



FACULTAD
DE CIENCIAS
ECONÓMICAS



Universidad
Nacional
de Córdoba

REPOSITORIO DIGITAL UNIVERSITARIO (RDU-UNC)

Análisis de cointegración entre el merval y los principales índices bursátiles del mundo

Sergio Martín Buzzi, Silvia María Ojeda

Ponencia presentada en XIX International Finance Conference realizado en 2019 en la Facultad de Ciencias Económicas - Universidad Nacional de Córdoba y Facultad de Ciencias Económicas y de Administración – Universidad Católica de Córdoba. Córdoba, Argentina



Esta obra está bajo una [Licencia Creative Commons Atribución – No Comercial – Sin Obra Derivada 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/)

ANÁLISIS DE COINTEGRACIÓN ENTRE EL ÍNDICE Merval Y LOS PRINCIPALES MERCADOS BURSÁTILES DEL MUNDO

Introducción y problema a abordar

Una de las principales preocupaciones de los inversores consiste en la preservación de su capital financiero por medio de la diversificación del riesgo. La teoría del portafolio ha tratado extensamente el problema que enfrentan los agentes económicos adversos al riesgo cuando construyen carteras óptimas, poniendo énfasis en que la existencia de activos que no tienen correlación positiva perfecta permite disminuir la varianza del portafolio manteniendo fijo su valor esperado, lo que se conoce como “beneficio de la diversificación”. Entonces, resulta de interés conocer si los mercados financieros mundiales se encuentran interrelacionados, en el sentido de si tienden a moverse conjuntamente ante las diversas perturbaciones de la macroeconomía global.

Para contrastar la existencia de interrelación entre los mercados, se emplean pruebas de cointegración. Dicho concepto, se basa en determinar si entre dos o más series no estacionarias existe al menos una combinación lineal estable (también conocida como relación de cointegración). Luego, si los mercados financieros mundiales se encuentran cointegrados, dichos mercados están relacionados a largo plazo y esto indica que no existen grandes oportunidades de reducir la exposición al riesgo por medio de la diversificación internacional de los portafolios.

En este trabajo, se analizan los 9 índices bursátiles más importantes del mundo de acuerdo a su capitalización de mercado y los índices Merval y Bovespa, lo que representa aproximadamente un 70% del mercado mundial. Dado que el período considerado es bastante extenso (18 años), no es adecuado suponer que la dinámica de las series se mantenga inalterada, ocurriendo lo mismo con las potenciales relaciones de cointegración. Por lo tanto, se realizan pruebas de cointegración estándar usando toda la muestra y en ventanas móviles y pruebas de cointegración que admiten la posible existencia quiebres estructurales. La incorporación de los quiebres estructurales en el modelo es muy importante, porque su omisión puede generar una subestimación en la cantidad de relaciones de cointegración.

Objetivos

Objetivos generales:

- Contribuir al conocimiento sobre pruebas de cointegración, en particular sobre los efectos de considerar en las mismas la existencia de quiebres estructurales y su implementación computacional.
- Determinar si los índices bursátiles seleccionados se encuentran interrelacionados, concluyendo además sobre la evolución de dichas relaciones en el tiempo.

IFC XIX. INTERNATIONAL FINANCE CONFERENCE CÓRDOBA, ARGENTINA 2019

Objetivos específicos:

- Contrastar la existencia de relaciones de largo plazo entre los índices, empleando pruebas de cointegración que admitan la presencia de quiebres estructurales.
- Analizar la evolución del grado de interrelación de los índices por medio de la aplicación de estimaciones en ventanas móviles.
- Implementar rutinas en lenguaje R, que permitan contrastar la existencia de cointegración con múltiples quiebres estructurales.
- Comparar los resultados obtenidos bajo dichas metodologías alternativas para contrastar la existencia de la interrelación entre los mercados y emplear dicha información para caracterizar los vínculos dinámicos existentes entre los índices analizados.

Marco teórico

La existencia de interrelación entre los mercados bursátiles del mundo ha sido ampliamente estudiada. A continuación se citan algunos artículos con la finalidad de mostrar la evolución de dichos estudios poniendo especial énfasis en los resultados obtenidos y la metodología empleada; y a partir de ello, mostrar la importancia de la presente investigación.

Kasa (1992), investiga la existencia de cointegración entre los mercados bursátiles de Estados Unidos, Japón, Inglaterra, Alemania y Canadá, empleando series mensuales y trimestrales para el período comprendido entre Enero de 1974 y Agosto de 1990. El autor encuentra una relación de cointegración.

Por su parte, Paramati, Gupta, & Roca (2012), analizan la existencia de cointegración entre los mercados de valores de Australia, Hong Kong, Japón, Singapur, China, Malasia y Corea del Sur; para el período comprendido entre el 3 de septiembre de 1999 y el 4 de mayo de 2012. También trabajan dividiendo la muestra en tres subperíodos (previo a la crisis, durante la crisis y después de la crisis). Cuando realizan pruebas de cointegración multivariantes, sólo encuentran una relación de cointegración en el período post crisis. Esto da cierto soporte empírico a la idea de que podría haber períodos en que los mercados se encuentran interrelacionados y otros en los que no, sobre todo si se trata de un período relativamente largo de tiempo. Los autores argumentan que el aumento en el comercio bilateral entre dos economías podría incrementar la interdependencia de sus mercados bursátiles. También es interesante, la sugerencia de trabajar expresando los índices en una moneda común para que las fluctuaciones en los tipos de cambio no distorsionen el análisis.

El trabajo de G. M. Chen, Firth, & Rui (2002) indaga sobre la existencia de cointegración entre los mercados de Argentina, Brasil, Chile, Colombia, México y Venezuela en el período dese el 1 de enero de 1995 hasta el 30 de junio de 2000. De este modo intentan conocer si las conclusiones obtenidas para mercados desarrollados son válidas en el caso de economías en desarrollo, como las de Latinoamérica. Los resultados varían si el análisis se realiza con los índices originales o si se trabaja expresando los índices en dólares. Como en el caso de Paramati et al. (2012), se argumenta que la segunda opción es preferida a la primera, dado que se espera que los inversores internacionales no sean engañados por aparentes ganancias nominales debidas a efectos cambiarios. Los autores

también muestran que la evidencia en favor de la existencia de cointegración varía en el tiempo, dado que en el subperíodo comprendido entre el 1 de enero de 1999 y el 30 junio de 2000 no se encuentra ninguna relación de cointegración.

Puede apreciarse que en la literatura se encuentran resultados diversos sobre la existencia de cointegración entre los índices de los diversos mercados bursátiles. De acuerdo a Chen (2012) esta indeterminación puede deberse a la naturaleza cambiante en el tiempo de las interrelaciones entre los mercados. Por otra parte, debe notarse que existen argumentos lógicos tanto a favor como en contra de la existencia de cointegración entre los diversos índices. Por ejemplo, si dos índices están conformados por activos similares, es probable que el arbitraje genere que ambos se encuentren cointegrados. En caso contrario, la interrelación podría desvanecerse salvo que existan factores macroeconómicos subyacentes suficientemente fuertes. Por lo tanto, a priori se espera encontrar evidencia de que algunos mercados se encuentran interrelacionados a largo plazo, mientras que otros no. Adicionalmente, es probable que las relaciones de cointegración no sean estables en el tiempo, ocurriendo lo mismo con las magnitudes de las mismas. Entonces, se plantea el interrogante de cómo se modifican las conclusiones si permitimos la existencia de quiebres estructurales en la formulación del modelo de corrección de errores.

En la literatura citada previamente, no se considera la existencia de quiebres estructurales. En cambio, Menezes & Dionísio (2011) contrastan la existencia de cointegración entre los mercados bursátiles del G7 trabajando sobre el logaritmo natural de los índices, para el período entre el 1 de enero de 1973 y el 21 de enero de 2009 empleando la prueba de Gregory & Hansen (1996). Los autores encuentran que dichos índices están cointegrados. Dicha metodología también es empleada por Ibrahim (2009) para contrastar la existencia de cointegración entre los mercados del Este Asiático más China, Corea y Japón (ASEAN+3); encontrando que sólo algunos de ellos están cointegrados. Otro artículo que emplea la metodología de Gregory & Hansen (1996) es el de Voronkova (2004). En este caso se analiza la interrelación entre los mercados emergentes de Europa Central y Estados Unidos. Los autores señalan que los quiebres estructurales, en caso de no ser tenidos en cuenta en las pruebas de cointegración, deterioran la potencia de dichas pruebas, conduciendo a menos rechazos de la hipótesis nula de no cointegración de lo que es correcto. Al incorporar los quiebres estructurales, la autora encuentra evidencia más fuerte en favor de la existencia de relaciones de cointegración.

Debe notarse que la prueba de Gregory & Hansen (1996), al estar basada en la prueba de cointegración de Engle y Granger, sólo permite contrastar la existencia de cointegración entre pares de índices. A diferencia de los trabajos anteriores, C. W. Chen, Gerlach, Cheng & Yang (2009) emplean el procedimiento de Inoue (1999). Dicha prueba, se efectúa a partir de la estimación de un modelo de corrección de errores multivariante; por lo tanto, permite contrastar la existencia de cointegración entre más de dos índices. Sin embargo, solo admite la existencia de un quiebre estructural. En este caso, los mercados analizados son los de Malasia, Singapur, Filipinas, Tailandia e Indonesia. Los autores encuentran que al considerar la existencia de un quiebre estructural aumenta la evidencia en favor de la existencia de cointegración, por lo que las potenciales ganancias generadas por la diversificación serían menores de lo que indican las pruebas de cointegración estándar que no modelan la presencia de quiebres estructurales.

En la revisión bibliográfica no se encontraron artículos referidos a pruebas de cointegración multivariantes que admitan la presencia de múltiples quiebres estructurales determinados endógenamente; o sea que la ubicación de dichos quiebres se determine a

partir de los datos; y que traten sobre índices bursátiles. Por lo tanto, en este artículo se pretende realizar una contribución original en ese campo.

Metodología

En esta sección se describe la metodología que se emplea para analizar la interrelación de los índices bursátiles bajo estudio. Dado que todas las series son integradas de orden uno, para indagar acerca de la existencia de relaciones de largo plazo entre los mercados se realizan pruebas de cointegración. En primer lugar, se considera la prueba de cointegración convencional de Johansen & Juselius (1990) como una primera aproximación. En segundo lugar, se implementa la prueba de cointegración de Johansen & Juselius (1990) a una muestra o ventana móvil; lo que permite conocer si hay rupturas de las relaciones de cointegración en algunos períodos y obtener información acerca de la evolución de dichas relaciones en el tiempo. Finalmente, se realizan pruebas de cointegración que admiten la existencia de quiebres estructurales en las relaciones de cointegración, siguiendo la línea de investigación desarrollada por Lütkepohl, Saikkonen y Trenkler, principalmente en los artículos: Lütkepohl, Saikkonen, & Trenkler (2004) y Trenkler, Saikkonen, & Lütkepohl (2008).

Prueba de cointegración de Johansen y Juselius

Dado el modelo VAR no estacionario

$$y_t = A_1 y_{t-1} + \dots + A_p y_{t-p} + u_t,$$

el mismo puede ser reescrito en forma de Modelo de Corrección de Errores (VECM):

$$\Delta y_t = \Pi y_{t-1} + \Gamma_1 \Delta y_{t-1} + \dots + \Gamma_p \Delta y_{t-p+1} + u_t.$$

siendo $\Pi = -(I_k - A_1 - \dots - A_p)$, $r(\Pi) = r$, con $0 \leq r \leq k$, $u_t \sim N(0, \Sigma_u)$ y las $\Gamma_i = -(A_{i+1} + \dots + A_p)$, para $i = 1, \dots, p-1$ son matrices de parámetros de orden $k \times k$. Si Π tiene rango r , puede ser expresada como el producto $\alpha\beta'$, siendo α y β matrices de orden $k \times r$ de rango r . En dicho caso, se dice que el proceso y_t es cointegrado con rango r . Las matrices β y α son conocidas como matriz de cointegración y matriz de cargas, respectivamente.

El modelo VEC puede ser estimado por máxima verosimilitud, maximizando la siguiente función de log-verosimilitud para una muestra de tamaño T :

$$\ln l = -\frac{kT}{2} \ln 2\pi - \frac{T}{2} \ln |\Sigma_u| - \frac{1}{2} \text{tr}[(\Delta Y - \alpha\beta'Y_{-1} - \Gamma\Delta X)' \Sigma_u^{-1} (\Delta Y - \alpha\beta'Y_{-1} - \Gamma\Delta X)].$$

Luego, la prueba de razón de verosimilitudes de Johansen y Juselius para contrastar si el rango de la matriz de cointegración es r_0 contra la alternativa de que dicho rango es r_1 , siendo $r_1 > r_0$, es:

$$\lambda_{LR}(r_0, r_1) = 2[\ln l(r_1) - \ln l(r_0)]$$

$$= T \left[- \sum_{i=1}^{r_1} \ln(1 - \lambda_i) + \sum_{i=1}^{r_0} \ln(1 - \lambda_i) \right]$$

$$= -T \sum_{i=r_0+1}^{r_1} \ln(1 - \lambda_i),$$

donde $\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_k$ son los valores propios de $S_{11}^{-1/2} S_{10} S_{00}^{-1} S_{01} S_{11}^{-1/2}$, siendo $S_{ij} = R_i R_j' / T$, para $i = 0, 1$. A su vez, $R_0 = \Delta Y M$ y $R_1 = Y_{-1} M$, dado $M = I_T - \Delta X' (\Delta X \Delta X') \Delta X$.

En la especificación previa se pueden incorporar componentes determinísticos si se considera el modelo:

$$y_t = \mu_t + x_t,$$

donde μ_t contiene los componentes determinísticos y x_t es un proceso VAR, posiblemente cointegrado.

Prueba de cointegración con ventanas móviles

Para analizar la evolución de la existencia de relaciones de largo plazo y de su magnitud, se sigue la estrategia empleada en Chen (2012) de estimar series de modelos de corrección del error con ventanas móviles. Esto genera una trayectoria para los estadísticos observados de las pruebas de cointegración. En este contexto, si a medida que nos movemos en el tiempo los estadísticos observados aumentan, se puede interpretar que los datos están aportando cada vez más evidencia a favor de la existencia de una determinada relación de cointegración. Debe notarse que el análisis de cointegración con ventanas móviles es un método robusto cuando existen quiebres estructurales, dado que el efecto de un quiebre queda acotado a las estimaciones en que el mismo es incorporado en la ventana móvil. Por otra parte, la ruptura de una relación de cointegración da indicios de la presencia de un quiebre estructural en la misma, lo que indica que esta metodología es complementaria a la descrita en las secciones siguientes.

Prueba de cointegración con quiebres estructurales en el nivel

Como en todas las pruebas de cointegración basadas en la remoción de los componentes determinísticos, se parte de la especificación de un modelo en el cuál el vector de variables originales y_t es descompuesto como la suma de dos componentes; uno determinístico, μ_t , y el otro es un componente estocástico no estacionario, x_t , o sea:

$$y_t = \mu_t + x_t.$$

En este caso particular, se sigue a Saikkonen & Lütkepohl (2000), pero se realizan dos modificaciones: no se incorpora en la componente determinística la presencia de outliers y en vez de especificar un modelo con un solo quiebre estructural en el nivel, se permite la existencia de M quiebres de nivel. Entonces el modelo resulta:

$$y_t = \mu_0 + \mu_1 t + \sum_{m=1}^M \delta_{d_m} d_{m,t} + x_t$$

donde μ_0 representa al nivel, μ_1 es el coeficiente asociado a la tendencia, las $d_{m,t}$ son variables ficticias que buscan capturar los cambios en el nivel, o sea:

$$d_{m,t} = \begin{cases} 0 & t < \tau_m \\ 1 & t \geq \tau_m \end{cases}$$

siendo M la cantidad de quiebres estructurales y x_t tiene una representación VAR no estacionaria con media cero:

$$x_t = A_1 x_{t-1} + \dots + A_p x_{t-p} + \epsilon_t,$$

con $\epsilon_t \sim iid(0, \omega)$. Entonces, x_t tiene la siguiente representación en forma de modelo de corrección de errores:

$$\Delta x_t = \Pi x_{t-1} + \Gamma_1 \Delta x_{t-1} + \dots + \Gamma_p \Delta x_{t-p+1} + u_t,$$

siendo $\Pi = -(I_n - A_1 - \dots - A_p)$, $\Gamma_j = -(A_{j+1} + \dots + A_p)$, $y j = 1, \dots, p - 1$.

Combinando las ecuaciones anteriores, se obtiene el modelo:

$$\begin{aligned} \Delta y_t = & v + \alpha \left(\beta' y_{t-1} - \phi(t-1) - \sum_{m=1}^M \theta_m d_{m,t-1} \right) + \sum_{j=1}^{p-1} \Gamma_j \Delta y_{t-j} + \\ & + \sum_{m=1}^M \left(\sum_{j=0}^{p-1} \gamma_{mj} \Delta d_{m,t-j} \right) + \epsilon_t, \end{aligned}$$

siendo $t = p + 1, p + 2, \dots$; donde $v = -\Pi \mu_0 + \Psi \mu_1$, $\phi = \beta' \mu_1$, $\theta_m = \beta' \delta_m$,

$$\Delta d_{m,t-j} = \begin{cases} 0 & t \neq \tau_m + j \\ 1 & t = \tau_m + j \end{cases}$$

y

$$\gamma_{mj} = \begin{cases} \delta_m & j = 0 \\ -\Gamma_j \delta_m & j = 1, \dots, p - 1 \end{cases}$$

Hasta este punto se tiene una leve modificación del modelo presentado en Saikkonen & Lütkepohl (2000). Sin embargo este procedimiento no tiene demasiada relevancia práctica dado que no responde al interrogante sobre cuáles son las fechas donde se producen los quiebres estructurales. Trenkler et al. (2008) desarrolla un procedimiento para detectar las fechas de quiebre en forma endógena, o sea empleando la información provista por las series. Para ello, se plantea un modelo VAR sin restringir por el rango de cointegración,

$$y_t = v_0 + v_1 t + \sum_{m=1}^M \delta_m d_{m,t,\tau_m} + A_1 y_{t-1} + \dots + A_p y_{t-p} + \varepsilon_{t,\tau_m},$$

y se estima por MCO, para toda posible configuración de los τ_m , luego a partir de los residuos de cada una de esas regresiones se obtienen las estimaciones de las fechas de quiebre $\tilde{\tau}_m$, por medio de la minimización de una generalización de la suma de cuadrados de los residuos, o sea:

$$\tilde{\tau}_m = \operatorname{argmin} \det \left(\sum_{t=p+1}^T \hat{\varepsilon}_{t,\tau_m} \hat{\varepsilon}_{t,\tau_m}' \right).$$

Una vez obtenidas las fechas de quiebre, las variables ficticias $d_{m,t}$ quedan determinadas. Luego, para contrastar la hipótesis $H_0(r_0): rk(\Pi) = r_0$ contra $H_1(r_0): rk(\Pi) > r_0$, se remueven los componentes determinísticos:

$$\hat{x}_t = y_t - \hat{\mu}_0 - \hat{\mu}_1 t - \sum_{m=1}^M \hat{\delta}_m d_{m,t}$$

y a continuación se plantea el VECM sobre la serie \hat{x}_t :

$$\Delta \hat{x}_t = \Pi \hat{x}_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \Gamma_j \Delta \hat{x}_{t-j} + \varepsilon_{t,\tilde{\tau}_m}.$$

En base a dicha ecuación se puede obtener un estadístico de razón de verosimilitudes análogo al planteado por Johansen & Juselius (1990). Para ello, se debe resolver el problema de valores propios generalizado: $\det(\hat{\Pi} \hat{M}_T \hat{\Pi}' - \lambda \hat{\Omega}) = 0$, donde $\hat{\Pi}$ es el estimador MCO de Π , $\hat{\Omega}$ es la matriz de varianzas y covarianzas de los residuos y

$$\hat{M}_T = \sum_{t=p+1}^T \hat{x}_{t-1} \hat{x}'_{t-1} - \sum_{t=p+1}^T \hat{x}_{t-1} \Delta \hat{X}'_{t-1} \left(\sum_{t=p+1}^T \Delta \hat{X}_{t-1} \Delta \hat{X}'_{t-1} \right)^{-1} \sum_{t=p+1}^T \Delta \hat{X}_{t-1} \hat{x}'_{t-1},$$

siendo $\Delta \hat{X}_{t-1} = [\Delta \hat{x}'_{t-1}, \dots, \Delta \hat{x}'_{t-p+1}]'$. Luego, sean $\hat{\lambda}_1 \geq \dots \geq \hat{\lambda}_n$ los valores propios ordenados, el estadístico de la prueba es:

$$LR(r_0) = \sum_{j=r_0+1}^n \log(1 + \hat{\lambda}_j).$$

En el teorema 4.1 de Trenkler et al. (2008) se establece la distribución asintótica de dicho estadístico:

$$LR(r_0) \xrightarrow{d} \operatorname{tr} \left\{ \left(\int_0^1 B_*(s) dB_*(s) \right)' \left(\int_0^1 B_*(s) B_*(s)' ds \right)^{-1} \left(\int_0^1 B_*(s) dB_*(s)' \right) \right\},$$

donde $B_*(s) = B(s) - sB(1)$ es un puente Browniano de dimensión $n - r_0$, $dB_*(s) = dB(s) - dsB(1)$ y $\int_0^1 B_*(s)dB_*(s)' = \int_0^1 B(s)dB(s)' - B(1)\int_0^1 s dB(s)' - \int_0^1 B(s)dsB(1)' + \frac{1}{2}B(1)B(1)'$.

Dicha distribución asintótica no se ve alterada si se incorporan variables ficticias para modelar la presencia de valores atípicos, o se modifica la cantidad de quiebres estructurales o las fechas en que se producen de los mismos.

Debido a que la distribución asintótica del estadístico $LR(r_0)$ no tiene una fórmula cerrada, los valores críticos necesarios para la implementación práctica de la prueba de cointegración se obtienen por simulación. Entonces, se emplean procesos para aproximar los movimientos Brownianos estándar. Afortunadamente, en Trenkler (2003) se describen las simulaciones y están tabulados los valores críticos.

Prueba de cointegración con quiebres estructurales en el nivel y la tendencia

En este caso el modelo puede expresarse por:

$$y_t = \mu_0 + \mu_1 t + \sum_{m=1}^M \delta_{d_m} d_{m,t} + \sum_{m=1}^M \delta_{b_m} b_{m,t} + x_t,$$

donde μ_0 representa al nivel, μ_1 es el coeficiente asociado a la tendencia, las $d_{m,t}$ y las $b_{m,t}$ son variables ficticias que buscan capturar los cambios en el nivel y la tendencia, respectivamente, y se definen como:

$$d_{m,t} = \begin{cases} 0 & t < \tau_m \\ 1 & t \geq \tau_m \end{cases}$$

$$b_{m,t} = \begin{cases} 0 & t < \tau_m \\ t - \tau_m + 1 & t \geq \tau_m \end{cases}$$

siendo M la cantidad de quiebres estructurales y x_t un proceso estocástico multivariante no estacionario con media cero, pudiendo ser el mismo expresado en forma de modelo de corrección de errores como:

$$\Delta x_t = \Pi x_{t-1} + \sum_{j=1}^{p-1} \Gamma_j \Delta x_{t-j} + \varepsilon_t.$$

Luego de combinar las ecuaciones previas, se obtiene el modelo:

$$\Delta y_t = \nu + \alpha \left(\beta' y_{t-1} - \phi(t-1) - \sum_{m=1}^M \theta_m b_{m,t-1} \right) + \sum_{j=1}^{p-1} \Gamma_j \Delta y_{t-j} +$$

$$+ \sum_{m=1}^M \left(\sum_{j=1}^{p-1} \gamma_{mj} \Delta d_{m,t-j} - \eta_m \Delta b_{m,t} \right) + \varepsilon_t,$$

donde $\nu = -\Pi\mu_0 + \Psi\mu_1$, $\phi = \beta'\mu_1$, $\theta_m = \beta'_m \delta_{b_m}$, $\eta_m = \Psi\delta_{b_m} - \Pi\delta_{d_m}$ y

$$\gamma_{mj} = \begin{cases} \delta_{d_m} + \Pi \delta_{d_m} + \Gamma_1 \delta_{b_m} + \dots + \Gamma_{p-1} \delta_{b_m} & j = 0 \\ -\Gamma_j \delta_{d_m} + \Gamma_{j+1} \delta_{b_m} + \dots + \Gamma_{p-1} \delta_{b_m} & j = 1, \dots, p-2. \\ -\Gamma_{p-1} \delta_{b_m} & j = p-1 \end{cases}$$

En forma similar a la sección anterior, para que el procedimiento tenga utilidad práctica las fechas en que se producen los quiebres estructurales deben ser estimadas a partir de los datos. Por analogía, se plantea el modelo VAR con componentes determinísticos y se guardan los residuos MCO para cada τ_m posible. Entonces, las fechas estimadas en las que se producen los quiebres estructurales se obtienen de:

$$\tilde{\tau}_m = \operatorname{argmin} \det \left(\sum_{t=p+1}^T \hat{\varepsilon}_{t,\tau_m} \hat{\varepsilon}_{t,\tau_m}' \right).$$

Luego de imponer dichas fechas de quiebre y estimar la ecuación por MCO, se obtienen las estimaciones de los coeficientes de la parte determinística del modelo: $\hat{\mu}_0$, $\hat{\mu}_1$, $\hat{\delta}_{d_m}$ y $\hat{\delta}_{b_m}$. Dichas estimaciones se utilizan para la remoción de los componentes determinísticos haciendo:

$$\hat{x}_t = y_t - \hat{\mu}_0 - \hat{\mu}_1 t - \sum_{m=1}^M \hat{\delta}_{d_m} d_{m,t} - \sum_{m=1}^M \hat{\delta}_{b_m} b_{m,t}$$

y al aplicar el procedimiento estándar de Johansen sobre \hat{x}_t , se obtiene el estadístico

$$LR(r_0) = \sum_{j=r_0+1}^n \log(1 + \hat{\lambda}_j),$$

que solo se diferencia del obtenido en la sección anterior en que a y_t se le removieron los quiebres en la tendencia. Esto parece ser un cambio menor, pero tiene consecuencias significativas en la distribución asintótica del estadístico $LR(r_0)$, a saber:

$$LR(r_0) \xrightarrow{d} \operatorname{tr} \left\{ \left(\sum_{j=1}^q D_j l_j \right) \left(\sum_{j=1}^q P_j l_j \right)^{-1} \left(\sum_{j=1}^q D_j l_j \right) \right\}$$

donde $q = M + 1$ es la cantidad de subperíodos en los que queda subdividida la muestra al aplicarse los M quiebres estructurales, los l_j son los tamaños relativos de cada subperíodo con respecto a la cantidad total de períodos incluidos en la muestra, T ; además, $D_j = \int_0^1 B_*^{(j)}(s) dB_*^{(j)}(s)'$, $P_j = \int_0^1 B_*^{(j)}(s) B_*^{(j)}(s)' ds$ y $B_*^{(j)}(s) = B^{(j)}(s) - sB^{(j)}(1)$, o sea es un puente Browniano estándar de dimensión $n - r_0$.

Resultados

Los índices bajo estudio son: *Merval* (Argentina), *Bovespa* (Brasil), *Standard and Poor's* (Estados Unidos), *Nasdaq 100* (Estados Unidos), *Financial Times Stock Exchange 100* (Inglaterra), *XETRA DAX* (Alemania), *Paris CAC 40* (Francia), *Nikkei 225* (Japón), *Hang Seng Index* (Hong Kong, China), *Shanghai Security Exchange* (Shanghai, China), *Bombay Security Exchange* (India). Estos mercados dan cuenta de más del 70 % del total mundial de

capitalización de mercado. Se trabaja con series diarias para el período comprendido entre el 14 de diciembre de 1998 y el 30 de enero de 2017. Se trata de un período que abarca 18 años, por lo que se tienen 4731 observaciones. En todos los casos la información se obtuvo de yahoo.finance.com por medio de la biblioteca quantmod del software libre R. Una vez descargadas las series, se debieron realizar diversas tareas de pre procesamiento. Se trabaja con los logaritmos naturales de los índices, por tratarse de variables que se acumulan en forma multiplicativa. Todos los índices son expresados en dólares estadounidenses para evitar las distorsiones propias de los movimientos en los tipos de cambio. Se imputan valores faltantes en vez de trabajar sólo con casos completos, para evitar la ruptura de la dinámica de las series.

Prueba de cointegración de Johansen y Juselius

La prueba de cointegración de Johansen y Juselius se realiza considerando las tres posibles configuraciones de la parte determinística del modelo, a saber: sin términos determinísticos; con constante, y con constante y tendencia. Para la selección de las cantidades de retardos de la diferencia, se emplean los criterios de información de Akaike (1974), Schwarz (1978) y Hannan & Quinn (1979). En la Tabla 1, se resumen la cantidad de retardos sugeridas por cada criterio en cada una de las configuraciones paramétricas de la parte determinística.

Tabla 1: Cantidad de retardos seleccionados según los criterios de información

	ninguno	constante	tendencia
AIC(n)	4	4	4
HQ(n)	3	3	2
SC(n)	2	2	2

Dado que el criterio de Akaike tiende a sobreparametrizar los modelos, teniendo eso en cuenta, la mayoría de los resultados indican que se debe trabajar con 2 retardos, lo cual además es recomendable siguiendo el criterio de parsimonia.

Tabla 2: Prueba de cointegración de Johansen y Juselius. Estadístico de la traza

	Ninguno		Constante		Tendencia	
	test	5pct	test	5pct	test	5pct
$r \leq 10$	0.08	8.18	2.45	9.24	5.21	12.25
$r \leq 9$	5.87	17.95	8.39	19.96	12.41	25.32
$r \leq 8$	13.17	31.52	16.21	34.91	20.53	42.44
$r \leq 7$	22.14	48.28	25.93	53.12	32.76	62.99
$r \leq 6$	36.08	70.60	39.89	76.07	47.69	87.31
$r \leq 5$	56.58	90.39	60.53	102.14	73.11	114.90
$r \leq 4$	83.53	124.25	88.56	131.70	107.22	146.76
$r \leq 3$	119.80	157.11	124.83	165.58	146.79	182.82
$r \leq 2$	170.82	192.84	175.93	202.92	202.31	222.21
$r \leq 1$	235.43	232.49	240.81	244.15	269.99	263.42
$r = 0$	306.75	277.39	312.16	291.40	342.44	310.81

En las Tablas 2 y 3, se muestran los resultados de los estadísticos de la traza y del máximo valor propio, en los cuales se basa la prueba de cointegración de Johansen y Juselius. De ambas tablas, se concluye que existen dos relaciones de cointegración, dado que sólo en el caso que se considera el modelo con constante y sin tendencia empleando el estadístico de la traza se encuentra sólo una relación de cointegración.

Tabla 3: Prueba de cointegración de Johansen y Juselius. Estadístico del máximo valor propio

	Ninguno		Constante		Tendencia	
	test	5pct	test	5pct	test	5pct
r ≤ 10	0.08	8.18	2.45	9.24	5.21	12.25
r ≤ 9	5.78	14.90	5.94	15.67	7.20	18.96
r ≤ 8	7.30	21.07	7.82	22.00	8.12	25.54
r ≤ 7	8.96	27.14	9.72	28.14	12.23	31.46
r ≤ 6	13.95	33.32	13.96	34.40	14.93	37.52
r ≤ 5	20.49	39.43	20.65	40.30	25.42	43.97
r ≤ 4	26.95	44.91	28.02	46.45	34.11	49.42
r ≤ 3	36.27	51.07	36.27	52.00	39.58	55.50
r ≤ 2	51.02	57.00	51.11	57.42	55.51	61.29
r ≤ 1	64.61	62.42	64.87	63.57	67.68	66.23
r = 0	71.32	68.27	71.36	69.74	72.45	72.72

Prueba de cointegración con ventanas móviles

Como se describió en las secciones previas, las relaciones entre los índices bursátiles pueden verse modificadas en el tiempo por diversos motivos. Una estrategia sencilla para analizar como se ve afectada la interrelación entre los mercados, consiste en observar el comportamiento de los estadísticos de las pruebas de cointegración a medida que dichas pruebas se aplican a una muestra móvil de tamaño fijo.

Como en todo método de estimación por ventanas móviles, la elección del tamaño de las ventanas depende del fenómeno que el investigador desee analizar. Para ilustrar esta estrategia se emplean ventanas de 1300 datos, lo que representa aproximadamente 5 años. De este modo se pretende analizar, la evolución de la interrelación de los mercados a mediano plazo, identificando si hay épocas donde los mercados están fuertemente relacionados y otras en que dicha relación se desvanece.

En las Figuras 1, 2 y 3, se grafican los desvíos respecto a sus medias de los estadísticos observados del máximo valor propio y de la traza correspondientes a la prueba de cointegración de Johansen y Juselius aplicada en ventanas móviles de 5 años; para los modelos sin términos determinísticos, con constante y con constante y tendencia; respectivamente. En cada uno de esos tres casos, dado que en las pruebas de cointegración aplicadas en la sección previa sobre la muestra completa sugieren la existencia de dos relaciones de cointegración, se grafican los desvíos respecto a su media de los estadísticos asociados a la primera y a la segunda relación de cointegración. En dichas figuras, la línea que pasa por el cero separa las regiones de rechazo y no rechazo de

IFC XIX. INTERNATIONAL FINANCE CONFERENCE
CÓRDOBA, ARGENTINA 2019

la hipótesis nula de no existencia de cointegración. Si el desvío de un estadístico se encuentra por encima del cero, se concluye que en la ventana temporal asociada al mismo existe la relación de cointegración bajo prueba.

Figura 1: Pruebas con ventana móvil de 5 años, sin componentes determinísticos

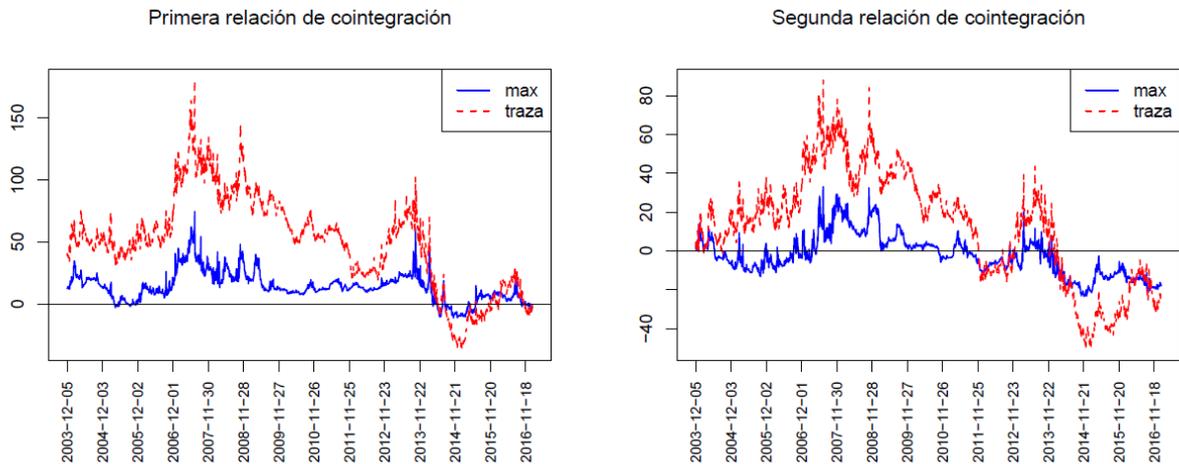
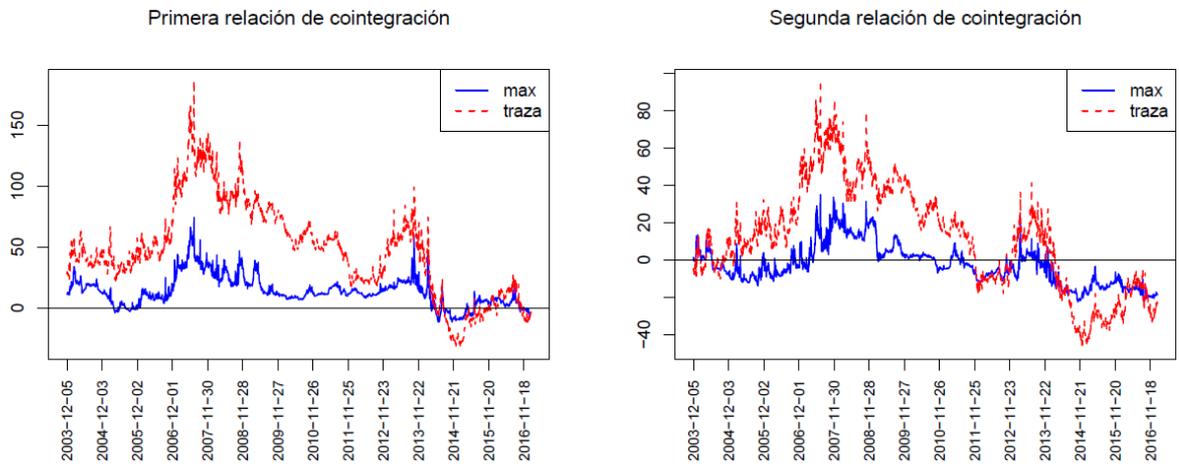
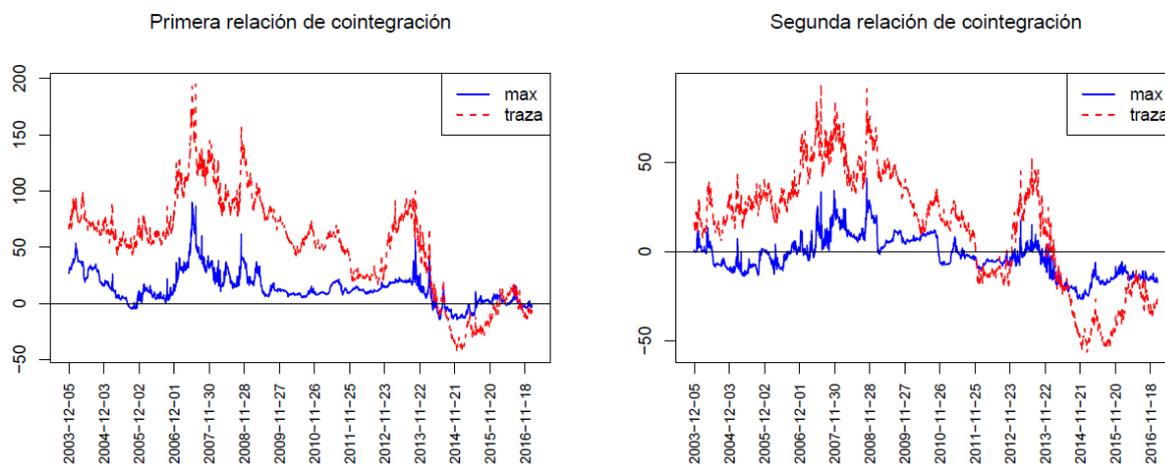


Figura 2: Pruebas con ventana móvil de 5 años, con constante



Una visión de las figuras en su conjunto sugiere que existiría al menos una relación de cointegración en el período comprendido entre fines de 2003 y fines de 2013, mientras que desde fines de 2013 dicha relación se desvanece. Respecto a la existencia de una segunda relación de cointegración, se concluye que la misma en caso de existir, se manifestaría en un período más reducido de tiempo, comprendido entre fines de 2006 y fines de 2010 o 2011.

Figura 3: Pruebas con ventana móvil de 5 años, con tendencia



Las conclusiones de este apartado son compatibles con las obtenidas al realizar las pruebas de cointegración sobre la muestra completa de que existen dos relaciones de cointegración y no se descarta plenamente la existencia de solo una relación de cointegración. Sin embargo, las pruebas de cointegración con ventanas móviles muestran que dichas relaciones de cointegración no permanecen inalteradas durante todo el período analizado. Este resultado no es inesperado, dado que está en línea con lo discutido en la sección de antecedentes.

Pruebas de cointegración con quiebres estructurales en el nivel

Las pruebas de cointegración con quiebres estructurales en el nivel pueden incluir, o no, una tendencia determinística. En las tablas 4 y 5 se presentan los resultados para ambos casos.

El modelo sin tendencia indica que existen 5 relaciones de cointegración si solo se incluye un quiebre estructural en la constante; si se incluyen 2 quiebres, se encuentran 6 relaciones de cointegración y al considerar los casos de entre 3 y 5 quiebres, hay 7 relaciones de cointegración. Entonces, se puede apreciar que a medida que se incorporan quiebres estructurales aumenta la cantidad de relaciones de cointegración detectadas. Por otra parte, al incorporar la tendencia determinística, se encuentran 6 relaciones de cointegración si se modelan 1, 3 o 5 quiebres estructurales y 5 relaciones de cointegración para los casos de 2 o 4 quiebres estructurales en el nivel. O sea que en este submodelo se encuentran entre 5 y 6 relaciones de cointegración.

IFC XIX. INTERNATIONAL FINANCE CONFERENCE
CÓRDOBA, ARGENTINA 2019

Tabla 4: Prueba de cointegración con quiebres en la constante. Sin tendencia

	Cantidad de quiebres estructurales					5pct
	1	2	3	4	5	
r ≤ 10	0.03	0.08	0.50	0.44	0.55	4.12
r ≤ 9	6.54	6.87	8.13	7.22	8.28	12.28
r ≤ 8	16.49	16.49	22.41	21.56	23.50	24.28
r ≤ 7	28.06	30.31	38.84	38.45	39.83	40.07
r ≤ 6	49.39	52.10	63.08	63.29	69.46	59.75
r ≤ 5	78.88	84.53	97.33	96.97	102.49	83.36
r ≤ 4	116.28	122.12	134.67	134.56	150.77	110.72
r ≤ 3	165.66	175.87	193.00	195.89	215.37	142.22
r ≤ 2	224.95	236.26	260.80	263.05	290.69	177.80
r ≤ 1	310.91	327.03	351.14	357.24	388.01	217.32
r = 0	425.83	443.20	461.79	488.68	520.36	260.68

Tabla 5: Prueba de cointegración con quiebres en la constante. Con tendencia

	Cantidad de quiebres estructurales					5pct
	1	2	3	4	5	
r ≤ 10	2.22	0.47	0.84	0.98	1.01	6.79
r ≤ 9	10.57	4.29	6.69	6.94	6.98	15.83
r ≤ 8	20.99	14.60	19.06	19.26	19.20	28.45
r ≤ 7	40.93	32.73	39.58	40.37	41.14	45.20
r ≤ 6	64.37	54.98	62.82	63.18	64.13	65.66
r ≤ 5	98.55	87.30	91.30	89.54	90.55	90.35
r ≤ 4	135.73	123.61	137.87	138.74	138.80	118.90
r ≤ 3	177.33	177.85	190.63	193.31	195.63	150.99
r ≤ 2	251.33	233.32	248.59	252.33	253.42	187.24
r ≤ 1	336.80	314.52	326.88	331.32	337.31	227.99
r = 0	452.60	404.92	419.16	423.76	447.09	271.71

Prueba de cointegración con quiebres estructurales en el nivel y la tendencia

Al incorporar quiebres estructurales en el nivel y la tendencia, el modelo aumenta marcadamente su complejidad, sobre todo en lo referente al cómputo de los valores críticos.

En las Tablas 6 y 7 se presentan los valores observados generados por simulación y los valores críticos, respectivamente.

IFC XIX. INTERNATIONAL FINANCE CONFERENCE
CÓRDOBA, ARGENTINA 2019

Tabla 6: Prueba de cointegración con quiebres en constante y tendencia. Valores observados

	Cantidad de quiebres estructurales				
	1	2	3	4	5
$r \leq 10$	1.72	6.23	6.41	7.32	7.48
$r \leq 9$	9.05	20.67	20.84	21.83	22.16
$r \leq 8$	19.11	40.11	40.83	42.09	43.32
$r \leq 7$	40.37	69.28	68.26	68.29	69.95
$r \leq 6$	65.27	105.47	105.85	105.45	104.01
$r \leq 5$	96.80	151.81	156.50	150.45	148.83
$r \leq 4$	135.21	202.97	210.32	201.04	200.54
$r \leq 3$	177.45	270.44	273.91	269.56	267.71
$r \leq 2$	253.45	351.73	353.82	349.88	351.75
$r \leq 1$	339.30	452.00	446.98	446.04	445.40
$r = 0$	443.95	599.90	578.99	601.98	636.83

Tabla 7: Prueba de cointegración con quiebres en constante y tendencia. Valores críticos

	Cantidad de quiebres estructurales				
	1	2	3	4	5
$r \leq 10$	6.85	8.31	8.48	8.57	8.72
$r \leq 9$	15.73	18.09	18.33	18.63	19.17
$r \leq 8$	28.69	31.50	32.08	32.75	33.43
$r \leq 7$	45.28	49.33	50.23	50.63	51.74
$r \leq 6$	65.69	69.25	72.34	73.22	74.75
$r \leq 5$	89.95	95.45	97.80	99.13	100.87
$r \leq 4$	118.63	124.17	127.80	129.63	132.13
$r \leq 3$	151.28	157.77	161.13	163.67	166.71
$r \leq 2$	186.12	194.44	198.93	201.95	205.38
$r \leq 1$	227.66	236.66	239.67	243.78	248.50
$r = 0$	271.07	281.16	286.10	289.72	294.68

Los resultados obtenidos al aplicar esta prueba indican que si se admite un quiebre estructural existen 6 relaciones de cointegración, mientras que en el caso de modelar entre 2 y 5 quiebres estructurales existen 10 relaciones de cointegración.

Entonces, al incorporar en el modelo quiebres estructurales en la tendencia, se encuentran aún mas relaciones de cointegración que al incluir quiebres estructurales solamente en la constante. Por lo tanto, se magnifica la diferencia en las conclusiones si se compara con la prueba de cointegración estándar en la que no se incorporan quiebres estructurales.

En base a los resultados obtenidos se concluye que la incorporación en los modelos de la posible existencia de quiebres estructurales indicaría que los índices bursátiles

analizados están cointegrados, pero las relaciones de cointegración no permanecen inalteradas en el tiempo dato que sufren el efecto de los quiebres estructurales. La incorporación en el modelo de los quiebres estructurales permite encontrar más relaciones de cointegración que en los modelos tradicionales.

Conclusiones y recomendaciones

Cuando se emplea toda la muestra, las pruebas de cointegración de la traza y del máximo valor propio indican que existen dos (o quizá una) relación de cointegración. Al aplicar las mismas pruebas empleando ventanas móviles, se encuentra que hay períodos donde las relaciones de cointegración entre los índices son más claras que en otros y que la segunda relación de cointegración se manifiesta en un periodo de tiempo más acotado que la primera. Ambas metodologías conducen a resultados compatibles, aunque al emplear ventanas móviles se logra capturar cierto conocimiento sobre la dinámica de las relaciones de cointegración, en particular que las mismas no permanecen inalteradas durante todo el período analizado. Este resultado indica que los mercados bursátiles se encuentran interrelacionados a largo plazo, existiendo épocas en que las relaciones entre los mismos son más marcadas que en otras.

Cuando se realizan pruebas de cointegración que admiten la existencia de quiebres estructurales, se observa que a medida que se introducen quiebres estructurales o se asume un modelo con estructura más compleja, se tiende a encontrar más relaciones de cointegración. Esto es razonable, dado que encontrar relaciones de cointegración no es otra cosa que encontrar combinaciones lineales estacionarias y esto es más probable si se modelan los quiebres estructurales. En la sección de antecedentes se encontraba un resultado similar. Los trabajos revisados indican que al aplicar la prueba de Gregory & Hansen (1996), la cuál permite la existencia de un quiebre estructural, se encontraba más evidencia a favor de la existencia de cointegración que al usar la prueba de Engle y Granger. Por lo tanto, los resultados encontrados en esta tesis sugieren que las conclusiones antes obtenidas usando pruebas de cointegración bivariadas que admitían un solo quiebre estructural, se pueden extrapolar al caso de las pruebas de cointegración multivariantes con detección endógena de múltiples quiebres estructurales.

La existencia de cointegración entre los índices asociados a los distintos mercados bursátiles, por lo general es asociada a falta de eficiencia en los mismos. Sin embargo, Crowder (1996) señala que la cointegración entre los índices puede deberse a otros factores tales como: la existencia de primas de riesgo, o de regímenes cambiantes. Por lo tanto, si bien parece plausible que el hecho de que los índices cointegren esté indicando la existencia de ineficiencias en los mercados, se sigue la sugerencia de dicho autor y se interpreta la existencia de cointegración sólo como una señal de que los índices están interrelacionados y no necesariamente como falta de eficiencia en los mercados bursátiles.

Bibliografía

Akaike, H. (1974). A new look at the statistical model identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 19(6), 716–723.

Chen, C. W., Gerlach, R., Cheng, N. Y., & Yang, Y.-L. (2009). The impact of structural breaks on the integration of the asean-5 stock markets. *Mathematics and Computers in Simulation*, 79(8), 2654–2664.

Chen, G. M., Firth, M., & Rui, O. M. (2002). Stock market linkages: Evidence from latin america. *Journal of Banking & Finance*, 26(6), 1113–1141.

Chen, X. (2012). *Empirical investigations into stock market integration and risk monitoring of the emerging chinese stock markets* (PhD thesis). University of St Andrews.

Crowder, W. J. (1996). A note on cointegration and international capital market efficiency: A reply. *Journal of International Money and Finance*, 15(4), 661–664.

Gregory, A. W., & Hansen, B. E. (1996). Residual-based tests for cointegration in models with regime shifts. *Journal of Econometrics*, 70(1), 99–126.

Hannan, E. J., & Quinn, B. G. (1979). The determination of the order of an autoregression. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, 190–195.

Johansen, S., & Juselius, K. (1990). Maximum likelihood estimation and inference on cointegration—with applications to the demand for money. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 52(2), 169–210.

Lütkepohl, H., Saikkonen, P., & Trenkler, C. (2004). Testing for the cointegrating rank of a var process with level shift at unknown time. *Econometrica*, 72(2), 647–662.

Masih, A. M., & Masih, R. (1999). Are asian stock market fluctuations due mainly to intra-regional contagion effects? Evidence based on asian emerging stock markets. *Pacific-Basin Finance Journal*, 7(3-4), 251–282.

Menezes, R., & Dionísio, A. (2011). Globalization and long-run co-movements in the stock market for the g7: An application of vecm under structural breaks. *Chinese Science Bulletin*, 56(34), 3707–3716.

Paramati, S. R., Gupta, R., & Roca, E. (2012). International equity markets integration: Evidence from global financial crisis and structural breaks. In *Emerging markets risk management conference, city university of hong kong*.

Saikkonen, P., & Lütkepohl, H. (2000). Testing for the cointegrating rank of a var process with structural shifts. *Journal of Business & Economic Statistics*, 18(4), 451–464.

Schwarz, G. (1978). Estimating the dimension of a model. *The Annals of Statistics*, 6(2), 461–464.

Trenkler, C. (2003). A new set of critical values for systems cointegration tests with a prior adjustment for deterministic terms.

IFC XIX. INTERNATIONAL FINANCE CONFERENCE
CÓRDOBA, ARGENTINA 2019

Trenkler, C., Saikkonen, P., & Lütkepohl, H. (2008). Testing for the cointegrating rank of a var process with level shift and trend break. *Journal of Time Series Analysis*, 29(2), 331–358.

Voronkova, S. (2004). Equity market integration in central european emerging markets: A cointegration analysis with shifting regimes. *International Review of Financial Analysis*, 13(5), 633–647.