008) y se presentan en la Tabla 6.14. El centro elástico se ubica en la mitad de la cuerda.

Propiedad	Variable	Magnitud
Semicuerda	b	30[<i>pies</i>]
Masa específica	m	269 [<i>slugs/pie</i>]
Frecuencia natural flexión	ω_v	0,88[<i>rad/s</i>]
Frecuencia natural torsión	ω_θ	1,552[<i>rad/s</i>]
Radio de giro	r_α^2	0,6222[<i>pies</i> ²]
Densidad del aire	ρ	0,002378 [<i>slugs/pie</i> ³]

Tabla 6.14: Propiedades estructurales de la sección transversal del puente colgante.

Como el método UVLM implementado en esta tesis es tridimensional, se representó un tramo del puente colgante como una superficie sustentadora plana de una relación de

aspecto igual a 10 y que se encuentra inmersa en una corriente libre uniforme. La sábana vorticosa adherida se discretizó con 10 anillos vorticosos en la dirección de la cuerda y 25 en la dirección de la envergadura. El desprendimiento de la estela vorticosa se produce solamente a lo largo del borde de fuga y la estela se truncó a una distancia de 15 cuerdas. En la Figura 6.37 se presenta la superficie sustentadora y su estela desprendida.

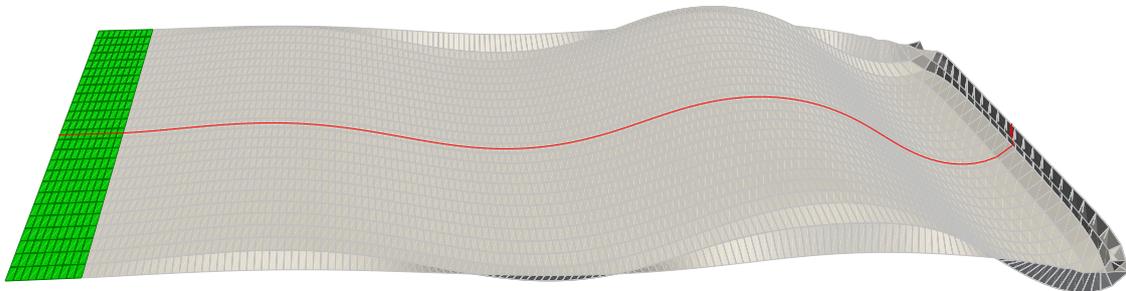


Figura 6.37: Tramo de puente simulado. La sábana vorticosa adherida se presenta en verde, la estela vorticosa desprendida en color gris y la intersección con un plano transversal ubicado al centro de la envergadura, en color rojo.

Estructuralmente el tramo tridimensional del puente se modeló como una barra rígida montada sobre resortes. La barra posee dos grados de libertad, i.e. el desplazamiento transversal a la corriente libre y el giro torsional. Cada componente del desplazamiento se representó mediante una función de forma y una coordenada generalizada. Las funciones de forma representan el desplazamiento transversal y la rotación de la barra rígida con sus extremos libres.

Inicialmente el tramo de puente se encuentra en reposo, sin desplazamiento vertical, con un giro por torsión de 5 grados en sentido horario y sin estela desprendida. En esta simulación se fijó un valor de $\alpha = 0$ en el integrador HHT, para asegurar que el amortiguamiento de la respuesta se debe exclusivamente a la carga aerodinámica.

En las Figuras 6.38, 6.39 y 6.40 se presentan las evoluciones temporales obtenidas de las componentes del desplazamiento, para tres velocidades distintas de la corriente libre. En la Figura 6.38 se observa que, para una velocidad de la corriente libre de $120[\text{pies}/s]$, se extinguen las perturbaciones iniciales debido al amortiguamiento aerodinámico positivo, lo cual se denomina estado “subcrítico”. En la Figura 6.40 se observa un estado “supercrítico” para una velocidad de la corriente libre de $170[\text{pies}/s]$, i.e., las perturbaciones iniciales crecen sin límite poniendo en evidencia un amortiguamiento aerodinámico negativo. Entre medio del caso subcrítico y supercrítico se encuentra el estado “crítico” donde el amortiguamiento aerodinámico es nulo y se obtiene un ciclo límite para ambas componentes del desplazamiento. En la Figura 6.39 se observa que para una velocidad de la corriente libre de $162[\text{pies}/s]$ las oscilaciones del desplazamiento se mantienen en un ciclo límite, por lo tanto se alcanzó el estado crítico. En esta condición la velocidad de la corriente libre se denomina “velocidad crítica” o “velocidad de flutter”. La velocidad de flutter obtenida coincide con el resultado publicado por Fung (2008).

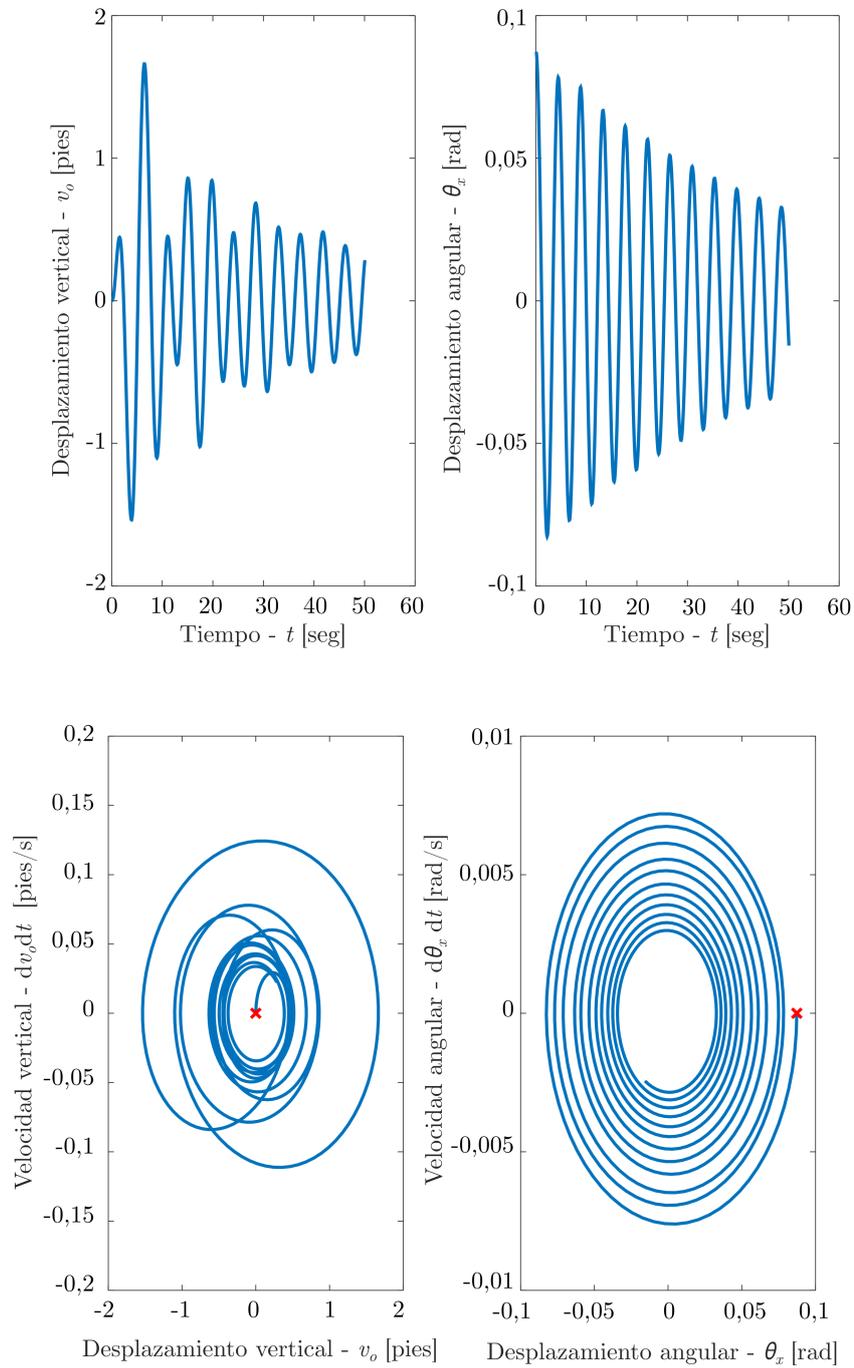


Figura 6.38: Evolución de las componentes del desplazamiento para una velocidad de la corriente libre $V_\infty = 120$ [pies/s].

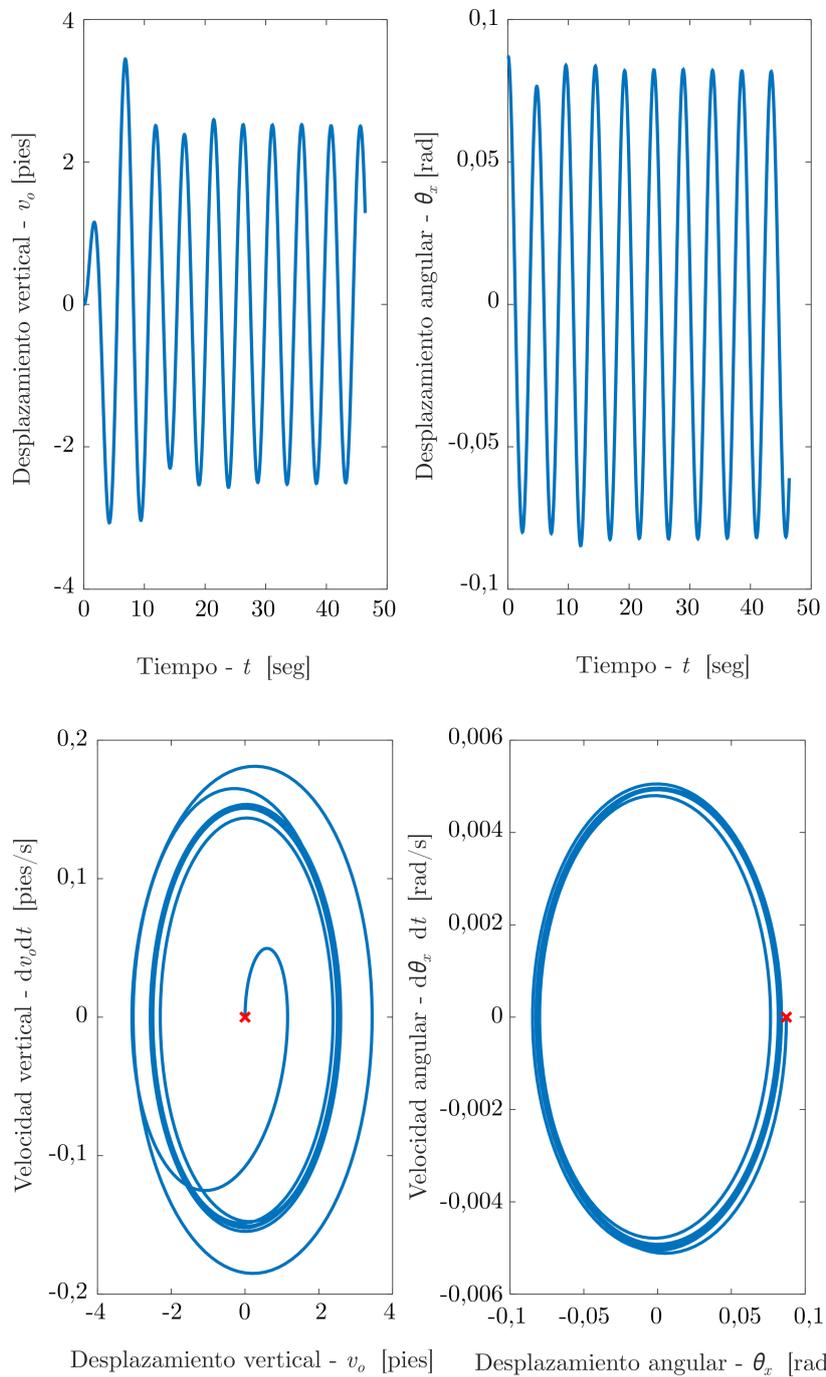


Figura 6.39: Evolución de las componentes del desplazamiento para una velocidad de la corriente libre $V_\infty = 162[\text{pies}/s]$.

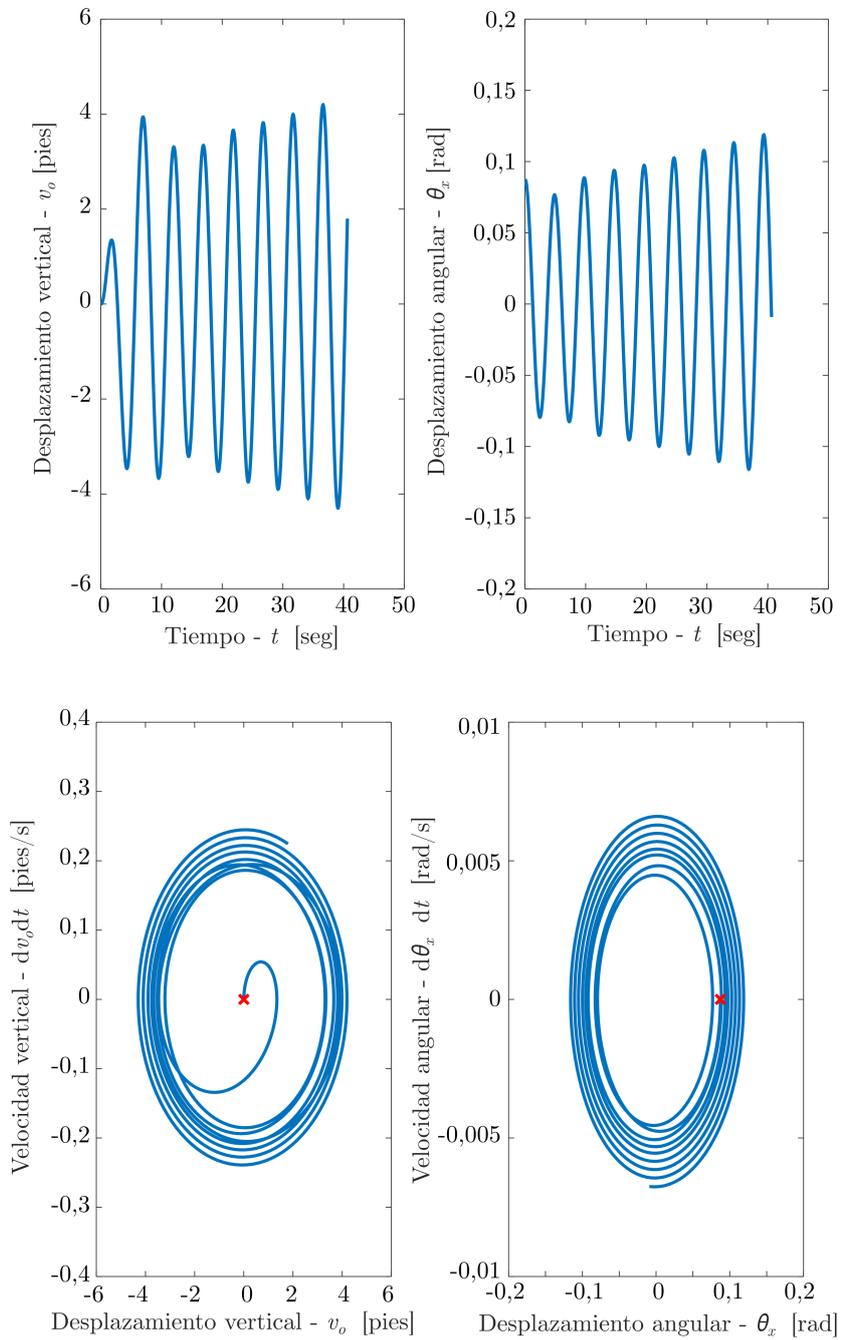
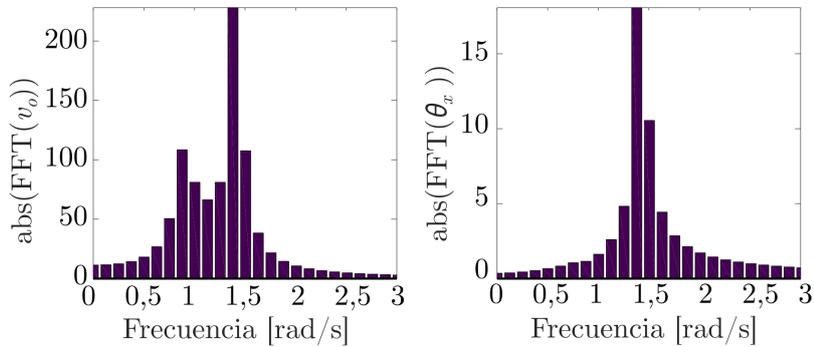
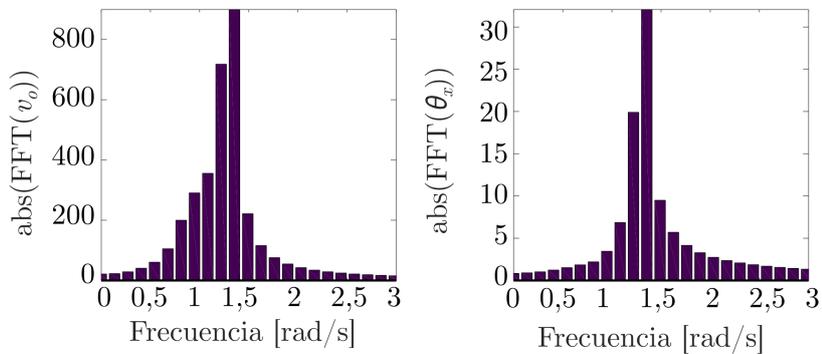


Figura 6.40: Evolución de las componentes del desplazamiento para una velocidad de la corriente libre $V_\infty = 170$ [pies/s].

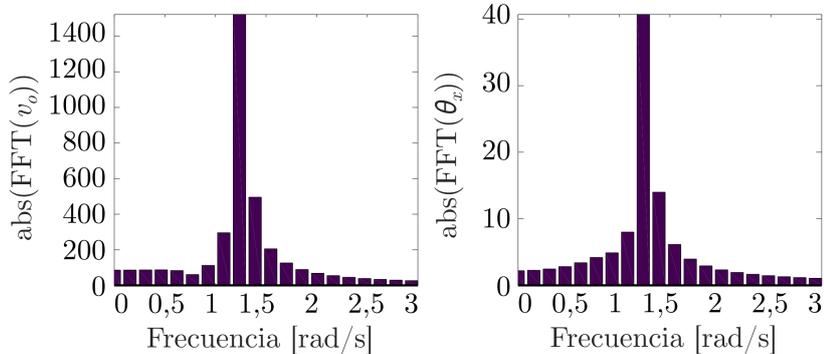
En la Figura 6.41 se presentan espectros de frecuencias de las componentes del desplazamiento para los tres casos considerados. Comparando los espectros de frecuencias se observa que a medida que aumenta la velocidad de la corriente libre las frecuencias asociadas al desplazamiento vertical y al giro torsional se fusionan en una única frecuencia que se denomina frecuencia de flutter.



(a) Resultados para $V_\infty = 120[\text{pies}/s]$.



(b) Resultados para $V_\infty = 162[\text{pies}/s]$.



(c) Resultados para $V_\infty = 170[\text{pies}/s]$.

Figura 6.41: Evolución de las frecuencias naturales respecto a la velocidad de la corriente libre.

6.4. Respuesta aeroelástica de la pala WindPACT original y su versión “inteligente”

Como se estableció al inicio de esta tesis doctoral, se busca probar que la implementación de alerones deformables de borde de fuga, comandados por actuadores piezoeléctricos, en palas de turbinas eólicas de eje horizontal y de gran tamaño, puede mitigar las cargas de origen aeroelástico. Para probar la hipótesis se propuso observar la interacción aeroservoelástica de una pala convencional y una pala que incorpora un alerón flexible comandado por actuadores piezoeléctricos.

En esta sección se presentan los resultados obtenidos de la respuesta aeroelástica de la pala WindPACT original y una variante de la misma, denominada “inteligente”, dotada de un alerón de borde de fuga deformable que está soportado por un conjunto de actuadores piezoeléctricos, los cuales actúan según una determinada ley de control.

La respuesta aeroelástica de la pala WindPACT en sus dos versiones se determinó a partir de un arranque impulsivo desde una configuración de equilibrio dinámico determinado únicamente por las fuerzas de inercia asociadas a una rotación de velocidad constante. El tiempo simulado fue de 10 segundos. La sábana vorticosa adherida se discretizó con 20 anillos vorticosos en la dirección de la cuerda y 30 en la dirección de la envergadura distribuidos senoidalmente. Los parámetros del modelo UVLM son los presentados anteriormente en la sección 6.2.3 con la salvedad de que se estableció un límite para la extensión de la estela en 1/2 revolución. Dicho límite de truncamiento se estableció para reducir el costo computacional y obtener la máxima influencia de la estela vorticosa sobre las cargas de la pala. Con relación al modelo estructural se utilizó una discretización de las componentes del desplazamiento elástico con 12 funciones de forma, como se presentó en la sección 6.1.2, y se fijó un valor de 0,02 para el parámetro α del integrador HHT, de modo que se introduce un amortiguamiento numérico de 1,5 % en la dinámica estructural.

En primer lugar se presentan los resultados obtenidos de la respuesta aeroelástica de la pala en su versión original. Luego se presentan los parámetros de la versión inteligente y los resultados obtenidos de su respuesta aeroservoelástica.

6.4.1. Pala WindPACT original

En la Figura 6.42 se presenta una superposición de la distribución de cada componente del desplazamiento elástico en la dirección de la envergadura, durante el último segundo simulado. Se elige este período de tiempo para minimizar la variabilidad asociada al arranque impulsivo. En la Figura 6.42 se observa que:

- el desplazamiento elástico tiene componentes en ambas direcciones transversales y en el giro por torsión,
- el valor máximo del promedio temporal del giro por torsión se aproxima a los 8 grados, y,
- la dispersión, observada en el lugar donde se da el máximo valor del promedio temporal del giro por torsión, tiene una amplitud de aproximadamente 2 grados.

En la Figura 6.43 se presenta la evolución del desplazamiento elástico observado en la punta de la pala para las tres componentes del desplazamiento. Se observa un crecimiento no acotado de las amplitudes de las tres componentes, lo cual evidencia una situación

de inestabilidad. Si se comparan las tres señales durante el último segundo simulado, se observa que todas están en fase y su período es cercano a la frecuencia asociada al primer modo transversal en la dirección $\hat{\mathbf{b}}_3$.

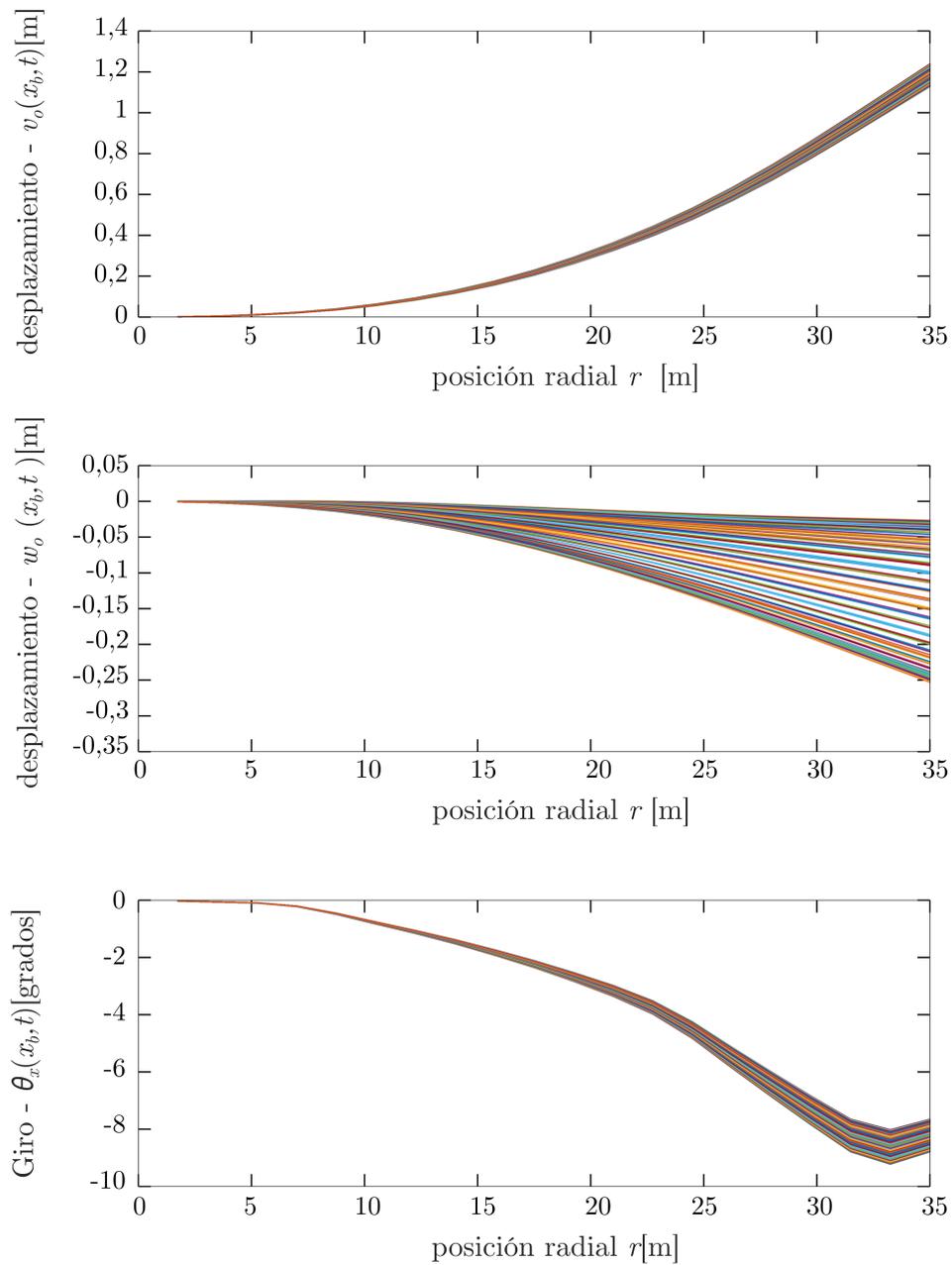


Figura 6.42: Distribución en la dirección de la envergadura de las componentes del desplazamiento elástico para los distintos instantes de tiempo que pertenecen al período del último segundo simulado.

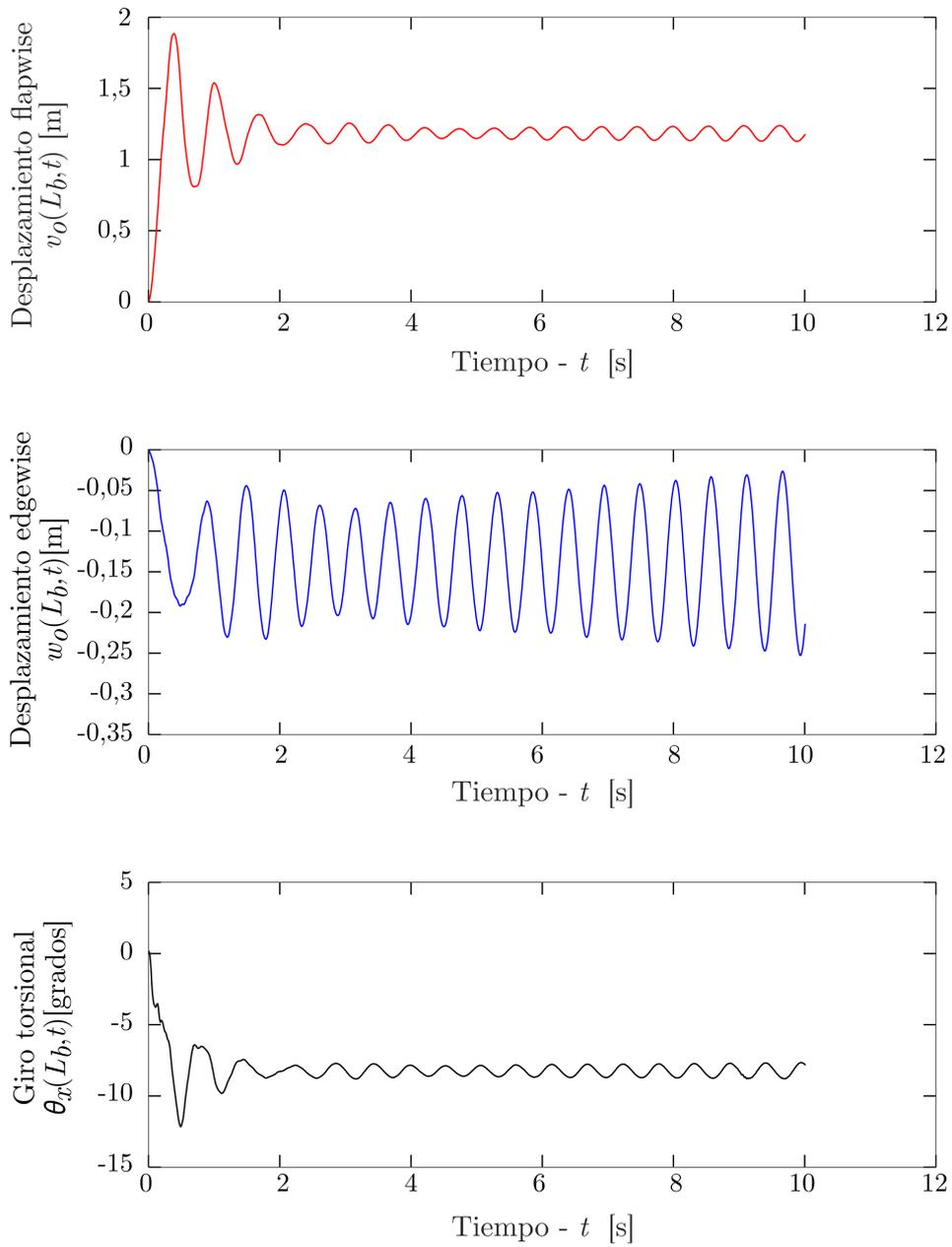


Figura 6.43: Evolución del desplazamiento en la punta de pala.

6.4.2. Pala WindPACT inteligente

Parámetros del conjunto alerón-actuadores

Buhl et al. (2007) recomiendan, a partir de los resultados observados en el proyecto ADAPWING, ubicar el alerón donde se obtenga la máxima contribución al momento flector en la raíz de la pala. En base a las distribución de la fuerza normal local y la distribución de la fuerza tangencial local observadas en la pala WindPACT original, y presentadas en las Figuras 6.34 y 6.35, se decidió ubicar el alerón entre el 75 % y el 95 % del radio de la turbina. Las propiedades adoptadas para la placa base que compone al alerón se presentan en la Tabla 6.15.

Propiedad	Magnitud
Envergadura	7000[mm]
Cuerda	224[mm]
Espesor	1[mm]
Densidad	7810[kg/m ³]
Módulo de Young	2×10^{11} [Pa]
Coefficiente de Poisson	0,33

Tabla 6.15: Parámetros de la placa base del alerón.

Los parámetros para el conjunto de actuadores se obtuvieron de un actuador del tipo apilado, de alto voltaje y con pretensado interno, modelo “PSt 1000/35/200 VS45” de la empresa APC International Ltd (APC International Ltd, 2015). Los parámetros del actuador se presentan en la Tabla 6.16 y los parámetros del material piezoeléctrico, incluido en los actuadores, se presentan en la Tabla 6.17.

Propiedad	Magnitud
Denominación	PZT-5A 3195HD
Rigidez axial c_{33}^0	$8,611 \times 10^{10}$ [N/mm ²]
Deformación piezoeléctrica d_{33}	390×10^{-12} [C/N]
Acoplamiento electromecánico k_{33}	0,72
Densidad	7600[kg/m ³]

Tabla 6.16: Parámetros del material piezoeléctrico.

Propiedad	Magnitud
Denominación	APC PSt 1000/35/200 VS45
Diámetro exterior	35[mm]
Longitud	194[mm]
Máximo voltaje aplicable	1000[Volts]
Desplazamiento máximo	200[μm]
Rigidez	150[N/μm]

Tabla 6.17: Parámetros del actuador.

A partir de la magnitud de la extensión máxima del actuador elegido, y considerando un factor de amplificación pasiva η de 100, se ubicaron los puntos de anclaje de cada actuador en el 12 % de la cuerda del alerón y en forma equiespaciada en la dirección de la envergadura del alerón.

Ley de control

Las acciones del controlador que actúa sobre la pala se pueden dividir en: acciones de seguimiento y acciones de amortiguamiento. Las acciones de seguimiento buscan establecer una configuración específica de la estructura, mientras que el objetivo de las acciones de amortiguamiento es suprimir las vibraciones. Típicamente las fuerzas asociadas a las acciones de seguimiento son muy superiores a las fuerzas asociadas a las acciones de amortiguamiento. Por esta razón un controlador estructural se puede clasificar en “controlador de baja autoridad”, cuando el objetivo del mismo es suprimir las vibraciones de la estructura, o de “alta autoridad” cuando se busca el seguimiento de una configuración de referencia (Gawronski, 2004).

En esta tesis se propuso un controlador de baja autoridad que suprima las vibraciones del sistema formado por la pala, el alerón y los actuadores. Para cumplir el objetivo propuesto se implementó una realimentación negativa de la velocidad de la punta de la pala en la dirección $\hat{\mathbf{b}}_2$, $v_o(L_b, t)$. La expresión matemática de la ley de control implementada es:

$$V_a(t) = \begin{cases} 500 + 1000v_o(L_b, t) , & 0 \leq V_a(t) \leq 1000 \\ 0 , & V_a(t) < 0 \\ 1000 , & 1000 < V_a(t) \end{cases}$$

donde los coeficientes se determinaron por experimentación numérica.

A continuación se estudió el grado de relación entre la consigna dada por la ley de control $V_a(t)$ y el desplazamiento resultante en el alerón, para distintas configuraciones del sistema alerón-actuadores, durante el primer segundo simulado. Como el alerón es una placa tridimensional flexible se definió la “deflexión promedio” del alerón $\overline{\beta_{aleron}}(t)$ para poder observar su respuesta. El promedio se realiza en la dirección de la envergadura a partir de la “deflexión local” $\beta_{aleron}(x_f, t)$ del alerón. La deflexión local se define como el ángulo que forma la cuerda del alerón deformado respecto a la cuerda del mismo sin deformar. La deflexión local se obtiene a partir de la siguiente ecuación,

$$\beta_{aleron}(x_f, t) = \text{atan} \left(\frac{v_f(x_f, \text{cuerda}, t)}{\text{cuerda}} \right)$$

En la Figura 6.44 se presenta la evolución de la deflexión “promedio”, considerando configuraciones de 10, 50 y 100 actuadores, y la evolución de la consigna de control $V_a(t)$ indicada por la ley de control. Para medir el nivel de relación entre la consigna del control y el desplazamiento del alerón se calculó el coeficiente de correlación lineal entre la consigna de control $V_a(t)$ y la deflexión promedio del alerón

$$\overline{\beta_{aleron}}(t)$$

para los tres casos. Para la configuración del sistema con 10 actuadores se determinó una correlación de 0,51, para el caso del sistema con 50 actuadores la correlación fue de 0,91 y para 100 actuadores la correlación obtenida fue 0,98. En los tres casos se observa que la consigna de control se satura en los valores máximos y mínimos admisibles del actuador, y además, mientras la consigna de control permanece constante la deflexión promedio del alerón no permanece constante. Se observa que a mayor cantidad de actuadores la excursión total de la deflexión promedio del alerón se reduce. En base a lo observado se eligió un arreglo de 100 actuadores para el sistema alerón-actuadores.

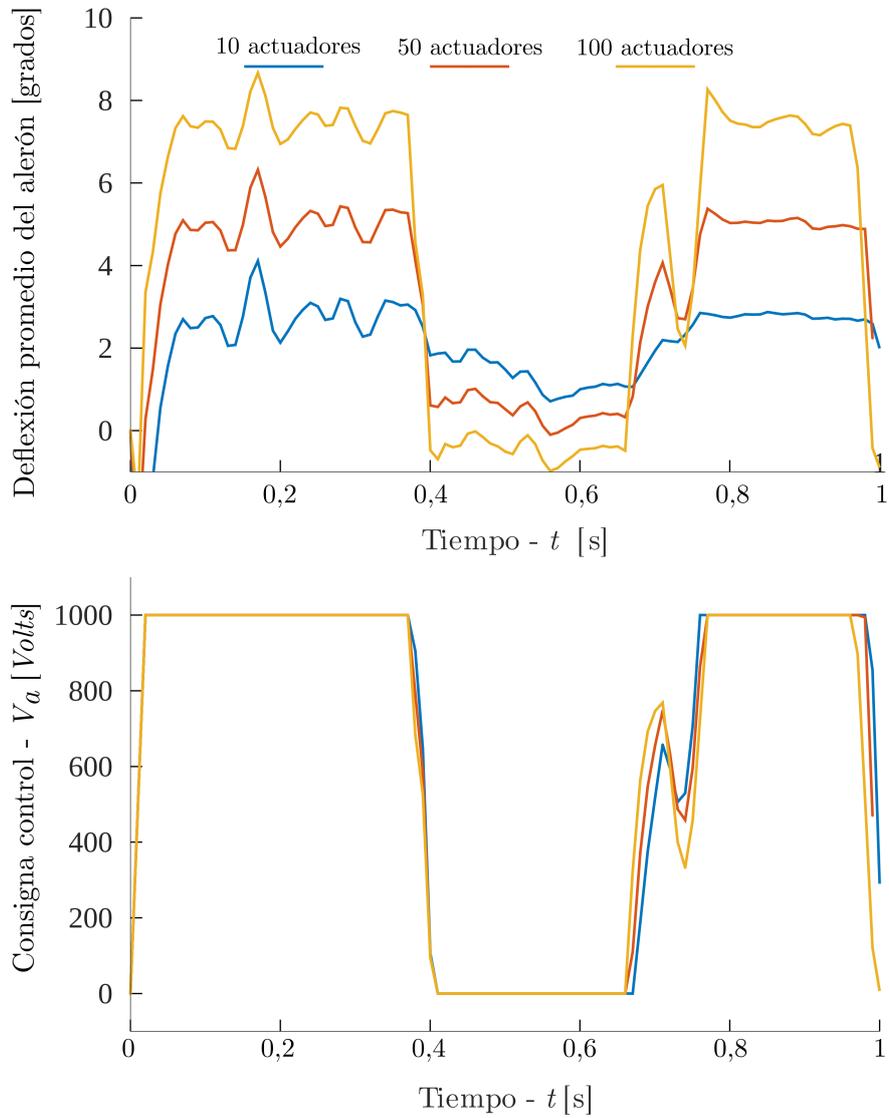


Figura 6.44: Evolución de la deflexión promedio del alerón y la consigna de control para configuraciones del sistema con 10, 50 y 100 actuadores.

Respuesta aeroelástica de la pala WindPACT inteligente

Se simuló la respuesta aeroservoelástica de la pala inteligente, con los parámetros del alerón y los actuadores definidos anteriormente, frente al mismo arranque impulsivo empleado en la versión original de la pala WindPACT.

En la Figura 6.45 se presentan las evoluciones de los desplazamientos elásticos obtenidas con ambas versiones de la pala. Se observa que la versión inteligente introduce una reducción de las vibraciones transversales en la dirección flapwise y las asociadas al giro por torsión, mientras que en la dirección edgewise se observa una reducción de las vibraciones bastante menor. Además de la reducción de las vibraciones se observa una reducción en los valores medios y los valores extremos del desplazamiento transversal flapwise y el giro por torsión.

Análogamente a lo presentado en la versión original de la pala WindPACT, se presenta en la Figura 6.46 una superposición de la distribución de cada componente del desplazamiento elástico en la dirección de la envergadura, durante el último segundo simulado. Comparando con la Figura 6.42 se observan menores deflexiones y giros por torsión para la versión inteligente.

En la Figura 6.47 se presenta la evolución de la consigna de control, de la deflexión del alerón y del desplazamiento flapwise en la punta de la pala. Se observa que inicialmente la consigna de control se satura y el alerón alcanza una deflexión promedio máxima cercana a los 8 grados para el caso de consigna positiva y un valor próximo a los 0 grados para la mínima consigna. El valor promedio de la deflexión promedio del alerón, medida a partir de los 6 segundos, es 3,53 grados.

En las Figuras 6.48 y 6.49 se presenta la sábana vorticosa adherida y el desarrollo de la estela desprendida para distintos instantes de tiempo t . En la Figura 6.48 se puede observar el desarrollo del vórtice de arranque y el crecimiento de las perturbaciones introducidas en la estela por las deflexiones del alerón. A partir de 1,5 segundos de simulación se produce el truncamiento de la estela. En la Figura 6.49 se observa como las perturbaciones introducidas por el alerón en la estela se estabilizan a medida que progresa la simulación y se obtiene una configuración de la estela casi estacionaria.

Finalmente en la Figura 6.50 se presentan gráficos de dispersión entre el desplazamiento promedio del alerón, las componentes del desplazamiento de la punta de la pala y la consigna de control. Las variables representadas se estandarizaron utilizando su valor medio y su desviación estándar. Para observar la acción del controlador sin el efecto del arranque impulsivo inicial se descartaron los primeros 2,5 segundos. Se observa una fuerte correlación positiva entre la consigna de control y la deflexión promedio del alerón, lo que refleja la linealidad mencionada en la introducción de la tesis y que destacan Barlas and van Kuik (2010) como virtud del control con actuadores piezoeléctricos. En el gráfico de dispersión entre la consigna de control y el desplazamiento transversal flapwise se observa una relación circular que evidencia el amortiguamiento aerodinámico que se introduce en dicha componente del desplazamiento.

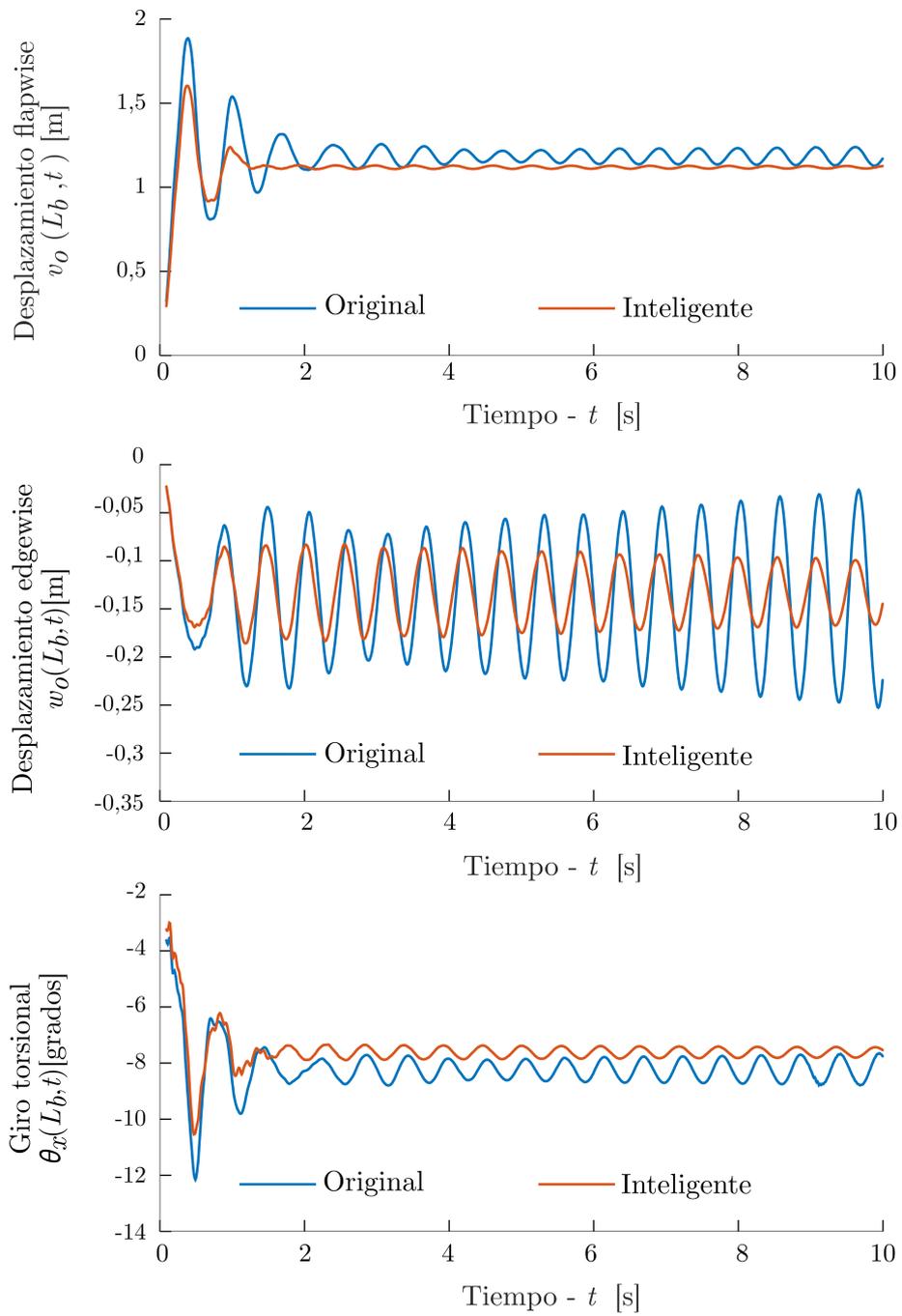


Figura 6.45: Evolución de las componentes del desplazamiento elástico de la pala WindPACT original y la versión inteligente.

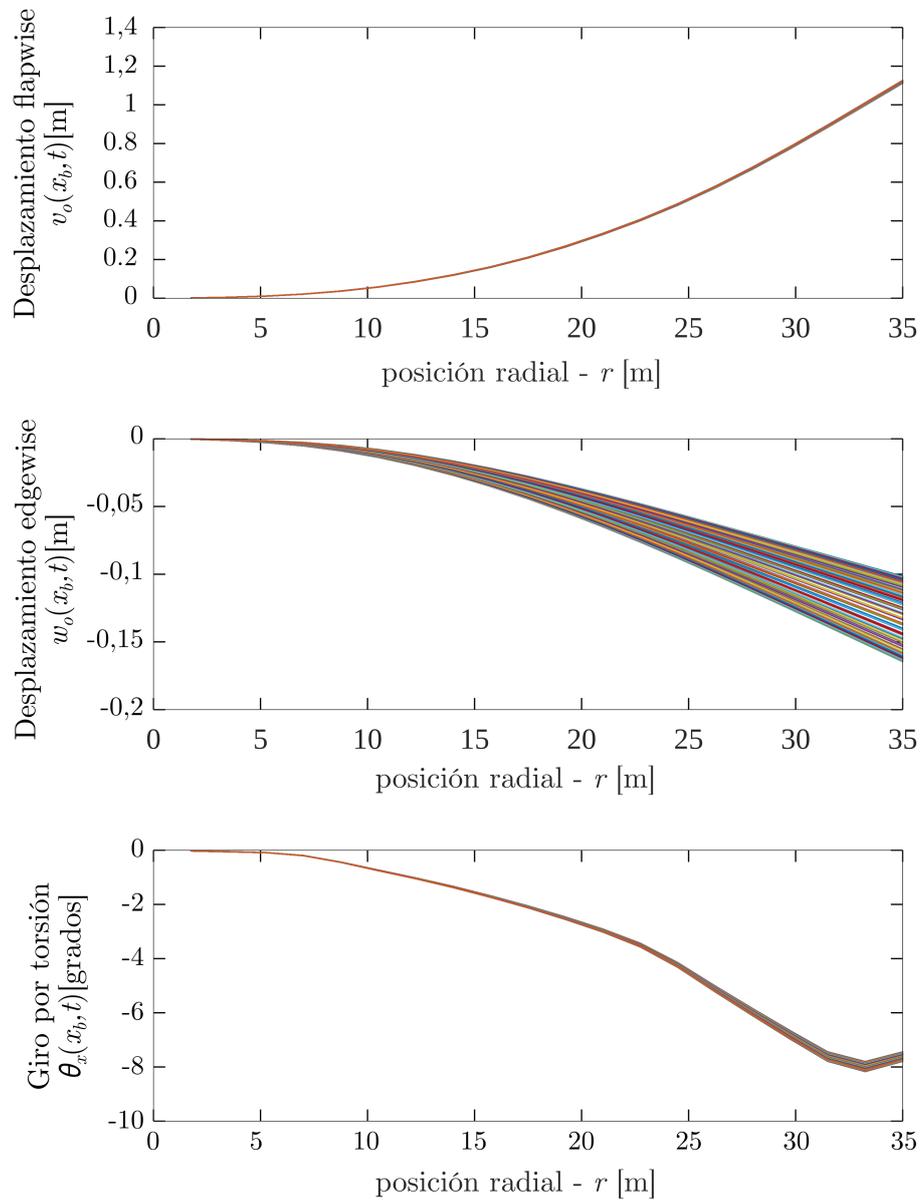


Figura 6.46: Evolución de la configuración durante el último segundo simulado.

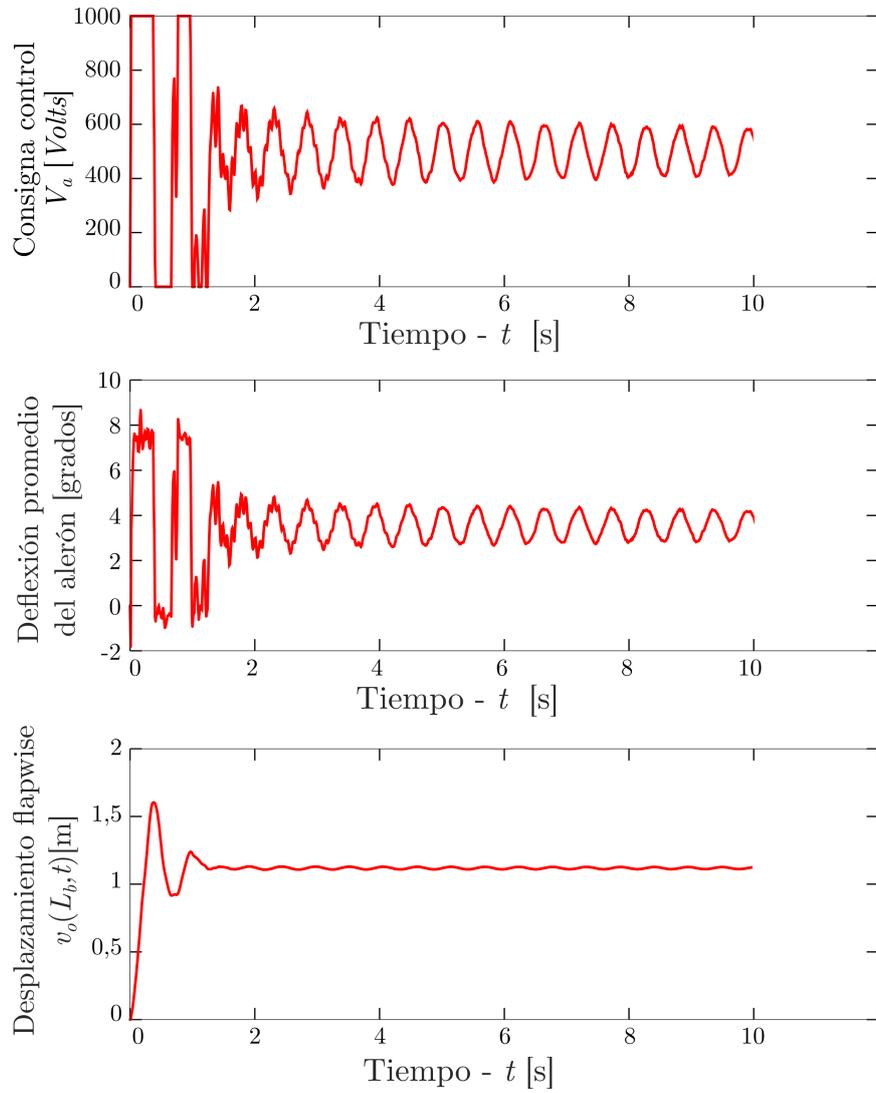
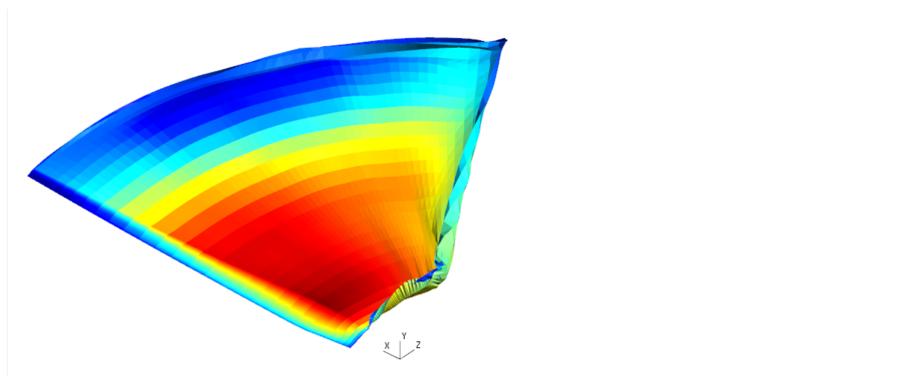
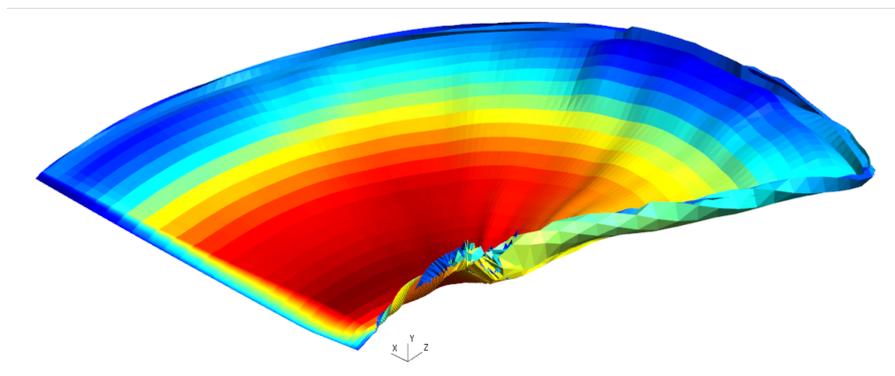


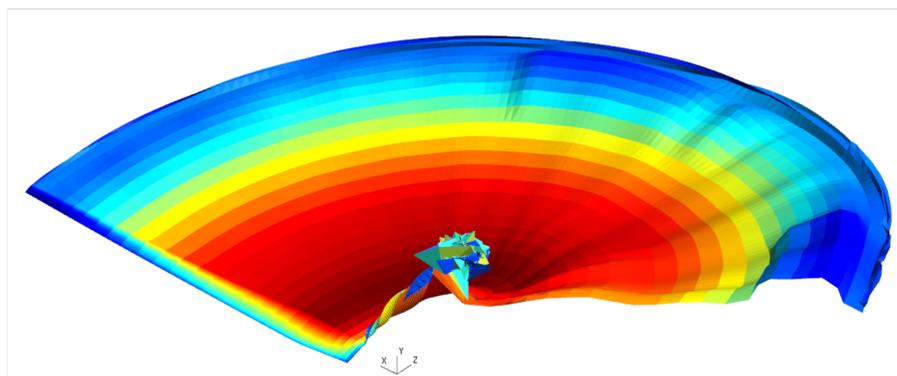
Figura 6.47: Evolución de la consigna de control, la deflexión del alerón y el desplazamiento flapwise de la punta de la pala.



50 pasos de tiempo
 t 0,5s

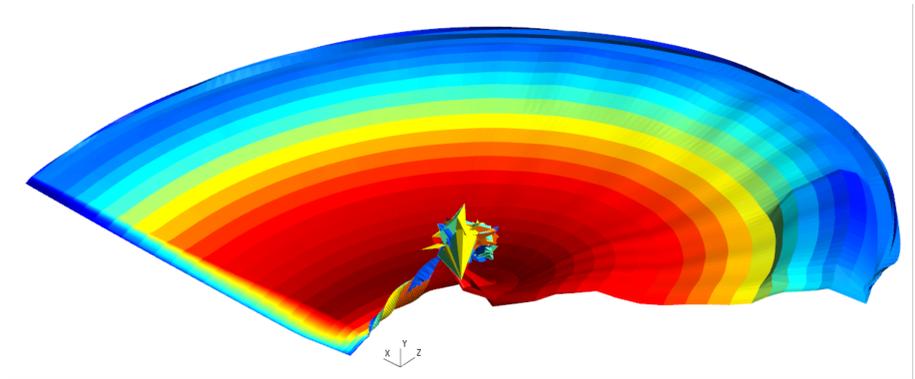


100 pasos de tiempo
 t 1s

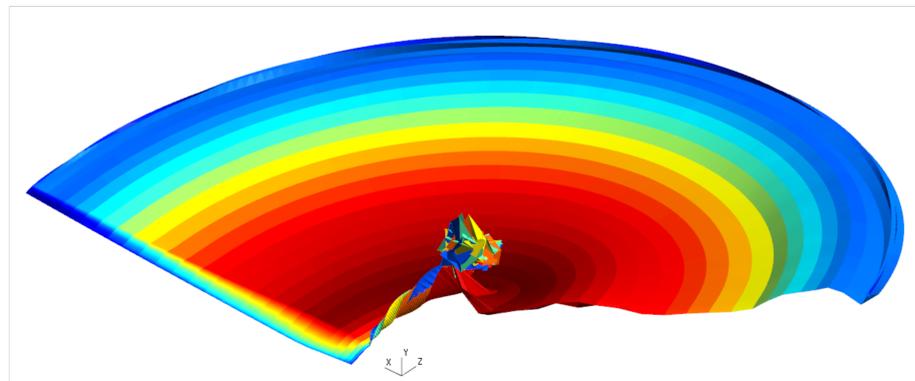


150 pasos de tiempo
 t 1,5s

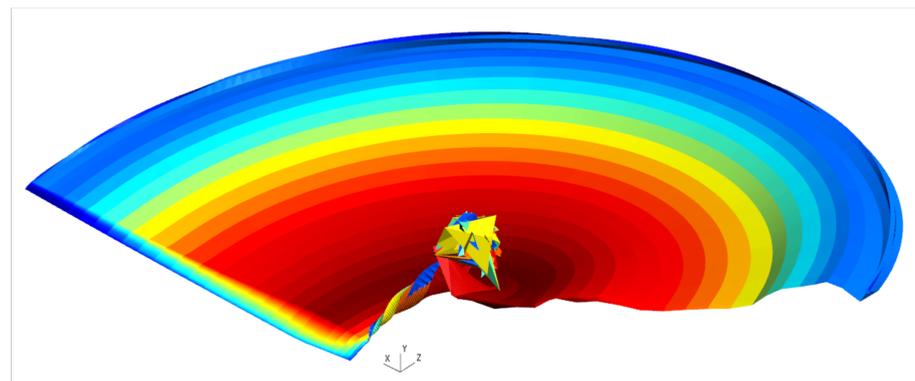
Figura 6.48: Evolución de la sábana vorticosa adherida y la estela desprendida para 50, 100 y 150 pasos de tiempo.



200 pasos de tiempo
 $t = 2s$



500 pasos de tiempo
 $t = 5s$



1000 pasos de tiempo
 $t = 10s$

Figura 6.49: Evolución de la sábana vorticiosa adherida y la estela desprendida para 200, 500 y 1000 pasos de tiempo.

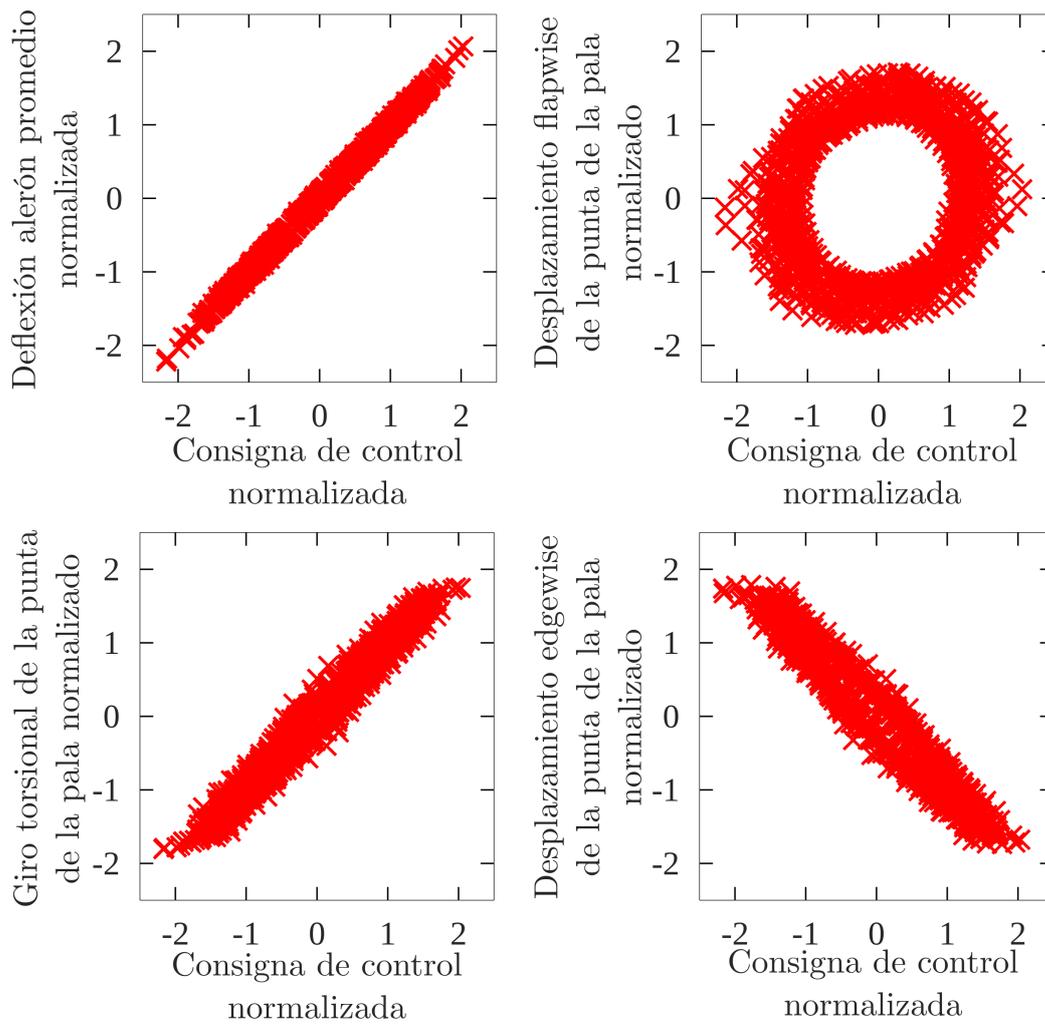


Figura 6.50: Gráficos de dispersión entre la consigna de control y los desplazamientos de la punta de la pala y del alerón. Se descartan los primeros 2,5 segundos para eliminar la perturbación inicial del arranque impulsivo.

Capítulo 7

Conclusiones y trabajos futuros

7.1. Conclusiones

En la presente tesis doctoral se propuso probar que la implementación de alerones de borde de fuga deformables, comandados por actuadores piezoeléctricos, en palas de turbinas eólicas de eje horizontal y de gran tamaño, puede mitigar las cargas de origen aeroelástico.

Para probar la hipótesis se propuso observar la interacción aeroservoelástica de una pala convencional y compararla con la correspondiente a una pala que incorpora un alerón flexible comandado por actuadores piezoeléctricos.

Para observar el fenómeno se desarrolló un modelo computacional basado en la co-simulación de tres sub-sistemas, correspondientes a la aerodinámica de la pala, su dinámica estructural y el equilibrio del sub-sistema formado por el alerón flexible y el conjunto de actuadores piezoeléctricos. La aerodinámica se modeló empleando el método de red de vórtices inestacionario. El modelo aerodinámico es no-lineal e inestacionario y permite determinar en el dominio del tiempo, el campo de presión actuante sobre un cuerpo deformable y en movimiento. La dinámica estructural de la pala se aproximó mediante un modelo tridimensional basado en la teoría clásica de vigas que reproduce el efecto de rigidización geométrica e incorpora las cargas de origen aerodinámico. Finalmente el sub-sistema del alerón y los actuadores se representó mediante un modelo multicuerpo de actuadores piezoeléctricos acoplados a una placa plana flexible que incorpora la carga de origen aerodinámico, las cargas asociadas a la dinámica estructural de la pala, el acoplamiento electromecánico debido al efecto piezoeléctrico, y el trabajo del campo eléctrico externo. El modelo aero-servo-elástico desarrollado representa la interacción entre el fluido y la estructura mediante una estrategia particionada, estrecha y fuerte.

A partir de la reproducción de ejemplos clásicos de la literatura y experimentos de otras investigaciones se demostró la validez del modelo y el alcance de las hipótesis establecidas.

Se propuso un criterio para determinar el radio de corte, que requiere el método de red de vórtices inestacionario para evaluar la velocidad inducida por un segmento vorticoso, consistente con la hipótesis de incompresibilidad.

Con respecto al método UVLM se observó que:

- los perfiles aerodinámicos asociados a turbinas eólicas de eje horizontal y de gran tamaño poseen espesores que están en el límite de la hipótesis de perfil delgado. La aproximación de la superficie de la pala por su superficie media predice coeficientes de sustentación y momento mayores,
- la evaluación de la carga aerodinámica a partir de la integración directa del campo

de presión predice valores mayores de la fuerza de arrastre inducido por el efecto de succión del borde de ataque,

- el modelo UVLM permite representar el estado de estela turbulenta sin agregar factores de corrección semi-empíricos como sucede en el método BEM. Además el modelo UVLM permite reproducir los ciclos de histéresis asociados a la aerodinámica no estacionaria del movimiento de alerones.

Para obtener una representación fiel de la dinámica estructural mediante funciones de forma asociadas al problema de vibraciones de una viga de uniforme en condición empujada libre, se requiere utilizar una cantidad de funciones de forma tal, que se obtiene un amplio ancho de banda de las frecuencias naturales de la estructura. La amplitud del ancho de banda debe ser considerada al elegir la estrategia numérica de integración en el tiempo. En esta tesis doctoral se utilizó el integrador HHT porque incorpora un amortiguamiento numérico que actúa como un filtro pasa-bajos que permite amortiguar las frecuencias más altas originadas por el proceso de discretización del desplazamiento. Además, el método HHT posee una precisión de por lo menos segundo orden y es incondicionalmente estable en sistemas lineales.

Con respecto a la respuesta aeroelástica de la pala convencional representada, operando en su condición nominal, se observaron oscilaciones que evidencian una condición de inestabilidad. Se observó un valor medio del giro elástico por torsión en la punta de la pala cercano a los 8 grados y una dispersión de 2 grados alrededor del valor medio.

Con respecto al conjunto alerón-actuadores se observó la propiedad de linealidad asociada a este concepto de control aerodinámico por (Barlas and van Kuik, 2010). Además, a partir de la implementación de una ley de control orientada a la supresión de vibraciones, se obtuvo para la pala inteligente una respuesta estable y con un marcado amortiguamiento en las oscilaciones transversales en sentido flapwise. Se observó que el desplazamiento del alerón introduce perturbaciones en la estela desprendida y que son transportadas por la misma aguas abajo.

En general, se puede decir que la evidencia observada favorece la hipótesis planteada y el concepto propuesto parece ser eficaz como control de vibraciones de origen aeroelástico en palas de turbinas eólicas de eje horizontal y de gran tamaño.

7.2. Trabajos futuros

El problema abordado en esta tesis es de una magnitud tal que será el foco de investigaciones por muchos años más. A continuación se enumeran algunas cuestiones identificadas durante el desarrollo de la investigación que podrían ser el inicio de futuros estudios.

Con respecto al modelo aerodinámico se propone:

- implementar una corrección para la succión de borde de ataque o modificar el método de evaluación de las cargas,
- representar la superficie exacta de la pala,
- extender el modelo a un rotor de tres palas para observar la interacción aerodinámica entre las mismas y las perturbaciones introducidas por el alerón,
- investigar el efecto sobre el alerón de desprendimientos desde lugares distintos al borde de fuga, como proponen Riziotis and Voutsinas (2008),

- desarrollar un modelo multi-escala para representar con mayor resolución el campo de presión sobre el alerón y la interacción con las deformaciones de la placa,
- incorporar los efectos de la capa límite atmosférica,
- simplificar la estela lejana concentrando las estructuras de vórtice de punta y vórtice de raíz en filamentos vorticosos,
- incorporar modelos más avanzados de vórtice que permitan introducir el crecimiento del núcleo viscoso,
- implementar estrategias de alto desempeño mediante tarjetas gráficas (GPGPU) para la evaluación de la velocidad entre todos los anillos vorticosos, y
- utilizar una estrategia numérica eficiente de orden $O(h^2)$ para la convección de la estela.

Con respecto al modelo de dinámica estructural se propone:

- representar la pala por una viga multicelda y obtener las propiedades elásticas a partir de los planos de construcción de la pala,
- utilizar la representación mediante funciones de forma no lineales propuesta por Pesheck et al. (2002), y
- agregar cargas por gravedad para simular casos reales de operación.

Con respecto al conjunto alerón-actuadores se propone:

- realizar una identificación de la planta para poder desarrollar un sistema de control moderno más eficiente,
- explorar leyes de control de alta autoridad, y,
- implementar una ley de control adaptativa mediante la linealización de la planta a través de la realimentación parcial (Li et al., 2011).

Apéndice A

Teoremas de Helmholtz

En primer lugar es conveniente definir algunas entidades geométricas. Se denominan *líneas vorticosas* a las curvas tangente al campo de vorticidad $\vec{\omega}(\vec{r}, t)$. La intersección de dichas líneas vorticosas con una curva cerrada forma un *tubo vorticoso*.

La primera ley de Helmholtz resulta de considerar la integral de la divergencia del campo de vorticidad contenido en un tubo vorticoso. Mediante el teorema de Gauss se puede relacionar la integral en el volumen Ω del tubo con el flujo de la vorticidad a través de la superficie S que delimita dicho volumen,

$$\iiint_{\Omega} \nabla \cdot \vec{\omega} d\Omega = \iint_S \vec{\omega} \cdot \hat{\mathbf{n}} dS \quad (\text{A.1})$$

donde $\hat{\mathbf{n}}$ es el vector normal unitario hacia afuera del volumen Ω .

Considerando que en un tubo vorticoso solamente hay flujo de vorticidad a través de las paredes perpendiculares a las líneas vorticosas, denominadas “entrada” y “salida”, y la propiedad solenoidal del campo de vorticidad (i.e. $\nabla \cdot \vec{\omega} = 0$) se obtiene la siguiente igualdad,

$$\iint_{\text{entrada}} \omega_{\text{entrada}}(t) dS = \iint_{\text{salida}} \omega_{\text{salida}}(t) dS \quad (\text{A.2})$$

donde $\omega_{\text{entrada}}(t)$ es la componente de la vorticidad en la dirección normal a la superficie *entrada* y $\omega_{\text{salida}}(t)$ es la componente de la vorticidad en la dirección normal a la superficie *salida*.

Aplicando el teorema de Green se puede relacionar el flujo entrante o saliente de vorticidad con la circulación $\Gamma(t)$ alrededor de la curva frontera C de la superficie de entrada o salida,

$$\iint_{\text{entrada}} \omega_{\text{entrada}} dS = \oint_C \vec{\omega} \cdot \vec{t} dC \quad (\text{A.3}) \\ \cong \Gamma(t)$$

donde \vec{t} es el vector tangente a la curva C .

La ecuación (A.3) expresa la primera ley de Helmholtz, la cual establece que “la intensidad de un tubo vorticoso es constante para cualquier sección del mismo”.

Introduciendo la definición de derivada total es posible relacionar la derivada temporal de una variable dependiente descrita en un sistema Euleriano con la misma descrita en un sistema Lagrangeano.

$$\frac{D}{Dt}() \triangleq \frac{\partial}{\partial t}() + (\vec{v} \cdot \nabla)() \quad (\text{A.4})$$

Considerando la derivada total del campo de la vorticidad $\vec{\omega}$ podemos expresar la ecuación (2.4) de la siguiente forma,

$$\frac{D\vec{\omega}}{Dt} = \vec{\omega} \cdot \nabla \vec{v} + \nu \nabla^2 \vec{\omega} \quad (\text{A.5})$$

Por otro lado, la derivada material del vector posición \vec{r} es

$$\frac{D(\vec{r})}{Dt} \triangleq \vec{v}(\vec{r}, t) \quad (\text{A.6})$$

Análogamente, si consideramos la derivada material de un elemento infinitesimal de línea $d\vec{r}$ se obtiene,

$$\begin{aligned} \frac{D(d\vec{r})}{Dt} &= d\vec{v} \\ &= d\vec{r} \cdot \nabla \vec{v} \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

Comparando (A.5) y (A.7) se puede observar que cuando un movimiento preserva la circulación, i.e. los efectos de la turbulencia y difusión viscosas son despreciables, “las líneas vorticosas se comportan como líneas materiales”. Esta es la segunda ley de Helmholtz para el movimiento de elementos de vorticidad.

Una conclusión que se obtiene a partir de las leyes de Helmholtz es la propiedad de que las líneas vorticosas y los tubos vorticosos deben formar siempre curvas cerradas o se deben extender al infinito. Además, la evolución de las líneas vorticosas queda definida por la ecuación (A.6) donde la velocidad es producto de la corriente libre y la inducción mútua entre los elementos que transportan vorticidad.

Apéndice B

Matrices y vectores de la ecuación no-lineal del movimiento de la pala

Los vectores de cargas generalizadas asociadas a la aceleración centrípeta y a la aerodinámica son,

$$\mathbf{f}_c = \begin{pmatrix} \int_{L_b} (h + x_b) \bar{m} \boldsymbol{\varphi}_u dx_b \\ - \int_{L_b} \bar{S}_z (h + x_b) \frac{d\boldsymbol{\varphi}_v}{dx_b} dx_b \\ - \int_{L_b} \bar{S}_y [(h + x_b) \frac{d\boldsymbol{\varphi}_w}{dx_b} - \boldsymbol{\varphi}_w] dx_b \\ \int_{L_b} \bar{I}_{yz} \boldsymbol{\varphi}_t dx_b \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{f}_{aero}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}^p, \frac{D}{Dt} \mathbf{G}, t) = \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 \begin{pmatrix} \mathbf{Q}_u(t) \\ \mathbf{Q}_v(t) \\ \mathbf{Q}_w(t) \\ \mathbf{Q}_t(t) \end{pmatrix}$$

donde se definen las siguientes cargas aerodinámicas generalizadas en la dirección axial, transversales y torsional respectivamente,

$$\mathbf{Q}_u(t) = \sum_{i=1}^N \Delta C p_i n_{ix} \int_{R_i} \boldsymbol{\varphi}_u dA$$

$$\mathbf{Q}_v(t) = \sum_{i=1}^N \Delta C p_i \left(n_{iy} \int_{R_i} \boldsymbol{\varphi}_v dA - n_{ix} \int_{R_i} y_b \frac{d\boldsymbol{\varphi}_v}{dx_b} dA \right)$$

$$\mathbf{Q}_w(t) = \sum_{i=1}^N \Delta C p_i \left(n_{iz} \int_{R_i} \boldsymbol{\varphi}_w dA - n_{ix} \int_{R_i} z_b \frac{d\boldsymbol{\varphi}_w}{dx_b} dA \right)$$

$$\mathbf{Q}_t(t) = \sum_{i=1}^N \Delta C p_i \int_{R_i} (n_{iz} y_b(x_b, z_b) - n_{iy} z_b) \boldsymbol{\varphi}_t dA$$

En la Figura B.1 se presenta un elemento superficial del modelo aerodinámico donde se realizan las siguientes integrales,

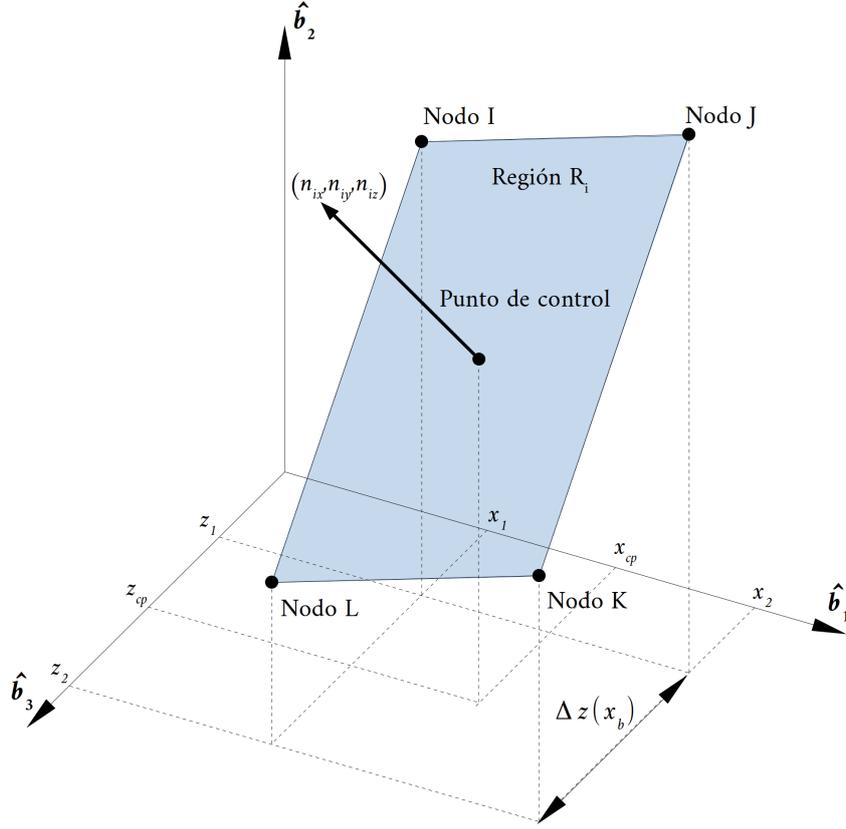


Figura B.1: Región de integración elemental.

$$\begin{aligned}
 \int_{R_i} \varphi_u dA &= \frac{1}{n_{iy}} \int_{x_1}^{x_2} \Delta z \varphi_u dx_b \\
 \int_{R_i} \varphi_v dA &= \frac{1}{n_{iy}} \int_{x_1}^{x_2} \Delta z \varphi_v dx_b \\
 \int_{R_i} \varphi_w dA &= \frac{1}{n_{iy}} \int_{x_1}^{x_2} \Delta z \varphi_w dx_b \\
 \int_{R_i} y_b \frac{d\varphi_v}{dx_b} dA &= \frac{1}{n_{iy}^2} \int_{x_1}^{x_2} \Delta z (D - n_{ix}x_b - n_{iz}\bar{z}) \frac{d\varphi_v}{dx_b} dx_b \\
 \int_{R_i} z_b \frac{d\varphi_w}{dx_b} dA &= \frac{1}{n_{iy}} \int_{x_1}^{x_2} \Delta z \bar{z} \frac{d\varphi_w}{dx_b} dx_b \\
 \int_{R_i} (n_{iz}y_b - n_{iy}z_b) \varphi_t dA &= \int_{x_1}^{x_2} \left[\frac{n_{iz}}{n_{iy}^2} (D - n_{ix}x_b) - \left(\frac{n_{iz}^2}{n_{iy}^2} + 1 \right) \bar{z} \right] \Delta z \varphi_t dx_b
 \end{aligned}$$

donde

$$\begin{aligned}
 D &\triangleq n_{ix}x_{cp} + n_{iy}y_{cp} + n_{iz}z_{cp} \\
 \bar{z}(x_b) &\triangleq \frac{z_1(x_b) + z_2(x_b)}{2} \\
 \Delta z(x_b) &\triangleq z_2(x_b) - z_1(x_b)
 \end{aligned}$$

La matriz de masa es

$$[\mathbf{M}] = \begin{bmatrix} [\mathbf{M}_{uu}] & [\mathbf{M}_{uv}] & [\mathbf{M}_{uw}] & [\mathbf{0}] \\ [\mathbf{M}_{uv}]^T & [\mathbf{M}_{vv}] & [\mathbf{M}_{vw}] & [\mathbf{M}_{vt}] \\ [\mathbf{M}_{uw}]^T & [\mathbf{M}_{vw}]^T & [\mathbf{M}_{ww}] & [\mathbf{M}_{wt}] \\ [\mathbf{0}] & [\mathbf{M}_{vt}]^T & [\mathbf{M}_{wt}]^T & [\mathbf{M}_{tt}] \end{bmatrix}$$

donde

$$[\mathbf{M}_{uu}] = \int_{L_b} \bar{m} \boldsymbol{\varphi}_u \boldsymbol{\varphi}_u^T dx_b$$

$$[\mathbf{M}_{uv}] = - \int_{L_b} \bar{S}_z \boldsymbol{\varphi}_u \frac{d\boldsymbol{\varphi}_v^T}{dx_b} dx_b$$

$$[\mathbf{M}_{uw}] = - \int_{L_b} \bar{S}_y \boldsymbol{\varphi}_u \frac{d\boldsymbol{\varphi}_w^T}{dx_b} dx_b$$

$$[\mathbf{M}_{vv}] = \int_{L_b} (\bar{m} \boldsymbol{\varphi}_v \boldsymbol{\varphi}_v^T + \bar{I}_{zz} \frac{d\boldsymbol{\varphi}_v}{dx_b} \frac{d\boldsymbol{\varphi}_v^T}{dx_b}) dx_b$$

$$[\mathbf{M}_{vw}] = \int_{L_b} \bar{I}_{yz} \frac{d\boldsymbol{\varphi}_v}{dx_b} \frac{d\boldsymbol{\varphi}_w^T}{dx_b} dx_b$$

$$[\mathbf{M}_{vt}] = - \int_{L_b} \bar{S}_y \boldsymbol{\varphi}_v \boldsymbol{\varphi}_t^T dx_b$$

$$[\mathbf{M}_{ww}] = \int_{L_b} (\bar{m} \boldsymbol{\varphi}_w \boldsymbol{\varphi}_w^T + \bar{I}_{yy} \frac{d\boldsymbol{\varphi}_w}{dx_b} \frac{d\boldsymbol{\varphi}_w^T}{dx_b}) dx_b$$

$$[\mathbf{M}_{wt}] = \int_{L_b} \bar{S}_z \boldsymbol{\varphi}_w \boldsymbol{\varphi}_t^T dx_b$$

$$[\mathbf{M}_{tt}] = \int_{L_b} (\bar{I}_{yy} + \bar{I}_{zz}) \boldsymbol{\varphi}_t \boldsymbol{\varphi}_t^T dx_b$$

La matriz de rigidez lineal asociada a efectos inerciales de naturaleza centrífuga es

$$[\mathbf{Kc}] = \begin{bmatrix} [\mathbf{Kc}_{uu}] & [\mathbf{Kc}_{uv}] & [\mathbf{Kc}_{uw}] & [\mathbf{0}] \\ [\mathbf{Kc}_{uv}]^T & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] \\ [\mathbf{Kc}_{uw}]^T & [\mathbf{0}] & [\mathbf{Kc}_{ww}] & [\mathbf{Kc}_{wt}] \\ [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{Kc}_{wt}]^T & [\mathbf{0}] \end{bmatrix}$$

donde

$$\begin{aligned}
[\mathbf{K}c_{uu}] &= \int_{L_b} \bar{m} \boldsymbol{\varphi}_u \boldsymbol{\varphi}_u^T dx_b \\
[\mathbf{K}c_{uv}] &= - \int_{L_b} \bar{S}_z \boldsymbol{\varphi}_u \frac{d\boldsymbol{\varphi}_v^T}{dx_b} dx_b \\
[\mathbf{K}c_{uw}] &= - \int_{L_b} \bar{S}_y \boldsymbol{\varphi}_u \frac{d\boldsymbol{\varphi}_w^T}{dx_b} dx_b \\
[\mathbf{K}c_{ww}] &= \int_{L_b} (\bar{m} \boldsymbol{\varphi}_w \boldsymbol{\varphi}_w^T dx_b \\
[\mathbf{K}c_{wt}] &= \int_{L_b} \bar{S}_z \boldsymbol{\varphi}_w \boldsymbol{\varphi}_t^T dx_b
\end{aligned}$$

La matriz de rigidez no-lineal asociada a efectos inerciales de naturaleza centrífuga es

$$[\mathbf{K}g](q) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} [\mathbf{0}] & [\mathbf{K}g_{uv}] & [\mathbf{K}g_{uw}] & [\mathbf{0}] \\ [\mathbf{K}g_{uv}]^T & [\mathbf{K}g_{vv}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] \\ [\mathbf{K}g_{uw}]^T & [\mathbf{0}] & [\mathbf{K}g_{ww}] & [\mathbf{0}] \\ [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] \end{bmatrix}$$

donde

$$\begin{aligned}
[\mathbf{K}g_{uv}] &= \int_{L_b} \frac{\partial v_o}{\partial x_b} EA \frac{d\boldsymbol{\varphi}_u}{dx_b} \frac{d\boldsymbol{\varphi}_v^T}{dx_b} dx_b \\
[\mathbf{K}g_{uw}] &= \int_{L_b} \frac{\partial w_o}{\partial x_b} EA \frac{d\boldsymbol{\varphi}_u}{dx_b} \frac{d\boldsymbol{\varphi}_w^T}{dx_b} dx_b \\
[\mathbf{K}g_{vv}] &= \int_{L_b} \left(\frac{\partial u_o}{\partial x_b} + \left(\frac{\partial v_o}{\partial x_b} \right)^2 + \left(\frac{\partial w_o}{\partial x_b} \right)^2 \right) EA \frac{d\boldsymbol{\varphi}_v}{dx_b} \frac{d\boldsymbol{\varphi}_v^T}{dx_b} dx_b \\
[\mathbf{K}g_{ww}] &= \int_{L_b} \left(\frac{\partial u_o}{\partial x_b} + \left(\frac{\partial v_o}{\partial x_b} \right)^2 + \left(\frac{\partial w_o}{\partial x_b} \right)^2 \right) EA \frac{d\boldsymbol{\varphi}_w}{dx_b} \frac{d\boldsymbol{\varphi}_w^T}{dx_b} dx_b \\
[\mathbf{K}e] &= \begin{bmatrix} [\mathbf{K}e_{uu}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] \\ 0 & [\mathbf{K}e_{vv}] & [\mathbf{K}e_{vw}] & [\mathbf{0}] \\ [\mathbf{0}] & [\mathbf{K}e_{vv}]^T & [\mathbf{K}e_{ww}] & [\mathbf{0}] \\ [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{K}e_{tt}] \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

donde

$$[\mathbf{K}e_{uu}] = \int_{L_b} EA \frac{d\varphi_u}{dx_b} \frac{d\varphi_u^T}{dx_b} dx_b$$

$$[\mathbf{K}e_{vv}] = \int_{L_b} EJ_{zz} \frac{d^2\varphi_v}{dx_b^2} \frac{d^2\varphi_v^T}{dx_b^2} dx_b$$

$$[\mathbf{K}e_{vw}] = \int_{L_b} EJ_{yz} \frac{d^2\varphi_v}{dx_b^2} \frac{d^2\varphi_w^T}{dx_b^2} dx_b$$

$$[\mathbf{K}e_{ww}] = \int_{L_b} EJ_{yy} \frac{d^2\varphi_w}{dx_b^2} \frac{d^2\varphi_w^T}{dx_b^2} dx_b$$

$$[\mathbf{K}e_{tt}] = \int_{L_b} GJ \frac{d\varphi_t}{dx_b} \frac{d\varphi_t^T}{dx_b} dx_b$$

Apéndice C

Configuración estacionaria de la ecuación diferencial no-lineal del movimiento de la pala

Se considera el caso de la pala rotando a velocidad constante y en vacío, i.e., sin considerar la carga aerodinámica. Bajo estas condiciones la pala se posiciona en una configuración estacionaria. El sistema de ecuaciones algebraicas que describe el equilibrio dinámico (3.23) se reduce al siguiente:

$$([\mathbf{K}e] + [\mathbf{K}g](q^e) - \omega_y^2[\mathbf{K}c])q^e = \omega_y^2 \mathbf{f}_c \quad (\text{C.1})$$

donde el supraíndice e indica “determinado en la condición estacionaria”.

Para determinar una aproximación de la solución de la ecuación (C.1) se utiliza un esquema incremental iterativo como describe Bathe (1996). En primer lugar se considera que define el estado próximo de las coordenadas generalizadas $^{(k+1)}q^e$ es un pequeño incremento Δq^e respecto al estado actual $^{(k)}q^e$,

$$^{(k+1)}q^e = ^{(k)}q^e + \Delta q^e \quad (\text{C.2})$$

Reemplazando la aproximación del estado próximo dado por la ecuación (C.2) en la ecuación no-lineal (C.1) se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones cuyas incógnitas son los incrementos Δq^e ,

$$([\mathbf{K}e] + [\mathbf{K}g](^{(k+1)}q^e) - \omega_y^2[\mathbf{K}c]) \Delta q^e = \omega_y^2 \mathbf{f}_c^{k+1} - [[\mathbf{K}e] + [\mathbf{K}g](^{(k+1)}q^e) - \omega_y^2[\mathbf{K}c]]^{(k)}q^e \quad (\text{C.3})$$

Despreciando el producto entre los pequeños incrementos se obtiene una matriz de rigidez geométrica linealizada, la cual se puede expresar como,

$$[\mathbf{K}g](^{(k+1)}q^e) = [\mathbf{K}g](^{(k)}q^e) + [\mathbf{K}g](\Delta q^e) \quad (\text{C.4})$$

donde

$$\begin{aligned}
[\mathbf{Kg}]^{(k)q^e} &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} [\mathbf{0}] & [\mathbf{Kg}_{uv}] & [\mathbf{Kg}_{uw}] & [\mathbf{0}] \\ [\mathbf{Kg}_{uv}]^T & [\mathbf{Kg}_{vv}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] \\ [\mathbf{Kg}_{uw}]^T & [\mathbf{0}] & [\mathbf{Kg}_{ww}] & [\mathbf{0}] \\ [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] \end{bmatrix} \\
[\mathbf{Kg}_{uv}] &= \int EA \frac{\partial}{\partial x_b} v_o^k \frac{d\varphi_u}{dx_b} \frac{d\varphi_v}{dx_b} dx_b \\
[\mathbf{Kg}_{uw}] &= \int EA \frac{\partial}{\partial x_b} w_o^k \frac{d\varphi_u}{dx_b} \frac{d\varphi_w}{dx_b} dx_b \\
[\mathbf{Kg}_{vv}] &= \int EA \left[\frac{\partial}{\partial x_b} u_o^k + \left(\frac{\partial}{\partial x_b} v_o^k \right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial x_b} w_o^k \right)^2 \right] \frac{d\varphi_v}{dx_b} \frac{d\varphi_v}{dx_b} dx_b \\
[\mathbf{Kg}_{ww}] &= \int EA \left[\frac{\partial}{\partial x_b} u_o^k + \left(\frac{\partial}{\partial x_b} v_o^k \right)^2 + \left(\frac{\partial}{\partial x_b} w_o^k \right)^2 \right] \frac{d\varphi_w}{dx_b} \frac{d\varphi_w}{dx_b} dx_b \\
[\mathbf{Kg}]^{\Delta q^e} &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} [\mathbf{0}] & [\mathbf{Kg}_{uv}] & [\mathbf{Kg}_{uw}] & [\mathbf{0}] \\ [\mathbf{Kg}_{uv}]^T & [\mathbf{Kg}_{vv}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] \\ [\mathbf{Kg}_{uw}]^T & [\mathbf{0}] & [\mathbf{Kg}_{ww}] & [\mathbf{0}] \\ [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] \end{bmatrix} \\
[\mathbf{Kg}_{uv}] &= \int EA \frac{\partial}{\partial x_b} \Delta v_o \frac{d\varphi_u}{dx_b} \frac{d\varphi_v}{dx_b} dx_b \\
[\mathbf{Kg}_{uw}] &= \int EA \frac{\partial}{\partial x_b} \Delta w_o \frac{d\varphi_u}{dx_b} \frac{d\varphi_w}{dx_b} dx_b \\
[\mathbf{Kg}_{vv}] &= \int EA \left(\frac{\partial}{\partial x_b} \Delta u_o + 2 \frac{\partial}{\partial x_b} v_o^k \frac{\partial}{\partial x_b} \Delta v_o + 2 \frac{\partial}{\partial x_b} w_o^k \frac{\partial}{\partial x_b} \Delta w_o \right) \frac{d\varphi_v}{dx_b} \frac{d\varphi_v}{dx_b} dx_b \\
[\mathbf{Kg}_{ww}] &= \int EA \left(\frac{\partial}{\partial x_b} \Delta u_o + 2 \frac{\partial}{\partial x_b} v_o^k \frac{\partial}{\partial x_b} \Delta v_o + 2 \frac{\partial}{\partial x_b} w_o^k \frac{\partial}{\partial x_b} \Delta w_o \right) \frac{d\varphi_w}{dx_b} \frac{d\varphi_w}{dx_b} dx_b
\end{aligned}$$

Reemplazando la ecuación (C.4) en la ecuación (C.3), y considerando que la matriz de rigidez geométrica asociada al incremento se puede reordenar de la siguiente manera,

$$[\mathbf{Kg}]^{\Delta q^e} \begin{matrix} (k) \\ q^e \end{matrix} \mathbf{q}^e = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} [\mathbf{0}] & [\mathbf{Kg}_{uv}] & [\mathbf{Kg}_{uw}] & [\mathbf{0}] \\ [\mathbf{Kg}_{uv}]^T & [\mathbf{Kg}_{vv}] & [\mathbf{Kg}_{vw}] & [\mathbf{0}] \\ [\mathbf{Kg}_{uw}]^T & [\mathbf{Kg}_{vw}]^T & [\mathbf{Kg}_{ww}] & [\mathbf{0}] \\ [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] & [\mathbf{0}] \end{bmatrix} \Delta \mathbf{q} \quad (\text{C.5})$$

donde

$$\begin{aligned}
[\mathbf{Kg}_{uv}] &= \int EA \frac{\partial}{\partial x_b} v_o^k \frac{d\varphi_u}{dx_b} \frac{d\varphi_v}{dx_b} dx_b \\
[\mathbf{Kg}_{uw}] &= \int EA \frac{\partial}{\partial x_b} w_o^k \frac{d\varphi_u}{dx_b} \frac{d\varphi_w}{dx_b} dx_b \\
[\mathbf{Kg}_{vv}] &= \int EA \left(\frac{\partial}{\partial x_b} u_o^k + 2 \left(\frac{\partial}{\partial x_b} v_o^k \right)^2 \right) \frac{d\varphi_v}{dx_b} \frac{d\varphi_v}{dx_b} dx_b \\
[\mathbf{Kg}_{vw}] &= \int 2EA \frac{\partial}{\partial x_b} w_o^k \frac{\partial}{\partial x_b} v_o^k \frac{d\varphi_v}{dx_b} \frac{d\varphi_w}{dx_b} dx_b \\
[\mathbf{Kg}_{wu}] &= \int EA \frac{\partial}{\partial x_b} w_o^k \frac{d\varphi_w}{dx_b} \frac{d\varphi_u}{dx_b} dx_b \\
[\mathbf{Kg}_{ww}] &= \int EA \left(\frac{\partial}{\partial x_b} u_o^k + 2 \left(\frac{\partial}{\partial x_b} w_o^k \right)^2 \right) \frac{d\varphi_w}{dx_b} \frac{d\varphi_w}{dx_b} dx_b
\end{aligned}$$

Se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones linealizado para obtener la iteración $k+1$ a partir de la iteración conocida k ,

$$([\mathbf{K}e] + [\mathbf{K}_{Tg}]^{(k)} \mathbf{q}^e - \omega_y^2 [\mathbf{K}c]) \Delta \mathbf{q}^e = \lambda^{(k+1)} \omega_y^2 \mathbf{f}_c - ([\mathbf{K}e] + [\mathbf{K}g]^{(k)} \mathbf{q}^e - \omega_y^2 [\mathbf{K}c])^{(k)} \mathbf{q}^e \quad (\text{C.6})$$

donde

$\lambda^{(k+1)}$: es un factor de carga que permite controlar la convergencia numérica

$$[\mathbf{K}_{Tg}]^{(k)} \mathbf{q}^e = \begin{bmatrix} [0] & [\mathbf{K}tg_{uv}] & [\mathbf{K}tg_{uw}] & [0] \\ [\mathbf{K}tg_{uv}]^T & [\mathbf{K}tg_{vv}] & [\mathbf{K}tg_{vw}] & [0] \\ [\mathbf{K}tg_{uw}]^T & [\mathbf{K}tg_{vw}]^T & [\mathbf{K}tg_{ww}] & [0] \\ [0] & [0] & [0] & [0] \end{bmatrix}$$

$$[\mathbf{K}tg_{uv}] = \int EA \frac{\partial}{\partial x_b} v_o^k \frac{d\varphi_u}{dx_b} \frac{d\varphi_v}{dx_b} dx_b$$

$$[\mathbf{K}tg_{uw}] = \int EA \frac{\partial}{\partial x_b} w_o^k \frac{d\varphi_u}{dx_b} \frac{d\varphi_w}{dx_b} dx_b$$

$$[\mathbf{K}tg_{vv}] = \int EA \left[\frac{\partial}{\partial x_b} u_o^k + \frac{3}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x_b} v_o^k \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x_b} w_o^k \right)^2 \right] \frac{d\varphi_v}{dx_b} \frac{d\varphi_v}{dx_b} dx_b$$

$$[\mathbf{K}tg_{ww}] = \int EA \left[\frac{\partial}{\partial x_b} u_o^k + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x_b} v_o^k \right)^2 + \frac{3}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x_b} w_o^k \right)^2 \right] \frac{d\varphi_w}{dx_b} \frac{d\varphi_w}{dx_b} dx_b$$

$$[\mathbf{K}tg_{vw}] = \int EA \frac{\partial}{\partial x_b} w_o^k \frac{\partial}{\partial x_b} v_o^k \frac{d\varphi_v}{dx_b} \frac{d\varphi_w}{dx_b} dx_b$$

A partir de una aproximación inicial del estado de equilibrio, se incrementa el valor de la carga externa mediante el parámetro λ y se determina el vector de incrementos $\Delta \mathbf{q}^e$ mediante la solución del sistema de ecuaciones linealizado (C.6). Luego se actualiza el vector de cargas generalizadas $^{(k+1)} \mathbf{q}^e$ utilizando la ecuación (C.2) y se repite el proceso hasta alcanzar la solución para el λ unitario.

Apéndice D

Aceleración de un punto de la placa base asociada a los efectos inerciales de la pala

La posición de un punto de la placa base $\vec{r}(x_f, z_f, t)$ medida desde el origen del marco de referencia B está dada por:

$$\begin{aligned}
 \vec{r}(x_f, z_f, t) &= \vec{r}_o + \vec{r}_h + \vec{r}_f \\
 \vec{r}_h(t) &= y_h \hat{h}_2 + z_h \hat{h}_3 \\
 \vec{r}_o(t) &= x_h \hat{b}_1 + v_o(x_H, t) \hat{b}_2 + w_o(x_H, t) \hat{b}_3 \\
 \vec{r}_f(t) &= x_f \hat{f}_1 + v_f(x_f, z_f, t) \hat{f}_2 + z_f \hat{f}_3
 \end{aligned} \tag{D.1}$$

donde x_h indica la posición en dirección de la envergadura del marco de referencia H y (y_h, z_h) indican la posición en el plano de la sección transversal del centro elástico respecto al borde empotrado de la placa base.

La velocidad del punto de la placa base inducida por el movimiento de la pala se determina mediante la siguiente expresión (Meirovitch, 2010),

$$\dot{\vec{r}}(x_f, z_f, t) = {}^N\omega^F \times \vec{r}_f + {}^N\omega^H \times \vec{r}_h + {}^N\omega^B \times \vec{r}_o + \dot{\vec{r}}_o \tag{D.2}$$

donde los pseudo-vectores de velocidad angular son

$$\begin{aligned}
 {}^N\omega^F &= (\dot{\theta}_x \hat{b}_1 + (\omega_y + \dot{\theta}_y) \hat{b}_2 + \dot{\theta}_z \hat{b}_3) \\
 {}^N\omega^H &= (\dot{\theta}_x \hat{b}_1 + (\omega_y + \dot{\theta}_y) \hat{b}_2 + \dot{\theta}_z \hat{b}_3) \\
 {}^N\omega^B &= \omega_y \hat{b}_2
 \end{aligned}$$

La aceleración del punto de la placa base inducida por el movimiento de la pala se determina mediante la siguiente expresión (Meirovitch, 2010),

$$\begin{aligned}
 \ddot{\vec{r}}(x_f, z_f, t) &= ({}^N\dot{\omega}^F \times \vec{r}_f + {}^N\omega^F \times {}^N\omega^F \times \vec{r}_f) \\
 &+ ({}^N\dot{\omega}^H \times \vec{r}_h + {}^N\omega^H \times {}^N\omega^H \times \vec{r}_h) \\
 &+ 2({}^N\omega^B \times \dot{\vec{r}}_o + {}^N\omega^B \times {}^N\omega^B \times \vec{r}_o) + \ddot{\vec{r}}_o \tag{D.3}
 \end{aligned}$$

A continuación se presentan los componentes de la aceleración indicadas en (D.3),

$$\begin{aligned}
{}^N\dot{\boldsymbol{\omega}}^F \times \vec{\mathbf{r}}_f &= \left(\ddot{\theta}_y(x_f\theta_y + z_f - v_f(\theta_e + \beta_0 + \theta_x)) \right. \\
&\quad \left. - \ddot{\theta}_z(-x_f\theta_z + v_f + z_f(\theta_e + \beta_0 + \theta_x)) \right) \hat{\mathbf{b}}_1 \\
&\quad + \left(-\ddot{\theta}_x(x_f\theta_y + z_f - v_f(\theta_e + \beta_0 + \theta_x)) \right. \\
&\quad \left. + \ddot{\theta}_z(x_f + v_f\theta_z - z_f\theta_y) \right) \hat{\mathbf{b}}_2 \\
&\quad + \left(\ddot{\theta}_x(-x_f\theta_z + v_f + z_f(\theta_e + \beta_0 + \theta_x)) \right. \\
&\quad \left. - \ddot{\theta}_y(x_f + v_f\theta_z - z_f\theta_y) \right) \hat{\mathbf{b}}_3
\end{aligned} \tag{D.4}$$

$$\begin{aligned}
{}^N\boldsymbol{\omega}^F \times {}^N\boldsymbol{\omega}^F \times \vec{\mathbf{r}}_f &= \left(\omega_y\dot{\theta}_x(-x_f\theta_z + v_f + z_f(\theta_e + \beta_0 + \theta_x)) \right. \\
&\quad \left. - (2\dot{\theta}_y\omega_y + \omega_y^2)(x_f + v_f\theta_z - z_f\theta_y) \right) \hat{\mathbf{b}}_1 \\
&\quad + \left(\omega_y\dot{\theta}_x(x_f + v_f\theta_z - z_f\theta_y) \right. \\
&\quad \left. + \omega_y\dot{\theta}_z(x_f\theta_y + z_f - v_f(\theta_e + \beta_0 + \theta_x)) \right) \hat{\mathbf{b}}_2 \\
&\quad + \left(\omega_y\dot{\theta}_z(-x_f\theta_z + v_f + z_f(\theta_e + \beta_0 + \theta_x)) \right. \\
&\quad \left. - (2\dot{\theta}_y\omega_y + \omega_y^2)(x_f\theta_y + z_f - v_f(\theta_e + \beta_0 + \theta_x)) \right) \hat{\mathbf{b}}_3
\end{aligned} \tag{D.5}$$

$$\begin{aligned}
{}^N\dot{\boldsymbol{\omega}}^H \times \vec{\mathbf{r}}_h &= \left(\ddot{\theta}_y(z_h - y_h(\theta_e + \theta_x)) - \ddot{\theta}_z(y_h + z_h(\theta_e + \theta_x)) \right) \hat{\mathbf{b}}_1 \\
&\quad + \left(-\ddot{\theta}_x(z_h - y_h(\theta_e + \theta_x)) + \ddot{\theta}_z(y_h\theta_z - z_h\theta_y) \right) \hat{\mathbf{b}}_2 \\
&\quad + \left(\ddot{\theta}_x(y_h + z_h(\theta_e + \theta_x)) - \ddot{\theta}_y(y_h\theta_z - z_h\theta_y) \right) \hat{\mathbf{b}}_3
\end{aligned} \tag{D.6}$$

$$\begin{aligned}
{}^N\boldsymbol{\omega}^H \times {}^N\boldsymbol{\omega}^H \times \vec{\mathbf{r}}_h &= \left(\omega_y\dot{\theta}_x(y_h + z_h(\theta_e + \theta_x)) - (2\dot{\theta}_y\omega_y + \omega_y^2)(y_h\theta_z - z_h\theta_y) \right) \hat{\mathbf{b}}_1 \\
&\quad + \left(\omega_y\dot{\theta}_x(y_h\theta_z - z_h\theta_y) + \omega_y\dot{\theta}_z(z_h - y_h(\theta_e + \theta_x)) \right) \hat{\mathbf{b}}_2 \\
&\quad + \left(\omega_y\dot{\theta}_z(y_h + z_h(\theta_e + \theta_x)) - (2\dot{\theta}_y\omega_y + \omega_y^2)(z_h - y_h(\theta_e + \theta_x)) \right) \hat{\mathbf{b}}_3
\end{aligned} \tag{D.7}$$

$${}^N\dot{\boldsymbol{\omega}}^B \times \vec{\mathbf{r}}_o = 2\omega_y\dot{w}_o\hat{\mathbf{b}}_1 \tag{D.8}$$

$${}^N\boldsymbol{\omega}^B \times {}^N\boldsymbol{\omega}^B \times \vec{\mathbf{r}}_o = -\omega_y^2x_h\hat{\mathbf{b}}_1 - \omega_y^2w_o\hat{\mathbf{b}}_3 \tag{D.9}$$

Es conveniente definir las siguientes variables,

$$\begin{aligned}
d_1(x_f, z_f) &\triangleq x_f\theta_y + (z_h + z_f) - y_h(\theta_e + \theta_x) - v_f(\theta_e + \theta_x + \beta_0) \\
d_2(x_f, z_f) &\triangleq -x_f\theta_z + y_h + (z_h + z_f)(\theta_e + \theta_x) + z_f\beta_0 + v_f \\
d_3(x_f, z_f) &\triangleq x_f + y_h\theta_z - (z_h + z_f)\theta_y + v_f\theta_z
\end{aligned}$$

Considerando las variables d_1 , d_2 y d_3 se obtiene la siguiente expresión de la aceleración de un punto de la placa base,

$$\begin{aligned}\ddot{\mathbf{r}}(x_f, z_f, t) = & \left(\ddot{\theta}_y d_1 - \ddot{\theta}_z d_2 + \omega_y \dot{\theta}_x d_2 - (2\dot{\theta}_y \omega_y + \omega_y^2) d_3 + 2\omega_y \dot{w}_o - \omega_y^2 x_h \right) \hat{\mathbf{b}}_1 \\ & + \left(-\ddot{\theta}_x d_1 + \ddot{\theta}_z d_3 + \dot{\theta}_x \omega_y d_3 + \dot{\theta}_z \omega_y d_1 + \ddot{v}_o \right) \hat{\mathbf{b}}_2 \\ & + \left(\ddot{\theta}_x d_2 - \ddot{\theta}_y d_3 - (2\dot{\theta}_y \omega_y + \omega_y^2) d_1 + \dot{\theta}_z \omega_y d_2 + \ddot{w}_o - \omega_y^2 w_o \right) \hat{\mathbf{b}}_3\end{aligned}\quad (\text{D.10})$$

El trabajo virtual del campo de aceleraciones de la pala sobre la placa base se obtiene multiplicando escalarmente el campo de aceleraciones por el desplazamiento virtual $\delta \vec{\mathbf{r}}$,

$$\delta W_{pala} = \rho h \int_{x_1}^{x_2} \int_{z_1(x_f)}^{z_2(x_f)} -a_{f2}(x_f, z_f, t) \delta v_f(x_f, z_f) dz_f dx_f \quad (\text{D.11})$$

donde se definen las siguientes variables para identificar las componentes de la aceleración en la dirección transversal a la placa base a_{f2} ,

$$\begin{aligned}a_{f2}(x_f, z_f, t) & \triangleq a_{vo} + a_{wo} + a_{tor} + a_{centrifuga} + a_{coriolis} \\ a_{vo}(x_f, z_f, t) & \triangleq \ddot{v}_o + \ddot{\theta}_z (-d_2 \theta_z + d_3) \\ a_{wo}(x_f, z_f, t) & \triangleq -\ddot{w}_o (\theta_e + \theta_x + \beta_0) + \ddot{\theta}_y [d_1 \theta_z + d_3 (\theta_e + \theta_x + \beta_0)] \\ a_{tor}(x_f, z_f, t) & \triangleq \ddot{\theta}_x [-d_1 - d_2 (\theta_e + \theta_x + \beta_0)] \\ a_{centrifuga}(x_f, z_f, t) & \triangleq \omega_y^2 [-(d_3 + x_h) \theta_z + (d_1 + w_o) (\theta_e + \theta_x + \beta_0)] \\ a_{coriolis}(x_f, z_f, t) & \triangleq \omega_y \dot{\theta}_x (d_2 \theta_z + d_3) + 2\omega_y \dot{\theta}_y [-d_3 \theta_z + d_1 (\theta_e + \theta_x + \beta_0)] \\ & \quad + \omega_y \dot{\theta}_z [d_1 - d_2 (\theta_e + \theta_x + \beta_0)] + 2\omega_y \dot{w}_o \theta_z\end{aligned}$$

Apéndice E

Matrices y vectores de las ecuaciones del modelo alerón-actuadores

Las funciones de prueba bidimensionales $\Phi_f(x_f, z_f)$ para aproximar el desplazamiento transversal de la placa base, $v_f(x_f, z_f, t)$, se obtienen a partir del producto de las autofunciones del problema de las vibraciones libres de vigas (Simons and Leissa, 1971) correspondientes a la condición libre-libre y a la condición empotrada-libre (Hodges and Pierce, 2011).

$$\Phi_f^T(x_f, z_f) = \{X^1(x_f)Z^1(z_f) \cdots X^n(x_f)Z^m(z_f)\} \quad (\text{E.1})$$

donde n representa la cantidad de funciones de forma en la dirección de la envergadura $X(x_f)$ y m representa la cantidad de funciones de forma en la dirección de la cuerda del alerón $Z(z_f)$.

Para aproximar el desplazamiento axial del piezostack de longitud L_p se eligió una función lineal.

$$\phi_p(z_p) = \frac{z_p}{L_p} \quad (\text{E.2})$$

Los vectores de cargas generalizadas asociados al movimiento de la pala $\mathbf{Q}_{iner}(t)$, a la aerodinámica $\mathbf{Q}_{aero}(t)$, y al campo eléctrico aplicado en cada actuador $Q_{piezo}^i(t)$ son:

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_{iner}(t) &= -\rho h \int_{x_1}^{x_2} \int_{z_1(x_f)}^{z_2(x_f)} a_f(x_b(x_f), z_f, t) \Phi_f(x_f, z_f) dz_f dx_f \\ \mathbf{Q}_{aero}(t) &= \frac{1}{2} \rho U_\infty^2 \sum_{i=1}^N \int_{x_1}^{x_2} \int_{z_1(x_b)}^{z_2(x_b)} \Delta C p_i(x_f, z_f, t) \Phi_f(x_f, z_f) dz_f dx_f \\ Q_{piezo}^i(t) &= E_p A_p \Lambda^i(t) \end{aligned}$$

El desplazamiento asociado a la pretensión de cada actuador es:

$$\Delta L_{preset}^i = v_f^0(x_{bA}^i, z_{fA}^i) - \eta w_p^0(L_p)$$

Las matrices que representan la rigidez de la placa base $[\mathbf{K}_{placa}]$ y la rigidez de cada

actuador K_{piezo} son:

$$\begin{aligned}
 [\mathbf{K}_{placa}] &= D \int_R \left[\left(\frac{\partial^2 \Phi_f}{\partial z_f^2} + \nu \frac{\partial^2 \Phi_f}{\partial x_b^2} \right) \frac{\partial^2 \Phi_f^T}{\partial z_f^2} + \left(\frac{\partial^2 \Phi_f}{\partial x_b^2} + \nu \frac{\partial^2 \Phi_f}{\partial z_f^2} \right) \frac{\partial^2 \Phi_f^T}{\partial x_b^2} \right. \\
 &\quad \left. + 2(1 - \nu) \frac{\partial^2 \Phi_f}{\partial x_b \partial z_f} \frac{\partial^2 \Phi_f^T}{\partial x_b \partial z_f} \right] dA \\
 K_{piezo} &= \frac{E_p A_p}{L_p}
 \end{aligned}$$

Bibliografía

- Abedi, H. (2016). *Development of vortex filament method for wind power aerodynamics*. Number Ny serie nr. 4041 in Doktorsavhandlingar vid Chalmers tekniska högskola. Chalmers University of Technology, Gothenburg, Sweden. OCLC: 947006834.
- Afjeh, A. A. and Keith, T. G. (1986). A Simplified Free Wake Method for Horizontal-Axis Wind Turbine Performance Prediction. *Journal of Fluids Engineering*, 108(4):400.
- Ahrens, J., Geveci, B., and Law, C. (2005). Paraview: An end-user tool for large data visualization. *The visualization handbook*, 717.
- Andersen, L. and Nielsen, S. R. (2008). Elastic beams in three dimensions. *Aalborg Universitet*.
- APC International Ltd (2015). Piezo mechanical and electrostrictive stack and ring actuators: Product Range & Technical Data.
- Bae, J.-S. (2005). Aeroelastic Considerations on Shape Control of an Adaptive Wing. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 16(11-12):1051–1056.
- Barbero, E. J. (2017). *Introduction to composite materials design*. CRC press.
- Barlas, T. and van Kuik, G. (2010). Review of state of the art in smart rotor control research for wind turbines. *Progress in Aerospace Sciences*, 46(1):1–27.
- Bathe, K.-J. (1996). *Finite element procedures*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J.
- Bauchau, O. A. (2010). *Flexible multibody dynamics*, volume 176. Springer Science & Business Media.
- Bauchau, O. A. and Hong, C. H. (1988). Nonlinear Composite Beam Theory. *Journal of Applied Mechanics*, 55(1):156–163.
- Belotserkovskii, S. M. (1977). Study of the unsteady aerodynamics of lifting surfaces using the computer. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 9(1):469–494.
- Berg, J. and Barone, M. (2014). SMART Wind Turbine Rotor: Data Analysis and Conclusions. Technical Report SAND2014-0712, Sandia National Laboratories.
- Berg, J., Resor, B., Paquette, J., and White, J. (2014). SMART Wind Turbine Rotor: Design and Field Test. Technical Report SAND2014-0681, Sandia National Laboratories.
- Bergami, L., Riziotis, V. A., and Gaunaa, M. (2015). Aerodynamic response of an airfoil section undergoing pitch motion and trailing edge flap deflection: a comparison of simulation methods. *Wind Energy*, 18(7):1273–1290.

- Bertin, J. J. and Cummings, R. M. (2009). *Aerodynamics for engineers*. Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 5. ed edition. OCLC: 637066305.
- Betz, A. (1927). Windmills in the light of modern research. Technical Report NACA-TN474.
- Bir, G. S. (2005). Structural dynamics verification of rotorcraft comprehensive analysis system (rcas). Technical report, National Renewable Energy Lab., Golden, CO (US).
- Buhl, T., Bak, D., Gaunaa, M., and Andersen, P. (2007). Load alleviation through adaptive trailing edge control surfaces: ADAPWING overview. In *Scientific proceedings*, pages 20–23, Brussels. European Wind Energy Association (EWEA).
- Buhl, T., Gaunaa, M., and Bak, C. (2005). Load Reduction Potential Using Airfoils with Variable Trailing Edge Geometry. American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- Cattafesta, L. N. and Sheplak, M. (2011). Actuators for Active Flow Control. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 43(1):247–272.
- Chen, P. C. and Chopra, I. (1996). Induced strain actuation of composite beams and rotor blades with embedded piezoceramic elements. *Smart Materials and Structures*, 5(1):35–48.
- Chopra, I. and Sivaneri, N. (1982). Aeroelastic stability of rotor blades using finite element analysis.
- Chorin, A. J. (1973). Numerical study of slightly viscous flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 57(04):785.
- Chow, R. and van Dam, C. (2006). Unsteady Computational Investigations of Deploying Load Control Microtabs. American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- Cottet, G.-H. and Koumoutsakos, P. D. (2000). *Vortex methods: theory and practice*. Cambridge University Press, Cambridge ; New York.
- Daynes, S. and Weaver, P. M. (2012). A morphing trailing edge device for a wind turbine. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 23(6):691–701.
- de energía eólica europea y otros, A. (2011). *UpWind-Design limits and solutions for very large turbines*. EWEA.
- de Wikipedia, C. (2017). Aileron — wikipedia , the free encyclopedia. Online; accessed 18-January-2018.
- DeDicco, R. (2013). Avances del Plan Energético Nacional 2004-2019. *Centro Latinoamericano de Investigaciones Científicas y Técnicas*.
- Drela, M. (1989). Xfoil: An analysis and design system for low reynolds number airfoils. In *Low Reynolds number aerodynamics*, pages 1–12. Springer.
- Durand, W. F. (1936). *Aerodynamic Theory: a General Review of Progress Under a Grant of the Guggenheim Fund for the Promotion of Aeronautics*. OCLC: 913800217.
- Dykes, K. L. and Rinker, J. (2018). Windpact reference wind turbines. Technical report, National Renewable Energy Lab.(NREL), Golden, CO (United States).

- Dym, C. L. and Shames, I. H. (2013). *Solid mechanics: a variational approach*. Springer, New York, augmented ed edition. OCLC: 851169957.
- Eaton, J. W., Bateman, D., Hauberg, S., and Wehbring, R. (2017). *GNU Octave version 4.2.1 manual: a high-level interactive language for numerical computations*.
- Eggleston, D. M. and Stoddard, F. (1987). Wind turbine engineering design.
- Felippa, C. A., Park, K., and Farhat, C. (2001). Partitioned analysis of coupled mechanical systems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 190(24):3247 – 3270. Advances in Computational Methods for Fluid-Structure Interaction.
- Fischer, J., Weinzierl, G., Wagner, J., and Pechlivanoglou, G. (2012). Development of a Flexible Trailing Edge Flap and System Integration Concept for Wind Turbine Blades. In *Paper presented at the 11th German Wind Energy Conference DEWEK*, volume 2012, pages 7–8.
- Foley, W. (1976). From da Vinci to the present - A review of airscrew theory for helicopters, propellers, windmills, and engines. American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- Friedmann, P. P. and Millott, T. A. (1995). Vibration reduction in rotorcraft using active control - A comparison of various approaches. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 18(4):664–673.
- Fung, Y. C. (2008). *An introduction to the theory of aeroelasticity*. Courier Dover Publications.
- Gans, H. D. (1988). *Structural optimization including centrifugal and Coriolis effects*. PhD thesis, University of Michigan.
- Gasmi, A., Sprague, M., Jonkman, J., and Jones, W. (2013). chapter Numerical Stability and Accuracy of Temporally Coupled Multi-Physics Modules in Wind Turbine CAE Tools. Aerospace Sciences Meetings. American Institute of Aeronautics and Astronautics. 0.
- Gatski, T. B. (1991). Review of incompressible fluid flow computations using the vorticity-velocity formulation. *Applied Numerical Mathematics*, 7(3):227–239.
- Gawronski, W. (2004). *Advanced structural dynamics and active control of structures*. Springer Science & Business Media.
- Gebhardt, C. (2012). *Desarrollo de simulaciones numéricas del comportamiento aeroelástico de grandes turbinas eólicas de eje horizontal*. PhD thesis, Tesis de Doctorado, Departamento de Estructuras, Facultad de Ciencias ?
- Geuzaine, C. and Remacle, J.-F. (2009). Gmsh: A 3-d finite element mesh generator with built-in pre-and post-processing facilities. *International journal for numerical methods in engineering*, 79(11):1309–1331.
- Ghorashi, M. (2016). *Statics and rotational dynamics of composite beams*. Springer.
- Giurgiutiu, V. (2000). Review of Smart-Materials Actuation Solutions for Aeroelastic and Vibration Control. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 11(7):525–544.

- Giurgiutiu, V., Rogers, C. A., and Chaudhry, Z. (1997). Design of Displacement-Amplified Induced-Strain Actuators for Maximum Energy Output. *Journal of Mechanical Design*, 119(4):511.
- Global Wind Energy Council (2016). Global wind energy outlook 2016. [Online; accessed 6-September-2019].
- Global Wind Energy Council (2018). Global wind report 2018. [Online; accessed 6-September-2019].
- Goldstein, S. (1929). On the Vortex Theory of Screw Propellers. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 123(792):440–465.
- Griffin D. A. (2001). WindPACT Turbine design scaling studies technical area 1- Composite blades for 80-to 120-meter rotor. *National Renewable Energy Laboratory Technical report*.
- Gupta, S. and Leishman, J. (2005). Comparison Of Momentum And Vortex Methods For The Aerodynamic Analysis Of Wind Turbines. American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- Hansen, M. O. L. (2008). *Aerodynamics of wind turbines*. Earthscan, London; Sterling, VA.
- Hao, W., Li, C., Ye, Z., Yang, J., and Ding, Q. (2017). Computational study on wind turbine airfoils based on active control for deformable flaps. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 31(2):565–575.
- Hodges, D. H. (2015). Unified Approach for Accurate and Efficient Modeling of Composite Rotor Blade Dynamics The Alexander A. Nikolsky Honorary Lecture. *Journal of the American Helicopter Society*, 60(1):1–28.
- Hodges, D. H. and Pierce, G. A. (2011). *Introduction to structural dynamics and aeroelasticity*. Number 15 in Cambridge aerospace series. Cambridge University Press, New York, 2nd ed edition.
- Howison, J., Thomas, J., and Ekici, K. (2018). Aeroelastic analysis of a wind turbine blade using the harmonic balance method. *Wind Energy*, 21(4):226–241.
- Hughes, T. J. (1983). Analysis of transient algorithms with particular reference to stability behavior. *Computational methods for transient analysis(A 84-29160 12-64)*. Amsterdam, North-Holland, 1983,, pages 67–155.
- Jalili, N. (2010). *Piezoelectric-Based Vibration Control*. Springer US, Boston, MA.
- Johnson, S. J., Baker, J. P., van Dam, C. P., and Berg, D. (2010). An overview of active load control techniques for wind turbines with an emphasis on microtabs. *Wind Energy*, 13(2-3):239–253.
- Katz, J. and Plotkin, A. (2001). *Low-speed aerodynamics*. Number 13 in Cambridge aerospace series. Cambridge Univ. Press, Cambridge, 2.ed edition.
- Kloosterman, M. H. M. (2009). *Development of the near wake behind a horizontal axis wind turbine-including the development of a free wake lifting line code*. PhD thesis, TU Delft, Delft University of Technology.

- Konstadinopoulos, P., Thrasher, D. F., Mook, D. T., Nayfeh, A. H., and Watson, L. (1985). A vortex-lattice method for general, unsteady aerodynamics. *Journal of aircraft*, 22(1):43–49.
- Krasny, R. (1988). Numerical simulation of vortex sheet evolution. *Fluid Dynamics Research*, 3(1-4):93–97.
- Lee, T. and Chopra, I. (2000). Design Issues of a High-Stroke, On-Blade Piezostack Actuator for a Helicopter Rotor with Trailing-Edge Flaps. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 11(5):328–342.
- Leishman, J. G. (2006). *Principles of helicopter aerodynamics*. Number 18 in Cambridge aerospace series. Cambridge University Press, Cambridge ; New York, 2nd ed edition.
- Leishman, J. G., Bhagwat, M. J., and Bagai, A. (2002). Free-Vortex Filament Methods for the Analysis of Helicopter Rotor Wakes. *Journal of Aircraft*, 39(5):759–775.
- Leonard, A. (1980). Vortex methods for flow simulation. *Journal of Computational Physics*, 37(3):289–335.
- Li, D., Xiang, J., and Guo, S. (2011). Adaptive control of a nonlinear aeroelastic system. *Aerospace Science and Technology*, 15(5):343–352.
- Librescu, L. and Song, O. (2006). *Thin-walled composite beams: theory and application*. Number v. 131 in Solid mechanics and its applications. Springer, Dordrecht, The Netherlands. OCLC: ocm62363828.
- Madsen, H. (2014). Smart rotor research at DTU Wind.
- Manwell, J. F., McGowan, J. G., and Rogers, A. L. (2010). *Wind energy explained: theory, design and application*. John Wiley & Sons.
- Marten, D., Wendler, J., Pechlivanoglou, G., Nayeri, C., and Paschereit, C. (2013). Qblade: an open source tool for design and simulation of horizontal and vertical axis wind turbines. *Int. J. Emerging Technol. Adv. Eng*, 3(3):264–269.
- Mason W.H. (2001). Simple lifting line theory. [Online; accessed 6-September-2019].
- Mathew, J., Song, Q., Sankar, B. V., Sheplak, M., and Cattafesta, L. N. (2006). Optimized Design of Piezoelectric Flap Actuators for Active Flow Control. *AIAA Journal*, 44(12):2919–2928.
- Meirovitch, L. (1980). *Computational methods in structural dynamics*. Monographs and textbooks on mechanics of solids and fluids. Sijthoff & Noordhoff, Alphen aan den Rijn, The Netherlands ; Rockville, Md., U.S.A.
- Meirovitch, L. (2010). *Methods of analytical dynamics*. Courier Corporation.
- Millott, T. and Friedmann, P. (1994). Vibration reduction in helicopter rotors using an actively controlled partial span trailing edge flap located on the blade. *NASA STI/Recon Technical Report N*, 94:36423.
- Ministerio de hacienda (2019). Plantas de energía renovable en operación comercial. [Online; accessed 6-September-2019].

- Murua, J., Palacios, R., and Graham, J. M. R. (2012). Applications of the unsteady vortex-lattice method in aircraft aeroelasticity and flight dynamics. *Progress in Aerospace Sciences*, 55:46–72.
- Ng, B. F., Hesse, H., Palacios, R., Graham, J. R., and Kerrigan, E. C. (2015). Aeroservoelastic state-space vortex lattice modeling and load alleviation of wind turbine blades: Aeroservoelastic modeling, load alleviation of wind turbine blades. *Wind Energy*, 18(7):1317–1331.
- Ozdemir Ozgumus, O. and Kaya, M. (2012). chapter Vibration Analysis of A Helicopter Blade with A Piezoelectric Actuated Trailing Edge Flap. Structures, Structural Dynamics, and Materials and Co-located Conferences. American Institute of Aeronautics and Astronautics. 0.
- Pesheck, E., Pierre, C., and Shaw, S. W. (2002). Modal Reduction of a Nonlinear Rotating Beam Through Nonlinear Normal Modes. *Journal of Vibration and Acoustics*, 124(2):229.
- Piziali, R. A. and DuWaldt, F. A. (1962). A Method for Computing Rotary Wing Airload Distribution in Forward Flight. Technical report, DTIC Document.
- Prechtel, E. F. (1994). *Development of a piezoelectric servo-flap actuator for helicopter rotor control*. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology.
- Prechtel, E. F. and Hall, S. R. (1999). Design of a high efficiency, large stroke, electromechanical actuator. *Smart Materials and Structures*, 8(1):13–30.
- Preidikman, S. (1998). *Numerical Simulations of Interactions among Aerodynamics, Structural dynamics and Control systems*. PhD thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University.
- Ramasamy, M. and Leishman, J. G. (2007). A Reynolds Number-Based Blade Tip Vortex Model. *Journal of the American Helicopter Society*, 52(3):214–223.
- REN21 (2016). Renewables 2016 global status report. [Online; accessed 6-September-2019].
- Riziotis, V. A. and Voutsinas, S. G. (2008). Dynamic stall modelling on airfoils based on strong viscous–inviscid interaction coupling. *International journal for numerical methods in fluids*, 56(2):185–208.
- Roccia, B. A., Preidikman, S., and Massa, J. C. (2012). Aerodinámica inestacionaria y no-lineal de microvehículos aéreos de alas batientes inspirados en la biología. *Revista Iberoamericana de Ingeniería Mecánica*, 16(2):3.
- Sadler, S. G. (1971). Development and application of a method for predicting rotor free wake positions and resulting rotor blade air loads. Volume 1: Model and results. Technical report.
- Shabana, A. A. (2005). *Dynamics of multibody systems*. Cambridge University Press, Cambridge. OCLC: 740976431.
- Shabana, A. A. (2008). *Computational continuum mechanics*. John Wiley & Sons.

- Shreyas, A., Leishman, J. G., and Ramasamy, M. (2002). The role of filament stretching in the free-vortex modeling of rotor wakes. In *Paper presented at the 58th Annual Forum and Technology Display of the American Helicopter Society International*.
- Silva, M. R. M. C. d., Zaretzky, C. L., and Hodges, D. H. (1991). Effects of approximations on the static and dynamic response of a cantilever with a tip mass. *International Journal of Solids and Structures*, 27(5):565 – 583.
- Simms, D., Schreck, S., Hand, M., and Fingersh, L. J. (2001). NREL unsteady aerodynamics experiment in the NASA-Ames wind tunnel: a comparison of predictions to measurements. *National Renewable Energy Laboratory, Golden, CO, Report No. NREL/TP-500-29494*.
- Simo, J. and Vu-Quoc, L. (1987). The role of non-linear theories in transient dynamic analysis of flexible structures. *Journal of Sound and Vibration*, 119(3):487–508.
- Simoes, F. and Graham, J. (1992). Application of a free vortex wake model to a horizontal axis wind turbine. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 39(1-3):129–138.
- Simons, D. and Leissa, A. (1971). Vibrations of rectangular cantilever plates subjected to in-plane acceleration loads. *Journal of Sound and Vibration*, 17(3):407–422.
- Spangler, R. L. (1989). *Piezoelectric actuators for helicopter rotor control*. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology.
- Strganac, T. W. (1987). *A Numerical Model of Unsteady, Subsonic Aeroelastic Behavior*. *Ph.D Thesis*. PhD thesis.
- Subsecretaría de Energías Renovables (2016). Energías renovables en argentina, informe a diciembre de 2016. [Online; accessed 6-September-2019].
- van der Hoeven, M. (2013). Technology roadmap wind energy 2013 edition. Technical report, IEA Publishing.
- Van Garrel, A. (2003). *Development of a wind turbine aerodynamics simulation module*. Citeseer.
- Vatistas, G. H., Kozel, V., and Mih, W. (1991). A simpler model for concentrated vortices. *Experiments in Fluids*, 11(1):73–76.
- Vermeer, L., Sørensen, J., and Crespo, A. (2003). Wind turbine wake aerodynamics. *Progress in Aerospace Sciences*, 39(6-7):467–510.
- Volovoi, V. V., Hodges, D. H., Cesnik, C. E. S., and Popescu, B. (2001). Assessment of beam modeling methods for rotor blade applications. *Mathematical and Computer Modelling*, 33(10):1099–1112.
- Wang, S., Rong, W., Wang, L., Xie, H., Sun, L., and Mills, J. K. (2019). A survey of piezoelectric actuators with long working stroke in recent years: Classifications, principles, connections and distinctions. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 123:591–605.

- Wilson, D. G., Berg, D. E., Barone, M. F., Berg, J. C., Resor, B. R., and Lobitz, D. W. (2009). Active aerodynamic blade control design for load reduction on large wind turbines. In *European Wind Energy Conference, Marseille, France*, volume 26, pages 643–678. Citeseer.
- Wright, A. D., Smith, C. E., Thresher, R. W., and Wang, J. L. C. (1982). Vibration modes of centrifugally stiffened beams. *Journal of Applied Mechanics*, 49(1):197–202.
- Wu, J. and Thompson, J. (1973). Numerical solutions of time-dependent incompressible Navier-Stokes equations using an integro-differential formulation. *Computers & Fluids*, 1(2):197–215.
- Zhang, P. and Huang, S. (2011). Review of aeroelasticity for wind turbine: Current status, research focus and future perspectives. *Frontiers in Energy*, 5(4):419–434.