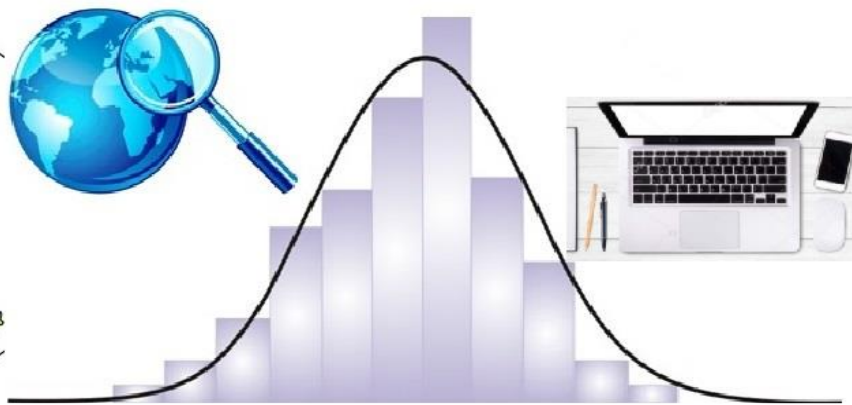
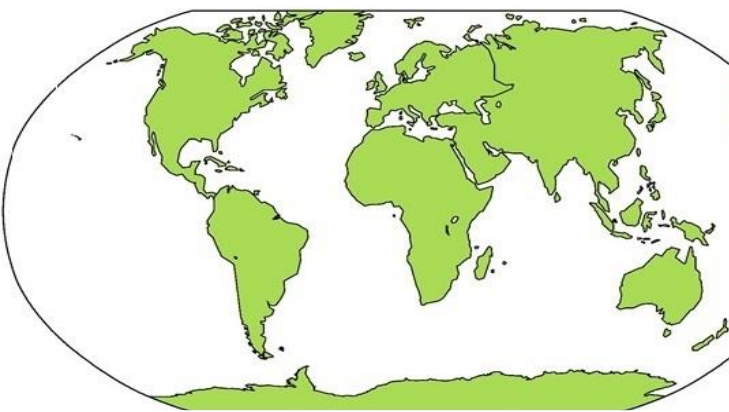


Universidad
Nacional de
Córdoba

Facultad de Filosofía
y Humanidades



Empoderamiento
de estudiantes en
el contexto de un
Escenario de
Modelización
Estocástico Crítico

Adriana N. Magallanes

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA
FACULTAD DE FILOSOFÍA Y HUMANIDADES
DOCTORADO EN CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN



Empoderamiento de estudiantes en el contexto de un Escenario de Modelización
Estocástico Crítico

Tesista: Adriana Noemi Magallanes
Directora de tesis: Cristina Beatriz Esteley
Diciembre 2021



“el entrelazamiento entre las actividades matemáticas de modelización y otros elementos disciplinares, sobre todo su concientización política, tienen un potencial crítico de empoderamiento” (Valero, 2017; p. 110)

Agradecimientos

A mi directora, Cristina Esteley, mi profundo agradecimiento por confiar, apoyar, acompañar y orientar esta tesis que busca resignificar el empoderamiento en educación; por sus valiosos aportes, sugerencias y observaciones; que siempre desde el inicio hasta la escritura final me dieron la posibilidad y el empuje necesarios para llegar a materializar esta tesis.

A los estudiantes de tercer y cuarto año de 2013-2014 de la escuela en la que se realizó el estudio, a los profesores Darío y Susana como así también a todos aquellos miembros de la comunidad educativa de la escuela de *La Localidad* que participaron y se involucraron en el escenario de modelización y más allá.

No puedo dejar de mencionar a las autoridades de la escuela de *La Localidad* por apoyar y facilitar el desarrollo del escenario de modelización.

A las autoridades del municipio de *La Localidad* por la información entregada, por la aceptación de los resultados encontrados y por apoyar el desarrollo del proyecto escolar planificado.

Al departamento de Geología y Microbiología de la Universidad Nacional de Río Cuarto por brindar asesoramiento, acompañamiento y realizar los análisis físico-químicos y microbiológicos de las muestras de agua.

A los organizadores del concurso nacional por el financiamiento otorgado para la ejecución del proyecto.

A las autoridades de la Facultad de Filosofía y Humanidades de la Universidad Nacional de Córdoba por la organización de las jornadas internas del doctorado en Ciencias de la Educación, que contribuyeron para repensar, reflexionar y

reescribir esta tesis al igual que las devoluciones realizadas por el Comité Asesor del Doctorado en Ciencias de la Educación.

A las autoridades del departamento de Matemática y de la Facultad de Ciencias Exactas Físico Químicas y Naturales de la Universidad Nacional de Río Cuarto por haberme otorgado una licencia con goce de haberes por un cuatrimestre para hacer avanzar esta tesis.

Mi actual proceso de formación debe un especial agradecimiento a mis padres, Tonito y Mónica. Los primeros que dieron soporte para mi trayecto formativo, quienes, con una actitud decidida basada en el amor, lograron hacerme volver al secundario cuando había decidido abandonar y me ayudaron a construir mi propio empoderamiento.

Todo el trabajo de tesis se sostuvo con el apoyo incondicional de Julio, mi amado compañero de vida e ilusiones, Celina y Melina mis amadas hijas.

Mis últimas palabras de agradecimiento son para Cristina. Estos actos de formación y desarrollo profesional como concluir este trabajo final, se facilitan enormemente con directores que además de poseer una excelente formación aman lo que hacen y por ende, tienen una entrega superlativa. Gracias a su entrega, hoy siento que tengo muchos motivos, razones, deseos y esperanzas para seguir en este camino.

Índice

Introducción	13
PARTE I: Configuración de la Investigación: sus orígenes	
vivenciales	22
1. ¿Cómo llegué Aquí?: Ir más allá de ciertos condicionamientos	22
2. El problema en estudio como emergente de un diálogo entre teoría y práctica.....	27
Parte II: Antecedentes. El estudio en perspectiva	
3. Emergencia, Avances y Diversidad de Perspectivas o Experiencias Relativas al Trabajo con Modelización Matemática o Proyectos	32
3.1. Trabajos ilustrativos que dan cuenta de avances con la MM en el ámbito Latinoamericano y europeo. Similitudes y contrastes	35
3.2. Avances y ejemplos del ámbito local	40
4. Estudios referidos a MM o proyectos vinculados a la educación estocástica.	44
4.1. Estudios realizados a nivel internacional	45
4.2. Estudios realizados en el ámbito local	48
4.3. Estudios vinculados con una Educación Estocástica desde una perspectiva crítica.....	51

5. Antecedentes vinculados con empoderamiento en educación matemática o estocástica.	56
6. Inserción del propio estudio	60

Parte III: Interacciones entre aportes provenientes del campo

educativo y el de la educación matemática. La crítica como hilo que los entrelaza	64
7. Consideraciones sobre la Teoría Crítica y nociones relevantes: breves consideraciones	64
7.1. Pedagogía Crítica	66
7.2. Perspectiva Crítica y Democracia	68
7.3. Perspectiva Crítica y Emancipación	70
7.4. Perspectiva Crítica y Alfabetización	70
8. Empoderamiento en educación crítica: una noción conflictiva	72
8.1. Flujo de Poder. Complementariedad entre las estructuras ascendente y descendente	73
8.2. Relaciones entre lo individual y lo colectivo	75
8.3. Empoderamiento al interior del ámbito educativo. Una reseña	76
8.4. Empoderamiento y espacios escolares. Aportes y primeros avances	77
9. La Crítica en el Ámbito de la Educación Matemática	79
9.1. Educación Matemática Crítica: orígenes y avances	80

9.2. Alfabetización Matemática, Emancipación y Democracia.	
Emergencia de nuevos constructos	81
9.3. Empoderamiento: una noción fundamental al interior del ámbito	
de la educación matemática	85
10. Educación Estadística, orígenes y avances hacia la estocástica y la	
crítica	88
10.1. Tres nociones fundamentales para la educación estocástica:	
alfabetización, razonamiento y pensamiento estadístico	89
PARTE IV: Prácticas educativas compatibles con una	
 perspectiva crítica	95
11. El aspecto situado de la práctica educativa	96
11.1. Situación y experiencia	97
11.2. Experiencia-Acontecimiento. Prácticas contextualizadas	97
12. Prácticas educativas en el marco de una Educación Matemática	
Crítica	99
12.1. Escenario de investigación	99
12.2. Enseñanza y aprendizaje como acciones: Intención y	
Disposición	101
12.3. Proyectos y Problemas de investigación con referencia a la vida	
real	102
12.4. Escenarios de Modelización Matemática: una alternativa para	
trabajar con proyectos en al aula	104

13. Modelización en el marco de una Educación Estocástica Crítica	107
13.1. Escenarios de Modelización Matemática. Fases y ciclo	111
13.2. Fases y ciclo de un escenario de modelización estocástica crítica. Emergentes de la tesis	114
13.3. Pensamiento y razonamiento estocástico crítico	120
13.4. Empoderamiento en escenarios de Modelización Matemática y Estocástica desde una perspectiva crítica	122
 Parte V. Aspectos metodológicos	125
14. Opción Metodológica	125
15. Investigar la propia práctica: Antecedentes, desafíos y resguardos	132
16. Procedimientos Metodológicos	134
16.1. Fuentes de información y modos de codificarlas	136
16.2. Dimensiones de análisis emergentes y refinadas	138
 PARTE VI: Escenario de modelización: características, conocimientos y empoderamiento	143
17. Situar la institución escolar en su entorno. Espacios y condiciones	146
18. Primer momento: Imaginar y planificar un Proyecto de Modelización Estocástica-Inicio del EMEC	149
18.1. Planificación del escenario educativo. Idearios, acciones-Fase 1 del EMEC	149
18.2. Etapas y formatos curriculares planificados. Fase 2 del EMEC	155

18.3. La propuesta valorada por agentes externos. Avances y aperturas	158
19. Segundo momento: desafíos y posibilidades de un Escenario de Modelización Estocástico Crítico vivido en aula	161
19.1. Primeras Instancias de etapa 1. Explicitar y contrastar supuestos-Fase 2 del EMEC	161
19.1.1 Segundas Instancias de trabajo de etapa 1. Reconfigurar el problema con aporte de expertos-Fase 2 del EMEC	171
19.1.2 Repensar lo hecho, volver a planificar. Ciclo Fase 2-Fase1 del EMEC	177
19.2. Plan y recolección de datos; explicitando la variabilidad. Fase 3	185
19.2.1 El Taller N° 3 como medio para profundizar ideas estocásticas. Interacciones entre fases del EMEC	190
19.2.2 Completar el Taller N° 3 con un muestreo. Trabajo de campo para recoger muestras de agua. Fase 3 del EMEC	200
19.2.3 Reconociendo la aleatoriedad y la necesidad de los datos mediante TDs. En Fase 3 del EMEC	210
19.3. Salida de Campo para tomar muestras de agua potable. Fase 3 del EMEC	219
19.4. Primer observatorio y transnumeración. Recorrer Fase 4 del EMEC	222
19.5. Buscando una manera de comunicar el proyecto	234

19.6. Segundo muestreo de aguas superficiales y potables. Fase 3 del EMEC	236
19.7. Nuevos observatorios. Fase 4 del EMEC	244
19.8. Una puesta en común coflexión y crítica-Fase 4 del EMEC	252
19.9. Nuevas nociones estocásticas y decisiones consensuadas. Moverse entre Fase 4 y 5 del EMEC	254
19.10. Primera instancia de comunicación de resultados parciales y reunión con el secretario de gobierno de la Municipalidad. En Fase 7 del EMEC	260
19.11. Observatorios con los resultados de los análisis del agua. En Fases 4 y 5 del EMEC	265
20. Tercer momento: comunicar la construcción colectiva	273
20.1. Revisión, planificación y organización de la comunicación	274
20.2. Participación en feria de ciencias regional y provincial. En Fase 7 del EMEC	279
20.3. Reflexiones sobre las evaluaciones de los miembros del jurado. En Fases 6 y 7 del EMEC	281
21. Una síntesis analítica de resultados de la puesta en aula del escenario educativo en vínculo con las preguntas de investigación	286
22. Voces y sentidos de los estudiantes sobre lo vivido. De reconocer una situación a actuar	298
23. Voces y sentidos de profesores sobre lo vivido. De la crisis sobre sus prácticas docentes a embarcarse en una transformación	303

PARTE VII: Consideraciones Finales	309
24. Consideraciones finales sobre resultados relativos al escenario educativo y al empoderamiento	310
25. Consideraciones finales vinculadas a resultados teóricos y su dialéctica con la práctica.....	316
26. Consideraciones relativas a un análisis de validez	318
27. Reflexiones Finales.....	319
REFERENCIAS	323
 ANEXOS	
Anexo 1: Proyecto presentado al concurso nacional	343
Anexo 2: Resultados de la primera salida de campo	353
Anexo 3: Nota enviada al municipio local solicitando apoyo	354
Anexo 4: Nota enviada al consejo deliberante ofreciendo algunas alternativas para prevenir mayor contaminación	356

Introducción

El estudio desarrollado en esta tesis se interesa por comprender las características de un escenario educativo con el que se busca promover saberes matemáticos y estocásticos. Interesa también comprender las vivencias que genera el escenario y la posible emergencia de procesos de empoderamiento del estudiantado. Para llevar adelante el estudio se apela a una amalgama entre miradas amplias que incluyen visiones teóricas y otras vinculadas a prácticas de enseñanza. Considerando esas miradas, se hace zoom sobre la enseñanza de saberes específicos pero sin perder de vista que ese hecho es parte de un fenómeno educativo más amplio. El estudio, se encuentra atravesado por dos líneas de ideas centrales que entran todo el trabajo: considerar los fenómenos educativos como complejos y reconocer el aporte de una mirada crítica para analizar tales fenómenos.

Se considera la complejidad de los fenómenos educativos al asumir que: están atravesados por múltiples niveles (políticos, sociales, culturales, organizacionales, entre otros y las interrelaciones entre ellos), son sensibles al contexto en los que acontecen y no siempre es factible predecir lo que efectivamente acontece al interior del ámbito en que se da el fenómeno en estudio (Davis y Sengupta, 2020). Se complementa esta visión de complejidad con decisiones metodológicas realizadas desde una lógica de la complejidad (Achilli, 2009). En ese sentido, el estudio de tales fenómenos requiere poner en juego una cierta conjunción o interacción de miradas buscando no perder de vista el objeto de estudio (escenario educativo vinculado con empoderamiento) con su complejidad intrínseca. Se considera la crítica sobre lo educativo como la segunda línea que atraviesa el trabajo, pues desde su comienzo el estudio fue imaginado y pensado desde una perspectiva crítica. Las preguntas planteadas, la revisión de la literatura, el entramado teórico que se presenta, las decisiones metodológicas escogidas, el trabajo de campo realizado, el análisis y las propias consideraciones parciales o finales, se encuentran atravesadas por esas dos líneas: complejidad y crítica.

El estudio se focaliza en vivencias educativas acontecidas en el período 2012-2014 y vinculadas con la educación estocástica de un grupo de jóvenes de

una escuela secundaria de la provincia de Córdoba. El año 2013 fue el de mayor intensidad de trabajo para estudiantes y docentes. Para los jóvenes de esa escuela, se diseña y pone en práctica un escenario educativo en el que los estudiantes formulan problemas sobre un fenómeno extramatemático de su interés, los indagan y luego proponen modelos estocásticos pertinentes con el problema formulado. El problema de indagación escolar, escogido por los estudiantes, se vincula con la contaminación tanto del agua potable como con la del río de *La Localidad* en la que se ubica la escuela. Con tal escenario, también se intenta propiciar el empoderamiento de los estudiantes y por lo tanto, su emergencia es también analizada en la tesis.

Las características del problema y proyecto de indagación escolar implican que tanto estudiantes como docentes interactúen con la comunidad local y con agentes externos a esa comunidad. Todo lo vivido a partir del inicio del diseño del escenario y su puesta en práctica conforman el complejo *referente empírico* para la indagación. Se hace notar que la unidad de información a analizar se constituye por la información recogida al interior del ámbito escolar y otros corpus documentales que permiten comprender y contextualizar lo ocurrido.

A lo largo de la investigación desarrollada con la tesis, lo acontecido dentro y fuera del aula, se deconstruye y reconstruye analíticamente. La dialéctica entre deconstrucción¹ y reconstrucción, posibilitan la redefinición o emergencia de nociones necesarias para el análisis e interpretación de la información recogida (Achilli, 2013). En esa dialéctica, emergen nociones, tales como, escenario de modelización estocástico crítico, empoderamiento, espacios para las disposiciones y el empoderamiento de los estudiantes, que resultan de especial interés para el estudio.

En el escenario educativo estudiado (un plano de análisis de la investigación), participan estudiantes, profesores, preceptores, autoridades o agentes locales, expertos de la Universidad Nacional de Río Cuarto, entre otros. Sin dejar de desconocer el valor de todos los sujetos, en este estudio, se consideran como sujetos centrales a los estudiantes y se los trae hacia adelante en las principales escenas observadas y analizadas. Sin embargo, dadas las fuertes interacciones entre profesores y estudiantes, en algunas instancias, se

¹ Por deconstrucción interpreto la acción de desensamblar analíticamente lo acontecido y por medio de esa acción busco poner en evidencia lógicas y sentidos que subyacen en el ente desensamblado.

coloca una mirada especial sobre un equipo o colectivo de profesores que acompaña la experiencia. Esto, no solo se realiza a fin de complementar la información necesaria para comprender mejor ciertas escenas en las que intervienen los estudiantes, sino también para no enmudecer sus voces como sujetos plenos, asumiendo que la construcción de conocimientos al interior del escenario no es independiente de los sujetos que intervienen. Algo similar es considerado en algunas breves intervenciones de otros sujetos.

El otro objeto y plano de análisis se vincula con la emergencia de procesos de empoderamiento en los estudiantes.

A partir de las consideraciones anteriores, el problema de investigación se formula en términos de dos preguntas globales de investigación (Flick, 2012):

P1) ¿Qué características particulares toma el escenario de modelización estocástica en el ámbito escolar² en que acontece y qué conocimientos matemáticos, estocásticos o de otra naturaleza emergen o se consolidan en el proceso?

P2) En tal escenario educativo, que toma como referencia la enseñanza de la matemática con énfasis en la enseñanza estocástica, ¿es posible evidenciar procesos de empoderamiento?

La primera pregunta se centra en las peculiaridades del escenario educativo propiamente dicho. Con aportes de Achilli (2013) señalamos que respuestas a esta pregunta permitirían dilucidar y generar conocimientos acerca de las características de un escenario educativo en el que los estudiantes modelizan situaciones de la realidad. La segunda pregunta se focaliza sobre las posibilidades o limitaciones del escenario para propiciar el empoderamiento de los estudiantes. De manera similar, respuestas a la segunda pregunta permitirían dilucidar y generar conocimientos acerca de posibles procesos de empoderamiento entre los estudiantes que intervienen en el estudio.

² Los ambientes en los que participaron los estudiantes trascienden el ámbito físico de la escuela. Sin embargo, como es desde la escuela que se genera la apertura hacia otros ámbitos, se decide mantener la expresión ámbito escolar. Ejemplos de estos ámbitos son: el entorno natural de la escuela, la municipalidad de *La Localidad*, las ferias de ciencias provinciales, entre otros.

Ambas preguntas, como preguntas de investigación (en el sentido de Achilli, 2013), se focalizan en *qué* se quiere conocer³. Sin embargo, el conocimiento que se puede generar con el estudio como así también resultados de la acción educativa que se implementa pueden ofrecer aportes *para* transformar otras realidades educativas o problemas relativos a la enseñanza y el aprendizaje de la estocástica. Tal vez, problemas de crisis⁴ de los profesores, problemas de desmotivación de los estudiantes (como se describe en Parte I de la Tesis). O también, contribuir con elementos para la creación de materiales para la enseñanza de la estocásticas o para la formación de profesores o de futuros profesores. Esto es, si bien como se discute en Achilli (2013), se distingue el *qué* se quiere conocer del *para qué* a fin de clarificar los objetos a ser estudiados, eso no implica desconocer el vínculo entre el *qué* y el *para qué*.

Las dos preguntas anteriores, que conectan escenario y empoderamiento, guardan conexión y coherencia en el contexto de una investigación atravesada por una perspectiva crítica (Kincheloe et al., 2018).

Las preguntas guían la búsqueda de comprensión de fenómenos educativos vinculados con la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en general y de la estadística y probabilidad o enseñanza estocástica en particular.

Estas preguntas con sus particularidades están fuertemente entramadas. En ese sentido, las preguntas y su entramado, por un lado, guían el estudio y por otro lado, representan un auténtico desafío en instancias de organización de la escritura de la tesis. Para superar ese desafío, se decide primero, organizar y estructurar la escritura de la tesis en partes con secciones y subsecciones a su interior. Segundo, a fin de aportar sentido de unidad al escrito, se decide dar continuidad a la enumeración de las secciones que componen la tesis. Esa decisión permite identificar al interior del texto siete partes.

La primera parte o Parte I consta de dos secciones y con ella se busca poner en evidencia el sentido constructivo o de emergencia de la investigación (sección 1) y la configuración del problema y preguntas globales de investigación (Flick, 2012), así como de preguntas complementarias a ellas (sección 2).

³[...] *no se puede confundir un problema de investigación con un problema de la realidad social empírica. Aun cuando pueda estar vinculado o incluso, surgir a partir de una determinada situación de la realidad, el problema de investigación siempre tiene en cuenta qué se pretende conocer.* (Achilli, 2013, p. 55)

⁴ Crisis se utiliza acá en el sentido de Arendt (2010) como conflicto entre cambios y continuidades.

Con la tesis se pone en juego un estudio que particulariza en un escenario educativo considerado como unidad compleja de análisis⁵ u objeto de estudio analítico (Achilli, 2013), en el que se busca habilitar espacios para: trabajar con modelización matemática, producir conocimientos estocásticos críticos y propiciar el empoderamiento de los sujetos (la otra unidad de análisis compleja u otro objeto de estudio). Las particularidades del estudio pueden ser comprendidas y contextualizadas cuando esa particularidad es contrastada o iluminada desde investigaciones relacionadas. En este sentido, para situar el estudio y contrastar el alcance de sus resultados o constructos emergentes, en la Parte II se presentan antecedentes relacionados. Esta parte consta de cuatro secciones (secciones 3 a 6, como ya se anticipara, las secciones dan continuidad entre las distintas partes). En la sección 3 se describen y analizan estudios afines con Modelización Matemática o con el trabajo con proyectos en ámbitos educativos. En la sección 4 se describen estudios vinculados a la enseñanza estocástica; se abordan en particular aquellos estudios relativos a la enseñanza estocástica en el marco de una perspectiva crítica. En la sección 5 se consideran estudios relativos a empoderamiento en el ámbito educativo privilegiando aquellos vinculados a la educación matemática y/o estocástica. Se cierra esta parte de antecedentes con una sección (sección 6) en la que se sintetizan ideas y análisis que ayudan a posicionar el propio estudio.

La Parte III reúne los principales aspectos teóricos que dan soporte analítico al estudio y que conforman el marco teórico. Cabe indicar que, dada la naturaleza de las preguntas de investigación, el marco teórico, se organiza en cuatro secciones que van profundizando en especificidad que se dirige al ámbito escolar. En la sección 7 se avanza sobre los supuestos y soportes de la teoría crítica para la educación. La segunda sección dentro de este apartado (sección 8) busca desnaturalizar la noción de empoderamiento explicitando los aspectos conflictivos y multifacéticos en los usos y aplicaciones de dicha noción en diferentes ámbitos. Se cierra esta sección con una perspectiva sobre empoderamiento emergente en el trabajo de investigación que se configura

⁵ Se habla de unidad compleja de análisis para guardar coherencia con la decisión metodológica pensada desde de una lógica de complejidad y así distinguirlo del uso de la expresión unidad analítica que se suele emplear desde otras lógicas de investigación. Parece importante también mencionar que, entre quienes intentan trabajar desde una lógica compleja, se trata de utilizar expresiones tales como planos de análisis o unidad compleja para evidenciar la complejidad en estudio (Matusov, 2007).

recuperando aportes de varios autores. En la sección 9 se desarrollan aspectos fundamentales para este estudio vinculados con la Educación Matemática Crítica y se recuperan algunos constructos tales como alfabetización, democracia y emancipación. Se finaliza esta sección rescatando aportes para empoderamiento en el ámbito de la educación matemática. En la sección 10 se particulariza en la educación estadística y se explicita el sentido atribuido a una educación estocástica. Al final de esta sección 10 se propone una caracterización de una alfabetización estocástica crítica.

La Parte IV se centra en prácticas educativas y contiene tres secciones. La sección 11 focaliza en la perspectiva situada para estas prácticas. La sección 12 coloca la mirada en prácticas educativas compatibles con una Educación Matemática Crítica y en ella se describen los escenarios de modelización matemática como una alternativa para pensar estas prácticas desde una perspectiva crítica. En la última sección del apartado (sección 13), se abordan características de prácticas educativas en el marco de una Educación Estocástica Crítica y se propone una noción de Escenarios de Modelización Estocástica Crítica (EMEC) que busca colocar el empoderamiento como un aspecto esencial de tales escenarios. Se finaliza esta sección 13 explicitando una noción emergente, en la tesis, para empoderamiento en el ámbito de la educación matemática y estocástica desde una perspectiva crítica. La emergencia, en esta tesis, de ciertos constructos relativos a empoderamiento, guarda coherencia con la historia de la noción misma de empoderamiento vinculada con la dificultad de encasillarla en una definición general. Esta Parte IV da soporte y sentido a las herramientas analíticas escogidas para caracterizar el escenario educativo. Al mismo tiempo, en esta Parte IV se describen y proponen herramientas analíticas que permiten reconocer empoderamiento y, de ser reconocido, caracterizarlo. Se promueve en esta parte, el desarrollo o ampliación de constructos teóricos que contribuyen para comprender ideas esenciales para la tesis u otros trabajos que guardan conexiones con la temática en estudio.

La Parte V se destina a presentar la metodología y se compone de tres secciones. En la sección 14, se presenta la investigación acción como la opción metodológica seleccionada. En la sección 15, se presentan antecedentes, desafíos y resguardos necesarios cuando la investigación sobre la propia práctica se hace presente. En el cierre de esta parte (sección 16), se enfatiza una

discusión y presentación sobre la emergencia de ciertos constructos tales como momentos y espacios como así también las principales dimensiones que se consideran para analizar empoderamiento.

La Parte VI, referida a resultados, está conformada por cuatro secciones. Dada la fuerte imbricación de las dos preguntas de la presente investigación, en esta Parte VI se focaliza en los resultados entrelazados con los primeros análisis e interpretaciones que se van conformando en respuestas para ambas preguntas. Se introduce esta parte con una descripción sintética con la que se identifican principales momentos reconocidos, participantes en el estudio y la escala temporal del estudio. En la sección 17 se describe el contexto general en el que acontece el estudio, como así también se dan detalles relevantes del entorno natural que alberga a la escuela. Se toma esa decisión pues, es precisamente ese entorno natural el que toma protagonismo para el proyecto escolar y definitivamente para la tesis. Es ese entorno el que motiva, desafía y sitúa el trabajo de estudiantes y profesores. Es también el que desafía a la investigadora en instancias de trabajo de campo y recolección de información pertinente. Luego se da especial protagonismo al escenario educativo sin perder de vista el otro entorno. Para la descripción de tal escenario se usan como recursos momentos identificados en su interior como así también las Fases que se consideran en un EMEC. En la sección 18 se realiza una descripción del primer momento en el que se presentan los orígenes y planificación del escenario de modelización estocástico en el cuál suceden las Fases 1 y 2 del EMEC. En la sección siguiente (sección 19), se describen principales instancias del segundo momento que transcurre entre las Fases 2 a 6 del EMEC. Esta es una sección densa e información que comprime casi un año de trabajo de campo. La sección 20 presenta las principales instancias del tercer momento del escenario que transcurre en torno a la Fase 7 de un EMEC. En la sección 21 se sintetizan resultados y profundizan análisis. Mientras que en las secciones 22 y 23 se recuperan voces de estudiantes (secc. 22) y de dos profesores (secc. 23). Tales voces se recuperan luego de finalizada el trabajo en la escuela. Las voces evocan lo vivido y lo cargan de sentido. Todo es acompañado de una mirada analítica. La última parte o Parte VII está compuesta por consideraciones finales sobre la investigación y perspectivas. Esta última parte se divide en cuatro secciones. En la primera (sección 24) se avanza en consideraciones finales sobre resultados

empíricos de la tesis relativos a escenario y empoderamiento. En la segunda sección (sección 25) se realizan consideraciones sobre los resultados teóricos de la tesis y se destacan relaciones entre el avance teórico y el trabajo de campo. En la tercera sección (sección 26) se presentan reflexiones sobre la validez y confiabilidad del estudio mientras que en la última sección (sección 27), se proponen interrogantes y se avanza sobre algunas perspectivas motivadas por este estudio.

Se hace notar que se discute (en subsección 9.3 y sección 13) y enfatiza la necesidad de proponer ciertos constructos como emergentes del propio trabajo de investigación. Este proceso de construcción se genera a fin de dar especificidad a la noción de escenario de modelización estocástica crítica y a empoderamiento cuando la estocástica está en juego. Tales construcciones toman como soporte el trabajo de investigadores reconocidos en la educación estocástica o en lo referido a empoderamiento. Fue difícil decidir el lugar que se les daría en el orden de la escritura a esos constructos. Se opta por presentar esos constructos de modo tal que fueran dialogando pertinentemente con el orden en que se presentan otros avances teóricos ya consolidados en el campo educativo o de la educación matemática.

Finalmente, se destaca que en todo lo concerniente a esta tesis el aspecto de *la temporalidad* es particularmente relevante en varios sentidos. Primero por el tiempo prolongado demandado para estar en el campo con todas sus implicancias. Por ejemplo, los múltiples cuidados requeridos para la organización y gestión de seminarios, salidas de campo, las interacciones con autoridades municipales locales, del trabajo con formatos observatorios, de las interacciones entre docentes como así también para las instancias de participación en feria de ciencias. Segundo, el tiempo demandado para la sistematización y organización de toda la información recogida. Tercero, por el tiempo requerido para tomar la distancia necesaria de lo vivido en el campo como docente e investigadora para ofrecerle un espacio preponderante a la investigadora a fin de analizar lo vivido. Y por último, la disponibilidad real de tiempo o de no-disponibilidad de tiempo para conjugar el trabajo de docencia y de investigación. Todo esto tiene un efecto importante en la escritura de la tesis. Lo escrito es la materialización de superación del problema de *disponibilidad/no-disponibilidad de tiempo* para escribir, para analizar, para

reflexionar, para buscar y encontrar las mejores palabras para comunicar a otros la intensidad del trabajo realizado.

PARTE I

Configuración de la Investigación: sus orígenes vivenciales

“El conocimiento es un organismo con vida, ya que cambia y se enriquece con las nuevas experiencias, de modo tal que puede pasar de un estado inicial a un estado final más complejo y más eficaz, gracias a las principales características del conocimiento científico o la nueva interpretación sobre algún tema.” (Di Marco-Morales, 2015, p. 150)

Esta parte de la tesis se inicia con una narrativa de la docente-investigadora explicitando aspectos que la problematizan desde su realidad profesional e impulsan a llevar adelante la investigación. Esto es el problema empírico que motiva la investigación (Flick, 2012). Con ello se busca dar cuenta del contexto amplio en el que se va configurando el problema de investigación y el sentido que adquiere ese problema para quien lo estudia. Como narrativa (Clandinin y Connelly, 2000), se recuperan sujetos y contextos poniendo en evidencia un movimiento temporal de quien la escribe. En ese sentido, lo escrito pone en juego una polifonía de voces: mi propia voz como docente, mi voz y palabras recuperadas de mi práctica como investigadora y las voces de autores que fueron contribuyendo en las primeras instancias de búsqueda de comprensión. La narrativa, que se presenta en la sección 1, da lugar y marco a la delimitación del problema en estudio que se presenta en la sección 2.

1

¿Cómo llegué Aquí?: Ir más allá de ciertos condicionamientos

Como educadora, más específicamente como docente de matemática en los niveles secundario y universitario, siempre me preocupó e interesó indagar y comprender aspectos o fenómenos vinculados con la enseñanza o aprendizaje de la matemática en general. Y con más particularidad, con la enseñanza de conocimientos estadísticos y probabilísticos, para el nivel secundario, considerando aquellos delimitados en el Diseño Curricular para la Provincia de Córdoba (Ministerio de Educación de la Provincia de Córdoba, 2011) bajo el eje *Estadística y Probabilidad* en el marco de la disciplina Matemática. Se hace

notar que, al conjugar conocimientos estadísticos y probabilísticos, se puede hablar de *conocimientos estocásticos*⁶. Un avance sobre estudios vinculados con la enseñanza o aprendizaje de esos conocimientos, lo realicé con una tesis de maestría que completé en el marco de la Maestría en Didáctica de la Matemática ofrecida por la Universidad Nacional de Río Cuarto. Tal tesis se centró en los significados atribuidos a la compleja noción estocástica de *probabilidad condicional* presente en libros de texto para la enseñanza en la escuela secundaria en el ámbito argentino. La temática de la tesis de maestría se vincula esencialmente con la enseñanza de la probabilidad y el sentido amplio que tienen los fenómenos y modelos de naturaleza estocástica. En el año 2009 concluí ese trabajo que fui desarrollando sin dejar mi labor docente tanto en la universidad como en escuelas secundarias.

Como docente del nivel secundario me han inquietado e inquietan cuestiones vinculadas con las posibles relaciones entre los procesos educativos, la construcción de la autonomía⁷ de los estudiantes y el aporte que puede realizar la educación para favorecer la participación de los estudiantes como ciudadanos críticos en una democracia. Movilizada por los ideales de Paulo Freire (1990, 2004a, 2005, 2006) para la educación, me fui interesando en un principio, por la educación crítica (Freire, 1993; Apple, 1997; Giroux, 2001, 2003, 2008; Freire, 2006). Como docente de matemática y, pensando en el modo en que la educación a través de la matemática puede contribuir con esos ideales me fui aproximando a perspectivas del campo de la Educación Matemática que estuvieran en resonancia con la perspectiva crítica. En ese contexto de problematización personal inicio lecturas vinculadas con la línea de trabajo conocida como “Educación Matemática Crítica” (EMC) que toma, entre otros referentes, aportes del investigador danés Ole Skovsmose. Este investigador avanza en estudios en colaboración con un importante número de

⁶ Se decide usar la palabra estocástico o estocástica para poner en evidencia la unidad indisoluble entre estadística y probabilidad (Heitele, 1975; Batanero, 2002). Sobre este aspecto se avanzará más adelante.

⁷ Al hablar de autonomía me refiero a la posibilidad o capacidad de un sujeto para vincularse activamente con su entorno aportando elementos nuevos para su interpretación y transformación (integrarse), de establecer una serie de relaciones productivas, cada una con su propia especificidad (estar con el mundo); de participar en verdaderas relaciones humanas que permitan el desarrollo de la creatividad, expresividad y dialogicidad, de tener la oportunidad para descubrir el mundo que habitan, interactuar con él y compartir su transformación.

investigadores de diferentes regiones del mundo. En particular, interesa destacar su colaboración con la educadora colombiana Paola Valero (Skovsmose 1999, 2000; Skovsmose y Valero 2012). Producto de ese trabajo conjunto, es posible rescatar aportes y discusiones vinculadas con realidades latinoamericanas. Mis aproximaciones a estos autores y sus trabajos se dan en primera instancia a partir de la asistencia a una conferencia de quien es hoy mi directora de tesis. En segunda instancia, por medio de las lecturas de trabajos clásicos de Skovsmose y Valero (2012). Ambas instancias me impulsan y motivan a aproximarme a tres ideas que terminaron siendo centrales para la tesis: *escenarios de aprendizaje* (Skovsmose, 2012), *escenarios de modelización matemática* (Esteley, 2014) y *empoderamiento*. Intentando comprender esta última noción es que me aproximé al trabajo del educador británico, Paul Ernest (2002) sobre empoderamiento vinculado con la matemática y su enseñanza.

De la mano de mis intereses, y tal vez como impulsor de acciones, estuvo siempre presente la preocupación por una de las inquietudes con la que hoy se enfrentan docentes en general y profesores de matemática en particular, relacionada a la noción de crisis de la que hablan Greco et al. (2008). Esa sensación de desesperación, desazón y soledad por la que muchas veces solemos encontrarnos los docentes de escuelas secundarias. Quizás, tal como lo formulan Greco et al. (2008), esta noción de crisis se relaciona con una sensación de *tocar fondo* y más aún, sentir algunas veces que *nada tiene sentido*, cuando sentimos que todos nuestros esfuerzos y dedicación no son suficientes para captar el interés y el involucramiento de nuestros estudiantes. Otros autores hablan de la pérdida de ciertos sentidos relacionados con el ámbito educativo. Por ejemplo, y como lo señalan Gregorini (2013) y Giroux (1996), la preparación para el futuro y la escuela como el espacio privilegiado de acceso a la información y transmisión de la cultura hoy ya no son suficientes argumentos para otorgar sentido a la tarea educativa. Presuponer que hoy esos sentidos, están presentes entre los estudiantes, es un hecho que problematiza o interpela las actividades docentes y, en buena medida, lo que genera numerosas decepciones y frustraciones (Corea y Lewkowicz, 2005; Duschatzky y Corea, 2004). Entre los hechos que interpelan la enseñanza de la matemática podemos citar los altos porcentajes de estudiantes considerados en nivel bajo o por

debajo de nivel básico⁸ de aprendizajes esperados de acuerdo con ciertos criterios fijados desde ciertos organismos nacionales o internacionales. Algunas explicaciones a este hecho plantean el declive de las instituciones en general y de la institución educativa en particular (Duschatzky y Corea, 2002). Sin embargo, también existe una crítica con esta formulación o explicación a partir del declive institucional y la pérdida de sentido histórico que tuvo la escuela como institución perteneciente a la modernidad por considerar que acrecienta la deslegitimación de la escuela y del trabajo docente (Achilli, 2009). Debo reconocer que, en mi propia trayectoria de formación, las primeras lecturas que realicé en relación con este declive institucional y pérdida de sentido también provocaron en mí cierto desconcierto e incluso una mirada similar a la planteada por Achilli (2009). También me interpelaron para ir más allá de las explicaciones a fin de comenzar a buscar modos para comprender lo vivido, lo sentido, lo escrito. Hoy puedo decir que fue esta misma sensación de desconcierto la que me permitió comenzar a desnaturalizar muchas situaciones escolares que hasta el momento las vivía, tal vez, de manera no sistemáticamente crítica. Puedo decir que mis propias interpelaciones y las nociones anteriores, contribuyeron para pensar que otra escuela, otras relaciones escolares, otro modo de pensar el quehacer matemático o el trabajo con estadística y probabilidad en las escuelas, otros modos de organizar estos conocimientos escolares son posibles y deseables. Quizás esto implicaría un modo diferente de mirar mi propia relación con mis colegas, con los estudiantes, y con la matemática, la estadística y la probabilidad misma. El inicio del proceso de investigación, en el marco de la tesis, surge a partir de advertir en lo personal, como docente, esa crisis de sentido, el deseo por comprender la crisis

⁸ Un informe de UNESCO del año 2012 puntualiza que, aproximadamente el 65% de los alumnos de escuelas argentinas, alcanzaron resultados insatisfactorios al resolver evaluaciones referidas a contenidos matemáticos. Además, en las pruebas Aprender 2017, el 70% de los alumnos presentaron niveles básicos o por debajo del básico; mientras que el 40% de los alumnos solo reconocen conceptos elementales y pueden resolver solamente problemas simples. (<https://www.lavoz.com.ar/ciudadanos/pruebas-aprender-2017-mejoras-en-lengua-y-estancamiento-en-matematica>). Un informe del Proyecto Educar 2050; expresa que según ONE 2013, aprender 2016 y aprender 2017, aproximadamente el 70% de los alumnos del último año del secundario no reúnen los conocimientos mínimos en Matemática (<https://educar2050.org.ar/wp/wp-content/uploads/2018/11/Argentina-en-deuda-educativa-IPE-1.pdf>). Los resultados de las pruebas aprender-2019 en Matemática, sólo el 28,6% de los alumnos alcanzó niveles de aprobación en Matemática (<https://www.telam.com.ar/notas/202010/527223-pruebas-aprender-educacion.html>).

e ir más allá. Estas condiciones me llevaron primero a pensar un cambio en mi práctica docente, que iniciaría en el año 2012 junto a otros docentes de una escuela pública de Córdoba. Segundo, a partir de mediados de ese mismo año, decido colocar una mirada investigativa sistemática sobre lo que acontecería en esas aulas con cambios de prácticas. Buscando con esto que, lo hecho en aula, vaya más allá de sus puertas y pueda ofrecer aportes a otros docentes o investigadores. Esto implicará para mí un movimiento delicado y dialógico entre mi práctica docente y una inmersión profunda en la práctica de investigadora.

De esta manera, el proceso de investigación relacionado con esta tesis es producto de sentirme interpelada como parte de la comunidad de docentes que enseñan en cursos de matemática. Esto quizás permitió moverme de una posición de resistencia o impotencia (Duschatzky y Corea, 2002) a una posición de búsqueda y replanteo acerca del proceso educativo para pensar en alternativas que contribuyan para superar tal sensación. Alternativa que, como docentes, se imagina primero y se ejecuta luego en un ambiente escolar en el que propicie la producción de conocimiento matemático y/o estocástico. Como docente-investigadora me moviliza a explorar los procesos de producción de conocimientos y los posibles procesos de empoderamiento que se abren para los sujetos que intervienen e interactúan en tales ambientes. Avances en la investigación podrían ayudar a pensar y discernir sobre aquello que interpela o produce crisis en los docentes.

Estas ideas, mi propia trayectoria y mis vínculos con docentes de otras áreas de conocimiento, me conducen a pensar, diseñar y llevar a cabo en algún o algunos de los cursos de matemática en secundario a mi cargo, un nuevo escenario educativo, privilegiando, en lo posible, procesos de modelización de fenómenos de naturaleza estocástica en clases de matemática con el aporte de algunos colegas con quienes nos conformamos como un colectivo⁹ o equipo docente. Finalmente, también tomo la decisión de acompañar el proceso completo de diseño e implementación de tal escenario con una mirada investigativa para mí como tesista y para mis estudiantes como sujetos que

⁹ Como se podrá evidenciar en la sección de resultados, el primer colectivo de docentes conformado alrededor del objetivo de producir un cambio en sus prácticas, buscando resolver la situación de crisis primera, se irá modificando. También emergerán otros colectivos. Ambos aspectos ponen en evidencia dos aspectos de la complejidad: emergencia de hechos u otros y dinamismo.

formulan e indagan sus propios problemas. Para el diseño de tal escenario se toma como base la idea de escenarios de modelización matemática en el ámbito escolar, en el sentido de Esteley (2014) y se particulariza esta idea para los escenarios de modelización estocástica desde una perspectiva crítica. En ellos se espera que los estudiantes, con sus docentes, puedan formular problemas de su interés y crear las condiciones a fin de estudiarlos y comunicar sus avances sobre lo estudiado.

Los diseños del colectivo docente involucrado, lo vivido en el espacio escolar y otras informaciones contextuales se toman como fuentes de información y referente empírico de la tesis en el marco del problema de investigación que se delimita con mayor precisión en la próxima sección.

2

El problema en estudio: emergente de un diálogo entre teoría y práctica

Sobre la base de los cimientos de formación, pero especialmente de motivación transitados y sintetizados en la sección 1, se toma la decisión de trabajar en el diseño y puesta en aula de un escenario educativo que contemple una perspectiva crítica de modelización pero que al mismo tiempo particularice en la enseñanza estocástica. Esto es, un *escenario de modelización estocástico crítico*¹⁰, que toma como núcleo central un curso de tercer año de una escuela pública de la provincia de Córdoba en el que la tesista se desempeña como profesora titular. Se centra en ese curso pero se expande a segundo y cuarto año implicando a una misma cohorte de estudiantes a fines del año 2012 (segundo año), durante el año 2013 (tercer año) y gran parte del año 2014 con cuarto año de la orientación en Turismo. Lo vivido en la escuela entre el año 2012 y 2014 se constituye en espacio de transformación educativa para el colectivo docente y en referente empírico de la tesis para la investigadora.

Cabe explicitar que en el proceso de investigación y escritura de esta tesis, se van produciendo transformaciones relativas a la noción de empoderamiento presente al inicio de la misma. En un principio se pensaba en escenarios educativos que permitieran a los docentes empoderar a los estudiantes (quizás

¹⁰ Esta noción se presenta con precisión en la sección 13

haciendo prevalecer, en ese momento las inquietudes del colectivo docente). Sin embargo, en el transcurso de la investigación se encuentra la necesidad de precisar esta noción y en este proceso se modifican esas primeras ideas. En esta transformación se coloca el foco en el escenario de modelización estocástico crítico, que se constituye en unidad compleja de análisis sobre la que se estudian las dimensiones y los espacios para el empoderamiento y se reconoce que es este escenario el que puede abrir o clausurar estos espacios para el empoderamiento, tanto de docentes como de estudiantes. Respetando la motivación inicial de analizar el empoderamiento de los estudiantes, se toma la decisión de focalizar en estos sujetos, aunque se reconoce que los docentes también son empoderados y por eso al final se habilitan con más contundencia sus voces.

El escenario educativo se diseña tomando: aportes de la Educación Matemática Crítica (Skovsmose, 1999), ideas vinculadas con proyectos de Modelización Matemática¹¹ (Bassanezi y Biembengut, 1997; Bazzanezi, 2002; Barbosa, 2006), o modelización estocástica (Campos et al., 2011) como así también ciertas discusiones sobre empoderamiento en el ámbito de la Educación Matemática (Ernest, 2002).

En proceso de investigación, si bien se toman como base y profundizan las líneas de estudio antes mencionadas, en consonancia con ellas, el marco teórico se amplía con aportes que se delimitan con mayores detalles en las Partes III y IV. Para ubicar al lector, a continuación se mencionan algunos de los principales autores consultados. Se recuperan aportes de Campos (2016) y Pfannkuch et al. (2018) en lo referido a modelización estocástica; Borromeo (2018) respecto al ciclo de modelización, Campos (2016), Jacobini (2004), Jacobini y Wodewotzki (2006) y Skovsmose y Valero (2012) respecto a implicaciones sociales de la modelización matemática. También juegan un rol importante en la tesis la perspectiva de Ernest (2000) al considerar el empoderamiento distribuido en tres dominios: el matemático, el social y el epistemológico. Estos dominios se

¹¹ Si bien en secciones subsiguientes se desarrollan las nociones e ideas principales sobre modelización matemática, para contribuir a la comprensión, acá se ofrece una primera idea al respecto. Hay cierto consenso en reconocer la modelización como un proceso dinámico utilizado para la obtención y validación de modelos matemáticos y que consiste esencialmente en transformar situaciones de nuestro entorno cotidiano en problemas matemáticos, resolver tales problemas e interpretar, en un lenguaje usual, las respuestas logradas (Bassanezi, 2002).

tornan en dimensiones básicas para el análisis que, luego, tomando aportes de Freire y Shor (2014), se delimitan con detalles a fin de recuperar el dominio político en vinculación con empoderamiento social (Freire y Shor, 2014, Czuba y Page, 1999).

En el contexto de estas líneas de estudio y con foco en el referente empírico, se plantean **las principales preguntas de investigación o preguntas globales** (Flick, 2012) que orientan la investigación enmarcada en esta tesis:

P1) ¿Qué características particulares toma el escenario de modelización en el ámbito escolar en que acontece y qué conocimientos matemáticos, estocásticos o de otra naturaleza emergen o se consolidan en el proceso?

P2) En tal escenario educativo que toma como referencia la enseñanza de la matemática con énfasis en la enseñanza estocástica, ¿es posible evidenciar procesos de empoderamiento? Si es así, ¿cuál es su característica y cómo se distribuye en los dominios estocásticos-matemático; epistemológico; social y político?

En proceso de indagación, la búsqueda de respuestas a las preguntas, fueron llevando a la emergencia de nuevos interrogantes. Por ejemplo, ¿qué aspectos de los supuestos de la EMC se hacen efectivamente evidentes en la experiencia?, ¿qué particularidades toman los dominios del empoderamiento en el sentido de Ernest (2002) y cómo se vinculan con ideas más generales de empoderamiento? Si hubo obstáculos, ¿cómo se resolvieron y qué rol jugó el equipo o colectivo docente en esas resoluciones? Cabe indicar que, en el avance del estudio, se llega a reconocer que, tanto en las instancias de diseño como puesta en aula de la experiencia educativa y en la propia formulación de las principales preguntas que guían la investigación, subyace una *hipótesis de trabajo*¹² (Achilli, 2008), como se detalla a continuación:

Un proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática y/o estocástica, que habilite el empoderamiento de docentes y estudiantes, puede ser *una punta del ovillo* que permita abrir espacios para una reconstrucción de valoración

¹² Una hipótesis de trabajo en un estudio cualitativo es la formulación de uno o varios supuestos sobre posibles respuestas o soluciones a los problemas que se van a tratar. Se trata de supuestos basados en hechos conocidos que sirven como puntos de referencia para una investigación posterior (Achilli, 2008).

social de conocimientos matemáticos y/o estocásticos, de la escuela y de los docentes.

Al formular esta hipótesis, se entiende que, el modo como se lleve a cabo el acto educativo podrá o podría empoderar o no, tanto a estudiantes como a docentes. Se reconoce así, la importancia de realizar modificaciones en el proceso de enseñanza y aprendizaje de manera tal que, en un contexto de aula, todos asuman que lo importante no es solo conocer o comprender un concepto matemático o estocástico en particular y posiblemente aislado de otros saberes, sino que, lo importante es cómo el modo o modos de construir, dar sentido y comprender ese concepto le permite al docente y/o al estudiantado sentirse empoderados. En la sección de conclusiones y ya habiendo presentado las ideas teóricas que dan sustento a este estudio, se profundizará el análisis sobre esta hipótesis de trabajo.

Presentado muy brevemente el ámbito de aplicación del escenario educativo, las principales preguntas de indagación y la hipótesis de trabajo, en la siguiente Parte se recuperan avances de estudios vinculados con la tesis. Se consideran estudios del ámbito internacional y local a fin de posicionar la tesis en ese contexto.

PARTE II

Antecedentes. El estudio en perspectiva

"Los antecedentes constituyen el nexo entre lo investigado sobre el tema y nuestra tarea para empalmar la investigación como un proceso constante en pro del desarrollo de la ciencia" (Rodríguez; 2011, p. 114)

Con esta tesis se busca indagar acerca de las particularidades de un escenario educativo en el que, por un lado se privilegia el trabajo con modelos estocásticos vinculados con fenómenos de contaminación del agua de una localidad cordobesa, y por otro lado, intenta propiciar procesos de empoderamiento.

En proceso de investigación, la revisión de la literatura ha permitido una aproximación a avances vinculados al tema en estudio. Tal revisión ha posibilitado avanzar en comprensión, encontrar algunas respuestas o reconocer ciertas vacancias. Esencialmente, la literatura explorada permitió enmarcar, contrastar y revisar resultados, interpretaciones u aportes del estudio en un ámbito que trasciende el hecho local analizándolos en perspectiva.

Para la selección y organización de la revisión de antecedentes se toman como guía las dos preguntas principales que se busca responder con la tesis.

La primera pregunta tematiza lo referido a escenario de modelización con foco en lo estocástico mientras que la segunda problematiza el empoderamiento en el ámbito educativo. En concordancia, en una primera instancia se describen y analizan estudios vinculados con Modelización (sección 3) considerando tanto el caso de la Modelización Matemática como el trabajo con proyectos en general.

En la sección 4 se describen estudios vinculados a la enseñanza estocástica; se abordan en particular aquellos estudios vinculados con la enseñanza estocástica en el marco de una perspectiva crítica.

Por último, en la sección 5, se consideran estudios relativos a empoderamiento en el ámbito educativo privilegiando aquellos vinculados a la educación matemática y/o estocástica.

En las tres secciones se consideran referencias primero del ámbito internacional y luego del ámbito local tratando de privilegiar estudios que guarden relación con el trabajo de tesis. No se intenta cubrir la vasta literatura

vigente sino dar cuenta de avances principales y presentar con algún detalle trabajos que ilustren o problematicen sobre la temática de la tesis.

Siempre que fue posible, en la selección, se buscó privilegiar trabajos actuales que informen sobre casos centrados en el nivel secundario de enseñanza. Así también, se buscaron y seleccionaron estudios que den cuenta de las condiciones internas, limitaciones u otros factores relativos a puestas en aula de experiencias de modelización y/o que promuevan el empoderamiento. Ambos tipos de trabajos ofrecen información para contrastar y discutir resultados de la tesis vinculados con la descripción y análisis del referente empírico o sobre aspectos relativos a procesos de empoderamiento.

Finalmente, se cierra esta Parte de los antecedentes con una sección (sección 6) en la que se sintetizan ideas y análisis que ayudan a posicionar el propio estudio.

3

Emergencia, Avances y Diversidad de Perspectivas o Experiencias Relativas al Trabajo con Modelización Matemática o Proyectos

Reconociendo la magnitud de producciones relativas a MM, en esta sección no se intenta realizar una recuperación exhaustiva de estudios. Sí se busca hacer evidente brevemente la emergencia de tales estudios y la diversidad de perspectivas existentes. Con los trabajos que se seleccionan para describir con más detalles se busca ilustrar formas, perspectivas y resultados relativos al trabajo con MM o proyectos.

En ese sentido, se hace notar que, a fines de los años setenta, comienzan a profundizarse discusiones y acciones que intentan dar relevancia al trabajo con modelos matemáticos en el ámbito educativo. El crecimiento de las discusiones y aportes sobre ese modo de trabajo es tal que, permite la constitución de la Comunidad Internacional de Profesores de Modelización Matemática y de Aplicaciones (ICTMA por su sigla en Inglés de *The International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Application*) que hoy es también reconocida como *Grupo de Estudio Internacional para la Modelización y Aplicaciones Matemáticas* o ICTMA. Este grupo se reúne periódicamente a discutir investigaciones y experiencias de enseñanza o aprendizaje de la

Modelización Matemática y sus aplicaciones y, a partir de estos encuentros, se han ido produciendo importantes avances y conocimientos colectivos que se van recopilando en diversos textos. Como ejemplos de estas producciones se pueden citar Stillman et al. (2017) o Stillman et al. (2020). El primer texto presenta producciones y discusiones que dan cuenta de las potencialidades del trabajo con modelización matemática y aplicaciones para incentivar trabajos de naturaleza multidisciplinaria e implicando la intervención o el conocimiento de una variedad de comunidades de práctica. Se señala que, desde una perspectiva educativa, el trabajo con MM supone, tanto para estudiantes como para profesores, situarse en el cruce de los límites entre la escuela y otros ámbitos. Para ambos, estudiantes y profesores, significa trabajar dentro o fuera del aula y para el profesor implica ser un puente entre ambos espacios.

En Stillman et al. (2020), se discute acerca de las contribuciones de los ambientes de aprendizajes compatibles con MM para la producción de sentido por parte de los estudiantes. Se reconoce la complejidad inherente a la enseñanza y el aprendizaje en ambientes de MM y la construcción de sentidos respecto al trabajo matemático o las relaciones entre los sujetos involucrados.

Frejd y Bergsten (2018), tomando como base el trabajo de Kaiser y Sriraman (2006) clasifican y organizan diferentes perspectivas de trabajo con MM diferenciándolas según los objetivos que los orientan. La modelización realista o aplicada es una perspectiva cuyo objetivo está centrado en resolver problemas del mundo real; la modelización contextual plantea objetivos de origen temáticos y psicológicos; la modelización educacional tiene como propósito que la MM se convierta en una herramienta didáctica o conceptual; la modelización socio-crítica o socio-cultural persigue una comprensión crítica del mundo circundante; mientras que en la modelización epistemológica o teórica los objetivos están centrados en aspectos teóricos de este proceso y la perspectiva de modelización cognitiva se centra en los procesos mentales de quienes se involucran con la MM. Los autores proponen algunos principios didácticos para la planificación de actividades de enseñanza que impliquen la elaboración de modelos matemáticos.

En Araújo et al. (2017) se informa acerca de lo trabajado en el grupo de estudio sobre aplicaciones y modelización matemática en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática del 13 Congreso Internacional de Educación

Matemática (ICME 13). Los autores destacan la importancia de las investigaciones preocupadas por la inclusión de la MM en los diseños curriculares y características de los desarrollos de teorías en investigaciones centradas en MM. Sobre las teorías, puntualizan la existencia de *home grown theories* en las que el interés está puesto en *teorías locales*, por ejemplo las vinculadas con competencias en MM (desarrollada especialmente en países europeos), más que en teorías generales provenientes de campos fuera de la EM. Al respecto, se destaca en este trabajo, una propuesta de Araújo al considerar la perspectiva socio-crítica de MM. En Araújo et al. (2017), se plantea una mirada dialéctica para esta perspectiva, considerando que la *práctica pedagógica y la investigación deberían ser vistas como parte de una unidad* (p. 473).

Preocupados por el tipo de abordajes metodológicos vigentes en las investigaciones sobre MM, Schukajlow et al. (2018) presentan un trabajo sobre estudios empíricos interesados por la enseñanza y el aprendizaje de la MM en diversos niveles educativos. Se analiza el desarrollo de estudios centrados en los aspectos cognitivos de la promoción de las habilidades de modelización o, en una terminología más reciente, las competencias de modelización. Como resultado de su estudio, señalan el predominio de los enfoques de estudios de casos y de estudios de orientación cognitiva en comparación con los estudios que utilizan métodos de investigación cuantitativa o que se centran en cuestiones relacionadas con los efectos del trabajo con MM en aulas.

En América Latina existe un importante avance de trabajos con MM. Por ejemplo, en Colombia se encuentra la Red Colombiana de Modelación en Educación Matemática (RECOMEM: <https://recomem.com/page/3/>) que ofrece un espacio para la colaboración, discusión y difusión de materiales o publicaciones vinculadas con la modelación matemática. La RECOMEM es un colectivo abierto para todos aquellos interesados en la MM.

Brasil es pionera en el trabajo con MM y ofrece un importante desarrollo sobre este tema. En su interior, se reconoce la existencia de diferentes perspectivas de trabajo vinculadas con MM tales como, Etnomatemática; Educación Ambiental; Educación Matemática Crítica; Pedagogía de Proyectos y el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (Meyer et al., 2011). Para la tesis, estas últimas perspectivas como los avances colombianos resultan relevantes no solo por los aportes empíricos y analíticos sino que

también se pueden vincular con ambientes educativos similares en algunos modos con aquel en el que se focaliza la tesis.

3.1. Trabajos ilustrativos que dan cuenta de avances con la MM en el ámbito latinoamericano y europeo. Similitudes y contrastes. A modo ilustrativo de lo que acontece en Latinoamérica, se describen trabajos producidos en Brasil, Colombia y Chile.

Tomando el caso de Brasil, por ejemplo, Souza y Barbosa (2019) analizan discursos producidos por un grupo de alumnos y de una profesora de secundaria en un contexto de modelización matemática en el aula. En este trabajo se entiende la MM como una práctica pedagógica en la cual los alumnos son invitados a investigar, problematizar y comprender situaciones cotidianas de las ciencias y del mundo del trabajo, utilizando conceptos y procedimientos matemáticos escolares. Apelando a una metodología cualitativa, analizan los datos recogidos. En clase se aborda una tarea de MM propuesta por la profesora, relacionada con el descarte de lámparas fluorescentes. Los autores concluyen que, los usos que los alumnos y la profesora atribuyen a las palabras permiten identificar que, el juego discursivo de modelización es jugado bajo las reglas instituidas en la forma de vida de las matemáticas desarrolladas en el contexto escolar.

Barbosa (2009) analiza la producción de discusiones reflexivas en un ambiente de MM. La importancia de este tema está relacionada con la posibilidad de entender cómo la perspectiva socio-crítica funciona en acción. Se trabaja con un grupo de cuatro estudiantes de un profesorado de matemática de nivel universitario de Brasil. Para la tarea de MM, los estudiantes analizan un artículo en el que se informa sobre una reducción en el volumen del lago Sobradinho, debido a la falta de lluvias y sus consecuencias en relación con la producción de energía eléctrica a partir del recurso hídrico. El autor reconoce discursos centrados en la reflexión, sobre criterios para la construcción de los modelos matemáticos, y la comparación de los modelos construidos. Se puntualiza que los resultados ofrecen soportes para quienes siguen la perspectiva socio crítica.

En el ámbito colombiano, Niño Castillo (2019) presenta un trabajo en el que, considerando estudiantes universitarios recién ingresados, propone

caracterizar sus aprendizajes al trabajar con MM focalizándose en el concepto de función. Durante el estudio se reconoce el papel de la MM en el aprendizaje del concepto, se caracterizan las actividades propuestas como situaciones de enseñanza y se determina la contribución de los escenarios exploratorio-investigativos en el aprendizaje del concepto. Apelando a un estudio de casos, la investigación se concentró en el proceso vivido por los estudiantes al implementar las actividades. Se presentan tres escenarios (Skovsmose, 2000). El primer escenario toma como eje una tarea de exploración, con un grado de dificultad accesible. El segundo propone una tarea de investigación con mayor grado de dificultad. El tercero se centra en una actividad con referencias reales y con una finalidad investigativa. La exploración e indagación se presentan en las tres actividades. A partir del análisis de los datos la autora señala que estos tipos de actividades: propician diálogos entre estudiantes, contribuyen con el aprendizaje de función, favorecen la exploración dentro y fuera del aula de clase. Por otro lado, la MM en el tercer escenario, contribuye con el aprendizaje del concepto de función, ya que facilita el reconocimiento de variables dependientes e independientes, así como la relación de variación existente entre éstas.

Camelo et al. (2017) trabajando con estudiantes de 15 años, de una escuela pública de Bogotá, presentan un estudio que indaga sobre un proyecto escolar a fin de estudiar los programas de telefonía móvil en Colombia. Los autores buscan evidenciar posibilidades y desafíos que pueden encontrarse al trabajar con el proyecto e identificar: la participación de los estudiantes en la construcción del modelo o en la sociedad y la actuación del profesor como mediador. Optan por una metodología crítica y realizan análisis de discursos producidos por los participantes. Como producto de este trabajo, los autores mencionan los posicionamientos críticos y actitudes democráticas en clases. Reconocen como desafío, poder propiciar una reflexión con los estudiantes sobre las implicaciones y responsabilidades sociales que surgen al comprender los soportes matemáticos de los fenómenos sociales.

Trabajando en la Región de Maule (Chile), Aravena et al. (2008) presentan un estudio con un grupo de estudiantes entre 14 y 17 años. En este artículo se exhiben las capacidades (cognitivas, meta-cognitivas y de formación transversal) que se manifiestan en los estudiantes cuando se enfrentan al trabajo con proyectos basados en modelización; cuya temática se focaliza en el

consumo de marihuana en una muestra de jóvenes. Los autores discuten acerca de: la importancia de las aplicaciones del conocimiento matemático como argumento formativo, la competencia crítica, la visión integrada y de utilidad, vinculada con el trabajo con MM. Se reporta que, en líneas generales, luego de haber escogido y/o delimitado el problema se ponen en juego cuatro etapas en el proceso de modelado. Considerando el trabajo de los estudiantes, indican que: en la primera etapa identifican condiciones o restricciones del problema y utilizan diferentes representaciones; en la segunda, describen relaciones matemáticas y proponen un modelo; en la tercera, establecen una relación entre el modelo y el problema real y en la cuarta etapa comunican y arguyen sobre la variabilidad del consumo a nivel comunal o regional. Informan dificultades de los estudiantes para: delimitar una problemática; identificar variables pertinentes para el estudio; planificar la recolección y presentación de la información. Mencionan ciertas dificultades para reconocer los conceptos y procedimientos matemáticos pertinentes para el estudio y los modos en que se aplican durante instancias de matematización.

Si bien se toma una muestra pequeña de trabajos producidos en América Latina, con ellos se ilustra el trabajo con MM, la selección de problemas que se vinculan con preocupaciones sobre entornos próximos de los estudiantes y los aportes o dificultades que conviven al trabajar con MM.

Del ámbito europeo se escogen dos trabajos producidos en España en los que se hacen evidentes vínculos con el trabajo o desarrollo de estudios focalizados en MM y el Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA, por sus siglas en inglés). En Europa, como consecuencia de la influencia de PISA, también se fueron produciendo estudios centrados en desarrollos curriculares, la formación docente y la noción de competencias (Stillman et al., 2017).

Benjumeda et al. (2015) presentan una investigación-acción con la que se diseña y desarrolla, de manera colaborativa, un proyecto escolar llevado a cabo con estudiantes del nivel secundario (11 a 16 años) de una institución pública de la región de Almería en España. El proyecto se centra en la promoción de una alfabetización matemática; considerando la alfabetización como una capacidad del individuo para formular, emplear e interpretar la matemática en una variedad de contextos. Esta noción es recuperada por los autores atendiendo a

lo formulado al respecto en el entorno PISA. Se incluyen aquí el razonamiento matemático y la utilización de conceptos, procedimientos, datos y herramientas matemáticas para describir, explicar y predecir diversos fenómenos. El trabajo en el aula se desarrolla en cuatro fases. Entre los resultados, se destaca la potencialidad del proyecto para desarrollar procesos de alfabetización matemática, especialmente en lo relacionado con la aplicación de contenidos y modelización. Se enuncian algunas dificultades de los estudiantes en los procesos de matematización.

Búa Ares et al. (2016) trabajando desde la idea de competencia en el sentido de PISA, llevan adelante un estudio con estudiantes de 16 a 18 años de edad en Pontevedra. Para la MM se toma como referencia una problemática medioambiental generada a partir del vertido de sustancias contaminantes en el mar. Más concretamente se les plantea a los estudiantes que se ha producido un derrame de petróleo en el mar y que, en ese contexto se necesita averiguar la cantidad de petróleo vertido. Para llevar adelante el proceso de MM, realizan simulaciones materiales del fenómeno. Se apela a un recipiente con agua (simulando una porción de agua de mar) en el que se vierte aceite (petróleo). Con la simulación se intenta vincular el volumen de aceite vertido con el área aproximada del mismo observada sobre la superficie de agua. Para su trabajo y análisis, toman como referencia el proceso de MM propuesto en Blum y Borromeo (2009). Los autores indican que todos los estudiantes logran recorrer la mayoría de las fases de tal proceso, organizar en tablas la información recogida y encontrar una función de ajuste para la relación buscada. Mencionan que varios estudiantes presentan dificultades para aplicar ese modelo a una situación real ilustrada en una fotografía. En esos casos, la comprensión de la noción geométrica de semejanza entre figuras y las restricciones de los tiempos escolares dificultan la aplicación del primer modelo producido. Se postula que el mayor obstáculo para concretar los vínculos se relacionó con el tiempo acotado con que disponían para finalizar el trabajo. En ese sentido, reconocen que un problema que plantea el uso de MM en el aula es poder discernir sobre qué queremos enseñar y qué queremos que los alumnos aprendan. Hacen notar también que es fundamental que el profesor sea consciente de que sus propios objetivos influyen en la forma en que plantea e implementa la modelización y, como consecuencia, en las respuestas de los estudiantes. Finalmente destacan

que, el carácter abierto de las actividades de MM las hace menos predecible. Postulan que, ese hecho impulsa a que el profesor decida qué objetivo es el fundamental para él y sus alumnos y que tal decisión se encuentra directamente relacionada con la perspectiva bajo la que se plantea el trabajo con MM.

En el ámbito alemán, Borromeo (2018, 2014), asumiendo que los futuros profesores en matemática deben tener no solo una sólida formación sobre los diferentes aspectos de la MM sino también sobre métodos apropiados para enseñar a modelizar, propone un modelo de competencias pedagógicas relativas al trabajo con la modelización. Entendiendo la "competencia en materia de modelización" como la capacidad de construir modelos transitando por fases de modelización de forma adecuada, así como de analizar o comparar modelos dados. Plantea además la necesidad de modelizar desde una perspectiva aplicada y enseñar y aprender acerca de la modelización. La autora expresa que la MM no se transfiere de forma natural a partir del aprendizaje de la matemática, sino que más bien debe aprenderse específicamente. Sostiene además, que el modelo de competencias propuesto para la enseñanza contiene aspectos teóricos y prácticos; con lo cual, si los profesores, están formados en estas competencias, tendrán una buena base a partir de la cual cumplir con sus responsabilidades. En Blum y Borromeo (2009) se exhiben ejemplos de cómo los estudiantes de secundaria y profesores manejan tareas de modelado demandantes. Discuten acerca de dificultades de los estudiantes con las tareas y los caminos en el proceso de modelado seguidos por ellos al resolver las tareas. Ofrecen ejemplos de intervenciones exitosas de profesores para sostener un equilibrio entre sus orientaciones y la independencia de los estudiantes.

Los trabajos europeos seleccionados son similares en algunos aspectos a otros trabajos del mismo contexto en el tipo de problemas seleccionados y las fases del proceso de MM. A pesar de ciertas similitudes también se pueden encontrar diferencias entre algunas perspectivas de trabajo en el ámbito europeo. Algunos autores suelen explicar estas diferencias en función de las distintas tradiciones de trabajo en el campo de la educación matemática local (por ejemplo, ver Hankeln, 2020). Sin embargo, como en otros trabajos, se detecta en estos, la influencia de los requerimientos de PISA. Este aspecto incluso se evidencia en la perspectiva de alfabetización matemática asumida en términos de competencias, que encuentra similitudes con estudios realizados en

Singapur (Kaur y Lee, 2017). La influencia de PISA, en los trabajos con MM, no se hace evidentes en América Latina, donde habría una prevalencia de trabajos con ciertas perspectivas críticas (Kaiser y Sriraman, 2006).

Luego de esta breve mirada de lo que acontece en el ámbito internacional, en lo que sigue se presentan algunos trabajos producidos en el ámbito local.

3.2. Avances y ejemplos del ámbito local. En el ámbito local, el desarrollo de estudios o experiencias de MM son relativamente recientes. Tal vez una razón para esto es que, la MM se encuentra presente en los diseños curriculares locales recién en las versiones del diseño del año 2011¹³. En particular en los diseños para la provincia de Córdoba, lo referido a MM no se desarrolla en la sección de aprendizajes y contenidos sino que se lo menciona en la sección orientación para la enseñanza (Mina et al., 2019).

Al recuperar trabajos sobre MM, se ha detectado una importante producción proveniente de la Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación (FAMAF) de la Universidad Nacional de Córdoba (UNC).

En Lois y Diaz (2019) se narra una planificación, puesta en aula y análisis de prácticas profesionales docentes llevadas a cabo en dos secciones de un quinto año de un colegio de la ciudad de Córdoba. El trabajo es parte de una práctica profesional enmarcada en la asignatura Metodología y Práctica de la Enseñanza, correspondiente al cuarto del Profesorado en Matemática de la FAMAF. El contenido matemático que se propicia desarrollar es función exponencial. Para abordar el mismo se implementa un proceso de MM. Las autoras explicitan que, para su trabajo, seleccionan el esquema de MM propuesto por Davis y Hersh (1988). Esto es así pues, no se persigue hacer de la MM un objeto de estudio en sí mismo, sino que se focalizan en la existencia y vínculos entre un mundo real/físico y un mundo ideal/matemático. Los estudiantes centran su investigación sobre economías piramidales como la flor de la abundancia y se plantean diferentes problemáticas o formulan preguntas relacionadas con el tema. Los estudiantes recolectan y sistematizan información pertinente para comprender el tema. A partir de la identificación de variables,

¹³ Cabe indicar que en ciertos documentos o textos orientadores para la enseñanza de la matemática o para la creación de propuestas curriculares, la MM se encuentra presente con anterioridad al 2011 (Mina, Esteley y Alterman, 2019).

determinación de valores constantes y la información recogida, proponen un modelo matemático exponencial que permita dar respuestas a la problemática. El modelo exponencial surge a partir del análisis de las regularidades encontradas en tablas u otros modelos propuestos por los estudiantes. A partir del modelo analítico creado, se reconocen las posibles pérdidas económicas al participar de una economía piramidal como la flor de la abundancia. Las autoras reconocen los avances de los estudiantes para crear los modelos. También destacan las demandas de tiempos escolares como un obstáculo para profundizar sobre aspectos críticos-analíticos.

Villarreal y Mina (2020) analizan el desarrollo de actividades experimentales realizadas por grupos de estudiantes de segundo año, de una escuela secundaria en la ciudad de Córdoba, en el marco de proyectos de modelización abiertos, acompañados por el libre uso de tecnologías. Las autoras proponen indagar acerca del aprendizaje de estudiantes que participan en tales escenarios, así como también estudiar el papel que desempeñan las tecnologías digitales (TDs) en procesos de modelización que involucran actividades experimentales. Los aprendizajes se evidencian en la participación de los estudiantes en distintas fases del proceso de MM, desarrollados en comunidades locales de práctica. Se destaca la utilización de celulares y cámaras fotográficas por parte de los estudiantes, para registrar experimentos, tomar mediciones; así como la utilización de software matemático para representar gráficos y comunicar resultados. Estos usos estuvieron relacionados con las fases de experimentación y resolución. El análisis en profundidad de un proyecto particular muestra la potencialidad y el uso creativo de diversas TDs en estas fases.

En un texto coordinado por Pochulu (2018) se describen 19 propuestas de proyectos de MM (realizadas por diversos investigadores de Argentina). A partir de las descripciones realizadas destaca los aspectos comunes que tienen esos trabajos (determinación de un problema, búsqueda de información, matematización, obtención del modelo). Destaca que, en gran parte de los proyectos, con los datos y variables escogidas, se genera algún modelo, apelando a recursos tecnológicos. En todos los casos, se puede observar que modificando el recorte de la realidad o las variables seleccionadas, es factible modificar los primeros modelos.

En Assinari y Frassa (2017) se describe una experiencia desarrollada en una escuela secundaria del ámbito rural con modalidad pluricurso de la provincia de Córdoba. Los alumnos se agruparon de acuerdo con sus intereses, no necesariamente por el curso al que pertenecían y propusieron resolver algún problema vinculado con temáticas de tres proyectos institucionales ya establecidos al inicio del año escolar (realización en la escuela de una huerta orgánica; la producción de eco-ladrillos y la creación de un eco-mural con tapitas de plástico). Tomando como base nociones de Davis y Hersch (1989) y Bassanezi (1994) se propone iniciar un trabajo de MM. En cada grupo se establecieron acuerdos para llegar a plantear un problema relacionado con el proyecto seleccionado. Se explicitan discusiones y decisiones realizadas por los estudiantes; así como la necesidad de búsqueda de información relacionada al problema en cuestión para precisar las variables y para organizar la recolección de datos. Se muestran los modelos matemáticos a los que arriban para dar respuesta a los problemas formulados. También se exhiben intervenciones de los docentes para hacer avanzar la propuesta a cuestiones más generales; siendo necesaria la incorporación de recursos tecnológicos en algunos de los proyectos. Las autoras destacan el compromiso y motivación de los estudiantes.

En el trabajo de Mina y Dipierri (2017) se presenta la construcción y ejecución de un escenario educativo con estudiantes de secundaria de 13-14 años de una escuela de la ciudad de Córdoba. Se explicita cómo se realiza la invitación a los estudiantes a asumir el rol de diseñadores o constructores de rampas para dar una solución a un problema real. Cada grupo de estudiantes seleccionó una situación de la realidad donde fuera necesario construir una rampa. Las autoras rescatan que, los estudiantes tuvieron que considerar la mirada del otro (sujeto con posibilidades motoras limitadas) para llegar a seleccionar una situación real. La docente a cargo del curso presenta información inicial relacionada a la temática. En diálogo con los estudiantes sobre la información planteada por la docente, se reconocen conocimientos previos (como teorema de Pitágoras) de los estudiantes, que ayudan a comprender la información que se presenta. La reflexión acerca del diseño permitió la emergencia de discusiones en torno a conceptos no estudiados anteriormente (como pendiente de una recta). Se muestra cómo, en el uso y análisis de recursos tecnológicos se incorporan aspectos importantes de la

actividad matemática (localizar, medir, diseñar, explicar). Las autoras también explicitan un momento de validación y comunicación de la experiencia y destacan los procesos de visualización promovidos por el uso de la tecnología.

En Esteley (2014) se indagan los sentidos atribuidos por tres profesoras de matemática quienes participaron de una experiencia focalizada en escenarios de modelización. Tales experiencias se desarrollan en cinco cursos del nivel secundario en tres escuelas diferentes de la ciudad de Córdoba, todas públicas de gestión privada. Si bien el estudio focaliza en profesoras, también da cuenta de las actividades llevadas a cabo en esas prácticas en las cuales, para cada curso, los estudiantes organizados en pequeños grupos escogen libremente un tema y formulan un problema para modelizar. Se pone en evidencia que, en todos los cursos involucrados (tres de primer año y dos de quinto año), los estudiantes logran progresar con sus trabajos avanzando en las distintas fases de un proceso de MM (en el sentido de Bassanezi, 2002).

En Mina et al. (2007), Marguet et al. (2007) y Cristante et al. (2007), es posible encontrar detalles de los trabajos realizados por los estudiantes que participan de los escenarios estudiados en Esteley (2014). Muy brevemente, en Mina et al. (2007) se presentan ejemplos de trabajos de MM desarrollado por estudiantes de primer año, poniendo en evidencia la impronta que tienen las tecnologías en esos trabajos. Tanto en Marguet et al. (2007) como en Cristante et al. (2007) se presentan modelos matemáticos sofisticados elaborados por estudiantes de quinto año.

En Villarreal y Esteley (2013), se presenta un trabajo llevado a cabo con tres profesoras de matemática en el que participan estudiantes de cuatro cursos de primer año de una institución pública de la ciudad de Córdoba. En este caso en los cuatro cursos se trabaja con un único problema propuesto por las profesoras pero que se conforma a partir de un sondeo con estudiantes de la institución acerca de qué temas les interesa estudiar. En instancias de implementación del proyecto en clases que duran dos meses, se les solicita a los estudiantes que, bajo ciertas condiciones dadas, armen una figura humana de cuerpo completo usando piezas diferentes recortadas de revistas. Una condición formulada es que la figura sea lo más proporcionada posible. En esa instancia los estudiantes no habían trabajado todavía la noción de proporcionalidad. Este problema y en particular la condición de proporcionalidad requerida posibilita

que los estudiantes, trabajando en pequeños grupos, realicen un conjunto de *experimentos* midiendo sus propios cuerpos o partes de sus cuerpos, registren la información en diferentes formatos y realicen diferentes cálculos o propongan ideas acerca del sentido de proporcionalidad. La base del trabajo matemático se sostiene sobre las relaciones de *proporcionalidades empíricas* entre diferentes partes de sus cuerpos. El referente empírico no solo les ofrece herramientas para construir una figura proporcionada con recortes de figuras, esto es resolver el problema dado, sino que también permite avanzar sobre la comprensión de la noción matemática de proporcionalidad, el cálculo de media de un conjunto de datos, cálculos aritméticos con números decimales sino que también posibilita un espacio de reflexión sobre sus propios cuerpos o comprender y aceptar las diferencias entre ellos como algo natural.

En Reid et al. (2012) se describe y analiza una experiencia de MM desarrollada con alumnos de entre 14 y 15 años en una escuela secundaria de La Pampa. Se plantea como objetivo proponer a los estudiantes actividades abiertas y creativas, provocando la mayor cantidad y variedad de respuestas escolares sobre las nociones de función y su representación, tratando de encauzar los intereses de los alumnos hacia una mayor riqueza y profundidad de las interpretaciones. La tarea propuesta por la docente consiste en medir el tiempo que se tarda en el llenado de una botella, usando para esto una canilla, un bidón o una jarra. A partir de acuerdos sobre la simplificación de la situación a estudiar y la definición de variables de interés, cada grupo de estudiantes representa los datos recogidos en una tabla y gráficamente. Se retoman algunas observaciones de un grupo de estudiantes; se abordan algunas preguntas de la docente y se emplea un software para ajustar los valores obtenidos empíricamente a un modelo lineal. Las autoras concluyen que este proceso de MM permite a los alumnos formar sólidas raíces cognitivas para el aprendizaje del concepto de función y de las diferentes representaciones conectadas al gráfico de la recta.

Lo presentado para el ámbito local es muestra del avance de trabajos en el tema y en la diversidad de ámbitos educativos en los que, la MM coloca al conocimiento matemático no solo como un fin, sino también como un medio para describir y comprender situaciones de la vida cotidiana de los estudiantes. Gran parte de estos estudios destacan la importancia de los recursos

tecnológicos para construir, analizar y criticar modelos matemáticos. En algunos de los trabajos citados, se hacen evidentes aportes de autores brasileños y consideraciones sobre una mirada crítica (por ejemplo en Esteley, 2014; Villarreal y Esteley, 2013; Mina y Dipierri, 2017).

4

Estudios referidos a MM o proyectos vinculados a la educación estocástica

Ante la gran producción de investigaciones sobre la MM, su enseñanza y aprendizaje se destaca que, si bien en Stillman et al. (2020) hay un trabajo centrado en estadística y creación de sentido, en general es poco frecuente encontrar trabajos centrados en fenómenos estocásticos en los textos o encuentros de ICTMA. Este hecho puede deberse a que, quienes producen estudios centrados en fenómenos estocásticos, privilegian otros ámbitos para compartir sus trabajos como puede ser La Conferencia Internacional sobre la Enseñanza de la Estadística o ICOTS (por su sigla en inglés). De todos modos, como lo plantean algunos autores (por ejemplo Pfannkuch et al., 2018), la tardía incorporación de la estadística y probabilidad a los diseños curriculares escolares, puede haber influido en un bajo desarrollo de investigaciones focalizadas en la enseñanza de la estocástica y la MM. A pesar de la menor difusión de trabajos que vinculan estadística y MM, fue factible acceder a producciones internacionales y en menor medida a trabajos del ámbito local. Para dar cuenta de los trabajos recogidos, en la primera subsección (4.1) de esta sección, se recuperan estudios relacionados a la enseñanza de la estadística o probabilidad a nivel internacional; en la siguiente subsección (4.2) a nivel local. En la última subsección (4.3) se abordan en particular aquellos estudios vinculados a la enseñanza estocástica desde una perspectiva crítica.

4.1. Estudios realizados a nivel internacional. En el marco de la educación estadística (o estocástica), desde mediados de los noventa, se conforma la Asociación Internacional de Educación Estadística o IASE (por sus siglas en inglés). IASE es una organización internacional que tiene como objetivo apoyar el avance de la educación estadística en todos los niveles

educativos. La IASE viene tomando como su responsabilidad la organización de actividades educativas, el apoyo a grupos de investigación, una serie de reuniones, publicaciones periódicas y un sitio web (<http://iase-web.org/About.php>). Entre las reuniones que organiza la IASE se destaca ICOTS 10, desarrollada en el año 2018.

Cabe indicar que en las últimas actas de estas conferencias se han hecho evidente algunos trabajos de MM o con proyectos y focalizados en fenómenos estocásticos. Asimismo, se consideran este tipo de trabajos presentes en el III Congreso internacional virtual de educación estadística realizado en 2019.

Bogas et al. (2019) describen una experiencia de trabajo por proyecto llevada a cabo en clases de matemáticas, en una escuela secundaria en el norte de Portugal con estudiantes de primer año (edades entre 15 y 20 años). El proyecto de los alumnos tiene como objetivo investigar los usos que ellos dan a las redes sociales. Los estudiantes usan su propia información para llevar a cabo un ciclo de investigación; realizan un análisis descriptivo y comunican con un póster sus resultados. Los autores expresan que la mayoría de los grupos muestran capacidades para construir gráficos asociados con las respectivas medidas estadísticas de tendencia central, aunque se encuentran errores en algunos de ellos.

En Gomez-Blancarte y Santana-Ortega (2018) se examina cómo los estudios sobre proyectos estadísticos se ocupan de la alfabetización, el razonamiento y el pensamiento estadísticos; algunos de manera explícita y otros implícitamente. Los autores examinan 67 artículos de investigación y presentan un análisis de los resultados de los aprendizajes que se promueven mediante el uso de proyectos estadísticos (PE) y la forma particular en que se los conciben. Como producto del análisis, los autores encuentran que el uso de PE es un método bastante popular para aplicar, reforzar o demostrar lo que los estudiantes aprenden en clase. Expresan también que con pocas excepciones, los PE son periféricos al currículo básico porque no se consideran centrales en el proceso de enseñanza. Indican que, al aplicar PE como herramienta central de enseñanza, luego también se utilizan para evaluar el aprendizaje de los estudiantes. En esta revisión, los autores destacan beneficios del PE como estrategia central de enseñanza al enriquecer planes de estudio y promover alfabetización, razonamiento y pensamiento estadístico.

Lehrer y English (2018) sintetizan diversos estudios que investigan el potencial de proponer a niños de primaria, prácticas estadísticas para modelizar la variabilidad a la luz de la incertidumbre. Los autores desaconsejan enfoques poco sistemáticos que se centran estrechamente en, por ejemplo, el cálculo de estadísticos, en favor de otros enfoques más sistemáticos y con participación de los niños en prácticas de indagación, visualización y medición de la variabilidad al servicio de inferencias informales. La modelización de la variabilidad abre el camino para que los niños de los grados superiores realicen inferencias informales a la luz de estructuras de probabilidad. Estas prácticas pueden ser elaboradas o transformadas con aportes de las tecnologías digitales.

En Patel y Pfannkuch (2018) se presentan detalles de tipos de actividades cognitivas que el proceso de modelización necesita para sostenerse; trabajando con seis estudiantes de 11 años de Nueva Zelanda. Se describen muchas de estas actividades tales como: comenzar por comprender el problema del mundo real, aplicar estructuras para una transición al mundo modelo, mejorar el modelo y analizar datos simulados e interpretar los resultados para comprender el problema originado en el mundo real. El gran volumen de demanda cognitiva implica desafiar la complejidad de la investigación estadística. Por lo tanto, hay una necesidad de deconstruir el proceso para separar los dos mundos de investigación (real y probabilístico) y de explorar las demandas cognitivas de ambos mundos. También se destaca la importancia de que los estudiantes tengan una experiencia en la que se vean involucrados en un problema que afecta al contexto cotidiano de una manera significativa y puedan vivenciar cómo el proceso del modelado, basado en el azar y los datos, encapsula un problema y sugiere acciones y decisiones.

En Mesa et al. (2017) se relata una investigación con estudiantes de secundaria de Colombia (11 a 14 años) llevada a cabo con el fin de estudiar el desarrollo de competencias en estadística. Con ese fin se diseña y aplica una propuesta de enseñanza basada en proyectos colaborativos mediados por tecnologías digitales. En estos proyectos los estudiantes conforman grupos pequeños y escogen un tema para estudiar. La propuesta se ejecuta en siete etapas: conformación de grupos de estudios y selección de tema; trabajo con preguntas problematizadoras y producción colaborativa; escritura de proyecto; propuesta de proyectos grupales, construcción de encuestas; selección de una

muestra y aplicación de las encuestas; el análisis y presentación de resultados; comunicación de resultados. Al finalizar todas las etapas, docentes e investigadores realizan una valoración positiva del desempeño alcanzado por los grupos en cada proyecto en relación con el trabajo estadístico.

En Aymerich y Albarracín (2016) se presenta un análisis cualitativo del proceso de modelización de un grupo de trabajo formado por alumnos españoles de 15-16 años. Los estudiantes trabajan en una actividad estadística con datos reales. Considerando el ciclo de modelización propuesto por Blum y Leiss (2007), se discute sobre las dificultades encontradas por los investigadores para realizar una codificación precisa de los procesos de modelización que realiza un grupo de alumnos al resolver una tarea. En particular, se muestra una gran dificultad para determinar en cada episodio la pertenencia al dominio real o al dominio matemático. Los investigadores representan en un gráfico el proceso de trabajo seguido por el grupo y, al ciclo de MM original, se añade un espacio situado entre los dominios real y el matemático a fin de poder ubicar el auténtico dominio en el que los alumnos trabajan. Por otro lado, muestran la evolución del trabajo de los alumnos durante la actividad en la cual observan una gran cantidad de tomas de decisiones y replanteamientos del camino a seguir, así como diferentes tipos de trabajo matemático. A partir de los resultados, destacan la alta complejidad que encierra un proceso de MM.

Los trabajos presentados, dan cuenta de la vigencia y preocupación por el trabajo con MM vinculados con saberes y aprendizajes estocásticos. Se puede indicar que entre ellos hay ciertas diversidades en cuanto a la consideración de procesos de MM, tal vez con cierta prevalencia del proceso propuesto en Blum y Leiss (2007). Se destacan tres aspectos considerados esenciales en el trabajo estadístico: alfabetización, razonamiento, pensamiento estadístico (vinculados a aprendizajes) y el estudio de la variabilidad.

Luego de esta mirada en el ámbito internacional, en la siguiente sección se presentan trabajos realizados en torno a procesos de modelización o al trabajo por proyectos como medios para la educación estocástica en el ámbito local.

4.2. Estudios realizados en el ámbito local. En Argentina, la enseñanza estocástica se ha enfatizado recientemente en los diseños curriculares para las escuelas secundarias como contenidos a ser enseñados en los cursos de

matemática. Los contenidos propuestos se vinculan con la construcción e interpretación de información mediante tablas y gráficos estadísticos, exploración y análisis de técnicas de conteo y utilización de probabilidad clásica para el cálculo de probabilidades. En los diseños hay escasas sugerencias en cuanto a su enseñanza y son en general conocimientos que los profesores reconocen no alcanzar a desarrollar en sus cursos (Kucukbeyaz y Batto, 2012).

Considerando la formación de profesores, Tauber et al. (2016) describen un taller docente a fin de mostrar a los asistentes un proyecto estadístico que integre distintas ideas estocásticas fundamentales, además de introducir la necesidad de fomentar razonamientos inferenciales informales. El proyecto busca establecer conexiones entre diversas ideas fundamentales y los conceptos estadísticos asociados a ellas, tales como: datos, modelos, distribuciones, variabilidad, representatividad y resúmenes, teniendo como asistentes didácticos diversos materiales digitales y manipulables. Como resultados de este taller se espera problematizar acerca de la importancia del trabajo con proyectos estocásticos, propiciando la reflexión en torno a las bondades de estas propuestas y la concientización de los docentes respecto a consideraciones previas a realizar antes de plantear una propuesta de este tipo en el aula.

También con preocupación en la formación de profesores, en Pérez et al. (2015) se presenta un estudio centrado en actividades que buscan promover la alfabetización y el razonamiento estadístico en el nivel secundario, mediante talleres de formación docente. Se diseña y ejecuta una intervención dirigida a profesores de matemática en formación apelando a un conjunto de estrategias didácticas aplicables en el nivel secundario. Bajo una modalidad participativa, los talleres incluyen actividades con material manipulativo, juegos, simulaciones y análisis con datos reales. Se dictan cinco talleres en distintos profesorado de Buenos Aires, con 280 asistentes. Los talleres son evaluados positivamente en cuanto a contenidos, pertinencia y aplicabilidad. Se concluye que la intervención implementada contribuye a mejorar el proceso de formación y las actitudes hacia la estadística de los futuros profesores.

En los trabajos de Nanini y Serra (2014) y Ferreyra (2015) se presentan prácticas de enseñanza de estadística y se interesan por analizar el impacto del uso de las TDs para enseñar estadística. En ambos trabajos, durante las prácticas educativas, se trabaja con problemas con referencia a la realidad que puedan ser

abordados como proyectos cortos que impliquen no más de una semana de clases. En Nanini y Serra (2014) se discute sobre las dificultades de los estudiantes para analizar resultados numéricos obtenidos con las TDs. En Ferreyra (2015) se analizan impactos de las TDs para enseñar estadística focalizándose en las ventajas de su uso para realizar gráficos propios del trabajo estadístico.

En el libro de Bressan y Bressan (2008) se plantea que la enseñanza de la estadística y la probabilidad son naturalmente motivadoras e integradoras de conceptos. Se expresa que, basta que el docente elija el contexto adecuado a la edad e intereses de los estudiantes y busque ejemplos tanto de la vida cotidiana como de otras disciplinas, para trabajar las principales ideas estadísticas. Se proponen y presentan con detalles una serie de situaciones semirreales (Skovsmose, 2012), juegos de azar o de estrategias a partir de las que se pueden introducir, en la escuela, conceptos y procedimientos estocásticos.

El ámbito local está mostrando avances en estudios o experiencias con trabajos con proyectos y saberes estadísticos. Quizás como ha ocurrido en otras regiones, los modos en que se incorporan la Estadística y la Probabilidad en los diseños curriculares puedan estar jugando un rol que no favorece una incorporación más profunda y activa de estos saberes. Quizás también la formación en esas áreas de conocimiento de docentes que enseñan matemática juega un rol importante. Un avance sobre estas cuestiones se discutió en la reciente II Jornada Argentina de Educación Estadística y I Jornada Latinoamericana de Investigación en Educación Estadística, organizada por los Institutos de Ciencias Humanas y Ciencias Básicas y Aplicadas de la Universidad Nacional de Villa María y realizada de modo virtual en octubre y noviembre de 2020.

4.3. Estudios vinculados con una Educación Estocástica desde una perspectiva crítica. Dentro de los trabajos que promueven la educación estadística vinculada a procesos de modelización o basada en proyectos, interesa identificar aquellos sustentados desde una perspectiva crítica.

En el estudio de González et al. (2017) se proponen ambientes de aprendizaje creados a fin de favorecer la interpretación de información suministrada por la Cultura Mediática. Con ese fin trabajan con estudiantes colombianos de 13 a 15 años. Proponen situaciones de aprendizaje estructuradas desde la mirada de la Educación Matemática Crítica (EMC) buscando promover

la alfabetización, el pensamiento y el razonamiento estadístico. Se acude a la metodología *experimento de enseñanza* y se sustenta esta decisión expresando que la misma permite una intervención directa en el aula del docente como investigador y provee los insumos para el análisis propio del proceso de indagación. Al trabajar desde una perspectiva crítica, previo al experimento, realizan un estudio de las características de los estudiantes y sus entornos. Observan que los estudiantes asumen una perspectiva escéptica respecto a los contenidos de la Cultura Mediática hasta comprobar que lo que leen o escuchan puede ser manipulado por los medios de comunicación, para intentar promover en el ciudadano una inclinación hacia un interés político particular. Además, los autores expresan que, partiendo de la construcción de un experimento de enseñanza para educación secundaria se consolida una postura conceptual que une la EMC, los ambientes de aprendizaje y la cultura mediática con la que se construye la propuesta.

En Campos (2016) se presentan experiencias de proyectos pedagógicos que buscan la interacción entre educación estadística con educación crítica. Estas experiencias buscan fomentar competencias críticas, además de las competencias de alfabetización, razonamiento y pensamiento estadístico. Se propone el trabajo por medio de proyectos de MM como una estrategia pedagógica adecuada para desarrollar una Educación Estadística Crítica (EEC). Se sintetizan dos proyectos realizados con estudiantes universitarios de Brasil. En el primero el docente invita a los estudiantes a investigar si el calentamiento global es un hecho o una hipótesis y si hay evidencias de su ocurrencia en Brasil. En el segundo se parte del tema índices económicos, contenido curricular de la disciplina estadística, correspondiente a un curso en ciencias económicas. El tratamiento de estos índices incluye índices socioeconómicos, tales como el índice de desarrollo humano. En estas instancias, los estudiantes, divididos en grupos, seleccionan algunos tópicos para estudiar e investigar en relación con el índice de desarrollo humano. El autor describe distintos momentos de los proyectos en los que se observan las cuatro competencias mencionadas antes. Se hace notar que, en tales proyectos, se observan los principios de una Educación Estadística Crítica tales como, la utilización de datos reales contextualizados, la interpretación y análisis de los resultados obtenidos y el debate sobre cuestiones planteadas en el marco de un contexto político-social.

En Zapata Cardona et al. (2015) se describe una investigación estadística sobre ciber-dependencia. Se inicia a partir de una problemática que percibe la docente en sus estudiantes. Se trabaja con estudiantes de décimo grado de Colombia (15-16 años). Se les presenta a los estudiantes una noticia que describe las peripecias de profesionales y padres de familia para ayudar a pacientes e hijos a superar la adicción a internet. Desde allí se estimula a los estudiantes a discutir sobre la adicción a internet y narrar anécdotas con respecto al fenómeno. Una vez que los estudiantes expresan sus reflexiones con respecto a la noticia se les presenta una pregunta para indagar si son más ciber-dependientes los hombres o las mujeres en la escuela. Los estudiantes, en grupos de cinco, discuten el problema y plantean diseños para resolver la cuestión planteada. Algunos de los diseños son nombrados por los autores como muy primarios y que no contribuyen para dar respuesta a la pregunta. La diversidad de diseños propuestos da origen a discusiones en términos de la conveniencia y el alcance de estos. Las discusiones son consideradas herramientas que ayudan a refinar un instrumento apropiado para recoger información pertinente. Los estudiantes recogen la información de la muestra, la organizan en tablas y gráficos, y la analizan. Como parte del estudio se solicita hacer un escrito narrando los hallazgos más importantes. Finalmente, los estudiantes terminan su análisis con una serie de recomendaciones para contribuir a reducir la ciber-dependencia, tales como fomentar prácticas deportivas, musicales y otras actividades extracurriculares que mantengan a los jóvenes fuera del ciberespacio.

En el trabajo de Quirós (2012) se parte de una concepción de aprendizaje basado en proyectos, reconocida como actividad realizada por los estudiantes en torno a la resolución de situaciones vinculadas a un tópico concreto y relacionada con un área de estudio. Apelando a un estudio de casos, se plantea como objetivo caracterizar y analizar el desarrollo del nivel de competencias (estadísticas) de un curso de 27 estudiantes españoles de 14 años mediante la puesta en marcha de un proyecto. Se destaca de este trabajo su interés por caracterizar el nivel de competencias de los estudiantes de secundaria. En ellas, los niveles más bajos corresponden a alfabetización estadística¹⁴, un nivel

¹⁴ Para Quirós (2012) la alfabetización estadística incluye los conocimientos básicos y más importantes que se utilizan para comprender los argumentos cuantitativos sobre base de datos. También incluye la comprensión de conceptos, vocabulario y símbolos.

intermedio corresponde a razonamiento estadístico. El nivel superior se asocia a pensamiento estadístico¹⁵. En el estudio realizado se encuentra que, mediante el trabajo con proyectos, se produce una evolución positiva en las competencias de los estudiantes para aplicar el conocimiento estadístico. Además, promueve actitudes favorables hacia la comunicación y argumentación; el trabajo colaborativo; la capacidad para potenciar habilidades intelectuales; la promoción de responsabilidad personal y pensamiento autocrítico.

Campos et al. (2011) abordan el desarrollo de tres competencias vinculadas a la educación estadística (alfabetización, pensamiento y razonamiento estadísticos). Consideran la MM como una posibilidad concreta de integración entre educación estadística y educación crítica. Los autores presentan un proyecto de modelización con estudiantes universitarios. Estos autores consideran la MM desde la perspectiva discutida por Barbosa (2006, 2007) y asumen que el trabajo con modelización matemática en el aula de estadística contribuye para el desarrollo de la alfabetización, del pensamiento y del razonamiento estadístico en la medida en que permite: trabajar con datos reales, relacionar los datos al contexto en que están insertos; interpretar sus resultados; trabajar en grupos; criticar interpretaciones de otros; promover juicios sobre la validez de las conclusiones; evaluar constantemente el desarrollo de las tres capacidades (alfabetización, razonamiento y pensamiento) en cada dominio de la estadística; promover, para cada contenido, la triangulación entre objetivos, actividades y evaluación. Bajo esta perspectiva, se describe un proyecto llevado a cabo con 25 estudiantes universitarios de un curso introductorio de estadística en una carrera de ciencias económicas de Brasil. Se plantea estudiar por medio de la estadística el comportamiento del mercado de capitales. Motivados por las ganancias anunciadas en las operaciones del mercado de valores, los estudiantes demostraron interés en el tema, lo que lleva a proponer un trabajo de modelización. Los estudiantes son orientados para que se registren en un sitio web que pone a disposición gratuitamente los datos sobre el precio de las acciones en la bolsa de valores de São Paulo. Este sitio también permite una simulación de operaciones de compra y venta de acciones. Al mismo tiempo, los estudiantes se van familiarizando con los métodos de

¹⁵ Para caracterizar razonamiento y pensamiento estadístico toma como aporte las conceptualizaciones de estas tres nociones dadas por Garfield, del Mas y Chance (2003).

análisis a partir de la lectura de algunas referencias bibliográficas indicadas por el profesor. Los estudiantes ya conocían las nociones de media aritmética, desviación estándar, varianza y regresiones lineales (temas abordados en el proyecto). El proyecto se desarrolló en cinco etapas. En las cuatro primeras, centran la atención en los aspectos estadísticos en sí mismos. En la quinta etapa, se focalizan en aspectos políticos y sociales relacionados con el trabajo realizado propiciando discusiones y reflexiones. Como reflexiones del proyecto, los autores manifiestan que, por un lado las habilidades trabajadas en el proyecto dieron la oportunidad a los estudiantes de gestionar su propia carrera como consultores para inversiones, por otro lado, la oportunidad de observar que la competitividad del mercado laboral y la búsqueda incesante por mayores beneficios, privilegiaron las TDs, al capital humano lo que puede representar a futuro un problema social serio para los jóvenes.

En el ámbito local destacamos los trabajos de Carranza et al. (2016) y el de Galfione y Alonso (2013).

En el trabajo de Carranza et al. (2016) se relata una experiencia desarrollada en dos escuelas técnicas de Alto Valle de Río Negro. Uno de ellos desarrollado en torno al diseño, construcción e instalación de un deshidratador solar automatizado para ser donado a una escuela rural. En este artículo se recupera la función social del conocimiento y el valor interdisciplinario del proyecto. Los autores, consideran a las disciplinas escolares como recursos de formación y de desarrollo de competencias, antes que objetos a aprender. Resaltando además, el sentido que otorga para los estudiantes el proyecto por el hecho de poder contribuir a la sociedad. En el desarrollo del proyecto se observan: la incertidumbre en diferentes momentos; la toma de decisiones colectivas, el respeto hacia aportes de todos los partícipes; la revisión y modificación de decisiones sobre las acciones a realizar y sobre los modos de organizarse. Si bien en el artículo se mencionan diferentes tipos de conocimientos estadísticos que se abordaron, no se detalla la manera en que los mismos son abordados.

En Galfione y Alonso (2013) se describe una experiencia de enseñanza de estadística con estudiantes de 16 o 17 años de un colegio de Córdoba. En tal experiencia se trabaja bajo la idea de MM con un proyecto de investigación escolar que tiene como temática principal, una crítica a los métodos de trabajo

del Instituto Nacional de Estadística y Censos (INDEC) focalizándose en el cálculo de la Canasta Básica Alimentaria (CBA). Implicando en tal experiencia estudios a fin de comprender y simular algunos métodos utilizados por INDEC para los cálculos de la CBA. Un resultado de este trabajo se vincula con las dificultades para llevar adelante proyectos de investigación con estudiantes, pero también se destaca la construcción de sentido del trabajo estadístico, la importancia de acceder a las TDs para hacer avanzar el proyecto y el análisis de instrumentos estadísticos oficiales. Los avances de las estudiantes llevan a reflexionar sobre la necesidad de contextualizar algunos resultados estadísticos.

En esta sub-sección 4.3 se hacen evidentes avances recientes sobre trabajos en el ámbito internacional en los que se vincula MM y enseñanza de estadística desde una perspectiva crítica con una prevalencia de estudios a nivel universitario. Mientras que el ámbito local pareciera haber un desarrollo muy incipiente de trabajos en tal sentido.

Mientras que, en la sección 4, se observa el interés de la comunidad internacional y local hacia la educación estocástica que contempla el trabajo con MM. También se va reconociendo el surgimiento de algunos estudios que encuentran en la modelización una alternativa para articular educación estocástica y educación crítica.

De los trabajos analizados en las Sección 4, se destacan ciertos conceptos recurrentes tales como: razonamiento y pensamiento estadístico, alfabetización estadística, variabilidad e incertidumbre, trabajo colaborativo y trabajo con proyectos.

Luego de los avances presentados en las Secciones 3 y 4 sobre investigaciones referidas al trabajo con MM o proyectos estadísticos en el ámbito escolar, en la siguiente sección, se exploran trabajos que aborden el empoderamiento en la educación matemática en general y la educación estocástica en particular. Atendiendo a los propósitos del presente estudio; que además de vincular una Educación Estadística Crítica (EEC) con la modelización a través de los escenarios de modelización estocástica crítica; se interesa por analizar las posibilidades para el empoderamiento de los sujetos que intervienen en dichos escenarios.

5

Antecedentes vinculados con empoderamiento en educación matemática o estocástica

En 2017, la asociación de profesores de matemática de Singapur edita su libro anual titulado *Empowering Mathematics Learners* (Kaur y Lee, 2017). En dicho texto se toma como noción de empoderamiento una definición del término tomadas del diccionario. Esas ideas se relacionan con otorgar poder, habilitar o permitir. Como se indica en el primer capítulo del texto, el empoderamiento consiste en dar poder o habilitar a los estudiantes para apropiarse de la matemática y para desarrollar ciertas capacidades vinculadas con el trabajo matemático. Si bien en algunos de los capítulos se proponen actividades que guardan relación con la MM o se propician algunas discusiones en relación con entornos sociales, en su mayoría tales capítulos se focalizan en el aprendizaje de saberes matemáticos. Desde la perspectiva de Ernest (2002), se puede indicar que el empoderamiento en este texto ha privilegiado fundamentalmente una dimensión matemática. Esto es, otorgar poder sobre destrezas, símbolos, conceptos matemáticos entre otros.

En contraste, Chaparro et al. (2019), desde otro sentido de empoderamiento, presentan a la Educación Matemática y a la MM como herramientas poderosas para el empoderamiento. Los autores entienden al empoderamiento como el acto de comprender realidades concretas de una sociedad a través de la Educación Matemática y la MM. En este estudio, el empoderamiento, permite a estudiantes de 15 a 16 años, de una escuela colombiana, analizar y tomar decisiones frente a situaciones cotidianas que se presentan en su sociedad. Esta investigación se desarrolla considerando una problemática ambiental que atraviesan diversas comunidades colombianas como resultado de la exploración y explotación petrolera realizada por empresas transnacionales y multinacionales. Se trabaja apelando a una investigación acción y la creación de un escenario educativo que involucra diferentes fases y actividades de trabajo con los y las estudiantes. Los estudiantes completan sus trabajos con la entrega de un informe sobre los proyectos desarrollados por cada grupo y enfatizan conclusión y análisis de todo lo trabajado. Se concluye que los estudiantes no sólo encuentran un resultado final de acuerdo con una modelización matemática planteada, sino que interpretan y toman una postura

crítica sobre la situación ambiental del país, lo que les permite afirmar que los y las estudiantes con la ayuda de la Educación Matemática y la MM empiezan a cuestionar las situaciones que atraviesa el país. Con esto dan muestras de empoderamiento en el sentido dado a este término en el estudio.

En Araújo y Martins (2017) se presentan reflexiones inspiradas en un taller de modelización matemática, guiados por una EMC, llevado a cabo con un grupo de estudiantes universitarios. Estos estudiantes, participan de la ocupación de una universidad nacional de Brasil en un contexto de protestas contra reformas constitucionales referidas a la distribución de gastos públicos propuestas por el gobierno. Las autoras expresan el objetivo de estudiar y discutir, a partir de las reflexiones que acontecen en el taller, la idea del empoderamiento sociopolítico apelando a la matemática, en un contexto de formación de profesores de matemática. Los estudiantes plantean una necesidad de comprender mejor el proyecto de reforma constitucional. Este proyecto establece que los gastos públicos, de un determinado año, están limitados a los gastos del año anterior, corregidos por la variación del Índice Nacional de Precios al Consumidor Amplio (IPCA) durante un cierto período de tiempo. El grupo de investigación en MM considera necesario, restringir el alcance de las discusiones para esbozar un problema que pueda ser abordado matemáticamente en el taller. Proponen a los participantes del taller el siguiente problema: ¿cuál sería el salario mínimo hoy en día, si se calculara según las normas establecidas en la propuesta de reforma? A partir de este problema, los investigadores presentan una tabla con valores vigentes de salario mínimo y otra con los índices IPCA desde 1995 a 2016. Los participantes son invitados a simular el salario mínimo según lo que establece el proyecto de reforma en un año que ellos seleccionen. Luego de una hora de trabajo en grupos, cada grupo ofrece sus respuestas. Las autoras muestran a modo de ejemplo una de las producciones de los futuros profesores en las que, partiendo desde un año fijo, arman una tabla con salarios mínimos reales de cada año y la simulación de los salarios que se obtienen empleando lo propuesto en el proyecto de reforma desde el año escogido hasta la actualidad. Las autoras encuentran que el taller puede ser entendido como un ejemplo de empoderamiento sociopolítico en el sentido de Skovsmose (2011) en la medida en que muestra a los estudiantes el

poder que ellos tienen (una sólida formación matemática) para discutir temas de gran interés social y político.

En Reyes (2011), Reyes (2013), Reyes y Cantoral (2016) se discuten y presentan resultados relativos a empoderamiento docente. Para ello consideran articulaciones entre tres ejes: la funcionalidad del saber matemático, el constructo de empoderamiento docente y el espacio del aula ampliado (aula extendida). Consideran el empoderamiento docente como un proceso que estudia la profesionalización docente a partir de la problematización de la matemática escolar. Los autores consideran la problematización del saber matemático y problematización de la matemática escolar como base para impulsar el empoderamiento docente. Parten en todos sus trabajos de una visión contextualizada de la producción de saberes y la producción de significados. Reyes y Cantoral (2014) entienden el empoderamiento docente como un proceso del individuo, que colectivamente parte de la reflexión y que se consolida en la acción. Se espera que el docente al empoderarse logre apropiarse del saber matemático escolar y pueda hacerse dueño de su práctica.

Camelo et al. (2013) trabajan con estudiantes de 13 años de una escuela pública colombiana en prácticas de modelación matemática focalizadas en contextos cercanos a los estudiantes. Para el trabajo en aula optan por un enfoque investigativo diseñado desde una perspectiva socio crítica, buscando promover procesos de alfabetización y democráticos. Buscan identificar y analizar potencialidades y dificultades que se presentan en el montaje del escenario de aprendizaje, así como determinar los tipos de discursos en relación con los conocimientos construidos en el proceso de MM. La situación problemática se vincula con el manejo de residuos sólidos y sus vínculos con la salubridad. Los resultados reportados, señalan que el trabajo de en el aula permite que los estudiantes reflexionen y actúen sobre la situación investigada y el reconocimiento de la potencialidad de los modelos construidos. Los autores reconocen el poder del escenario para propiciar discusiones y diálogos encaminados a identificar cómo lo social puede anteceder a lo matemático facilitando las interacciones entre profesor y estudiantes. Los estudiantes realizan cálculos numéricos, trazan gráficas u otras actividades matemáticas necesarias para hacer avanzar el proyecto. Los autores señalan algunas dificultades u obstáculos para la generación de este tipo de escenarios tales

como la cultura tradicional del aula de matemáticas, la organización estándar de los contenidos matemáticos en los currículos, la geometrización de los espacios, los tiempos de aprendizaje de las matemáticas que se consideran en la escuela y la vigilancia institucional por el cumplimiento de los contenidos en los tiempos establecidos. A partir de su trabajo concluyen que el entrelazamiento entre las actividades matemáticas de modelización y otros elementos disciplinares, sobre todo su concientización política, tienen un potencial crítico de empoderamiento.

Si bien, se han recuperado estudios vinculados con MM, crítica y empoderamiento, no se ha identificado una extensa producción de trabajos que vinculen los tres aspectos. Tampoco resulta factible encontrar trabajos que vinculen MM, estocástica y empoderamiento. De lo presentado en la Sección 5 se hace notar la variabilidad de visiones sobre empoderamiento. Se destacan aspectos que resultan relevantes para este estudio en relación con empoderamiento tales como los pares empoderamiento-crítica, empoderamiento-aula ampliada, empoderamiento-sentido, empoderamiento-apropiación (de saberes o prácticas), empoderamiento-entornos sociales y la terna, empoderamiento-alfabetización-democracia.

En síntesis, considerando los estudios o experiencias presentadas en las secciones 3 a 5, se puede indicar que MM, estocástica, crítica y empoderamiento son aspectos de interés de estudio en el campo de la educación matemática y que dan soporte a investigaciones en contextos y condiciones diversas. No siempre esos cuatro aspectos se conjugan, pero, de todos modos, los aportes de cada estudio resultan de especial interés por ellos mismos y para analizar el sentido del presente estudio y su inserción en el ámbito local e internacional. Esto último se discute de forma breve en la siguiente sección.

6

Inserción del propio estudio

Para analizar la inserción del estudio en el ámbito internacional y local, se sintetizan aspectos relevantes reconocidos en las secciones anteriores para luego identificar la perspectiva de MM que subyace en la tesis y hacer evidentes vacancias relevantes. Finalmente se posiciona la tesis en ese marco de trabajo.

En el recorrido por los antecedentes se han puesto en evidencia diversos estudios que trabajan con escenarios de modelización como estrategia pedagógica o con trabajo con proyectos a nivel internacional y local. Se ha ilustrado un movimiento importante con ese tipo de trabajos como así también una preocupación por compilar o recuperar tales producciones a cargo de ICTMA. Esos trabajos son diversos en orígenes, propósitos, contextos de uso y perspectivas de trabajos adoptadas (Frejd y Bergsten, 2018; Kaiser y Sriraman, 2006).

Aunque con un volumen de producciones más acotadas en el ámbito internacional y más aún en el local, se presentaron estudios que abordan la modelización o trabajo por proyectos de conocimientos estocásticos. En el marco de propuestas de modelización, algunos de tales estudios proponen la enseñanza de nociones estocásticas desde una perspectiva crítica. Finalmente, se destacan aquellos estudios vinculados a la educación matemática o estocástica en los que se puede observar una preocupación por el empoderamiento de los sujetos involucrados.

Tomando como referencia las categorías no disjuntas presentadas en Frejd y Bergsten (2018) y Kaiser y Sriraman (2006) que dan cuenta de perspectivas de trabajo con MM, se identifica la perspectiva de trabajo con MM que se encuentra en esta tesis. Dicha perspectiva de MM es compatible con una modelización realista o aplicada en el sentido que persigue un objetivo centrado en resolver un problema del mundo real; una modelización contextual porque plantea objetivos de origen temático; una modelización educacional porque tiene como propósito que la MM se convierta en una herramienta didáctica o conceptual. Pero fundamentalmente, se destaca que la perspectiva desde la que se trabaja en la tesis se corresponde con una modelización socio-crítica o socio-cultural porque con el trabajo con MM en el que se involucran los estudiantes persigue una comprensión crítica del mundo circundante¹⁶.

Cabe enfatizar que los estudios reseñados se producen desde perspectivas diversas, varios de ellos desde la perspectiva crítica. La distribución de trabajos por perspectivas y según tematicen solo MM o MM y Estocástica o MM, Estocástica y

¹⁶ La expresión crítica del mundo se vincula con dos aspectos de la crítica. Por un lado prestar atención e identificar una situación crítica y por otro lado criticar la situación apelando a análisis y valoraciones sobre la situación. Sobre esto se avanzará con más detalles al presentar los soportes teóricos.

empoderamiento dan cuenta de un avance desbalanceado en lo temático. Se encuentran pocos trabajos que contemplen las tres perspectivas de trabajo de aula pertinente con esta tesis como así también con las preguntas que la guían.

En lo referido al trabajo con MM desde varias perspectivas es claro el desarrollo amplio y fructífero que existe en la actualidad. Si bien más escasos, los estudios sobre MM vinculados a saberes estocásticos, se identifica un movimiento creciente en ese sentido que resulta promisorio. Son más escasos los estudios vinculados con perspectivas críticas particularmente aquellos conectados con educación secundaria. Al respecto, es importante recordar que, en el nivel secundario de muchas regiones, la enseñanza de la estadística y la probabilidad no se conforma como áreas reconocidas en los diseños curriculares (Pinto et al., 2020). En particular, como se explicita en esta tesis, en los diseños curriculares para la escuela secundaria en la provincia de Córdoba se incluye el eje probabilidades y estadística dentro de la asignatura matemática y se sugiere la “modelización” para realizar propuestas de enseñanza (Ministerio de educación de la provincia de Córdoba, 2011).

Los modos en que se coloca (o no) a los saberes estocásticos o el rol que se asigna a la MM en diseños curriculares, puede ser considerado como un factor que afecta la producción de estudios que conjugan MM y saberes estocásticos y, de allí, la identificación de una cierta vacancia en esos estudios.

Es quizás en lo referido a empoderamiento vinculado con MM, saberes estocásticos y crítica, donde mayor vacancia se evidencia. A pesar de ello, es factible ir identificando pares o ternas relevantes vinculados con empoderamiento como así también la presencia de conceptos recurrentes en las investigaciones sobre educación estocástica. Estas recurrencias son aportes para guiar el estudio.

Cabe indicar que las vacancias detectadas, son cuestiones que se tornan en un desafío para el desarrollo de la tesis y a la vez una oportunidad para realizar propuestas como las que se presentan en las secciones 8, 9.3, 10, 13 y 16.

Particularmente en la tesis se proponen dos ideas sustanciales para el estudio. Una de ellas es la de Escenario de Modelización Estocástico Crítico (EMEC) considerada como espacio educativo que promueve cierto abordaje pedagógico. Más aún, interesa explorar qué sucede cuando tal escenario pretende propiciar un proceso de alfabetización estocástica crítica que va más

allá del desarrollo del razonamiento y el pensamiento estocástico o con capacidades solo vinculadas al manejo de saberes matemáticos propiciadas por PISA o como se discute en Kaur y Lee (2017). Sin dejar de desconocer los aportes de tales desarrollos, con un EMEC, se busca ofrecer espacios para que los estudiantes puedan interpretar y actuar sobre el contexto socio-político de su comunidad, ofreciendo espacios donde se pueda desenvolver una competencia democrática crítica de los sujetos que intervienen. Es decir; escenarios donde sea posible estudiar espacios para el empoderamiento de los estudiantes, como se discute con más detalles en la próxima Parte III, que no solo contemplen una dimensión matemática, sino también otras dimensiones como pueden ser la dimensión social o epistemológica (Ernest, 2002).

Con esta tesis se espera poder contribuir con una delimitación del constructo de escenarios de modelización estocástica crítica, con evidencias empíricas de la puesta en juego de un escenario de esa naturaleza, acompañada de un estudio sistemático de lo que acontece en tales escenarios y sus posibles relaciones con el empoderamiento.

Avances parciales de esta tesis dan cuenta de las posibilidades de contribuir con aportes para el ámbito local. En este sentido, en Magallanes et al. (2014) se describe el diseño y ejecución de un proyecto en un tercer año de una escuela secundaria. Se describe la perspectiva de una Educación Matemática Crítica para generar un auténtico escenario de investigación; a partir de una problemática relacionada con contaminación del agua y que fuera formulada por los estudiantes. Se sintetizan las fases, los tiempos y algunas de las actividades vividas en el marco de este escenario. Luego en Esteley y Magallanes (2017) se describen aspectos relacionados con la experiencia vivida que toma como eje el trabajo con proyectos de modelización matemática y se destaca la naturaleza interdisciplinaria del problema seleccionado por los estudiantes. En un trabajo más reciente (Magallanes y Esteley, 2019) se presentan algunas características vinculadas con el escenario creado y se exhiben algunos aportes que realizan los estudiantes en ese escenario tomando como referente empírico los trabajos producidos por ellos.

Para proponer ideas sobre EMEC y espacios que propician el empoderamiento, se acude a aportes de diversos autores. Varios de ellos ya han sido mencionados en esta parte como es el caso de Pfannkuch, Zapata Cardona,

Campos. Se destacan también los aportes de Ferreira, Jacobini y Wodewotzki. Todos ellos ofrecen aportes valiosos al concentrarnos en el trabajo estocástico.

De Skovsmose y Valero se consideran ideas sustanciales provenientes de la EMC. Los aportes teóricos y analíticos de Ernest son la base para proponer dimensiones de análisis de empoderamiento pertinentes al contexto que enmarca el estudio.

A la base de todo el trabajo y de los constructos que se proponen se destacan las nociones de emancipación, democracia y alfabetización que abrevan en trabajos de Freire, Giroux, Apple, Rancière, Foucault, entre otros.

Aportes e ideas de estos autores ofrecen, como se intenta hacer evidente en la próxima Parte III, una amalgama de ideas que dan soporte al estudio y le otorgan identidad.

PARTE III

Interacciones entre aportes provenientes del campo educativo y el de la educación matemática. La crítica como hilo que los entrelaza

“el "analfabeto" político —no importa si sabe leer y escribir o no—es aquel o aquella que tiene una percepción ingenua de los seres humanos en sus relaciones con el mundo, una percepción ingenua de la realidad social que, para él o ella, es un hecho dado, algo que es y no que está siendo.” (Freire, 2004b, p. 73)

Para Kincheloe et al. (2018), hoy resulta más complicado que nunca señalar qué constituye la teoría crítica, la pedagogía y la investigación críticas. Los autores advierten que, el advenimiento de una mayor conciencia de la diversidad de experiencias y epistemologías entre grupos específicos dan lugar a muchas teorías críticas y enfoques de investigación. Este hecho guarda coherencia con la propia perspectiva que postula que la teoría crítica debe mantenerse suficientemente abierta como para posibilitar cambios, desacuerdos y crecimientos (Kincheloe et al., 2018)

Hoy en día, es posible distinguir perspectivas de investigación en muchos campos de conocimiento que informan sobre teorías críticas (un ejemplo es la Educación Matemática Crítica).

Reconociendo diversidad al interior de la perspectiva crítica, en las secciones que vienen no se pretende llegar a una presentación exhaustiva sobre la misma sino que se intenta exhibir una síntesis de ideas en el marco de esta perspectiva que se considera sustento para el estudio.

7

Consideraciones sobre la Teoría Crítica y nociones relevantes: breves consideraciones

En esta sección se busca hacer evidente ideas y constructos de la teoría crítica que se reconocen como los primeros cimientos o referentes teóricos para el trabajo de tesis. Es sobre estos cimientos que, por un lado se realizan opciones respecto a visiones de la educación matemática y estocástica que se

toman como base para analizar el escenario educativo. Por otro lado se enfatizará en aquellas ideas que guardan conexiones con empoderamiento.

No solo se reconoce diversidad de aportes teóricos críticos sino que, como lo puntualiza Morales Zúñiga (2014), la propia noción de crítica tiene múltiples definiciones, en su mayoría, las mismas se vinculan con la etimología de la palabra que procede del vocablo griego κρίσις e implica reconocer una situación crítica pero también a las acciones de establecer juicio o tomar decisiones sobre lo reconocido como crítico.

A pesar de las diferencias hay concordancia en reconocer que, una multiplicidad de las tradiciones críticas, se inspiran en los trabajos de Karl Marx, Immanuel Kant, Georg Wilhelm Friedrich Hegel, Antonio Gramsci, Max Weber, teóricos de la Escuela de Frankfurt; teóricos sociales como William Du Bois, Jean Baudrillard (Kincheloe, et al., 2018).

En particular, para Morales Zúñiga (2014) la noción de crítica en la filosofía se considera desde los aportes de Kant. Su crítica es epistemológica, porque cuestiona no el conocimiento, sino los límites de la razón y del entendimiento, no se cuestiona sobre los objetos, más bien cuestiona los límites, las condiciones y el nivel en que la razón puede acercarse a los objetos. Entre las elaboraciones posteriores al trabajo de Kant, una de las obras más destacadas del pensamiento crítico del siglo XIX es la de Karl Marx. El trabajo de Marx es una forma de pensamiento crítico que además de ser epistémico, es social, pues no solo es una evaluación de las formas de conocimiento, y de los procedimientos de la razón en diversos terrenos de saber (Filosofía, Economía, Derecho, entre otros) y la sociedad, sino que incluye una crítica social. Este pensamiento crítico impacta en la educación a partir de la creación y desarrollo de la teoría crítica de la Escuela de Frankfurt cuyo objetivo central es precisamente teorizar, desde una forma de pensamiento crítico, el fenómeno educativo (Morales Zúñiga, 2014). El pensamiento crítico retira velos ideológicos dominantes o “sombras ideológicas” (Freire, 2004a, p. 13), es un pensamiento progresista, político en el cuál algo se hereda y algo se adquiere como nuevo (Herrera y Martínez, 2018). Es pensar en justicia social (Bonilla, 2018). Giroux (2003) entiende que este pensamiento crítico representa la actitud de trascender los supuestos del sentido común y juzgarlo como un acto político fundamental:

Desde esta perspectiva, el pensamiento crítico se convierte en un modo de razonamiento que, como señala Merleau-Ponty representa la comprensión de que «soy capaz», con lo cual ese autor alude a que uno puede usar las capacidades individuales y las posibilidades colectivas «para ir más allá de las estructuras creadas a fin de crear otras»¹⁷ (p. 57)

Realizadas estas breves consideraciones, en la siguiente subsección 7.1 se consideran algunos aportes para el presente estudio provenientes de la pedagogía crítica.

7.1. Pedagogía Crítica. La obra del educador brasileño Paulo Freire es considerada fundacional para la pedagogía crítica, en ella se sostiene una filosofía de la práctica en la cual, la teoría se formula a través de la acción y se perfecciona y desarrolla en un bucle continuo (Kincheloe et al., 2018). También se acepta que esta perspectiva recupera aportes de pensadores de la Escuela de Frankfurt u otros pensadores tales como Antonio Gramsci, Henry Giroux o Peter McLaren, entre otros. La propuesta de la pedagogía crítica busca realizar aportes para prácticas educativas tomando insumos provenientes de la teoría crítica, entre otras. Esta pedagogía se focaliza principalmente en la práctica y en el cuestionamiento de la realidad social. Uno de los ejes principales es la concepción de educación como praxis educativa que permita alcanzar la *emancipación* de las clases oprimidas por medio de la *concientización* que se logra a partir de realizar un cuestionamiento de la realidad que permita comprenderla para transformarla (Morales Zúñiga, 2014).

Para Freire (1970, 1992, 1997), la pedagogía consiste, ante todo, en una reflexión acerca de la práctica y del contexto desde opciones emancipadoras a fin de favorecer la construcción de un sujeto social protagónico que toma su especificidad de acuerdo con contextos definidos y con historias relativas a las colectividades en las que está inmerso.

Ortega (2009) identifica líneas argumentativas de la pedagogía crítica, entre ellas: la construcción de una visión social para el trabajo de los docentes, las formaciones específicas en el campo de las políticas educativas, del currículo y de la didáctica; los discursos para la regulación social; la reflexividad crítica acerca de las prácticas pedagógicas y socio culturales.

¹⁷ Las dobles comillas («») son utilizadas en el original para enfatizar.

Giroux (2000, 2001) plantea que la pedagogía crítica busca desarrollar condiciones en el aula para que los estudiantes puedan criticar, leer y escribir ciertos códigos culturales existentes y que los profesores puedan estructurar relaciones sociales en el aula que permitan crear espacios a fin de producir nuevas formas de conocimiento, subjetividad e identidad.

La pedagogía, desde esta perspectiva, es considerada una forma de trabajo académico en la cual cuestiones de tiempo, autonomía, libertad y poder son tan importantes para la clase como el propio saber que se está queriendo enseñar (Giroux, 2008).

Para Freire, todo acto educativo es un acto político, generalmente implícito y en muchos casos es inconsciente por parte de los actores que intervienen en tales actos (Frelat-Kahn, 2005; Terigi, 2004; Freire, 2004b). En principio, se puede decir que es político en el sentido que genera las condiciones subjetivas y materiales de cómo ver y cómo actuar en el mundo. No sólo por lo que se manifiesta (de modo verbal, escrito, en actos, gestos o costumbres) sino también por lo que se oculta, lo que no se hace o no se expresa.

Freire (1990) sostiene que las prácticas educativas siempre son políticas, porque involucran valores, proyectos, legitiman, cuestionan o transforman las relaciones de poder que predominan en la sociedad. Este autor afirma que la naturaleza misma de la educación tiene cualidades inherentes para ser política, así como la política posee aspectos educativos y que, “el elemento político de la educación es independiente de la subjetividad del educador; es decir, es independiente de que el educador sea consciente de dicho factor, que jamás es neutral” (p. 176). Cuando un educador se compromete con una práctica educativa queda también comprometido con una práctica del conocimiento. Y aquí, Freire realiza una diferenciación entre una práctica pensada para aprender un conocimiento predeterminado, existente; con una práctica pensada para tratar de crear, mediante una investigación, un conocimiento aun no existente para algunos de los sujetos involucrados en dicha práctica, sean ellos estudiantes o docentes (Freire, 1990). Para Freire (1990), existen prácticas educativas conservadoras y progresistas. Las conservadoras, buscan, al enseñar los contenidos, adaptar a los educandos al mundo dado. Las prácticas educativas progresistas, en cambio, procuran, al enseñar los contenidos, develar

problemas sociales, inquietar a los educandos desafiándolos para que perciban que el mundo puede ser cambiado, transformado o reinventado.

Freire (1990) expresa: “siempre debemos adoptar una visión crítica, la de una persona que cuestiona, que duda, que investiga y que quiere iluminar la propia vida que vivimos” (p. 195). Solo si existe una crítica será posible movilizar un proceso de transformación.

Cuando se asumen posiciones, explicitadas o no, que consideran que no hay lugar en las aulas para la política, para los problemas sociales u otro tipo de problemáticas que preocupen a una comunidad; se produce un alejamiento entre el ámbito escolar y la sociedad. Esta posición puede conducir a una visión de un proceso educativo en el cual, los estudiantes no tomen como propia la responsabilidad hacia los otros ni consideren que su presencia y acciones en el entorno próximo es importante (Giroux, 2008). Para Giroux (2008), la pedagogía va más allá de proveer las condiciones para poder llevar a cabo los actos de saber y comprender ya que, incluye cultivar la posibilidad de acción dentro de un contexto socio-político, de autodefinición y de crítica.

En el marco de esta pedagogía, se espera que el profesor guíe al estudiantado para que cuestione prácticas consideradas represivas, a cambio de generar respuestas liberadoras a nivel individual y grupal. En primera instancia se propone lograr que el estudiante se cuestione a sí mismo como miembro de un proceso social (que incluye las normas culturales). Una vez hecho esto, el estudiante puede advertir que la sociedad es imperfecta y se lo alienta a compartir este conocimiento para buscar medios que contribuyan a modificar la realidad social (Pacheco, 2018).

En el marco de la perspectiva crítica, se identifican distintos ejes de trabajo. Entre los cuales, interesa detenernos ahora en tres de ellos: democracia, emancipación y alfabetización. Se recuperan estos tres ejes y se avanza en discusiones sobre ellos por las conexiones que guardan con nociones de empoderamiento.

7.2. Perspectiva Crítica y Democracia. Desde esta perspectiva, es posible tanto criticar una concepción positivista que naturaliza los problemas como también criticar el desencanto ante la democracia (Rancière, 2010). Desde la primera crítica se señala el problema de llegar a naturalizar ciertas situaciones

existentes que solo benefician a intereses privados. Desde la segunda crítica, se puede reconocer que, adoptar la tesis del desencanto con relación a la democracia, pensando o asumiendo que ya nada es posible hacer para propiciarla, difícilmente pueda conducir a cuestionar las condiciones actuales de organización social ni fomentar condiciones para una sociedad más justa.

En esta discusión, resultan relevantes los aportes de Giroux (2005, 2006) para quién la democracia es un lugar de lucha sobre cuestiones tales como la representación, participación y poder compartido. Desde esta perspectiva, la idea de democratización de las instituciones escolares y de los procesos educativos implica que los estudiantes sean considerados gestores del aprendizaje, y sean tomados en cuenta en las decisiones (Giroux y McLaren, 1998). Para algunos teóricos críticos de la educación, estos aspectos permiten que los estudiantes tengan la posibilidad de formarse en la participación política, de vincularse como ciudadanos en procesos de toma de decisiones mayores, relacionándose con la vida política fuera de la escuela (Apple, 1999).

Para Rancière (2006), la democracia, lejos de ser una forma de vida de los individuos consagrados a su felicidad privada, es el proceso de lucha contra esta privatización y también es el proceso de ensanchamiento de la esfera pública. Esto implica luchar contra una visión de repartición de lo público y lo privado. En este sentido, hablar de democracia, implica hablar de una lucha contra todo proceso de privatización y en un desafío por defender lo universal, lo colectivo.

En síntesis, una condición para la democracia es la búsqueda de otro futuro, ampliando las esferas de iniciativa de un pensamiento compartido, de modos de decisión compartida, de focos de autonomía, que den poder a cualquiera, siempre que estos *cualesquiera* defiendan lo colectivo. En este cualquiera, quedaría implícito el principio de igualdad que Rancière (2003) introduce haciendo referencia a la igualdad de las inteligencias. La igualdad no como resultado de unas prácticas pedagógicas sino como punto de partida de éstas. Para Rancière (2003), aprender, implica una vuelta sobre sí, que exige verificar en la práctica, la emancipación basada en la igualdad de las inteligencias.

7.3. Perspectiva Crítica y Emancipación. Freire (1990) también conecta la educación y su componente político con la emancipación cuando expresa que en

un proceso educativo se busca "alcanzar formas de conocimiento, habilidades y relaciones sociales que proporcionen las condiciones necesarias para la emancipación social y por ende individual" (p. 15).

En este punto, surge entonces la pregunta ¿en qué consiste la emancipación? Para todos los principales referentes de la teoría crítica, la emancipación trata de un estado ideal en el que los individuos, por medio del diálogo, la reflexión y la crítica, pueden tomar conciencia sobre sus condiciones sociales, y emanciparse de ellas, si es necesario.

Para Habermas (1982): "Emancipación significa independencia de todo lo que esta fuera del individuo" (p. 253). Este autor tiene una particular influencia sobre la teoría crítica de la educación y en este sentido, su concepto de emancipación se convierte en una consigna para dicha teoría.

Sin embargo, esta noción de emancipación terminó siendo una consigna demasiado idealista, pues el ser humano no puede ser absolutamente libre y autónomo, sino que está en todo momento sometido a estructuras de relaciones de poder (Foucault, 1988, 2002; Bourdieu, 2000). Por lo tanto, y como lo plantean las corrientes críticas, tal perspectiva de emancipación es teórica y prácticamente imposible de concretarse (Morales Zúñiga, 2014). A pesar de la restricción de esta noción de emancipación, diversos autores del campo educativo las han reconsiderado y reconfigurado a fin de pensar o sostener prácticas educativas que logren recuperarla.

7.4. Perspectiva Crítica y Alfabetización. Desde la perspectiva de la pedagogía crítica las discusiones relativas a alfabetización han ocupado u ocupan un lugar importante.

Para Freire (1990) la alfabetización en el marco de la pedagogía crítica no incluye la mera repetición mecánica por parte de los educandos, sino que contempla que los mismos puedan percibir, en el proceso de aprendizaje, la posibilidad e importancia de: "«escribir»¹⁸ acerca de la propia vida, el de «leer» acerca de la propia realidad" (p. 116). De manera similar el autor puntualiza que no es posible este tipo de escritura y lectura si los educandos no logran apropiarse de la historia y construirla por ellos mismos, o no logran reconocer que las historias pueden hacerse y rehacerse. A partir de estas ideas, Freire (1990)

¹⁸ En esta cita se respeta el destaque entre «» que se da en el original a las palabras escribir y leer.

presenta la noción de *analfabetización política* indicando que tal analfabetización acontece cuando la *alfabetización* no ha transitado por un proceso de alfabetización crítica. Tomando aportes de este autor, se considera la *alfabetización crítica* como un proceso [de alfabetización] que no se limita a la observación y adaptación sino que esencialmente conlleva una búsqueda por la transformación a fin de generar oportunidades para quien aprende por medio de la estocástica.

Algunas discusiones sobre alfabetización también se pueden vincular con ciertas caracterizaciones de los espacios escolares. Giroux (1997) postula la necesidad de concebir a la escuela como un espacio complejo, lleno de significados y significaciones y como esferas públicas democráticas, así las escuelas:

se han de ver como lugares democráticos dedicados a potenciar, de diversas formas, a la persona y a la sociedad. En este sentido, las escuelas son lugares públicos donde los estudiantes aprenden los conocimientos y las habilidades necesarios para vivir en una auténtica democracia (p. 34)

Es más, Giroux (2005) enfatiza la necesidad de considerar a los espacios escolares como espacios en los que la democracia no sea algo que sobra, sino como algo necesario para el propio proceso de aprendizaje.

En relación con alfabetización, Giroux (1989) considera que la educación debe defenderse como un servicio público, que educa a los estudiantes para ser ciudadanos críticos que puedan pensar, cuestionar, tomar riesgos y creer que sus acciones pueden transformar la sociedad. Por esto, las escuelas deberían volverse lugares que ofrezcan la oportunidad de una alfabetización que posibilite que los estudiantes, compartan sus experiencias, trabajen en un ambiente de relaciones sociales basadas en el respeto por los demás y, se familiaricen con formas de conocimiento que les den la oportunidad para luchar por una calidad de vida en la cual toda la comunidad se beneficie (Giroux, 1989). Asimismo, Giroux (1989) expresa que trabajar desde esta noción o visión sobre alfabetización puede servir para empoderar a las personas a través de la combinación de habilidades pedagógicas y análisis críticos. Esto permitiría que los seres humanos reconozcan su posición en la sociedad, perciban sus capacidades para demandar y actuar en búsqueda de oportunidades para mejorar su calidad de vida y la de su comunidad.

Se hace notar que el vínculo entre alfabetización crítica y empoderamiento puesto en evidencia por Giroux (1989) es de especial interés para esta tesis. En la siguiente sección se problematiza la noción de empoderamiento y se la particulariza para el campo educativo.

8

Empoderamiento en educación crítica: una noción conflictiva

En general se acuerda que las discusiones sobre empoderamiento se hacen evidentes con más notoriedad en los años setenta. También se conviene que tuvo su origen en el concepto de la Educación Popular, desarrollado por Paulo Freire. Si bien en esos inicios, en la literatura en español, se supo usar indistintamente la palabra *empowerment* o empoderamiento, hoy se privilegia el uso de la última expresión. En función del análisis de los textos consultados relativos a empoderamiento, se indica que hoy se reconoce una coexistencia de numerosas definiciones y/o conceptualizaciones relacionadas con empoderamiento. Tal multiplicidad, se asocia con definiciones provenientes de diferentes campos de conocimientos o ámbitos de aplicación. La diversidad de conceptualización también se relaciona con los diferentes objetivos que promueven variados estudios, con el uso que se realice de la expresión o las discusiones que se propicien al interior de investigaciones o acciones. En cierto modo, estas consideraciones se hacen evidentes en la Sección 5 de Parte II.

En este sentido, Czuba y Page (1999) expresan que el empoderamiento es un constructo compartido por varias disciplinas tales como economía, psicología, educación, entre otras. Según indican estos autores, es más sencillo caracterizar el empoderamiento por su ausencia que definirlo en la acción que se lleva a cabo en diferentes contextos. En la literatura sobre empoderamiento muchas veces, su significado es *asumido* más que explicado o definido. Czuba y Page (1999) puntualizan que, incluso el intento por definir empoderamiento es una cuestión en debate ya que, una definición puede llevar a reconocerse como prescriptiva contradiciendo el propio concepto de empoderar.

En concordancia con los anteriores autores, Soler et al. (2014) concuerdan sobre la dificultad para definir el empoderamiento y en reconocerlo como un

proceso social multidimensional. En Soler et al. (2014) se enfatiza la complejidad del término y proponen considerar:

la idea de empoderamiento vinculada a un proceso de crecimiento, fortalecimiento, habilitación y desarrollo de la confianza de los individuos y las comunidades para impulsar cambios positivos en el contexto, ganar poder, autoridad, capacidad de decisión y cambio tanto individualmente como de forma colectiva (p. 6)

En este marco de complejidad se concuerda en que, cómo se entiende el empoderamiento, varía de acuerdo con la perspectiva que se adopte y el foco del proyecto con el que se trabaje. Se puntualiza además, la necesidad de contar con modos de describir el empoderamiento de acuerdo con el contexto de trabajo (Czuba y Page, 1999; Soler et al., 2014).

Dada esta diversidad y complejidad, en las subsecciones 8.2 a 8.3, se lleva adelante una revisión crítica sobre la noción de empoderamiento. Se parte de una visión general para luego focalizar en ámbitos educativos. Tomando como referencia esa revisión, en la subsección 8.4, se delimita el sentido que se le otorga a empoderamiento en la tesis.

Más específicamente en subsección 8.1 se avanza sobre concepciones y uso del término empoderamiento tomando como dimensión de análisis, las características que toma el flujo de poder (Foucault, 1992). En subsección 8.2 se abordan las características del empoderamiento en un entorno o en un grupo. En la subsección 8.3 se focaliza la discusión sobre empoderamiento en el ámbito educativo recuperando autores reconocidos en el campo. Finalmente, en subsección 8.4 se esboza una caracterización de empoderamiento configurada durante el trabajo de tesis.

8.1. Flujo de Poder. Complementariedad entre las estructuras ascendente y descendente. El empoderamiento se puede conceptualizar de dos modos acorde a la manera en que fluye el poder. Se observa un flujo de poder que se realiza desde una estructura de poder descendente o un flujo de poder desde una estructura de poder ascendente.

En un reporte del World Bank (2002, citado en Ibrahim y Alkire, 2007), que busca discutir sobre cuestiones de pobreza en el mundo, se considera al empoderamiento como un proceso (puesto en juego por sectores

gubernamentales) que permite la construcción de los activos de los sujetos en situación de pobreza para que puedan participar de manera efectiva en la economía. Como lo indica García Moreno (2005), en esta conceptualización, se observa un empoderamiento que se realiza desde una estructura de poder descendente donde los que controlan el dinero, deciden las reglas de juego y los propósitos de las acciones, mientras que, los destinatarios reciben lo que ha sido previamente concebido. En ese caso, se considera o asume que, los destinatarios, como usuarios o beneficiarios se empoderan participando de un conjunto de acciones, de modo tal que su participación posibilita el cumplimiento de metas y objetivos sobre los servicios ofrecidos, y que fueran elaborados de manera externa a los sujetos que reciben el beneficio.

Desde el ámbito de la Economía, Sen (1997) vincula empoderamiento con *institución humana* y la libertad de las personas para alcanzar los objetivos de desarrollo; considerando capacidades que abarcan la vida, la salud e integridad corporal, la capacidad de imaginar, reflexionar, razonar, la aptitud de exteriorizar los sentimientos, la razón práctica, la afiliación, el esparcimiento y el control sobre el entorno político y material de las personas.

En lo propuesto por Sen (1997) se observa un empoderamiento que se realiza desde una estructura de poder ascendente (García Moreno, 2005). Esto es así pues se pretende ahondar en la democratización de la sociedad y la participación de las personas como ciudadanos y no como meros usuarios o beneficiarios. Así se busca mejorar el flujo de poder ascendente mediante el cual las decisiones de orden público se toman consultando a los ciudadanos y tal vez por demanda de ellos mismos. Esta idea de poder ascendente alteraría las relaciones de poder ya establecidas y aceptadas como naturales.

Si bien las ideas de empoderamiento como estructuras ascendentes y descendentes parecen nociones dicotómicas, las mismas pueden ser pensadas como complementarias. Para comprender esta idea, es importante reflexionar sobre aspectos negativos y positivos del poder y su flujo. Por ejemplo, si bien es necesario identificar el aspecto negativo del poder como fuerza de dominación y de represión, esto no es suficiente para avanzar en una mayor comprensión del poder. De manera similar, reflexionar sobre el lado positivo del poder, como fuerza productiva, transformadora, creadora y de gran riqueza estratégica, tal vez tampoco es suficiente si se vincula únicamente a una estructura ascendente. Es importante

notar que ambos aspectos del poder (negativo-positivo) pueden ser pensados tanto desde una estructura de poder descendente como ascendente. Desde una perspectiva de complementariedad, se entiende que no es posible asociar el poder descendente como indeseable y el poder ascendente como bueno, ya que tanto uno como otro pueden ser ejercidos a favor o en contra de determinados sectores o grupos de la sociedad. Un poder descendente que parte de muy buenas intenciones a favor de un grupo particular, finalmente puede terminar perjudicando a ese grupo o a algunos sujetos de ese grupo. Tampoco se puede pensar que, por el solo hecho de que se esté en presencia de una estructura de poder ascendente, esto será suficiente para producir beneficios o cambios, ya que muchas veces será necesario acudir a un poder descendente que tome decisiones, que destine presupuesto, que brinde condiciones para que los beneficios demandados puedan hacerse realidad. En este sentido, resulta más conveniente pensar y entender que lo que existe en la realidad son estructuras de poder donde interactúan de forma continua el poder ascendente y el descendente. En tal continuidad, el poder ascendente es el encargado de cuidar que el poder descendente no imponga una sola verdad sino que atienda las distintas voces y genere oportunidades para que las voces silenciadas (Freire, 2006) puedan también ser escuchadas. Esta idea de interacción entre ambas estructuras o modelos se retoma luego de centrar nuestro análisis del empoderamiento en ámbitos educativos.

8.2. Relaciones entre lo individual y lo colectivo. Las discusiones sobre las relaciones entre el aspecto individual y el colectivo vinculadas con empoderamiento son impulsadas muy tempranamente por Freire. En Freire y Shor (2014) se realiza una distinción entre el empoderamiento individual y el social planteando que, si bien el empoderamiento individual es necesario, no es suficiente para propiciar un proceso de transformación social. Tal idea se encuentra en resonancia con lo expresado por Rowlands (1997) quien señala que la curiosidad, el pensamiento crítico y el *poder interno* son fundamentales para la transformación de la sociedad, pero no son suficientes. Freire enfatiza que, cuando se persigue un cambio social tendiente a lograr mayores niveles de justicia social, se requiere considerar el “social empowerment” o empoderamiento social (Freire y Shor, 2014) mientras que Rowlands (1997), va más allá al vincular el empoderamiento social con la idea de *poder con*. El *poder*

con se manifiesta cuando un grupo genera una solución colectiva para un problema común, problema que parte desde el interior del grupo y que posibilita que todos se expresen, tanto en la formulación de las problemáticas como en la construcción de una solución. El vínculo de este tipo de poder con el empoderamiento social se produce al entender, que este último, se manifiesta cuando un grupo genera espacios que posibilitan que todos se expresen y desde el interior del grupo se formulen y construyan soluciones comunes para un problema definido y aceptado como tal por el grupo.

Rowlands (1997) considera, además del poder *con*, otras tres categorías relativas al poder: *poder sobre*, *poder para* y *poder interno*. El *poder sobre* se evidencia cuando el poder de un sujeto o grupo significa una pérdida de poder de otros. Por otra parte, el *poder para* es aquel sustentado por algunas personas para estimular la actividad de otras, para generar posibilidades de acción en otro sin que exista dominación. El *poder interno* o desde adentro se basa en la generación de confianza en uno mismo, se encuentra muy relacionado con la autoestima y se manifiesta en la habilidad para, si es necesario, resistir al poder de otros, rechazando demandas no deseadas o exigiendo demandas propias.

En la siguiente subsección se particulariza una caracterización de empoderamiento para el ámbito educativo en la cual; sin desconocer la importancia del *poder interno* ni la existencia del *poder sobre* o descendente; busca impulsar las ideas de: el *poder con*, el *poder para* y el poder ascendente.

8.3. Empoderamiento al interior del ámbito educativo. Una reseña.

Restringiéndose al ámbito educativo, Torres (2009) caracteriza al empoderamiento como:

el proceso de concienciación que da cuenta al estudiante de sus capacidades desde lo cual potencia su acción para transformarse y transformar su contexto, esto permite afirmar que el empoderamiento adquiere otras dimensiones que trascienden a lo individual, pasando así de elevar los niveles de confianza, autoestima y capacidad del sujeto para responder a sus propias necesidades, a otras formas colectivas en el proceso de interacción social (p. 95)

Si bien esta caracterización resulta central para la tesis, se indica que, en la misma, no es claro o no se enfatiza, cómo el proceso de empoderamiento produce

la concienciación de las capacidades del estudiante para potenciar su acción como ser epistémico, social y político (Cullen, 2004; Lave y Paker, 2011; Valero, 2012).

En este sentido y, para reflexionar sobre el ser social y político dentro de algunos actos educativos, se recupera la idea de la *pedagogía del aburrido* a la que se refieren Corea y Lewkowicz (2005). En ese texto se hace referencia al agotamiento de un discurso pedagógico fuertemente centrado en el docente de modo tal que él formula preguntas para las cuales ya tiene las respuestas y espera que las respuestas de sus estudiantes se acerquen a las propias. Este tipo de interacciones detrás de esta lógica del discurso pedagógico puede producir en el estudiante falta de entusiasmo y motivación para involucrarse en el acto de aprender. Eso parece ser así pues, no solo esas preguntas no son *sus preguntas*, sino que, además, el esfuerzo por responderlas se debilita, pues sabe o intuye que, desde el principio, las respuestas ya son conocidas por el docente. Esta pedagogía puede ser vista como el paso de un acto educativo a un acto de control donde la igualdad puede entenderse como una meta en lugar de una condición inicial (Rancière, 2003). Se sugiere que, desde una perspectiva crítica, es esencial moverse de la pedagogía del aburrido y de la respuesta evidente a una *pedagogía de la pregunta* en el sentido de Freire (1986).

Acorde a lo expuesto con anterioridad y, aceptando lo propuesto por Czuba y Page (1999) y Soler et al. (2014), se asume que el empoderamiento varía de acuerdo con la perspectiva que se adopte, el foco del proyecto con el que se trabaje y el contexto de acción. Acorde a ello, a continuación se avanza sobre una caracterización de empoderamiento que dialogue con el proyecto escolar contextualizado en un entorno particular y analizado en la tesis.

8.4. Empoderamiento y espacios escolares. Aportes y primeros avances. La caracterización de empoderamiento que se propone es configurada a partir de avances analíticos producidos durante el trabajo de tesis. Un avance preliminar sobre esta caracterización se discute en Magallanes y Esteley (2016). Cabe mencionar que lo que se expresa acá busca avanzar hacia una versión de

un grano más fino (Lave y Paker, 2011) sobre aquella primera caracterización¹⁹ de empoderamiento.

Para dicha caracterización se toman como referencia las reflexiones anteriores y los aportes de Freire (1990); Torres (2009) y Freire y Shor (2014). En función de esos aportes, se considera que el empoderamiento, en el ámbito educativo, se manifieste en un proceso de interacción entre docentes y estudiantes que les permita a estos últimos, tomar conciencia de sus capacidades para tomar decisiones, para actuar no solo de manera individual sino esencialmente colectiva, para transformarse y transformar su contexto.

Para propiciar ese tipo de proceso, en instancias educativas, es conveniente que se habiliten espacios e instancias de trabajo que promuevan el pensamiento y las preguntas no solo para los docentes sino también para los estudiantes evitando la repetición o búsqueda de una respuesta correcta y única. Considerando el principio de igualdad propuesto por Rancière (2003), resulta esencial habilitar espacios que permitan al estudiantado poner en juego sus pensamientos, avanzar en la búsqueda de información y en la producción de conocimientos que les ayuden a encontrar respuestas a sus preguntas.

En ese sentido, es importante tener en cuenta que, el estudiantado, en instancias de formulación de preguntas sobre fenómenos de su interés, o búsqueda de información y conocimientos, atribuye sentido a su trabajo y a sus respuestas (Esteley, 2014). Más específicamente, como señalan Skovsmose y Valero (2012) es difícil que alguien se involucre en un aprendizaje auténtico sobre algo que no despierta su interés o algo que no le ayude a responder alguna pregunta que reconoce como propia. Estos autores, como representantes de la Educación Matemática Crítica, también destacan diálogos entre empoderamiento y formas de conocimiento. En particular, se interesan por el vínculo entre empoderamiento y el conocimiento matemático.

Es así como, desde una perspectiva amplia que busca enfatizar en la crítica, en la tesis se considera que, un espacio educativo que habilite empoderamientos es aquel en el que se propician interacciones que contribuyan a visibilizar problemas o conflictos para avanzar en la búsqueda de resoluciones

¹⁹ Se evita acá utilizar la expresión definición para evitar cerrar la idea sobre empoderamiento. En su lugar se opta por caracterizar haciendo evidentes peculiaridades significativas en relación a empoderamiento para el contexto en estudio

a partir de revisar, analizar y/o aportar ideas para transformar aquello que problematiza. En este espacio educativo tanto docentes como estudiantes pueden reconocer la potencialidad del conocimiento para aportar una propuesta de transformación generada colectivamente, considerándola parcial, no definitiva y abierta a la crítica. Para pensar en un espacio educativo que propicie empoderamiento se sugieren tres hilos para conformar una trama que le dé sostén, buscando promover la:

- Visibilización colectiva de lo que hace problema.
- Formulación del problema en búsqueda de una transformación.
- Participación igualitaria y respetuosa entre estudiantes y quienes enseñan.

Los límites para esta propuesta se fijan al interior del espacio escolar focalizando en el trabajo del aula.

Como se enfatiza en la próxima sección, la alfabetización y el empoderamiento son una preocupación para el campo de la Educación Matemática principalmente asociada con la perspectiva de la Educación Matemática Crítica. Desde tal perspectiva, se busca que quienes aprenden puedan *leer* críticamente el mundo haciendo uso de saberes matemáticos (o estocásticos) y *escribir* acerca de su entorno apelando a estos saberes. Características de esta tendencia se abordan a continuación. Los avances en las siguientes subsecciones 9.1 a 9.3, se toman como soporte para avanzar en la subsección 16.2 con más detalles acerca de espacios y dimensiones para el empoderamiento de los estudiantes.

9

La Crítica en el Ámbito de la Educación Matemática

En esta sección se sintetizan los orígenes y algunos avances de esta perspectiva para el ámbito de la educación matemática (sección 9.1). Se retoman las nociones de alfabetización, emancipación, democracia y algunos constructos relevantes en el marco de esta perspectiva (sección 9.2) y se presenta una caracterización de empoderamiento como una noción fundamental en el marco de una Educación Matemática Crítica (sección 9.3).

9.1. Educación Matemática Crítica: orígenes y avances. Para avanzar sobre la Educación Matemática Crítica, se presentan algunas de las primeras ideas que le dan sustento como así también, se rescatan aportes más actuales.

Cuando la matemática es objeto de enseñanza y de aprendizaje, al discutir sobre lo crítico en educación, con frecuencia se apela a aportes del educador matemático danés Ole Skovsmose. Esto es, sin desconocer otras importantes contribuciones tales como las realizadas por Mellin-Olsen, Marilyn Frankenstein, Renuka Vithal, Arthur Powell o las contribuciones de Ubiratan D'Ambrosio o Gelsa Knijnik desde la Etnomatemática (Skovsmose y Valero, 2012).

En Skovsmose (1994, 1999, 2000) se discute sobre la noción de crítica y se caracteriza lo que el autor denomina una Educación Matemática Crítica (EMC).

Para Skovsmose, ser crítico significa prestar atención a toda situación crítica e identificarla. Pero no solo identificarla sino también, tratar de comprenderla y reaccionar frente a ella. En ese último sentido, el autor considera la crítica como la actividad de juzgar y de salir de un dilema. De este modo, crítica como actividad connota análisis, evaluación, juicio y valoración, y también a significados derivados de la idea de acción sobre lo que se califica como crítico.

Una situación crítica se deriva de una crisis o como dice Arendt (2010) un conflicto entre cambios y continuidades. En ese sentido, crisis alude a una ruptura, una separación de algo ya dado. Por ello superar una crisis demanda un análisis para poder decidir. En ese sentido, la palabra crítica hace referencia a analizar o estudiar algo para emitir un juicio. Y poder tomar una decisión.

Para Skovsmose (1999), una educación matemática es crítica si las prácticas y la investigación educativa, vinculadas con la enseñanza o el aprendizaje de la matemática, abordan los conflictos y las crisis en la sociedad, tienen en cuenta el contexto crítico de la escolaridad y tratan de desarrollar posibilidades para crear una consciencia acerca de los conflictos.

Abreu (2000), Oliveras (2006) y Valero (2008) enfatizan sobre ciertos postulados fundamentales de la EMC²⁰ destacando la relación entre la micro-

²⁰ Es importante considerar los aportes de estos autores sin olvidar que la EMC “es un concepto abierto e inacabado. Si la 'educación matemática' se refiere a una cierta materia y 'crítica' presupone interdisciplinaridad, entonces el término 'educación matemática crítica' puede verse como conteniendo una contradicción conceptual. Sin embargo, por 'educación matemática crítica' no nos referimos a una

sociedad del aula y la sociedad en la que ésta se sitúa y enfatizando que las prácticas de la educación matemática no se pueden definir exclusivamente en términos de procesos de pensamiento individual. Estos autores enfatizan que la escuela está llamada a usar la praxis educativa como un proceso de construcción de significado social y a romper ciertas distribuciones de poder ya establecidas.

Skovsmose (2000, 2014), plantea que, una EMC debe contemplar una *alfabetización matemática* y preocuparse por el desarrollo de una educación que sustente la democracia buscando que la micro-sociedad del salón de clases encarne aspectos democráticos.

Cabe preguntar, ¿cómo se entienden las ideas de alfabetización matemática, emancipación y democracia cuando el conocimiento matemático está en juego? Algunas respuestas a estos interrogantes se presentan en la siguiente sección.

9.2. Alfabetización Matemática, Emancipación y Democracia.

Emergencia de nuevos constructos. Skovsmose (1999) caracteriza la alfabetización matemática de manera similar al proceso de alfabetización discutido en Freire y Macedo (1989). Al interior de una alfabetización matemática, Skovsmose contempla no solo destrezas matemáticas, sino también capacidades para interpretar y actuar en una situación social y política que ha sido estructurada por la matemática. El alfabetismo matemático crítico incluye una capacidad para leer una situación dada como algo que está abierto al cambio. Pero leer el mundo a partir de los recursos matemáticos significa, en términos de Gutstein (2003), “usar las matemáticas para comprender las relaciones de poder, las inequidades de recursos y las disparidades de oportunidades entre diferentes grupos sociales” (p. 45) Es decir, una alfabetización matemática incluye capacidad no solo para comprender sino para actuar en una situación social y política, dando relevancia al vínculo entre el conocimiento matemático en la estructuración de dicha situación. Interesa destacar que, si bien el conocimiento matemático y específicamente estocástico son esenciales en la tesis, no se considera que tengan preponderancia sobre otro tipo de conocimientos; sino más bien son considerados como otros más, que

cierta forma de educación matemática, sino a una perspectiva en un terreno educativo que incluye matemáticas” (Skovsmose y Neilsen, 1996, p. 1258).

ofrecen herramientas para ver una parte de la situación. Un modo de observar aquello que sea de interés del observador.

Al hablar de *emancipación*, Skovsmose (1999) expresa que, desde su punto de vista, resulta un constructo confuso, con diferentes significados y cargas de sentidos. Desde esa perspectiva, Skovsmose (1999), sin desconocer la importancia del término en el marco de una educación crítica, manifiesta su voluntad de abstenerse de utilizarlo por considerar problemático reconocer la emancipación como un posible resultado de la crítica.

De modo similar, si bien Skovsmose (1999) presenta discusiones vinculadas con la definición y características formales o informales de la democracia, más recientemente Skovsmose y Valero (2012) avanzan en nuevas consideraciones sobre democracia. Primero sugieren dejar de considerar o cerrar la idea de democracia exclusivamente como una organización política formal localizada en la esfera del Estado y los vínculos entre gobernantes y votantes. Luego, los autores expresan el carácter abierto de la definición de democracia. Esta decisión posibilita la emergencia de constructos vinculados con democracia.

Al analizar posibles conexiones entre democracia y educación matemática, los autores plantean dos tesis y cuatro ideas que denominan fundamentales. La primera de las tesis vincula *educación-matemática-empoderamiento-democracia* mientras que la segunda, vincula *educación matemática-usos de la matemática-democracia*.

La primera tesis, considera que tanto la matemática como la educación matemática empoderan y expresan una bondad intrínseca en relación con el empoderamiento, lo que denominan *resonancia intrínseca*. Los autores advierten que si basamos nuestra confianza en ese poder intrínseco de la matemática para producir ciudadanos críticos no será necesario cuestionar ni analizar la relación entre poder y conocimiento matemático. Bajo esta primera tesis, la relación entre educación matemática y democracia es armoniosa en el sentido que hay una correspondencia entre las cualidades básicas de la educación matemática y los principios democráticos (Skovsmose y Valero, 2012, Valero, 2012).

La segunda tesis para vincular la democracia con la educación matemática es la *disonancia intrínseca*. Bajo tal tesis, la matemática, como realmente se usa y se aplica en general en la sociedad, y la educación matemática, como

realmente opera en general en muchos salones de clase, con cierta frecuencia, se oponen a los valores democráticos. Por ejemplo, en su asociación con la tecnología y la ciencia, la matemática ha apoyado al belicismo contemporáneo y el deterioro del ambiente (D'Ambrosio, 1994, citado en Skovsmose y Valero, 2012). En la educación matemática, a pesar de los discursos democráticos que justifican su permanencia en las escuelas, la misma, frecuentemente cumple funciones sociales de diferenciación y exclusión (Skovsmose y Valero, 2012). Si aceptamos que las afirmaciones de disonancia son pertinentes, la investigación en educación matemática debería, por una parte, analizar críticamente la mirada internalista de la producción o uso de la matemática y, por otra parte, proporcionar conceptualizaciones alternativas de la matemática como disciplina escolar (Skovsmose y Valero, 2012).

En lugar de aceptar de modo cerrado estas dos tesis, Skovsmose y Valero (2012) sostienen que la relación entre educación matemática y democracia es crítica en un doble sentido: de la educación matemática hacia la democracia y de la democracia hacia la educación matemática.

Los autores expresan que una educación matemática comprometida con la democracia no se puede basar sólo en cualidades intrínsecas de la matemática o en constructos conceptuales de la misma. Es necesario considerar qué factores sociales, políticos, económicos y culturales diversos, dirigen y redirigen constantemente el desarrollo de una educación matemática. Expresan también que, el potencial de una educación para contribuir al desarrollo de fuerzas democráticas surge de una combinación de factores tales como: los sujetos que están comprometidos con las prácticas de educación matemática, los propósitos de quién ofrece las prácticas, a quiénes son útiles esas prácticas, dónde y cuándo ocurren y porqué se ejecutan. En este sentido, Skovsmose y Valero (2012) expresan que “la educación matemática llega a ser poderosa en un sentido cultural cuando apoya el empoderamiento de la gente en relación con sus condiciones de vida” (p. 44)

Al mismo tiempo, la relación crítica entre democracia y educación matemática lleva a Skovsmose y Valero (2012) a describir la democracia como una acción política abierta que incluye *colectividad; transformación; deliberación y coflexión*. Los autores proponen la palabra *coflexión* a fin de enfatizar un proceso de reflexión colectiva o una reflexión “con otros”.

La idea de *colectividad* resulta fundamental porque “la democracia requiere que las personas compartan la conciencia de la necesidad de cooperar para tomar decisiones y generar condiciones de vida apropiadas para todos” (p. 14). La noción de *transformación*, por su parte, es valiosa en tanto se “refiere a la capacidad de acciones colectivas democráticas para modificar y mejorar las condiciones de vida de quienes están involucrados y de la sociedad en general” (p.14). La *deliberación* como proceso comunicativo contempla tres elementos, las razones o falta de ellas para las opiniones y los juicios preliminares de la gente, los pros y contra de las decisiones posibles antes de realizarlas efectivamente, y los beneficios o pérdidas de posibles cursos de acción antes de comprometerse en ellos resulta esencial en el marco de la discusión. La *coflexión* resulta de interés, al referirse al proceso de pensamiento mediante el cual, “las personas, colectivamente, consideran los pensamientos, acciones y experiencias que viven como parte de su esfuerzo colectivo, y adoptan también una posición crítica hacia su actividad” (p. 16).

Estas nociones se vinculan con empoderamiento y con la perspectiva socio política propuesta en Valero (2002) como un enfoque alternativo de investigación. En esa perspectiva, se plantea una visión de la matemática como herramienta para empoderar o no a quienes la estudian. La autora destaca que el profesor de matemática puede actuar de manera que sus estudiantes tengan la posibilidad de empoderarse o no. En esta perspectiva, los estudiantes son considerados sujetos políticos que, de tener las herramientas suficientes, pueden criticar o influenciar el medio social en el que se encuentran y de esta forma, tener la posibilidad de mejorar su calidad de vida. Por otra parte, el vínculo entre empoderamiento social y *poder con* se encuentra también en estas nociones de *colectividad; deliberación* y *coflexión* interesadas por el sujeto como sujeto social y político y no solo por sujeto individual o epistémico (Skovsmose y Valero, 2012). Por su parte, la noción de *transformación* (Skovsmose y Valero, 2012), si bien se relaciona con un empoderamiento social al contemplar una acción colectiva con otros, adquiere mayor especificidad al considerar el empoderamiento vinculado con un sujeto político interesado no sólo en comprender, sino en actuar para mejorar la calidad de vida.

A la vez, Skovsmose y Valero (2012) dejan abierta la siguiente pregunta: “¿cómo podría la educación matemática asegurar el empoderamiento?” (p. 271).

Esta pregunta evidencia el interés de la EMC sobre la cuestión de empoderamiento y la duda sobre cómo lograrlo. Aspectos estos que también están en la base de esta tesis, preocupada por el empoderamiento cuando un grupo de estudiantes se aproximan a saberes propios de la estadística y la probabilidad. Cabe preguntar ¿qué aportes puede ofrecer la enseñanza de la estocástica que contribuyan a ofrecer algunas respuestas a esta pregunta? Aproximarnos a una perspectiva crítica, ¿podría ayudar a explorar respuestas a esta pregunta?

9.3. Empoderamiento: una noción fundamental al interior del ámbito de la educación matemática. Valero (2017) expresa que, la investigación internacional en educación matemática ha abordado el problema de la *in(ex)clusión* en relación con el éxito-fracaso en las matemáticas escolares desde distintas posiciones teóricas. En ese trabajo, la autora, realiza una revisión teórica e identifica al empoderamiento como una de tales posiciones y la desigualdad como otra de ellas. El empoderamiento supone que la matemática transfiere sus atributos de poder a quienes las aprenden, o bien por sus características intrínsecas, o por sus aplicaciones, o por su carácter crítico. Mientras que la posición referida a la desigualdad supone que, la matemática, como forma de conocimiento en sí o como parte de las prácticas escolares se entrelaza con mecanismos de clasificación social. Las tensiones que se manifiestan por la coexistencia entre estas dos posturas llevan a tomar una posición ética y política sobre qué posibilidades hay para la investigación.

En relación con la primera, Valero (2017) destaca tres formas de considerar el empoderamiento en la educación matemática. El empoderamiento intrínseco refiere a que el aprendizaje de la matemática empodera porque hay algo esencial propio del conocimiento matemático en sí que se transfiere a quienes logran apropiarse de él. Una discusión más detallada de este tipo de visión intrínseca del empoderamiento se encuentra en Skovsmose y Valero (2012). Bajo esta mirada, el aprendizaje de contenidos específicos es lo que se considera como el objetivo central de la educación matemática. El conocimiento matemático puede potenciar al individuo y sus capacidades y oportunidades educativas. Otra forma de considerar el empoderamiento es a partir de los usos y aplicaciones del conocimiento matemático. Bajo esta visión, el

empoderamiento no se fundamenta en lo que el conocimiento matemático otorga al individuo, sino en la capacidad del individuo para usar el conocimiento en el abordaje de problemas. El propósito principal es facilitar que se comprenda la matemática como una herramienta poderosa que se puede conectar con una diversidad de aspectos de la vida natural y social. Una tercera mirada, es el empoderamiento crítico, en este caso el foco de lo político está en la posibilidad de reconocer no solo los efectos positivos de la matemática en la construcción de bienestar y progreso, sino también en la generación de destrucción y riesgos para el ser humano y la sociedad. El análisis que realizan los autores cuestiona la visión ingenua del empoderamiento intrínseco que se le atribuyen a la matemática escolar y postulan la necesidad de considerar una visión sociopolítica del empoderamiento en la educación matemática.

Valero (2017) expresa que el empoderamiento es crítico si duda de la neutralidad de la matemática. El empoderamiento crítico está en el estudio, a través de esta disciplina, de las situaciones sociales que los estudiantes de bajo nivel socioeconómico y/o pertenecientes a grupos raciales segregados viven a diario. Este tipo de ideas también han tomado fuerza en la corriente de la modelización sociocrítica que, por medio del trabajo de distintos grupos de investigación en Brasil (Araújo, 2009; Barbosa, 2006) enfatizan el funcionamiento de la matemática en las prácticas sociales y la posibilidad de una concientización política de los estudiantes. En este sentido, Valero (2017) menciona el trabajo de Camelo et al. (2013) en el cual se examinan las posibilidades y tensiones de la introducción de escenarios de modelización donde los jóvenes de comunidades urbanas *en riesgo* se enfrentan a la modelización, el análisis y la propuesta de soluciones a situaciones que atañen a su bienestar y el de su comunidad. A partir de su trabajo, Camelo et al. (2013) concluyen que el entrelazamiento entre las actividades matemáticas de modelización y otros elementos disciplinares, sobre todo su concientización política, tienen un potencial crítico de empoderamiento. Valero (2017) manifiesta que la explicación del fracaso en matemática de distintos grupos de la población como un asunto de deficiencia cognitiva se relaciona con la permanencia del supuesto de que existe una supremacía del conocimiento matemático frente a otras formas de conocimiento y frente a otros que no lo han generado. La investigación que aborda este tipo de supuesto histórico ofrece otras posibilidades para concebir la

labor de educar matemáticamente manteniendo un ojo crítico sobre cómo la verdad a menudo no cuestionada de la supremacía de las matemáticas es la fuente de diferenciación de individuos. A partir de lo expuesto por Valero (2017) se puede expresar que una educación que busque el empoderamiento puede mitigar efectos negativos de mecanismos sociales de diferenciación que operan en la escuela. La autora alerta que es necesario precisarnos a qué narrativa nos adherimos, implícita o explícitamente, y cómo nuestro deseo por una mejor enseñanza y aprendizaje genera inevitablemente posibilidades para unos y el cierre de acceso para otros. La autora expresa también su voluntad de trazar un terreno para que sea posible una discusión sobre la dirección, que como educadores matemáticos, queremos comprometernos a seguir.

Tomando aportes de Valero (2017), se avanza hacia una caracterización de empoderamiento en educación matemática. En esta dirección, las ideas de Ernest (2002) son relevantes y básicas para la caracterización que se desea plantear en la tesis. Es valioso indicar también que es el modo como se lleve a cabo el acto educativo lo que permitirá el empoderamiento y que, en tal caso, tanto estudiantes como docentes serán empoderados gracias a este proceso.

Entendiendo el empoderamiento como un proceso según caracterizado en la subsección 8.4 y, a través del cual tanto docentes como estudiantes se empoderan, es valioso rescatar los aportes del educador matemático Paul Ernest (2002). Este autor destaca que, en procesos educativos que toman como referencia la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, el empoderamiento se distribuye en tres dominios: el matemático, el social y el epistemológico. En el dominio matemático, el empoderamiento consiste en ganar poder sobre el lenguaje, los símbolos, las destrezas y la práctica de usar y aplicar el conocimiento específico de la matemática, en la actividad de *hacer matemática*. En la dimensión social, el empoderamiento significa que docentes y estudiantes puedan tomar conciencia tanto de la naturaleza de la matemática y sus usos como así también de la matemática como una herramienta de pensamiento para ver el mundo, comprenderlo y criticarlo, contribuyendo al poder sobre el ámbito político y social y, posiblemente, a la promoción de la justicia social y a una mejor forma de vida para todos en entornos próximos o más distantes.

Finalmente, en relación con la dimensión epistemológica, el empoderamiento se refiere al crecimiento en la confianza no solo en el uso de la

matemática sino también en el poder personal sobre la creación del conocimiento y la validación de este en el contexto de producción. Las tres dimensiones anteriores, vinculado a aspectos matemáticos y destacando lo social, se recuperan como dimensiones de análisis sustanciales para la tesis.

Sin dejar de reconocer la centralidad que tiene la matemática y la EMC para este estudio, en la siguiente sección, se abordan algunas particularidades y nociones centrales cuando un escenario educativo se construye dando lugar relevante al estudio de *fenómenos* estocásticos.

10

Educación Estadística, orígenes y avances hacia la estocástica y la crítica

La Educación Estadística es un área de trabajo dentro del campo de la Educación Matemática que ha ido creciendo en los últimos 25 años. El interés central de esta tendencia es reflexionar, investigar y proponer ideas para dar soporte a la enseñanza de la estadística en diferentes niveles educativos (Ottaviani, 1998). A fines de los noventa se inicia una colaboración internacional para incentivar investigaciones sobre el razonamiento, pensamiento y alfabetización estadística o SRTL (por su sigla en Inglés de Statistical Reasoning, Thinking and Literacy). Esa iniciativa nace a fin de promover una educación estadística que se centre en la alfabetización, el razonamiento y el pensamiento estadístico, criticando la enseñanza de la estadística centrada en habilidades, procedimientos y cálculos. La comunidad SRTL fomenta estudios de investigación actuales e innovadores que examinan la naturaleza y el desarrollo de la alfabetización, el razonamiento y el pensamiento estadístico. También incentiva a explorar alternativas de enseñanza a fin de desarrollar estos objetivos de aprendizaje relativos a los estudiantes. Desde ese colectivo, dejan entrever el desafío que significa el desarrollo de nuevas ideas para la enseñanza de la estadística (<http://srtl.info/>, sitio oficial de SRTL; Pfannkuch et al., 2018).

Preservando la denominación *educación estadística* para salvaguardar la temprana identificación del área, varias comunidades o autores también

proponen utilizar la expresión estocástica vinculándola con la estadística y la probabilidad.

En Batanero y Borovcnik (2016) y Batanero (2019) se elige hablar de estocástica en lugar de estadística o probabilidad, ya que, de hecho, la estadística y la probabilidad están ligadas indisolublemente. Esto es así pues, en un estudio estadístico, no se recogen ni trabaja con datos de fenómenos deterministas que se pueden generar mediante fórmulas matemáticas ya existentes. Por lo contrario, se recogen datos estadísticos de fenómenos no determinísticos o con un importante grado de incertidumbre en relación con la probabilidad de su ocurrencia. Eso implica un corrimiento del formato usual de la enseñanza de la matemática. Incluso, aún en el caso que sólo interese realizar un estudio descriptivo utilizando los datos recogidos, hay también cierta incertidumbre en los datos estadísticos, por lo que la aleatoriedad siempre está presente. La intención al utilizar la expresión estocástica es hacer evidente la condición de *relativa certeza* de un modelo cuando se estudia un fenómeno de naturaleza aleatoria. Aspectos estos relevantes para la tesis, razón por la cual se utiliza la expresión *educación estocástica*²¹. A pesar de ello y aunque al analizar varios estudios se identifica que detrás de los mismos subyace lo estocástico, en lo que se describe a continuación se respetan las expresiones usadas por los autores.

Si bien es muy reciente y acotado el desarrollo de una mirada crítica en conjunción con la educación estocástica (Pfannkuch et al., 2018), es posible destacar los aportes de la investigadora colombiana Zapata Cardona, y de los investigadores brasileiros Jacobini, Campos y Wodewotzki. Zapata Cardona (2018a), rescata las nociones de conocimiento reflexivo y tecnológico en el sentido de Skovsmose (1999). La autora también hace notar el valor y sentido del contexto para una educación estadística y para la generación de datos. Los investigadores brasileiros destacan tres nociones centrales en torno a una educación estadística: *alfabetización*, *razonamiento* y *pensamiento* estadístico vinculadas a modelización matemática y a una educación crítica.

²¹ En los estudios de Cabrera et al., (2020); Tauber et al. (2013), Batanero (2019, 2002) se emplea esta misma expresión.

10.1. Tres nociones fundamentales para la educación estocástica: alfabetización, razonamiento y pensamiento estadístico. Campos, Wodewotzki y Jacobini (2011) consideran que la *alfabetización estadística* sintéticamente puede ser definida “como la comprensión básica de las ideas fundamentales de la Estadística” (p. 28). Para Campos (2016), la alfabetización estadística, se refiere a la competencia de:

discutir, argumentar y comunicar interpretaciones de las informaciones estadísticas referentes a datos presentados en diferentes contextos, exponiendo comentarios, evaluaciones y comprensiones, utilizando como base los conceptos estadísticos. Estas habilidades no deben ser tratadas aisladamente y no constituyen un fin en sí mismo, pero están correlacionadas entre sí, con una serie de conocimientos estadísticos y con actitudes que deben ser desarrolladas y valoradas en los estudiantes (p. 3)

El autor considera la alfabetización como una capacidad que le confiere al ciudadano una alfabetización funcional que le permite comprender, interpretar y comunicar información estadística. Para Campos (2016), la evaluación crítica de la información depende, de la actitud para realizar cuestionamientos, no tratando pasivamente la información disponible o los resultados observados.

Focalizándose en el *razonamiento y pensamiento estocástico*, Falk y Konold (1992) proponen que los estudiantes logren desarrollar maneras de pensar y contemplar el mundo, adoptando una visión en la cual, las ideas de la variabilidad e incertidumbre sean centrales e indispensables. Estos autores destacan también al pensamiento y razonamiento estadístico como centrales en la educación, señalando la existencia de diversos vínculos entre ambos.

Para considerar la idea de *razonamiento estadístico*, Gal y Garfield (1997), Pfannkuch et al. (2018) o Zapata Cardona (2018b) marcan la necesidad de considerar que, en la estadística, los datos sean vistos no como meros números sino como *números en cierto contexto*. De modo tal que, dicho contexto, actúa como base para la interpretación de resultados. Puntualizan también que, los conceptos y procedimientos matemáticos son usados como parte de la solución de problemas estadísticos, los cuales, no siempre tienen una sola solución matemática. En concordancia con lo anterior, Garfield y Gal (1999) refieren a razonamiento sobre datos, representación de datos, medidas estadísticas, incertidumbre y aleatoriedad, relación entre muestra y población; asociaciones

y relaciones entre variables. Al hablar de estadística, ponen en evidencia un tipo de razonamiento muy diferente al razonamiento hipotético deductivo que comúnmente se suele utilizar para el conocimiento matemático.

En la educación estadística, al tratar sobre *pensamiento estadístico*, sigue estando vigente el trabajo de Wild y Pfannkuch (1999)²² ya que otros modelos similares actuales provienen de variaciones al propuesto en 1999 (Pfannkuch et al., 2018). El modelo de Wild y Pfannkuch (1999) se desarrolla tomando como referencia entrevistas a estadísticos profesionales y estudiantes de estadística y focaliza en el estudio del *pensamiento estadístico* puesto en juego por los sujetos entrevistados. Como resultado de su estudio, proponen cuatro dimensiones al reunir elementos que caracterizan el pensamiento estadístico y al que consideran como dinámico, no jerárquico ni lineal.

Una síntesis de estas dimensiones se presenta en la tabla propuesta por Leiria et al. (2015, p. 28) y que se detalla a continuación:

Tabla 1

Dimensiones Vinculadas al Desarrollo del Pensamiento Estadístico

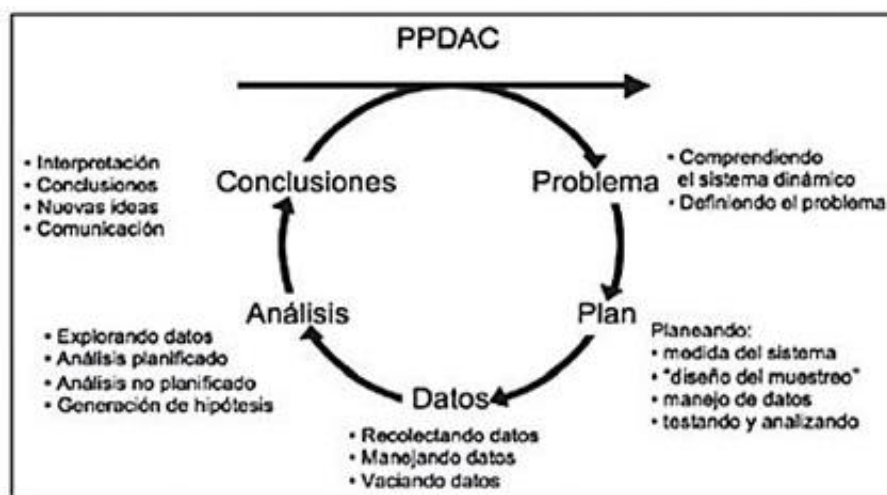
Dimensión	Descripción
1. Ciclo investigativo	Identifica las etapas, los momentos y las decisiones sobre la manera en que uno actúa y lo que uno piensa durante el desarrollo de la investigación estadística. Proponen una adaptación del modelo PPDAC (Problema, Plan, Datos, Análisis y Conclusiones).
2. Tipos de pensamiento	Tipos de pensamiento general aplicados al contexto de la estadística: (a) pensamiento estratégico, (b) buscando explicaciones, (c) modelización, y (d) aplicación de técnicas. Elementos centrales del pensamiento estadístico: (a) reconocimiento de la necesidad de los datos, (b) transnumeración, (c) percepción de la variación, (d) razonamiento con modelos estadísticos, y (e) integrar la estadística con el contexto.
3. Ciclo interrogativo	Es un proceso de pensamiento genérico en uso constante en la resolución de problemas estadísticos, que implica generar, buscar, interpretar, argumentar, valorar, tanto a nivel macro como micro, de forma lineal y recursiva.
4. Disposición	Se discuten las cualidades personales (curiosidad, perseverancia, compromiso, imaginación, escepticismo y ser lógico) de los procesos de pensamiento.

²² Cabe indicar que este esquema sigue estando vigente y es valorado en la literatura actual.

Para avanzar en estudios sobre la educación estadística, Zapata Cardona (2014) propone un diagrama con el que ilustra el proceso cíclico investigativo propuesto por Wild y Pfannkuch (1999) como se ilustra en la Figura 1.

Figura 1

Diagrama de Ciclo Investigativo



Fuente: Zapata Cardona (2014, p. 56).

Campos (2016) considera el *pensamiento estadístico* ligado a la idea de evaluar globalmente un problema estadístico, comprendiendo cómo y porqué el análisis estadístico es importante. Para Campos (2016), ser capaz de pensar estadísticamente significa saber identificar los conceptos estadísticos envueltos en las investigaciones y en los problemas, incluyendo la variabilidad, la incertidumbre y cómo o cuándo usar apropiadamente los métodos de análisis y de investigación. Esta capacidad está ligada a la habilidad de explorar datos, cuestionando sus orígenes y usos, extrapolar información dada y planteando nuevos cuestionamientos además de los indicados en la investigación o en el problema. El pensamiento estadístico implica una forma de pensamiento que incluye *razonamiento lógico y analítico*. Tal pensamiento permite identificar ideas que subyacen en las investigaciones, incluyendo, entre otros, la presentación visual de los datos.

Por lo tanto, el pensamiento estadístico incluye un entendimiento de cómo los modelos son utilizados para simular los fenómenos, cómo los datos son producidos para estimar probabilidades y las herramientas para auxiliar un proceso investigativo. También incluye capacidad para entender un problema

contextualizado a una investigación, sacar conclusiones y poder criticar y evaluar los resultados obtenidos (Campos, 2016).

Si bien hay acuerdos en aceptar que las nociones de pensamiento y razonamiento estadístico han sido fundamentales para diferenciar las capacidades necesarias para el conocimiento matemático y el conocimiento estadístico (Campos et al., 2011), también, en el ámbito de la educación estadística, se marcan algunas diferencias entre ambos conceptos. Por ejemplo, Garfield y Ben-Zvi (2004) entienden que el pensamiento estadístico refiere a la comprensión acerca de cómo y por qué se llevan a cabo las investigaciones estadísticas, “estas ideas incluyen la naturaleza omnipresente de la variación y cómo y cuándo utilizar los métodos apropiados de análisis de datos” (p. 13) En cambio, identifican el razonamiento con la capacidad de explicar e interpretar procesos estadísticos. En este sentido, Zapata Cardona (2016) plantea que la diferencia entre pensamiento y razonamiento estadístico está dada porque, el pensamiento parece requerir de procesos cognitivos más complejos que el razonamiento. Esto es así pues, al pensar se necesita, no solo realizar juicios estadísticos en un contexto determinado, sino también, llevar a cabo el proceso reconociendo diversos modelos estadísticos así como deducir cuándo y cómo usarlo.

La consideración sobre la posibilidad de criticar a partir del pensamiento estadístico, en el sentido de Campos (2016), permite avanzar sobre la idea de pensamiento estadístico crítico. Para que tenga lugar un pensamiento crítico se requiere un proceso de alfabetización crítica (ver subsección 7.4).

Inspirada en los trabajos de Campos et al. (2011) y Campos (2016), los aportes de Giroux (1989), Freire (1990) y Skovsmose (1999) y los avances sobre ideas estocásticas fundamentales²³ en el sentido de Heitele (1975) y Batanero (2002), en la tesis se propone trabajar con una noción de *alfabetización estocástica crítica*, al interior de ámbitos educativos, como se describe a continuación.

²³ Los autores consideran como ideas estocásticas fundamentales las siguientes: probabilidad; espacio muestral; equidistribución y simetría; adición de probabilidades; independencia y producto de probabilidades; probabilidad condicional; combinatoria; variable aleatoria y los conceptos distribución, media y varianza; ley de los grandes números; muestreo y simulación

Se representa la *alfabetización estocástica crítica* como un proceso educativo que permite a los estudiantes una lectura decodificada de la realidad, utilizando ideas y nociones estocásticas; un proceso político, que posibilite a los estudiantes compartir experiencias, trabajar en un ambiente de relaciones sociales respetuosas y una aproximación al conocimiento que propicie una calidad de vida en la cual una comunidad se beneficie.

Algunos propósitos generales del proceso de alfabetización estocástica crítica propuesto contemplan alfabetizar para que los estudiantes sean protagonistas transformadores de la realidad, recuperando y valorando los conocimientos o informaciones disponibles.

En la siguiente Parte IV se busca presentar y discutir acerca de prácticas educativas reconocidas en el campo de la Educación Matemática que pueden ofrecer un entorno que favorezca o promueva una alfabetización estocástica crítica.

PARTE IV

Prácticas educativas compatibles con una perspectiva crítica

“La práctica docente crítica, implícita en el pensar acertadamente, encierra el movimiento dinámico, dialéctico entre el hacer y el pensar sobre el hacer”. (Freire, 1993, p. 18)

Esta parte consta de tres secciones. La primera sección (sección 11) se desarrolla en torno a algunos aportes relacionados a las prácticas educativas desde una perspectiva crítica. La segunda sección (sección 12) focaliza en prácticas educativas en torno a la educación matemática y en la tercera sección (sección 13) toma especificidad la educación estocástica.

La sección 11 consta de tres subsecciones. La primera subsección (11.1) trata la idea de situación y experiencia para luego avanzar en la siguiente subsección (11.2) con la noción de experiencia-acontecimiento. A partir de esta presentación, en la próxima subsección (11.3) se aborda la noción de contexto (socio-político) de una situación.

Por su parte, la sección 12 destinada a abordar prácticas educativas desde una perspectiva de la educación matemática crítica consta de cinco subsecciones. En la primera subsección 12.1 se retoma la idea de contexto socio-político para los escenarios de investigación con referencia a la realidad. En la siguiente subsección 12.2 se incorporan las nociones de intención y disposición cuando interesa mirar el proceso de enseñanza y aprendizaje desde una perspectiva crítica. Los escenarios de investigación se concretan mediante el diseño y ejecución de proyectos con referencia a la realidad en la subsección 12.3. En la subsección 12.4 se aborda el sentido atribuido a la Modelización Matemática como una estrategia pedagógica para trabajar esos proyectos en el aula.

Finalmente en la sección 13 se aborda la modelización en el marco de una educación estocástica. En este sentido, la primera subsección recupera conceptualizaciones sobre los escenarios de modelización matemática. En la subsección 13.2 conceptualiza sobre los escenarios de modelización estocástica crítica, que aportan como valiosa herramienta analítica. A partir de esta conceptualización, en la subsección 13.3 se explicitan las nociones de

pensamiento y razonamiento estocástico crítico que se asumen. En la última subsección 13.4 se particulariza la noción de empoderamiento cuando se trabaja en escenarios de modelización estocásticos y desde una perspectiva crítica.

11

El aspecto situado de la práctica educativa

Considerando las perspectivas teóricas más generales descritas en la anterior sección 7, ahora interesa avanzar sobre discusiones vinculadas con prácticas educativas. Se pretende; ir más allá, de la crítica y la reacción, considerando prácticas escolares que pueden potenciar la conexión entre educación matemática o estocástica y democracia. Prácticas en las que se habilite la producción de conocimientos matemáticos o estocásticos conectados con contextos diversos que se van constituyendo en el encuentro entre seres humanos con sus contextos sociales. De ese modo, las significaciones, los razonamientos y pensamientos surgen a partir y dentro de ese encuentro y de un proceso que va más allá de considerar solo las representaciones mentales y los aspectos cognitivos de los estudiantes (Valero, 2012). Es necesario ampliar la imagen del estudiante como un sujeto cognitivo cuando la educación matemática es tratada desde una perspectiva sociopolítica (Valero, 2002).

En ese sentido, en Valero (2002, 2012), al mirar los aprendizajes o la producción de conocimiento escolar, se busca discutir y aportar evidencias sobre relaciones entre la producción de conocimiento, los procesos de aprendizaje y la naturaleza de la situación, contexto, escenario o acontecimiento/s que se promueven al interior de las escuelas o fuera de ellas.

Entre la diversidad de autores que discuten precisamente sobre situación, contexto, escenario y acontecimiento vinculados a lo que acontece en relación con los ámbitos educativos, se recuperan aportes diversos no solo del campo de la Educación Matemática sino también de autores provenientes de otros campos de conocimiento tales como Baquero, Rancière, Greco, Pérez y Toscano.

Baquero (2002) ofrece aportes para vincular las ideas de situación y experiencia, noción que es ampliada por Rancière (2003). Greco et al. (2008), avanzan sobre lo relativo al par experiencia-acontecimiento guardando conexiones con prácticas contextualizadas en el sentido de Valero (2002).

11.1. Situación y experiencia. Baquero (2000), en el marco de una *perspectiva de trabajo situacional*, discute sobre la idea de *situación* reconociendo una dimensión política como inherente a la misma. Este autor enfatiza la necesidad de estar atento al carácter político-cultural de las prácticas escolares y muestra cómo la perspectiva situacional habilita la posibilidad de abrir una agenda crítica de problemas sobre las prácticas educativas. Baquero (2000, 2016) expresa que, en esta perspectiva, los cambios que se reconocen en el ámbito individual son comprensibles y explicables solo cuando se reconoce al sujeto en una posición más amplia que la individual. Considera que una situación habilita una experiencia educativa. Algunas características de una experiencia son: pensar, sentir, quedar perplejo, preguntar por inquietud, interpelarse mutuamente, confesar aburrimiento si lo hay, afrontar la complejidad y compartir, los saberes que la cultura tiene también allí (Baquero, 2002).

Desde esta perspectiva, en el marco del ámbito educativo, se posiciona al sujeto en el corazón de la experiencia al otorgarle la tarea de atribuir sentido a todo acto que lo involucra. El sentido de la experiencia solo puede ser otorgado desde ella, habitándola, en la misma trama del hacer y pensar (Baquero, 2002).

Rancière (2003), amplía esa idea al considerar que la experiencia se vincula con la igualdad, como condición inicial y no como un fin. Igualdad en la posibilidad de pensar, de tomar decisiones. Esta condición de igualdad se relaciona con la confianza. Porque nos sabemos iguales confiamos en otros y recíprocamente.

11.2. Experiencia-Acontecimiento. Prácticas contextualizadas

Considerando la experiencia en el sentido anterior, Greco et al. (2008) proponen la noción de experiencia-acontecimiento. Se puntualiza que una experiencia-acontecimiento comienza cuando se han generado condiciones para un encuentro, un encuadre de trabajo, algo en común que reúne y el deseo compartido de preguntarse y comprender. Se parte de la confianza en las capacidades de los estudiantes y en la igualdad. Aunque no se sabe todo sobre ese otro que aprende, ni del saber a transmitir; se opta por la escucha.

Para las autoras, una experiencia genuina es una apuesta a lo incompleto, a lo incierto, al no saber, es también una oportunidad para pensar lo impensado en la que docentes y estudiantes se conmocionan, se transforman al intercambiar

modos de ver, leer, pensar, preguntarse o de actuar. También señalan que, una experiencia-acontecimiento es considerada como una experiencia política al asumir una posición de interrumpir lo dado, interponerse ante la repetición de lo mismo, desarticular la desigualdad no cuestionada, desnaturalizar identidades cerradas que por no cuestionarse refuerzan la impotencia, habilita recorridos aún no transitados o que torcerán lo que viene siendo.

La noción de experiencia-acontecimiento permite hablar de experiencia educativa como producto de una práctica situada en un determinado *contexto sociopolítico* (Valero, 2002). Esta autora, al analizar el término contexto en el ámbito de la educación matemática, reconoce la existencia de distintas connotaciones sobre su uso. Por ejemplo, puntualiza que se habla de *contexto de un problema*, *contexto de interacciones*, *contexto situacional* y *contexto socio-político*. El contexto de un problema puede referirse al campo de nociones y procedimientos matemáticos dentro de los cuáles se ubica un problema o a las referencias que la formulación de un problema evoca en el estudiante. El contexto de interacciones se caracteriza como aquel que permite desarrollar procesos individuales de pensamiento, pero que también permite abrir un espacio de interacción y negociación del significado matemático entre los mismos estudiantes, y entre ellos con el profesor. Mientras que, el contexto situacional, considera que los aspectos sociales, históricos-culturales y psicológicos están presentes en una situación y constituyen al aprendizaje.

En relación con el contexto socio-político, Valero (2002) considera que abarca los aspectos del contexto situacional más el factor político. En este contexto, se relacionan las situaciones que se dan no sólo al interior del contexto clase sino también las de contextos externos a ella que, de manera indirecta, influyen e intervienen en la clase. A diferencia con el contexto situacional, en el contexto socio-político, se consideran aspectos históricos, políticos, sociales, entre otros, en el nivel de la sociedad en la que se encuentra inmersa el aula o clase y lo vivido en ella. Es decir, el contexto socio-político se puede definir como el espacio sociológico de nivel macro que influye en las interacciones más focalizadas de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en contextos de nivel micro como es el salón de clase (Valero, 2002).

La noción de contexto socio-político, en interacción con la perspectiva de la EMC, está en la base de escenarios de investigación que se presenta a continuación.

12

Prácticas educativas en el marco de una Educación Matemática Crítica

En esta sección se abordan nociones que se convierten en recursos para luego poder realizar procesos analíticos de lo que acontece en el ámbito micro didáctico del referente empírico objeto de estudio de esta tesis. En este sentido, en la primera subsección 12.1 se sintetiza la noción de escenarios de investigación. En el marco de este tipo de escenarios, en la siguiente subsección 12.2 se abordan las nociones de intención y disposición sustanciales para que sea posible llevar adelante este tipo de escenarios. Pero estos escenarios tienen un momento de planificación o diseño de proyectos de investigación con referencia a la vida real. En la subsección 12.3, se abordan las concepciones que se asumen sobre estos proyectos así como el sentido otorgado a *un problema real*. La última subsección 12.4 se destina a vincular la Modelización Matemática como una alternativa para trabajar con proyectos en el aula.

12.1. Escenario de investigación. La noción de escenario de investigación Skovsmose (2000, 2012), es propuesta en un estudio amplio que busca reconocer y caracterizar distintos ambientes de aprendizaje que acontecen en clases de matemática. Para trabajar esta idea, Skovsmose toma como referencia diferentes investigaciones en el ámbito de la EM y propone dos tipos principales de dimensiones para su análisis y propuesta: la organización de las actividades del estudiante y las referencias a las que se apela en clase para esas actividades. Skovsmose (2012) expresa que las *referencias* sirven de base para el significado que los estudiantes pueden construir de los conceptos matemáticos y de las actividades en la clase. Este autor considera que las referencias posibles de realizar también incluyen los motivos para la acción; incluyen el contexto (socio-político) para ubicar un objetivo para la realización de una acción llevada a cabo por los estudiantes. En este sentido, Skovsmose (2012) menciona seis

tipos de ambientes de aprendizaje (Ver Tabla 2) que se pueden propiciar al cruzar dos formas de organización de las actividades para las clases con tres tipos de referencias que dan sentido al trabajo matemático.

Tabla 2

Ambientes de Aprendizaje

		Formas de organización de la actividad de los estudiantes	
		Paradigma del ejercicio	Escenarios de investigación
Tipo de referencia	Matemáticas puras	(1)	(2)
	Semirrealidad	(3)	(4)
	Situaciones de la vida real	(5)	(6)

Fuente: Skovsmose (2012, p. 116).

Los tipos de referencias se vinculan con el contexto en el que se ubican las actividades. La referencia a las matemáticas puras se corresponde con actividades internas a la matemática. Una referencia de semirrealidad es aquella que connota cuestiones vinculadas con la realidad no matemática o imaginadas por el autor de la actividad. Una referencia de situaciones reales se refiere a situaciones posibles de ser observadas. En cuanto a la organización de las actividades, el paradigma del ejercicio se refiere a actividades centradas en los contenidos. El enunciado de tal actividad predefine y regula lo que se espera desarrolle el estudiantado. Un escenario de investigación es aquel escenario escolar, por medio del cual se invita a los estudiantes a formular preguntas y a buscar explicaciones acerca de nuevas ideas, problemas o proyectos. En palabras de Skovsmose (2012): “Doy el nombre *escenario de investigación* a una situación particular que tiene la potencialidad de promover un trabajo investigativo o de indagación” (p. 111). Un escenario de investigación se conforma como tal, al invitar a los estudiantes a formular preguntas y a involucrarse en un proceso de exploración y búsqueda de *explicaciones*:

Cuando los estudiantes se apropian del proceso de exploración y explicación de esta manera, se constituye un escenario de investigación que, a su vez, genera un nuevo ambiente de aprendizaje. En un escenario de investigación los estudiantes están al mando... un escenario de

investigación solo se constituye como tal si los estudiantes sí aceptan la invitación. Un escenario de investigación es en sí una relación (Skovsmose, 2012, p. 114)

Si los estudiantes, aceptan esta invitación, comienza un proceso de exploración, de búsqueda de explicaciones, de apropiación del proceso investigativo y se genera así, un particular ambiente de aprendizaje. Con esta clasificación, el autor intenta mostrar las posibilidades de transformación en la educación matemática y apoyar una educación que se mueva por los seis ambientes de aprendizaje. No se desconsideran otros aspectos que pueden intervenir en los ambientes de aprendizajes, tales como las formas de comunicación, uso de la información y tecnologías; recursos económicos de la escuela, antecedentes y porvenir de los estudiantes o elementos que establecen la cultura en el aula.

Una referencia de la vida diaria con connotaciones sociales se constituye en una base para la construcción de significados que los estudiantes pueden construir en relación con los conocimientos matemáticos (Skovsmose, 2012). Estas referencias permiten construir motivos para la acción al involucrar tanto las intenciones como las disposiciones de los estudiantes (Camelo et al., 2013).

12.2. Enseñanza y aprendizaje como acciones: Intención y Disposición. Valero (1999, en Skovsmose, 1999) sugiere considerar la enseñanza y el aprendizaje como acciones, entendiendo por acción al acto “deliberado, consciente e intencionado donde la persona puede escoger y donde hay una claridad en el objetivo que se persigue. Esta acción se relaciona con las intenciones y las disposiciones de la persona” (p. XVI)

Las intenciones son consideradas por Skovsmose (1999) como guías para la acción que provienen de la habilidad de la persona para dirigirse hacia un objeto no presente. Por su parte, las disposiciones, son entendidas como los antecedentes o la red social e histórica en la que la persona se encuentra y el porvenir o las posibilidades que la situación social le ofrece al individuo.

Las situaciones en la que los estudiantes puedan evocar intenciones no sólo están en el marco de los antecedentes, las cuales tienen que ver con los devenires históricos del sujeto; también tienen que ver con las posibilidades futuras que se perciben (Skovsmose, 1999). De esta manera las intenciones son diversas y se configuran en una red compleja de disposiciones, que no siempre

llevan la misma dirección que el docente pudo haber establecido con anterioridad. Al respecto, Ortiz et al. (2012) señalan “La triada disposición – intención – acción es importante porque resalta la idea que un proceso de educación crítico, no se realiza si las personas involucradas en él no tienen la intención consciente de actuar” (p. 708).

Cabe indicar también que: “El proceso de generar intenciones no es un fenómeno biológico, sino que las intenciones se identifican a través de las decisiones del individuo” (Skovsmose, 1999, p. 199).

Pareciera que desde lo expuesto, se puede interpretar que, en la medida que todas las decisiones pedagógicas sean tomadas solo por el docente, se dificulta la intencionalidad por parte de los estudiantes. Cuando esta intencionalidad es considerada esencial para el proceso educativo, la propuesta de ingresar en un escenario de investigación a partir de demandas e intereses de los estudiantes cobra mayor relevancia en ese sentido.

Atendiendo a lo expuesto, la propuesta de Skovsmose (1999) para la construcción de un escenario de investigación se materializa en el diseño y puesta en marcha de un proyecto de indagación partiendo de una temática y/o problemática de interés de los estudiantes. En la siguiente subsección se aborda una particular noción de proyecto al tomar como referencia la realidad.

12.3. *Proyectos y Problemas de investigación con referencia a la vida real.* Valero y Ravn (2017), puntualizan que, en una propuesta de diseño y ejecución de un proyecto con referencia a la vida real, no se espera llegar solo a aplicaciones de conocimientos matemáticos. Con el término aplicación se considera la mera transferencia de conocimientos y habilidades matemáticas a otros contextos. En lugar de aplicación o transferencia, se opta por emplear el término uso. El uso se refiere al hecho de que cada tipo de conocimiento y de competencia es parte de un juego de lenguaje asociado con prácticas y reglas determinadas, y desarrollado en ámbitos contextuales definidos.

Cuando se pone en marcha un proyecto de investigación con referencia a la realidad, se abren posibilidades para el desarrollo de propuestas interdisciplinarias, donde el conocimiento matemático o estocástico no adquiere un rol de mayor jerarquía respecto a otros; sino que se consideran como conocimientos que permitirán iluminar parte de la realidad. El conocimiento

matemático se ensambla con otros tipos de conocimientos, capacidades, etc. permitiendo el abordaje de problemas complejos e interdisciplinarios. Para Valero y Ravn (2017), el ensamblaje implica más que una suma de componentes, de ser eso posible, ninguna de las partes:

podría por sí misma poder atender a los requisitos de actuación apropiada en la situación [...]ninguno de sus elementos –humanos o no humanos– pueden funcionar el uno sin el otro. Es su conjugación y articulación lo que les da un sentido y función. La relación entre ellos es lo que se convierte en lo importante para el propósito de su uso (p. 7).

Tales ideas sobre proyectos de investigación para la enseñanza de la matemática son compatibles con lo discutido en Lacueva (1998), López y Lacueva (2007), en lo que los autores denominan proyecto ciudadano. En este tipo de proyectos los estudiantes actúan como ciudadanos inquietos y críticos, que solidariamente consideran los problemas que los afectan, se informan, proponen soluciones y, de ser posible, las ponen en práctica o las difunden, así sea a pequeña escala. Esta concepción de proyecto privilegia investigaciones que parten de interrogantes relevantes para los estudiantes. En el desarrollo de un proyecto, los estudiantes exploran intereses, generan preguntas, organizan su trabajo, buscan información, indagan directamente en la realidad, ponen en movimiento sus concepciones y meta concepciones, las confrontan con información nueva y las enriquecen o transforman, comunican resultados, hacen propuestas y eventualmente desarrollan acciones de cambio (López y Lacueva, 2007).

En el marco de estos proyectos, se hace necesario explicitar qué constituye un problema a ser indagado por el estudiantado. Valero y Ravn (2017) consideran un problema como:

una situación abierta que genera un reto de conocimiento y que demanda una solución teórica y/o práctica que permita abordarla. El problema puede tener un anclaje en la realidad social o tecnológica o en un ámbito teórico. Independientemente de esto, el problema siempre es un problema «real» en el sentido de que es de interés y de importancia no sólo para los estudiantes sino para otros, bien sea una comunidad disciplinar, una comunidad profesional, unos usuarios, o la sociedad en general. Esto quiere decir que el problema no es algo que «pone el profesor» o que se «saca de un libro» sino que es una construcción que

hacen los estudiantes a partir de sus intereses y con respecto a lo que se considera relevante en esa realidad. (p. 14).

Bajo tal noción de problema se considera el problema escolar y, es factible contemplar la disposición y la intención de los estudiantes como elementos constitutivos del mismo.

Al hablar de un problema en este sentido, no se hace referencia a un problema cuya solución está inmediatamente al alcance del docente o que pueda ser resuelto en poco tiempo. Pareciera que en estos problemas, interesa el proceso de abordaje de ese problema, cómo se llega a formularlo, cómo se toma conciencia de su complejidad, de las relaciones que se van estableciendo entre los conocimientos, recursos (humanos y no-humanos), etc.

Desde estas nociones de proyectos y problemas presentadas es que se realizarán los análisis del proyecto y los problemas que fueron emergiendo en las clases estudiadas. Con estas concepciones, en la siguiente subsección se aborda la noción de modelización matemática como una estrategia para llevar a cabo proyectos para la enseñanza de la matemática.

12.4. Escenarios de Modelización Matemática: una alternativa para trabajar con proyectos en al aula. A medida que las producciones científicas de la comunidad matemática fueron creciendo en estudios aplicados con base en fenómenos de naturaleza interdisciplinaria, diversos autores han discutido acerca de una noción de la matemática que capture esa diversidad. Davis y Hersh (1989) y Devlin (1994), como tantos otros autores, discuten sobre la necesidad de trabajar hacia una conceptualización de la matemática que se focalice en el principal proceso de trabajo del matemático. Esto es, el proceso de producción de modelos matemáticos vinculados a fenómenos intra-matemáticos o extra-matemáticos. Respecto a los estudios de fenómenos extra-matemáticos, D'Ambrosio (1991) afirma que un modelaje eficiente se da a partir del momento en que somos conscientes de que estamos siempre trabajando con aproximaciones de la situación real en estudio y que esas aproximaciones posibilitan entender, predecir y criticar.

Como ya se hizo evidente en la Parte II, en el trabajo con MM co-existen una diversidad de perspectivas.

Entre tantas perspectivas de trabajo, en lo que sigue se busca focalizar en aquellas perspectivas y aportes que jugaron y juegan un rol importante tanto para el inicio de la tesis como para su análisis. En el inicio del recorrido, de conformación de la tesis, se recuperan contribuciones de educadores e investigadores de Brasil. Por ejemplo, Bassanezi, reafirma el rol del modelaje matemático como abordaje pedagógico. Bassanezi (2002), reconoce la modelización como un proceso dinámico utilizado para la obtención y validación de modelos matemáticos y que consiste esencialmente en el arte de transformar situaciones de nuestro entorno cotidiano en problemas matemáticos, resolver tales problemas interpretando luego las respuestas logradas en un lenguaje usual. Barbosa (2006, 2007, 2009), al mirar la MM en el ámbito educativo, considera que el modelaje matemático puede promover un ambiente de aprendizaje en el que los estudiantes son invitados a investigar a través de la matemática situaciones de su interés. Desde esa visión, el trabajo con MM se vincula con lo propuesto por Skovsmose (2000).

En Esteley (2014) se discute sobre el trabajo con MM en aula considerando que requiere de un proceso dinámico que incluye instancias de planificación, construcción, implementación y evaluación del abordaje en el aula. La autora también propone la noción de escenarios de modelización matemática (MM), como un ambiente de aprendizaje que se constituyen como tal cuando los profesores aceptan el desafío que implica este tipo de abordaje pedagógico y los estudiantes aceptan la invitación de involucrarse en dicho proceso de MM. Se discute sobre el rol de las actividades al caracterizar, un *escenario de modelización*, en instancias de enseñanza de la matemática, como aquel que pone en evidencia un conjunto de espacios, situaciones, tecnologías, acciones e interacciones que dan sentido al proceso de modelización matemático (Esteley, 2014). Esta caracterización de escenario de modelización matemática toma como idea central el concepto de contexto, en el sentido de Lave (1998), quien considera que el mismo se conforma por dos componentes: arena o terreno y setting o escenario. Con esa perspectiva, un escenario de modelización implica interacción no solo con el terreno sino también con otros sujetos o actividades que intervienen en el escenario. De tal modo, las actividades y las experiencias, vividas, se constituyen dialécticamente con el escenario creado sobre un terreno dado. El escenario genera las actividades y estas, en su momento, generan al

escenario. Esta perspectiva de escenario de modelización habilita una visión de contexto compatible con el contexto socio-político trabajado en Valero (2002). Para Silva y Kato (2012) la modelación matemática desde la perspectiva socio-crítica no solo se enfoca en la enseñanza y aprendizaje de conceptos matemáticos, sino que apunta a la formación de la ciudadanía mediante el tratamiento de problemáticas pertenecientes a la cotidianidad de los estudiantes, a la concientización acerca del rol de la matemática en la sociedad. Silva y Kato (2012) caracterizan la MM desde una perspectiva socio-crítica con fuertes vínculos con la perspectiva de la EMC y de la pedagogía crítica.

De modo similar, Andrade (2009) considera el trabajo con MM como una propuesta factible a ser desarrollada por un profesor y reconoce su impronta desafiadora. El autor destaca que los ambientes de aprendizaje centrados en MM provocan distintas interacciones entre la institución escolar y la comunidad o entre institución y docentes. Al respecto, Esteley (2014) y Barbosa (2001), destacan condicionamientos institucionales que pueden producir incertidumbre al momento de decidir la puesta en aula de este particular escenario.

Para ilustrar el trabajo con MM se han propuesto diversos diagramas (por ejemplo Bassanezi, 2002; Blomhøj, 2008 o Borromeo, 2006). Todos los esquemas ilustrativos enfatizan el aspecto cíclico y rico del proceso, y en general, en su interior se reconocen fases de trabajo similares. El diagrama propuesto por Bassanezi, ilustra el trabajo de MM seguido por un matemático aplicado y es usado en el ámbito educativo. Los diagramas propuestos por Blomhøj o Borromeo son diagramas elaborados centrándose esencialmente en el trabajo con modelos al interior del ámbito educativo.

Para el diseño de la experiencia de enseñanza, objeto de estudio de la tesis, se tomó como herramienta el diagrama propuesto en Bassanezi (2002). Sin embargo, para el proceso analítico, el diagrama discutido en Borromeo (2006) resulta un antecedente más conveniente por el rol otorgado al razonamiento y al pensamiento (en nuestro caso estocástico crítico) de los estudiantes. En la siguiente sección se aborda la modelización cuando se particulariza en la enseñanza de conocimientos estocásticos y se propone un diagrama que se emplea como herramienta analítica del escenario de modelización construido (subsección 13.2).

13

Modelización en el marco de una Educación Estocástica

Pfannkuch et al. (2018) expresan que se han realizado limitadas investigaciones educativas en la modelización estadística; al mismo tiempo que reconocen que la misma está emergiendo como un ambiente fértil de investigación en educación desde el cual promover y aprender sobre los procesos de razonamiento estadístico de los estudiantes. Los autores reconocen la importancia de esta área de investigación cuyo objetivo educativo es el de incorporar a los estudiantes en la práctica, el pensamiento y el razonamiento estadístico. Según estos autores, algunas de las grandes líneas que explican un giro de la investigación en educación estadística hacia la modelización se relaciona con: el movimiento hacia la promoción de la modelización matemática en el currículo escolar; los grandes avances tecnológicos y la posibilidad que ofrecen los usos de la tecnología para conectar la información estadística con la probabilidad. El avance de la tecnología permite a los jóvenes estudiantes participar en los principios y prácticas de la modelación, incluyendo la construcción de modelos y la realización de simulaciones.

Los autores expresan que la adopción de un paradigma de modelización en investigación estadística toma cuatro propósitos educativos diferentes:

El primero es enculturar a los estudiantes en la práctica de la estadística profesional y el razonamiento, puntos de vista y creencias de esta disciplina. Las tareas auténticas son presentadas en diferentes contextos donde los elementos educativos de las mismas facilitan el segundo propósito que es obtener conocimientos básicos de la estadística y conceptos para obtener una visión estadística de los datos como algo colectivo, distribuido por sus propiedades, en vez de considerarlo como una colección de casos individuales... El tercer propósito, es desarrollar las nociones de los estudiantes de poder, naturaleza, rol, propósito y utilidad de la modelización... Adquirir más información sobre una situación particular por medio de modelización estadística y aprender más sobre el contexto para predecir, explicar o controlar es el cuarto propósito (p. 115).

En Pfannkuch et al. (2018) se describen cuatro tipos de modelización en la cual los estudiantes construyen un modelo: modelización de datos reales;

modelización de datos simulados mediante *Tinker Plots*²⁴; la exploración de los resultados de los modelos preconstruidos y el reconocimiento de modelos.

La modelización de datos se establece dentro del ciclo investigativo (Wild y Pfannkuch, 1999) con consideraciones sobre variabilidad y contexto; en este sentido Pfannkuch et al. (2018) expresan:

Ya sea cuando se les brindan datos a los estudiantes o los recogen ellos mismos, siempre que comiencen a estructurar y representar los datos, ellos están modelizando, trabajando con variabilidad y pensando en el contexto. Los jóvenes estudiantes pueden involucrarse en el proceso de modelización aprendiendo qué representaciones son más apropiadas o generalizables como modelos para realizar inferencias informales (p. 116)

Por su parte; los autores expresan que la modelización mediada por el software *Tinker Plots*, es muy potente para alentar a los estudiantes a pensar en procesos de modelización del mismo modo que lo hacen los profesionales dentro del área.

Otro de los procesos de modelización que describen Pfannkuch et al. (2018) se vincula al reconocimiento del modelo. En este sentido consideran que algunos procesos de modelización suponen que el modelo ya es conocido y se trata de reconocerlo en una situación particular para poder aplicarlo; otros en cambio buscan la comparación de datos reales con un modelo derivado matemáticamente y un tercer tipo de modelización supone que el modelo teórico no es conocido pero se reconoce que existe una probable estructura o modelo y que puede ser construido o encontrado.

Los autores discuten además, sobre los enfoques que se están desarrollando, interconectando enfoques pedagógicos a fin de entender el razonamiento de los estudiantes con modelos estadísticos y modelización.

En sintonía con el análisis exploratorio de datos en materia de modelización estadística, Pfannkuch et al. (2018) reconocen varios enfoques recientes que tratan de explorar más a fondo el rol del contexto. De acuerdo con estos enfoques, la modelación de un auténtico fenómeno del mundo real sirve

²⁴ *Tinker Plots* es una herramienta de visualización dinámica y modelado de datos desarrollada para ser utilizada por estudiantes de secundaria y universitarios. Generar múltiples muestras simuladas para medir la variación. Desarrolla un modelo de probabilidad y compara probabilidades del modelo con las frecuencias observadas.

como medio para desarrollar la conciencia contextual de los estudiantes y contribuir con su comprensión estadística contextualizada.

Otro enfoque resalta la conexión entre modelización estadística y comprensión contextual, aunque desde una dirección opuesta, en ese caso el contexto es un medio para aprender más sobre la naturaleza probabilística del modelo.

El tercer enfoque interconectado implica no solo la inclusión de ambos tipos de preguntas (real y probabilístico), sino también el surgimiento de la investigación probabilística como un paso natural a partir del reconocimiento de ciertos fenómenos reales. Las preguntas del mundo real llevan a la investigación probabilística, por lo tanto, el contexto para la investigación es más auténtico y está conectado a la investigación real y original. Los estudiantes comienzan investigando una situación real similar al enfoque de análisis exploratorio de datos, establecen una pregunta, formulan una hipótesis, realizan un muestreo o recolección de datos, los analizan e infieren, sobre el comportamiento de una población más grande. Debido a la investigación sobre fenómenos del mundo real, emergen preguntas probabilísticas relacionadas a conceptos relevantes como métodos de muestreo, tamaño de la muestra y representatividad. Estas preguntas se convierten en el nuevo foco de investigación de los estudiantes. Las conclusiones de esta investigación son trasladadas a la investigación original de las que han surgido. Las diferencias de estos dos tipos de investigaciones, real y probabilística, llevó a los diferentes enfoques teóricos a verlas como exploraciones de dos mundos: el primero, el mundo real, en el que se ubican las situaciones reales examinadas y el segundo, el modelo del mundo probabilístico.

En el primer enfoque, la modelización estadística busca explorar más a fondo el rol del contexto desde una perspectiva crítica. Con ese enfoque, se destacan autores brasileños como Jacobini (2004); Jacobini y Wodewotzki (2001, 2002, 2006); Campos (2007 y 2016) y Campos et al. (2011) y la autora colombiana Zapata Cardona (2018a). Los autores brasileños consideran el trabajo con proyectos de Modelación Matemática como una importante estrategia pedagógica que abre camino para la construcción de un aula en la que se habilite la crítica apelando a saberes estadísticos. Ellos describen además, objetivos de una educación estadística crítica. Por su parte, la autora colombiana expresa que el objetivo de la modelización desde una perspectiva

socio crítica es atender a la dimensión social de los sujetos que participan en el proceso de modelización estadístico. Zapata Cardona (2018a) destaca la importancia de la modelización y de sus objetivos en la enseñanza, en ella los estudiantes necesitan generar:

datos, desarrollar instrumentos y estrategias para examinar los datos- utilizar herramientas y razonamiento estadísticos para sacar conclusiones basadas en los datos, y utilizar sus hallazgos para transformar su entorno. Las conclusiones sólo tienen sentido cuando se interpretan en relación con el contexto en el que se han producido y cuando promueven la conciencia y la participación del ciudadano crítico (p. 1215)

Zapata Cardona (2018b) expresa que una investigación estadística concluye cuando hay evidencia que el estudiante no solo se apropió de un concepto o procedimiento estadístico, sino que encontró una solución a un dilema social y aportó elementos para transformar la situación crítica o para reaccionar frente a ella, podemos decir que tiene lugar el proceso de formación de la conciencia social. La autora habla de investigaciones estadísticas en lugar de “proyectos”. Esa decisión se toma a fin de resaltar el proceso investigativo que tiene lugar cuando los estudiantes exploran y comprenden dilemas sociales e intentan reaccionar de manera crítica ante ellos. Son investigaciones de libre elección de tema que nacen de los intereses de los estudiantes. En estos casos, ellos no solo escogen el tópico de estudio sino también que exploran y analizan sus datos y producen un reporte escrito (Zapata Cardona, 2018b). La autora explicita la necesidad de realizar una propuesta pedagógica que permita conectar el conocimiento escolar con los contextos críticos del mundo de los estudiantes.

A partir de estos aportes, en la tesis se caracteriza una *Educación Estocástica Crítica* (EEC) como aquella que centra el proceso educativo, en los sujetos y el empoderamiento de quienes intervienen en dicho proceso buscando:

1- Organizar la enseñanza apelando a escenarios educativos compatibles con un escenario de investigación (Skovsmose, 2000), sostener principios de la modelización como estrategia pedagógica (Bassanezi, 2002; Barbosa, 2006) y valorar las capacidades emergentes (Borromeo, 2018).

2- Privilegiar actividades que posibiliten el debate de cuestiones sociales y políticas y el uso de TDs, valorizando la reflexión sobre el rol de las ideas estocásticas en el debate y aportes que ofrece el uso de las TDs.

3-Promover un uso flexible del tiempo adecuándolo al ritmo del proyecto.

4-Propiciar el desarrollo del razonamiento y del pensamiento crítico; la interacción entre conocimientos, reflexión y diálogo a fin de favorecer un proceso de alfabetización estocástico crítico en el marco de un ambiente democrático basado en un principio de igualdad (Rancière, 2003).

Desde estos cuatro puntos se considera que los objetivos de la enseñanza estocástica deberían estar acompañados del objetivo de desarrollar la criticidad y el compromiso de los estudiantes en las cuestiones políticas y sociales relevantes para su realidad como ciudadanos en una democracia.

En la siguiente sección se particularizan los escenarios de modelización estocástica desde una perspectiva crítica que busca colocar el empoderamiento de los estudiantes como uno de los aspectos esenciales de este proceso.

13.1. Escenarios de Modelización Matemática. Fases y Ciclo. Tomando aportes de Fourez (1995), se asume que los modelos y las teorías pueden ser comparados a mapas geográficos. Estos no son copias de un terreno. Son una manera de poder ubicarse. El contenido de un mapa está determinado, de la misma forma que los modelos, por el proyecto que se tuvo al hacerlos. No se puede hablar, por lo tanto, de nada absoluto o *neutro* en la producción de un mapa: se hace aquel que parece más adecuado al proyecto que se desarrolla y el más factible en función del contexto de producción. Tal producción no es independiente de los sujetos que intervienen ni de las tecnologías disponibles (Borba y Villarreal, 2005). Un buen mapa es aquel que permite que me ubique, teniendo en cuenta los proyectos que tengo. En este sentido, y considerando lo tratado previamente en la sección 12; principalmente las ideas de escenario de modelización y problema real tratadas en subsecciones 12.3 y 12.4; en esta sección se avanza sobre una caracterización de escenario de modelización estocástica como abordaje pedagógico de acuerdo con lo explicitado en los puntos 1 a 4 anteriores dando centralidad al empoderamiento de los sujetos que intervienen.

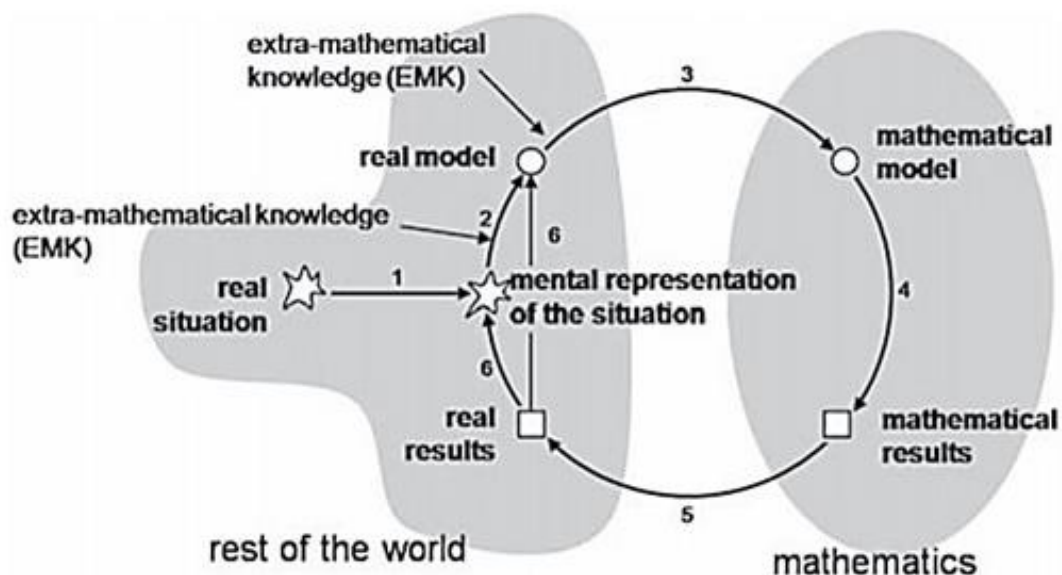
Al hablar de tal escenario, por un lado se busca hacer evidentes relaciones entre problemas de la vida diaria y el par estadística-probabilidad.

Estos escenarios se inician a partir de situaciones de la vida real dónde los conocimientos estocásticos permiten observar, explorar, analizar y criticar una parte de esa realidad.

Estos escenarios solo pueden ser generados si los estudiantes reconocen e identifican el problema como auténtico ya sea por la cercanía a su cotidianidad, como por el interés que les despierta, el desafío que representa para ellos y/o porque los invita a abordarlo (Skovsmose, 2012).

Borromeo (2018) señala que las problemáticas extra-matemáticas que se analicen pueden provenir de diversas situaciones, por ejemplo del comercio, la industria, el medio ambiente, etc. Los problemas que se formulen deben ser tales que, no lleven a una solución única ni a un único procedimiento para resolverlo y, en ese proceso de resolución, se espera que el docente no tenga una intervención inmediata, constante o dirigida hacia sus propios posibles abordajes. Esto es, se espera que el docente habilite o facilite caminos alternativos de trabajo, la emergencia de varias conjeturas, acompañando con preguntas el trabajo de los estudiantes o haciendo evidente sus propias dudas ante un problema que es nuevo para el docente también.

Un trabajo completo que usualmente desarrollan los estudiantes al involucrarse con MM, sigue un ciclo que incluye diferentes acciones y fases de un ciclo de modelización representado en la Figura 2. En ese diagrama se consideran 6 fases y un ciclo de interacciones que conecta el mundo real con el mundo matemático que atraviesa todas las fases.

Figura 2*Ciclo de Modelización Matemática*

Fuente: Blum y Leiss (2006), Borromeo (2006, 2010, 2018).

La fase 1 se inicia a partir de la selección de una situación real que se puede presentar mediante una imagen o un texto en forma de un primer problema. En esta fase se hace necesario realizar cierta representación mental de la realidad a estudiar para comprenderla y reconstruir mentalmente la situación. Debido a que la realidad es compleja, se requiere simplificar, estructurar y hacer más precisa la situación; lo que conduce a un modelo real de la situación o fase 2. Muchas veces, en esta fase 2 se hace necesario apelar a conocimientos extra-matemáticos y a la búsqueda de información pertinente al problema. Se sugiere un *modelo real* cuando se plantean supuestos sobre la situación real; ya que de lo contrario se dificulta usar o encontrar las matemáticas que ayuden a resolver esa situación. Luego de pasar por un proceso de interacción entre fase 1 y fase 2 se requiere hacer una transición del modelo real a la matemática e iniciar la fase 3. En esta fase, nuevamente es necesario apelar a conocimientos extra-matemáticos y también matemáticos para llegar a formular un *modelo matemático*. Esta instancia de trabajo se suele reconocer como proceso de matematización ya que las expresiones del individuo o colectivos que producen el modelo están más relacionadas con hechos matemáticos y, en menor grado, con la realidad. Una vez obtenido este modelo se ingresa en la fase 4 que consiste en una intensificación del trabajo matemático. Esta fase requiere poner en juego capacidades

matemáticas para analizar, explorar el modelo matemático, obtener y representar de algún modo un primer modelo. Pero este o estos primeros modelos, producto del trabajo matemático deben ser interpretados volviendo a la realidad en los términos del problema planteado y revisar el modelo o la información recogida de ser necesario lo que sucede en la fase 5. Finalmente, la fase 6 es el momento de contrastar el modelo en correspondencia con la situación, en esta instancia se validan los resultados obtenidos, el individuo o colectivo busca relaciones entre sus resultados y la representación mental que se había realizado para la situación de la realidad; es decir se produce una instancia de validación.

En esta tesis, se considera el ciclo de MM antes descrito como base para enfocarnos en un ciclo de modelización cuando, en instancias de trabajo matemático con finalidad educativa, se abordan fenómenos de naturaleza estocástica. Con esto se intenta evidenciar aspectos propios del trabajo estocástico al interior de un espacio educativo y que los distinguen de algunos modos generales del trabajo matemático. Con ese fin, en la subsección 13.2 se propone una descripción de fases y ciclo para caracterizar un *escenario de modelización estocástico crítico*. Para esa caracterización se toman aportes de Wild y Pfannchuck (1999); Pfannchuck et al (2018) así como de Coutinho (2001). El ciclo propuesto contempla 7 fases y considera una constante interacción entre la realidad y los saberes estocásticos. Esto es una ineludible dialéctica entre la construcción de saberes y la comprensión de la realidad en la que se focaliza el proceso de modelización.

13.2. Fases y ciclo de un escenario de modelización estocástico crítico.

Emergentes de la tesis. La **Fase 1** se inicia con una *situación crítica de la realidad*; esto es, se trata de situaciones que los estudiantes reconocen que develan problemáticas sociales, que son de su interés, los motiva a comprender la situación y a la búsqueda de soluciones alternativas. El trabajo en esta fase, requiere del esfuerzo por reconocer problemáticas que se vinculen con *lo colectivo* y visibilicen *lo universal*. La construcción colectiva de problemáticas universales que despierten el interés y que signifiquen un desafío y compromiso para los estudiantes es fundamental para que el proceso de modelización pueda ser *desenvuelto* desde una perspectiva crítica.

Esta fase es importante desarrollarla en torno a una *coflexión* entre docente/s, estudiantes u otros sujetos. La instancia de delimitación de temática y de planteamiento de un problema se vincula con una comprensión de un sistema dinámico que lleva a establecer preguntas o enunciados que guían la indagación. Comprende la *representación mental del problema*, la identificación de la/s cuestiones relacionadas con el tema de interés y la complejidad que conlleva la formulación de un problema. *Notar la variación y preguntarse por qué* es una buena guía para generar ideas de naturaleza estocástica. Esto es, reconocer la variabilidad (Wild y Pfannchuck, 1999; Pfannchuck et al., 2018; Lehrer y English, 2018). Por otra parte, en esta primera fase del ciclo de modelización estocástica se toman decisiones y se aprende bajo situaciones de incertidumbre, entendiendo que la variación es omnipresente a ese tipo de modelización.

Dado que la realidad es compleja, en la **Fase 2** se trata de simplificar el problema y ello se realiza a partir de los *supuestos y/o hipótesis* que se asumen. Generalmente se requiere de *conocimientos específicos* vinculados con la temática seleccionada e implica una búsqueda de información y/o datos conectados con el problema. Una vez aceptada la aleatoriedad de la situación, en esta segunda fase, que va desde la representación mental hacia un modelo de la realidad, se realiza una descripción simplificada de la misma. Para ello, se hace un *recorte de la situación*, es decir, se seleccionan algunos aspectos y se prescinde de otros de modo pertinente, buscando captar lo esencial. El posicionamiento crítico de docentes y estudiantes en esta instancia es sustancial para no ignorar ciertos aspectos de la situación que permitan comprender las relaciones de poder, las inequidades de recursos y las disparidades de oportunidades entre diferentes grupos sociales.

Si fuere necesario, en esta segunda fase suele ser necesario acudir a expertos relacionados al tema y/o problema definido; así como a expertos en conocimientos estocásticos.

Es en esta instancia cuando puede surgir la necesidad de modificar, reformular o cambiar el problema inicial y volver a Fase 1. Este ida y vuelta, puede suceder en más de una oportunidad.

La **Fase 3** se inicia cuando se realiza una transición desde la realidad a los conocimientos estocásticos y matemáticos. Es en esta etapa donde se reconoce la *necesidad de contar con datos* para poder estudiar la variabilidad y propiciar

el pensamiento estocástico (Wild y Pfannchuck, 1999). El soporte de una investigación estocástica es poder sostenerse en la evidencia proporcionada por los datos. Esta fase transcurre con la elaboración de un plan, que involucra los procedimientos que serán utilizados para llevar a cabo el estudio, involucra la selección de las variables pertinentes, la definición de qué tipo de experimentos y mediciones serán necesarios, la elaboración del diseño del muestreo considerando la representatividad de la muestra, la determinación del tamaño de la muestra y la recolección de datos. Es la fase de la planificación y la recolección de datos. En esta tercera fase también *se decide qué se hará en el futuro y cómo se hará*, es decir, se requiere del pensamiento estratégico al que se refieren Wild y Pfannchuck (1999). Este pensamiento incluye: planear cómo resolver una tarea; dividir las tareas en subtareas, división del trabajo y, si es factible, anticipar problemas y la planificación para evitarlos. En esta instancia es muy probable que emerja la necesidad de un *experimento aleatorio*. Como en todo experimento científico, Countinho (2001) sugiere que es importante establecer las *condiciones de realización u observación*, es decir, describir con detalle el protocolo experimental en el caso de necesitar realizar la recolección de los datos. Es decir, se hace necesario en esta fase poner en juego aspectos del pensamiento estratégico, como es tener una conciencia de las *limitaciones con las que se está trabajando y tenerlas en cuenta en la planificación de la recolección de datos*. Nuevamente en este punto, al pensar en esta transición puede suceder que se requiera volver a la simplificación del problema o incluso se requiera volver al punto de inicio. Estos dos ciclos (bucles) pueden ser repetidos hasta que se disponga de elementos suficientes, aceptación y consenso para luego continuar.

En la **Fase 4** se produce el trabajo con la estadística y/o la probabilidad para obtener resultados. Esta fase habilita que se pongan en juego tres tipos de pensamiento estocástico (Wild y Pfannchuck, 1999), *la transnumeración, la consideración de la variación, el razonamiento con modelos estocásticos y la aplicación de técnicas*.

En esta fase se pone en marcha la capacidad de transformar los datos en diferentes representaciones en busca de nuevos significados, lo que se conoce como *transnumeración*. Ella se produce cuando se encuentran formas de organización y sistematización de los datos (a través de la medición o la

clasificación), que capturan elementos significativos de la realidad. Así por ejemplo, se observan gráficos para encontrar información; se organizan y sistematizan los datos a través de transformaciones y reclasificaciones en busca de nuevas perspectivas; *se construyen y/o prueban modelos estadísticos*.

También en esta etapa se recuperan modelos, o marcos propios de la estocástica, para pensar sobre ciertos aspectos de la investigación de manera genérica. En la actualidad, es imposible pensar en dejar fuera de estos aspectos de un proceso investigativo *el uso de los recursos tecnológicos*. En ese sentido, las TDs son parte constitutivas de un proceso de modelización estocástica.

Se destaca que, la teoría estocástica hace que sea eficiente el proceso de encontrar una forma de mapear un nuevo problema sobre un problema ya resuelto, de modo que la solución anteriormente concebida pueda ser aplicada o adaptada. Para utilizar estas teorías, primero reconocemos elementos de nuestro contexto que pueden ser mapeados útilmente en un modelo (un proceso de abstracción de lo particular a lo genérico), luego operar dentro de ese modelo, y luego mapeamos los resultados de vuelta al contexto (desde lo genérico hasta lo particular) (Wild y Pfannchuck, 1999).

En la **Fase 5** se realiza la interpretación de resultados volviendo a la realidad. Una vez que se construye un modelo estocástico para la situación y obtenidas las conclusiones a partir del modelo. Se torna central en esta fase la integración e interacción entre el conocimiento del contexto y el estocástico. Esto es, la capacidad para producir interpretaciones o conjeturas a partir del conocimiento estocástico, el conocimiento del contexto y la información disponible en los datos. En esta instancia se pone en juego las capacidades de los estudiantes para discutir y argumentar sobre las interpretaciones de la información estocástica contextualizada: se espera que la argumentación se realice apelando a la exposición de comentarios fundamentados, evaluaciones o comprensiones, a partir de nociones estocásticas en todos los casos.

En esta fase puede ser necesario volver a alguna de las fases anteriores al momento de encontrar inconsistencia o resultados que, si bien son válidos desde los conocimientos estocásticos y/o matemáticos, no son pertinentes para la situación real. Esto puede implicar revisiones de los resultados (Fase 4), el plan (Fase 3), o las simplificaciones realizadas sobre el problema real. Puede

incluso requerir la inclusión de nuevos conocimientos extra-matemáticos, una nueva búsqueda de datos fuera de la estadística y de la matemática (Fase 2).

La **Fase 6** es el momento de la validación al someter el modelo construido a procesos de validación para garantizar su eficacia. En esta fase se puede poner en juego otro de los tipos fundamentales de pensamiento estocástico como es el Juicio (Wild y Pfannchuck, 1999). Este es el punto final de decisión de la crítica. Aplicamos el juicio a cuestiones tales como: la fiabilidad de la información; la utilidad de las ideas; la practicidad de los planes; conformidad con el contexto y una comprensión de la situación planteada por medio de nociones estocásticas; la necesidad de más investigación y las otras decisiones involucradas en la construcción y razonamiento a partir de modelos. Los juicios correctos a partir de los datos requieren la comprensión de la variación que hay y se transmite en los datos, la determinación de las fuentes de variación (medida, datos, muestreo, análisis, variación debida a factores, variación aleatoria) así como de la incertidumbre originada por la variación cuyas fuentes no quedan explicadas. La estadística permite hacer predicciones, buscar explicaciones y causas de la variación y aprender del contexto (Wild y Pfannchuck, 1999; Pfannchuck et al 2018; Zapata Cardona, 2018a).

Esta sexta fase requiere además que se active el pensamiento crítico en el sentido que lo expresan Wild y Pfannchuck (1999). Es decir, verificar los puntos de referencia internos discutiendo con nosotros mismos, sopesando nuestro conocimiento del contexto, nuestro conocimiento estadístico, contra las limitaciones bajo las cuales estamos trabajando, y anticipamos problemas que son consecuencias de elecciones particulares. También podemos verificar puntos de referencia externos como: otras personas (colegas, expertos); literatura disponible y otras fuentes de datos. Algunos puntos de referencia para verificar aquí incluyen lo siguiente: (1) El propósito del pensamiento: por ejemplo, ¿responde esto a la pregunta, al problema o a algún objetivo de interés?, (2) Sistemas de creencias: ¿Estoy siendo guiado indebidamente por preconcepciones injustificadas?, ¿las propias o las de mi comunidad? (3) Respuestas emocionales: ¿Es posible detectar factores emocionales de los participantes que influyen en la forma de abordaje y resolución del problema?, ¿de qué forma estos factores influyen en el proceso? (Wild y Pfannchuck, 1999).

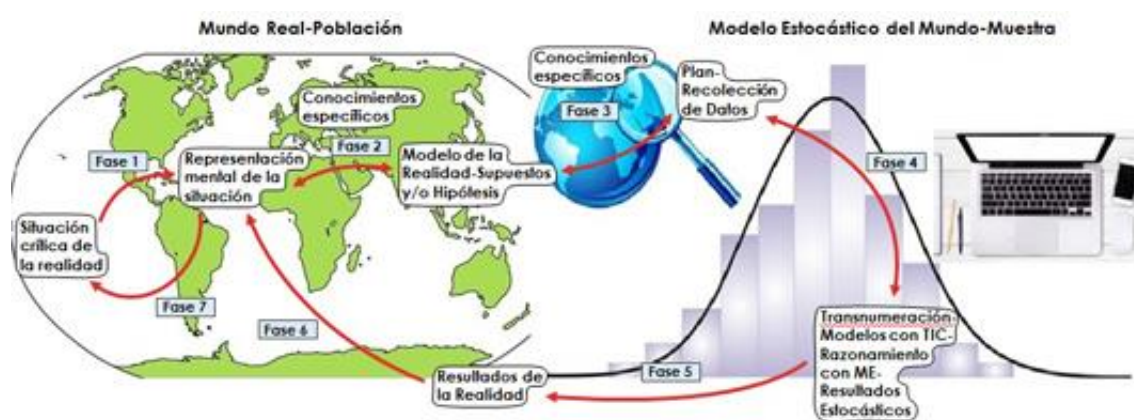
En instancias finales de este proceso de validación se ingresa a **Fase 7** cuando se devuelven los resultados a la realidad, se habilita un espacio para la transformación y/o para la socialización por parte de los estudiantes. En esta instancia los estudiantes articulan, integran, escriben y comunican acerca de la comprensión alcanzada sobre la situación y problema definido, sustentando parte de esta comprensión en el uso de conocimientos estocásticos.

Es decir, en este ciclo de Modelización Estocástica desde una perspectiva crítica se considera la séptima fase tomando también como referencia los trabajos de Blum y Leiss (2006) para referir al momento de comunicación y exposición del proceso y resultados una vez que el modelo ha sido validado.

En la Figura 3 se ofrece un esquema que sintetiza e ilustra el proceso completo recién descrito. En él se destacan las fases del proceso y la incorporación de TDs como medio inherente al trabajo de modelización.

Figura 3

Ciclo de Modelización Estocástica Crítica



Interesa explorar específicamente las posibilidades que presenta este tipo de escenarios para el desarrollo de capacidades en docentes y estudiantes como sujetos no sólo epistémicos, sino también sociales (Zapata Cardona, 2018b) y específicamente políticos. Con este propósito en la subsección 9.3 se esboza una caracterización para la noción de empoderamiento tomando aportes de investigaciones del campo de la educación matemática en particular.

El trabajo con escenarios de Modelización Estocástica Crítica (EMEC) según la caracterización realizada, no sólo está en resonancia con los principios

de la EMC; sino que además posibilita poner en juego un pensamiento y razonamiento estocástico según se describe en la siguiente subsección 13.3.

En este tipo de escenarios, los estudiantes no solo plantean problemas, formulan preguntas, producen hipótesis, recogen datos, sino que también abren sus reflexiones y críticas a fenómenos de su entorno y, con ello, llegan a proponer propuestas fundamentadas.

13.3. *Pensamiento y razonamiento estocástico crítico.* Se espera que el proceso de *alfabetización estocástica crítica* se promueva mediante un *escenario de modelización estocástico crítico* y que propicie un *pensamiento estocástico crítico*. El pensamiento estocástico se diferencia del pensamiento matemático general asociado al aprendizaje de fenómenos de naturaleza determinística. Ya que, el pensamiento estocástico implica aprender sobre un fenómeno en un contexto de variabilidad e incertidumbre (Huerta, 2020; Walz, 2014).

En esta tesis se considera la noción de *pensamiento estocástico crítico* realizando reformulaciones a las dimensiones para el pensamiento estadístico propuesto por Wild y Pfannchuck (1999) y descritas en la subsección 10.1. La dimensión 1, referida al ciclo investigativo (problema, plan, datos, análisis y conclusiones) no es considerada una característica de este pensamiento sino un proceso más amplio vinculado con un *escenario de modelización estocástico crítico* (EMEC). Se habla de un proceso más amplio porque en el marco de este escenario se van produciendo instancias que son más propicias para uno u otro tipo de pensamiento, para el ciclo interrogativo y en el que se abren (o limita) espacios para las disposiciones y el empoderamiento de los estudiantes.

La dimensión 2 propuesta por Wild y Pfannchuck (1999), referida a los tipos de pensamiento aplicados al contexto permite entender los tipos de pensamiento estocásticos que se pueden desenvolver en un escenario de modelización, explicitando la importancia del pensamiento crítico (Giroux, 2003) como uno de estos tipos de pensamiento.

La dimensión 3 referida al ciclo interrogativo propuesto por Wild y Pfannchuck (1999) en la resolución de problemas estadísticos que implica generar, interpretar, argumentar, valorar, etc. en un escenario de modelización se puede lograr haciendo explícitas con los estudiantes las fases a medida que se van experimentando. De esa manera, ellos pueden adquirir una comprensión

sobre el hacer de un estocástico, lo que les puede brindar elementos también para un empoderamiento en este sentido, más allá de los resultados, interpretaciones y conclusiones de un determinado escenario transitado.

En cuanto a la dimensión 4 que alude a las disposiciones, además de ser cualidades personales, se considera que se construyen en entornos de trabajos colectivos. Tales cualidades pueden ser favorecidas u obstaculizadas según como se diseñe, ejecute y evalúe un escenario de modelización, en el marco de un contexto socio-político (Valero, 2002) en el que está inserto y es inherente a este escenario, colocando el empoderamiento de los sujetos que participan como uno de los aspectos esenciales del mismo.

Por su parte, y con el objetivo de abordar otra de las nociones centrales para una *educación estocástica crítica*, se considera la noción de *razonamiento estocástico* vinculada a la noción de razonamiento estadístico propuesta en Campos (2016). Esto es, se vincula con resumir y representar adecuadamente los datos, hacer conexiones entre diferentes conceptos involucrados en un problema, variabilidad, incertidumbre y probabilidad. A la noción dada por Campos (2016) que considera que el desarrollo de ese tipo de razonamiento, posibilitaría a un sujeto, desarrollar habilidad para comprender, interpretar y explicar un proceso estadístico, se particulariza este proceso en el marco de un escenario de modelización estocástico completo descrito en la anterior subsección 13.2. De manera más genérica, el razonamiento estocástico puede ser definido como la manera por la cual las personas razonan problemas con ideas estocásticas.

Con lo expuesto, se reconoce que uno de los objetivos de un proceso de *alfabetización estocástica crítica* está fuertemente vinculado con propiciar el *pensamiento estocástico crítico* (que incluye al razonamiento estocástico). Esto es, propiciar el pensamiento estocástico habilitando espacios para el empoderamiento de los sujetos que intervienen. Un desafío, para investigadores y docentes, es diseñar prácticas educativas que favorezcan una alfabetización estocástica crítica y el desarrollo del pensamiento estocástico crítico.

En la siguiente subsección 13.4 se abordan usos y sentidos del empoderamiento en la educación matemática en general y de la educación estocástica en particular. A partir de esta última discusión, se propone una caracterización de empoderamiento a utilizar como recurso para el análisis de los resultados. Cabe mencionar que en esta caracterización se toman diversos

autores y al mismo tiempo se entrecruzan con avances teóricos propios de esta tesis.

13.4. Empoderamiento en escenarios de Modelización Matemática y Estocástica desde una perspectiva crítica. Para avanzar en el sentido de tales dimensiones es importante explicitar que, al pensar un espacio educativo para la matemática o para la estocástica, adhiriendo tanto a la perspectiva de la matemática como la ciencia de los modelos como a las nociones presentadas en relación con proyectos en general y de proyectos de modelización matemática y estocástica en particular, es factible repensar las dimensiones propuestas por Ernest (2002) como también el propio proceso de empoderamiento.

Las ideas discutidas en las dos últimas secciones dan un marco para una aproximación a una caracterización de empoderamiento en el ámbito de la educación matemática y estocástica. Se toman recaudos para que esta caracterización sea lo suficientemente amplia pero reconociendo que finalmente uno se posiciona. En este sentido el posicionamiento se hace evidente en instancias de la caracterización, lo que implica entre otras cuestiones un posicionamiento relativo al trabajo matemático y estocástico en las aulas.

En esta perspectiva tan amplia, trabajar con *escenarios de modelización matemática y estocástica para el aula* se propone como un medio que busca entrar en sinergia con una idea de empoderamiento en la cual, no solo se genere una circulación de poder con, poder para y poder interno (en el sentido de Rowlands, 1997) sino que además, se requiere que docente/s y estudiantes acepten el desafío de trabajar con proyectos de modelización matemática y estocástica con la incertidumbre que produce ese tipo de trabajo.

En ese contexto, los dominios de empoderamiento propuestos por Ernest (2002) son reformulados de modo tal que:

En el *dominio matemático-estocástico*, el empoderamiento consiste en ganar poder para seleccionar fenómenos, para formular un problema a estudiar, para generar conjeturas, validarlas o refutarlas y generar condiciones para buscar soluciones, en todos los casos, en interacción con otros actores. En ese proceso se va ganando también poder sobre el lenguaje, los símbolos, las destrezas y la práctica de usar, aplicar o generar conocimientos específicos de la matemática y/o estadística-probabilidad o fuera de ellos en el trabajo

estocástico o en la actividad de *hacer matemática* en un espacio educativo. En el *dominio social y político*, el empoderamiento significa que los estudiantes puedan ir tomando conciencia tanto de la naturaleza de la matemática y de la estocástica, sus usos y la naturaleza del fenómeno en estudio. Como así también de la matemática y estocástica como herramientas que posibilitan conexiones con sus entornos próximos, y de ese modo explorarlos, comprenderlos, reconocer la situación crítica que provoca y criticarlos, en última instancia, proponer ideas para buscar soluciones contribuyendo al poder sobre el ámbito político y social y, posiblemente, a la promoción de la justicia social y a una mejor forma de vida para todos quienes comparten entornos próximos o más distantes. Finalmente, en relación con el *dominio epistemológico*, el empoderamiento se refiere al crecimiento en la confianza de los estudiantes no solo en el uso de la matemática y estocástica sino también en el poder sobre la creación del conocimiento y la validación de este en un contexto de producción guiado por una finalidad colectiva.

Esta caracterización guarda a su interior una participación democrática y crítica de los sujetos involucrados. Con la misma, se pretende fortalecer la autonomía de los estudiantes en sus decisiones y acciones vinculadas a la enseñanza y aprendizaje de matemática y estocástica al interior de un ambiente investigativo con referencia en la realidad (Skovsmose, 2000).

En la caracterización recién realizada se puede observar que “los estudiantes son reconocidos como agentes del proceso educativo, el “empoderamiento” no surge de la “posesión” de las matemáticas, sino de la posición que los estudiantes adoptan para influir en las prácticas sociales donde se enseñan y aprende matemática” (Skovsmose y Valero, 2012, p.189)

En este posicionamiento, las intenciones, la disposición, las negociaciones de los estudiantes con los docentes y su involucramiento real con las acciones están conectadas con los conocimientos matemáticos y/o estocásticos.

Con estas ideas, de ninguna manera se entiende que el docente deba desplazarse de su rol y dejar en los estudiantes u otro actor las responsabilidades que le competen; simplemente se quiere explicitar de qué manera se entiende ese rol y que la búsqueda esencial del docente será la de tratar de generar condiciones para que tenga lugar este proceso de empoderamiento.

Para la tesis, se ha contemplado una caracterización de empoderamiento que contiene las nociones de *colectividad*, *transformación*, *deliberación* y *coflexión* descritas por Skovsmose y Valero (2012) y por ende, alude a la relación crítica entre democracia y educación que proponen estos autores.

Se hace notar que, recientemente, en el ámbito de la educación matemática, parte de las discusiones sobre igualdad, alfabetización, empoderamiento y abordajes pedagógico están siendo focalizadas en la problemática de la inclusión de niños y jóvenes en las clases de matemáticas. Inclusión en el sentido de poder acceder al conocimiento matemático en un ámbito que respete y considere las diferencias de quienes aprenden, sean esta de origen cultural o modos de aproximarse a los conocimientos. En este sentido se menciona el volumen 32 del 2020 de la revista *Mathematics Education Research Journal* que tematiza sobre una educación matemática inclusiva o *Inclusive Mathematics Education*. Otros ejemplos son un grupo de artículos publicados en el volumen 52, del 2020 de la revista *The Urban Review*.

Contrastado el estudio con la literatura (Parte II) y explicitados los soportes teóricos consolidados o propuestos como emergentes en la tesis (Partes III y IV), en la siguiente Parte V, se dan detalles sobre la opción metodológica escogida. Se describen procedimientos metodológicos, dimensiones analíticas y se avanza en consideraciones relativas al hecho de investigar la propia práctica.

Para luego avanzar a la Parte VI de la tesis en la que se presentan detalles de lo trabajado dentro y fuera de la escuela como así también se van poniendo en juego las herramientas analíticas en proceso de interpretación.

PARTE V

Aspectos Metodológicos

“Si bien para estudiar la estructura de una molécula no hace falta saber qué se sentiría si fuese uno de sus átomos, para comprender las funciones de grupos humanos es necesario conocer desde dentro cómo experimentan los seres humanos los grupos de los que forman parte y los que les son ajenos; y esto no puede conocerse sin participación activa y compromiso”. Norbert Elias (1990, p.28)

Para llevar adelante la investigación vinculada a la tesis, se opta por un abordaje cualitativo apelando a una metodología compatible con una investigación acción dentro de un paradigma crítico (Carr y Kemmis, 1988, Kemmis y McTaggart, 1988; Skovsmose y Borba, 2004; Anderson y Herr, 2007; Kincheloe et al., 2018). En la primera sección, de esta parte, se describe la opción metodológica y criterios de validez considerados. En la segunda sección se sintetizan algunos aspectos centrales en torno a la problemática que puede implicar una doble condición de investigadora y docente. En la última sección, se describen los procedimientos metodológicos seguidos, las fuentes de datos, y principales dimensiones consideradas para el análisis.

14

Opción Metodológica

Por las motivaciones de la investigación que enmarca este trabajo, la naturaleza de las preguntas planteadas y el entramado teórico que lo enmarcan, se opta por un paradigma de naturaleza cualitativo. Si bien, el estudio parte de ciertos sustentos teóricos, en el transcurso de la investigación tales sustentos se reconfiguran y afinan con aportes de ideas que van emergiendo en el lapso del estudio. Algunas de ellas se proponen a partir de reconocer vacancias en la bibliografía revisada.

En el marco del paradigma cualitativo, se privilegia una metodología compatible con una investigación acción dentro de un paradigma crítico (Kincheloe et al., 2018). La investigación acción ha sido apropiada de diversas formas por distintas disciplinas y campos de práctica profesional. Diversos

filósofos y teóricos sociales argumentan de manera convincente acerca de la invalidez de ciertas perspectivas que sostienen que los investigadores pueden dejar de lado sus propios valores morales y sociales al realizar sus estudios (Carr, 1988). Específicamente en el contexto de la investigación-acción, la objetividad supone estar abierto a las pruebas no concordantes con los propios valores y prácticas, y la disposición a modificar la propia comprensión de éstos al reflexionar sobre los problemas que plantea su realización práctica (Elliot, 1990).

Carr y Kemmis (1988) entienden la investigación acción como una forma de estudio reflexivo emprendido por los participantes en situaciones sociales para mejorar la racionalidad y la justicia de sus propias prácticas, su comprensión de estas y las situaciones en las que se llevarán a cabo. La investigación acción se enmarca en el paradigma crítico y constituye una opción para la producción de conocimiento social desde la dialéctica y dialógica, así como de la vida e historia concreta de la praxis colectiva (Denzin y Lincoln, 2018). La investigación acción crítica conecta los problemas de los estudiantes, la escuela y la comunidad con la dimensión social, económica y política más amplia de nuestra sociedad (Steinberg, 2014).

En Elliot (1990) se presentan ocho características fundamentales de la investigación-acción (I-A) cuando se trabaja en escuelas y que dan claridad a este método de investigación en el marco de la tesis. Estas características vinculan la I-A con: 1) acciones, 2) propósitos, 3) posturas teóricas, 4) explicaciones de lo vivido, 5) interpretaciones de lo vivido, 6) puntos de vistas de la situación, 7) puntos de vista sobre los problemas y 8) diálogos entre investigadores y participantes.

Como primera característica, señala que, la investigación-acción situada en las escuelas analiza las acciones humanas y las situaciones sociales experimentadas por los profesores como: problemáticas al considerarlas inaceptables en ciertos aspectos, contingentes o susceptibles de cambio y prescriptivas al requerir una respuesta de naturaleza práctica.

Con la segunda se enfatiza que el propósito de la I-A es que el profesor pueda diagnosticar su problema, es decir profundice en la comprensión del problema. Para ello se requiere que el profesor sostenga una postura exploratoria frente a cualquiera de las definiciones iniciales de su propia situación.

Con la tercera característica se propone suspender temporalmente la acción emprendida para cambiar la situación hasta conseguir una comprensión más profunda del problema práctico en cuestión.

En la cuarta característica se expresa que para explicar lo que sucede, la I-A construye un guion sobre el hecho en cuestión relacionándolo con un contexto de contingencias mutuamente independientes. Es decir, se agrupan los hechos ya que la ocurrencia de uno depende de la aparición de los demás. La quinta característica de la I-A es la interpretación de lo que ocurre desde el punto de vista de quienes actúan e interactúan en la situación problema.

En la sexta característica se explicita que la descripción y explicación de lo que sucede será realizado con el mismo lenguaje utilizado por los participantes.

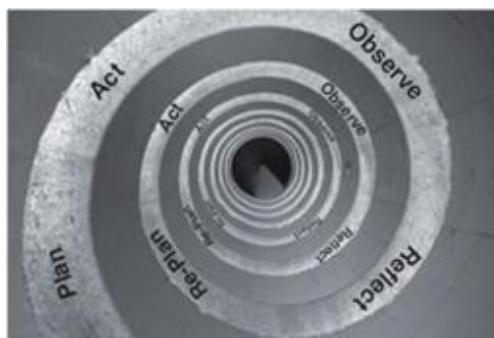
En la séptima característica se formula que la validación de la investigación solo puede ser realizada a través del diálogo libre de trabas con los participantes.

La octava característica, relacionada con la anterior, explicita que en la I-A debe existir un flujo de información entre los participantes, un diálogo libre de trabas entre el *investigador* (se trate de un extraño o de un profesor/investigador) y los partícipes de la investigación.

En el momento de llevar a la práctica la I-A se retoma el modelo propuesto por Kemmis y McTaggart (1988) y Kemmis et al. (2014). Estos autores proponen cuatro fases que resumen el proceso de investigación-acción: diagnóstico y reconocimiento de la situación inicial; desarrollo de un plan de acción, críticamente informado, para mejorar aquello que ya está ocurriendo; actuación para poner el plan en práctica y la observación de sus efectos en el contexto y la reflexión en torno a los efectos como base para una nueva planificación. Estas fases y sus características cíclicas se pueden visualizar en el siguiente diagrama:

Figura 4

Espiral de Investigación-Acción



Fuente: Kemmis et al. (2014, p. 19)

En la misma se pone en evidencia el aspecto espiralado del proceso completo.

Es decir, la investigación acción requiere una espiral de ciclos de planificación acción, observación y reflexión.

Los resultados de un ciclo de investigación sirven como punto de partida para el ciclo siguiente y el conocimiento que se produce es relevante para la resolución de problemas locales y el aprendizaje profesional de los docentes/investigadores.

Por ejemplo, Anderson y Herr (2007) manifiestan que:

en realidad, pocos profesionales hacen investigación con la intención de difundirla más allá del escenario local. Sin embargo, los conocimientos locales que se producen pueden mejorar el conocimiento público sobre la reforma educativa tanto en el nivel del salón de clase como de la escuela misma. Estos conocimientos públicos podrían formar parte de una teoría del cambio tradicional (generación, diseminación y utilización de conocimientos) que emplean los académicos universitarios (con poca eficacia), o pueden constituirse en otra fuente de conocimiento público que se puede difundir a través de los sindicatos o las agencias educativas provinciales o municipales.” (p. 3)

Las autoras Anderson y Herr (2007) proponen cinco criterios para avanzar sobre el análisis de validez o confiabilidad para este tipo de investigaciones.

Primero consideran la *validez de la resolución del problema* preguntando, “¿hasta qué punto se resolvió el problema o dilema profesional dentro de un contexto específico y con ciertos parámetros, limitaciones, y posibilidades?”(p.6)

Segundo, la *validez del proceso metodológico*, cuestionando hasta qué punto los problemas bajo investigación se entienden y se resuelven de una manera que permite el aprendizaje continuo del individuo o sistema. La *validez de resultados* tiene una dependencia de la validez del proceso en el sentido que, si el proceso metodológico es superficial o incorrecto, los resultados lo reflejan. Por proceso metodológico, no se refieren sólo a los métodos de recolección de información, sino a la espiral de ciclos de reflexión, que incluyen la problematización de las prácticas o problemas bajo estudio. Cuando se trata de la validez del proceso, la investigación acción puede transferir algunos criterios

de la investigación cualitativa. La triangulación, o la inclusión de múltiples perspectivas (docentes, estudiantes, padres u otros, por ejemplo) hace menos probable que los resultados estén sesgados por una sola perspectiva. La triangulación también puede referirse a la inclusión de múltiples métodos (Ej. observaciones, diarios, entrevistas), no limitándose a una sola fuente de datos.

En tercer lugar, la *validez democrática* se refiere al grado de colaboración del investigador con todos los participantes afectados por el problema bajo investigación. Por ejemplo, cabe preguntar, ¿los padres y los estudiantes son vistos como parte de la comunidad escolar o del salón de clase o se visualizan por fuera de esas comunidades? Mientras la validez del proceso metodológico depende de la inclusión de múltiples perspectivas para la triangulación, la *validez democrática* requiere la inclusividad como un asunto de ética y justicia.

En cuarto lugar, la *validez catalítica* se refiere al grado en que el proceso de la investigación reorienta y motiva a los participantes a analizar y entender la realidad con el fin de transformarla. Tanto el investigador/participante como el docente/participante deben cuestionarse para lograr la validez catalítica.

En quinto lugar, la *validez dialógica* que para el caso de la investigación educativa que se publica en revistas académicas pasa por un proceso de evaluación de pares. Para ser publicado, un artículo tiene que ser evaluado por dos o tres investigadores que son especialistas en la metodología y el contenido del estudio.

Las autoras Anderson y Herr (2007) expresan que en general, la investigación docente tiene como propósito principal la reflexión y desarrollo profesional más que la generación de conocimientos para diseminar más allá del escenario local. Esto es, en parte, porque las instituciones educativas no tienen ni condiciones de trabajo, ni un sistema de incentivos que favorezca la investigación docente con fines de difusión, lo cual requiere la preparación y publicación de un informe.

Pensando también en investigaciones en el ámbito educativo, Skovsmose y Borba (2004) entienden que la investigación, dentro de un paradigma crítico, está conectada con la *transformación* más que con la *adaptación*. Reconocen que esa transformación no está identificada a priori y que tanto la transformación como la crítica incluyen incertidumbre y ambas están arraigadas en la *colaboración*. Los autores, proponen considerar tres distintos

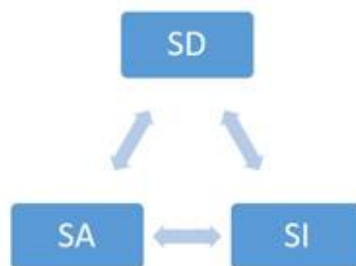
objetos de una investigación crítica: una *situación dada*, una *situación imaginada* y una *situación arreglada*. Para Skovsmose y Borba (2004), el foco de una investigación crítica es la búsqueda de cambios en el aula. Cambios que conduzcan, por ejemplo, al desarrollo de una ciudadanía crítica, tanto para docentes como para estudiantes. La investigación crítica también se propone imaginar alternativas a lo ya dado cuando lo dado produce conflicto o problema.

La situación dada (SD) es aquello que efectivamente está sucediendo y que contiene algún aspecto considerado problemático. Si bien, las observaciones de lo que realmente ocurre es el punto vital para la investigación crítica, también es importante estudiar algo diferente. Se puede imaginar que la situación dada puede ser diferente. Naturalmente, la imaginación puede estar vinculada con las expectativas y la esperanza de la profesora o profesores. Incluso se la puede sostener con la experiencia del investigador. Skovsmose y Borba (2004) llaman situación imaginada (SI) a esa visión acerca de las posibilidades de crear alternativas. La situación arreglada (SA) es ciertamente una alternativa a la situación dada, es también una forma diferente de situación imaginada. En general una situación arreglada es una alternativa práctica que emerge de la negociación involucrando al investigador, al docente u otros como pueden ser estudiantes, padres o autoridades de la institución escolar. La situación arreglada puede estar limitada por diferentes clases de estructuras, condiciones y limitaciones prácticas, acorde al terreno dado. Pero esta ha sido arreglada teniendo en mente la situación imaginada (SI) o escenario creado.

Las mutuas interacciones entre SD-SI-SA dan emergencia a un proceso cíclico. En este sentido, la propuesta de Skovsmose y Borba (2004) guarda conexiones con las cuatro fases definidas en Kemmis y McTaggart (1988), como se ilustra en la siguiente figura que recrea los diagramas originales presentados en Skovsmose y Borba (2004).

Figura 5

Interacciones SD-SI-SA



Fuente: Recreación propia de figuras presentadas en Skovsmose y Borba (2004)

En el marco de la opción metodológica seleccionada para llevar adelante el estudio bajo los supuestos, principios y características presentadas, se señala que quien realiza la investigación referida a la tesis, cumplió el rol de investigadora y docente de matemática del grupo de estudiantes involucrados en el estudio trabajando en colaboración con otros docentes y otros colegas.

En principio, cabe indicar que, poder sostener ese doble rol de docente e investigadora, implica que, durante todo el estudio se busque poner en juego procesos de objetivación. Con ese fin, se recurre a procesos de triangulación apelando a múltiples fuentes y también de cautela metodológica con el acompañamiento de la directora de tesis en distintas instancias de la investigación y muy particularmente, en aquellas de interpretación y escritura. Este proceso de interacción con la directora de tesis, al que podemos calificar de *validez dialógica* (Anderson y Herr, 2007), también se aplica en instancias de las evaluaciones relacionadas con las publicaciones o comunicación de resultados parciales de la tesis.

Kincheloe et al. (2018) definen a un pedagogo crítico “como un investigador, profesor o teórico que intenta utilizar su trabajo como una forma de crítica social o cultural” (p. 420). En ese sentido, la doble condición de investigadora y docente, en una perspectiva crítica, es considerada como hecho que hace a la práctica crítica. Esa posición no quita considerar el doble rol docente-investigador como una problemática que merece ser discutida.

Es por lo que, en la siguiente sección se avanza sobre algunas discusiones. Para ello se toman aportes del educador matemático portugués João Pedro da Ponte quien tiene un importante reconocimiento en el campo de la educación

matemática por sus trabajos colaborativos con profesores de matemática que indagan sus propias prácticas.

15

Investigar la propia práctica: Antecedentes, desafíos y resguardos

Ponte et al (2003) sostienen la idea de que *investigar* es una actividad del día a día, cada vez más necesaria en muchas esferas de la actividad social, y que debe estar presente en la vida de las escuelas, en la formación de los estudiantes y en las prácticas profesionales de los profesores. Los autores, valoran iniciativas en las que, un docente o un grupo de docentes puedan sostener el doble rol de investigador y docente.

Ponte (2008) no solo reconoce el valor de ese doble rol sino que también pondera el valor de poner en juego ciertos procesos de objetivación como los indicados en la sección anterior. También, rescata las oportunidades que se generan al participar en estudios desde el doble rol docente-investigador. Este autor puntualiza que, en particular, hay profesores que tienen una posición privilegiada para investigar su propia práctica, aunque no de modo taxativo, se piensa en docentes aquellos que tienen entrenamiento como investigadores (por haber realizado maestrías o doctorados, o por ser docentes universitarios que tienen la investigación entre sus funciones profesionales). Estos profesores se enfrentan cotidianamente con numerosos problemas en sus prácticas profesionales y es pertinente que se interesen por utilizar sus competencias como investigadores para intentar comprender mejor las problemáticas que presentan sus propias prácticas.

El inicio de este tipo de investigación lo describe Ponte (2008) de la siguiente manera:

Para mí, la investigación comienza con la identificación de un problema relevante -teórico o práctico- para el cual se procura, de forma metódica, encontrar una respuesta convincente. La investigación sólo termina cuando fue comunicada a un grupo para el que tiene sentido, discutida y validada en el interior de ese grupo (pp.155-156).

La investigación sobre la propia práctica es realizada por profesionales de comunidades muy diversas, con diferentes objetivos y recursos. De este modo, es natural que esas comunidades atribuyan una importancia diferente a diversos

aspectos. Ponte (2008) describe tres casos de este tipo de comunidades y emplea estos casos para referirse a las ventajas y problemas de este tipo de investigaciones.

El autor señala como una ventaja, poder comprender la importancia de observar la práctica y hacerlo de manera crítica y disciplinada, cuestionando lo que se observa. Acota luego que, la observación no termina con la verificación de los problemas y la comprensión sobre por qué sucede, sino que también debe implicar cuestionar o pensar sobre cómo superarlos.

Otra ventaja se centra en el interés en investigar cuestiones relacionadas con la práctica profesional, cuyos resultados y perspectivas pueden reinvertirse en esa práctica y ayudar a su transformación.

Ponte (2008) describe algunos de los problemas que este tipo de investigaciones presenta. Uno de los problemas que se le puede presentar al investigador que toma como objeto de estudio su propia práctica, es la distancia entre él y el objeto de estudio. Para favorecer este distanciamiento Ponte (2008) sugiere tres recursos: (a) recurrir a la teoría, (b) aprovechar su experiencia en un grupo y (c) aprovechar los debates fuera del grupo. Esto es, suponer un diálogo entre teoría y práctica, buscando contrastar, confrontar, explorar, e indagar.

Al mismo tiempo, este autor pone de manifiesto algunas condiciones para que este tipo de investigación sea posible: estar dispuesto a investigar y tener la capacitación mínima para hacerlo, la necesidad de contar con un marco institucional favorable, que permita la constitución de grupos de estudio, y la posibilidad de que el docente tenga asesoramiento técnico-pedagógico, tiempo, espacio, recursos materiales y humanos.

Freire (2006), en *Pedagogía de la Autonomía*, sintetiza esta perspectiva de investigación del siguiente modo:

No hay enseñanza sin investigación ni investigación sin enseñanza. Estos quehaceres se encuentran cada uno en el cuerpo del otro. Mientras enseño continuo buscando, indagando. Enseño porque busco, porque indagué, porque indago y me indago. Investigo para comprobar, comprobando intervengo, interviniendo educo y me educo. Investigo para conocer lo que aún no conozco y comunicar o anunciar la novedad [...]. Hoy se habla con insistencia del profesor investigador. En mi

opinión, lo que hay de investigador en el profesor no es una cualidad o una forma de ser o actuar que se agregue a la de enseñar. La indagación, la búsqueda, la investigación forman parte de la naturaleza de la práctica docente (p. 30)

Finalmente cabe indicar que, actualmente, en el campo de la educación matemática, hay ejemplos de trabajos que ponen en evidencia importantes avances en el reconocimiento y estímulo de trabajos colaborativos entre docentes o docentes e investigadores que toman como objetivo la investigación de las propias prácticas docentes. Un ejemplo de ello se hizo evidente en febrero del 2020 en ocasión de la 25 Conferencia de Estudio del Comité Internacional de Enseñanza de la Matemática que se reunió en Lisboa-Portugal (<http://icmistry25.ie.ulisboa.pt/>).

Sintetizadas las ideas principales referidas a aspectos centrales del abordaje metodológico seleccionado, en la siguiente sección, se describen los principales procedimientos metodológicos seguidos, las fuentes de información recogidas y modos en que fueron codificadas, dimensiones para el análisis construidas guardando coherencia con los supuestos teóricos y metodológicos descriptos.

16

Procedimientos Metodológicos

Se consideran dos procesos metodológicos cíclicos a fin de contar con información para dar respuestas a las preguntas de investigación:

P1) ¿Qué características particulares toma el escenario de modelización en el ámbito escolar en que acontece y qué conocimientos matemáticos, estocásticos o de otra naturaleza emergen o se consolidan en el proceso?

P2) En tal escenario educativo que toma como referencia la enseñanza de la matemática con énfasis en la enseñanza estocástica, ¿es posible evidenciar un proceso de empoderamiento? Si es así, ¿cuál es su característica y cómo se distribuye en los dominios estocástico-matemático; epistemológico; social y político?

Por un lado se toma como macro-proceso el propuesto por Kemmis y McTaggart (1988) a fin de seguir el proceso amplio de investigación. Para eso se recorren las fases diagnóstico-planificación-acción-reflexión. Por otro lado y

para ir al interior del aspecto micro-didáctico de la práctica escolar, se tiene en cuenta el proceso cíclico SD-SI-SA mostrado en la Figura 5 y propuesto por Skovsmose y Borba (2004). A este último proceso se lo denomina micro-proceso. En ese sentido, y en fase de diagnóstico se reconoce una situación dada inmersa en un contexto educativo particular. Al respecto se considera la discusión dada en Parte IV, subsección 11.3.

A partir de abrir una fase de reflexión se avanza hacia la fase de planificación de modo tal que, luego de reconocer las situaciones cotidianas o situación dada de enseñanza y los conflictos reconocidos en su interior, se imagina y diseñan actividades de enseñanza o SI como alternativas para superar tales conflictos. Se entra luego en un ciclo de reflexión-acción. En ese período se ponen en aula las SI adecuándolas o arreglándolas a partir de lo acontecido en práctica y a las posibilidades del contexto educativo, institucional, comunitarios o de interacciones.

A partir de la interacción entre el proceso macro y micro, se decide trabajar para y con los estudiantes partícipes del estudio, desde el año 2012 a 2014 recogiendo toda la información generada en ese período de tiempo. Estar en campo durante todo ese período significa un gran desafío pero también posibilita recuperar información relativa a no solo a lo que acontece al interior del aula sino también sobre los impactos por fuera del aula y de lo vivido en *la escuela*. Se abren así múltiples espacios de trabajo.

Durante el estudio y considerando la multiplicidad de espacios de trabajo, se toman todos los recaudos éticos para resguardar a todos los sujetos o instituciones que intervienen en este estudio.

Se toman los recaudos necesarios para resguardar la información sobre lo acontecido. Se recurre a filmaciones, fotos, recogida de todas las producciones escritas en versiones papel o electrónicas, de docentes y estudiantes u otros sujetos o agentes que intervienen en el estudio. El análisis de la información *cruda* se va cotejando con las referencias bibliográficas consultadas. También en diferentes instancias de fases de reflexión, los avances de la tesis se van contrastando con los aportes teóricos escogidos. Esto lleva a la emergencia y refinamiento de dimensiones y procesos de análisis. Se busca en todo momento *refinar analíticamente* sin perder la posibilidad de comunicar *la esencia de lo*

vivido del mejor modo que resulte factible y asumiendo las propias limitaciones para concretarlo.

En la próxima subsección se da cuenta de las principales fuentes de información recogida y se muestra cómo se codifican algunas de ellas. Luego se discuten algunas dimensiones de análisis emergentes que se van refinando a medida que se cotejan con la información recogida, también en contextos de comunicaciones científicas en revista o en congresos del área de EM, en los informes de tesis o presentaciones en las jornadas de investigación del doctorado durante todo el proceso de investigación.

16.1. Fuentes de Información y modos de codificarlas. Las principales fuentes de información se detallan a continuación y se especifican los modos en que se codifican. Se distinguen tres tipos de fuentes: los videos o fotos que permiten visualizar lo que sucede; las versiones escritas o digitales (docentes y estudiantes) para poder observar las representaciones escritas que se producen y las producidas por la investigadora en forma de cuadernos o notas de campo (especialmente por la extensión temporal del trabajo de campo).

En la siguiente Tabla 3 se resumen los distintos registros realizados según quién o quiénes los producen, principales instancias vinculadas con el trabajo de aula y sus objetivos.

Tabla 3

Registros, Partícipes, Instancias y Objetivos de Práctica Escolar

Registros	¿Quién produce?	¿En qué instancias?	¿Con qué objetivos?
Registros Visuales- Videos-Fotos	Docentes; Estudiantes; Docente Investigadora.	En aula; Reuniones docentes; Salidas campo.	Búsqueda de información para el proyecto escolar. Recopilación datos investigación.
Producciones Escritas (papel o forma digital)	Estudiantes; Docente; Docente- Investigadora.	En aula-Salidas de Campo. Planificaciones. Reflexiones.	Búsqueda de respuestas locales. Proyecto escolar. Reflexión sobre la práctica.
Notas de campo.	Investigadora.	En la mayoría de las instancias.	Recoger información.

En estas líneas se mencionan los siguientes registros y códigos definidos para referenciarlos:

En primer lugar se mencionan las fotos y/o videos, se utiliza para los videos un código que hace referencia a la fecha en la que se produjo el video. Para videos tomados en un solo día, a la V y la fecha se agrega seguida de una letra minúscula (comenzando con la letra a) que indica el orden temporal para un mismo día. Por ejemplo para el primer video del 12 de mayo del 2013 se utiliza el código V-12-05-13-a para destacar que ese video fue el primer video (por el uso de la letra a) que se tomó el día 12 de mayo del año 2013. Estos videos son tomados en su gran mayoría por la docente-investigadora en todas las instancias durante el trabajo de campo aunque en ciertas instancias, también los estudiantes colaboran en esta toma de registros filmicos.

En cuanto a las producciones escritas se contemplan:

- Proyecto original (Disponible en Anexo 1) presentado en concurso nacional elaborado por docentes, docente-investigadora con la colaboración de la directora de tesis. Esta fuente se codifica como (Proy, seguido del número de página de referencia). Por ejemplo si se coloca (Proy, 12) eso significa que se está referenciando la página 12 de tal proyecto.

- Carpeta de campo que incluye las producciones de los estudiantes en el marco del proyecto. Para ello se utiliza el código CC, seguido de la fecha de producción. Por ejemplo, si se coloca (CC, 12-05-13), la fuente referida corresponde a alguna producción de los estudiantes creada el día 12 de mayo de 2013.

- Notas de campo, registradas por la docente-investigadora en todas las instancias de trabajo de campo.

También se realizan registros visuales (fotos-videos) en todas las instancias que implica la comunicación de las producciones y resultados vinculados al escenario de modelización, realizadas por los estudiantes y se emplean los mismos códigos mencionados previamente.

Por otro lado, se consideran las producciones escritas (papel o digital) en la fase comunicacional. En primer lugar se mencionan las comunicaciones vía emails, WhatsApp. También se incluyen en esta categoría las comunicaciones con el municipio local. Para estos registros se utiliza el código C seguido de fecha en la que sucedieron.

Además, para las presentaciones en *PowerPoint* diseñadas para instancias de comunicación se utiliza el código PP.

Para los textos organizados y producidos para Informes en Feria ciencias; se utiliza el código IF, seguido de fecha correspondiente al evento en que se realiza.

Las últimas fuentes son las encuestas y entrevistas realizadas a estudiantes y docentes partícipes. Para ello se utiliza el código EE seguido del nombre del docente o estudiante.

16.2. Dimensiones de análisis emergentes y refinadas. Estudiar *empoderamiento* en un contexto educativo que se diseña con un ideario que intenta abreviar de principios de una EMC y en el que se busca habilitar a los estudiantes a realizar *indagaciones* vinculadas a sus contextos locales, es tal vez, un enorme desafío como investigadora. Uno de tales desafíos significa poder recuperar dimensiones de análisis apropiadas a los fines del estudio.

Durante lo vivido en práctica educativa, los espacios de acción de los estudiantes y primeras informaciones recogidas del trabajo realizado por ellos en interacción con su comunidad contrastados con los soportes teóricos, llevó a recrear y refinar tres ideas sustanciales para este trabajo: *momento, espacio y empoderamiento*. Al interior de la experiencia se han reconocido tres momentos principales. Los momentos se distinguen y diferencian no sólo en relación con el devenir del tiempo sino que además se reconoce que cada momento se configura como una unidad. Cada momento es una unidad pues se puede identificar con objetivos y acciones para lograr esos objetivos. Precisamente el logro de los objetivos implica moverse al otro momento. En particular, para el segundo momento, se reconocen diferentes instancias de trabajo vinculadas con fases del proceso de MM. En la Parte VI, se explicitan y detallan los tres principales momentos reconocidos.

Además, se construyen criterios para el análisis del empoderamiento en cada una de las acciones realizadas en el marco del escenario de modelización. Se avanza sobre una caracterización de cinco espacios educativos como catalizadores para el empoderamiento. Tales espacios y su caracterización resultan ideas emergentes en el trabajo de tesis y se asume la presencia de un colectivo que incluye a docentes, estudiantes, expertos, u otros sujetos que se

suman a las acciones acorde a las situaciones que se presenten en el transcurso de las indagaciones escolares. Los cinco espacios son: 1. Espacios para la expresión, 2. Espacios para la planificación, para la organización y toma de decisiones, 3. Espacios de acción, de indagación, de búsqueda de información, 4. Espacios para la crítica, autocrítica y reflexión y 5. Espacios de reformulación y/o modificaciones en los caminos escogidos.

Al hablar de *espacios para la expresión* nos referimos a aquellos espacios en los que se posibilitan la expresión de *todas* las voces o las voces de todos los sujetos que conforman el colectivo. La idea para introducir este espacio es poder identificar y describir los momentos, instancias o condiciones en las que los sujetos plantean diferentes puntos de vista, donde se da lugar a las preguntas de todos, dónde se producen pensamientos y/o conocimientos a partir de las diversas formulaciones, conjeturas, argumentaciones, etc.

Los *espacios para la planificación, para la organización, para la toma de decisiones* son aquellos en los que acontecen acciones de planificación, organización y toma de decisiones de naturaleza participativa o colaborativa.

Los *espacios de acción, de indagación, de búsqueda* se refieren a espacios en los que se hacen evidentes acciones motivadas por búsquedas o indagaciones particulares.

Los *espacios para la crítica, autocrítica y reflexión* son aquellos espacios en los que los sujetos partícipes en diferentes instancias de la experiencia generan momentos de reflexión y críticas colectivas acerca de las acciones tomadas y las implicancias de estas en los entornos próximos. Estos espacios de reflexión se realizan a la luz de lo acontecido en los dos espacios anteriores.

Finalmente, los *espacios de reformulación y/o modificaciones* en los caminos escogidos son aquellos donde los colectivos constituidos al interior de la experiencia plantean reformulaciones o modificaciones sobre las acciones planificadas u organizadas tomando como referencia las críticas y reflexiones colectivas. Esto, eventualmente puede llevar a abrir un nuevo espacio de planificación. El movimiento por estos espacios genera ciclos de acciones.

Es importante notar que, al interior de todos estos espacios, se pueden distinguir espacios propios de docentes o de estudiantes. Esa distinción podría ayudar a identificar los espacios de exclusividad de docentes por ejemplo y describir cómo se produjeron. Vale también hacer evidente que los constructos

reci3n presentados persiguieron amalgamar escenario de modelizaci3n y empoderamiento buscando en un principio que, con estos constructos, la idea de espacio pueda tomar una forma que permita avanzar en el posterior an3lisis de los datos o informaci3n recogidos/as en instancia de la investigaci3n.

En la siguiente Tabla 4 se sintetizan los espacios y sus caracter3sticas

Tabla 4

Espacios y Caracter3sticas

Espacio	Caracter3stica
1. Expresi3n	Los part3cipes plantean diferentes puntos de vista, donde se da lugar a las preguntas de todos, d3nde se producen pensamientos y/o conocimientos a partir de las diversas formulaciones, conjeturas, argumentaciones, etc.
2. Planificaci3n- Organizaci3n-Toma de decisiones	Acontecen acciones de planificaci3n, organizaci3n y toma de decisiones de naturaleza participativa o colaborativa
3. Acci3n-Indagaci3n- B3squeda	Se hacen evidentes acciones motivadas por b3squedas o indagaciones particulares.
4. Cr3tica-Autocr3tica- Reflexi3n	Los sujetos part3cipes abren momentos de reflexi3n y cr3ticas colectivas acerca de las acciones tomadas y las implicancias de estas en los entornos pr3ximos.
5. Reformulaci3n- Modificaci3n	Los colectivos constituidos al interior de la experiencia plantean reformulaciones o modificaciones sobre las acciones planificadas u organizadas tomando como referencia las cr3ticas y reflexiones colectivas

Adem3s de estos espacios, en cada una de las fuentes de informaci3n se observa si se encuentran citas o documentos que proporcionen alguna respuesta para algunos de los interrogantes que se formulan luego de la Tabla 5 elaborados para reconocer las tres *dimensiones del empoderamiento: matem3tica y/o estoc3stica (M y/o Es), social (S) y epistemol3gica (E)*. Para cada dimensi3n se reconoce un grupo de sub-dimensiones tal como se presenta en la Tabla 5. Para M y/o Es se consideran cuatro sub-dimensiones: Lenguaje matem3tico-estoc3stico (M1 o Es1); Quehacer matem3tico-estoc3stico (M2 o Es2); Argumentaci3n (M3 o Es3) y Validaci3n (M4 o Es4). Para *la dimensi3n social S*, se proponen tres sub-dimensiones: Enunciaci3n valorativa y evidencias (S1); V3nculos entre matem3tica y/o estoc3stica y situaci3n ambiental-social que primero es reconocida como cr3tica y luego es criticada en el sentido de Skovsmose (1999) (S2); Fines del uso de la matem3tica y/o estoc3stica (S3).

Respecto a la dimensión epistemológica E, se proponen dos sub-dimensiones: Variación de los Juicios (E1); Usos pertinentes de los conocimientos (E2)

Tabla 5

Dimensiones y Sub-Dimensiones del Empoderamiento

Empoderamiento en la dimensión matemática y/o estocástica	Empoderamiento en la dimensión social	Empoderamiento en la dimensión epistemológica
M1 Lenguaje matemático Es1 Lenguaje Estocástico	S1 Enunciación valorativa y evidencias	E1. Variación de los Juicios
M2 Quehacer matemático Es2 Quehacer estocástico	S2 Vínculos entre matemática y/o estocástica y contexto criticado	E2. Usos pertinentes de los conocimientos
M3- Es3 Argumentación	S3 Fines de uso de la matemática y/o estocástica	
M4 – Es4 Validación		

Cada sub-dimensión del empoderamiento se caracteriza en términos de preguntas o interrogantes que se formulan a la información recogida que da cuenta del trabajo de los estudiantes. Para la dimensión matemática M o Estocástica Es preguntamos: M1-Es1: ¿Cuáles de las expresiones orales o escritas que utilizan los estudiantes son propias del lenguaje matemático y/o estocástico?; M2-Es2: ¿Qué acciones realizadas por los estudiantes son propias del quehacer matemático o estocástico? Tal quehacer se refiere a acciones tales como formulación de conjeturas, contrastación de conjeturas, búsqueda de contraejemplos para descartar conjeturas, búsqueda de regularidades, acciones en las distintas fases o etapas del proceso de modelización estocástica; M3-Es3: ¿Qué argumentaciones elaboran los estudiantes para justificar sus conjeturas?; M4-Es4: ¿Qué proponen los estudiantes para validar sus argumentaciones? Para la dimensión social S se pregunta: S1: ¿Qué enunciados de juicios apresurados o sustentados en evidencias realizan los estudiantes?; S2: Los estudiantes, ¿Toman conciencia de que el pensamiento y el conocimiento matemático y/o estocástico se vincula con aspectos de la vida diaria próximos a su contexto social?, S3: Los estudiantes ¿toman conciencia de que la matemática y/o estocástica puede ser utilizada con diversos fines o intereses vinculando la producción matemática o estocástica con el contexto social? Para la dimensión epistemológica E se pregunta, Durante el transcurso del proyecto, E1: ¿Se

evidencian variaciones de los juicios de los estudiantes?; E2: Los estudiantes ¿logran aplicar los conocimientos y habilidades matemáticas y/o estocásticas en ejercicios y en contextos sociales particulares?

En la siguiente Parte VI se presentan algunos de los principales resultados logrados. En todo momento se intenta vincular los resultados a las dos preguntas de investigación. Esto es, se ofrecen resultados sobre la indagación, sobre las características particulares que presenta el escenario de modelización en el ámbito escolar en que acontece y sobre los conocimientos matemáticos y/o estocásticos o de otra naturaleza que emergen o se consolidan en esta instancia; así como los modos en que se evidencia el empoderamiento distribuido en los dominios matemático o estocástico, social y epistemológico. A partir de estos resultados y primeros análisis de resultados, el análisis de profundiza sintetizando hallazgos en vínculos con las preguntas de investigación formuladas.

Para ayudar en la comprensión de la síntesis de análisis que se realiza en la Sección 21, en las anteriores secciones (17 a 20) se van haciendo análisis e interpretaciones parciales mientras se describen los resultados.

Si bien en las secciones 17 a 20 se recuperan voces de los diferentes sujetos que interviene en el estudio, en las secciones 22 y 23 se da especial énfasis a ciertas voces que se recuperan un tiempo posterior a la salida del campo. En la sección 22 se traen adelante voces de los estudiantes mientras que la sección 23 focaliza en las voces de dos docentes. Toda la Parte VI es extensa, densa y en ella resuena una polifonía de voces. Se trató de que, con la extensión y la densidad se vivencie auténticamente lo vivido. Con la polifonía se busca no silenciar voces pero también recuperar sonoridad, incluso se colocan imágenes del río que también dan sonoridad.

PARTE VI

Escenario de Modelización: características, conocimientos y empoderamiento

“Prácticas pedagógicas de modelización matemática guiadas por una educación matemática crítica juegan un papel importante en la perspectiva política social en educación matemática debido a sus vínculos con el día a día de los estudiantes, sus vidas, sus experiencias, sus lugares en la sociedad con todas sus condiciones ambientales”.
(Araújo, 2019, p. 26, traducción propia del texto en portugués)

En esta parte, se pone en juego un trabajo esencialmente descriptivo, al mismo tiempo que se va introduciendo un trabajo-analítico-interpretativo del referente empírico de la investigación, buscando capturar escenas principales y significativas del mismo con la intención de no perder la densidad de lo vivido.

Se presenta primero una descripción que sitúa la institución escolar en la que se puso en marcha el escenario de modelización. Aproximarse al entorno de la zona que alberga a la escuela, posibilitará cargar de sentido a las decisiones, acciones y tiempos que van conformando el escenario.

Tomando como referencia avances analíticos ya presentados y discutidos, se otorgan valor a las ideas de tiempo y espacios como recursos para la descripción y análisis del escenario. En ese sentido, cabe recordar que, al interior del escenario se han reconocido tres momentos principales y en cada uno de ellos espacios significativos. Esos momentos se distinguen y diferencian no sólo en relación con el devenir del tiempo cronológico sino que además se considera que cada momento se configura como una unidad que guarda un sentido e identidad particular al estar vinculados con objetivos y acciones particulares. De este modo, para cada momento se reconocen: objetivos propios que se logran a su interior y que permiten avanzar hacia los siguientes momentos; la presencia de sujetos que participan en todos los momentos y de otros sujetos que participan en algunos de ellos, las relaciones que se establecen entre ellos en cada momento; los recursos disponibles, los espacios y tiempos de trabajo en que acontecen las acciones y los principales conocimientos que se ponen en juego.

Momentos. A grandes rasgos, un primer momento acontece desde junio hasta diciembre de 2012, cuándo se imagina y planifica el escenario educativo. Para la descripción de ese momento se explicita cómo se realiza la planificación y cuáles son los resultados de esta *situación imaginada* (Skovsmose y Borba, 2004) que se plasma en un *proyecto de modelización estocástica crítica*.

Un segundo momento, que acontece desde febrero a diciembre del 2013, se corresponde con la puesta en marcha de esa *situación imaginada*. Se describe cómo se desarrolla, cuáles son los resultados y las dificultades encontradas; es decir se dan detalles de una *situación arreglada* (Skovsmose y Borba, 2004) y la puesta en marcha del escenario creado.

Un tercer momento desarrollado desde diciembre de 2013 a diciembre de 2014 ocurre cuando docentes y estudiantes inician un proceso para comunicar, fuera de la comunidad local, el proceso vivido, los conocimientos que emergen y los resultados de lo acontecido en los dos momentos anteriores.

En ese momento se transita la Fase 7 del EMEC. Por medio de la comunicación no solo se busca validación (Fase 6 del EMEC) sino que se pretende la devolución de resultados volviendo a la realidad que inspira y, una propuesta para transformar lo que interpela. Fase ineludible de transitar si se trabaja desde una perspectiva crítica que propicia espacios para empoderar.

Cabe indicar que estos momentos están profundamente conectados y, si bien se apela a fuentes de datos que abonan las ideas presentadas en cada momento, para ayudar en la comprensión, en ciertos casos, también, se acude a datos provenientes de otros momentos en lo temporal.

En la Tabla 6 se sintetizan los principales momentos que componen el escenario de modelización crítico, los sujetos que intervienen en todas las instancias y las actividades fundamentales desarrolladas en ese período. Esta información se amplía luego. En el período total del trabajo, interviene la misma cohorte de estudiantes que en el año 2012 cursaban segundo año de secundaria²⁵ (estudiantes de una edad aproximada de 13 años)

²⁵ La escuela secundaria en Argentina tiene una duración promedio de 6 años y es obligatoria. Los estudiantes de secundario tienen edades comprendidas entre los 12 y los 18 años. El secundario se organiza en dos ciclos de tres años cada uno: En el ciclo que comprende los tres primeros años, el recorrido curricular es similar para todas las escuelas. El Ciclo que comprende los tres últimos años, se denomina Ciclo Orientado. Cada orientación tiene su propio recorrido. Para más detalles consultar: <https://www.igualdadycalidadcba.gov.ar/SIPEC-CBA/publicaciones/DPCurriculares-v2.php#gsc.tab=0>

Tabla 6*Principales Sujetos y Actividades Desarrolladas en el Tiempo*

Momentos	Sujetos	Actividades Fundamentales
Primer Momento Junio-2012 a marzo 2013	Docentes de segundo y tercer año. Estudiantes de segundo año.	Consulta a los estudiantes para delimitar temática a ser indagada en el proyecto escolar Determinación del tema objeto del proyecto escolar para 2013 Diseño de la planificación para el aula
Segundo Momento Marzo a Dic.2013	Docentes de tercer año. Estudiantes que cursaban tercer año. Expertos de la Universidad Nacional de Río Cuarto (UNRC).	Puesta en aula de lo diseñado Desarrollo del proyecto escolar: recogida de información, análisis técnicos, sistematización y análisis de datos. Comunicación de hallazgos y propuestas al interior de la escuela, padres y autoridades municipales.
Tercer Momento Marzo a Dic.2014	Docentes de cuarto y tercer año. Estudiantes de cuarto año	Presentación de los resultados del proyecto en ferias de ciencias regional y provincial

Entre los sujetos que intervienen relevantemente en todos los momentos se destaca un grupo constituido por docentes de la escuela.

En varias instancias y para cada momento se hace necesario repensar lo imaginado y arreglado para volver a imaginar y finalizar con nuevas situaciones arregladas. Esas instancias se hacen evidentes en las reuniones del equipo docente.

El proyecto escolar guarda una conexión con el proyecto de tesis. Ambos se inician como deseo de trabajo en el año 2012. En ese año, la tesista comienza a interiorizarse sobre aspectos teóricos de la EMC y el trabajo con proyectos escolares para pensar y proponer un trabajo de tesis desde esa perspectiva. En ese mismo año decide iniciar con innovaciones en la escuela (en su carácter de docente) junto a otro docente.

El trabajo para la escuela se inicia en 2012 mientras que el proyecto de tesis se inicia en octubre de 2013 y toma como objeto de indagación el proyecto escolar completo que se generara en 2012.

A continuación se dan detalles que permiten situar la institución en la que se vivencian cada uno de los tres momentos mencionados.

Situar la institución escolar en su entorno. Espacios y condiciones

El escenario de modelización, objeto de estudio, se desarrolla en una escuela secundaria pública del sur de la provincia de Córdoba²⁶.

Escuela, estudiantes y docentes. La escuela es mixta, con orientación en Turismo y hay una sola división por curso. En cada curso hay una media de 20 estudiantes. No existe sala de informática y los estudiantes no disponen de computadoras personales. El servicio de internet no funciona cuando se conectan varias computadoras en simultáneo. Sean estas, computadoras del área administrativa o de algunos docentes.

Algunos estudiantes provienen de zonas próximas a la escuela mientras que otros de zonas más alejadas. Las familias de ambos grupos de estudiantes, en general, desarrollan actividades agropecuarias, turismo o comercio. Aquellos estudiantes que viven en zonas alejadas se albergan en la escuela de lunes a viernes. El Albergue estudiantil está situado dentro del mismo predio de la escuela y permite alojar hasta 60 estudiantes. En ese sentido la escuela cuenta con aproximadamente 40 profesores, 6 preceptores y personal de maestranza y limpieza.

Algunos de los docentes residen en la zona de asentamiento de la escuela y otros viajan desde una ciudad cercana, que dista 70 kilómetros de la escuela. En esta escuela, desde el inicio, se conforma un equipo de docentes integrado por profesores de matemática, biología, geografía, formación para la vida y el trabajo y educación tecnológica. Este grupo se constituye para trabajar colaborativamente a partir de una preocupación por superar una visión fragmentada del conocimiento escolar o situación dada (SD) a través del diseño de una situación imaginada (SI) con el deseo de fomentar el desarrollo de los estudiantes como ciudadanos críticos. La multidisciplinariedad del grupo da soporte para el proyecto escolar.

Los profesores de geografía y educación tecnológica residen en *La Localidad* donde se encuentra la escuela. La profesora de matemática vive en una ciudad cercana a la escuela.

²⁶ Para preservar la escuela y la localidad, tanto en las descripciones como en las figuras que se presentan, no se utilizan sus nombres reales.

Las autoridades de la escuela (que se han sucedido a lo largo de su historia institucional-la escuela comienza a funcionar en 1989) siempre han alentado y demostrado muy buena predisposición, apoyo y acompañamiento de propuestas de enseñanza mediadas por proyectos.

El entorno en el que se asienta la escuela. La localidad donde está asentada la escuela (que de acá en más identificaremos como *La Localidad*²⁷ está cursada por un caudaloso río al que identificamos como *Río de La Localidad*. La escuela, está rodeada de sierras y algunos bosques nativos que todavía resisten los avances del acelerado progreso que está viviendo *La Localidad* desde la llegada del asfalto. En la zona más alta de las sierras se localizan los dos afluentes (que se designarán como afluente 1 y 2) que conforman al Río de *La Localidad*. En la zona de la unión de estos dos afluentes se asienta una comuna que en adelante llamaremos *Villa cercana*. La formación del Río y las sierras se pueden observar en la Figura 6 mientras que en la Figura 7 se hace zoom en la zona de *La Localidad*. Ambas imágenes corresponden a capturas de Google Maps.

Figura 6

Localización de La Localidad, Villa cercana; Río de La Localidad y sus Afluentes



²⁷ Según el último censo realizado en Argentina, la población total de *La Localidad* es de 802 habitantes (INDEC, 2010).

Figura 7

Detalles de Mapa de La Localidad y Ubicación de la Escuela



La existencia de sierras y ríos le da a la zona valor turístico que, sumado a la finalización de la obra de asfalto que une ciudades próximas a *La Localidad*, ha llevado a que en los últimos años, se hayan incrementado algunos emprendimientos de cabañas tanto en *La Localidad* como en la *Villa cercana*. Ese fenómeno produce un aumento de la población, especialmente en períodos estivales e implica una mayor demanda de agua potable. Dicha Villa está localizada río arriba, aunque el acceso a esta última es por camino de ripio. Actualmente *La Localidad* y sus zonas de influencia no cuentan con cloacas, sino que los hogares poseen un sistema de saneamiento in situ. El agua para los hogares se toma del Río de *La Localidad* y luego se lleva a dos tanques de agua donde se la potabiliza antes de su distribución a los hogares. Uno de estos tanques está en *La Localidad* misma y otro en la *Villa cercana*. Tanto para *La Localidad* como para la *Villa cercana* existe una red de distribución del agua desde los tanques a los hogares; en algunos barrios alejados o situados en lugares con pendientes de ascenso pronunciadas, necesitan impulsar el agua por bombas.

El entorno recién descrito, sitúa y confiere sentido al desarrollo del proyecto y sus momentos.

18

Primer momento: Imaginar y planificar un Proyecto de Modelización Estocástica-Inicio del EMEC

En esta sección se describe cómo se llega a la necesidad de planificar un proyecto escolar, se ofrecen detalles del proyecto pedagógico elaborado por el grupo de docentes. Asumiendo que en una descripción ya se pone en juego un primer proceso analítico-interpretativo, a medida que se avanza en descripciones, se profundizan análisis sobre este u otro de los momentos. En la primera subsección 18.1 se describe la planificación del escenario educativo y como se llega a la representación mental de la situación que realizan los estudiantes cuando proponen el problema a estudiar. En esta instancia se pone en marcha la Fase 1 de un EMEC. En la subsección 18.2 se describen las etapas y los formatos curriculares planificados. Esta planificación permite avanzar del ideario general a la propuesta de un modelo de la realidad y proyección para una situación imaginada, lo que se interpreta como en Fase 2 del EMEC. En la subsección 18.3 se sintetiza la valoración de la propuesta por agentes externos así como los primeros avances en puesta en marcha y aperturas que significan la incorporación de una nueva docente de la escuela en el proyecto.

18.1. Planificación del escenario educativo. Idearios, acciones. Fase 1 del EMEC. En 2012, el profesor de educación tecnológica lleva a la escuela información acerca de un concurso a nivel nacional que busca incentivar proyectos pedagógicos tendientes a mejorar prácticas educativas de matemática en escuelas secundaria. En dicho concurso, se seleccionan proyectos a los que se premian con un cierto monto de dinero para la compra de recursos para las escuelas donde se desarrollen los proyectos durante el año 2013.

Para plantear la propuesta pedagógica, los profesores de educación tecnológica y matemática deciden intervenir en el concurso y planificar un proyecto para tercer año ya que ambos se desempeñan como profesores en ese curso. Compartiendo ambos la idea de un trabajo con proyectos que busca recuperar los supuestos de la EMC, se decide que la iniciativa para la selección del tema a estudiar debe partir de los estudiantes. En junio de 2012, la profesora de matemática comenta a sus estudiantes el interés de planificar un trabajo para el próximo año a desarrollar con ellos, teniendo en cuenta una problemática que sea

de interés para el grupo, generando la confianza de que en su formulación ninguna problemática está mal y no se condicionen a que sea sobre un tema de naturaleza matemática. En esa instancia, la profesora de matemática presenta al estudiantado de segundo año (futuros participantes del proyecto en el ciclo lectivo 2013 y 2014), la siguiente consigna:

Seguramente, habrás pensado o escuchado hablar de alguna problemática que hay en la escuela o en tu pueblo. Te invito a que pienses en esos problemas y escribas sobre aquel problema en el que te gustaría poder encontrar alguna solución, algún problema que vos ves que existe o un problema del que te han hablado y piensas que sería muy bueno poder ayudar con tu curso para encontrar un modo de resolverlo. Un problema que esté afectando a varias personas y te gustaría mucho poder ayudar junto a tu curso (Notas de campo, 2012).

Esta consigna juega el rol de invitación de la docente hacia los estudiantes para participar de un futuro escenario de investigación (en el sentido de Skovsmose, 2000)

Luego de la discusión en pequeños grupos, el 45% de los estudiantes formula una problemática relacionada con contaminación del agua debido a la falta de cloacas de *La Localidad* donde se emplaza la escuela y las posibles consecuencias de ese hecho para el Río de *La Localidad*. En la Figura 8 se pueden observar respuestas dadas por los estudiantes a la consigna anterior:

Figura 8

Primer Esbozo de Tema y Problema

Seguramente, habrás pensado o escuchado hablar de algún problema que hay en la escuela o de un problema que hay en el pueblo. Te invito a que pienses en esos problemas y escribas sobre aquel problema en el que te gustaría poder encontrar alguna solución, algún problema que vos viste o un problema del que te han hablado y para vos sería muy bueno poder ayudar con tu curso para encontrar un modo de ayudar a resolverlo. Un problema que esté afectando a varias personas y que a vos te gustaría mucho poder ayudar junto con tu curso.

Un problema que hay en el pueblo puede ser la contaminación en los ríos, hay muchas personas que tiran basura en el río y no piensan que afecta a las personas. La inseguridad en este pueblo falta más seguridad.

Un problema que suele ocurrir, más en verano, es la escasez de agua que hay en el pueblo y que afecta a todas las personas. Por eso hay que encontrarle una solución de

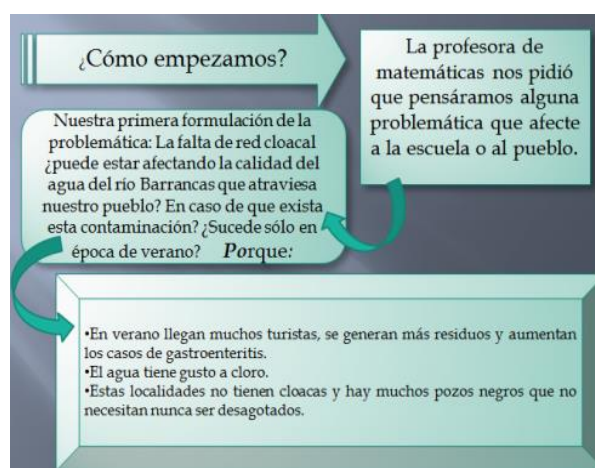
un problema como que la contaminación tiene que solucionarse.

En esta instancia, los estudiantes ofrecen una primera representación mental sobre una situación que despierta su interés como para ser estudiada y como respuesta a la invitación de la profesora. De este modo se interpreta que se está en Fase 1 del EMEC. Se destaca que, en 2013 y 2014, los propios estudiantes recuperan esta instancia del primer momento.

Registros sobre las voces de los estudiantes en relación con esta instancia inicial del proyecto se encuentran en una presentación *PowerPoint* que realizan para contar su experiencia en feria de ciencias en 2014 y en las distintas instancias de comunicación que realizan en el pueblo entre 2013 y 2014 como se observa en la Figura 9.

Figura 9

Palabras de los Estudiantes sobre el Inicio del Proyecto



Considerando las propuestas de los estudiantes, se redacta un proyecto pedagógico que plantea llevar adelante un estudio en terreno centrado en la problemática de la prevención de la contaminación del agua por falta de red cloacal. A partir de esta problemática, los docentes se proponen como ideario o primer Situación imaginada (SI):

Generar un escenario de investigación que invite a los estudiantes a formular preguntas, a analizar lo que sucede en su entorno social, a buscar explicaciones y a plantear hipótesis [...] a fin de que los estudiantes puedan: a) reconocerse como ciudadanos activos y no solo como meros receptores de lo que sucede en su entorno y b) reconocer los conocimientos matemáticos que generen como necesarios, aunque por

ello no suficientes, para interpretar la realidad (tomado del proyecto pedagógico original-2012, Proy-p. 4)

Considerando el deseo de los docentes por *generar un escenario de investigación*, como los objetivos relativos a los estudiantes y la primera consigna que se les entregara, se puede interpretar que la SI es compatible con supuestos de una EMC. Esto es así pues por un lado busca conectar la propuesta con el entorno y preocupaciones de los estudiantes (Skovsmose, 1999, 2000; Campos et al., 2011). Por otro lado, en parte del ideario docente pareciera asumirse que, el contexto socio-político de los estudiantes tiene potencial para aportar conceptos para la enseñanza y ofrecer un marco referencial respecto al cuál las actividades de aprendizaje cobrarían sentido para los estudiantes.

Se hace notar que, respetando la idea de experiencia-acontecimiento (Baquero, 2002) y asumiendo la versatilidad que puede adquirir un trabajo de aula focalizado en un problema real, la planificación se considera como guía flexible para el trabajo, resulta de interés identificar la flexibilidad real de la planificación en todos los otros momentos. Es decir, para esta tesis resulta de interés observar en qué medida este inicio abre un espacio para un experimento escolar o para una auténtica experiencia-acontecimiento (Baquero, 2002).

Es posible interpretar que, con esta consigna se dan las bases para el inicio de un posible proyecto de EMEC, ya que se parte de una situación real y una cierta problemática asociada a la misma, escogida por los estudiantes. Además, por su naturaleza, la problemática es factible de asociarse a un estudio estocástico y de habilitar una participación crítica de los estudiantes como ciudadanos en una democracia. Este trabajo permitiría, una discusión sobre política-ambiental, (Estudiantes):...*la contaminación tiene que ser atendida*. También es factible reconocer que la problemática coloca el interés en *lo colectivo*, (Estudiantes): *Un problema que hay en La Localidad y que afecta a sus habitantes*.

Tomando los aportes de Valero y Ravn (2017) se considera que es un problema ya que se trata de una situación abierta que genera un reto de conocimiento y que demanda una solución teórica y/o práctica que permita abordarla. En este caso tiene un anclaje en la realidad social de los estudiantes y es real en el sentido de que es de interés y de importancia no sólo para los estudiantes sino para otros, tales como los miembros del jurado del concurso

nacional antes mencionado, las autoridades municipales. Es decir, el problema es una construcción que hacen los estudiantes a partir de sus intereses y con respecto a lo que se considera relevante en esa realidad.

Se destaca que, en los objetivos planteados para los estudiantes, subyace una intencionalidad por propiciar un proceso de concienciación por parte de ellos en cuanto a sus capacidades, sus conocimientos y la potencialidad de sus acciones para transformar su contexto, por ejemplo se espera que puedan *reconocerse como ciudadanos activos y no solo como meros receptores de lo que sucede en su entorno* (proyecto pedagógico original, Proy-p. 4). Buscando de este modo propiciar un proceso de empoderamiento (Torres, 2009) reconociendo desde el inicio a los estudiantes como ciudadanos capaces de generar aportes para su comunidad y que también se espera que ellos mismos se reconozcan como tales. En este sentido, se reconoce desde el inicio la dimensión social de empoderamiento S_1 , ya que, se producen enunciaciones valorativas por parte de los estudiantes. Esa valoración se distingue cuando ellos se muestran interesados por estudiar si existe relación entre la falta de un sistema de cloacas con la calidad del agua en *La Localidad*. En esas expresiones, el estudiantado estaría identificando una situación crítica en su entorno.

Al tener la intencionalidad de que los estudiantes puedan reconocer los conocimientos matemáticos que ellos generan *como necesarios, aunque por ello no suficientes* (proyecto pedagógico original, Proy-p. 4), se puede reconocer, en los docentes, voluntad por superar la fragmentación de los conocimientos o la realidad estudiada. Una disposición por pensar la educación de manera interdisciplinaria; a pesar de la centralidad que (por el contexto en el que surge el proyecto) se coloca en la educación matemática focalizada en la estocástica. Es decir; se puede interpretar que con este último objetivo los docentes esperan que, por medio del proyecto ejecutado por los estudiantes, los mismos puedan reconocer los conceptos estocásticos como uno de los recursos necesarios para poder comprender e interpretar lo que sucede en la realidad; aunque no de manera aislada sino vinculados a conocimientos de otra naturaleza. Estas interacciones necesarias para un trabajo interdisciplinar en la educación secundaria exigen *colectividad, transformación, deliberación y coflexión* (Skovsmose y Valero, 2012) con todo lo que estas nociones implican según lo tratado en la sección 9.2. Es decir, desde sus inicios, y en este caso expresado

por los docentes, en términos de ideario, hay una voluntad de transformación en sus prácticas cotidianas, en lo que esperan que sus estudiantes puedan interpretar la complejidad de fenómenos reales.

En función de las finalidades planteadas y, a fin de ir dándole más forma al ideario, los docentes proponen objetivos específicos para el proyecto escolar.

Recuperando las ideas de los estudiantes, los docentes, en el proyecto original (Proy-pp. 4-5), puntualizan que esperan que los estudiantes puedan:

- a) realizar un diagnóstico sobre la calidad del agua del río y la calidad del agua potable en el pueblo empleando contenidos estadísticos y haciendo uso de la tecnología disponible o necesaria;*
- b) poner en práctica habilidades utilizadas o propias de los procesos de investigación estadística;*
- c) reflexionar, argumentar y ser críticos en relación con la contaminación por efluentes cloacales de su pueblo,*
- d) desarrollar habilidades para comunicarse estadísticamente y para confrontar sus resultados con los de sus pares;*
- e) realizar propuestas superadoras ante problemáticas visualizadas .*

Si bien se reconoce una presencia multidisciplinar en la planificación del proyecto escolar; estos objetivos específicos focalizan en la educación estocástica. Son los objetivos específicos para la enseñanza en el marco del espacio curricular *matemática* aunque existan otros objetivos específicos desde otros espacios curriculares que no son abordados en este trabajo.

Considerando lo planificado y los objetivos específicos delimitados, se seleccionan, organizan y secuencian las actividades que se desarrollan en los años 2013 y 2014 con los estudiantes. Cabe indicar que luego, las distintas actividades desarrolladas por los estudiantes van afectando el recorrido planificado. Poniendo en relevancia la *flexibilidad* de la planificación.

En el proyecto se decide que se espera emplear las semanas que sean necesarias para hacer avanzar el proyecto en horarios de clases de matemática (5 horas cátedras semanales) y educación tecnológica (4 horas cátedras semanales).

En la planificación no se contemplan tiempos compartidos necesarios para que efectivamente pueda acontecer lo interdisciplinar. Se interpreta que esta omisión en la planificación puede estar asumiendo implícitamente, que esta necesidad de tiempos compartidos se puede sortear eventualmente atendiendo a la disposición de los docentes y las características de las autoridades de esta

institución en particular, que siempre han apoyado y acompañado iniciativas que favorezcan la enseñanza por proyectos.

18.2. Etapas y formatos curriculares planificados. Fase 2 del EMEC.

Teniendo presentes los objetivos planteados, el trabajo escolar se planifica en cuatro etapas²⁸ interconectadas. En estas etapas se espera apelar a diferentes formatos curriculares y pedagógicos para aplicarlos dentro o fuera de la escuela con la participación de docentes y estudiantes u otros sujetos, en el caso de que sea necesario y/o factible invitar o incorporar para hacer avanzar el trabajo.

La **etapa 1** se planifica apelando a un formato curricular de *Seminario* según se describe este formato en los Diseños curriculares vigentes en la Provincia de Córdoba (Ministerio de Educación de la provincia de Córdoba, 2011). Durante esta etapa se proyecta ofrecer y profundizar sobre respuestas a las siguientes preguntas:

1-¿Cómo se determina la contaminación por efluentes cloacales? 2-¿Puede esa contaminación afectar el río de La Localidad? 3-¿Cómo se determina si existe o no contaminación en el río y en las aguas de consumo para los pobladores? 4-¿Cómo se puede prevenir la contaminación del río cuando no existe un sistema de cloacas? 5-¿Cuál es la población, muestra, variables de este estudio? 6-¿Cómo se recolecta y procesa información? y 7- ¿Cómo se presenta la información para ser interpretada? (Tomado del Proyecto original, Proy-p.5).

Para avanzar sobre respuestas a estas preguntas se proyecta apelar por un lado a contenidos curriculares que sean los ejes temáticos centrales para matemática o para educación tecnológica pero sin descartar que durante el desarrollo del proyecto sea necesario abordar otras temáticas que se consideren necesarias para hacer avanzar la indagación escolar. Con esto se iniciaría la Fase 2 del EMEC.

En esta etapa se espera invitar a profesores especialistas en estudios sobre contaminación de agua de la UNRC.

También se explicita en el proyecto (Proyecto original, Proy-p.5) que se espera que, los profesores invitados, organicen seminarios que inviten al diálogo contemplando los conocimientos previos de los estudiantes. Al mismo tiempo,

²⁸ En el proyecto original se denominan fases en lugar de etapas. Para distinguirlas de las Fases del EMEC, en la tesis se denominarán etapas en lugar de fases.

en la planificación se imagina que los seminarios sean abiertos a las autoridades y comunidad local, no sólo a los estudiantes partícipes del proyecto.²⁹

También se espera poner en práctica distintos formatos curriculares³⁰ (taller, seminario, salidas de campo, observatorios) como así también distintas estrategias de evaluación. Además, se prevé que los talleres partan siempre desde el respeto a los conocimientos previos del estudiante, reconociendo en ello la intención de proponer una praxis como proceso de construcción de significados, no sólo personal sino también social (Baquero, 2008).

La **etapa 2** que se planifica está centrada en el Trabajo de Campo previsto para mayo y julio de 2013. En ella se definen a priori las actividades listadas abajo, sin dejar de lado otras que puedan ser necesarias en función del recorrido del proyecto, a la luz de los resultados obtenidos y teniendo en cuenta las propuestas de los actores involucrados (expertos, docentes, estudiantes, comunidad).

Actividades propuestas en el proyecto escolar:

-En formato Laboratorio: análisis del agua del río y del agua consumida por los pobladores en distintas épocas del año (por lo menos en las épocas verano e invierno) y análisis en pozos de agua. Que al menos uno de estos análisis sea realizado por los estudiantes con el profesor de química del establecimiento escolar. Los demás análisis sean llevados a cabo por expertos de la UNRC.

-En formato Observatorio: a partir de los datos obtenidos se realice una recopilación de la información y presentación de los datos en tablas y gráficos para luego ser interpretados por los estudiantes. (Proyecto original, Proy-p.6)

Para la **etapa 3** se planifica la etapa de Comunicación (agosto, setiembre y octubre de 2013). En esta etapa, los estudiantes presenten los resultados obtenidos en el desarrollo del proyecto mediante la construcción de un Blog. Para ello se espera contar con la colaboración del Ayudante Técnico en Informática que trabaja en la escuela. En este Blog, se planifica que los estudiantes incluyan por lo menos los siguientes ítems: 1- los gráficos y

²⁹ Los expertos de la UNRC que finalmente acudieron a la institución solicitaron restringir sus aportes solo a miembros de la comunidad educativa ya que el convenio acordado sólo era entre las dos instituciones educativas y no con el municipio local; para lo cual ellos necesitaban de otro tipo de convenio y/o vinculación.

³⁰ Acá nos referimos a los formatos curriculares propuestos en el Diseño Curricular para las escuelas secundarias de la Provincia de Córdoba.

resultados obtenidos del trabajo de campo así como sus valoraciones e interpretaciones; 2- toda información (fotos, videos, comentarios) que los estudiantes consideren relevante para concientizar sobre la conservación y prevención de la contaminación del río y 3- sugerencias y/o conclusiones para la comunidad. (Proyecto original, Proy-p.6)

Para todas las **etapas** anteriores se planifica proponer instancias de institucionalización de los saberes matemáticos y no-matemáticos.

Finalmente, la **etapa4** de la planificación se centra en la integración de los saberes y evaluación (noviembre y diciembre 2013). En esta etapa final se espera que los docentes partícipes del proyecto y, especialmente la profesora de matemática realice un cierre del proyecto recuperando formalmente los contenidos de la disciplina trabajados en relación con el proyecto e incluso aquellos que emerjan a pesar de no ser planificados en el proyecto escolar.

Los contenidos de la asignatura (matemática para tercer año nivel secundario) que se establecen a priori como objetos de enseñanza son los siguientes:

- Proceso de modelización matemática.
- Estadística descriptiva: sus objetivos y herramientas.
- Población, muestra y variables.
- Interpretación del significado de parámetros de posición e identificación del más adecuado para describir la situación en estudio.
- Construcción de tablas y gráficos estadísticos a partir de una muestra empleando *Excel*.
- Lectura, interpretación y análisis crítico de gráficos estadísticos
- Formulación de hipótesis como inicio a la estadística inferencial y análisis de los límites de los parámetros de posición para describir la situación en estudio y para la elaboración de inferencias y toma de decisiones.

Se planifica que los estudiantes creen un Blog a fin de presentar los contenidos formales institucionalizados, contextualizándolos al proyecto desarrollado (Proyecto original, Proy-p.6-7). Lo planificado no estaba cerrado a la intervención de los estudiantes y se hizo necesario detallar lo que se trabajaría a fin de cumplir con lo requerido por el concurso nacional.

Demás está decir que no todo resultó tal cual fue planificado como se pondrá en evidencia en la presentación del segundo momento y que conforma la *situación arreglada* (Sección 19).

El ideario³¹ pensado y plasmado en la planificación para el aula sería la base del proyecto que, a fines de 2012, enviara la profesora de matemática al concurso nacional de proyectos para el mejoramiento de la enseñanza de la matemática para ser ejecutadas durante el ciclo lectivo 2013.

La participación del concurso tenía dos propósitos. Buscar una mirada externa sobre lo propuesto [hoy podríamos reconocerlo como primer proceso de objetivación] a fin de revisar o repensar la propuesta. Y tratar de conseguir fondos a fin de sostener el proyecto y cubrir gastos difíciles de ser afrontados por docentes, estudiantes o la escuela.

Es importante observar que en el proyecto planificado, si bien se explicitan algunos contenidos, también se incluye a la MM como abordaje pedagógico lo que necesariamente requiere una estructura flexible. El proceso de MM explicitado como contenido a ser enseñado abre la posibilidad que, al ponerlo en acción, se puedan incentivar procesos metacognitivos en los estudiantes que les permitan reconocer y explicitar en qué fase del proceso de MM se está en cada una de sus actividades.

18.3. La propuesta valorada por agentes externos. Avances y aperturas. En el mes de octubre de 2012, la profesora de matemática es informada que el proyecto presentado se encuentra entre los ocho finalistas del concurso nacional vinculado a la enseñanza de la matemática. El 22 de noviembre informan que el proyecto obtuvo mención de honor para su implementación durante el ciclo lectivo 2013. Participan como jurado del Concurso especialistas en Didáctica de la Matemática de la Universidad Nacional de San Martín, investigadores de CONICET y docentes de la Universidad de Buenos Aires.

Este hecho representa un gran estímulo para la escuela, los docentes y los estudiantes involucrados, quienes se reconocen como principales partícipes del origen de ese proyecto cuando un estudiante expresa *¿cuándo es que salió en el*

³¹ Se caracteriza ideario como el repertorio de ideas y/o deseos de una persona, colectividad o institución escolar

diario lo que hicimos nosotros? Esto se pueden evidenciar en la Figura 10 en interacciones³² vía *WhatsApp* entre la profesora de matemática, estudiantes y madre de una estudiante.

Figura 10

Interacciones Vía WhatsApp



Fuente: C-27-11-12

En diciembre de 2012, se suma al proyecto una joven profesora de geografía que se está iniciando en la docencia y que manifiesta estar muy interesada en participar en el proyecto planificado. Esta profesora expresa su intención de transformar sus prácticas docentes que le están generando malestar y espera que este proyecto le pueda ofrecer una alternativa interesante para modificar sus propuestas pedagógicas.

En este fin de año (2012), ya ampliado el equipo docente y sabiendo que se puede contar con un aporte económico para realizar consultas con expertos de la UNRC para hacer avanzar el proyecto escolar, se recuperan algunas cuestiones que habían quedado pendientes y se avanza en algunas respuestas.

En este sentido, cabe indicar que, aunque aún no se conocen las decisiones concretas que será necesario tomar para poner en marcha el proyecto, el nuevo equipo de docentes conformado recientemente, considera de gran importancia contar, previo al inicio del ciclo lectivo 2013, con datos de análisis de agua en

³² En estas interacciones se hacen evidentes algunos errores de ortografía que no se modificaron para respetar lo escrito originalmente.

época de verano. Se busca obtener los primeros datos correspondientes a la época de mayor afluencia de turistas (enero) y si no se toman muestras en enero del 2013, se tendría que esperar a enero del 2014; momento en el cual ya se espera esté finalizado el trabajo de campo. Por esta razón, los tres profesores (matemática, educación tecnológica y geografía) planifican y llevan a cabo tanto un primer muestreo del agua del río en dos puntos diferentes como así también del agua potable en dos domicilios diferentes de *La Localidad*. Tales muestreos, son procesados por un laboratorio privado ya que el laboratorio de la UNRC, dónde se esperaba realizarlos, no funciona en el mes de enero y no era posible guardar las muestras hasta el mes de febrero ya que las mismas sufrirían alteración en su composición.

Los resultados de estas primeras muestras presentan las primeras dudas en relación con la calidad del agua del río. Se detecta presencia de coliformes fecales y totales.

Cabe nuevamente indicar que la premiación obtenida, además de ser significativa para los docentes, estudiantes y hasta para la misma institución educativa, resulta además importante desde el punto de vista económico, pues posibilita solventar los primeros gastos para los análisis de agua o las posteriores compras de elementos necesarios para la ejecución del proyecto.

A partir de lo imaginado y vivido en este primer momento, es posible diseñar colaborativamente un escenario para el aula o situación imaginada en el sentido de Skovsmose y Borba, (2004). En este primer momento se delimitan con cuidado principios pedagógicos bajo los cuales se diseña un escenario imaginado para un contexto educativo particular centrado en los estudiantes y sus intereses. Tres profesores, partiendo de un deseo amplio van fortaleciendo sus ideas para proponer, planificar y desarrollar una práctica pedagógica. La profesora de matemática espera centrarse en conocimiento estocástico y los profesores de educación tecnológica y geografía en otros saberes relativos a sus propias áreas. Se espera que este diseño genere un ambiente de modo tal que los estudiantes puedan participar como ciudadanos activos en una democracia. La valoración externa al proyecto genera un importante impulso para la ejecución del proyecto y la *situación arreglada* (Skovsmose y Borba, 2004) que se presenta y analiza en la siguiente sección. Desde la planificación de este proyecto y por su naturaleza abierta, se sientan las bases para iniciar una experiencia genuina en

el sentido de Greco et al., (2008) ya que, en el proyecto se distingue una apertura a lo incompleto, a lo incierto, al no saber. Y es precisamente este no saber, una oportunidad para pensar lo impensado en la que los profesores y estudiantes se puedan conmocionar, transformar al intercambiar modos de ver, leer, pensar, preguntarse o de actuar.

19

Segundo momento: desafíos y posibilidades de un Escenario de

Modelización Estocástico Crítico vivido en aula

En esta sección se ofrece información detallada de la ejecución de la *situación imaginada*. En esta ejecución se van sucediendo una serie de hechos, actividades, etc. que requieren nuevamente toma de decisiones por parte de profesores y estudiantes que luego terminan conformando lo que Skovsmose y Borba (2004) denominan *situación arreglada* (SA). Mientras se relata lo vivido, también se van recuperando aspectos teóricos; se continúan explicitando las Fases de un *escenario de modelización estocástico crítico* (EMEC) así como las dimensiones de empoderamiento que se pueden reconocer y que permiten interpretar lo vivido. Este escenario no puede ser prefijado totalmente por el docente, se va constituyendo o conformando acorde a la arena o terreno donde se produce (a las condiciones de la institución, las particularidades de los sujetos que intervienen, los recursos disponibles, el ambiente natural y demás aspectos fijos o no negociables por los individuos) y acorde a las interacciones que se producen entre los sujetos con el terreno y entre ellos.

19.1. Primeras Instancias de Etapa 1. Explicitar y contrastar supuestos. Fase 2 del EMEC. En marzo de 2013, el equipo inicial de docentes comienza diseñando con ciertos detalles un Aula-Taller a la que se denomina Taller N°1 con la que se inicia el trabajo con los estudiantes de tercer año. Este taller es organizado por los profesores de matemática, educación tecnológica y geografía vía e-mail. De este modo, se inicia la entrada a la **etapa 1** de la situación imaginada.

Con este taller los docentes esperan recoger las voces de los estudiantes, vinculadas con sus expectativas en relación con el proyecto. Se pretende también generar un espacio para que los estudiantes puedan explicitar las conjeturas que sostenían en un inicio de modo implícito y que los llevaran a tener una representación mental sobre la problemática a estudiar expresada a mediados del año 2012. Esto es, estudiar si la falta de cloacas, y por ende la existencia de un sistema de saneamiento in situ (pozos negros) en el lugar podría estar afectando la calidad del agua del Río de *La Localidad* y de la *Villa cercana*. El formato de esta formulación de la problemática a estudiar, desde la perspectiva de los docentes, parece estar asumiendo una cierta relación de causalidad entre la falta de un sistema de cloacas en *La Localidad* con una posible contaminación en el agua del río y el agua potable del lugar.

Este primer taller se lleva a cabo el día 20 de marzo de 2013 y se desarrolla durante un módulo y medio (2 horas reloj) con la presencia de los profesores de matemática y de educación tecnológica.

La primera consigna del taller presenta a los estudiantes dos interrogantes a fin de recuperar sus expectativas respecto al proyecto: *¿Qué esperan ustedes de este proyecto? ¿Qué les gustaría poder lograr con este proyecto?* (Taller N°1, CC-20-03-2013)

Camilo, Beto, Silvia, Tomás y Gabriela³³ indican que una de sus expectativas es *poder incentivar a la gente para que nos ayude con este problema*. Vanina, Fabián, Yolanda, Pilar y Sandra desean que juntos *podamos lograr un objetivo...podemos hacer que la gente tome consciencia de cómo afecta la contaminación del río*. Candela, Darío, Roberto, José y Emiliano expresan que *el proyecto está muy bueno [...] Estamos muy entusiasmados y esperamos que podamos sacar algo bueno, algo positivo*. Finalmente, Laura, Nadia, Valeria y Florencia comentan que entre todos *Vamos a poder opinar sobre nuestros intereses e inquietudes y con el proyecto vamos a mostrarle a la gente como está La Localidad con el tema de la contaminación*. Estas expresiones se pueden observar, en la Figura 11 donde se colocan los escritos originales.

³³ Los nombres presentados no son los nombres verdaderos de los estudiantes.

Figura 11*Expectativas de los Estudiantes en Relación al Proyecto*

Es que voy a ser un espacio donde vamos a poder opinar sobre nuestros intereses e inquietudes, y con este proyecto vamos a mostrarles a la gente como está (La Localidad) con el tema de la contaminación.

1) El Proyecto está muy bueno, estamos muy entusiasmado y ojala logremos algo positivo

2) Lograr una solución para tener menos contaminaciones. Podemos lograr incentivar a la gente para que nos ayude con este problema

Las escrituras de los estudiantes parecen mostrar entusiasmo y conexiones de ellos con su entorno. También hacen evidente una *expectativa generalizada* de poder contribuir con su comunidad mostrando un problema que para ellos existe o puede existir y es necesario hacerlo conocer, *compartirlo con la gente, para luego quizás, tomar medidas preventivas*. Respecto del proyecto, este aparece en el curso como un trabajo que entusiasma y como un recurso que puede abrir posibilidades para hablar y ser escuchados.

En este primer taller se produce un fructífero diálogo entre docentes y estudiantes respecto a sus expectativas. Los estudiantes manifiestan su preocupación por no poder contribuir con su comunidad si al finalizar el estudio no se encontrara ningún problema en el agua del río. En esta instancia, el profesor de educación tecnológica y la profesora de matemática responden a tal inquietud preguntando: *¿Podría ser positivo para el pueblo contar que con el estudio no se encontró ninguna evidencia de contaminación en el agua?*. La respuesta afirmativa de todos los estudiantes tranquiliza la preocupación manifestada (Apuntes del investigador del Taller N°1).

Los docentes, por su parte, están interesados en que los estudiantes expliciten conjeturas que ellos puedan sostener de manera implícita basándose en sus experiencias empíricas, así como las razones que los habrían llevado a formular esa problemática de indagación escolar. Por ejemplo, los docentes, se preguntan: *¿qué evidencias empíricas estarían jugando detrás de lo formulado?, ¿qué aspectos de sus vivencias cotidianas como miembros de una comunidad podrían dar soporte a esas conjeturas implícitas en su formulación?* (Notas de campo, 20-03-2013). El Taller N°1 busca entonces que los propios estudiantes

expliciten con sus propias palabras, algunas cuestiones que puedan estar jugando detrás de escenas en la formulación inicial de la problemática con la que se reconoce una situación crítica para ellos.

Con este objetivo, los docentes presentan en el taller la siguiente consigna:

Relaten alguna situación particular dónde ustedes piensan que puede estar produciéndose contaminación del río o del agua de La Localidad (Consigna 2 del Taller N°1). Algunas respuestas de los estudiantes a esta consigna se presentan en la Figura 12:

Figura 12

Conjeturas Realizadas por Estudiantes y sus Sustentos Empíricos

Una de las contaminaciones se produce en una de las partes del río ya que Carnicería XX tira carne en mal estado al río

Te das cuenta por el olor a carne en mal estado (mal estado)

- se produce porque tiran carne.
- Porque hay personas irresponsables que no se dan cuenta de lo que hacen.

Suponemos que a la noche, ya que no lo ve nadie.
Generalmente en este verano.

2) a) se puede estar produciendo en el puente y al frente del hotel hilpe, ahí están las bajadas de las cloacas y la contaminación de los perros en el agua.

b) el olor, el color de agua, las algas, etc.
llega al río porque es la parte más baja y esto corre más rápido hacia el río.

c) Todos los días, pero principalmente en los meses de Dic, Enero y Febrero.

En síntesis, Camilo, Silvia; Tomás, Beto y Gabriela, sospechan que *en la carnicería [de La Localidad] tiran carne en mal estado al río [...] suponemos que por la noche y en épocas del verano*. Candela, Roberto, José, Darío y Emiliano puntualizan que *Frente al hotel y en el puente hay bajadas de cloacas al río y allí*

el río está más bajo [se refieren a que está más bajo que el nivel de las construcciones] *y los líquidos* [que circulan por los caños que bajan desde las construcciones al río] *corre más rápido hacia el río* [...] *esto se da principalmente en verano*. Mientras que Laura, Nadia, Valeria y Florencia puntualizan que, los lugares donde creen que podría haber contaminación, están *en el balneario y el puente porque es dónde hay más turistas en verano*.

Las conjeturas³⁴ de los estudiantes están relacionadas desde el inicio, con el desarrollo del turismo o la negligencia de algunos comerciantes de *La Localidad* o de la *Villa cercana*. En el primer caso consideran que en el período de verano se produce mayor contaminación ya que es el período de mayor afluencia de turistas. En el segundo caso se asume que desde algunos comercios que se ubican sobre los márgenes del río, arrojan residuos al mismo. Se hace notar que todos los grupos de estudiantes coinciden en estas respuestas.

En este primer taller se modifica lo planificado para el desarrollo de las clases ya que, los tres profesores participan de manera simultánea en una misma clase. Las discusiones que se dan en el Taller N°1, sumado a lo especificado en la planificación conjunta del mismo, comienzan a poner en juego un trabajo interdisciplinario. Eso es así no solo porque, por su naturaleza, el problema es de interés para las tres asignaturas, sino porque se comienza a abordar en espacios y tiempos compartidos y con aportes de los tres profesores.

Por otra parte, se destaca que, a partir del hecho de que los docentes formulen y destinen un taller para visibilizar conjeturas o conocimientos (matemáticos o no-matemáticos) previos de los estudiantes, se puede reconocer que los docentes comparten un principio de igualdad en el sentido de Rancière, (2003); considerando igualdad entre docentes y estudiantes en cuanto a la posibilidad y capacidad para pensar, observar y plantear conjeturas en base a sus conocimientos y experiencias.

Se reconoce además una de las dimensiones descriptas para el empoderamiento de los estudiantes, en particular la dimensión social y subdimensión S₁ (enunciación valorativa) cuando los estudiantes realizan

³⁴ Una conjetura es un juicio que se forma de las cosas o acontecimientos por indicios y observaciones (acepción tomada del diccionario RAE). En general, en matemática, una conjetura se suele referir a una afirmación que se supone o asume como cierta, pero que no ha sido probada ni refutada hasta la instancia en que se propone la propone.

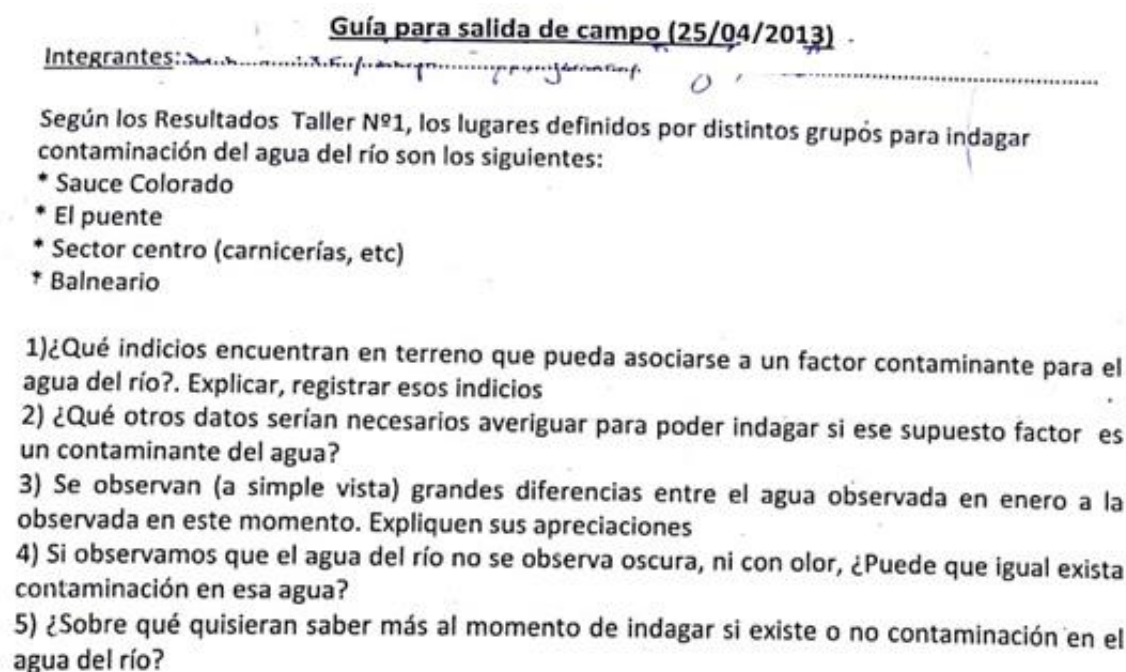
enunciados valorativos, vinculados a sus expectativas para contribuir positivamente con su comunidad y otros al explicitar algunas conjeturas por las que se puedan estar afectando la calidad del agua del río.

Desde una perspectiva matemática vinculada con el trabajo de modelización, en las instancias del Taller 1, los estudiantes, sin nombrarlas como tales, fueron trayendo al frente un conjunto de variables y relaciones entre ellas y avanzando en la Fase 2 de un EMEC. Por ejemplo, reconociendo la cantidad de residuos arrojados al río y su nivel de contaminación. Esta posible relación se sostendría bajo la hipótesis de la existencia de zonas de arrojado de basura o desagües cloacales al río.

Sobre la base de los resultados de este primer taller, el equipo docente planifica la primera salida de campo que contempla un recorrido pedestre alrededor del río. Para esa salida se elabora una guía (Ver Figura 13) con el fin de que los estudiantes registren y sistematicen sus observaciones in situ.

Figura 13

Guía de Trabajo para la Salida de Campo



La salida es realizada por todos los estudiantes de tercer año acompañados por tres profesores (matemática, educación tecnológica y geografía). Luego de

cumplimentar con los requisitos institucionales, la salida se concretó el 25 de abril del 2013 y duró 3 horas reloj.

En la Imagen 1, se ilustra parte del trabajo realizado por los estudiantes en las márgenes del río. Tanto en instancia de observación y registro de información como durante el proceso de trabajo con la Guía.

Imagen 1

Primera Salida de Campo



En las Figuras 14 y 15 se presentan respuestas a las cinco consignas de la Guía de observación elaborada por los tres docentes. El recorrido pedestre por las márgenes del río se realiza hasta un punto cercano al inicio del pueblo y en ese lugar se destina tiempo para que los estudiantes puedan completar la guía de observación.

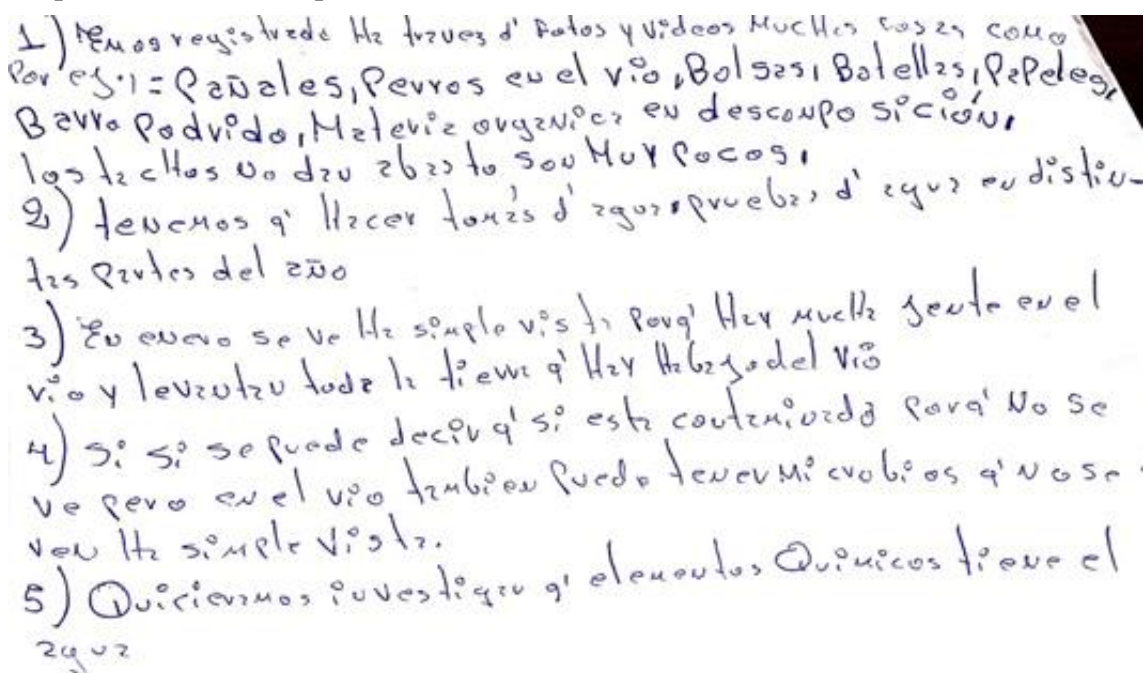
Figura 14

Respuestas de un Grupo de Estudiantes a la Guía

- Proyecto
- 1) Elegimos el lugar de el balneario porque por lo general, todos los residuos que se arrojan al río, se acumulan en las compuertas.
 Vimos residuos como plásticos, terpol, bolsas, botellas, pañales, etc.
 en verano se nota más contaminación porque aumenta la gente que viene y aumenta la basura.
 - 2) Otro factor es materia orgánica en descomposición que se encuentra en el balneario.
 - 3) El agua en esta época del año (abril) se nota ~~es~~ mucho más limpia, menos contaminada, en la época de verano (enero, febrero) el agua del río está sucia, con muchos residuos, hay mucha diferencia.
 - 4) Sí porque puede haber virus en el agua que no se ven a simple vista.
 - 5) Hacer análisis de diferentes lugares para saber que parte está contaminado.

Figura 15

Respuestas de Otro Grupo de Estudiantes a la Guía

- 
- 1) Hemos registrado He fotos y videos Muchas cosas como
Por ej: = Pañales, Pevros en el río, Bolsas, Botellaz, Pañales,
Borra Podrido, Matavie orgánica en descompo sición,
los He chos no dan abito son Muy pocos.
- 2) Tenemos q' hacer fotos d' agua y pruebas d' agua en distri-
tos partes del río
- 3) En agua se ve He simple vis ta, porq' Hay mucha gente en el
vía y levantan toda la tierra q' Hay He bz del vía
- 4) Si si se puede decir q' si este contaminación para' No se
ve pero en el vía tambien puede tener microbios q' no se
ven He simple vis ta.
- 5) Querriamos investigar q' elementos Quimicos tiene el
agua

Cabe mencionar que, de acuerdo con lo trabajado en el Taller 1, algunos estudiantes esperan encontrar desechos arrojados por comercios mientras otros esperan encontrar caños de desagote de desechos cloacales que desemboquen en el río. Sin embargo (como parcialmente se nota en lo escrito por los estudiantes), ninguno de los grupos encontró evidencia alguna que les permitiera respaldar las anteriores conjeturas.

En esta instancia, Emiliano afirma *¡no encontramos nada!* (V-25-04-13-a)

Se puede observar en el video en el que se registra esta salida, una primera decepción, no sólo por no haber encontrado ningún indicio que apoye sus ideas iniciales; sino especialmente por no saber cómo seguir.

Al finalizar esta primera salida se realiza una ronda con todos los estudiantes y los docentes. Se produce un intercambio de ideas y en esa instancia, la profesora de matemática pregunta *¿Cómo podemos seguir ahora?* Un grupo de estudiantes propone realizar una encuesta en el pueblo, pero otros grupos cuestionan esta idea pues no creen que aporte información confiable ni útil.

La profesora de matemática señala: *estamos en un punto en el que no sabemos cómo seguir* y pregunta si creen que habría que buscar asesoramiento de expertos en la temática que nos *oriente* sobre cómo estudiar la relación entre los pozos negros y su posible influencia sobre la calidad del agua del río (V-24-04-13-b).

En la pregunta de la profesora, se puede reconocer nuevamente el principio de igualdad al incluirse ella y los docentes en la duda, ofrecer una pregunta para todos y además confiar en la capacidad de pensamiento de sus estudiantes a fin de buscar alternativas ante una primera decepción. Esa instancia genera un momento para la toma de decisiones por parte de los estudiantes y por ende se habilita un espacio para promover el empoderamiento de ellos. De hecho, se habilita un espacio para que sus expresiones se hagan públicas y también se abre un espacio para la toma de decisiones de naturaleza participativa o colaborativa; es decir habilita espacios para el empoderamiento del tipo 1 (para expresión) y tipo 2 (para planificación, organización y toma de decisiones) descriptos en la subsección 16.2. Si bien los datos o información recogida en esta salida son decepcionantes, también, la interpretación que realizan, sobre esa información, los aproxima, de modo incipiente, a una alfabetización en el sentido de Campos (2016).

Cabe indicar que, en el trabajo con MM, la necesidad de recurrir a especialistas en el tema extra-matemático, es algo previsible (Esteley, 2014; Marguet et al. 2007). De ese modo se enfatiza que, si bien, en lo planificado en el primer momento se había previsto³⁵ la organización de seminarios a cargo de especialistas en los conocimientos requeridos, los profesores esperan el momento en el que los estudiantes reconozcan esa necesidad de recurrir en busca de la ayuda de expertos. Esto es, que la invitación a otros profesionales tenga sentido para ellos.

Al final de la salida de campo, los estudiantes señalan que, aunque el agua del río se observe limpia y clara, para saber si contiene bacterias o si se encuentra libre de contaminación, es necesario realizar análisis. Ese hecho se hace evidente en sus respuestas a la pregunta 4 mostradas en las Figuras 13 y 14. Tanto en lo trabajado en el Taller 1 como lo realizado en la primera salida de campo, el grupo transita por la Fase 2 del EMEC, al intentar simplificar y reconfigurar sus primeras representaciones mentales (Fase 1) del problema. Aspecto de refinamiento del problema escolar se espera profundizar con aportes de expertos en el tema.

³⁵En el proyecto presentado al concurso nacional se puede observar la planificación de seminarios a cargo de especialistas de la UNRC.

En la salida de campo, el trabajo con las guías y las interacciones entre el estudiantado o entre ellos y los docentes, se pone en juego una deliberación y colexión colectiva en el sentido de Skovsmose y Valero (2012).

19.1.1. Segundas Instancias de trabajo de etapa 1 Reconfigurar el problema con aporte de expertos. Fase 2 del EMEC. Según lo planificado para la etapa 1 del proyecto y propuesto por los mismos estudiantes, se espera que los expertos acudan a la escuela con el objetivo de contribuir con algunas respuestas a las primeras cuatro cuestiones formuladas en el proyecto original: *1- ¿Cómo se determina la contaminación por efluentes cloacales? 2- ¿Puede esa contaminación afectar el río de La Localidad? 3- ¿Cómo se determina si existe o no contaminación en el río y en las aguas de consumo para los pobladores? 4- ¿Cómo se puede prevenir la contaminación del río cuando no existe un sistema de cloacas? También se abordaría en forma parcial la quinta pregunta: 5- ¿Cómo se recolecta y procesa información?* (Tomado del Proyecto original, Proy-p.5)

A tal fin se envía una nota a geólogas de la UNRC para hacerles llegar: las preguntas que los estudiantes esperaban responder, los resultados obtenidos en el primer taller y en la primera salida de campo. Se les solicita a las expertas que, para preparar el seminario, se tome como base la problemática seleccionada y la información de lo realizado hasta el momento por el equipo de profesores y el grupo de estudiantes (Ver Anexo 2).

Es en esta instancia que las geólogas de la UNRC deciden proponer que el seminario se ofrezca solo para miembros de la institución escolar. Si bien, tanto para profesores y estudiantes consideran positivo que participen otros miembros de la comunidad local, se entiende y respeta la condición requerida por las expertas.

El seminario se planifica para el miércoles 8 de mayo de 2013, en el que intervendrían dos geólogas. El trabajo completo con las expertas tiene una duración de cinco horas. Durante tres horas y media se trabaja en la escuela y la hora y media restantes se destina a un trabajo de campo exploratorio en las inmediaciones del río.

Los profesores que guían el proyecto escolar solicitan con anterioridad los permisos de los docentes a cargo de las horas de clases que son necesarias para

concentrar los seminarios en una sola jornada en la escuela. También solicitan las correspondientes autorizaciones de los directivos de la escuela y de los padres de los estudiantes para realizar la salida al río. En esa salida, se espera que los estudiantes aprendan técnicas para tomar muestras de agua y sean acompañados por los tres profesores del equipo que guían el proyecto escolar y las geólogas.

En cierto modo y apelando a sus conocimientos profesionales, las expertas tratan de ofrecer medios y conocimientos para responder las preguntas que se les plantearan. En la Imagen 2 se aprecia parte de la presentación que realizan las expertas apelando a diversas figuras vinculadas a la problemática.

Imagen 2

Seminario a Cargo de Geólogas



En el transcurso de la exposición, los estudiantes formulan preguntas y realizan ciertas observaciones sobre las propuestas expuestas por las geólogas. Por ejemplo, en el video de la exposición, una estudiante identifica en una de las figuras mostrada por las geólogas el tipo de contaminación que se está queriendo estudiar y que se encuentra relacionada con el sistema de saneamiento in situ, al decir *ese cuadrito allí donde están las casas* (V-08-05-13-a)

Las geólogas ofrecen también detalles sobre cómo recolectar información relativa a la calidad del agua de un río. Indican que el agua en el río no existe como se expresa en la fórmula química: H_2O (V-08-05-b). Además indican que, para estudiar la *calidad natural del agua* de un río es necesario tomar muestras en una zona en la que sea mínima la influencia del hombre y tomarlas como referentes de *la calidad natural de ese río* (V-08-05-13-c).

Se presentan, instrumentos y principales variables que definen las características físico-química y biológica del agua. Las geólogas resaltan la importancia de identificar la bacteria *Escherichia coli* (E.coli) como una señal de contaminación del agua y puntualizan que, en el año 2003, la Organización Mundial de la Salud (OMS) reconoce la presencia de E.coli como el mejor indicador de contaminación fecal. Su presencia en el agua indica posible existencia de patógenos fecales y como consecuencia un riesgo potencial para la salud³⁶ (Notas de campo y V-08-05-13-d).

Las expertas proponen analizar la calidad del agua en distintos puntos del río y en diferentes épocas del año a fin de indagar sobre la calidad del agua y utilizar la información recogida para realizar trabajos de concientización tanto en el pueblo como con los turistas (Notas de campo y V-08-05-13-e). Mencionan además la imposibilidad de que los estudiantes realicen los análisis de agua en la escuela debido a la falta de condiciones del laboratorio de la escuela; lo que es comprendido y aceptado. Se podría indicar que, de algún modo, las expertas detectan una situación escolar crítica: no contar con un laboratorio adecuado para apoyar ciertos aprendizajes. Esto modifica lo planificado en el proyecto pedagógico atendiendo a las condiciones institucionales.

En la presentación se dimensiona la profundidad y complejidad de lo planteado en sus orígenes por los estudiantes: [...] *nosotros estuvimos interesados en saber si la falta de cloacas en nuestro pueblo puede estar contaminando el agua del río.*

Desde la perspectiva de las expertas, dar cuenta de lo anterior, requiere reconocer con detalles el tipo de terreno de *La Localidad* y sus características, lo mismo que intentar corregir el problema, en caso de que lo hubiese. Desde esa perspectiva, dar una respuesta completa al problema formulado en sus orígenes,

³⁶ Estas y otras ideas se encuentran publicadas y comentadas en un trabajo de autoría de unas de las geólogas.

implica llevar adelante un estudio complejo apelando, por ejemplo, al análisis de curvas de nivel o a técnicas de cálculo multivariado³⁷ (Notas de campo y V-08-05-13-f). De todos modos, las expertas, enfatizan la importancia de llevar adelante un estudio sobre contaminación para ayudar a tomar conciencia sobre el tema o buscar información local sobre los pozos negros, por ejemplo.

En síntesis, con esta presentación, las geólogas expresan que para determinar si existe una contaminación que pueda afectar el agua del río debido al sistema de saneamiento in situ, se requiere equipos y conocimientos imposibles de abordar con los recursos disponibles en el ámbito escolar. Es decir, manifiestan una imposibilidad para abordar las dos primeras preguntas del proyecto pedagógico. Sin embargo, sí ofrecen respuestas para poder determinar si existe o no contaminación en el agua del río y en el agua potable. También ofrecen recomendaciones para prevenir la contaminación del agua del río. Es decir; se orientan respuestas a las preguntas 3 y 4 del proyecto pedagógico (Anexo 1). También se presentan pautas para recolectar datos sobre la calidad del agua lo cual sugiere una respuesta parcial a la pregunta 5.

Lo trabajado hasta acá con las geólogas evidencia aspectos del trabajo con proyectos de MM cuando se intenta estudiar fenómenos de la realidad no matemática: la necesidad de apelar a expertos y otros conocimientos no-matemáticos; la naturaleza interdisciplinar o multidisciplinar del trabajo; la emergencia de conocimientos matemáticos, tecnológicos o técnicos (uso de instrumentos para recolectar y medir la calidad del agua), biológicos y sociales (la salud de una comunidad en función de la calidad del agua a la que acceden) y la necesidad de revisar las formulaciones de los problemas (Bassanezi, 2002; Esteley, 2014) . Se ponen en evidencia juicios preliminares que tenían los estudiantes al postular que la problemática de contaminación en el agua del lugar se hacía presente en verano cuando llegan los turistas. Estos juicios son cuestionados mediante la comunicación de las geólogas que exhiben razones por las cuales, en caso de existir algún tipo de contaminación en el agua del río, la misma puede también estar presente en épocas invernales; que es cuando los cauces de los ríos tienen menor poder de recuperación. Este proceso de comunicación, pensamientos y adopción de posiciones críticas hacia sus propios pensamientos y acciones

³⁷ Ambos conocimientos corresponden a una matemática universitaria avanzada; específicamente análisis de funciones de varias variables y curvas de nivel

colectivas puede ser reconocido como procesos de *deliberación y coflexión* (Skovsmose y Valero, 2012), en los que el colectivo se constituye por docentes, estudiantes y expertas.

En Fase 2 de EMEC, en la que se busca avanzar hacia la representación de un modelo de la realidad que se desea observar, definir algunas hipótesis y/o variables de interés que contribuyan a la simplificación del problema, se hace necesaria la contribución de conocimientos extra-matemáticos y extra-estocásticos que, en este caso, lo realizan las geólogas. En Fase 2 emergen y se incorporan conocimientos específicos que conducen a modificar las preguntas iniciales propuestas en el proyecto durante Fase 1 de un EMEC (subsección 18.1). La necesidad de modificar acontece al reconocer la imposibilidad para indagar si la falta de un sistema de cloacas podría estar afectando la calidad del agua de los ríos (agua superficial). Así, se requiere volver a Fase 1 para realizar una representación mental de una situación diferente como puede ser el estudio de la calidad del agua (superficial y potable) en *La Localidad* y en la *Villa cercana*. Luego de la revisión de las preguntas, se retoma la Fase 2 para continuar con la simplificación de la realidad.

En el conflicto vinculado a la delimitación del problema inicial, los estudiantes pueden vivenciar que la definición de la problemática es en sí misma una complejidad.

Al mismo tiempo, se hace importante señalar que, desde una perspectiva amplia, el tipo de intereses o problemática que los estudiantes reconocen como crítica y deciden abordar y analizar críticamente (Skovsmose, 1999), se vinculan o puede tener implicancias sobre la salud de la población. Es decir, está presente desde el inicio una concienciación y una voluntad de actuar como ciudadanos críticos y comprometidos. En este sentido, se reconoce la presencia de una dimensión social del empoderamiento vinculada a los fines de uso de la matemática y/o estocástica (S3). En un sentido amplio, se van entrelazando los dominios matemático y social de Ernest (2002).

Cabe señalar que aún no se hace presente la identificación de la variación; es decir aún no se hace explícita la noción de la variación que se constituye en una guía para generar ideas de naturaleza estocástica (Wild y Pfannchuck, 1999). Aunque va emergiendo el aspecto estocástico del fenómeno al reconocer la necesidad de realizar un muestreo para recolectar información sobre la calidad del agua del río.

Luego de la presentación tan movilizadora de las geólogas, se inicia la segunda salida de campo. A orillas del río, las expertas muestran *en terreno* técnicas de muestreo y uso de los instrumentos para medir ciertos indicadores de la calidad físico-química del agua (Nota de Campo, V-08-05-13-g y V-08-05-13-h).

En las siguientes imágenes 3 y 4 se ilustran distintas instancias de la salida de campo.

Imagen 3

Aprendiendo a Tomar Muestras de Agua



Imagen 4

Conociendo Instrumentos para Medir Indicadores Físico-Químicos del Agua



A modo de síntesis, lo vivido en interacciones con las expertas en espacios interiores a la escuela o en espacios cercanos al río se presentan en la Tabla 7.

La información se organiza en tres columnas, en la primera columna se presenta el tiempo demandado, en la segunda columna las principales actividades desarrolladas por las geólogas y en la tercera se detallan las actividades de estudiantes y profesores

Tabla 7

Interacciones con las Expertas

Duración Aproximada	Especialistas	Estudiantes y docentes
Tres horas (14 a 17 hs)	Realizan una presentación y ofrecen explicaciones o caracterizaciones relevantes para el problema apelando a conceptos tales como: nivel freático; zona saturada; acuífero freático; calidad natural de agua superficial, calidad biológica y físico-química del agua, entre otros Plantean cuestiones referidas <i>a la salud de una comunidad</i> y su relación con el acceso al agua no contaminada. Muestran disposición de escucha.	Escuchan, formulan preguntas y realizan algunas acotaciones valiosas para el proyecto Reconocen las implicancias de la contaminación del agua y cómo detectarla Reconocen las limitaciones y dificultades en el problema formulado, la complejidad del mismo y su valor como tema de estudio. Sienten frustración y ella trae nuevos desafíos

Una hora (17 a 18hs)	Muestran instrumentos y técnicas de medición de ph, temperatura, conectividad, etc. a fin de analizar el agua. Muestran técnicas para recoger muestras de agua.	Observan, manipulan los diferentes instrumentos. Realizan una muestra de agua superficial con indicaciones de las expertas.
-------------------------	--	---

Esta jornada de trabajo con las geólogas lleva a los tres profesores (matemática, educación tecnológica y geografía) a organizar (vía e-mails) el Taller N°2. Este taller se plantea como un espacio en el que, por un lado, los estudiantes puedan recuperar algunas de las ideas desarrolladas por las geólogas y reconocidas con potencialidad para reformular el problema. Por otro lado se busca distribuir responsabilidades con tareas específicas a fin de comenzar a dar respuestas a las preguntas antes planteadas. Se inicia así un nuevo movimiento en el ciclo SD-SI-SA (Skovsmose y Borba, 2004)

19.1.2. Repensar lo hecho, volver a planificar. Ciclo Fase 2-Fase1 del EMEC. El Taller N° 2 se lleva a cabo el 30 de mayo (2013), durante dos módulos y medio (3:30 horas reloj) con la presencia de los tres profesores.

Una vez más, se logra realizar una clase compartida entre los tres profesores constituidos en equipo de trabajo. Nuevamente un trabajo compartido en aula que no fue planificado en el proyecto, pero que resulta sumamente necesario para sostener un trabajo interdisciplinario.

Los estudiantes presentes en este taller fueron Laura, Camilo, Maria, Pilar, Candela, Sandra, Beto, Tomás, Gabriela, Fabián, Emiliano, Dario, Florencia, Vanina y Yamila (Notas de clase de investigadora).

La primera parte del taller consiste en recuperar algunos conceptos desarrollados por las geólogas, para ello se forman, en principio, 2 grupos de 5 integrantes y 1 grupo de 4 integrantes. El taller se organiza alrededor de dos consignas. Junto con estas consignas, la profesora de matemática entrega a los estudiantes el material ofrecido por las expertas (CC-30-05-13). El Taller N° 2, se organiza con tres consignas de trabajo que se van entregando a medida que se van completando cada una de ellas.

En la Consigna 1 se señala la importancia de clarificar conceptos relevantes mencionados por las geólogas. Con tal fin, se solicita al estudiantado que expresen de forma escrita caracterizaciones de: **a)** Zona no saturada; **b)** Nivel

freático; **c)** Zona saturada; **d)** Acuífero freático; **e)** Base del acuífero; **f)** Agua subterránea y agua superficial; **g)** Fondo Natural de calidad de agua; **h)** Sistema de saneamiento in situ.

En el trabajo y las respuestas generadas por los estudiantes, se presentan dificultades que se van resolviendo en interacción con los profesores y hacen evidentes dudas de los propios docentes. Por ejemplo, entre las dificultades encontradas se destaca una referida al manejo de vocabulario específico, en ese sentido, una estudiante pregunta por el significado de *Grava*. La profesora de matemática, manifiesta no tener muy claro su significado y le consulta al profesor de educación tecnológica, quién ofrece un significado (V-30-05-13-a).

En otra instancia, una estudiante pregunta por el concepto de agua superficial. La profesora de matemática no responde, en cambio, devuelve la pregunta a los estudiantes y les indica que pueden tomar como referencia lo presentado por las geólogas y el material disponible a fin de ofrecer una explicación (V-30-05-13-c).

En la siguiente Figura 16 se pueden observar algunas producciones preliminares de los estudiantes sobre lo solicitado en la primera consigna.

Figura 16

Respuestas de Estudiantes

D) Agua superficial: Tiene baja cantidad de sales disueltas y en el trayecto pueden cambiar su calidad química, pero se cargan de partículas en suspensión (limos, arcillas) de residuos de vegetación, de orgánicos (virus, bacterias, virus) lo cual modifica su calidad física y microbiológica.

E) Agua subterránea: Presenta en general, mayor cantidad de sales en solución debido al mayor tiempo de contacto con los materiales del terreno, pueden llegar a sufrir algunos cambios en su calidad física y microbiológica.

F) Fuente natural de calidad de agua: La calidad del agua queda definida por sus características químicas, físicas, y biológicas. En ausencia del hombre,

H) Sistema de saneamiento in situ: Se han realizado investigaciones en Rio Cuarto, Coronel Moldes, y San Basilio entre otras, que permitieron verificar este problema de los "pozos negros". De las muestras de agua obtenidas un 50% o más presentaron contaminación bacteriológica (coliformes, totales, fecales y *Escherichia coli*)

A partir de los diálogos entre participantes se puede observar cómo docentes y estudiantes toman con naturalidad el hecho de que el docente no da todas las respuestas, no se desmerece al docente porque no tenga todas las respuestas como muestra de déficit docente, sino por el contrario, se asume que el docente puede estar aprendiendo junto con los estudiantes. Este hecho permite interpretar una manifestación del principio de igualdad (Rancière, 2003) en el espacio del Taller y que además eso se vive como una experiencia y no como experimento escolar en el sentido de Baquero (2002). Si bien hay una planificación que da lugar a la acción en el aula, esta planificación es abierta y flexible.

Superadas las primeras dificultades, los estudiantes comienzan a ofrecer respuestas más completas (V-30-05-13-b). En esta instancia los estudiantes logran finalizar con lo solicitado. Las siguientes respuestas (ver Figura 16), ofrecidas por un grupo de estudiantes son ejemplos del trabajo observado (V-30-05-13-b).

Figura 17

Respuestas sobre Zona Saturada y Otras Nociones

a: Zona no Saturada: ~~zona saturada~~
 son espacios vacíos entre arenas, formados por aire y agua. es Playa ~~zona~~

b: nivel freático = esta entre medio de la zona no saturada y de la no saturada, y puede aumentar o disminuir.

c: Zona saturada: solo contiene agua en sus poros y se la suele llamar "napa"

d: Acuífero freático: es sinónimo de zona saturada

e: base del acuífero = esta por debajo de la zona saturada y se la suele llamar zona saturada.
 Es un sistema formado por rocas fracturadas o sedimentos (arena, arcillas, limos)

Completada la primera consigna se inicia el trabajo con la Consigna 2 solicitando al estudiantado que seleccionen, de tres opciones, el tipo de contaminación que les interesa indagar. Los estudiantes indican con una marca que la contaminación a estudiar es de tipo urbana (ver Figura 18).

Figura 18*Selección de Contaminación Tipo Urbana a Ser Indagada*

2) En la charla se comentaron las tres principales causas de contaminación del agua. ¿Cuál es el tipo de contaminación del agua que estamos interesados en trabajar con este proyecto?

Contaminación de origen Agropecuario	Contaminación de origen urbano y domiciliario	Contaminación de origen industrial
Las tareas de cultivo con grades aplicaciones de agroquímicos pueden contaminar el suelo, y si en nivel de infiltración de agua de lluvia es importante, los compuestos derivados de esos agroquímicos pueden llegar al <u>acuífero</u> .	Si las aguas de residuo doméstico se infiltran al suelo, el agua subterránea puede contaminarse con bacterias, virus, detergentes y otras sustancias químicas. [La mayor amenaza sobre la calidad del agua subterránea se presenta cuando se construyen poblados sobre <u>acuíferos</u> fáciles de contaminar sin construir sistemas de cloacas, es decir que cada casa tiene su pozo negro (llamado sistema de saneamiento in situ)]	Algunas industrias producen efluentes con residuos químicos. Algunas de estas sustancias químicas son muy tóxicas aún en poca concentración. En muchos casos estos efluentes se descargan en distintos lugares (ríos, lagos, médanos) sin el tratamiento adecuado para reducir los efectos nocivos de esos compuestos químicos, pudiendo afectar el agua subterránea.

Señalen en qué parte del siguiente gráfico se encuentra ubicado el escenario de contaminación que vamos a trabajar:

Además de la selección del tipo de contaminación, un grupo de estudiantes también coloca entre corchetes, la descripción que da soporte a la selección.

Luego, los estudiantes trabajan con la Consigna 3 (ver Figura 19) con la que, se rescatan las posiciones de las expertas e ideas de los estudiantes para luego proponerles una alternativa para hacer avanzar sus ideas iniciales.

Figura 19

Propuesta de Elaboración de Nota para el Municipio Local

3) Otro punto que quisiéramos definir en conjunto está relacionado al siguiente planteo realizado por las profesoras a cargo de la charla:

"No es posible mediante un trabajo con estudiantes de secundaria extraer conclusiones con un nivel confiable de certeza sobre si la falta de cloacas en el pueblo pueda estar afectando o no la calidad del agua de nuestro río"

Conjuntamente con ello, las profesoras plantearon que en su equipo de trabajo han realizado este tipo de indagaciones pero que para ello fue necesario incluir al municipio local ya que un estudio de estas naturalezas requiere del apoyo de otro tipo de instituciones (por los recursos humanos y materiales que son necesarios para realizar ese trabajo).

En relación a este planteo y rescatando el planteo de ustedes en el cierre de la salida de campo relacionada a incluir a los padres y en particular a las autoridades municipales en este proyecto, es que les pedimos que escriban una nota para la intendenta y el consejo deliberante de nuestra localidad aclarando:

¿Por qué creen que sería importante incluir a las autoridades locales en este proyecto?
 ¿Cómo le explicarían a las autoridades locales lo que Uds. quieren hacer y qué les solicitarían a las autoridades locales? ¿En qué creen que podría contribuir el municipio local con el trabajo que Uds. están pensando realizar?

En esta Consigna 3 se motiva a los estudiantes para que escriban una nota dirigida a la intendenta y al consejo deliberante de *La Localidad*. Con esa nota los estudiantes solicitan apoyo al municipio para lograr concretar el proyecto. Algunos proponen solicitar información y otros solicitan apoyo económico para solventar gastos de análisis de agua. (Trabajo aula-Taller N°2; CC-30-05-13).

Con los aportes de cada grupo se logra redactar la nota (Ver Anexo 3).

Si bien en esta instancia no todos los estudiantes muestran el mismo nivel de compromiso para escribir, es importante notar que, con la actividad se genera un espacio para el empoderamiento de los estudiantes tipo 1 o espacio para la expresión en el que los estudiantes elaboran argumentos para solicitar apoyo y acompañamiento por parte del municipio local.

Al final del Taller N° 2, la profesora de matemática entrega una lista con diferentes tareas vinculadas a distintas temáticas para que los estudiantes escojan una de las tareas para llevarla a cabo. Las tareas propuestas y las temáticas vinculadas, más lo trabajado en la Consigna 1, ofrecen luego auténticos aportes para la reformulación del problema.

En esa instancia se proponen cinco tareas. En la Tabla 8 se listan las tareas que efectivamente llevaron a cabo los estudiantes en 2013.

Tabla 8*Tareas, sus Finalidades y Temáticas Vinculadas*

* Indagar la calidad del agua potable, y del agua del río en <i>La Localidad</i>
* Indagar sobre la calidad del agua potable y del agua del río en la <i>Villa cercana</i>
* Indagar (mediante una encuesta) si todos los hogares necesitan desagotar sus pozos negros y cada cuánto tiempo lo deben hacer.

Los estudiantes tienen la posibilidad de elegir de manera variada las opciones presentadas. Luego de leer las opciones cada estudiante escoge una de ellas y se conforman grupos con estudiantes que coinciden en la elección.

Es posible reconocer en esta instancia de trabajo un regreso a Fase 1 de un EMEC en la que nuevamente se busca explicitar uno o más problemas vinculados al tema de interés. A diferencia de la primera vez (Momento 1) en que los estudiantes transitan por Fase 1, en esta ocasión lo hacen luego de pasar por Fase 2. De ese modo, cuentan con una variedad de información y conocimientos que les posibilitan estar en Fase 1 de otro modo.

Entre las opciones de tareas ofrecidas en la Tabla 8, los estudiantes no solo seleccionan tareas sino que con ello se escogen temas de interés para estudiar tales como: calidad de agua del río; la calidad del agua potable en *La Localidad* en la que está ubicada la escuela; calidad del agua potable en la *Villa cercana*; sistemas de tratamiento alternativos de tratamiento de aguas residuales; en qué medida los hogares necesitan desagotar sus pozos negros. Si bien los estudiantes y profesores ya tienen una aproximación empírica y conceptual a los temas, estos aún no están claramente analizados o comprendidos. De manera similar, tampoco se tiene precisión sobre tiempo, dinero y materiales necesarios para abordarlos. Basándose en las sugerencias de las geólogas, los docentes presentan a los estudiantes, la actividad para escoger tareas. Sin embargo, ellos mismos aún no están totalmente seguros sobre cómo abordar problemas asociados a cada temática y tampoco cómo se van a gestionar en sus cursos tales problemas. Esta es precisamente una característica del tipo de MM escogido en el que los problemas asociados a las temáticas propuestas son abiertos, complejos, concretos y auténticos (Bassanezi, 2002, Esteley, 2014), vinculado con la realidad y en los que, la intencionalidad didáctica (el aprendizaje de nociones estocásticas en este caso) no es la que necesariamente prima. Para resolverlos será necesario involucrarse en un proceso de modelización completo. Esto es, se puede observar

que están presentes los criterios que considera Borrromeo (2018) en el proceso de formulación de problemas. Se ingresa nuevamente en Fase 1 de un EMEC con incertidumbres y sin reconocer aún la naturaleza estocástica de ciertos fenómenos, especialmente de aquellos que requieran desarrollar procesos de muestreo para su estudio. En todo lo expresado se puede detectar la contextualización de lo estudiado y el hecho que los sujetos no son considerados solo epistémicos sino también sociales (Zapata, 2018b).

En el momento final del Taller N° 2 se puede reconocer la presencia de uno de los espacios para el empoderamiento de los estudiantes, el tipo 5 o espacio de reformulación y/o modificaciones en los caminos escogidos cuando se les solicita seleccionar opciones de trabajo que reformulan y precisa el problema inicial.

Nuevamente se evidencia la necesidad de realizar una reunión con el equipo docente para plantear nuevas ideas sobre cómo continuar, proponer modos de gestionar las acciones y establecer nuevas metas. Esto es, repensar una nueva *situación arreglada* (Skovsmose y Borba, 2004).

La profesora de matemática reconoce no tener claridad o seguridad sobre: la nueva formulación del problema a emerger, saberes matemáticos-estocásticos que serán necesarios abordar para acompañar el proceso de MM. Ya acá los docentes van perdiendo las clásicas zonas de confort que significa pegarse de modo cerrado al guion imaginado al inicio del año lectivo (Esteley, 2014; Barbosa, 2006). Emerge nuevamente el *no saber* como movilizador y el equipo docente como sostén importante ante las incertezas.

A modo de síntesis y para ilustrar la complejidad de lo vivido en el Taller N°2, en la siguiente Tabla 9, se recuperan tiempo, acciones y sujetos.

Tabla 9*Tiempo-Acciones y Sujetos*

Duración aproximada	Docentes	Estudiantes
120 minutos	Entregan a estudiantes el taller impreso y fotocopias del material dejado por las geólogas. Solicitan que en grupos (4 o 5 integrantes) completen la primera consigna	Leen los objetivos del taller, leen la consigna 1 y buscan las nociones solicitadas en el material entregado. Ofrecen ideas sobre las nociones analizadas.
60 minutos	Entregan a estudiantes la consigna 2 solicitando que elaboren una nota dirigida al municipio local	Leen la consigna 2, debaten entre ellos y expresan motivos por los cuales solicitan apoyo municipal. Leen y escriben sobre su entorno.
20 minutos	Entregan a estudiantes una consigna con opciones de tareas	Leen y escogen de manera individual una opción de interés

19.2. Plan y recolección de datos; explicitando la variabilidad. Fase 3.

Durante aproximadamente una hora, el 28 de junio de 2013 se realiza una reunión entre cuatro docentes³⁸ (ver Imagen 5) con el fin de organizar y planificar no solo las tareas a desarrollar sino la modalidad en que se realicen. La profesora de matemática muestra una tabla en la que se sintetizan los temas propuestos (por el equipo docente) y las elecciones realizadas por los estudiantes en el Taller N° 2.

Imagen 5*Reunión docente. Espacio generador de ideas*

El siguiente diálogo entre los docentes (tomado del video: V-28-06-13a) pone de manifiesto, entre otros, la incertidumbre y la búsqueda de alternativas para poder gestionar las acciones planificadas o a planificar:

³⁸ Se hace notar que, además de los profesores de matemática, educación tecnológica y geografía, en la referida reunión también participa el profesor de química quien luego, no se puede sumar al equipo de trabajo.

Profesor de educación tecnológica: *me desperté una noche y dije así no [risas de los colegas], no, en serio, si trabajamos así con esta metodología [...].*

Profesora de matemática: *todavía no está definido cómo vamos a trabajar.*

El profesor manifiesta que en lugar de dividir los estudiantes por tema de trabajo, considera que es más factible dividir los diferentes temas por materias. Considerando esta propuesta y luego de un rico intercambio entre los docentes, la profesora de matemática expresa que en sus horas de clases pueden realizar *los análisis estadísticos de los datos sobre los diferentes análisis bacteriológicos del agua*; la profesora de geografía expresa que en sus clases, pueden trabajar: *cuenca geográfica, funcionamiento de la cuenca, el agua superficial, el agua subterránea, afluentes, etc.* En horas de educación tecnológica se planifica estudiar *sistemas de captación de agua, potabilización, tratamiento de aguas grises, aguas negras, propuestas de tratamientos alternativos.*

Profesor de educación tecnológica: *...y en noviembre hacer una integración de lo que trabajaron en las distintas materias.*

En las interacciones se observa respeto de todos los integrantes hacia las distintas opiniones, también el reconocimiento de las limitaciones institucionales por los tiempos y espacios bien diferenciados para todas las asignaturas. Pero, aun considerando esas limitaciones fijas y dadas, tres de los cuatro docentes reconocen la importancia de continuar con el proyecto y buscan alternativas para llevarlo adelante en función de las limitaciones existentes.

Se observa una preocupación por crear tareas e instancias en las que se pueda llevar a cabo la integración entre los aportes de las distintas disciplinas; es decir; se reconoce la necesidad de realizar esta integración y por ende a tender hacia un trabajo interdisciplinario. Esto es, se van haciendo evidentes aspectos que juegan detrás de escena en el ciclo-SD-SI-SA (Skovsmose y Borba, 2004). Particularmente cuando se opta por un escenario de MM con proyectos abiertos (Esteley, 2014) y se propicia la formación de un estudiante político en el sentido de Valero, (2002).

Retomando las temáticas definidas, en horas de matemática se espera abordar los temas relacionados a los análisis estadísticos de los resultados de los análisis físicos, químicos o biológicos de agua superficial y potable así como el estudio sobre los desagotes de pozos negros. En horas de geografía; además de abordar los temas escogidos, también se espera abordar el tema sobre la

concientización y prevención de contaminación. En horas de educación tecnológica se espera abordar el tema vinculado al estudio de los sistemas de tratamientos de aguas residuales y realizar aportes también para el tema de la concientización y prevención de contaminación. Debido a la centralidad colocada en la tesis sobre la educación estocástica, solo se describen con profundidad los temas tratados en horas de matemática. De todos modos, es importante señalar que, lo trabajado en clases de matemática se fue entramando con lo realizado en las clases de geografía y de educación tecnológica.

Finalmente, en la reunión, se comentan ciertas problemáticas del curso. En particular, los docentes, muestran preocupación por un estudiante que decidió dejar la escuela. La profesora de geografía, a partir de hablar con los chicos sobre la razón de esa decisión, indica que se debe a una cierta desmotivación generalizada: *no tienen ganas de hacer nada y están así en todas las materias*.

La profesora de matemática agrega: *están totalmente desgastados; con el proyecto pareciera que se enganchan y en general trabajan*.

Los profesores hablan sobre la crisis y falta de sentido que perciben y los movilizara a iniciar el proyecto escolar y a conformarse como equipo de docentes.

En este diálogo se aprecia la importancia y valoración del proyecto por parte de los estudiantes, que a pesar del desfavorable clima institucional que se percibe, continúen interesados por hacer avanzar el proyecto (V-28-06-13b).

Se enfocan luego en cotejar los resultados de los análisis de agua realizados hasta ese momento. Un análisis físico-químico realizado en un laboratorio de la UNRC, no arroja inconvenientes con el agua potable y superficial. Sin embargo, el análisis bacteriológico realizado en enero de 2013 por un laboratorio privado arroja un recuento de 150nmp³⁹ de *Escherichia coli* cada 100ml en el agua del río (agua superficial). Otro análisis posterior, realizado en laboratorios de la UNRC arrojó un resultado de 75nmp *Escherichia coli* cada 100ml en agua superficial en la misma ubicación. En esta ocasión, las expertas de la UNRC, advierten que, esto muestra una alteración importante en esta agua. En ese sentido, ellas consideran importante ampliar y hacer un muestreo indagando sobre este tipo de análisis en el agua superficial. Con esta información de las primeras muestras de agua del río tomadas conjuntamente con las geólogas y analizadas en los laboratorios de la UNRC, los

³⁹ Número más probable (NMP) es un método utilizado para obtener los datos mencionados.

docentes determinan que estudiar la calidad del agua del río continúa siendo un tema interesante para indagar; independientemente de que no se pueda estudiar la relación entre la falta de un sistema de red cloacal con dicha calidad del agua. Esta decisión daría soporte y reconocimiento al gran valor, en el marco del proyecto escolar, del estudio sobre lo que acontece con el agua del río (de allí se toma el agua para el consumo de los hogares). Esto es detectar *un hecho* que posiblemente es problemático para la salud, independientemente de poder estudiar sus causas. Estudio causal que podría ser realizado luego por otros agentes.

Se dialoga también sobre los posibles procesos de comunicación de todo el proyecto a distintos agentes locales.

La profesora de geografía ofrece mayores precisiones sobre qué puede aportar desde sus clases. A raíz de esa intervención se reconoce que, los avances en las clases de matemática pueden producir modificaciones en las observaciones sobre ciertos aspectos que se realicen desde la geografía. Para tomar algunas decisiones al respecto, se considera necesario esperar los resultados logrados con el trabajo estocástico. Es decir, las docentes van observando algunos aspectos para articular lo trabajado desde los distintos espacios curriculares.

Al final de la reunión se aprecia una preocupación de los docentes por tomar recaudos en la comunicación de los resultados a la comunidad. De ello se desprende la importancia de realizar los muestreos con el acompañamiento y el apoyo del municipio para sostener uno de los objetivos del proyecto como el de poder contribuir con la comunidad local de los estudiantes.

En esta reunión se planifica también una visita a la municipalidad en busca de información que pueda aportar al proyecto. Se decide acordar una reunión con agentes municipales acudiendo con un grupo de estudiantes y entregar a las autoridades municipales la nota elaborada a partir de las expresiones formuladas por los estudiantes en el Taller N° 2.

En toda la reunión se puede reconocer un espacio para el empoderamiento de los docentes, específicamente el espacio tipo 2 para la planificación, para la organización, para la toma de decisiones de naturaleza participativa o colaborativa entre los miembros del equipo docente.

La visita a la municipalidad se proyecta a fin de recolectar información en relación con los temas seleccionados. Específicamente se esperaba preguntar si

existe algún tipo de tratamiento con las aguas negras que llevan los camiones atmosféricos así como también solicitar datos sobre la frecuencia con la que los hogares necesitan desagotar sus pozos negros. También se proyectaba recolectar datos sobre los análisis de agua que realiza el municipio.

Luego de superar algunas cuestiones organizativas y de horarios, la primera semana de julio de 2013 acuden a la municipalidad los profesores de matemática, educación tecnológica y geografía, junto a tres estudiantes, Pilar, Nadia y Beto (Ver Imagen 6). En esa oportunidad son atendidos durante dos horas por el secretario de gobierno de la municipalidad.

Imagen 6

Recolección de Información en la Municipalidad de La Localidad



El secretario de gobierno proporciona fotocopias de las planillas que realiza el municipio para registrar los pedidos de desagote de pozos negros, los últimos análisis de agua superficial y agua potable que realiza periódicamente; el plano de la red de distribución de agua potable en *La Localidad*; además de datos sobre cantidad de usuarios de agua potable.

Esta instancia es importante tanto para docentes como para estudiantes ya que pueden observar que desde el municipio se valoran los intereses y objetivos propuestos en el proyecto; al poner a disposición de estudiantes y profesores, toda la información que pueda ser pertinente.

En esta instancia es posible reconocer un espacio para el empoderamiento de los estudiantes, tipo 3 o espacios de acción, de indagación, de búsqueda de información.

Ya con temas más claros y con los primeros datos, la profesora de matemática organiza el Taller N°3 con el propósito de comenzar a trabajar nociones estocásticas como el muestreo, población y unidad experimental. Este taller se realiza el 26 de agosto de 2013 durante la clase de matemática y demanda dos horas reloj (un módulo y medio).

19.2.1. El Taller N° 3 como medio para profundizar ideas estocásticas. Interacciones entre fases del EMEC. A fin de avanzar con el Taller N° 3, el trabajo de aula se organiza en pequeños grupos apelando a debates, reflexiones y producciones tanto al interior de los grupos como colectivamente. Se toma como recurso principal una Guía de Trabajo que contempla producciones y discusiones apelando a catorce consignas breves. Con las consignas se problematiza sobre saberes estocásticos y no-estocásticos.

La **primera consigna** expresa:

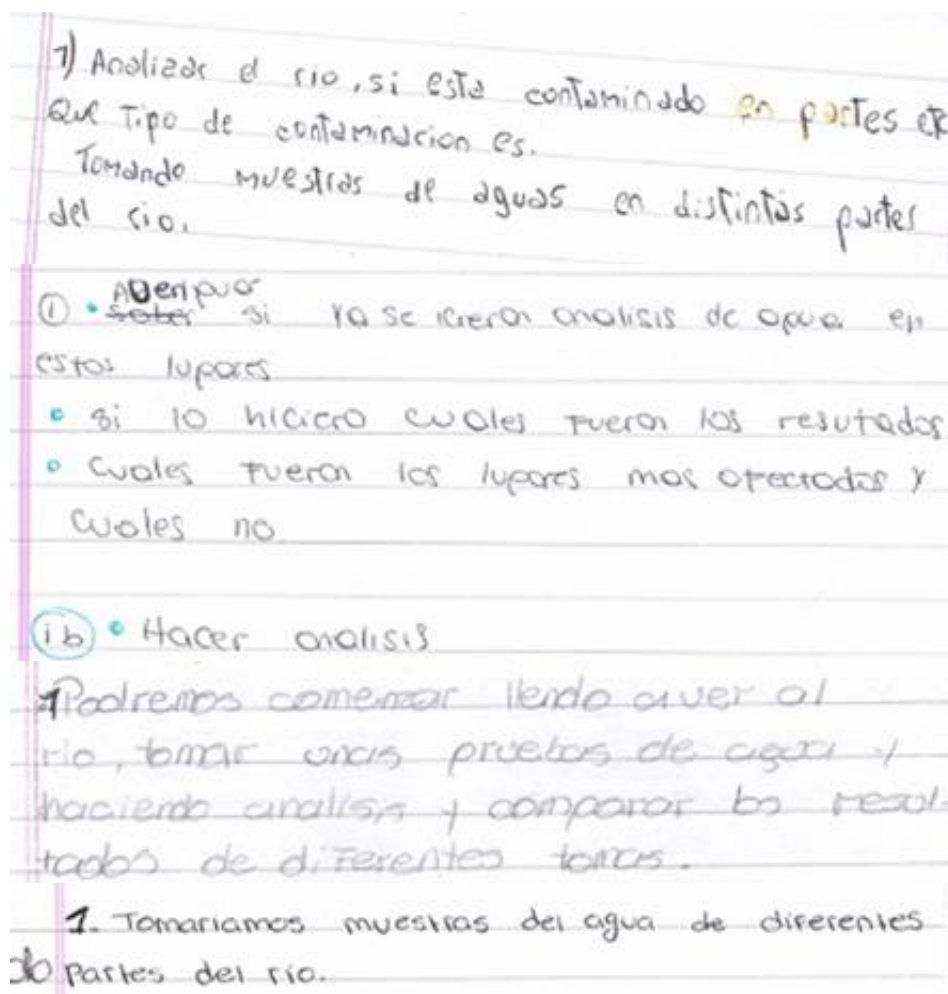
*Por un momento, nos ponemos todos en la situación de que queremos estudiar la calidad del agua superficial del río en [en original figura nombre real de la localidad] La Localidad y en la [en original figura nombre real de la Villa]⁴⁰ Villa cercana ¿Cómo se les ocurre que podrían comenzar? Concretamente, en nuestro caso, ¿qué creen que será necesario hacer para poder tener datos sobre la calidad de esta agua?
(CC-26-08-2013)*

Luego de diez minutos de trabajo en pequeños grupos, los estudiantes comienzan a ofrecer respuestas. Algunas de ellas se ilustran en la Figura 20:

⁴⁰ En todas las consignas siguientes se reemplaza *La Localidad y Villa cercana* por los nombres reales que estaban en las consignas originales

Figura 20

Ideas de los Estudiantes para Comenzar el Estudio



Como se muestra en Figura 20, los estudiantes proponen distintos procedimientos de trabajo centrados en la recogida de muestras de agua. A partir de estas y otras respuestas se genera un debate colectivo que lleva a la introducción de las nociones de muestra aleatoria y unidad experimental.

Se puede interpretar esta instancia como una en la que los estudiantes se hacen conscientes de que el pensamiento y el conocimiento estocástico se puede conectar con cuestiones de su propio contexto diario, es decir, una instancia en la que se observa la sub-dimensión del empoderamiento S2 ya que se establecen vínculos entre la estocástica y el contexto criticado.

Al mismo tiempo, es posible reconocer esta instancia como momento de **Fase 3** de un EMEC por interpretar que se está elaborando un plan que permita

estudiar la calidad del agua superficial. Una planificación que busca poder construir un modelo estocástico que sea pertinente para este estudio.

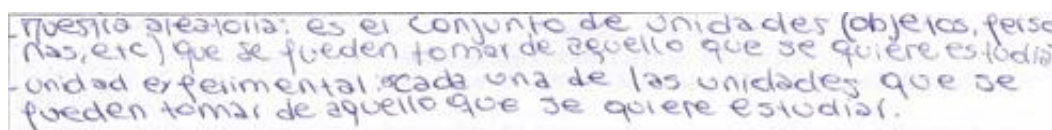
Finalizada la tarea relativa a la Consigna 1, se propone la Consigna 2 a partir de la cual se organiza el trabajo:

Luego del debate y reflexión de la consigna 1. ¿Qué concepto estadístico surge de ese debate y puesta en común? (CC-26-08-2013)

A partir del trabajo que genera esta consigna se sistematizan las nociones de muestra y unidad experimental. En la Figura 21 se muestran algunos avances del trabajo de los estudiantes respecto a dicha consigna:

Figura 21

Consigna 2-Registro de los Conceptos Muestra y Unidad Experimental



La imagen muestra un recorte de un cuaderno con escritura a mano en español. El texto define 'muestra aleatoria' como el conjunto de unidades (objetos, personas, etc.) que se pueden tomar de aquello que se quiere estudiar, y define 'unidad experimental' como cada una de las unidades que se pueden tomar de aquello que se quiere estudiar.

Las producciones de los estudiantes muestran nociones que generalizan el caso particular de su estudio. Sin embargo, considerando las consignas 1 y 2 y el contexto general del trabajo, su caso de estudio promueve la incorporación de dos ideas tan abstractas como son la de muestra y unidad experimental. Atendiendo a estas consideraciones, se puede reconocer en ellas la subdimensión del empoderamiento Es1; vinculada a expresiones orales o escritas que utilizan los estudiantes y que son propias del lenguaje estocástico.

Sin embargo, la naturaleza aleatoria de la muestra no es problematizada ni cuestionada, por lo menos en esta instancia. Es decir; este reconocimiento de que se está frente a una situación en la que el azar está presente y lo que esto significa no es explicitado en este taller como sería necesario si se quiere reconocer que se está en total inmersión en un EMEC. De todos modos, se inician aproximaciones a partir de lo trabajado.

Luego, durante aproximadamente veinte minutos los estudiantes continúan trabajando en pequeños grupos con las Consignas 3 a 5:

3) ¿La muestra que se puede tomar es la totalidad de las unidades que están en estudio? es decir ¿Es posible tomar [recoger] toda el agua del río para ser analizada?, ¿Por qué?

4) ¿Crees que en todos los estudios será necesario tomar una muestra que sea sólo una parte de la totalidad de unidades posibles para el estudio? Por ejemplo si estuviéramos interesados en conocer la cantidad de precipitaciones caídas en La Localidad durante el año 2012.

5) Si te es posible conseguir los datos del total de las lluvias caídas en La Localidad durante el 2012. ¿Qué crees que será mejor, tomar una muestra o tomar la totalidad de las lluvias para sacar conclusiones sobre las precipitaciones caídas en ese año? (CC-28-08-2013)

Con este grupo de consignas se busca colocar a los estudiantes ante el desafío de precisar el tipo de población con la que pueden llegar a trabajar, las diferencias entre muestra y población y la necesidad de trabajar y seleccionar una muestra para el caso en estudio. Avances del trabajo de los estudiantes respecto a estas consignas se muestra en la Figura 22:

Figura 22*Diferencia entre Muestra y Población-Necesidad de la Muestra*

Producción Consigna 3	3. No. xq' no es posible. Podemos sacar muestras de diferentes partes del río, pero sacar toda el agua No.
Producción Consigna 4	4) En algunos es posible ej: ta cant de agua caída en el año. En otros no, pg= sacar toda el agua del río pod analizarla ④ No, no se puede en estudios todos los estudios, hay algunos que si se puede por ej: en un curso, y no se puede
Producción Consigna 5	5) Tomar la totalidad de las lluvias caídas en ese año.

Los estudiantes luego de reconocer el carácter infinito de la población en estudio al *indicar la imposibilidad de trabajar con toda el agua del río*, admiten la necesidad de trabajar con una muestra. También diferencian su propio estudio de otro en el que se puede disponer de toda la población, como es el caso del número de todas las precipitaciones caídas en *La Localidad* durante un año determinado. En este sentido, los estudiantes relacionan muestra y población como lo proponen Garfield y Gal (1999). En esta instancia se puede reconocer la sub-dimensión epistemológica E2, vinculada a los usos pertinentes de los conocimientos; ya que los estudiantes pueden ir más allá de su propio problema de indagación al diferenciar poblaciones finitas de infinitas así como la necesidad de la muestra. Por otra parte, se puede observar la sub-dimensión S2 de la dimensión social referida a los vínculos entre estocástica y contexto criticado cuando los estudiantes se hacen conscientes de que el pensamiento y el conocimiento estocástico está presente en la vida diaria al diferenciar un estudio realizado sobre una población o sobre una muestra.

Nuevamente es posible reconocer que se está en la **Fase 2** de un EMEC o fase de simplificación de uno de los problemas (por ejemplo el de estudiar la

calidad del agua superficial) de manera tal que sea posible pasar de la realidad observada (**Fase 1**) a la construcción del modelo estocástico (**Fase 3**); específicamente cuando se diferencia la población de la muestra en estudio y/o se reconoce la necesidad de una muestra.

Con las siguientes consignas 6 y 7 se busca reflexionar sobre la potencialidad, limitaciones, sentido y validez de aquellos estudios basados en una muestra, como así también la existencia de un método y condiciones para llevar un estudio de naturaleza estocástico.

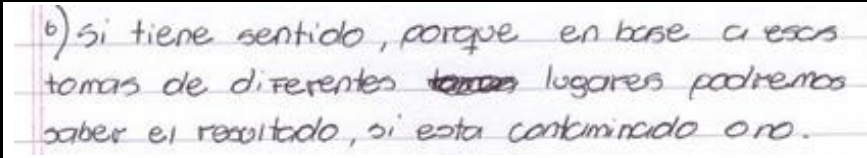
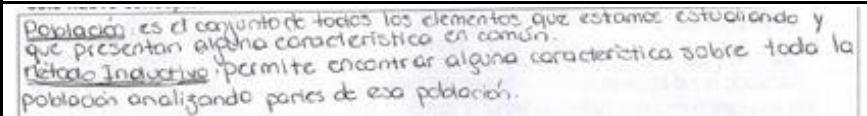
6) Ahora, si no puedes disponer de la totalidad de unidades posibles para realizar el estudio como es en nuestro caso, ¿Creen que tiene sentido tomar una parte de esa totalidad?, ¿Por qué?

7) A partir de la puesta en común de las consignas 3,4,5 y 6, ¿Qué nuevo concepto estadístico surge para diferenciar los dos tipos de estudios mostrados? (CC 28-08-2013).

En la Figura 23 se pueden observar producciones de los estudiantes vinculados con las consignas 6 y 7.

Figura 23

Validez de un Estudio a Partir de una Muestra

Producción Consigna 6	
Producción Consigna 7	

Luego del trabajo de los estudiantes en pequeños grupos (Imagen 7) y las intervenciones de la profesora a partir de las observaciones de los estudiantes, se llega a expresar la existencia de un método inductivo en el trabajo estocástico. Método por medio del cual, partir de la observación repetida de objetos o eventos de la misma índole es posible establecer una generalización para todos los objetos o eventos de dicha naturaleza.

Imagen 7

Trabajando en Pequeños Grupos



Se concluye que población y muestra, en general no son iguales, sino que la muestra es sólo una parte de esa población y se espera que la muestra posea características similares a la población de la cual son extraídas. En esta discusión, los estudiantes llegan a definir la población que se espera estudiar: *el agua del río considerándolo desde su inicio en la unión de dos ríos hasta el puente nuevo que se localiza después de La Localidad en la que está la escuela.* (Notas de campo 2013). Se interpreta que se está en la Fase 3 de un EMEC porque se ingresan conceptos estocásticos (como el de población) y se precisa la población en estudio para el caso del problema relativo a la calidad del agua del río. En el caso del problema a estudiar la calidad del agua potable de *La Localidad*, se define como población todos los hogares que tienen agua potable en *La Localidad y Villa cercana*; población que no es explicitada, al menos en esta instancia.

En esta etapa del trabajo, se puede interpretar que la sub-dimensión E2 o aplicación pertinente de conocimientos, se hace evidente cuando los estudiantes reflexionan sobre la potencialidad y validez de un estudio a partir de una muestra en el contexto de interés. Además, cuando los estudiantes comienzan a utilizar expresiones escritas propias del lenguaje estocástico, se puede interpretar la presencia de la sub-dimensión Es1 (uso de lenguaje estocástico).

En las siguientes consignas N°8 y 9 se problematiza y reflexiona sobre condiciones a tener en cuenta en el proceso de selección de una muestra para que esta conserve las características de la población a estudiar.

8) *¿Cualquier muestra sirve para poder estudiar una población determinada?. Traduciendo esta pregunta a nuestro caso, ¿Cualquier muestra, por ejemplo la muestra que se tomó con el equipo de investigación de la UNRC en el puente, sirve y es suficiente para sacar conclusiones sobre la calidad del agua del río en La Localidad?. Justifique*

9) *Si tuvieras que escoger entre una de estas opciones para realizar muestreo, ¿cuál escogerías y por qué?*

a) *Tomando tres muestras de agua; una en zona anterior a nuestro lugar de estudio, otra en el área de estudio y la tercera en zona posterior a nuestra zona de estudio y haciendo los análisis de esas tres muestras.*

b) *Tomando en un mismo día, la mayor cantidad de muestras que nos sea posible pagar⁴¹ en las tres áreas (antes de la zona, en la zona y después de zona de estudio)*

c) *Tomando en un mismo día y durante épocas distintas, la mayor cantidad de muestras que nos sea posible pagar en las tres áreas.*

d) *Tomando en un mismo día y durante épocas distintas, antes y después de la creciente del río, la mayor cantidad de muestras que nos sea posible pagar en las tres áreas*

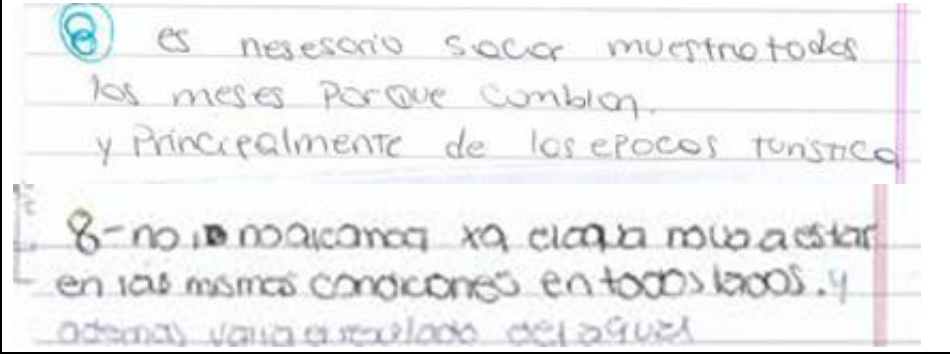
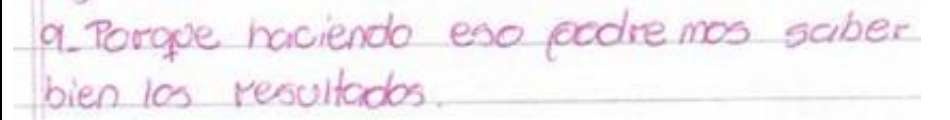
e) *Otra (CC-28-08-2013)*

Sobre estas características y considerando lo planteado por las especialistas (geólogas), se delimitan aquellas que son consideradas fundamentales para la selección de la muestra.

En la consigna 9 se espera que los estudiantes puedan expresar que la opción d) contempla más características de la calidad del agua del río, ya que la misma no solo se modifica por distintas posiciones geográficas sino que también se puede ver afectada en diferentes épocas del año. En la Figura 24 se observan las producciones de los estudiantes

⁴¹ Posible de pagar, refiere a tener la posibilidad de contar con el dinero necesario para cubrir los costos correspondientes para los análisis (biológicos o físico químicos) de las muestras de agua recogidas.

Figura 24*Consideraciones sobre la Muestra*

Producción Consigna 8	
Producción Consigna 9	

Con la consigna 8 los estudiantes fueron capaces de reconocer características que tenía que poseer la muestra. En la consigna 9, todos los estudiantes seleccionan la opción d) que contempla tomar la mayor cantidad de muestras en un mismo día, en las tres áreas identificadas como fundamentales a lo largo del río o tres estratos: antes de *La Localidad*, en *La Localidad* y después de la misma y en diferentes épocas del año. Tres de cuatro grupos seleccionaron la opción d) sin justificar y un grupo realiza una débil justificación.

Transcurridos aproximadamente diez minutos, se produce el debate sobre las respuestas dadas a la consigna 9. En esa instancia, la profesora utiliza las afirmaciones de los estudiantes para reflexionar sobre algunas consideraciones acerca de la muestra tales como representatividad y tamaño, de manera que la muestra conserve las características de la población que se está estudiando. En estas instancias se puede reconocer la presencia de la sub-dimensión E2 (usos de los conocimientos) cuando los estudiantes reflexionan sobre las características de la población en estudio que se deben contemplar al momento de seleccionar una muestra.

A partir de esta puesta en común, los estudiantes completan las siguientes consignas 10 a 12:

- 10) *Luego de la puesta en común y reflexión colectiva de las actividades 8 y 9, registra los conceptos que surgieron.*
- 11) *Supongamos que tomamos varias muestras de agua en un día determinado en algunos sectores del río en La Localidad, por ejemplo en*

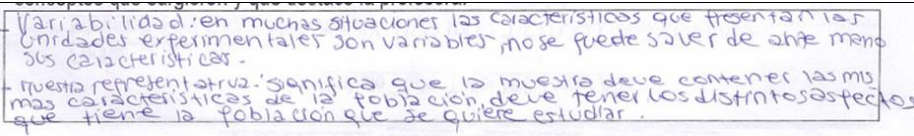
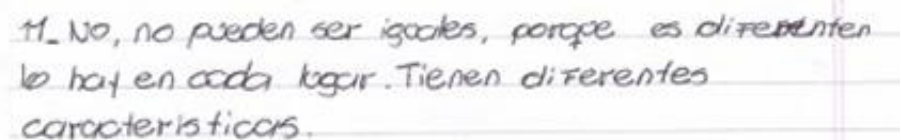
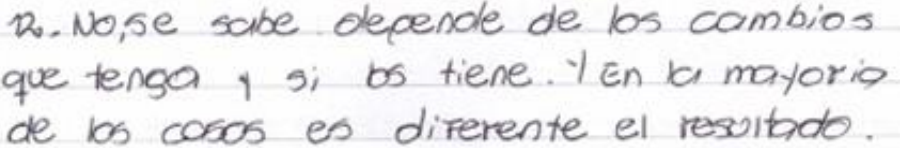
el puente, en el balneario, etc. ¿creen que todas las muestras van a ser iguales?

12) Y si ahora definimos tomar siempre muestras en el mismo punto del río, por ejemplo en el puente pero en momentos distintos ¿Creen que todas estas muestras van a ser iguales? (CC-28-08-2013)

En ellas se solicita, respectivamente recuperar aspectos del debate y conceptos de variabilidad y muestra representativa abordadas al reflexionar sobre las consignas 8 y 9. En las consignas 11 y 12 se los coloca en la situación de tomar muestras en un mismo día en diferentes sectores del río o en un mismo punto del río pero en momentos distintos y se les pregunta si creen que todas estas muestras van a ser iguales. En la Figura 25 se pueden observar producciones de los estudiantes vinculados con las consignas 10 a 12:

Figura 25

Registro de Conceptos Variabilidad y Muestra Representativa

Producción Consigna 10	
Producción Consigna 11	
Producción Consigna 12	

Los estudiantes logran sintetizar las nociones de variabilidad y muestra representativa y reconocen aspectos en los que la variabilidad está presente para el caso de la situación en particular. Es decir, se llega aquí a explicitar una de las condiciones fundamentales de un EMEC como es reconocer la presencia de la variación, preguntarse por qué sucede y qué sucede. Como así también, tratar de controlar algunas variables. Nuevamente, se puede reconocer la presencia de la sub-dimensión ES1 (uso del lenguaje específico) cuando los estudiantes utilizan expresiones coloquiales propias del lenguaje estocástico, específicamente en la producción de la consigna 10. Además, se observa la sub-dimensión E2 (usos

pertinentes de los conocimientos) cuando los estudiantes logran usar y reflexionar sobre la variabilidad de la muestra en un contexto particular.

Cabe aclarar que en la continuidad de este taller se propone determinar los diferentes estratos para realizar el muestreo aleatorio sobre el agua del río de *La Localidad*.

En cuanto a los espacios para el empoderamiento postulados o propuestos en la Tabla 4; en el transcurso de este taller parecen prevalecer los espacios 1 y 2 referidos a la expresión y planificación respectivamente. Se puede interpretar que el espacio 1 está presente en las instancias en las que los estudiantes expresan libremente sus respuestas, la profesora relaciona sus respuestas con los conocimientos de muestra, unidad experimental, población; método inductivo, representatividad y variabilidad de una muestra. También está presente el espacio 2 referido a la planificación y a la toma de decisiones por parte de los estudiantes.

En síntesis, con este Taller N°3 se puede reconocer una secuencia de trabajo que va de cuestiones particulares centradas en la problemática en estudio a la construcción colectiva de las nociones de muestra y población, al reconocimiento de la presencia de la variabilidad (en sentido de Reading y Shaughnessy, 2004) En lo trabajado en Taller N°3 se van haciendo presente aspectos destacados en Pfanckuch et al. (2018) como relativos al trabajo con MM. En la siguiente Tabla 10 se presentan los tiempos, sujetos y actividades realizadas por estos sujetos durante el Taller N° 3:

Tabla 10

Tiempos-Sujetos-Actividades-Taller N°3

Tiempo	Profesora de Matemática	Estudiantes
En el transcurso de dos horas	Entrega fotocopias con las consignas de trabajo, organiza los tiempos de discusión al interior de los grupos y de debate colectivo, contribuye a relacionar las respuestas de los estudiantes con nociones estocásticas.	Leen e interpretan las consignas al interior del grupo; expresan sus ideas primero al interior del grupo y luego al resto del curso; registran nociones estocásticas vinculadas a sus ideas

19.2.2. Completar el Taller N° 3 con un muestreo. Trabajo de campo para recoger muestras de agua. Fase 3 del EMEC. El miércoles 4 de setiembre (2013), la profesora de matemática lleva a cabo una clase para que los estudiantes seleccionen los puntos de muestreo para el agua superficial del Río de *La Localidad*. Esto se hace necesario pues la semana siguiente se espera realizar la salida de campo para tomar las muestras de agua en el río. En esa instancia se encuentra pocos estudiantes en la clase, hecho este que pone de manifiesto una preocupación instalada en la escuela sobre reiterados ausentismos entre los estudiantes de tercer año. Antes de iniciar la clase, la profesora reparte las autorizaciones para la salida de campo, a fin de que los estudiantes las puedan hacer firmar por sus padres o tutores.

La profesora presenta las dos últimas consignas (consigna 13 y 14) del Taller N°3 para completar el trabajo iniciado el 26 de agosto. Estas consignas se elaboran a fin de asegurar que cualquier punto del río tenga la misma probabilidad de ser seleccionado, enfatizando la necesidad de contar con muestras aleatorias para estudiar la calidad biológica del agua del río.

Como recurso, se les presenta a los estudiantes un mapa cuadriculado sobre el río utilizando la cuadrícula de latitud y longitud de Google Earth. Así por ejemplo en la zona de la *Villa cercana*, donde se inicia el Río de *La Localidad* formado por la unión de los ríos Afluente 1 y afluente 2; se determinan 12 partes sobre el río como se observa en la Figura 26.

Figura 26

Cuadrícula Sobre el Río en la Villa cercana



Sobre este tipo de mapas, los estudiantes definen primero los estratos o zonas que consideran importantes asegurar como puntos de muestreo y justifican el proceso escogido para realizar la selección.

En el video de esa clase, se pone en evidencia el esfuerzo que hacen los estudiantes para ubicarse en el mapa, en identificar los lugares representados en el mapa y que son conocidos por ellos (V-04-09-13-a)

Las estudiantes convocadas para ir a tomar las muestras en la *Villa cercana* consultan con la profesora si ellas tienen que ir a todos los lugares seleccionados sobre el río en esa comuna, a lo que la profesora responde afirmativamente. Ante esa respuesta, Laura, una de las estudiantes, expresa que se puede tomar la muestra de agua río arriba (Afluente 1 en la Figura 26) aunque, para ello, es necesario cruzar el río caminando. La profesora de matemática no entiende lo expresado por Laura e indica que la muestra que se tome río arriba (Afluente 2 en la Figura 26) la recogerán el profesor de tecnología con el preceptor que conoce esa zona del río. Pero Laura insiste que no es ese el lugar que ella indica pero la docente sigue sin entender lo que plantea Laura (V-04-09-13-b y notas de campo).

Como la profesora de matemática no reside ni es oriunda de la comuna donde se localiza la escuela y desconoce el territorio con detalles, esta situación, le impide entender lo que quería expresar Laura, como se indica a continuación.

La estudiante señala que se pueden seleccionar puntos de los dos afluentes del río de *La Localidad*. Uno es al que irían el profesor de tecnología y el preceptor. Sin embargo, se puede seleccionar otro punto en el otro afluente. Tomar esa muestra tiene una ventaja: ese afluente está alejado de la contaminación urbana. La desventaja es que es más alejado y es necesario cruzar el río de manera pedestre para llegar a ese punto. En esta instancia, es el conocimiento de Laura sobre *su lugar* el que permite precisar mejor los puntos de muestreo.

A partir del aporte que trae tal conocimiento local se divide el río en cinco estratos: 1) zona río arriba para determinar la calidad natural del agua; 2) zona *Villa cercana*; 3) zona entre la *Villa cercana* y *La Localidad*; 4) zona *La Localidad* y 5) zona después de *La Localidad*. Se define tomar dos puntos de muestreo en el estrato 1; cuatro puntos en el estrato 2; tres puntos en el estrato 3; siete puntos en el estrato 4 y 2 puntos en el estrato 5.

Para el estrato 1, se decide tomar las muestras 1 y 2. La muestra 1 sería tomada por el preceptor y el profesor de educación tecnológica subiendo río arriba en moto hasta dónde les fuera posible llegar y allí registrarían las coordenadas con un GPS. Para tomar la muestra 2, los estudiantes deciden cruzar el río y caminar sobre el afluente 1 río arriba hasta llegar a una zona alejada de la contaminación de la *Villa cercana*.

Para los demás estratos, se realiza una selección al azar utilizando la función que selecciona números aleatorios de una planilla Excel. Así por ejemplo, para el estrato 2 correspondiente a la zona de la *Villa cercana*; tiene números desde el 1 al 12 sobre la cuadrícula del río. La profesora ofrece pautas para realizar esta selección; indica que en la pestaña fórmulas de *Excel*; en opción *Insertar función* seleccionen la función *Aleatorio-Entre* e indiquen el número inferior y superior de esa zona para seleccionar el primer punto del estrato. Luego repitan el procedimiento para seleccionar otros tres puntos aleatorios en este estrato. Si alguno se repite, se vuelve a hacer la selección hasta lograr los cuatro puntos que se definen seleccionar en este estrato⁴². Con las

⁴² En ese momento del trabajo mediado por TDs se disponía de una computadora propiedad de la profesora de matemática y dos computadoras propiedad de la escuela.

zonas definidas, al momento de realizar la toma de las muestras, se llega hasta el sitio seleccionado y se registra con GPS ese punto sobre el río. Estos puntos seleccionados son marcados en Google Earth como se observa en la Figura 27. Los puntos 3, 4, 21 y 22 seleccionados en la zona de la *Villa cercana* o estrato 2; los puntos 5, 23 y 24 en la zona entre la *Villa cercana* y *La Localidad* o estrato 3; los puntos 6, 7, 8, 9, 25, 26 y 27 en la zona de *La Localidad* o estrato 4 y los puntos 10 y 28 después de *La Localidad* o estrato 5.

Figura 27

Puntos de Muestreo para los Distintos Estratos



Es posible reconocer esta instancia de trabajo en Fase 3 de un EMEC ya que, aceptada la aleatoriedad de la situación, se procede a realizar un plan para la recolección de los correspondientes datos. Se hace necesario recurrir a conocimientos, recursos tecnológicos y realizar una búsqueda de datos por fuera de la estadística-probabilidad y de la matemática para definir los diferentes estratos (zona de calidad natural, zona urbana de la *Villa cercana*, zona intermedia entre los dos asentamientos urbanos considerados, zona urbana de *La Localidad* y zona posterior a *La Localidad*). También se puede reconocer esta instancia de trabajo en la Fase 3 de un EMEC puesto que requiere tomar nuevas decisiones relacionadas al diseño del muestreo; al mismo tiempo se hace necesario un pensamiento estratégico; ya que en búsqueda de representar a la

población no es lo mismo seleccionar todos los puntos de muestreo al azar desde el primer número, río arriba, hasta el último número después de *La Localidad*; que realizar una selección aleatoria entre cada estrato. Esta última es definida por los estudiantes como la más apropiada para asegurar que las diferentes zonas del río estén representadas en el muestreo.

Si bien para esta instancia también estaba planificado seleccionar los puntos de muestreo para agua potable, el tiempo en esta clase no fue suficiente para ello.

En esta clase se puede observar un espacio para el empoderamiento de los estudiantes de tipo 2, es decir, espacio para la planificación, organización y la toma de decisiones relacionadas con los puntos del muestreo; así como el conocimiento del territorio de los estudiantes que les permiten sostener sus decisiones.

El 9 de setiembre de 2013 a la mañana, las profesoras de matemática y de geografía llegan a la *Villa cercana* en sus vehículos particulares. Luego se dirigen de forma pedestre a buscar a sus hogares a las dos estudiantes que viven en esta villa, juntas se dirigen al río para tomar las muestras de agua en el punto 2 del estrato 1 y en los cuatro puntos de muestreo seleccionados.

Deciden ir, en primer lugar, al punto correspondiente a la muestra N°2, que permite tomar la calidad del agua natural del afluente 1 del Río de La Localidad. Para ello es necesario cruzar a pie el río y luego continuar a pie para llegar al punto de muestreo como se observa en la Imagen 8 (V-09-09-13-a)

Imagen 8

Cruce del Río para Acceder al Punto de la Muestra N°2



Para poder acceder hasta los distintos puntos de muestreo seleccionados sobre el río en el estrato 2 o en la zona de la *Villa cercana* se hace necesario

realizar caminatas, subir y bajar cerros como se puede observar en las fotos de la Imagen 9 (V-09-09-13-b; V-09-09-13-c y V-09-09-13-d).

Imagen 9

Caminata y Recogida de Muestras en la Villa cercana



Las muestras en el estrato 3, localizadas en la zona entre la *Villa cercana* y *La Localidad* son realizadas sólo por las dos profesoras ya que las estudiantes tienen que regresar a almorzar a sus hogares para luego acudir a la escuela. Cabe recordar que la escuela dista aproximadamente 5 km de esta zona urbana que es dónde residen las dos estudiantes (V-09-09-13-e y notas de campo).

Desde allí, la profesora de matemática acude a dar clases a la escuela. En los dos últimos módulos de esa jornada, las profesoras de matemática y de geografía junto con todos los estudiantes de tercer año se retiran del establecimiento educativo para realizar las muestras de agua en los puntos de muestreo seleccionados en los estratos 4 y 5. En primer lugar se dirigen a la zona del balneario de *La Localidad* y se toma la muestra N°9 como se puede observar en la Imagen 10 (V-09-09-13-f).

Imagen 10

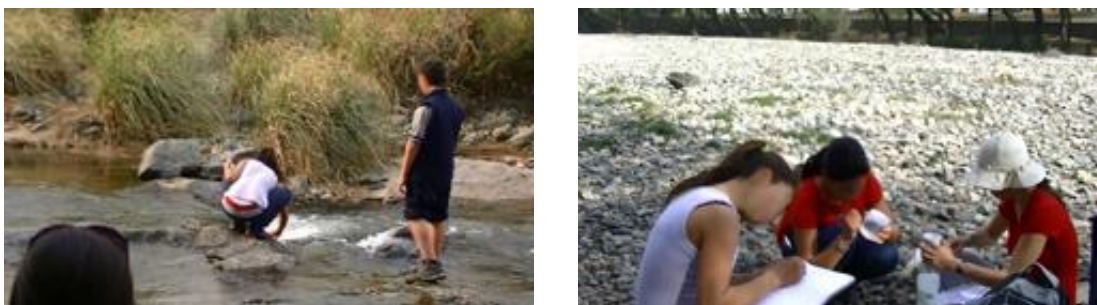
Salida de Campo con Todo el Curso y Toma de la Muestra N°9



Se recorren los márgenes del río para realizar la toma de muestras en los puntos seleccionados correspondiente al agua superficial. Para el muestreo se seleccionan lugares del río donde el agua se encuentre circulando, atendiendo así a las indicaciones de las geólogas y microbiólogas. Además, en cada punto de muestreo se procedía a registrar datos tales como la ubicación (empleando Tecnología GPS), número de muestra, temperatura del agua y hora, como se puede observar en la Imagen 11.

Imagen 11

Toma de Muestras y Registro de Datos



En toda esta jornada de trabajo colectivo, se puede reconocer un espacio para el empoderamiento de los estudiantes de tipo 3 o espacio de acción que se hace necesario para que en un EMEC, los estudiantes actúen para generar los datos o información necesaria. Este hecho se puede relacionar con una de las dimensiones para el empoderamiento de los estudiantes como es la dimensión Es2 referida al quehacer estocástico.

Al finalizar el recorrido, se realiza una ronda en la que habla un grupo de estudiantes que permanecen en el albergue de la escuela y que están realizando una encuesta telefónica para saber si existen pozos de agua de los que sea

posible tomar una muestra en esos hogares. Una de las estudiantes comenta que en *La Localidad* ya nadie conserva estos pozos de agua (V-09-09-13-g.)

Luego, la profesora de matemática les propone que definan tres áreas en *La Localidad* para ir a tomar muestras de agua potable y les ofrece la información de los puntos de muestreo definidos por la municipalidad y acordes a los requerimientos del ente regulador de servicios públicos o ERSeP (entrada y salida de plantas potabilizadoras, y en puntos intermedios y extremos de la red) (V-09-09-13-h).

Los estudiantes proponen tres áreas importantes para tomar muestras de agua potable, al inicio de la planta potabilizadora, en zona alta de *La Localidad* donde el agua llega por bombeo y al final de la red. Otro grupo que sugería otro lugar en lugar del final de la red expresa que les convence más la propuesta de los otros grupos. En la Imagen 12 se puede observar esta instancia de trabajo de los estudiantes (V-09-09-13-i)

Imagen 12

Seleccionando Puntos de Muestreo para Agua Potable



En esta selección de puntos de muestreo de agua potable no se utiliza un proceso aleatorio y se decide contemplar los criterios de selección que emplea el municipio por entender que en una muestra pequeña (como sería en este caso), los puntos seleccionados deben atender las distintas características de la población y entre estos criterios se encuentra que los puntos seleccionados puedan representar toda la red de distribución.

Acorde con los criterios de selección, se definen seis puntos de muestreo de agua potable para *La Localidad* que toman los puntos considerados por la municipalidad y se agregan otros tres puntos, considerando como estratos una zona alta, una zona media y una zona cercana al río. Los puntos seleccionados se observan en la Figura 28

Figura 28

Puntos de Muestreo para Agua Potable en La Localidad



También se seleccionan seis puntos de muestreo para la *Villa cercana* que se encuentra al inicio del río de *La Localidad*; estos puntos se pueden observar en la siguiente Figura 29

Figura 29

Puntos de Muestreo de Agua Potable en la Villa cercana



Es posible reconocer esta instancia de trabajo en la Fase 3 de un EMEC cuando se necesita tomar nuevas decisiones relacionadas al diseño del muestreo y el empleo de un pensamiento estratégico (Wild y Pfannchuck, 1999). Al mismo tiempo, esta instancia puede ser reconocida como un espacio para el

empoderamiento de los estudiantes de tipo 2 o espacios para la planificación, para la organización, para la toma de decisiones porque se toman decisiones de naturaleza participativa o colaborativa que conducen a futuras acciones como es la planificación de cómo y dónde se realice el muestreo de agua potable.

Luego de esta salida de campo, la profesora de matemática reconoce la necesidad de realizar un nuevo taller en el que se pueda avanzar en el estudio de nociones estocásticas que vayan ofreciendo respuestas a dudas de los estudiantes u ofreciendo soporte para la continuidad de sus trabajos. Con este objetivo, la profesora planifica el Taller N°4 que se aborda en la siguiente sección y que consiste en explicitar la noción de experimento aleatorio y precisar las variables en estudio.

19.2.3. Reconociendo la aleatoriedad y la necesidad de los datos mediante TDs. En Fase 3 del EMEC. El 16 de setiembre de 2013 se lleva a cabo el Taller N°4. El taller incluye, interacciones exploratorias mediadas por TDs y un trabajo de producción apelando a una guía que contempla 8 consignas. En esta clase están presentes la profesora de matemática y los estudiantes Gabriela, Flor, Pilar; Camilo, Fabián, Roberto, Beto, Candela, Laura, Nadia, Valeria.

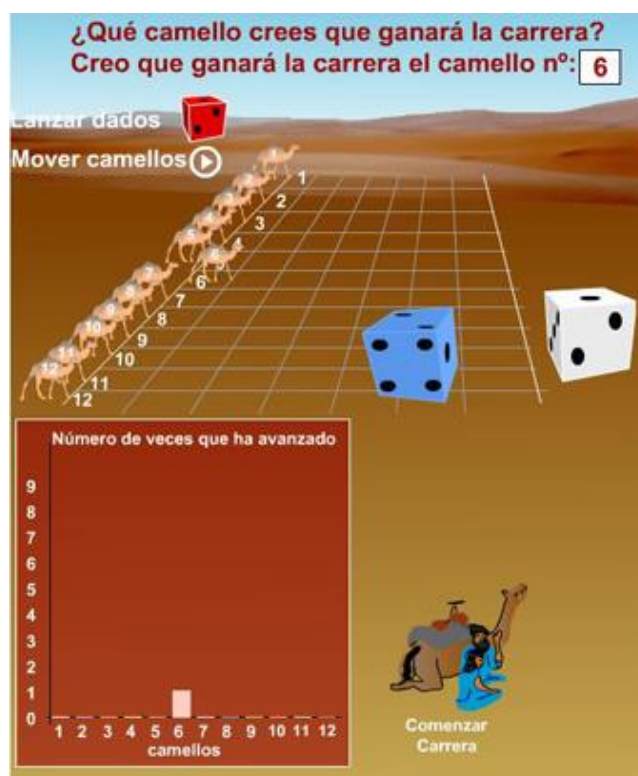
Durante el primer módulo (80 minutos) se lleva a cabo una exploración en un sitio interactivo. En este sitio se escogen dos juegos, la *carrera de camellos* y *el acorralado*. Con los juegos se espera problematizar y trabajar sobre los conceptos de experimento aleatorio y experimento determinista con el fin de que los estudiantes puedan reconocer aquellos experimentos aleatorios que se realicen en el marco del proyecto.

El primer juego que se explora consiste en una carrera de camellos. Esta carrera se puede simular a partir del uso de un applet que estaba disponible de forma gratuita hasta 31 de diciembre 2020 en el sitio web <http://www.matemath.com/azar/flash/camellos.html>. En este juego se tienen 12 camellos enumerados del 1 al 12. Para empezar el juego se debe apostar al camello que crees que ganará la carrera. Para avanzar se simula el lanzamiento de dos dados equilibrados. Se suman los puntos que salen en los dados y avanza un casillero el camello que tenga el número que corresponda a esa suma. Gana el camello que primero logre avanzar 9 casilleros (Figura 30). Ante la limitación

del servicio de internet en la escuela y la falta de disponibilidad de computadoras para los estudiantes, la profesora utiliza una computadora y el proyector comprado con fondos otorgados en el marco del concurso nacional mencionado en la subsección 18.1. De este modo, los juegos se exploran de manera simultánea con todo el curso.

Figura 30

Juego Carrera de Camellos



Una vez que la profesora ingresa al sitio de la carrera de camellos, Roberto se anticipa al inicio del juego diciendo: *¿A cuál vamos?* [en el sentido de , a cuál apostamos].... *Yo levanto las apuestas... ¿Quién va al uno?....Nadie, voy yo al uno* (V-16-09-13-a).

Luego, la profesora lee las reglas de juego y les recuerda que los camellos enumerados del 1 al 12, se mueven según la suma de dos dados y, antes de iniciar el juego, pregunta *¿Quién apuesta al 1?* Espera y como no ve que Roberto levanta la mano, la profesora dice *Nadie, y continúa preguntando ¿al 2?* [...]. Roberto se calla y disimula la levantada de mano. (V-16-09-13-b).

Cuentan cuántos estudiantes apostan a cada camello, según cuantos levantan la mano. Roberto sigue diciendo: *A mí me gusta el 1, escúcheme.* Pero

la profesora, prosigue creyendo que ya todos desistieron del camello 1 y dice *Empezamos*. (V-16-09-13-c).

En esta instancia se puede notar que, la profesora esperaba que todos se dieran cuenta que no tenía sentido apostar por el 1 cuando se comprendiera que el camello que avanza es aquel cuyo número corresponde a la suma de los dos dados. Esta expectativa es la que le impide ver que Roberto quiere efectivamente apostar por ese camello número 1. Por otra parte, Roberto asocia este juego a una situación que le es cercana, como son las carreras de caballos en *La Localidad*, y su experiencia en estas carreras le impiden ver la imposibilidad de que avance el camello 1, es decir le impiden atender a las actuales condiciones del juego o experimento. Tanto para la docente como para el estudiante, los prejuicios o ideas preconcebidas terminan siendo un obstáculo para que, en ese momento, tenga lugar la deliberación.

Se realizan los tres primeros lanzamientos, y Roberto dice dos veces: *A mí me gusta el 1*. (V-16-09-13-d).

Luego del quinto lanzamiento de dados, Roberto dice *Ahora entiendo, con razón no iba a ganar nunca el 1* [Risas del grupo]. (V-16-09-13-e).

Después de varios lanzamientos, una estudiante al observar que se han movido todos los camellos pero no el 1, pregunta: *¿Y el 1?*; a lo cual Roberto la mira y contesta: *¡Y cómo va a salir si son dos dados!* (V-16-09-13-f). Parte de esa actividad se ilustra en la Imagen 13

Imagen 13

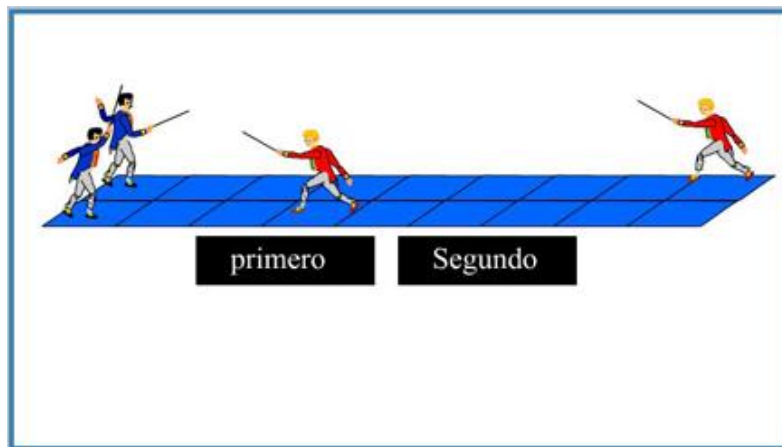
Observando e Interactuando en la Carrera de Camellos



Al terminar la partida, la docente pregunta si todos los camellos tienen las mismas chances de salir y es Roberto el primero en observar que no todos tienen las mismas oportunidades de salir, dice: *Porque es la forma en que sale el número*, la docente alienta ahora a Roberto a decir cuántas posibilidades tiene el dos, Roberto dice *y con los dos uno y nada más*. Luego pregunta por las posibilidades de que salga el tres. Primero dice: *¡Cómo me hace pensar..!* y luego dice: *el dos y el uno*. La profesora pregunta: *el dos en uno y el uno en el otro*. Y Roberto continúa diciendo: *o uno en uno y el dos en el otro*. (V-16-09-13-g).

Se puede reconocer en esta instancia un espacio para el empoderamiento de este estudiante, ya que se abre un primer espacio de tipo 1 para la expresión de los estudiantes; un espacio limitado de tipo 3 para la acción (al ser la profesora la que ejecuta el sitio interactivo) cuando avanzan en varias jugadas pero también se genera un espacio para la reflexión o tipo 4 cuando la profesora interroga sobre las ideas expresadas por los estudiantes. Finalmente se da un espacio de tipo 5 para la reformulación y enunciación de los caminos escogidos cuando el estudiante logra corregir su idea y enunciarla mediante una explicación a otra estudiante.

Luego se continúa con el sitio interactivo, pero ahora ingresando al juego *el acorralado*. Este es para dos jugadores y consiste en dos espadachines enfrentados con otros dos ([https://matemath.com/juegos1.php?cadena=3-1; disponible de forma gratuita hasta el 31 diciembre 2020](https://matemath.com/juegos1.php?cadena=3-1;disponible%20de%20forma%20gratuita%20hasta%20el%2031%20diciembre%202020)). El objetivo del juego es conseguir que el espadachín de tu contrincante no pueda seguir moviéndose o que quede acorralado. Se mueve alternativamente (primero uno y luego el otro). En cada jugada, el espadachín puede moverse adelante o atrás, tantas casillas como tenga libres. Cada espadachín se mueve en su línea y no puede saltar al espadachín del equipo contrario. Tu juegas con el equipo azul, primero selecciona si quieres ser el primero en mover o el segundo. Juegas contra la máquina. (Figura 31)

Figura 31*Juego el Acorralado*

Luego de repetir varias veces el juego, se observa que se logra ganar siempre que se elige ser segundo; se imitan las movidas que realiza la máquina pero con el jugador de la línea contraria a la que movió primero la máquina; se continúa imitando las movidas de la máquina hasta que la maquina nos acorralla por primera vez. Ese es el último movimiento que se imita acorralando al espadachín de la otra línea. En ese momento, la máquina se ve obligada a mover solo el otro espadachín hacia atrás, y desde ese momento se mueve el espadachín enfrentándolo de manera de obligar solo a retroceder a la máquina hasta que se logra acorrallar al segundo espadachín de la máquina. Es decir, se observa que existe una estrategia que una vez encontrada, uno siempre va a ganar el juego. Esto es, ganar no depende del azar sino de poder reconocer la estrategia ganadora.

Tomando estos dos juegos y a partir de analogías, la profesora diferencia dos tipos de experimentos, determinístico y aleatorio. El experimento determinístico es aquel en el que, una vez establecidas las condiciones de realización, se puede anticipar el resultado que ocurrirá, por ejemplo el juego del acorralado es determinístico. Por el contrario, el experimento es aleatorio si en condiciones fijadas de antemano hay más de un resultado posible y el resultado concreto que ocurrirá es impredecible como en la carrera de camellos. Luego pregunta a los estudiantes qué tipo de experimento creen que es el que se va a realizar para analizar a calidad bacteriológica del agua del río. Los estudiantes expresan que es aleatorio porque no se saben los resultados que se

van a obtener y porque además estos resultados pueden ser distintos en localizaciones o momentos diferentes⁴³ (V-16-09-13-h).

Los estudiantes reconocen la variabilidad en los resultados sobre la calidad bacteriológica del agua del río; es decir, reconocen que la variabilidad está presente, al mismo tiempo que vuelven a recuperar algunas fuentes de esa variación que deben ser controladas como las diferentes épocas del año, las distintas localizaciones.

En los juegos, la carrera o el acorralado, se está en un ambiente de aprendizaje de Skovsmose (2000) denominado escenario de investigación donde el tipo de referencia es de semi-realidad.

A continuación, la profesora muestra distintas situaciones como por ejemplo, determinar la fecha de nacimiento de una persona, la temperatura de una persona, localización de un hospital, peso que tendrá al nacer un bebe y los estudiantes expresan si corresponden a resultados de experimentos aleatorios o determinísticos (V-16-09-13-i)

Esta instancia de trabajo de aula puede también ser reconocida en el marco de un EMEC como Fase 3 cuando surge la idea de experimento aleatorio y la necesidad de establecer las condiciones de realización u observación. Es también en esta etapa donde se reconoce la necesidad de contar con los datos para poder estudiar la variabilidad y como parte importante del pensamiento estocástico (Wild y Pfannchuck, 1999)

Luego de las exploraciones mediadas por TDs, la profesora entrega la guía para el Taller N°4 con el propósito que los estudiantes puedan identificar y precisar las variables que serán pertinentes para la indagación de la calidad bacteriológica del agua superficial y potable. Se agrupan de a lo sumo tres integrantes.

Durante lo que resta de la clase, los estudiantes completan sólo las consignas 1 a 4. Quedan pendientes las consignas 5 a 8 que no alcanzan a ser trabajadas (Notas de clase de la investigadora).

La primera consigna expresa:

⁴³ Según la RAE experimentar: En las ciencias fisicoquímicas y naturales es hacer operaciones destinadas a descubrir, comprobar o demostrar determinados fenómenos o principios científicos. El diseño para tomar muestras y la toma de muestras son partes del proceso de experimentación y es en ese sentido que lo dicen los estudiantes.

Una vez introducidos algunos conceptos básicos de estadística, vamos ahora a pensar cómo podemos estudiar la calidad de agua del río. ¿Qué necesitamos ver si hay en el agua para decir que puede existir algún tipo de contaminación que pueda tener alguna relación con el sistema de saneamiento in situ (pozos negros)?(CC- 16-09-2013)

Los estudiantes se dividen en pequeños grupos para responder a estas consignas. En la Figura 32 se ilustra el trabajo de los estudiantes.

Figura 32

Respuesta de un Grupo a la Consigna



1) Necesitamos hacer un analisis para saber si hay alguna bacteria como: La Escherichia Coli y las coliformes fecales.

El resto de las respuestas fueron similares. En esta respuesta los estudiantes reconocen no sólo la necesidad de realizar análisis sino que además señalan el tipo de análisis que proponen realizar en base a la información recogida. Se puede reconocer en esta instancia que se está en Fase 3 de un EMEC ya que, al identificar el tipo de análisis que necesitarán realizar están reconociendo la necesidad de contar con determinados datos para poder estudiar la variabilidad y como parte importante del pensamiento estocástico que les permita basar sus afirmaciones en la evidencia proporcionada por los datos (Wild y Pfannchuck, 1999).

La consigna 2 expresa:

Busquen información sobre el Decreto 415 que reglamenta y establece límites para los vertidos de efluentes a los cuerpos de agua superficial y subterránea y sobre cómo es aplicado este decreto por DIPAS (Dirección Provincial de Agua y Saneamiento) y averigüen en este decreto o por otro medio: ¿Cuáles son los niveles de COLIFORMES FECALES que se consideran permitidos en los cursos de agua SUPERFICIAL en la provincia de Córdoba? ¿Cuáles son los niveles de coliformes fecales permitidos en agua potable? (CC-16-09-2013)

La profesora de matemática, entrega a los estudiantes el Decreto 415 de la Dirección Provincial de Agua y Saneamiento (DIPAS). Continuando con el uso del proyector y una computadora, se ingresa a internet para buscar datos que no

están presentes en el decreto entregado sobre los niveles permitidos de coliformes fecales para ríos de la provincia de Córdoba y para el agua potable. Mientras la docente ingresa al buscador los estudiantes van sugiriendo las páginas a las cuales acceder (V-16-09-13-j). En la Figura 33 se observan las respuestas de los estudiantes:

Figura 33

Producción Consigna 2-Taller N°4

2)
 a) esta permitido: -1.000 cada 100 ml, para aguas superficiales.
 b) Agua Potable nada.
 N: Menos de 200 cada 100 ml. → Natividad
 ③ \approx 1000 c/100 ml. para las aguas superficiales
 Agua Potable 0%
 Natividad menor de 200 c/100 ml.
 Escherichia coli: 126 c/100 ml.

Si bien en la consigna 1 los estudiantes ya manifestaban qué tipo de análisis serían necesarios realizar, en la consigna 3 se pregunta:

Luego de concluida esta indagación, ¿Qué creen que sería importante medir u observar en las muestras de agua del río en La Localidad para buscar alguna evidencia de contaminación en el río a raíz de la falta de cloacas en el pueblo? (CC-13-09-2013)

En la siguiente Figura 34 se observan respuestas de los estudiantes

Figura 34

Identificación de las Variables por Parte de los Estudiantes

③ La cantidad de bacterias que hay
 ③
 para ver si tiene bacterias etc.
 medir el volumen de diferentes bacterias.

Luego de esto, la profesora de matemática expresa que el concepto estadístico que surge de lo anterior es el de variables aleatorias. Con tales variables, se define aquello que se quiere observar o medir en las unidades experimentales que en el caso en estudio, son cada una de las muestras de agua como lo expresan los propios estudiantes en la Figura 35

Figura 35

Variables Reconocidas

Variable aleatoria, es lo que se mide o observa en las unidades experimentales.
 X : es la cantidad de Escherichia coli
 Y : es la cantidad de Coliformes fecales.
 Z : es la cantidad de coliformes totales.

Variable: Es lo que se mide o observa en las unidades experimentales.
 Es cantidad de coliformes fecales o cantidad de Escherichia coli y coliformes totales.

En esta Figura 35 se puede reconocer un trabajo dentro de Fase 3 de un EMEC al precisar las variables que son pertinentes para el estudio.

Por otra parte, es posible identificar también espacios para el empoderamiento de los estudiantes de tipo 1 (expresión), tipo 2 (planificación) y tipo 3 (toma de decisiones). Un espacio para la expresión, para la planificación, organización y toma de decisiones ya que todos los estudiantes tienen la posibilidad de expresar puntos de vista, donde se pone de manifiesto el lenguaje estocástico a partir de las diversas formulaciones de los estudiantes. Y también un espacio de acción cuando se hacen evidentes acciones motivadas por búsqueda o recuperación de información que les permite identificar las variables en juego. Al mismo tiempo, es posible reconocer la sub-dimensión Es1 (lenguaje estocástico) cuando los estudiantes comienzan a precisar las variables aleatorias propias del lenguaje estocástico. La sub-dimensión Es2 (quehacer estocástico) también está presente ya que la enunciación y precisión de las variables que permitan el estudio de la variabilidad es parte del quehacer estocástico y que en esta oportunidad estas definiciones quedan en mano de los estudiantes.

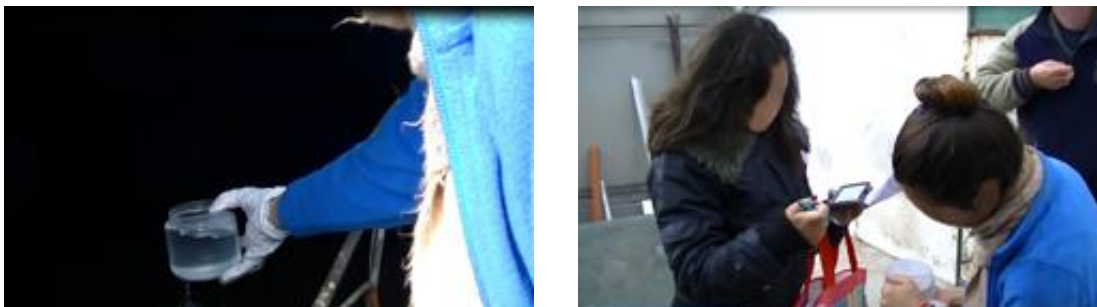
Para la siguiente clase se planifica realizar una nueva salida de campo con el propósito de tomar las muestras de agua potable en los puntos seleccionados tanto en *La Localidad* como en la *Villa cercana*.

19.3. Salida de Campo para tomar muestras de agua potable. Fase 3 del EMEC. El 23 de setiembre se organiza una salida para tomar las muestras de agua potable. Durante la mañana, el profesor de educación tecnológica acompaña a las dos estudiantes que residen en la *Villa cercana* a *La Localidad* para tomar las muestras de agua potable. Por la tarde, las profesoras de geografía y de matemática realizan una salida de campo con todos los estudiantes de tercer año para tomar las muestras de agua potable en *La Localidad* y una muestra de agua subterránea⁴⁴.

Uno de los lugares definidos para tomar la muestra de agua potable en la *Villa cercana* es el tanque de agua donde ingresa el agua del río para ser potabilizada y luego ser distribuida en esta Villa como se observa en la Imagen 14 (V-23-09-13-a)

Imagen 14

Toma de Muestra en el Tanque de Agua en la Villa cercana



Se acude a todos los lugares definidos para tomar las muestras de agua potable en esta villa, cuidando que la misma sea tomada de una canilla dónde el agua llega directamente desde la red y no después de pasar por el tanque de cada domicilio. Teniendo en cuenta que se deje correr el agua unos minutos antes de realizar la toma, de utilizar guantes y envases esterilizados, de trasladar la muestras con refrigerantes y luego guardarlas en la heladera de manera que

⁴⁴ Esta muestra no fue incluida en los análisis realizados en el último observatorio por disponer de solo un dato. Este análisis arrojó presencia de coliformes fecales y ausencia de E.coli.

los envases no superen los 6°C (V-23-09-13-b). Se toman los recaudos que habían sido informados y solicitados por las microbiólogas para realizar este muestreo y su posterior traslado al laboratorio como se observa en la Imagen 15 (V-23-09-13-b)

Imagen 15

Toma de Muestra de Agua Potable



Por la tarde, se realiza la salida pedestre para tomar las muestras de agua potable en *La Localidad* con los estudiantes Roberto, Fabián, Beto; Laura, Nadia; Flor; Candela y Sandra.

El primer lugar al que se dirigen para tomar una muestra es la planta potabilizadora de *La Localidad* como se observa en la Imagen 16

Imagen 16

Salida de Campo para Tomar Muestras de Agua Potable en La Localidad



Luego se dirigen a un domicilio que extrae agua subterránea para alimentar una pileta de natación y para riego como se observa en la Imagen 17.

Imagen 17

Toma de Muestra de Agua Subterránea



También se puede observar en las imágenes 16 y 17 que en todo momento se lleva una conservadora con refrigerantes mientras se realiza el recorrido; al finalizar el mismo se resguardan en una heladera y al día siguiente a la mañana temprano, son llevadas al laboratorio dónde las muestras son procesadas.

En toda esta jornada se puede reconocer un espacio para el empoderamiento de los estudiantes de tipo 3 o espacio de acción en los que se hace necesario para que en un EMEC, los estudiantes actúen para generar datos de los que no disponen y lo que podemos relacionar con una de las dimensiones para el empoderamiento de los estudiantes como es la dimensión Es2 referida al quehacer estocástico.

Hasta fines de setiembre, no se dispone de los resultados de los análisis para poder realizar un observatorio sobre la calidad del agua (superficial y potable). Sin embargo, se dispone de datos sobre las precipitaciones en *La Localidad* y sobre los desagotes de pozos negros realizados en *La Localidad*. La profesora de matemática decide realizar lo que ella denomina Taller N°5 dando continuidad a los talleres anteriores, aunque este taller se puede reconocer como el primer observatorio. Tomando los formatos curriculares establecidos para la provincia de Córdoba⁴⁵; se entiende que un observatorio:

⁴⁵ Disponibles en: <https://www.igualdadycalidadcba.gov.ar/SIPEC-CBA/publicaciones/EducacionSecundaria/LISTO%20PDF/TOMO1EducacionSecundaria%20web8-2-11.pdf>

es una estructura didáctica orientada a la construcción de sistemas de información que integren datos provenientes de diversas fuentes con el fin de: elaborar estadísticas globales y específicas; realizar análisis y proyecciones sobre un problema objeto de observación; proveer información útil para la toma de decisiones (Ministerio de Educación de la Provincia de Córdoba, 2011, p.39).

El Taller N°5 puede ser reconocido como un observatorio que se desarrolla a partir de datos con los que se inician aprendizajes sobre el manejo de *Excel* e *InfoStat* y en el que se inicia el tratamiento de nuevos conceptos estocásticos apelando al tratamiento de datos complementarios del estudio.

19.4. Primer observatorio y transnumeración. Recorrer Fase 4 del EMEC. En este momento se dispone de un conjunto de datos provenientes de distintas fuentes. Por un lado los datos proporcionados por el municipio local sobre los pedidos que efectúan los vecinos de *La Localidad* para el desagote de pozos negros, que realiza la municipalidad. Por otro lado, datos proporcionados por un vecino de *La Localidad* que registra las precipitaciones a fin de informar a los medios cercanos y es referente del Instituto Nacional de Tecnología Agropecuaria (INTA) para *La Localidad*. Es a partir de estos datos que la profesora de matemática organiza el primer observatorio a pesar de no estar totalmente segura del aporte que podrían realizar los análisis de estos datos específicamente para hacer avanzar el proyecto. Sin embargo, el trabajo de los estudiantes con la información recogida por otros tenía el potencial de aproximarse a modos de sistematizar información, criticarla y seguramente recuperar procesos de trabajos aritméticos o algebraicos ya conocidos. En particular, a lo referido específicamente a las conexiones de tales actividades con el proyecto, el profesor de tecnología indica que una ingeniera en medio ambiente va a realizar una presentación para los estudiantes partícipes del proyecto en la que se espera abordar la relación que existe entre las precipitaciones y el caudal de los ríos. Esta presentación se realiza en horas de educación tecnológica. Acá no se avanza en detalles sobre tal presentación.

Considerando estos datos, la profesora de matemática planifica un observatorio tomando sugerencia de los estudiantes de asignar tareas diferentes a cada grupo de estudiantes. Esto se genera cuando, con anterioridad, los

estudiantes señalan a la profesora de matemática que en parte lo que los hace sentirse por momentos desmotivados es que todos hacen lo mismo y que piensan que el compromiso de ellos sería mayor si sabían que solo un grupo es responsable de una tarea (Notas de investigadora).

La sugerencia de los estudiantes, sumado a la falta de disponibilidad de suficientes recursos tecnológicos (para que en todos los grupos tuvieran una computadora en el mismo momento) y a las dificultades observadas durante algunas puestas en común de los talleres, conducen a la profesora a decidir otorgar distintas tareas para grupos diferentes.

Se observa en estas circunstancias un espacio para el empoderamiento de los estudiantes de tipo 4 espacios para la crítica, autocrítica y reflexión en el que se abre una crítica colectiva acerca de las acciones tomadas en los talleres anteriores. Se produce una participación de los estudiantes en algo que habitualmente no sucede en las aulas que es la reflexión y la crítica a las decisiones sobre la gestión de la clase y que da lugar a reformulación y modificaciones por parte de la docente.

Es así como la profesora de matemática organiza dos observatorios, a los que denomina Taller N°5 y Taller N°6 para trabajar de manera simultánea y en grupos de estudiantes diferentes durante dos o tres clases de un módulo cada una.

El Taller N°5 se desarrolla los días 30/9/13 y 9/10/13. Este taller se propone con el objetivo de organizar la información ofrecida por el municipio local sobre los pedidos de desagote de pozos negros. Las estudiantes que trabajaron en este taller fueron María, Flor, Sandra, Vanina, Pilar, Laura, Valeria; Nadia, Candela y Gabriela.

La consigna 1 del Taller N°5 solicita:

En primer lugar les proponemos que revisen el trabajo realizado por algunos de sus compañeros en la municipalidad, completando con los pedidos que no poseían fecha de desagote y que están señalados con birome verde. Agregando también los datos del año 2010. (CC-30-09-13)

Esta consigna retoma el trabajo realizado por los estudiantes que recolectaron datos en la municipalidad empleando una grilla propuesta por la profesora de matemática (Figura 36)

Figura 36

Grilla Propuesta para la Recolección de Datos

Lugar	Fechas de desagotes durante 2011	Fechas de desagotes durante 2012
Guillermo	17-01-11	
Claudio	02-01-11	
Cabañas	03-02-11 3 pozos	
Juliana	21-02-11	
Nicola	16-03-11	
Justo	18-05-11	
Elba	01-09-11	

Los estudiantes, divididos en dos grupos, cargan los datos que se encuentran en las planillas proporcionadas por el municipio local en la grilla ofrecida por la profesora. Se trata de datos sobre los desagotes de pozos negros realizados desde el 2010 hasta 2012. Los estudiantes realizan esta tarea durante toda la clase.

Se observa a los dos grupos trabajando, la profesora de matemática les solicita que cuando terminen la carga de datos crucen sus resultados para corroborar que es correcta la carga. Esta actividad es repetida en dos grupos ya que la magnitud de los datos y el modo en el que se realiza el registro de estos datos en el municipio puede dar lugar a errores (Figura 37 y V-30-09-13-a). Lo solicitado por la profesora se corresponde con una actividad típica del trabajo estadístico. Esto es, la carga de datos y búsqueda de estrategias para minimizar errores en esa tarea.

Figura 37

Planilla del Municipio local sobre Desagotes de Pozos

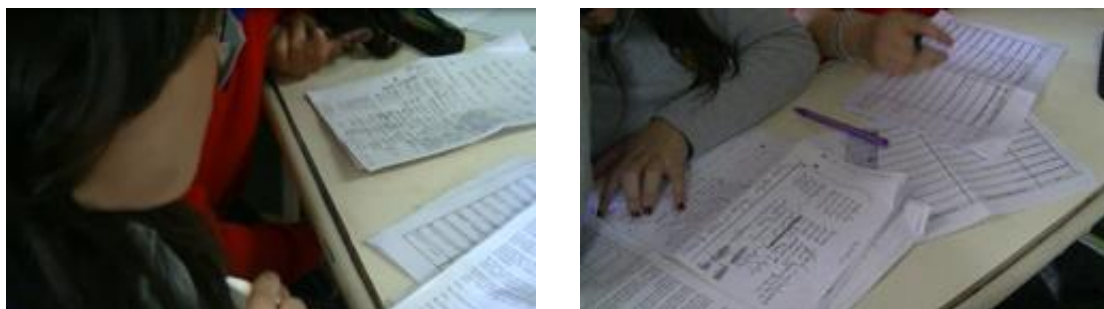
limpieza de pozos.

4/09	Rosalba	} PAGADO 1 VIAJE
10/09/09	Daniel	
5/09/09	Jose María	} 1 VIAJE Pagado el 21/09/09.
6/09/09	Dubén	
11/09/09	Jose	} PAGADO 13/10/09.
11/10/09	Pozo Ramón Contina	} 1 VIAJE PAGADO 15/11
16/10/09	" " Jose Rodal	
21/10/09	" " Jose María	} PAGADO 21/10/09
27/10/09	" " FAVIER	
28/10/09	" " FARMEN DE	} Pagado 19/11/09
8/11/09	" " DEENAJE GEYLI	
4/12/09	" " Romano	} Pagó 18/11/09
"	" " Elba	
1/12/09	" " Andres	} Pagó \$200 5/11/10. Pagó \$100 5/11/10.
	" " Andres	

En la siguiente Imagen 18 se puede observar a los estudiantes mientras realizan esta tarea

Imagen 18

Carga de Datos sobre Desagotes de Pozos Negros





En la segunda clase llevada a cabo el 9 de octubre (2013), estos dos grupos de estudiantes que trabajan con los datos de pozos negros disponen de notebook ofrecidas por el colegio que tienen cargado *Excel*.

En esta clase se abordaron las consignas 2 y 3 del Taller N°5:

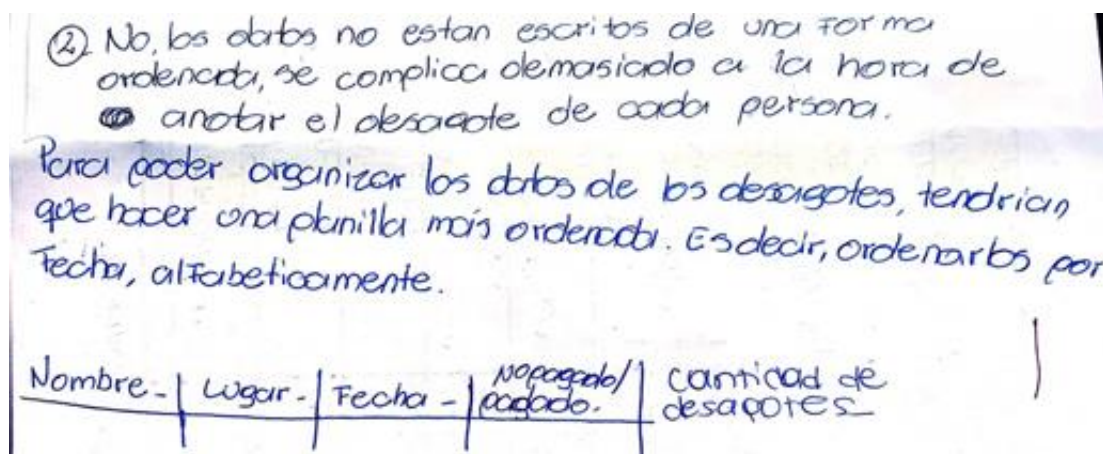
2) *¿Creen que los datos de la municipalidad están organizados de una manera que se pueden leer fácilmente o cambiarían algo en el modo de registrar los datos? Presten atención a todo lo que necesitan anotar en la municipalidad de manera que con el modo que ustedes propongan, les pueda servir al municipio para hacer todos sus registros.*

3) *¿Por qué creen que puede ser importante conocer la frecuencia con la cuál solicitan desagotar sus pozos negros? ¿Qué relación puede haber entre la contaminación del río y la frecuencia con la cual se desagotan los pozos negros? ¿Qué puede suceder cuando un usuario nunca desagota su pozo negro? (CC-09-10-2013)*

Respuestas de los estudiantes se ilustran en la Figura 38.

Figura 38

Distinción entre Lista y Tabla. Recursos Eficientes o no para Recopilar Información



A partir de las propuestas que realizan los estudiantes para organizar los datos sobre los pedidos de desagotes de pozos negros que realiza el municipio local; se elabora una nota para ser presentada al municipio ofreciendo una planilla para sistematizar la recolección de dichos datos. Esa tabla o planilla fue efectivamente utilizada por el municipio.

Las consignas 4, 5 y 6 solicitan

4) *Sabiendo que la cantidad de usuarios de agua (tomando que en general cada usuario posee un pozo negro) que informó la municipalidad es de 850 en La Localidad y 167 en la Villa cercana. ¿Todos los usuarios solicitan desagote de sus pozos negros a lo largo de un año? ¿Cuántos son los usuarios que no han solicitado desagote durante todo un año?*

2010:2011:.....2012:.....

5) *¿Cuántos son los usuarios que solicitan desagote una vez al año?*

2010:.....2011:.....2012:.....

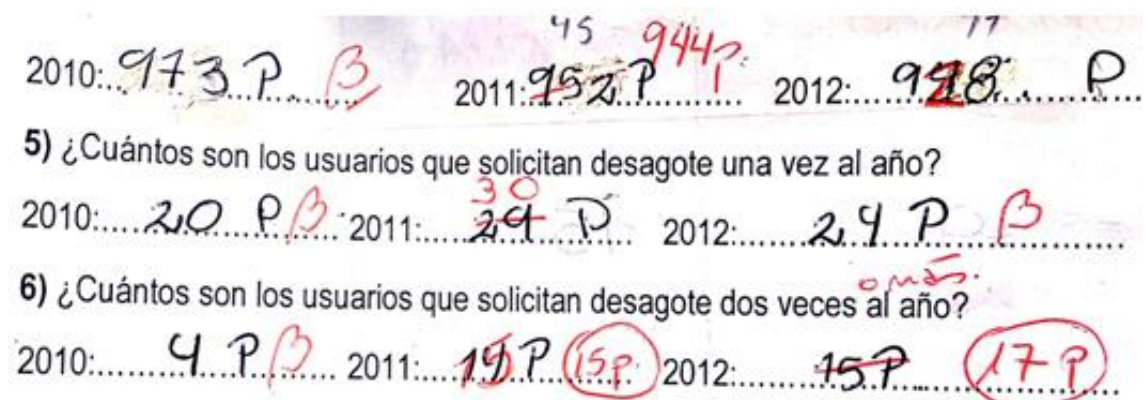
6) *¿Cuántos son los usuarios que solicitan desagote dos veces al año?*

(CC-09-10-2013)

Las respuestas ofrecidas por los estudiantes se pueden observar en la siguiente Figura 39

Figura 39

Producciones Consigna 4, 5, 6 - Taller N°5



Las dos últimas consignas de este Taller N°5 proponían:

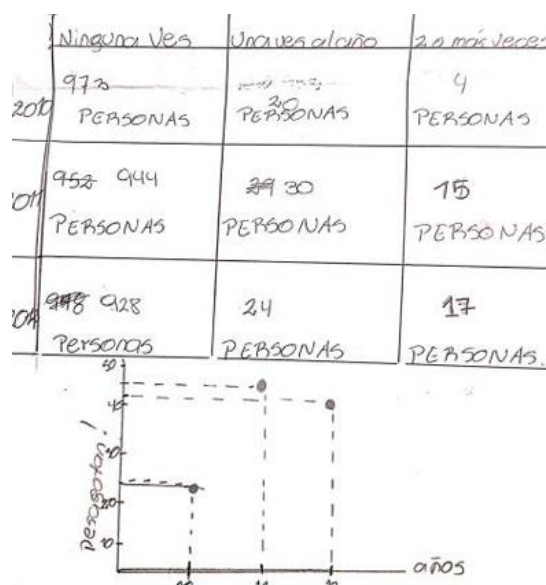
7) *Ahora les proponemos que piensen en una manera de organizar todos los datos obtenidos en preguntas 3, 4 y 5 de manera que sea fácil ver las frecuencias con la que se solicita el desagote de los pozos negros.*

8) Inventen una manera de mostrar utilizando algún gráfico, los datos de la frecuencia de desagote de pozos negros durante los últimos tres años. La idea es que se pueda ver con facilidad lo que ha sucedido con los desagotes de pozos negros. (CC-09-10-2013)

En la Figura 40 se observan las repuestas de los estudiantes:

Figura 40

Producción Consignas 7 y 8-Taller N°5



En estas dos clases y de manera simultánea, otro grupo trabaja el Taller N°6 con los datos de las precipitaciones de la zona en los últimos diez años. En la primera clase del 30 de setiembre, trabajan los estudiantes Fabián, Tomas, Beto, Roberto y Camilo.

Los datos obtenidos sobre las precipitaciones los reciben los estudiantes con el formato que se observa en la Figura 41:

Figura 41

Datos Recibidos sobre Precipitaciones en la Zona

2003	2005	2006	2007	2008	07
ENE = 500	214	64	245	271	133
FEB = 49	118	192	146	117	70
MAR = 98	80	122	151	129	96
ABR = 70	34	111	40	27	2
MAY = 2	11	0	20	10	23
JUN = 1	0	6	0	2	0
JUL = 60	10	0	20	0	25
AGO = 6	11	0	0	0	0
SET = 0	17	6	63	17	52
OCT = 2	60	87	97	31	16
NOV = 25	173	109	0	89	116
DIC = 124	64	172	117	144	160

2004		2005	
ENE = 118	sept = 0	feb = 33	sep = 100
feb = 110	oct = 64	feb = 123	oct = 80
mar = 125	nov = 111	mar = 31	nov = 125
abr = 130	dic = 135	abr = 83	dic = 109
may = 220		may = 15	
jun = 0		jun = 1	
jul = 23		jul = 4	
ago = 31		ago = 0	

Lo presentado tiene forma de una tabla en la que se consignan los años (en el rango 2003-2012, a modo de ejemplo se muestra una parte de los datos) y los 12 meses observados para cada año. Se asume que los números que se presentan junto a años y meses, corresponden a mm de agua caída en los correspondientes períodos⁴⁶.

Con este taller se espera organizar y sistematizar datos sobre las precipitaciones de la zona así como reconocer algunos resúmenes numéricos relativos a esa información como el promedio y la moda.

Para el grupo integrado por Camilo, Roberto, Beto, Tomás y Fabián la consigna 1 expresa:

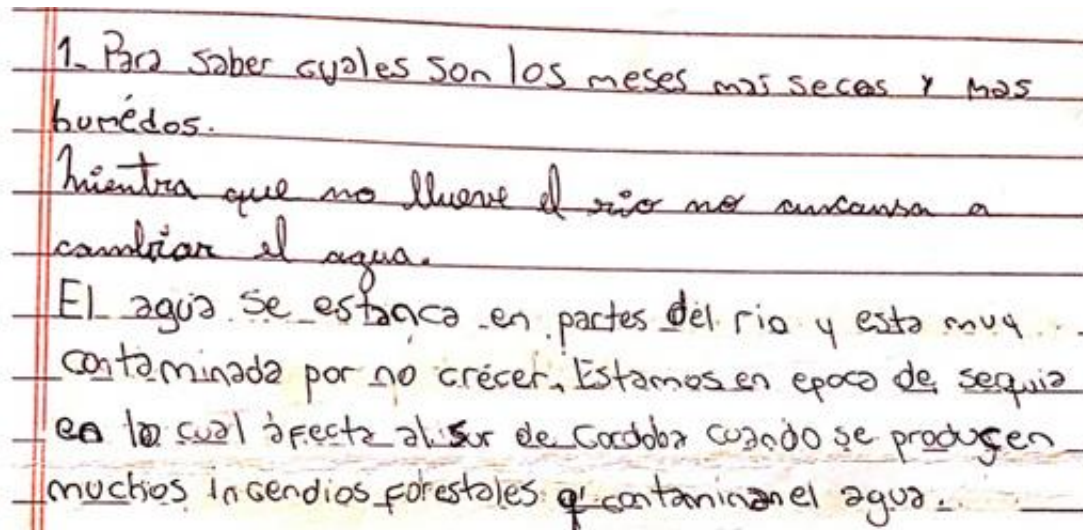
¿Por qué creen que puede ser importante conocer la frecuencia con la cual se producen las lluvias en La Localidad? ¿Qué relación creen que puede haber entre la contaminación del río y las frecuencias de lluvias? ¿Qué puede suceder con la contaminación del río cuando no hay lluvias por muchos meses? (CC-30-09-2013)

⁴⁶ La notación mes= número (por ejemplo FEB=110, para 2008 no es una notación válida en matemática pero para el caso, se comprende el sentido que se le atribuye.

En la Figura 42 se pueden observar las respuestas de los estudiantes:

Figura 42

Enunciados sobre la Importancia y Relación de las Precipitaciones⁴⁷



Los estudiantes hacen referencia a la importancia de conocer las precipitaciones para reconocer las épocas de sequía en esta zona y a sus posibles vínculos con el poco caudal de agua en el río. Incluso establecen vínculos con una posible contaminación en el río a causa de los incendios forestales que se producen en estas épocas de sequía.

Las consignas 2 y 3 del Taller N° 6 expresan:

2) ¿Creen que los datos están organizados de una manera que se pueden leer fácilmente o cambiarían algo en el modo de registrar los datos?

3) Inventen una manera de mostrar utilizando algún gráfico, los datos de las lluvias producidas en La Localidad durante los últimos tres años. La idea es que se pueda ver con facilidad lo que ha sucedido con las lluvias en La Localidad (CC-30-09-2013)

Los estudiantes expresan que encuentran que el modo en que los datos están presentados se pueden leer con claridad y sugieren gráficos circulares para representarlos, aunque manifiestan desconocer cómo se realizan este tipo de gráficos.

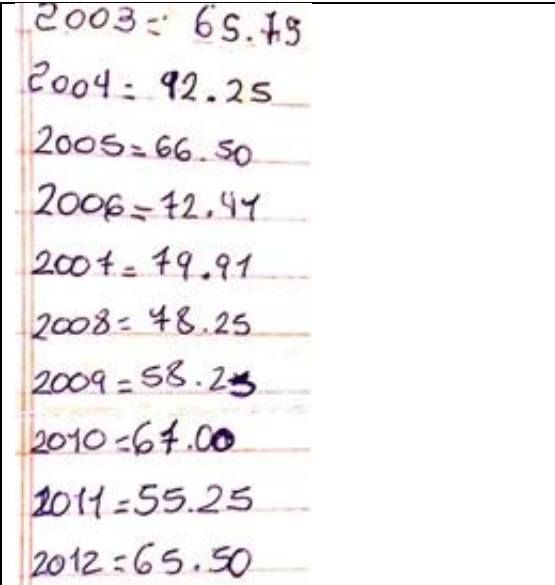
⁴⁷ Cabe indicar que, por faltas de lluvias, la zona próxima a la escuela (especialmente en la *Villa cercana*) sufrió en 2020 incendios forestales muy intensos. Al inicio de la temporada de lluvias el río se contaminó por el arrastre de las cenizas desde las laderas de los cerros próximos a su lecho.

La consigna 4 propone: *Expliquen cómo calcularían el promedio de las precipitaciones caídas durante cada uno de los años. Luego utilicen una calculadora para hallar esos promedios* (CC-30-09-2013)

Por su parte, en la Figura 43 se observa que en la consigna 4, los estudiantes calculan el promedio de las precipitaciones caídas en cada año y expresan que, para realizarlo, lo asocian al cálculo de los promedios de sus calificaciones (Notas de la investigadora,30-09-2013).

Figura 43

Promedios de Precipitaciones Anuales

Producción Consigna 4 Del Taller N°6	
---	---

En la segunda columna de la tabla, los estudiantes colocan el año considerado, un igual y el promedio anual de lluvia caída calculado por ellos. Por ejemplo para 2008 colocan, 2008=78,25 (ellos usan punto luego de 78 en lugar de coma pues la calculadora les arroja ese resultado). Matemáticamente no es correcta la expresión escrita elegida. Se interpreta, que en este caso, al escribir, designación numérica del año= un valor numérico, reproducen el formato construido por quien recogió originalmente los datos de las precipitaciones: nombre de mes=valor numérico. Formato que a ellos les resulta adecuado para leer la información.

La consigna 5 del Taller N°6 expresa: *5) Observando los datos de las lluvias desde 2003 hasta el 2012, ¿alrededor de cuántos milímetros creen que*

podría llover durante el próximo mes de octubre? Expliquen cómo calculan ese valor (CC-30-09-2013)

En la siguiente Figura 44 se puede observar la respuesta a la consigna N° 5. Los estudiantes pueden utilizar el promedio de precipitaciones mensuales para conjeturar la cantidad de precipitaciones que podrían suceder el próximo mes.

Figura 44

Empleo del Promedio para Establecer Conjeturas

5) Puede llegar a llover 68,70 mm en octubre

Con las consignas 6 y 7 se propone:

6) *Según los datos de lluvias desde 2003 hasta el 2012, ¿Cuál es el promedio de las lluvias que caen en el mes de enero? Completa con los promedios de lluvia para cada uno de los meses-*

7) *Según los cálculos realizados en el ejercicio anterior, es decir teniendo en cuenta la información de las lluvias desde el 2003 hasta el 2012 ¿En qué mes se produce la mayor cantidad de precipitaciones, y aproximadamente cuántos milímetros caen en ese mes? (CC-30-09-2013)*

Los estudiantes calculan los promedios de precipitaciones mensuales y establecen conjeturas en base a esta información como se puede observar en la Figura 45:

Figura 45

Producciones Consignas 6 y 7-Taller N°6

Enero: 160,3. Febrero: 151,4. Marzo: 100,8. Abril: 58,9. Mayo: 45,3. Junio: 3. Julio: 15,9. Agosto: 6,4. Setiembre: 36,4. Octubre: 68,2. Noviembre: 18,3. Diciembre: 123,1.

7) Es el mes que más llueve según las estadísticas es en Enero. Y puede llover 160 mm.

Este trabajo con datos sobre precipitaciones continúa con el denominado por la profesora como Taller N°7, el que se aborda en la sección 19.7.

En los talleres N°5 y N°6 se puede observar que habilita espacios para el empoderamiento de los estudiantes de tipo 1 (expresión) y tipo 3 (acción). Espacios para la expresión cuando en el Taller N°6 formulan conjeturas sobre la importancia y relación de las precipitaciones en relación con la problemática de la calidad del agua del río o cuando en base a la información expresan que el mes de enero es el mes que más llueve. También se observa un espacio para la expresión cuando en el Taller N°5 los estudiantes, cuestionan modos de representar información al reconocer que ciertos datos se presentan de forma desorganizada. Estas expresiones los habilita a proponer formas alternativas de sistematizar información numérica.

En el caso de las precipitaciones, parecen interesantes las ideas que proponen tomando como base sus conocimientos del medio ambiente en el que viven. Eso es, no son meros observadores sino que observan con un propósito, con sentido. En el Taller N°5 se puede reconocer la presencia de las subdimensiones S2 (vínculos entre la estocástica y el contexto) y S3 (fines de uso de la estocástica) cuando los estudiantes proponen al municipio una planilla para recolectar esta información y por ende toman conciencia de que el pensamiento y el conocimiento estocástico se vincula con aspectos de la vida diaria próximos a su contexto social y que puede ser utilizada con diversos fines o intereses vinculando la producción estocástica (como encontrar modos de sistematizar la información que facilite su lectura) con el contexto social.

También se observan espacios para el empoderamiento de tipo 3 o de acción, de indagación, de búsqueda cuando los estudiantes encuentran los promedios de las precipitaciones anuales o mensuales (en Taller N°6) o cuando reorganizan la información y encuentran la cantidad de usuarios que no han solicitado desagotar sus pozos durante todo un año (en Taller N°5). En la acción de ambos talleres se destaca la capacidad para interpretar información, transformarla con otro sentido más matemático, así como la capacidad para proponer el uso de tablas y no de meras listas de números.

En general los estudiantes ponen en juego procesos de trabajo matemático diversos al manipular u operar aritméticamente con números, al interactuar con recursos de representaciones visuales matemáticas o levantar conjeturas.

Al mismo tiempo; los espacios y sub-dimensiones del empoderamiento se pueden vincular con las Fases de un EMEC, ya que se pone en marcha la Fase 4 cuando se produce el trabajo con nociones estocásticas para obtener resultados. En esta fase se produce una transnumeración cuando se encuentra en el cálculo del promedio, en la construcción de tablas formas de obtención de datos que capturen elementos significativos de la realidad. Incluso, comienza a hacerse presente la Fase 5 de un EMEC cuando los estudiantes realizan conjeturas por ejemplo que enero es el mes que más llueve o la cantidad aproximada de lluvia que podría llover el próximo octubre; es decir cuando los estudiantes realizan interpretaciones de resultados volviendo a la realidad. Más detalles sobre los avances de los estudiantes recuperando lo trabajado en los Talleres N° 5 y N° 6 se darán en la subsección 19.7.

Mientras los estudiantes aprenden a manipular, organizar y sistematizar información apelando a gráficos estadísticos y TDs; los profesores organizan dos nuevas acciones. Por un lado construir un sitio virtual para ir comunicando los avances del proyecto y por otro lado todo lo referido al segundo muestreo de agua superficial y potable. Este muestreo corresponde al período de primavera. Lo referido al muestreo se informa en la subsección 19.6 mientras que lo referido a la creación del sitio virtual se informa a continuación.

A esta altura del trabajo escolar y el estado de avance del proyecto, el proceso de empoderamiento comienza a emerger con más notoriedad. Por ejemplo, de modo general, los tres dominios de empoderamiento propuestos en Ernest (2002) se encuentran imbricados. Sin embargo, el empoderamiento no surge de la posesión de las matemáticas o estocástica, sino de la posición que ellos van adoptando a medida que se van habilitando espacios de coflexión y deliberación colectiva (Skovsmose y Valero, 2012)

19.5. Buscando una manera de comunicar el proyecto. Tal como estuviera planificado en el proyecto pedagógico original, se comienza a pensar en un modo de construir una página web que permita compartir, de modo abierto, los resultados del proyecto escolar así como del proceso de generación de resultados.

La posibilidad real de concretar este objetivo representa una preocupación para los profesores ya que la escuela no cuenta con personal capacitado para

asesorarlos ni apoyarlos con esa tarea en la que no eran expertos. El profesor de educación tecnológica, comenta que en la *Villa cercana* hay una vecina (Paula) que es técnica en informática quien estaría dispuesta a brindar su asesoramiento y asistirlos para trabajar con los estudiantes. En un primer encuentro entre los profesores y Paula, esta última sugiere la construcción de un sitio web Wiki. Estos sitios son gratuitos y no sólo permiten incorporar documentos, fotos, videos, etc.; sino que además brindan la posibilidad de construirlos de manera colaborativa. Luego de este encuentro, los profesores le encargan a Paula la tarea de armar una presentación para enseñar a los estudiantes a manejar y poder construir la Wiki.

El 2 de octubre (2013) se realiza esta clase con los estudiantes y con la profesora de matemática para aprender a construir una Wiki (V-02-10-13-a).

Si bien Paula esperaba trabajar en la construcción del sitio utilizando internet, las dificultades para acceder a internet van modificando sus propósitos. Finalmente, Paula trabaja desde una presentación en *PowerPoint* que tiene preparada anticipando las posibles dificultades que se podrían presentar con el uso de internet en *La Localidad* en la escuela.

En esta oportunidad, Paula explica qué herramientas tiene el sitio *Wikispaces*⁴⁸ y cómo hacer para crear y editar una página web mediante este sitio. Los estudiantes no presentan dudas o dificultades para comprender su uso (V-02-10-13-b).

En la Imagen 19 se puede observar a los estudiantes y a la profesora de matemática aprendiendo a construir una Wiki

Imagen 19

Aprendiendo a Construir una Wiki



⁴⁸ Cabe indicar que desde el 31 de julio de 2018, ya no se puede acceder al sitio creado pues, por cuestiones de costos, todos los sitios creados sin cargo fueron cerrados en ese momento.

Esta es una instancia donde se observa con claridad que tanto la profesora como los estudiantes aceptan el principio de igualdad, incluso en el lugar en el que se sienta la profesora, al lado de los estudiantes y manifestando abiertamente el estar aprendiendo junto con ellos, lo que se va instalando como una cuestión natural, pero que está poco presente en las habituales aulas en las escuelas secundarias y o en algunas clases de matemática.

Una de las decisiones que está presente desde los primeros talleres por parte de los estudiantes y profesores se vincula con buscar modos de comunicar el proyecto principalmente al municipio y comunidad local. Lo sucedido en este encuentro es un avance en este sentido.

En la siguiente subsección se informa sobre la organización y desarrollo del segundo muestreo correspondiente al período de primavera para tomar muestras de agua superficial y potable.

19.6. Segundo muestreo de aguas superficiales y potables. Fase 3 del EMEC. El 8 de octubre (2013) se repite la salida pedestre para tomar las segundas muestras de agua superficial, tanto en la zona del río de la *Villa cercana* (por la mañana) como en la zona del río de *La Localidad* (por la tarde). En esta salida dos microbiólogas de la UNRC acompañaron en la recolección de las muestras. La decisión de las microbiólogas de participar en el muestreo se basa en los resultados del agua superficial que ellas estaban observando sobre el primer muestreo. En comunicación con los profesores expresan su deseo de participar sin que ello implique falta de confianza en el trabajo de estudiantes y profesores.

La profesora de matemática viaja en su vehículo particular con las microbiólogas hasta *La Localidad* (que dista 80 km de sus hogares). Llegan a las 8hs a la escuela para entregar a Roberto y Beto los comestibles para el almuerzo. Los padres de Beto ofrecen las instalaciones de su negocio (que en esta época del año no está funcionando) que se encuentra en el balneario. Beto y Roberto, preparan en estas instalaciones el almuerzo para todo el grupo.

Desde la escuela, la profesora de matemática, con las microbiólogas, se dirigen hacia la *Villa cercana* dónde se encuentran con las estudiantes que residen allí (Laura y Nadia); además en esta oportunidad se suman Fabián y Camilo que si bien viven en *La Localidad* (distante aproximadamente 5 km de la Villa) y no estaban convocados para este momento, piden autorización a sus

padres para poder acompañar a la docente y sus compañeras en esta salida. Luego Fabián realiza las filmaciones del trabajo. En el video y en la Imagen 20 se observan algunos momentos de este encuentro (V-08-10-13-a)

Imagen 20

Encuentro e Inicio de Aproximación a las Zonas de Muestreo



Se repiten las muestras de agua superficial en el río (V-08-10-13-b) aplicando las mismas técnicas empleadas para el primer muestreo. Esto es, se sumerge el frasco esterilizado, se abre dentro del agua, se lo cierra, extrae y rótula. En la siguiente Imagen 21 y en el video (V-08-10-13-c) se puede observar el proceso de toma de la muestra de agua superficial.

Imagen 21

Técnica para Tomar Muestras de Agua Superficial



En la Imagen 22 se pueden observar otras instancias de toma de muestras de agua superficial en la villa que se suceden durante la mañana (V-08-10-13-d).

Imagen 22

Toma de Muestras de Agua Superficial



Nuevamente se hizo necesario cruzar ríos, subir y bajar cerros para llegar a los puntos seleccionados y tomar las muestras de agua superficial en la zona del río a fin de recoger agua de calidad natural, en zona de la *Villa cercana* y en zonas ubicadas en el estrato 3, como se observa en las siguiente Imagen 23.

Imagen 23

Recorridos para Realizar el Muestreo



En todos los casos se registra la localización (mediante GPS), el número de muestra, la hora y la temperatura del agua en el punto del muestreo como se observa en Imagen 24 y en video (V-08-10-13-f)

Imagen 24

Registrando Datos al Tomar las Muestras.



Luego, todo el grupo se dirige al balneario para compartir el almuerzo preparado por Roberto y Beto. Llega también el profesor de educación tecnológica que viene de tomar la muestra N°1 acompañando al preceptor. Esta muestra se encuentra en una zona de difícil acceso a la que solo se llega en moto y el preceptor había ofrecido su moto para llegar hasta este lugar del Afluente 1

Se menciona que, aunque Emiliano ya había abandonado el colegio, sus compañeros lo invitan para compartir esta jornada y también está presente. Luego del almuerzo se produce un momento donde las microbiólogas cuentan sobre el trabajo que realizan en el laboratorio de la UNRC, los modos en que realizan los análisis y las formas que emplean para informar sus resultados sobre el estudio del agua. También contestan preguntas formuladas por los estudiantes. Por ejemplo, preguntan acerca de la unidad de medición de bacterias (NMP) (Imagen 25 y V-08-10-13-g).

Imagen 25

Almuerzo y Microbiólogas Respondiendo Preguntas de los Estudiantes.



Nuevamente se inicia una caminata (ver Imagen 26) y se recogen las muestras de agua superficial en *La Localidad* con todos los estudiantes

presentes, las microbiólogas, la profesora de matemática y el profesor de educación tecnológica.

Imagen 26

Segundo Muestreo de Agua Superficial en La Localidad



Luego de concluir con la toma de todas las muestras de agua superficial, regresan a Río Cuarto la profesora de matemática con las microbiólogas y ellas llevan las muestras a la UNRC para analizarlas.

El día 28 de octubre se produce la salida pedestre para tomar muestras de agua potable en la *Villa cercana* (por la mañana) y en *La Localidad* (por la tarde).

Al igual que en el primer muestreo se inicia la jornada por la mañana con los muestreos de agua potable en la villa. Estos son realizados por el profesor de educación tecnológica con las dos estudiantes que residen en esta villa (Laura y Nadia). Comienzan en el tanque de agua de la comuna como se observa en las fotos de la Imagen 27 y en video (V-28-10-13-a y b). Durante la mañana se logra recoger todas las muestras de agua potable.

Imagen 27

Segundo Muestreo de Agua Potable-Villa cercana.



Por la tarde, las profesoras de matemática y geografía realizan la última salida pedestre desde el colegio para recoger las muestras de agua potable en *La Localidad* con todos los estudiantes. Se inicia el recorrido en la zona alta, dónde el agua llega por bomba de presión (V-28-10-13-c).

Luego el grupo se dirige a realizar el muestreo en el tanque de agua de *La Localidad* como se observa en el video (V-28-10-13-d). En la Imagen 28 se observa que el grupo se dirige de manera pedestre de uno a otro extremo de *La Localidad* para realizar los muestreos de agua potable.

Imagen 28

Muestreos de Agua potable en La Localidad



En estas instancias, nuevamente se puede reconocer un espacio para el empoderamiento de los estudiantes de tipo 3 o espacio de acción en los que se hace necesario para que en un EMEC, los estudiantes actúen para generar los datos de los que no disponen y lo que podemos relacionar con una de las dimensiones para el empoderamiento de los estudiantes como es la dimensión Es2 referida al quehacer estocástico.

Es importante mencionar que se reconoce que este espacio de tipo 3 potencia aún más el empoderamiento de los estudiantes cuando ellos pueden observar y vivenciar que la acción, búsqueda e indagación no sólo es de interés de los ellos sino que despierta también interés de las microbiólogas.

El mismo 28 de octubre, al finalizar el muestreo de agua potable, el profesor de educación tecnológica organiza una visita a un vecino de *La Localidad* que ha instalado en su hogar un sistema alternativo para el tratamiento de aguas grises.

El tratamiento de aguas es un tema que se aborda desde la materia educación tecnológica.

El vecino les da detalles sobre la construcción, características y modos de funcionamiento del sistema ideado y construido por él. El sistema consta de un conjunto de tres cámaras interconectadas⁴⁹ que le permite reciclar el agua desagotada por el lavarropas para luego utilizarla para el riego de sus plantas (Ver Imagen 29). Si bien se reconoce el valor tecnológico de la construcción, no se reduda en detalles de esta visita pues el centro de esta actividad se trata en educación tecnológica vinculado al estudio de sistemas alternativos para tratamiento de aguas residuales. Sí es importante mencionar este hecho pues por un lado, pone en evidencia el trabajo interdisciplinar del proyecto. Por otro lado se reconoce que es también empoderador relacionarse con personas que ponen en juego alternativas más amigables con el medio ambiente. Es importante también indicar que, las apropiaciones de los estudiantes sobre el tema de su proyecto y los saberes matemáticos y no-matemáticos les permite escuchar con cuidado, comprensión y respeto a este vecino de *La Localidad*.

Imagen 29

Cámaras Construidas por un Vecino para Tratamiento de Aguas Grises



Ya de regreso a la escuela y dando continuidad a los resultados obtenidos en los Talleres N° 5 y N° 6; la profesora de matemática planifica los Talleres N°7 y N°8 según se detalla en la siguiente sección.

⁴⁹ Todo el diseño y forma de las cámaras aporta para realizar estudios de naturaleza geométrica sobre lo que no se avanzó por estar fuera del foco del estudio.

19.7. Nuevos observatorios. Fase 4 del EMEC Estos observatorios, denominados por la profesora de matemática como aulas Talleres N°7 y N°8, son planificados por ella a fin de que los estudiantes confeccionen e interpreten gráficos estadísticos empleando los datos organizados en los talleres 5 y 6 sobre precipitaciones y de desagote de pozos negros. El grupo de estudiantes que trabaja con datos de las precipitaciones realiza el Taller N°7 y los dos grupos que trabajan con datos sobre los desagotes de pozos negros realizan el Taller N°8. Estos talleres se desarrollan durante 3 clases los días 9 de octubre, 21 de octubre y el 4 de noviembre (2013) destinando un módulo y medio en cada clase (aproximadamente 2 horas de reloj cada clase).

En la primera clase destinada al Taller N°7 están presentes los estudiantes Roberto, Beto y Camilo. La profesora de matemática plantea a este grupo que, el objetivo de este taller es cargar los datos sobre las precipitaciones en el software *InfoStat*, a fin de comenzar a confeccionar gráficos estadísticos que permitan una mejor visualización de la información. Este trabajo posibilitaría, aprender a usar el software y a interpretar distintos tipos de gráficos. Cabe recordar que el uso de TDs se considera como constitutivo de un EMEC, por la potencialidad que ofrecen para analizar e interpretar datos y porque los estudiantes avanzan en apropiaciones de estos medios. Ambos aspectos luego ofrecen elementos para la crítica.

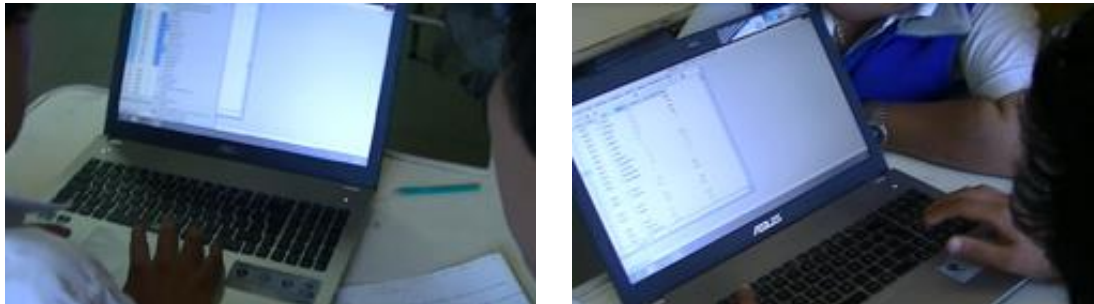
La primera consigna para el Taller N°7 propone: *Para comenzar, les pedimos que carguen en la computadora una tabla con todos los datos sobre las precipitaciones (CC-09-10-2013)*

Luego que el grupo comienza a cargar los datos sobre las precipitaciones en el programa *InfoStat*, Beto llama a la profesora para preguntarle si en la columna correspondiente al año puede intercalar con filas en blanco para poder controlar mejor la carga con esos espaciados. La profesora le contesta que pruebe porque no sabe qué efecto tendrá. Roberto dice a Beto que pruebe y si no se puede después lo elimina (V-09-10-13-a).

Este grupo trabaja con la notebook de la profesora de matemática para cargar la información como se observa en la Imagen 30 (V-09-10-13-b).

Imagen 30

Carga de Datos sobre Precipitaciones en InfoStat

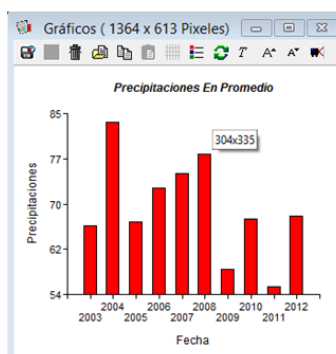


Este grupo trabaja toda esta clase con la carga de datos. La siguiente clase la profesora les solicita a los estudiantes que elaboren un registro digital de sus trabajos para subir a la Wiki sus producciones⁵⁰. En ese sentido, la profesora propone al grupo una consigna en la que les solicita trabajar en la guía que se encuentra en la Wiki en formato Word. En la siguiente Figura 46 se observa la consigna 2 y 3 y las producciones que agregan los estudiantes (gráfico y texto con azul) que luego también cargan al sitio.

Figura 46

Gráficos y Estadísticos sobre Precipitaciones Anuales

2) Realicen gráficos de barras y seleccionen el que les parezca más conveniente para mostrar con claridad cómo sucedieron las precipitaciones en [] desde el 2003 hasta el 2012. Revisen lo que respondieron en la actividad 6 del Taller N°5 y comparen lo que ustedes calcularon con lo que muestra el gráfico ¿Qué observan? Copiar ([ImpPant](#)) y llevar a [paint](#), luego cortar el gráfico y traerlo a esta guía.



Este gráfico muestra las precipitaciones promedios que se obtuvieron por mes para un año determinado; por ejemplo en el año 2004 se podría decir que llovió alrededor de 80mm en cada mes.

3) Expliquen con sus palabras **todo** lo que pueden observar en el gráfico de barras que seleccionaron, todo lo que permite ver este gráfico. Utiliza los conceptos de promedio (media) y también el de Moda si surgió en sus interpretaciones.

Se observa el promedio de precipitaciones desde 2003 hasta 2012. También se observa que en el 2004 fue conocido como la moda, porque fue el año con mayor precipitación.

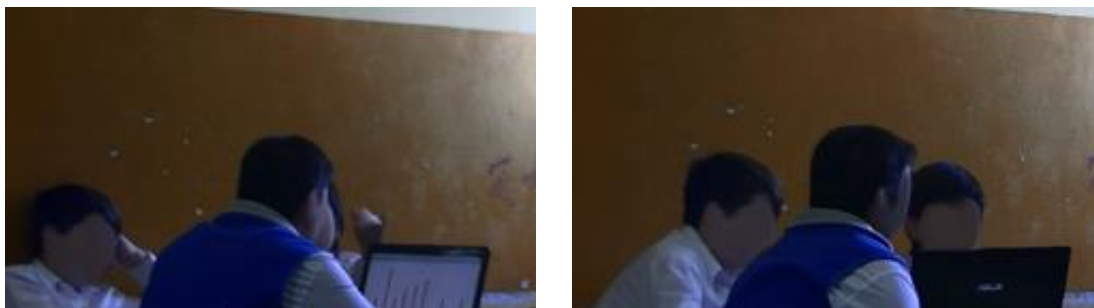
En 2011 fue el año con menos precipitación con un promedio de 55 mm por mes.

⁵⁰ En la sección 19.4 se describe la presentación que realiza una especialista para aprender a crear una Wiki para comunicar los resultados del proyecto; así como las razones de su elección.

Estos gráficos son realizados con los mismos datos con los que se empezara a trabajar en el Taller N°5. Se puede observar en el video (V-21-10-13-a e Imagen 31) las interacciones entre los estudiantes y la profesora para comenzar a responder las consignas 2 y 3 del Taller N°7. La profesora les pregunta qué variables quieren graficar y cuál es el criterio de clasificación, Roberto responde que el criterio son los años, y Camilo y Roberto expresan que la variable es *las lluvias caídas*. Con esto se refiere a las precipitaciones medidas en mm.

Imagen 31

Grupo de Roberto, Camilo y Tomás Trabajando en Consigna 2-Taller N°7

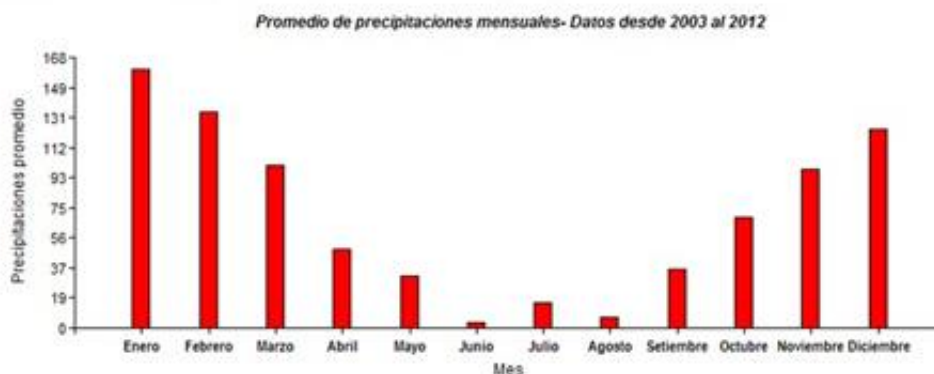


En la Figura 47 se observa la consigna 4 que solicita confeccionar e interpretar un gráfico de barras. El gráfico y lo escrito en azul son las respuestas de los estudiantes.

Figura 47

Confección e Interpretación de Gráfico de barras para las Precipitaciones Mensuales

4) Realicen otro gráfico de barras para visualizar las precipitaciones, pero ahora en relación a los distintos meses. Expliquen todo lo que pueden observar y decir a partir de este gráfico. Copiar (ImpPant) y llevar a paint. luego cortar el gráfico y traerlo a esta guía.



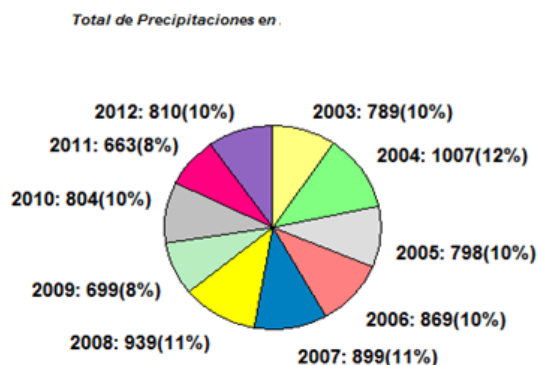
No es correcto utilizar el gráfico realizado en el ejercicio 2 ya que en este gráfico podemos observar que no podemos suponer que llueve aproximadamente lo mismo en todos los meses. Los meses con muchas precipitaciones son enero, febrero, marzo, noviembre y diciembre con precipitaciones promedio que aproximadamente van entre 100 a 150ml. En cambio en los meses que menos llueve que son junio, julio y agosto los promedios de precipitaciones en el mes están entre 5 y 15ml.

En la consigna 5 se solicita confeccionar e interpretar gráficos circulares con los datos de las precipitaciones anuales. Esta consigna, el gráfico y las interpretaciones realizadas por los estudiantes se puede observar en la Figura 48.

Figura 48

Construcción e Interpretación de Gráfico Circular

5) Realicen gráficos circulares en los que se pueda visualizar con mayor claridad cómo fueron las lluvias en desde el 2003 hasta el 2012. ¿Qué información me permite ver este gráfico que no podía ver en el gráfico de barras realizado en el ejercicio 2? Copiar (ImpPant) y llevar a paint. luego cortar el gráfico y traerlo a esta guía.



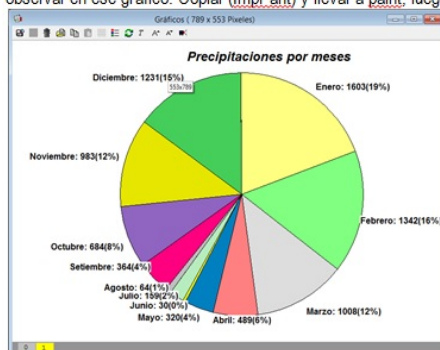
En este gráfico se puede observar el total de precipitaciones caídas en el año además del porcentaje que representa ese total sobre la lluvias caídas en los últimos diez años.

En la siguiente Figura 49 se puede observar la siguiente consigna de este Taller N°7, el gráfico realizado y las respuestas de los estudiantes

Figura 49

Gráfico e Interpretaciones sobre Precipitaciones Mensuales

Realicen un gráfico circular en los que se pueda visualizar con claridad cómo fueron las lluvias en , pero ahora en relación a los distintos meses del año. Escriban lo que pueden observar en ese gráfico. Copiar (ImpPant) y llevar a paint, luego cortar el gráfico y traerlo.



En este gráfico podemos observar el porcentaje de precipitaciones y podemos ver que los tres meses con mayores precipitaciones son:

-Enero: Los 1603 mm caídos en los enero de los últimos 10 años representan el 19% del total de las precipitaciones caídas en los últimos 10 años-

-Febrero: Con 1342mm totales, con un porcentaje de 16% sobre el total de lluvias de los últimos 10 años.

-Diciembre: Con 1231mm, con un porcentaje de 15%

Y los 3 meses con menores precipitaciones son:

-Junio: Con 30mm, con un porcentaje de 0%

-Agosto: Con 64mm, con un porcentaje de 1%

-Julio: Con 159mm, Con un porcentaje de 2%

Es decir podemos afirmar que hay mucha diferencia entre los meses con mayores precipitaciones (enero, febrero, marzo, noviembre y diciembre) con los meses de menores precipitaciones (junio, julio y agosto), ya que no sólo el sector del círculo es marcadamente mayor para los meses con mayores precipitaciones sino que también los porcentajes que les corresponde sobre el total de lluvias caídas en los últimos 10 años es también notoriamente mayor.

De manera similar y simultáneamente, los otros dos grupos de estudiantes que realizaran el Taller N°6, trabajan con los datos sobre desagotes de pozos negros en lo que la profesora denomina Taller N°8.

En el transcurso de la clase, nuevamente se pueden observar indicaciones de la profesora de matemática para trabajar sobre la guía en un archivo en Word a fin de contar con las producciones de este taller en formato digital para luego subirlas a la wiki. (V-07-11-13-a; Imagen 32)

Imagen 32

Confeción de Gráficos Circulares-Taller N°7 y 8



En la primera consigna de este Taller N°8 se solicita cargar los datos recopilados en el Taller N°6 en una planilla *Excel*. Las consignas 2 y 3 proponen:

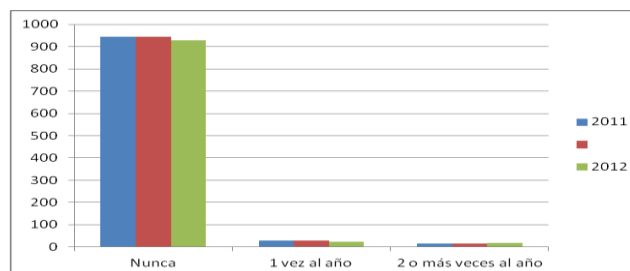
2) *Realicen gráficos de barras y seleccionen el que les parezca más conveniente para mostrar la frecuencia con la que se solicita desagote de pozos negros en La Localidad desde el 2010 hasta el 2012. Copien y peguen en esta guía que está en la wiki del proyecto el gráfico que seleccionaron.*

3) *Expliquen con sus palabras todo lo que pueden observar en el gráfico de barras que seleccionaron, todo lo que permite ver este gráfico. (Escribir la respuesta en esta actividad en la wiki) (CC-07-11-13)*

El gráfico realizado en *Excel* y las respuestas de las estudiantes a esa consigna se pueden observar en la siguiente Figura 50

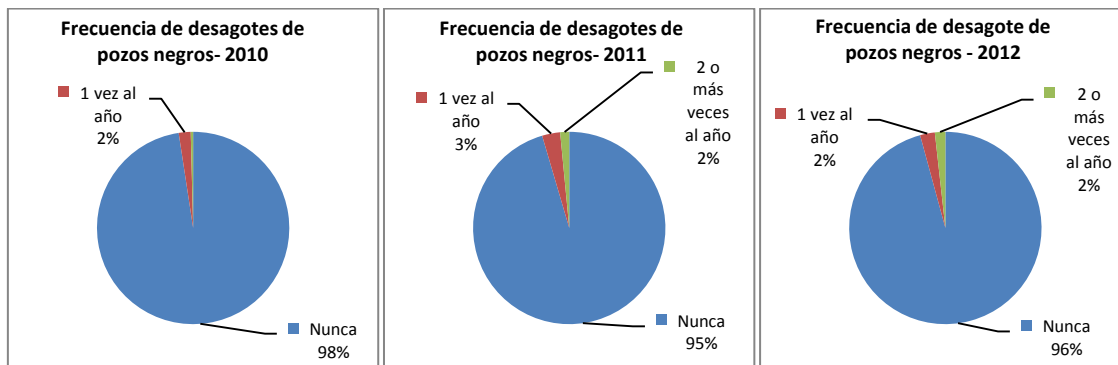
Figura 50

Confeción e Interpretación de Gráfico de Barras con Datos de Desagote de Pozos Negros



En este gráfico podemos ver mejor los resultados. Vemos que son muy pocos los hogares que necesitan desagotar sus pozos negros.

Las estudiantes realizan en *Excel* los gráficos circulares de la Figura 51 con la información disponible.

Figura 51*Gráficos sobre Frecuencia de Desagote de Pozos Negros*

En la siguiente Figura 52 se pueden observar algunas de las interpretaciones que realizan las estudiantes a partir de los gráficos sobre la frecuencia de desagotes de pozos negros.

Figura 52*Interpretaciones Acerca de la Frecuencia de Desagote de los Pozos Negros*

Estos gráficos permiten observar los porcentajes de las frecuencias de desagote. Los que no desagotan nunca sus pozos representan aproximadamente el 95% de los hogares.

Expliquen con sus palabras todo lo que pueden observar y pueden decir a partir de estos gráficos circulares.

Estos gráficos nos permiten ver que es son muy escasos los hogares que desagotan sus pozos negros en el año, aproximadamente el 2,5% desagota pocas veces (1 vez al año) y aproximadamente el 1% de los hogares desagota varias veces al año sus pozos negros.

Escriban en un texto, lo más completo y claro posible, una interpretación para explicar cómo es la frecuencia de desagote de pozos negros en [redacted] según los datos obtenidos. Utiliza el concepto de Moda si surgió en sus interpretaciones

La moda en estos gráficos es que non desagotan nunca sus pozos negros, ya que es la frecuencia que más común de observar.

En estos observatorios se pueden reconocer espacios para el empoderamiento de los estudiantes de tipo 3 (acción) y tipo 4 (crítica). Esto es, espacios de acción, de indagación, de búsqueda cuando los estudiantes exploran y seleccionan gráficos (de barras o circulares) para representar la información. Espacios para la crítica, autocrítica y reflexión cuando los estudiantes producen interpretaciones sobre la frecuencia con la que los hogares de *La Localidad* y la *Villa cercana* desagotan sus pozos negros y sobre el nivel de precipitaciones en la zona, así como las implicancias de dichas interpretaciones en relación con fenómenos o hechos tales como las precipitaciones y los pedidos de desagotes de

pozos en *La Localidad*. En el caso de los pedidos de desagote de pozos llama la atención el elevado porcentaje de hogares que no necesitan desagotar sus pozos y que fortalecería la hipótesis de existencia de una conexión entre los pozos y las napas; específicamente, que las napas pueden estar siendo recargadas por las aguas residuales que se arrojan a estos pozos. Por otra parte, el reconocimiento de que se producen escasas precipitaciones en el invierno; apoya la hipótesis de que, en caso de existir una contaminación en esta época, el río tiene menor poder de recuperación ya que el caudal disminuye en esta época. Estos tres últimos espacios se vinculan con la dimensión social del empoderamiento, específicamente con la sub-dimensión S2 (relativa a los vínculos entre matemática y/o estocástica con el contexto criticado) porque en esta instancia los estudiantes toman conciencia de que el pensamiento y el conocimiento estocástico se vinculan con aspectos de la vida diaria próximos a su contexto social. Al mismo tiempo se relaciona también con la sub-dimensión S3 (fines del uso de la matemática y/o estocástica) porque esta instancia genera condiciones para que los estudiantes tomen conciencia de que la estocástica puede ser utilizada con diversos fines o intereses vinculando la producción matemática o estocástica con el contexto social. Se vincula además con dimensiones y sub-dimensiones epistemológicas del empoderamiento. Específicamente con la sub-dimensión Es2 (quehacer estocástico) ya que la elaboración, selección e interpretación de gráficos a partir de los datos recolectados son acciones que realizan los estudiantes y que son propias del quehacer estocástico. Se reconoce además la sub-dimensión Es1 (uso lenguaje estocástico) cuando los estudiantes emplean y reconocen las nociones de promedio y moda, propias del lenguaje estocástico. Así por ejemplo, la noción del promedio les permite a los estudiantes conjeturar la cantidad aproximada de precipitaciones que pueden suceder el próximo mes, basándose en la información del promedio de las precipitaciones sucedidas en el próximo mes durante los últimos diez años. Se reconocen las sub-dimensiones S1 (enunciación valorativa y evidencias) y E2 (usos pertinentes de los conocimientos) cuando los estudiantes formulan enunciados de juicios sustentados en evidencias empíricas y logran aplicar conocimientos y habilidades estocásticas en contextos sociales particulares.

Al mismo tiempo que se evidencian espacios y dimensiones para el empoderamiento de los estudiantes, se puede reconocer que se está en la Fase 4 de

un EMEC. La presencia de esta Fase se evidencia en el momento que los estudiantes transforman los datos brutos numéricos (referidos a precipitaciones y pedidos de desagotes de pozos negros) en modelos gráficos (gráficos de barras, circulares) en busca de nuevos significados. Esto es, se está produciendo transnumeración en el sentido de Wild y Pfannkuck (1999)⁵¹. Es importante notar que el proceso de transnumeración viene mediado por el empleo de software que permite visualizar en modelos gráficos sofisticados los datos obtenidos. Una vez obtenidos los gráficos, se puede reconocer la Fase 5 de un EMEC en instancias en que los estudiantes realizan las interpretaciones de resultados volviendo a la realidad, cuando son capaces de producir conjeturas a partir del conocimiento estocástico, el conocimiento del contexto y la información disponible. Luego del trabajo por grupos, se realiza una puesta en común recuperando lo trabajado por cada uno de ellos. Este trabajo se describe en la siguiente sección.

19.8. Una puesta en común coflexión y crítica. Fase 4 del EMEC. Esta clase se desarrolla el 6 de noviembre (2013) y la profesora de matemática formula como objetivo realizar una puesta en común sobre lo trabajado en los Talleres N° 7 y N° 8. Están presentes los dos grupos de estudiantes que trabajaron el Taller 8 con los datos sobre los pedidos de desagotes de pozos negros y el grupo que trabajó el Taller 7 con los datos sobre las precipitaciones en la zona. Para la puesta en común, la profesora de matemática propone trabajar con la computadora conectada a un proyector. Solicita que cada grupo muestre el archivo *Word* producido durante estos talleres. Se espera que el resto de los estudiantes realice aportes. La profesora expresa también que la producción final de hoy es la que se va a subir a la Wiki.

Los grupos se van alternando en la presentación y van escribiendo en sus archivos Word, los aportes de sus compañeros.

Primero pasa uno de los grupos de estudiantes que trabajaron el Taller N°8. La profesora de matemática les pregunta qué observan en el gráfico de barras de la consigna 2 (Esta consigna expresa: *Realicen gráficos de barras y seleccionen el que les parezca más conveniente para mostrar la frecuencia con la que se solicita desagote de pozos negros [...] desde el 2010 hasta el 2012 [...]*)(V-06-11-13-a)

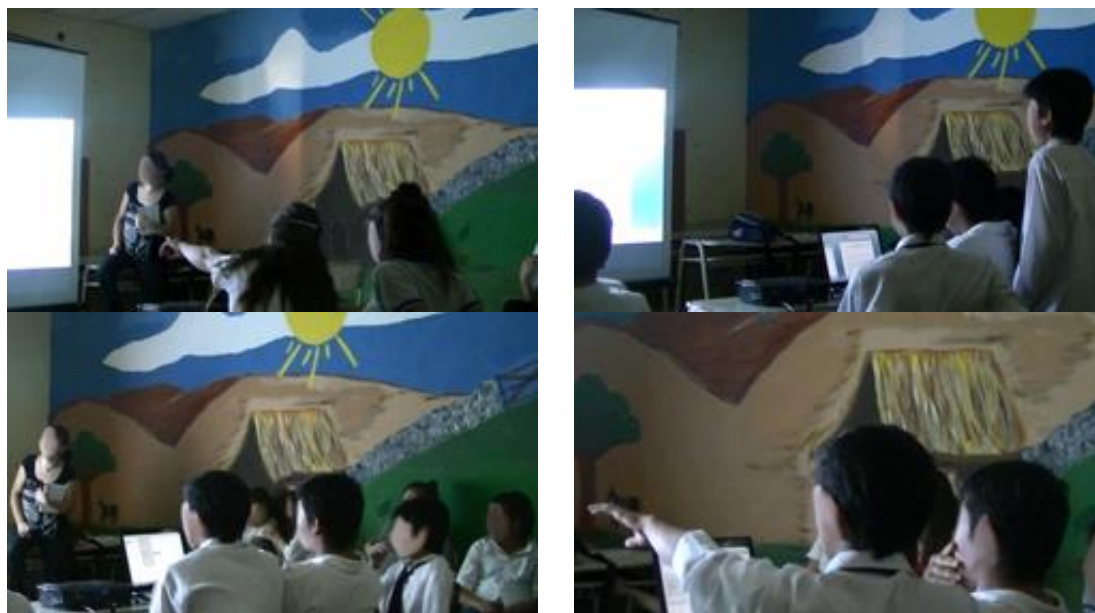
⁵¹ Estos autores refieren a la transnumeración como la capacidad de transformar los datos en diferentes representaciones en busca de nuevos significados.

En la siguiente Imagen 33 se puede observar un momento de esta puesta en común. Así por ejemplo, cuando un grupo de estudiantes muestra los gráficos circulares confeccionados, la profesora les solicita que identifiquen qué es posible observar en este tipo de gráfico y que no se puede visualizar en los gráficos de barras relacionados al desagote de pozos negros. Varios estudiantes contestan que se puede observar el porcentaje de hogares que no desagotan nunca sus pozos. Las estudiantes que están en la computadora escriben sobre la actividad de Word (V-06-11-13-b)

Al finalizar, pasa el grupo de estudiantes que trabajaran sobre el Taller N°7 y de manera similar al anterior grupo, van anotando en el Word los aportes de sus compañeros.

Imagen 33

Puesta en Común Talleres N°7 y 8



Se observan dificultades en los estudiantes para escucharse. Cuando un grupo pasa a mostrar su producción, la profesora debe hacer un esfuerzo para que los demás participen, escuchen a sus pares y emitan su opinión (Notas de clase de la investigadora). A pesar de este hecho, en esta instancia se pueden reconocer dos espacios para el empoderamiento de los estudiantes de tipo 3 (acción) y tipo 4 (crítica, autocrítica y reflexión). Se reconocen estos espacios cuando los estudiantes abren momentos de reflexión y críticas colectivas acerca de lo que realizaron al interior de cada uno de los grupos. Se observa también

un espacio tipo 5 (reformulación y/o modificaciones) cuando el colectivo curso plantea reformulaciones o modificaciones sobre las repuestas ofrecidas al interior de los grupos tomando como referencia las críticas y reflexiones colectivas.

Al mismo tiempo y mientras se desarrollan estos espacios, se pueden reconocer algunas de las dimensiones y sub-dimensiones para el empoderamiento. Si bien se vuelve a reconocer las sub-dimensiones de la dimensión epistemológica que se presentaron en los Talleres N°7 y N°8; en esta instancia se puede reconocer, en particular la sub-dimensión E1 (variación de los juicios) cuando los estudiantes producen variaciones de los juicios realizados por ellos mismos al interior de sus grupos o los realizados por sus pares; también se reconoce la sub-dimensión E2 (usos pertinentes de los conocimientos) cuando los estudiantes aplican los conocimientos y habilidades estocásticas en contextos sociales particulares como el análisis de las precipitaciones en la zona y los pedidos de desagotes de pozos negros en *La Localidad*.

19.9. Nuevas nociones estocásticas y decisiones consensuadas. Moverse entre Fase 4 y 5 del EMEC. El 13 de noviembre (2013) se realiza el último observatorio destinado a confeccionar e interpretar gráficos con los datos de las precipitaciones. Este observatorio es desarrollado en formato taller y denominado por la profesora de matemática como Taller N°9. Están presentes Gabriela, Beto, Roberto, Fabián, Camilo, Flor, María, Valeria, Laura, Nadia, Sandra, Pilar, Candela y Tomás.

Cuando la profesora se dispone a comenzar con este taller, los estudiantes plantean que están cansados, que les está resultando tedioso trabajar en esta época del año estos extensos talleres. La profesora manifiesta también su cansancio y al mismo tiempo comenta que además de este taller que se va a trabajar en esta jornada empleando los datos de las precipitaciones, falta uno de los trabajos más importantes para el proyecto como son los análisis de los muestreos de agua superficial y del agua potable. Pero, que todo esto no se puede hacer sin la voluntad y predisposición de los estudiantes y en ese caso, propone dejar estos análisis para realizarlos el próximo año al inicio del ciclo escolar. Los estudiantes expresan que prefieren terminar este año con estos análisis. Flor y María proponen alternativas para la organización de la clase

tomando como referencia que en los Talleres N°7 y 8 si bien algunos grupos tenían tareas diferentes, dos grupos realizaron lo mismo. La profesora, que en su momento habría justificado las tareas repetidas en el control de la carga de datos, expresa que en principio esperaba dividir las tareas para repartir los análisis de desagotes de los pozos, de las precipitaciones y de los resultados de agua potable y del río. Y agrega, considerando que de esa forma todos tendrían distintas tareas pero, al no disponer de todos los resultados de agua, ya que los últimos análisis de agua potable aún no se los han entregado; tomó la decisión de organizar los Talleres N°7 y 8 sólo con los datos de los desagotes de pozos y de las precipitaciones, por ende quedaron actividades repetidas. Luego la profesora trae a colación el hecho de que cuando se trabaja en actividades diferenciadas, es necesaria una instancia de puesta en común y que en esa instancia cuesta mucho que se escuchen. Una estudiante explica que ese no escucharse se debe a que grupos distintos hicieron lo mismo. Ante esta justificación, la profesora pregunta si ante una misma tarea todos responden lo mismo. Beto dice *No*. Ante esta respuesta, la profesora expresa que es necesario acordar que si se decide trabajar en grupos diferentes, luego todos tienen que asumir el compromiso de escucharse durante la puesta en común. Beto expresa que eso no sucede. La profesora refuerza que eso es un problema del que se tienen que hacer cargo y se produce el siguiente diálogo:

Beto: *por eso dije que no.*

Profesora: *por eso es que, si bien fuimos organizándonos de distinta manera, ahora he decidido que trabajen en grupos pequeños para que todos se interioricen de las tareas; porque el objetivo aquí no es evaluar y ver quién hizo más o menos, sé que todos han puesto onda y ganas; el objetivo es que todos aprendan lo que más puedan.*

Luego la profesora les pide que escriban en un papelito sin consultar con sus compañeros, lo que cada uno siente, qué prefiere hacer en este momento, si prefieren dejar para terminar el próximo año o terminar de analizar los datos este año. Beto dice: *¿por qué en un papelito?, levantemos la mano.* A lo cual asienten sus compañeros y la profesora propone que levanten la mano los que quieren que se termine este año. Como se observa en la Imagen 34 todos, levantan la mano. La profesora dice eso significa que se van a poner las pilas para hacer todo, desde hoy para lograr completar el Taller N°9. (V-13-11-13-a).

Imagen 34

Votación para Decidir Cómo Seguir



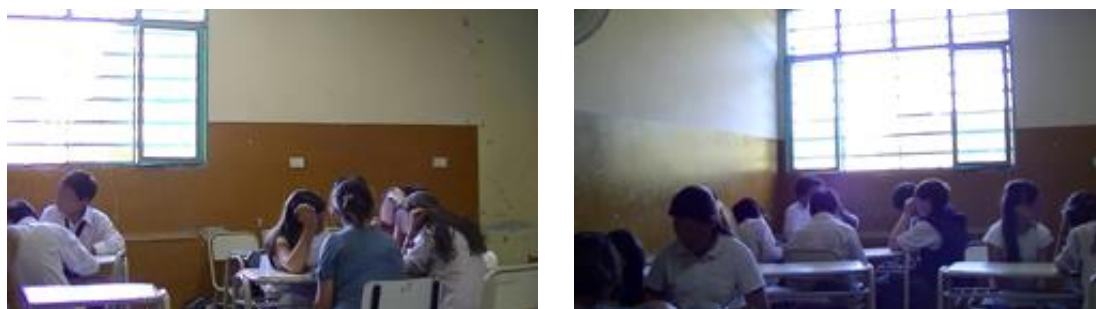
El conflicto vivido es interpretado por la profesora como una oportunidad para darles la palabra a los estudiantes y renovar el compromiso de ellos con el proyecto. Se pone en evidencia el deseo de los estudiantes de concluir en este ciclo lectivo con el proyecto a fin de ver el fruto del extenso trabajo realizado (Notas de Campo, 13-11-2013)

De este modo se inicia la organización del trabajo en pequeños grupos para realizar las actividades de este Taller N°9 que se desarrolla durante dos clases.

Los cuatro varones trabajan juntos. Las chicas se agrupan en grupos de dos o tres integrantes como se observa en la Imagen 35 (V-13-11-13-b)

Imagen 35

Grupos Formados para Realizar las Tareas del Taller N°9



La primera consigna del Taller N° 9? propone:

Uno de los gráficos estadísticos que permite representar y visualizar gráficamente el promedio es el gráfico de cajas (blox-splot). Este gráfico incluye además del promedio (que lo muestra con una cruz dentro de la caja), el menor de los registros de lluvias del mes o del año (el bigote inferior de la caja), el mayor registro de lluvias (el bigote superior de la

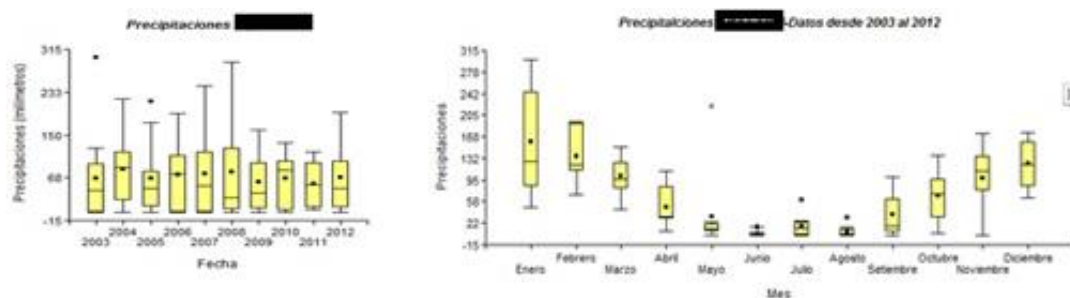
caja) y realiza una división del resto de las precipitaciones en cuatro grupos dónde en cada uno se incluye el 25% de todas las lluvias registradas en ese mes o año. Utilicen este gráfico para contestar las siguientes cuestiones:

a) En el año 2012. ¿Entre cuántos milímetros estuvo el 75% de las precipitaciones?. Analiza este porcentaje de precipitaciones en los últimos cuatro años ⁵² (CC-13-11-2013)

Con los datos cargados en *InfoStat* los estudiantes confeccionan e interpretan gráficos de cajas con los datos de las precipitaciones de *La Localidad*. A partir de ellos se pueden constatar las ventajas de este tipo de gráficos. Por ejemplo, los estudiantes confeccionaron gráficos como los de la Figura 53.

Figura 53

Gráficos de Cajas con Datos de Precipitaciones



Los estudiantes manifestaban que el año 2004 debería verse como el año con mayores precipitaciones pues en ese año se había vivenciado el mayor creciente del río de todo este período (esta información la tienen por sus recuerdos y vivencias). Con el primer gráfico, los estudiantes pueden analizar las ventajas de este tipo de gráfico ya que les permite observar que no se puede afirmar que en el año 2004 se presentaron mayores precipitaciones que en los demás, no sólo porque los puntos que representan los promedios anuales no presentan grandes diferencias sino porque todos los años poseen aproximadamente un 50% de precipitaciones coincidentes. El gráfico a la derecha de la Figura 53 permite por ejemplo interpretar el sentido de la

⁵² No se considera la interpretación de los gráficos de cajas mediante el rango intercuartílico ya el objetivo es que los estudiantes puedan tener un primer acercamiento a este tipo de gráficos antes que profundizar en su análisis.

mediana. A partir de este gráfico los estudiantes pueden afirmar que el 50% de las lluvias del mes de enero (en los últimos diez años) fueron menores a 132 mm (que corresponde al valor de la mediana para el conjunto de datos presentados). Se pueden contrastar las observaciones o afirmaciones, con datos de la realidad, utilizando el concepto de clima estudiado en geografía. Con esa información, verifican que *La Localidad* posee un *clima templado serrano*, con lo que, los meses que presentan mayores precipitaciones son noviembre, diciembre, enero y febrero, ya que, la mitad de las precipitaciones observadas en esos meses, están por encima del 50% de las precipitaciones observadas en los otros meses del año. Además del sentido pedagógico de estas actividades, también se analiza el sentido de la tarea para la indagación de las cuestiones formuladas.

Debido a la falta de conectividad a internet y a la falta de computadoras para todos los grupos de estudiantes, la profesora va trasladando una computadora y colaborando en la confección de los gráficos de cajas con *InfoStat*. En un momento, cuando pueden construir los gráficos de cajas pedidos, Beto aplaude y Camilo levanta las manos como se observa en la siguiente Imagen 36. (V-13-11-13-c).

Imagen 36

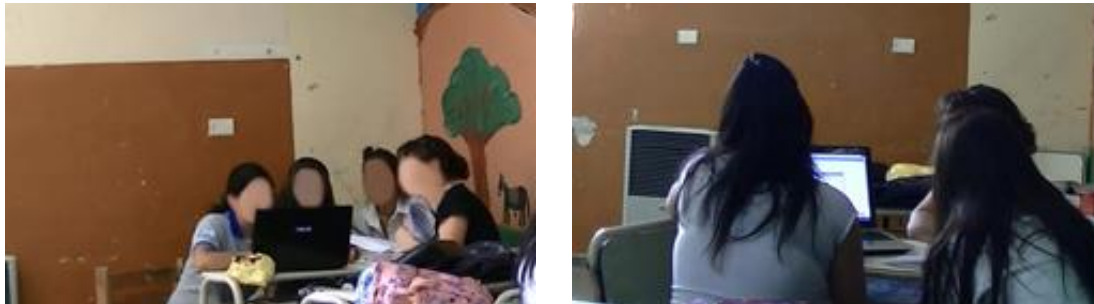
Festejando la Construcción de Gráficos de Cajas.



Mientras que en la Imagen 37 se puede observar el uso compartido de la computadora de modo que todos tengan la oportunidad de construir en *InfoStat* los gráficos de cajas.

Imagen 37

Uso Compartido de Computadora Disponible



En este observatorio se pueden reconocer espacios para el empoderamiento de tipo 3 (acción) y tipo 4 (crítica). Esto es, espacios de acción, de indagación, de búsqueda ya que se hacen evidentes acciones motivadas por búsquedas o indagaciones sobre las precipitaciones en la zona. También espacios para la crítica, autocrítica y reflexión cuando los estudiantes producen reflexiones colectivas acerca de las implicancias en los entornos próximos (por ejemplo al decir que el mes de enero es el mes en el que se registran mayores precipitaciones) y de las ventajas de este tipo de gráfico para establecer comparaciones de precipitaciones entre años o entre meses diferentes (por ejemplo cuando expresan que en todos estos años el 75% de precipitaciones se mantienen en aproximadamente 80 mm). En estos espacios de acción y reflexión se evidencian las distintas dimensiones y sub-dimensiones descritas para el empoderamiento. Para la dimensión Estocástica, se reconoce la sub-dimensión Es2 (quehacer estocástico) cuando los estudiantes confeccionan gráficos de cajas; la sub-dimensión M3 (argumentación) cuando los estudiantes proponen argumentos basados en la información recolectada para expresar que no es posible afirmar que el año 2004 fue un año con mayores precipitaciones que en el resto de los años. Para la dimensión social S se reconoce la sub-dimensión S1 (enunciación) cuando los estudiantes reconocen el juicio apresurado expresado en un taller anterior sobre las precipitaciones anuales (al decir que el año 2004 era un año con mayores precipitaciones en el Taller N°7). También reconocen la ventaja del uso de gráficos de cajas cuando se intenta establecer comparaciones (por ejemplo reconocen que el año 2004 no presenta grandes diferencias con relación al resto de los años o que el mes de enero es un mes donde las precipitaciones son menores que en los otros meses del año); las

sub-dimensiones S2 (vínculo entre estocástico y contexto) y S3 (fines de uso de la estocástica) se manifiestan cuando los estudiantes logran observar que el pensamiento y el conocimiento estocástico se vinculan y puede ser utilizados con diversos fines o intereses vinculando la producción estocástica con aspectos de la vida diaria próximos a su contexto social. Eso se hace evidente cuando afirman que enero es el mes que más llueve y junio es el mes que menos llueve en esta zona. Para la dimensión epistemológica E se puede reconocer la sub-dimensión E1 (variación de juicios) cuando los estudiantes y modifican el juicio apresurado por otro fundado en el análisis que permite realizar el gráfico de cajas; y la sub-dimensión E2 (usos pertinentes de conocimientos) cuando en toda la clase se puede observar que los estudiantes logran aplicar los conocimientos y habilidades estocásticas en contextos sociales particular como es el estudio de las precipitaciones.

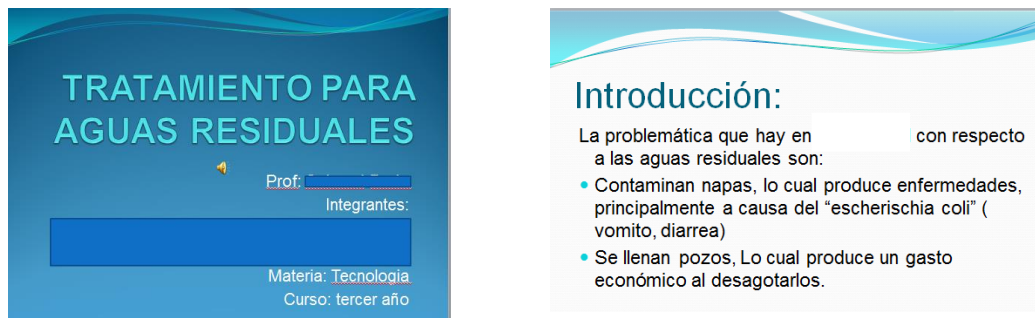
Por otra parte, en esta clase se reconoce un trabajo centrado en la Fase 5 de un EMEC cuando se realizan interpretaciones con los resultados de los datos de las precipitaciones volviendo a la realidad. Se puede evidenciar una integración entre el conocimiento del contexto y conocimiento estocástico cuando, a partir de los datos y el análisis exploratorio, los estudiantes producen implicaciones como la relación entre las precipitaciones observadas en los datos con el clima de la zona (este hecho se hace evidente cuando los estudiantes indican que las precipitaciones de *La Localidad* se corresponden a las que presenta un clima templado).

En la siguiente sección se presentan los resultados obtenidos en torno a los análisis de agua superficial y potable tanto en *La Localidad* como en la *Villa cercana* y se completa el último taller del ciclo lectivo 2013.

19.10. Primera instancia de comunicación de resultados parciales y Reunión con el secretario de gobierno de la Municipalidad. En Fase 7 del EMEC. Durante los días 20 y 21 de noviembre de 2013 los estudiantes participan en la muestra que se realiza en la escuela. En esta muestra realizan una presentación en *PowerPoint* que se inicia con la carátula e introducción que se observa en la siguiente Figura 54. En este caso se selecciona la presentación realizada en el marco de la asignatura educación tecnológica.

Figura 54

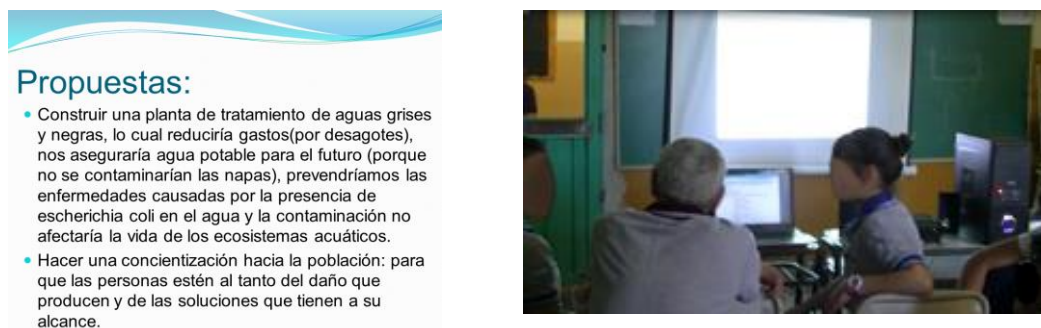
Inicio de Presentación de estudiantes en Noviembre 2013



En esta presentación los estudiantes cuentan sobre lo que aprendieron sobre los dos tipos de aguas residuales (negras y grises); sobre los distintos tipos de tratamientos para estas aguas residuales; sobre las consecuencias por liberar estas aguas al medio ambiente y por la presencia de este tipo de aguas en los ríos. Esta presentación finaliza con algunas propuestas que se pueden observar en la siguiente Figura 55.

Figura 55

Comunicando Avances



A esta muestra institucional asisten tanto padres, miembros de la comunidad local y estudiantes de la escuela primaria de *La Localidad* como se puede observar en la siguiente Imagen 38.

Imagen 38

Presentación para Estudiantes de la Escuela Primaria



En esta muestra institucional se realiza una reunión de los estudiantes con el secretario de gobierno de la municipalidad. Esta reunión surge a partir del diálogo entre los tres profesores con la intendenta municipal. Los profesores informan a la intendenta que una vez que la universidad entregue todos los resultados de los dos muestreos, los estudiantes realizarían un taller para poder analizar los resultados. En los primeros análisis se puede observar que el agua superficial e incluso el agua potable no se encuentran libre de contaminación. En esta reunión con la intendenta, se reitera la voluntad que siempre estuvo presente en todos los partícipes del proyecto para contribuir y poder aportar a la comunidad. Se le solicita además buscar una manera para que tanto los estudiantes como la comunidad comprenda que el estudio es acompañado y apoyado desde el municipio. La Intendenta agradece la información y pregunta si existe la posibilidad de que desde el municipio se acuda a la escuela para manifestar el apoyo del municipio a las acciones que se están realizando en el marco del proyecto. Este encuentro se realiza el 20 de noviembre de 2013, coincidiendo con la muestra institucional. El secretario de gobierno de la municipalidad acude a la escuela para hablar con los estudiantes y profesores partícipes del proyecto que estaban presentes ese día.

Están presentes este día Flor, Nadia, Yamila, Fabián, María, Beto, Tomás, Roberto, Camilo, Vanina, Valeria, Gabriela, Laura, Pilar. También está presente el profesor de educación tecnológica Diego.

Comienza la reunión la profesora de matemática expresando el motivo de la invitación hacia las autoridades municipales, ella expresa que la idea de ese encuentro surge cuando se llevan los primeros resultados de los análisis de agua al municipio. En esa instancia las autoridades comentan sobre procedimientos

realizados y a realizar por el municipio motivados por algunos resultados parciales sobre los análisis de agua que se están realizando en el marco del proyecto. Expresa además que la idea es dar el espacio para que los estudiantes tengan la posibilidad de ser escuchados y que el municipio tenga la posibilidad de transmitirles lo que hacen y lo que esperan poder hacer en relación con la calidad del agua en *La Localidad*. (V-20-11-13-a). Luego de esa introducción, el secretario de gobierno expresa:

Tal cual lo anunció la profesora, nosotros observamos algunos resultados que ustedes van a estar analizando la semana que viene, observamos que la calidad del agua no era lo que nosotros pensábamos que podría estar sucediendo y que nos hizo, como municipio, abrir los ojos y empezar a hacer controles muchos más estrictos debido al estudio de los análisis que están haciendo ustedes [...] ¿Qué observamos con eso? Tal cuál dice la profesora hay cosas que salieron bien y otras que están mal, lo cual nos hizo observar que uno de los problemas es que el proveedor que nos estaba vendiendo en este caso el cloro con menos volumen que el que tendría que tener [...] cuando nosotros cambiamos esto según el primer análisis que nos presentaron es que por eso en el segundo muestreo de tomas domiciliarias van a ver que hay diferencias. En el tema del río, bueno no podemos cambiarlo, lo que sí vamos a hacer nosotros, tal cual lo hablamos con la profesora en la municipalidad, es una vez que ustedes tengan los análisis finales que es lo que se van a encargar los profesores de trabajar con ustedes, es adjuntarlo a la carpeta del proyecto de cloacas que tenemos para presentar tanto a la nación como a la provincia que es lo que nos preocupa para el cuidado del río... Como siempre hay que empezar por casa, nosotros como municipio, todos los baños que dan a la costanera. Estamos anulando los pozos ciegos y poniendo cisternas plásticas. Eso ya se terminó en los dos vaditos y el martes están por cambiar el grupo grande dónde están los asadores... Eso ya se está trabajando desde que se presentó un grupo de profesores y un grupo de ustedes en el municipio y dijimos que íbamos a trabajar en esto, ya el 50% de estos trabajos ya están terminados y el otro 50% estaríamos arrancando el día martes. Pero sí estaríamos necesitando que una vez que ustedes tengan todo, presenten esa carpeta al municipio [...] A nosotros

nos sirven ... para mostrar que hoy el pueblo tiene esta problemática, si bien esto surge de un trabajo de alumnos de tercer año, se están preocupando por el pueblo, están trabajando en conjunto con el municipio, por eso cuando ustedes fueron al municipio, desde el primer momento dijimos tienen el apoyo del municipio, tanto económico como lo hicimos en este último muestreo como poner todo a disposición para lo que necesiten [...] (V-20-11-13-b)

En la siguiente Imagen 39 se puede observar el momento en que el secretario de gobierno del municipio habla con los estudiantes

Imagen 39

Visita del Secretario de Gobierno



El profesor de educación tecnológica les solicita a los estudiantes que comenten sobre lo que están estudiando desde esta asignatura. Ellos hablan de las diferencias entre aguas negras y aguas grises así como los tipos de contaminación en cada tipo de agua. Cuentan también la experiencia del vecino que ha construido cámaras para tratar aguas grises (V-20-11-13-c)

Luego, el profesor de educación tecnológica comenta que está a la venta un sistema de biodigestores que son sistemas de saneamiento domiciliarios y que permiten el tratamiento de aguas negras y lo que se logra luego de ese tratamiento es agua para riego. Indica también que el costo de acceder a ese

sistema, en relación con la instalación y mantenimiento de pozos negros, no tiene demasiada diferencia. (V-20-11-13-d).

Al final del encuentro, los estudiantes le entregan una nota al secretario dónde se devuelve al municipio una planilla propuesta por ellos para organizar los pedidos de desagote de pozos que recibe el municipio de manera que facilite posteriores análisis. Beto dice: *profe, nos tiene que quedar una copia para nosotros* (V-20-11-13-e).

Se observa un espacio para el empoderamiento de los estudiantes en la dimensión social, específicamente la subdimensión S1 (enunciación valorativa) en este encuentro porque les permite ver que el trabajo de ellos es valorado y apoyado desde las autoridades municipales. Se reconoce también un espacio para el empoderamiento de los estudiantes tipo4 (crítica-reflexión) cuando los estudiantes participan de momentos de reflexión y críticas colectivas acerca de las acciones que implicaron que el municipio local revise y modifique el proceso de potabilización que se realizaba.

En la siguiente sección se describe la instancia de análisis que efectúan los estudiantes a partir de los datos de los análisis biológicos de los dos muestreos de agua superficial y potable.

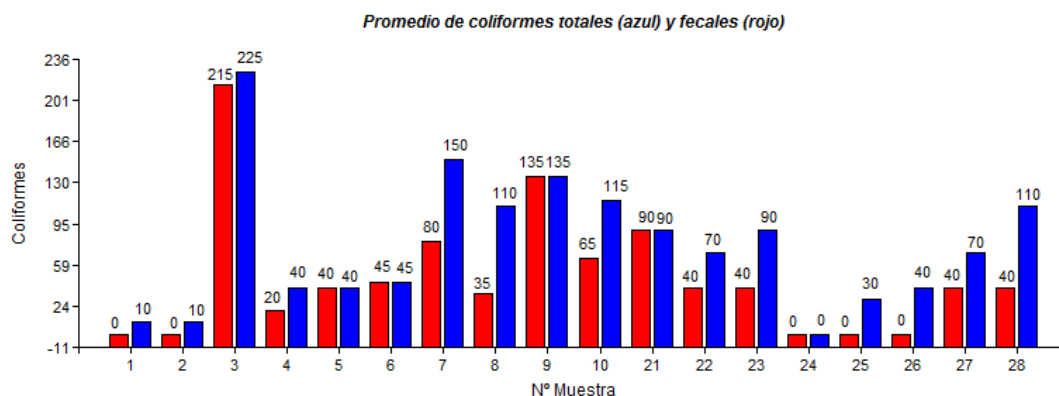
19.11. Observatorios con los resultados de los análisis del agua. En Fases 4 y 5 del EMEC. Finalmente, y por decisión de los estudiantes, el día 2 de diciembre (2013) se realizan los observatorios mediante formato Taller N°10 para analizar los datos de los análisis de los muestreos de agua superficial y del agua potable. Para desarrollar estos observatorios, los estudiantes trabajan en cuatro grupos. Para agilizar el tiempo disponible para este observatorio, la profesora de matemática trae impreso los gráficos que solicita realizar en las diferentes consignas. Se solicita a los estudiantes que interpreten estos gráficos y cuando tengan disponibilidad de la computadora, confeccionen dichos gráficos haciendo uso del software *InfoStat*.

Uno de los grupos trabaja con los datos de los análisis de agua superficial en el río de *La Localidad* construyendo e interpretando gráficos de barras que permitieran visualizar los resultados de coliformes totales y fecales en los distintos puntos del muestreo. Además, realizan histogramas con los resultados de coliformes fecales. Este grupo estuvo integrado por Sandra, María y Flor.

La primera consigna solicita utilizar los datos obtenidos en los dos muestreos realizados para construir un gráfico de barras que permita visualizar las variables coliformes totales y coliformes fecales para cada uno de los puntos de muestreo realizados. En este caso, como en los anteriores utilizan *InfoStat* para realizar el gráfico de la Figura 56. Para cada número de muestra se representa el promedio de coliformes encontrado en los dos muestreos realizados (fin de invierno y primavera):

Figura 56

Gráfico con Datos sobre Coliformes Totales y Fecales en cada Número de Muestra



A partir de este gráfico las estudiantes mencionan los sitios en los que se encuentra mayor presencia de coliformes totales y fecales; algunos de ellos son coincidentes con lo esperado (como por ejemplo el balneario) y otros sitios que llaman su atención, como el caso del punto 3 que se encuentra en el inicio del río en estudio y en la *Villa cercana*, en la que se encuentran los niveles más elevados de la muestra tanto de coliformes totales como fecales.

Las estudiantes expresan que la cantidad de coliformes fecales y totales encontrados cada 100ml en el agua del río están dentro de lo permitido por DIPAS⁵³ para aguas superficiales. Pero que si se comparan los coliformes obtenidos con los coliformes en las muestras 1 y 2 que son las que nos ofrecen el fondo natural de la calidad del agua (en la Figura 27 se puede observar que estos dos puntos están situados en los Afluentes 1 y 2 respectivamente y corresponden a zonas sin contaminación urbana), vemos que es considerablemente mayor en la gran mayoría de las muestras recolectadas. Esto es así, excepto en el punto 24

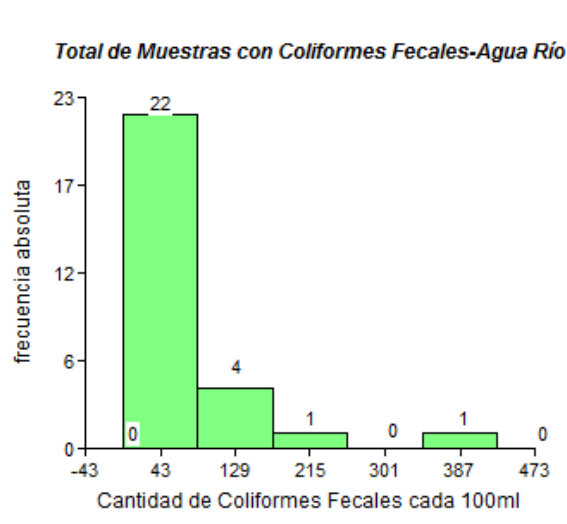
⁵³DIPAS considera permitido para aguas superficiales en el caso de coliformes totales, debe ser menor a 5000 cada 100ml de agua y para coliformes fecales deben ser menor a 1000 cada 100 ml de agua.

(ver Figura 27) que se encuentra ubicado en zona intermedia entre las dos zonas urbanas, o estrato 3, lo suficientemente alejado de la *Villa cercana* y antes de *La Localidad* como para dar tiempo al río a que recupere su calidad natural.

La segunda consigna para este grupo de estudiantes solicita realizar un histograma que permita ver entre qué valores se encuentran los coliformes fecales en los muestreos realizados. En la Figura 57 se observa el gráfico que realizan las estudiantes:

Figura 57

Histograma con Datos de Coliformes Fecales en Agua Superficial



En la siguiente Figura 58 se pueden observar algunas de las interpretaciones de las estudiantes:

Figura 58

Interpretaciones de los Estudiantes sobre Histograma de Coliformes Fecales

a) ¿Cómo interpretan la primera y segunda barra de este histograma?

En 22 muestras encontramos aproximadamente 43 coliformes fecales (primera barra)

En 4 muestras encontramos aproximadamente 129 coliformes fecales (segunda barra)

Lo más común de encontrar es 43 coliformes fecales cada 100ml. Este valor recibe el nombre de moda.

La fracción que muestra la parte del muestreo en la que se encontraron alrededor de 43 coliformes es $\frac{22}{28} = 0,78$

Esto nos dice que en el 78% de las muestras se encontraron alrededor de 43 coliformes fecales cada 100ml.

Otro de estos grupos de estudiantes estuvo integrado por Fabián, Tomás, Pilar y Vanina. Este grupo trabaja con los resultados de los análisis de agua superficial en *La Localidad*.

La primera consigna de este grupo expresa:

A partir de las tablas con los resultados obtenidos en los muestreos realizados en setiembre y en octubre, construye utilizando Infostat un gráfico circular que permita visualizar las variables presencia de Escherichia Coli en cada uno de los meses en que se realizaron los muestreos

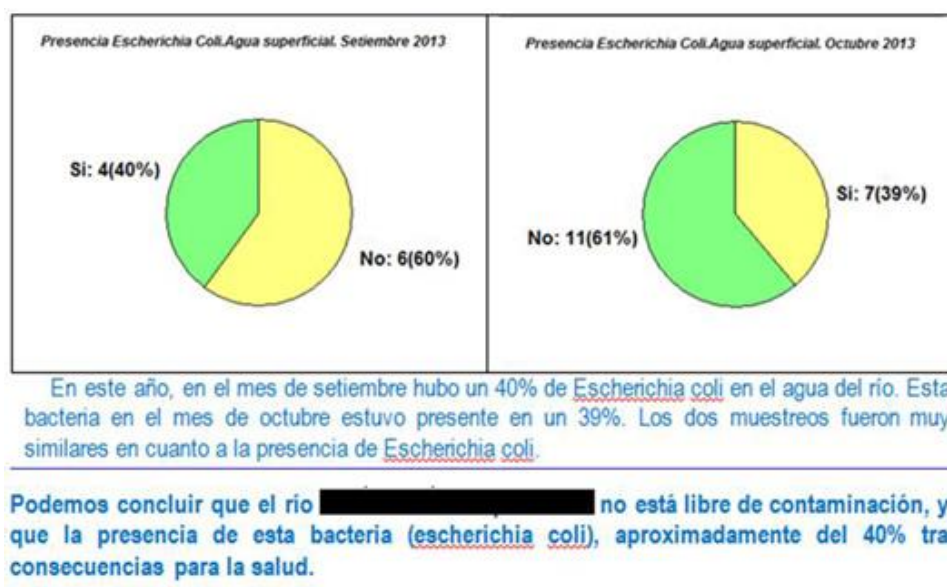
Luego a partir del gráfico realizado, contesta:

¿Qué porcentaje de las muestras realizadas en el mes de setiembre tuvieron presencia de Escherichia Coli? ¿Qué porcentaje de las muestras realizadas en el mes de octubre tuvieron presencia de esta bacteria? ¿Que pueden concluir con estas respuestas?. (CC-02-12-2013)

En la siguiente Figura 59 se muestra el gráfico realizado así como la respuesta ante esta primera consigna

Figura 59

Gráficos Circulares e Interpretaciones con Datos del Agua Superficial en el Río de La Localidad



Este grupo también realiza histogramas e interpretaciones con los datos de coliformes fecales presentes en el agua del río en *La Localidad* de manera

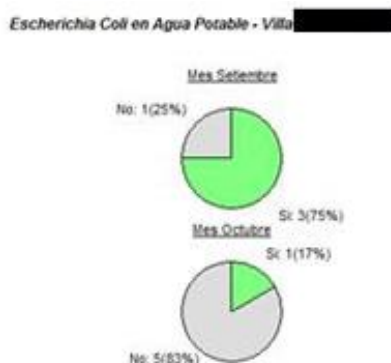
similar al grupo anterior que los lleva a concluir: *el 78% del muestreo tienen aproximadamente 54 coliformes totales en el agua del río.*

Otro grupo de estudiantes realiza, de manera simultánea, los análisis con los resultados de los análisis de agua potable en la comuna que se encuentra al inicio del río en estudio. Este grupo está integrado por Candela, Nadia y Gabriela.

La primera consigna solicitaba construir en *InfoStat* un gráfico circular que permita visualizar la variable *presencia de E. coli* en cada uno de los meses en que se realizaran los muestreos. En la siguiente Figura 60 se observa el gráfico construido:

Figura 60

Gráficos Construidos por los Estudiantes con Datos sobre Agua Potable en Villa cercana



Las interpretaciones que realizaron las estudiantes a partir de este gráfico se pueden observar en la siguiente Figura 61:

Figura 61

Interpretaciones sobre el Gráfico de la Figura 60

El 75% en el mes de setiembre tuvieron presencia de Escherichia coli.
 En el mes de octubre, tuvieron presencia de esta bacteria el 17% de las muestras.
 Hay un 25% de agua potable apta para el consumo en el mes de setiembre y un 83% en el mes de octubre. Es decir
 que el 75% del muestreo de agua potable realizado en setiembre no estaba apta para el consumo, en cambio en el mes de octubre el 17% no estaba apta para el consumo

En la siguiente Figura 62 se pueden observar algunos de los interrogantes así como las respuestas (en azul) ofrecidas por los estudiantes relacionados al gráfico realizado:

Figura 62

Preguntas y Respuestas sobre Datos de Agua Potable en la Villa cercana.

Sabiendo que el municipio manifestó una gran preocupación ante los primeros resultados de los análisis de agua potable y realizó acciones para mejorar los resultados obtenidos en ese primer muestreo. ¿Consideran que esas acciones mejoraron los resultados?

Si ayudó porque no sólo nosotros trabajamos en esto y además sirvió para que el municipio busque dónde está el error y se preocupen para que el agua esté en perfecto estado.

¿Qué pueden concluir en relación a la calidad del agua potable en [redacted]?

No está en perfectas condiciones para el consumo.

¿Creen que las acciones realizadas por el municipio local para mejorar la calidad del agua potable fueron suficientes para resolver el problema? ¿Porqué?^

No resolvieron el problema en su totalidad porque aunque aumentó el porcentaje de muestras aptas, no llegó al 100%.

¿Qué creen que se debería hacer para poder resolver el problema encontrado en el agua potable?

Se debería ver cuál es el problema que está sucediendo por el cual el agua potable no es el 100% apta para el consumo y buscar la ayuda que sea necesaria para resolver el problema con el agua potable

Otro de los grupos estuvo integrado por Valeria, Laura, Roberto, Beto y Camilo. Este grupo trabajó de manera simultánea con los resultados del agua potable en *La Localidad* donde se encuentra la escuela. En la siguiente Imagen 40 y en el video V-02-12-13-a se puede observar el momento en el que los estudiantes cargan y guardan los datos en la computadora para realizar los análisis:

Imagen 40

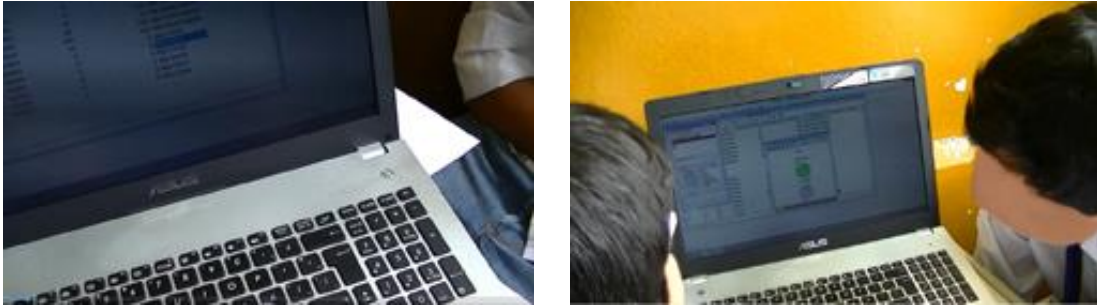
Carga de Datos en InfoStat



En el video V-02-12-13-b y en la siguiente Imagen 41 se observa cuando los estudiantes construyen con *InfoStat* los gráficos circulares de E. coli en agua potable en *La Localidad*.

Imagen 41

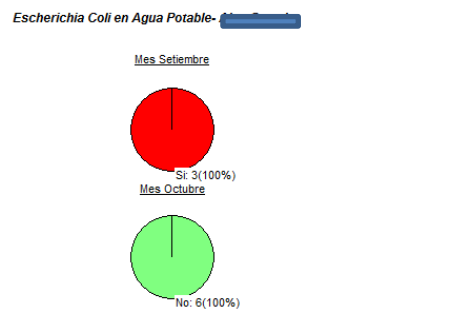
Construyendo Gráfico con Datos de Agua Potable de La Localidad



Este grupo de estudiantes construye los gráficos circulares de la Figura 63 para visualizar la variable *presencia de Escherichia Coli* en cada uno de los meses en que se realizaron los muestreos.

Figura 63

Gráficos Construidos con Datos de Agua Potable de La Localidad



En la siguiente Figura 64 se pueden observar algunas de las interpretaciones de los estudiantes:

Figura 64


Interpretaciones de los Estudiantes Vinculadas a E. coli en el Agua Potable de La Localidad

El 100% de las muestras del mes de setiembre y el 0% en el mes de octubre tuvieron presencia de Escherichia coli.
 Hubo un gran cambio en los dos muestreos.
 En el mes de setiembre el agua no estaba apta para tomar. En octubre no hubo escherichia coli pero si vemos en los datos que hubo presencia de otras bacterias en algunas muestras.

En la siguiente Figura 65 se pueden observar algunos de los interrogantes así como las respuestas ofrecidas por los estudiantes relacionados al gráfico realizado:

Figura 65

Preguntas y Respuestas sobre Agua Potable en La Localidad

¿Qué pueden concluir en relación a la calidad del agua potable en los muestreos realizados en ?

Que hay que seguir controlando la calidad del agua potable para ver que el problema encontrado en el primer muestreo no vuelva a aparecer

¿Creen que las acciones realizadas por el municipio local para mejorar la calidad del agua potable fueron suficientes para resolver el problema?. ¿Porqué?

Sí, pero se tendría que seguir controlando todos los meses la calidad del agua potable.

¿Qué creen que se debería hacer para poder resolver el problema encontrado en el agua potable?

Se debería hacer un buen tratamiento al agua potable de manera más continua y verificar que los afluentes no estén contaminados y analizar las causas si es que hay contaminación en el agua de río.

En esta última clase del segundo momento se pueden reconocer espacios para el empoderamiento de tipo 3 (acción) y tipo 4 (crítica). Esto es, espacios de acción, de indagación, de búsqueda ya que se hacen evidentes acciones motivadas por búsquedas o indagaciones sobre la calidad del agua superficial y potable. También espacios para la crítica, autocrítica y reflexión cuando los estudiantes producen reflexiones colectivas acerca de las implicancias en los entornos próximos. En estos espacios de acción y reflexiones se evidencian las distintas dimensiones sub-dimensiones descriptas para el empoderamiento. Para la dimensión Estocástica, se reconoce la sub-dimensión Es2 (quehacer estocástico) cuando los estudiantes confeccionan gráficos de barras, circulares e histogramas; la sub-dimensión M3 (argumentación) cuando los estudiantes proponen argumentos basados en la información recolectada para expresar que el agua superficial o potable no se encuentran libres de contaminación. Para la dimensión social S se reconoce la sub-dimensión S1 (enunciación valorativa y evidencias) cuando los estudiantes expresan juicio sustentado en los datos contruidos que desde el inicio, las muestras del río estudiado poseían contaminación de origen fecal; las sub-dimensiones S2 (vínculos entre la estocástica y el contexto criticado) y S3 (fines de uso de la estocástica) cuando los estudiantes logran observar que el pensamiento y el conocimiento

estocástico se vinculan y pueden ser utilizados con diversos fines o intereses vinculando la producción estocástica con aspectos de la vida diaria próximos a su contexto social. Para la dimensión epistemológica E se puede reconocer la sub-dimensión E1 (variación de los juicios) cuando se evidencian variaciones de los juicios de los estudiantes como por ejemplo en relación con sus argumentos iniciales que la contaminación se produciría en verano y observar que aún en épocas no estivales se puede encontrar contaminación sin la afluencia del turismo; y la sub-dimensión E2 (usos pertinentes de los conocimientos) cuando en toda la clase se puede observar que los estudiantes logran aplicar los conocimientos y habilidades estocásticas en contextos sociales particulares como es el estudio de la calidad del agua superficial y potable.

Por otra parte, en esta clase se reconoce un trabajo centrado en la Fase 5 de un EMEC cuando se realizan interpretaciones con los resultados de los datos de los análisis de agua superficial y agua potable volviendo a la realidad. Se puede evidenciar una integración entre el conocimiento del contexto y conocimiento estocástico cuando, a partir de los datos y el análisis exploratorio los estudiantes producen implicaciones como la necesidad de continuar controlando la calidad del agua del río y del agua potable. Se encuentra también una cierta inmersión en Fase 6.

Este observatorio es el cierre de este segundo momento y coincide con la finalización del ciclo lectivo 2013. En la siguiente sección se informa sobre el tercer momento sucedido durante el ciclo lectivo 2014. Este momento está centrado en la comunicación de lo vivido por parte de los participantes.

20

Tercer momento

Comunicar la construcción colectiva

En esta sección se describen las instancias en las que se planifica y toman algunas decisiones sobre cómo comunicar el proyecto realizado y sus resultados. En el 2014, los profesores proponen a los estudiantes participar, con el proyecto desarrollado en 2013, en la Feria de Ciencias que se organizan todos los años desde el Ministerio de Educación de la provincia. Esta propuesta es aceptada por los estudiantes con mucho entusiasmo. En la siguiente sección se describen

diferentes instancias de preparación para poder concretar esta participación. En la subsección 20.2 se sintetizan aspectos vinculados a la participación en las instancias regional y provincial de feria de ciencias y en la subsección 20.3 se sintetiza un proceso de coflexión (Skovsmose y Valero, 2012), generado por la participación en ferias de ciencias.

20.1. Revisión, planificación y organización de la comunicación. En marzo de 2014 los estudiantes se encuentran cursando el cuarto año de estudios secundarios. La profesora de geografía de tercer año que participa en el proyecto es también profesora de Formación para la vida y el trabajo en cuarto año e incluye en su planificación anual la elaboración de un informe y una presentación del proyecto desarrollado en 2013 para presentar en la feria de ciencias. La profesora de matemática de cuarto año (que es la misma profesora de matemática de tercer año), destina clases de matemática para tomar decisiones en torno a qué incluir en dicha presentación vinculado al trabajo realizado durante las clases de matemática del año anterior relativas al proyecto. Por su parte el profesor de educación tecnológica no es profesor en horas de cuarto año, pero ofrece el material y colaboración sobre lo realizado en el marco del proyecto. En la siguiente Imagen 42 se observan instancias de trabajo en las que se elabora un documento de informe y una presentación en *PowerPoint* para organizar qué se va a comunicar en esta instancia regional de Feria de Ciencias⁵⁴.

Imagen 42

Elaborando el Informe y la Presentación para Feria de Ciencias



⁵⁴ Para esta instancia se contaba con una computadora de propiedad de la profesora de matemática y tres computadoras de propiedad de la escuela.

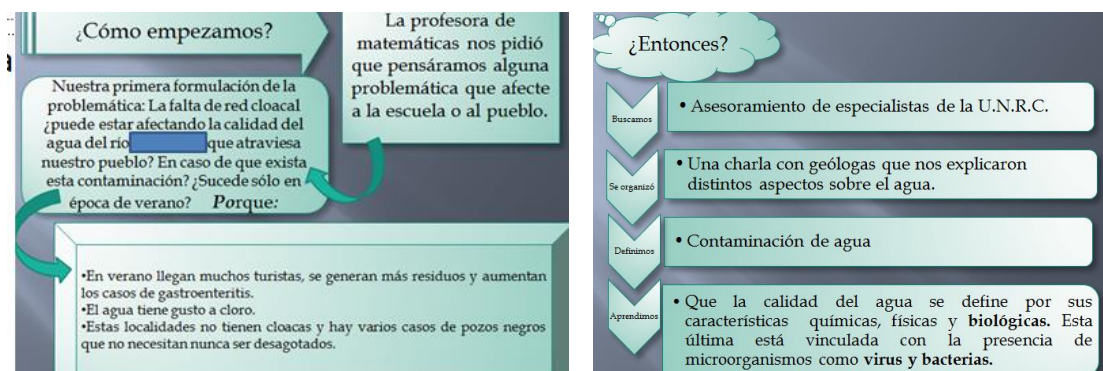
Las preguntas en torno a las cuales los estudiantes realizan el informe y la presentación son: *¿Cómo empezamos?, ¿Qué problemáticas formulamos? ¿Qué actividades realizamos y qué resultados obtuvimos?*

Para estas tareas, la profesora de matemática entrega los documentos escritos y los digitales elaborados en todos los talleres y observatorios realizados el año anterior (carpeta azul en la imagen 42 y resultados guardados en la computadora que contienen archivos realizados el año anterior).

A partir del trabajo en clases de matemática y de formación para la vida y el trabajo se elabora una presentación que se inicia comentando cómo se inicia el proyecto, se localiza la institución y el río mencionado y luego se comentan las primeras acciones realizadas como se observa en la siguiente Figura 66:

Figura 66

Inicio de Presentación para Feria de Ciencias



En la presentación elaborada se puede reconocer parte del trabajo realizado desde los diferentes espacios curriculares. Así por ejemplo, cuando comentan que se analizó el comportamiento del agua en la cuenca hidrográfica y la importancia de la vegetación que fueron desarrolladas en geografía y en la presentación que se realizara a cargo de la ingeniera ambiental (en clases de educación tecnológica) como se puede observar en la siguiente Figura 67:

Figura 67

Diversidad de Conocimientos Recuperados

También analizamos: el comportamiento del agua en la cuenca hidrográfica y la relación entre agua superficial y subterránea

Importancia de la vegetación en el filtrado y almacenamiento del agua superficial y subterránea.

- Los árboles del bosque nativo son fábrica natural de agua mineral y potable.
- Interceptan y almacenan el agua en raíz, hojas, espinas, además de favorecer la infiltración en el suelo.
- Protección de cuencas hídricas. Consumen menos agua que las especies foráneas

También se observan algunas relaciones que llegan a establecer los estudiantes en base a estos diversos conocimientos y cómo la nueva información lleva a redefinir la problemática inicial como se observa en la Figura 68

Figura 68

Redefinición de la Problemática

Si sabemos que la localidad [redacted] y [redacted] no poseen sistema de cloaca, por lo que las aguas residuales domésticas son tratadas en cada domicilio por el sistema de saneamiento in situ (pozo negro)...

Entonces, es probable que el agua del río barrancas esté contaminada por virus y bacterias, como la *Escherichia coli* (bacteria de origen fecal) siendo ésta una contaminación de origen urbano y domiciliario.

Y este acuífero, en el periodo de menor registro de precipitaciones, puede aportar agua subterránea desde la zona más alta hacia la zona más baja, es decir, que el acuífero contribuye al caudal del río en el invierno.

que los pozos negros al estar en contacto con el agua subterránea del río pueden estar recargando el acuífero/napa.

Redefinimos la problemática

Planteamos que nos gustaría indagar la calidad del agua del río [redacted] y del agua potable que se consume en Villa [redacted] y en [redacted]; además de analizar algunas variables que pueden tener incidencia en este estudio. ... Formulamos las siguientes preguntas:

¿Cuál es la calidad del agua del río [redacted] (desde la unión de [redacted] hasta el puente [redacted])?, ¿Cuál es la calidad del agua potable de nuestro pueblo y de Villa [redacted]?

Los datos sobre precipitaciones ¿Confirman que el río [redacted] posee cause permanente por la influencia del agua subterránea en épocas de escasas precipitaciones? (Blarasin, Cabrera, 2005)

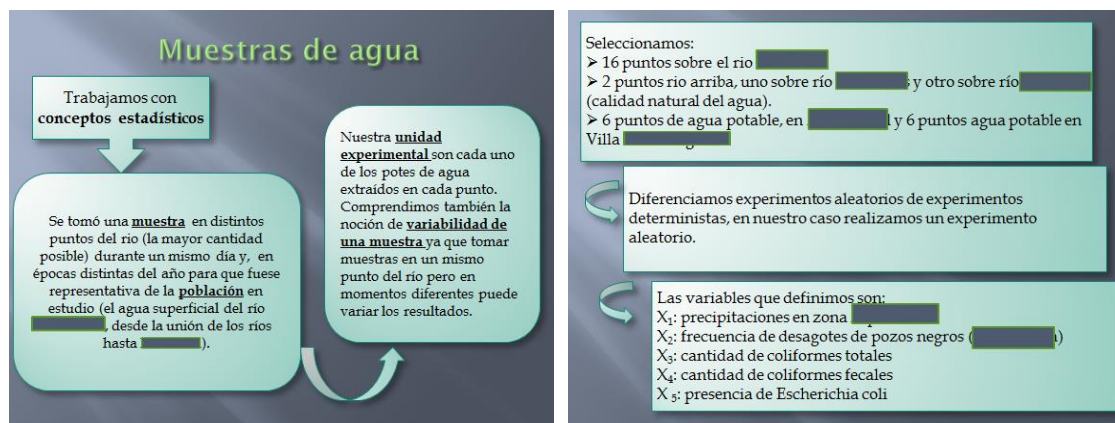
¿En qué niveles los sistemas de saneamiento in situ están alimentando los acuíferos?.

Se informan algunas de las nociones estocásticas⁵⁵ que se abordaron; se muestran los mapas con la localización de los puntos de muestreo para el agua superficial y potable, se explicitan las variables seleccionadas para realizar el estudio como se puede observar en la Figura 69.

⁵⁵ Los estudiantes recuperan, de su trabajo en el taller 3, que realizan un experimento aleatorio cuando se interesan por indagar la calidad bacteriológica del agua porque no se saben los resultados que se van a obtener y porque además estos resultados pueden ser distintos en localizaciones o momentos diferentes (V-16-09-13-h).

Figura 69

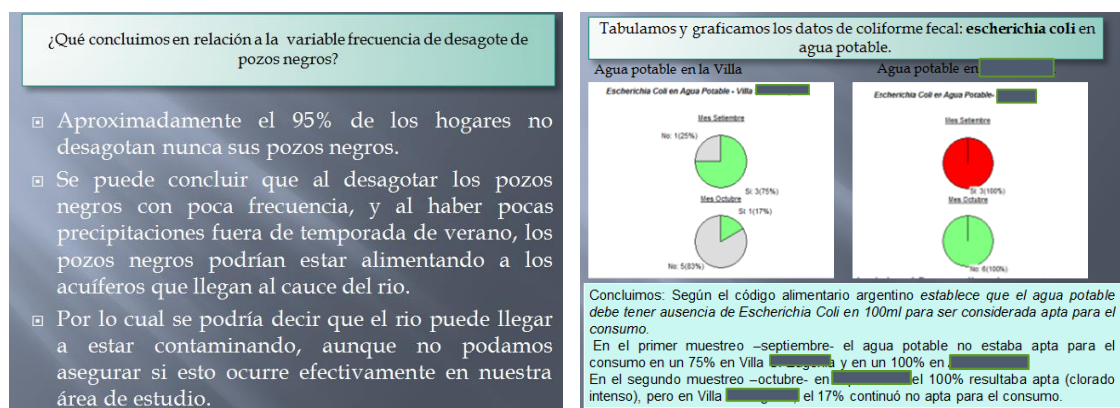
Explicitación de Conocimientos Estocásticos



Se muestran luego los gráficos confeccionados y las interpretaciones que realizan para cada una de estas variables, así como algunas hipótesis que se formulan vinculando los resultados entre estas variables y la información de especialistas como se puede observar en la Figura 70.

Figura 70

Interpretaciones e Integración



Se encuentran luego las alternativas tecnológicas que se analizaron desde la materia educación tecnológica y se finaliza la presentación con algunas propuestas que realizan como se observa en la siguiente Figura 71.

Figura 71*Propuestas que se Realizan*

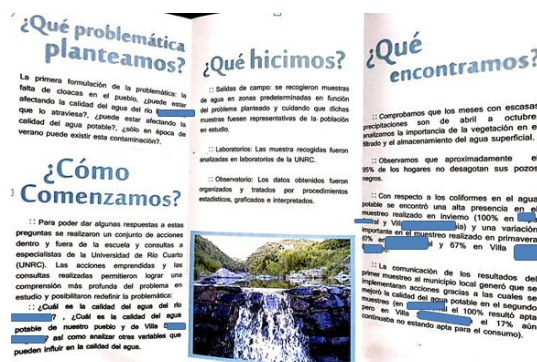
Aportes de la Educación Tecnológica al proyecto	Aportes de la Educación Tecnológica al proyecto
<ul style="list-style-type: none"> ▣ Paralelamente al muestreo de agua y análisis de las mismas, trabajamos qué alternativas tecnológicas permitirían aportar soluciones a esta problemática. ▣ En el pueblo y región no existen ningún tipo de tratamiento de aguas residuales. ▣ Búsqueda bibliográfica y virtual acerca de tratamientos alternativos desde la óptica de las Tecnologías Apropriadas, ya que éstas ofrecen soluciones tecnológicas económicas, de fácil acceso para la población local, con conocimientos simples, y son respetuosas del ambiente. 	<ul style="list-style-type: none"> ▣ Si se implementara en los domicilios, bajaría notablemente el aporte de contaminación al agua que llega a las napas y eventualmente al río y se obtendría agua para riego. ▣ Se economizaría en el desagote de pozos negros que es significativamente oneroso, y no hace otra cosa que trasladar la contaminación a otro lado, donde desagota el camión. ▣ Se estaría contribuyendo al cuidado del recurso turístico más importante del lugar...el río

Se planifica además elaborar una maqueta en la que se puedan observar las propuestas de tratamientos de aguas residuales. En este punto se suma la profesora de artes plásticas que se ofrece para asesorar y acompañar a los estudiantes a elaborar dos maquetas, una para el tratamiento de aguas grises y otra para el biodigestor que se propone para el tratamiento de aguas negras. Pero el entusiasmo de los estudiantes sigue impactando en los profesores y se suma la profesora de la materia *Estrategias de comunicación y relaciones públicas* que se ofrece para trabajar con los estudiantes para elaborar un folleto y un poster para las instancias de comunicación en las que se participe. Estos aportes se pueden observar en la siguiente Imagen 43 y Figura 72.

Imagen 43*Maquetas elaboradas para la comunicación*

Figura 72

Folleto elaborado para la comunicación



En la imagen 43 se muestran las maquetas que realizaron con la profesora de artes plásticas para mostrar las cámaras para tratamiento de aguas grises (a la derecha) y para el biodigestor para tratamiento de aguas negras (a izquierda). En la Figura 72 se muestra el folleto que elaboran en clases de estrategias de comunicación y relaciones públicas.

Más cercana a la fecha de presentación en feria de ciencias, el portero de la escuela se ofrece para preparar la estructura del stand que se solicita para participar. Estas incorporaciones de nuevos profesores, preceptor y portero muestran la importancia que este proyecto va significando para los miembros de la escuela, ya que en todos los casos, son ellos los que, de manera desinteresada, ofrecen su colaboración y participan en distintas instancias.

De esta manera se llega a la instancia regional de feria de ciencias, que se describe en la siguiente sección.

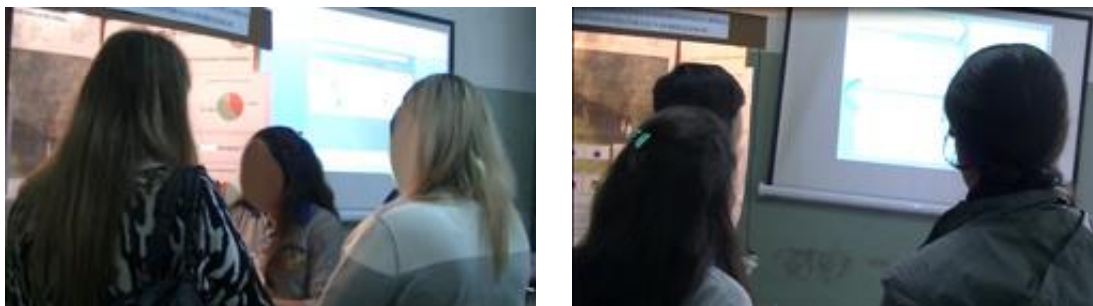
20.2. Participación en feria de ciencias regional y provincial. En Fase 7 del EMEC. El 29 de agosto de 2014 se lleva a cabo la instancia regional de feria de ciencias a la que acuden todos los estudiantes de cuarto año. Por las propias normativas de estos eventos, solo cuatro estudiantes pueden participar como expositores en la comunicación del proyecto. Los estudiantes que se ofrecen para realizar la presentación son Candela, Maria, Laura y Camilo. Los profesores solicitan a los organizadores que se permita la presencia de todo el curso durante el evento; no sólo por el interés que manifiestan todos los estudiantes por poder participar sino porque los profesores consideran

importante que tengan la posibilidad de compartir esta instancia de comunicación de un trabajo colectivo. Esto demanda preparar además una carpeta de viaje, autorizaciones y organización para trasladar todo el curso 65 km que es la distancia entre *La Localidad* y la sede de la instancia regional de feria de ciencias.

Los estudiantes comunican el trabajo a partir del poster, los gráficos seleccionados para exhibirlos en el stand y comparten la presentación elaborada como se puede observar en la Imagen 44

Imagen 44

Estudiantes Exponiendo en la Feria de Ciencias Regional



Por la mañana exponen Camilo y Laura y por la tarde María y Candela. En la siguiente Imagen 45 se observa momento de comunicación así como el stand que organizan para la comunicación.

Imagen 45

Presentación y Stand



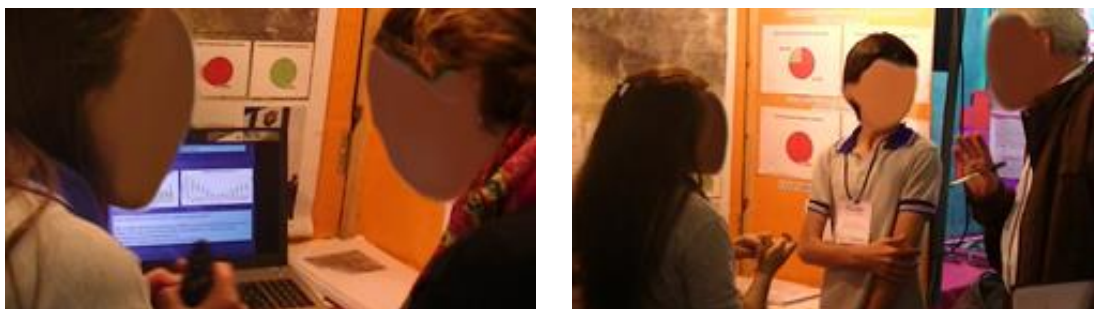
Al final de la jornada, los estudiantes son premiados por su participación y pasan a la instancia provincial de feria de ciencias.

Esta nueva instancia se lleva a cabo el 5 de setiembre de 2014 en la ciudad de Córdoba capital. Nuevamente se organiza el viaje para que todo el curso

pueda participar. Los estudiantes realizan sus presentaciones y diálogos con el público en general y miembros del jurado durante dos días completos. En esta oportunidad la presentación la realizan haciendo uso solamente de la computadora ya que el espacio asignado para la comunicación se limita solo al stand como se observa en la Imagen 46.

Imagen 46

Presentación en Feria de Ciencias Provincial



Los profesores no logran evitar que los estudiantes sientan una gran desilusión cuando al final de la segunda jornada, la evaluación del jurado; no les permite pasar a la instancia nacional.

En la siguiente sección se sintetizan las evaluaciones realizadas por los miembros del jurado así como también, el proceso reflexivo realizado con los estudiantes acerca de la misma.

20.3. Reflexiones sobre las evaluaciones de los miembros del jurado.

En Fases 6 y 7 del EMEC. En la siguiente clase de matemática, la profesora destina medio módulo para compartir con los estudiantes la evaluación que realizaran los miembros del jurado, tanto en la instancia regional como en la instancia provincial.

En la Figura 73 se observa la evaluación que realizaron los miembros del jurado en la instancia regional:

Figura 73

Evaluación del Jurado en Instancia Regional

a) Proyectos relacionados con el uso de la Matemática en otras áreas de conocimiento

Indicadores	Principales ítems a tener en cuenta		
Significatividad del problema elegido y pertinencia del análisis realizado	Definición del problema de otra área a cuya comprensión aporte la matemática. (¿Qué problema puede ser mejor comprendido mediante el uso de modelos matemáticos?). Relevancia del problema elegido. Explicación del sentido del aporte. (¿Qué permite comprender?)	15	7
Variedad de modelos y representaciones utilizadas en el análisis y solución del problema	Utilización pertinente de diferentes modelos matemáticos al resolver el problema. Utilización adecuada de representaciones diversas de las nociones en juego. Análisis y control de los resultados obtenidos como respuesta al problema planteado.	15	7
Justificación de las conclusiones obtenidas.	Validación de las conclusiones científicas mediante argumentos adecuados a la situación y a los sujetos que los producen.	15	8
Claridad en la comunicación de los procedimientos utilizados y las nociones matemáticas involucradas	Explicación de manera clara y completa de las formas de resolución y de las nociones y propiedades involucradas, utilizado el lenguaje en forma adecuada, incluido el que es propio de la disciplina.	15	7
Variedad y pertinencia de las fuentes de información utilizadas	Consignación de las fuentes de información utilizadas. Variedad y pertinencia de las fuentes seleccionadas. Discusión sobre su confiabilidad.	15	15
Articulación y coherencia de los componentes de la presentación	Presentación de pregunta inicial y respuesta obtenida, mostrando el proceso de estudio realizado. Presentación, detalle, dibujos y gráficos. Lenguaje acorde a los conceptos y procedimientos estudiados. Redacción acorde con las normas específicas. Ordenamiento y sistematización. Especificación de materiales y procedimientos técnicos utilizados. Refleja el trabajo realizado (*).	10	5
Expositores	Dominio en el tema en la exposición. Claridad en la presentación. Poda de síntesis. Uso adecuado del vocabulario. Disposición para la defensa del trabajo. Refleja el trabajo realizado por ellos expositores.	10	7
Instalación para la presentación	Presenta las estrategias utilizadas. Contiene el registro detallado de las observaciones. Denota planificación de la feria, organización, distintas alternativas. Presenta sucesivas etapas de trabajo que den muestra de la recuperación del error y nuevas variables.	5	2

ACTORES INSTITUCIONALES

COMPROMISO INSTITUCIONAL		REGISTRO PEDAGÓGICO	
Compromiso Institucional: Apoyo, colaboración permanente o temporaria. Orientaciones y/o búsquedas de asesoramientos.	10		10
Repercusión en la comunidad educativa: Impacto en la comunidad, Difusión en la comunidad, Comunicación, Participación de otros grados/años. Otros Actores.	15		15
REGISTRO PEDAGÓGICO			
Planificación, Elección del tema en términos curriculares.	10		10
Tipo de organización de la propuesta. De la clase al equipo, de una organización grupal a un equipo, etcétera.	5		5
Grado de adecuación entre el tipo de organización y el propósito pedagógico del proyecto	5		5
Grado de adecuación entre el tipo de actividad y el tiempo destinado a la misma. Criterios organizadores de las actividades, Tipo de intervenciones del docente durante el trabajo.	5		5
TOTAL (no debe exceder los 130 puntos)	130		108

Los ítems evaluados con máximo puntaje son: variedad y pertinencia de las fuentes de información utilizadas; compromiso institucional; repercusión en la comunidad educativa; planificación y elección del tema en términos curriculares; tipo de organización de la propuesta; grado de adecuación entre el tipo de organización y el propósito pedagógico del proyecto; grado de adecuación entre el tipo de actividad y tiempo destinado a la misma.

Los ítems evaluados con el menor puntaje fueron: justificación de las conclusiones obtenidas; articulación y coherencia de los componentes de la presentación.

Por su parte, en la siguiente Figura 74 se muestra la evaluación realizada por los miembros del jurado en la instancia provincial de feria de ciencias.

Figura 74

Evaluación en Feria de Ciencias Provincial

a) Proyectos relacionados con el uso de la Matemática en otras áreas de conocimiento

Indicadores	Principales ítems a tener en cuenta	Calificación Máxima	Calificación Obtenida
Significatividad del problema elegido y pertinencia del análisis realizado	Delimitación del problema de otra área a cuya comprensión aporta la matemática. (¿Cuál problema puede ser mejor comprendido mediante el uso de modelos matemáticos?). Relevancia del problema elegido. Explicación del sentido del aporte. (¿Qué permite comprender?)	15	15
Variedad de modelos y representaciones utilizadas en el análisis y solución del problema.	Utilización pertinente de diferentes modelos matemáticos al resolver el problema. Utilización adecuada de representaciones diversas de las nociones en juego. Análisis y control de los resultados obtenidos como respuesta al problema planteado.	15	10
Justificación de las conclusiones obtenidas	Validación de las conclusiones obtenidas mediante argumentos adecuados a la situación y a los sujetos que los producen.	15	5
Claridad en la comunicación de los procedimientos utilizados y las nociones matemáticas involucradas	Explicación de manera clara y completa de las formas de resolución y de las nociones y propiedades involucradas, utilizando el lenguaje en forma adecuada, incluido el que es propio de la disciplina.	15	10
Variedad y pertinencia de las fuentes de información utilizadas	Consignación de las fuentes de información utilizadas. Variedad y pertinencia de las fuentes seleccionadas. Discusión sobre su confiabilidad.	15	7
Articulación y coherencia de los componentes de la presentación	Presentación de pregunta inicial y respuesta obtenida, mostrando el proceso de estudio realizado. Presentación, detalle, dibujos y gráficos. Lenguaje acorde a los conceptos y procedimientos estudiados. Redacción acorde con las normas específicas. Ordenamiento y sistematización. Especificación de materiales y procedimientos técnicos utilizados. (Refleja el trabajo realizado.)	10	2
Expositores	Domina el tema en la exposición. Claridad en la presentación. Poder de síntesis. Uso adecuado del vocabulario. Disposición para la defensa del trabajo.	10	5
Instalación para la presentación	Refleja el trabajo realizado por niños expositores. Presenta las estrategias utilizadas. Contiene el registro detallado de las observaciones. Demuestra planificación de la tarea, organización, distintas alternativas. Presenta sucesivas etapas de trabajo.	5	5

que den muestra de la recuperación del error y nuevas variables.		
ACTORES INSTITUCIONALES		
Compromiso Institucional: Apoyo, colaboración permanente o temporal. Orientaciones y/o búsquedas de asesoramientos.	5	5
Repercusión en la comunidad educativa: Impacto en la comunidad, Difusión en la comunidad, Comunicación, Participación de otros grados/años. Otros Actores.	5	5
REGISTRO PEDAGÓGICO		
Planificación, Elección del tema en términos curriculares.	5	5
Tipo de organización de la propuesta. De la clase al equipo, de una organización grupal a un equipo, etcétera.	2	1
Grado de adecuación entre el tipo de organización y el propósito pedagógico del proyecto	3	—
Grado de adecuación entre el tipo de actividad y el tiempo destinado a la misma, Criterios organizadores de las actividades, Tipo de intervenciones del docente durante el trabajo.	10	6
TOTAL (no debe exceder los 130 puntos)	130	81

Los indicadores a los que se asigna el máximo puntajes son: significatividad del problema elegido y pertinencia del análisis realizado; instalación para la presentación; compromiso institucional; repercusión en la comunidad educativa; planificación y elección del tema en términos curriculares.

Los indicadores en los que se asigna el menor puntaje son: instalación para la presentación; grado de adecuación entre el tipo de organización y el propósito pedagógico del proyecto.

De estas evaluaciones se observa que los indicadores en los que coinciden los dos jurados en calificar de forma positiva son: compromiso institucional; repercusión en la comunidad educativa y en la planificación y elección del tema en términos curriculares.

También se observa que lo que uno de los jurados califica con máximo puntaje el otro jurado lo califica con el menor puntaje como por ejemplo: instalación para la presentación; grado de adecuación entre el tipo de organización y el propósito pedagógico del proyecto.

En cuanto a los expositores; es calificado con mayor puntaje por la instancia regional. En la instancia provincial, califican con la mitad del puntaje de este indicador aunque, colocan como una observación de fortalezas en la que afirman *Se destaca la buena predisposición de los alumnos para transmitir la temática.*

Luego de la instancia provincial, los estudiantes están interesados por conocer el informe del jurado. Esto se realiza en la siguiente clase de matemática. Los estudiantes se sientan en una ronda y la profesora va leyendo la evaluación (Imagen 47).

Imagen 47

Lectura de Evaluaciones a los estudiantes



Cuando la profesora lee el ítem de los expositores y la observación señalada como fortaleza Beto dice: *Que se pongan de acuerdo* y Flor agrega: *O sea, pusieron que estaba todo bien pero de 10 pusieron 5 puntos*. Luego; cuando la profesora lee el indicador *Variedad de modelos y representaciones utilizadas en el análisis y solución del problema* puntualiza los ítems a considerar para este indicador *utilización pertinente de diferentes modelos matemáticos al resolver el problema, análisis y control de los resultados obtenidos como respuesta al problema planteado; de 15 puntos se asignaron 10 puntos* y a continuación lee unas sugerencias para la mejora *se sugiere delimitar el problema con el enfoque a las herramientas matemáticas, se propone definir el trabajo hacia un enfoque matemático o ambiental, se sugiere el análisis y control de los datos recabados para arribar a la conclusión. ¿Qué ven ustedes?* pregunta la profesora. Laura dice: *y, te está diciendo primero todo bien cómo se usa la matemática y después en cosas para mejorar dicen que eso hay que mejorarlo*. Flor agrega: *es como que querían buscarle la vueltita para que nosotros no ganemos*. La profesora les pregunta *¿y porque creen que lo hicieron?* Laura dice: *porque no querían sacar los trapos sucios*. A lo que Camilo agrega: *ella dijo eso...la de pelito corto [refiriéndose a un miembro del jurado provincial]...no saquemos los trapitos sucios*.

Se dan dos momentos en los que se evidencian procesos colexivo y deliberación del colectivo estudiantes-profesora (Skovsmose y Valero, 2012). El primer caso se focaliza sobre lo vivido en feria de ciencias. El segundo caso se evidencia también transformación y se vincula con el reconocimiento de la

importancia de solicitar, al municipio local, la elaboración de una ordenanza municipal específica. En dicha ordenanza se exigiría, para las nuevas construcciones, la instalación de un sistema de saneamiento que instalen biodigestores de manera que se realice el tratamiento local de las aguas negras. También hablan de la importancia de comunicar este problema a la comunidad local ya que, dice Laura, la gente no tiene ni idea de que el agua potable tiene problemas; Flor agrega que, la gente se queja que el agua potable tiene mucho cloro (después del aviso a la municipalidad de resultados del primer muestreo) pero, no sabe por qué (V-28-11-2014).

En esta reunión se elabora la nota para el municipio local: (Anexo 4).

La comunicación a nivel local se realiza junto con la muestra institucional el 28 de noviembre de 2014 en la escuela. En la siguiente Imagen 48 se puede observar el momento en Laura y María están comunicando el proyecto.

Imagen 48

María y Laura Comunicando el Proyecto en la Escuela de La Localidad



Se reconoce en este tercer momento de comunicación de los estudiantes una práctica educativa que busca organizar los saberes y una consolidación de los conocimientos abordados; antes que una práctica pensada para aprender un conocimiento predeterminado (Freire, 1990). Se comunica también que esta práctica educativa tratar de crear, mediante una investigación, conocimientos aun no existentes; en particular conocimientos estocásticos que antes no existían para los estudiantes y que contribuyeran para estudiar la calidad del agua superficial y potable del lugar.

En las secciones anteriores de Parte VI, se recuperaron las principales vivencias, acciones, interacciones, reflexiones y producciones de saberes matemáticos, no-matemáticos y tecnológicos presentes en la experiencia

escolar. Una experiencia que se expandió por fuera de la escuela y que involucró a múltiples participantes. Lo vivido fue extenso e intenso y tal vez eso implicó que las secciones anteriores fuesen extensas.

En un esfuerzo por sintetizar resultados, profundizar análisis y cargar de sentido, a continuación se presenta primero una síntesis de lo que se consideran los principales resultados y luego, se traen voces de algunos estudiantes y profesores. Esas voces evocan lo vivido. Todo es acompañado de una mirada analítica

21

Una síntesis analítica de resultados de la puesta en aula del escenario educativo en vínculo con las preguntas de investigación.

En esta sección se sintetizan los principales resultados vinculándolos a las dos preguntas de investigación.

P1) *¿Qué características particulares toma el escenario de modelización en el ámbito escolar en que acontece y qué conocimientos matemáticos, estocásticos o de otra naturaleza emergen o se consolidan en el proceso?*

En relación con las particularidades del escenario de modelización, interesa destacar dos aspectos considerados fundamentales. La fuerte contextualización que presenta el escenario al imbricarse al particular entorno escolar así como las características interdisciplinarias de dicho escenario. Esto se hace evidente primero por las preguntas que realizan los estudiantes, los saberes y supuestos que ponen en juego como miembros de la comunidad que alberga a la escuela, las características que toman los procesos de recolección de datos y el tipo de interacciones que se viven. Así como, lo trabajado por los estudiantes, excede los límites de la escuela, las interacciones humanas también van más allá de las usuales, involucrando a múltiples otros actores. Del mismo modo implicando información y conocimientos que impactan por fuera de la escuela. Lo estudiado como complejo, muestra acá su sensibilidad al contexto (Davis y Sengupta, 2020).

El escenario se caracteriza por una importante impronta interdisciplinar de modo tal que las conclusiones logradas por los estudiantes abonaron no solo al interior de la matemática sino también a otras áreas.

El escenario se conforma a partir de una situación reconocida por los estudiantes como crítica (la posible contaminación del agua de *La Localidad*) y se expande en la crítica como proceso de análisis, reflexión y acción colectiva (Skovsmose y Valero, 2012).

Quizás hoy, con los constructos teóricos elaborados, la descripción de un escenario de Modelización Estocástica Crítica (EMEC) propuesto en la tesis, ilustre y sintetice con mayor profundidad las características del escenario. Si bien esta reflexión puede sonar circular, quizás no lo sea. En verdad, es a lo largo del proceso de escritura de la tesis que fue necesario ir encontrando los modos, palabras o ideas para captar lo vivido. Esto lleva a proponer la noción de EMEC como aquella que caracteriza de manera amplia el escenario. Dicha noción emerge en sucesivos procesos de caracterización pasando de caracterización fuertemente locales a otra más amplia que contiene a lo local pero sin perder de vista lo que la motiva.

Para afinar la noción se recurre a aportes de teóricos y prácticas educativas provenientes de los avances sobre la modelización matemática y de aportes propios de investigadores en educación estocástica.

Cabe destacar que esta noción atiende a principios de la pedagogía crítica pues focaliza principalmente en la práctica y en el cuestionamiento de la realidad social desde el inicio del escenario vivido hasta la última fase de comunicación sobre los resultados. En ese último sentido, se destaca que, luego de la instancia de comunicación en ferias de ciencias (con mayor expansión de lo vivido en aula), en aula se produce un interesante momento de reflexión y de crítica sobre las implicancias sociales y políticas de los resultados obtenidos. En este sentido se reconoce que los estudiantes logran interpretar códigos culturales y subjetividades como lo sugiere Giroux (2000, 2001) cuando recuerdan lo que dijo una de las evaluadoras de Feria de ciencias, *la de pelito corto* sobre sacar (o no) los trapos sucios. Se puede observar en esta instancia que se hace visible una práctica educativa que es política en el sentido de Freire (1990) porque involucra valores, proyectos que en este caso cuestiona las relaciones de poder; al mismo tiempo porque los estudiantes toman conciencia de que esta práctica es política. En esta instancia podemos decir que se vislumbra un acto de cuestionamiento y valoración por parte de los estudiantes; es decir, se hace presente la crítica.

El pedido realizado por los estudiantes a las autoridades municipales deriva en la aprobación, en 2014, de una ordenanza municipal que plantea implementar biodigestores en las nuevas construcciones (Ordenanza municipal N° 619 de 2014).

En relación con los conocimientos, matemáticos, estocásticos o de otra naturaleza que emergen o se consolidan en el proceso, cabe mencionar que, en este escenario se hicieron presentes conocimientos no-matemáticos. Algunos de ellos fueron tratados por especialistas: Tipos de contaminación: agropecuaria, industrial y urbano-domiciliaria; relación de agua superficial y subterránea; importancia de la vegetación en el filtrado y almacenamiento del agua superficial y subterránea; distribución vertical del agua en el subsuelo. Otros conocimientos no matemáticos fueron abordados principalmente en tres espacios curriculares. En geografía de tercer año: espacio geográfico de *La Localidad*, problemática socio territorial, sus causas y consecuencias, transformaciones espaciales, recursos, cuenca hidrográfica: río, afluentes, aguas subterráneas/ acuífero, relación de agua subterránea y superficial, régimen permanente del río, clima y relieve de *La Localidad*: precipitaciones, vegetación: bosque nativo. Proceso de ocupación de *La Localidad*, actividades económicas, paisaje. Contaminación de agua, tipo de contaminación de agua, calidad del agua. En educación tecnológica de tercer año: Concepto de sistemas. Sistemas de captación de agua de lluvia. Consumos de agua familiares, dimensiones de depósitos de agua, etc. Sistemas de tratamiento de aguas residuales. Diferenciación entre aguas grises y aguas negras. Alteración de la calidad del agua del río. Propuestas alternativas para el tratamiento de aguas residuales. En formación para la vida y el trabajo de cuarto año: redacción de un informe sobre el proyecto desarrollado en 2013; intereses y propuestas que originan el proyecto; toma de decisiones, desde el punto de vista ético y valorativo, acerca de cómo actuar para concretar las propuestas; formulación de los objetivos del proyecto; reconocimiento de acciones planificadas y concretadas; etapas de un proyecto integral específicamente de un proyecto socio comunitario.

En relación con los conocimientos matemáticos y/o estocásticos; así como los posibles procesos de empoderamiento que se abren para los sujetos que intervienen e interactúan en tales escenarios, en la siguiente Tabla 11 se explicitan los conocimientos planificados en el proyecto inicial y las instancias en las que se hicieron presentes, al mismo tiempo que se explicitan

conocimientos no planificados o emergentes que también fueron abordados. En un escenario considerado como complejo ponen en evidencia emergentes (Davis y Sengupta, 2020), que en este momento de describen en lo relativos a saberes emergentes.

Tabla 11

Síntesis de Conocimientos e Instancias en las que se Hicieron Presente

Conocimientos Planificados	Instancias en las que se abordaron
Proceso de modelización matemática	Este proceso no fue explicitado con los estudiantes. Sin embargo, en la tesis se interpretan las diferentes fases que se reconocen en el transcurso del proceso de modelización.
Estadística descriptiva: sus objetivos y herramientas	Se explicita en el Taller N°3, aunque las herramientas son abordadas en los distintos talleres y observatorios
Población, muestra y variables	Se explicita en el Taller N°3 las nociones de población y muestra. En Taller N°4 el de variables y se reconocen algunas variables de interés.
Interpretación del significado de parámetros de posición (media aritmética, mediana y moda) e identificación del más adecuado para describir la situación en estudio	La media o promedio en Talleres N°5, 7 y 9. La moda en Talleres N° 6 y 8. La mediana en Taller N°9 y 10.
Construcción de tablas y gráficos estadísticos a partir de una muestra y empleando <i>Excel</i> .	En Taller N°5 se organizan datos en una tabla sobre los desagotes de pozos negros. En Taller N°6 se organizan datos en <i>InfoStat</i> con datos sobre precipitaciones en la zona. En Taller N°7 se construyen gráficos de barras y circulares para las precipitaciones y en el Taller N°8 para la frecuencia de desagote de pozos negros. En Taller N°10 se confeccionan histogramas, gráficos circulares y diagramas de barras con los datos sobre los resultados de los análisis de agua superficial y potable.
Lectura, interpretación y análisis crítico de gráficos estadísticos	En Talleres N°7, 8, 9 y 10 se interpretan gráficos construidos.
Formulación de hipótesis como inicio a la estadística inferencial y análisis de los límites de los parámetros de posición para describir la situación en estudio y para la elaboración de inferencias y toma de decisiones	En el Taller N°6 y 7 los estudiantes emplean el promedio para establecer conjeturas. En Taller N°8 emplean la moda para expresar que lo más común de observar es que no se desagotan los pozos negros. En el Taller N°9 reconoce la limitación del promedio para establecer conjeturas sobre el año el que más llovió.

Conocimientos No Planificados o emergentes	Instancias en las que se abordaron
Variabilidad. Muestreo Aleatorio y representativo. Muestreo estratificado. Experimento Aleatorio y determinista. La necesidad de los datos	En Taller N°3 se reconoce la presencia de la variabilidad, la necesidad de un muestreo aleatorio y el concepto de muestra representativa. En el Taller N°4 se aborda la noción de experimento aleatorio y determinista. En este taller también reconocen la necesidad de contar con datos para poder estudiar la variabilidad
Construcción y análisis de gráficos de cajas	En Taller N°9 se confeccionan gráficos de cajas con los datos sobre precipitaciones de la zona.
Cálculo porcentajes	En Taller N°10 cuando se busca interpretar los resultados de histograma de los coliformes fecales en agua superficial

De los conocimientos planificados, el único que no fue abordado de manera explícita con los estudiantes fue el proceso de modelización matemática. Si, se destaca la impronta de conocimientos tecnológicos y sin dudas los saberes que implican comunicar ideas críticas como las vividas en el proyecto.

La ausencia antes mencionada, hoy se interpreta y comprende cuando la profesora de matemática reconoce que *no tenía demasiada experiencia en acompañar a los estudiantes a transitar ese proceso. A pesar de poseer lecturas sobre MM, como profesora no le fue posible dimensionar lo complejo y rico de este proceso.* Al mismo tiempo, esta profesora advierte hoy que, *tampoco visualizaba, dimensionaba, las posibilidades que puede generar para el empoderamiento de estudiantes el hecho de que ellos puedan reconocer y manejar las fases de un proceso de modelización estocástica.*

A pesar de lo dicho antes, también se reconoce el crecimiento que fue mostrando la profesora para dar soporte al escenario, la ductilidad para dar cuenta de los emergentes y disposición de escucha hacia los estudiantes.

Se puede indicar que el escenario habilitó la mutua escucha respetuosa, pero que no pudo evitar conflictos (los que resolvieron de la mejor manera posible), impulsó colaboraciones y se sostuvo con ellas. Promovió la autonomía y el compromiso.

Nada de ello, como actividad humana, estuvo exento de errores o dificultades. Otra característica del escenario fue la presencia de aprendizajes de estudiantes y docentes. Quizás esto puede hablar de un escenario en el que el

principio de igualdad se hace presente en el accionar de los profesores y estudiantes (Rancière, 2003).

Retomando la segunda pregunta de investigación:

P2) *En tal escenario educativo que toma como referencia la enseñanza de la matemática con énfasis en la enseñanza estocástica, ¿es posible evidenciar un proceso de empoderamiento? Si es así, ¿cuál es su característica y cómo se distribuye en los dominios estocásticos-matemático; epistemológico; social y político?*

Esta pregunta de investigación, sumado a los primeros estudios de antecedentes teóricos que permiten explicitar lo controvertido de la noción de empoderamiento, generan la necesidad de poder particularizar una caracterización de empoderamiento en ámbito educativo en general y en educación matemática y/o estocástica en particular. Al mismo tiempo y, vinculada con esta caracterización se proponen dimensiones y espacios para analizar el empoderamiento de los estudiantes. En la siguiente Tabla 12 se realiza una síntesis de las dimensiones, espacios y las instancias y/o Fases de un EMEC en las que se reconocen espacios de empoderamiento de los estudiantes:

Tabla 12

Espacios del Empoderamiento e Instancias en las que se Reconocen

Espacio	Instancias reconocidas- Fases de EMEC
1. Expresión	Encuesta inicial cuando esbozan tema y problema (Figura 8) - Taller N°1 en Fase 1 cuando indican sus expectativas y cuando realizan conjeturas (Figura 11)- Primer salida de campo cuando responden cómo seguir-Taller N°2 cuando solicitan apoyo municipal-Taller N°3 cuando proponen ideas para iniciar (Figura 20)-Taller N°4 cuando reconocen la necesidad de tomar muestras de agua o cuando enuncian sobre la importancia y relación de las precipitaciones (Figura 42)
2. Planificación - Organización - Toma de decisiones	Taller N°1- Fase2 cuando sugieren sitios a visitar sobre márgenes del río-Primera salida de campo cuando deciden como seguir-Taller N°3 cuando deciden puntos para el muestreo
3. Acción - Indagación - Búsqueda	Búsqueda de información en salidas de campo, en municipalidad-Realizan la toma de muestras de agua y registran información-Taller N°3 cuando diferencian muestra de población (Figura 22) o cuando responde a las distintas consignas- Talleres N°4 a 10 cuando responden a las distintas consignas (en muchos casos apelando a TDs) para sistematizar (tablas, gráficos) la información-
4. Crítica - Autocrítica -	Juego carrera camellos cuando revisan sus apuestas-Taller N°4 cuando se abre crítica colectiva sobre la gestión de la clase-Taller N°5 cuando reflexionan sobre modo de

Reflexión	recopilar información (Figura 38)-Taller N°5 a 10 cuando realizan interpretaciones, establecen relaciones y conjeturan basados en tablas y/o gráficos contruidos.
5. Reformulación -Modificación	Taller N°2 cuando reconocen la necesidad de modificar el problema inicial

En un intento por vincular estos espacios con las Fases del EMEC, es posible afirmar, que aunque estos cinco espacios pueden presentarse en las distintas Fases del EMEC, en cada una de ellas se pueden reconocer vínculos especiales.

Por ejemplo, la Fase 1 necesita fuertemente de la generación de espacios tipo 1 o espacio que promueve la expresión. Esto es así pues se inicia por medio de una encuesta que da origen a las primeras decisiones iniciales en mano de los estudiantes en la que se observa una intencionalidad derivada de sus intereses y que marca el ingreso en un escenario de investigación acorde a lo señalado por Skovsmose (1999) y que se constituye en el inicio de un EMEC. De manera similar a lo realizado por Blum y Borromeo (2009) se encuentra en el cierre de la primera salida de campo (cuando se les pregunta a los estudiantes como seguir) un ejemplo de intervenciones exitosas por parte de los profesores para sostener un equilibrio entre sus orientaciones y la independencia de los estudiantes, ya que a pesar de tener planificado acudir a un asesoramiento de especialistas, se buscó y esperó que sean los estudiantes los que tomaran esta decisión. De manera similar, el espacio de tipo 2 o espacio de planificación, organización y toma de decisiones se presenta fuertemente en la Fase 2 y 3. En la Fase 2 porque requiere la toma de decisiones sobre la selección de variables y planteamiento de hipótesis de manera de hacer factible la indagación de una problemática. En Fase 3 porque es la fase en la que se requiere una planificación cuidada del escenario. En el primer momento en el que se realiza el diseño de la situación imaginada SI o Fase 1 del EMEC hay una mayor acción por parte de los profesores; cuando se realiza una representación mental de la situación. Sin embargo, durante el segundo momento y puesta en marcha del proyecto se generan diversas instancias de planificación y organización de tareas que se realizan con la participación de los estudiantes dando lugar a la Fase 3 del EMEC. Por su parte el espacio 3 (espacios de acción, de indagación, de búsqueda de información) se presenta con mayor relevancia durante la Fase 4 del EMEC, que es la fase cuando se realizan diferentes acciones reconocidas

como la transnumeración, la construcción de modelos estocásticos, apoyados en gran parte por las TDs. Al mismo tiempo, los espacios tipo 4 (espacios para la crítica, autocrítica y reflexión) tienen una gran centralidad en la Fase 5 del EMEC cuando se vinculan los resultados con el problema de la realidad.

Retomando a Giroux (2005) se enfatiza la necesidad de considerar a los espacios escolares como espacios en los que la democracia no sea algo que sobra, sino como algo necesario para el propio proceso de aprendizaje. Así por ejemplo, las salidas de campo, las participaciones en feria de ciencias no fueron espacios que sobraron sino espacios necesarios para el propio proceso de aprendizaje. Espacios que posibilitaron otras lecturas del mundo

En la siguiente Tabla 13 se sintetizan y se vinculan las dimensiones del empoderamiento reconocidas para los estudiantes con las fases de un EMEC:

Tabla 13

Dimensiones de Empoderamiento e Instancias en las que se Reconocen

Dimensión de Empoderamiento	Fase 1	Fase2	Fase3	Fase4	Fase5	Fase6	Fase7
Dimensión Matemática y/o Estocástica		Es ₁ Es ₂	Es ₁	Es ₁ Es ₂	Es ₁ Es ₃	Es ₁ Es ₃	Es ₁ Es ₂ Es ₃ y Es ₄
Dimensión Social	S ₁	S ₁			S ₁ ; S ₂ ; S ₃	S ₁ ; S ₂ ; S ₃	S ₁ ; S ₂ ; S ₃
Dimensión Epistemológica		E ₁			E ₁ ; E ₂	E ₁ ; E ₂	E ₁ ; E ₂

Es₁:Lenguaje Estocástico; Es₂:Quehacer estocástico; Es₃:Argumentación; Es₄:Validación; S₁: Enunciación valorativa y evidencias; S₂: Vínculos entre estocástica y contexto; S₃: Fines del uso de la matemática y/o estocástica; E₁: Variación de los Juicios; E₂: Usos pertinentes de los conocimientos.

Para la dimensión matemática M o Estocástica Es₁ se encuentran tanto expresiones orales como escritas que utilizan los estudiantes y que son propias del lenguaje matemático o estocástico. Si bien estas dimensiones aparecen desde la Fase 2 cuando los estudiantes comienzan a reconocer de manera oral las primeras variables y relaciones entre ellas en el Taller N°1, las mismas se presentan en gran medida en la Fase 3 desde el Taller N°3 cuando se redefinen las variables en estudio y se comienzan a explicitar las primeras nociones estocásticas (experimento aleatorio y determinístico, muestreo y sus características; población y muestra; distribución de frecuencias, entre otros).

La dimensión M_2 - Es_2 se presenta de forma más notoria en la Fase 4 y desde el Taller N°3 cuando los estudiantes realizan acciones propias del quehacer matemático o estocástico. Aunque acciones tales como formulación de conjeturas ya están presentes desde la Fase 2 y en el Taller N°1 (Figura 11) y la contrastación de conjeturas se produce en Taller N°2 cuando reconocen la necesidad de modificar el problema inicial. Desde el Taller N°3 en adelante los estudiantes realizan una diversidad de acciones propias del quehacer estocástico y en Fase 4 del EMEC. Se observan acciones tales como *la transnumeración, la consideración de la variación, el razonamiento estocástico y la aplicación de técnicas*. La *transnumeración* se produce cuando los estudiantes encuentran formas de organización y sistematización de los datos a partir del Taller N°5. Esto lo realizan a través de representaciones en tablas y distintos tipos de gráficos. Incluso reconociendo potencialidades y debilidades en los gráficos. Así por ejemplo, reconocen los gráficos circulares con potencialidad para observar porcentajes pero con poca confiabilidad cuando se trata de hacer comparaciones para decidir si el año 2004 se puede establecer como un año con mayores precipitaciones a los demás años. Para esto último objetivo, los estudiantes encuentran los gráficos de cajas como una representación más pertinente. Gran parte de estas sistematizaciones son realizadas haciendo uso de TDs. En esta Fase 4 se explicita también *la consideración de la variación*. En algunos casos con apoyo de TDs, específicamente con la utilización de un sitio interactivo (reconocen que no siempre ganará la carrera el mismo camello) y en otros sin estos recursos como en el Taller N°3 (Figura 25). En algunas instancias, esta sistematización requiere de la *aplicación de técnicas* por ejemplo para cargar datos o para construir gráficos. Luego de la sistematización, se producen interrogantes que abren la posibilidad a generar un *razonamiento estocástico; como por ejemplo en las Figuras 62, 64, 65*. La dimensión M_3 - Es_3 se hace presente desde la Fase 5 del EMEC cuando los estudiantes elaboran argumentaciones y realizan sus interpretaciones sobre las tablas y/o gráficos confeccionados para justificar sus conjeturas. La dimensión M_4 - Es_4 se presenta también desde esta Fase 5 cuando los estudiantes proponen esas tablas y gráficos confeccionados sobre los datos recolectados para validar sus argumentaciones.

Para la dimensión social S se reconoce la dimensión S_1 desde la Fase 1 cuando los estudiantes realizan juicios apresurados sobre la posible contaminación del río en épocas de verano derivadas de la afluencia del turismo y de la falta de un sistema de cloacas o en Fase 2 (Figura 11). Pero esta dimensión S_1 se presenta en gran medida en Fase 5 cuando los estudiantes comienzan desde el Taller N°5 a realizar juicios sustentados en evidencias. La dimensión S_2 y S_3 se presentan en gran medida en la Fase 5 y en el Taller N°10 cuando los estudiantes llegan a comprender que el pensamiento y el conocimiento matemático y/o estocástico puede ser vinculado y utilizado con diversos fines e intereses, y en particular con aspectos de la vida diaria próximos a su contexto social, como observar la calidad del agua potable de su comunidad. Esta comprensión es reforzada en Fase 7 o instancias de comunicación de lo vivido.

Para la dimensión epistemológica E la dimensión E_1 ya en la Fase 2 del EMEC cuando al final del Taller N°2 los estudiantes observan la necesidad de reformular la problemática inicial. Luego se presenta la dimensión E_1 en Fase 5 cuando en el Taller N°7 los estudiantes varían los juicios realizados en los Talleres N°5 sobre los promedios de precipitaciones o sobre si alguno de los años tiene mayores precipitaciones que los demás. La dimensión E_2 se observa en Fase 5 y desde el Taller N°5 cuando los estudiantes aplican conocimientos estocásticos en los análisis de las precipitaciones, en las frecuencias de desagotes de pozos negros, en los análisis de la calidad del agua. En todos los casos, las dimensiones mencionadas son explicitadas en el proceso de comunicación o Fase 7 del EMEC.

Retomando a Morales Zúñiga (2014), se entiende que la crítica es epistemológica, porque cuestiona no el conocimiento, sino que cuestiona los límites, las condiciones y el nivel en que la razón puede acercarse a los objetos. Esto se reconoce en el estudio de los estudiantes pues encuentran límites para acercarse al objeto en estudio: *la contaminación*. Ya que no sólo reconocen la imposibilidad de indagar si la falta de cloacas puede producir contaminación en el agua del lugar, sino que además observan que la indagación de la calidad del agua también tiene sus limitaciones y la realizan seleccionando algunas variables pertinentes. La complejidad social y ambiental de la primera cuestión planteada por los estudiantes, se traduce matemáticamente en un modelo de

alta complejidad, fuera del alcance de los estudiantes en ese momento. Es ese hecho el que pone el límite para acercarse en profundidad al objeto. Es el diálogo entre problema y actividad de los sujetos en sus contextos lo que va colocando y moviendo límites. Acá desaparece *no puedo porque no aprobé el examen o no puedo porque no se calcular una desviación estándar*. Es hoy no puedo esto pero puedo aquello.

En el transcurso de la experiencia se pueden observar instancias tendientes a favorecer la construcción de un sujeto social protagónico que toma su especificidad de acuerdo con contextos definidos y con historias relativas a las colectividades en las que está inmerso, como lo sugiere Freire (1970, 1990, 2004b). Así por ejemplo, la elaboración de notas para el municipio local para solicitar colaboración, para ofrecer sus ideas de cómo mejorar las planillas de recolección de datos sobre los pedidos de desagotes de pozos negros y la nota sobre pedido de ordenanza para reglamentar la instalación de sistemas alternativos de tratamiento de aguas negras que contribuyan a prevenir mayor contaminación de las napas. En este sentido, se observa un proceso educativo en el cual, los estudiantes toman como propia la responsabilidad hacia los otros y consideran que su presencia y acciones en el entorno próximo puede ser importante (Giroux, 2008). Es decir, una vez que los estudiantes se cuestionan a ellos mismos como miembro de un proceso social, pueden advertir, con ciertos detalles, que la sociedad es imperfecta. Los estudiantes logran detectar las limitaciones de las planillas que se realizan en el municipio, la emergencia de la contaminación a pesar del intento de las autoridades municipales para que no ocurra o el dictamen del jurado de Feria de ciencias. Luego, habiendo detectado estas imperfecciones se lo alienta a compartir este conocimiento para buscar medios que contribuyan a modificar la realidad social (Pacheco, 2018). Por ejemplo, proponiendo nuevas planillas de registro de desagotes de pozos para el municipio, proponiendo sistemas alternativos de tratamiento de aguas negras domiciliarias.

Al mismo tiempo, se pone en evidencia que la pedagogía va más allá de proveer las condiciones para poder llevar a cabo los actos de saber y comprender, ya que, incluye cultivar la posibilidad de acción dentro de un contexto socio-político, de autodefinition y de crítica (Giroux, 2008). En este sentido, algunas de las decisiones pedagógicas de los profesores solo pueden ser

sostenidas en el particular contexto socio-político en el que acontecieron. Por ejemplo la decisión que consensuaron los docentes sobre informar sobre los primeros resultados de los análisis de agua potable a las autoridades municipales antes de que los estudiantes los analizaran, es cuestionable y solo puede comprenderse atendiendo al perjuicio que podría ocasionar para *La Localidad*, netamente turística, que se difunda que el agua del río e incluso el agua potable del lugar tiene presencia de E. Coli en vísperas a una temporada estival. En este sentido, se puede reconocer que la educación estocástica llega a ser poderosa en un sentido cultural según lo expresan Skovsmose y Valero (2012) porque apoya el empoderamiento de los estudiantes en relación con sus condiciones de vida. Cabe observar que el empoderamiento de los estudiantes, en algunas instancias estuvo limitado por el uso compartido de las computadoras y por el acceso limitado al servicio de internet que impide una conexión en simultáneo.

Retomando a (Giroux, 2008), se reconoce que cuestiones de tiempo, autonomía, libertad y poder son tan importantes para la clase como el propio saber que se está queriendo enseñar. En este sentido, se reconocen los distintos momentos en la construcción de este escenario; y la importancia que adquiere la autonomía, libertad y poder en la caracterización de empoderamiento, que es central en el EMEC.

Retomando a Valero (2002) se destaca la importancia de que el profesor de matemática puede actuar de manera que sus estudiantes tengan o no la posibilidad de empoderarse. En este sentido, la identificación de estos espacios y dimensiones pueden contribuir con ese desafío.

Lo presentado trató de sintetizar respuestas a las dos preguntas globales que guiaron la investigación. Respuestas que, de un modo otro, también pueden contrastarse con las voces de estudiantes y profesores que se comprometieron con un trabajo intenso y extenso a fin de propiciar: un modo distinto de enseñar, aprender y actuar sobre el entorno escolar. Estas voces se recuperan luego de finalizada la vivencia escolar como modo de contrastar los análisis. Por esa razón no se las incorporan con anterioridad.

22

Voces y sentidos de los estudiantes sobre lo vivido. De reconocer una situación a actuar.

Las voces de algunos de los estudiantes permiten reconocer el modo en el que ellos percibieron su trayecto por lo vivido entre 2012 y 2014. Como se podrá observar, es factible puede dilucidar en esas voces empoderamiento y sentidos atribuyen a la experiencia vivida. Estas voces surgen a partir de una consulta escrita por medio de la cual, la investigadora, en diciembre del 2016, les solicita a los estudiantes que respondan por escrito a la siguiente consigna: *Si te encontraras con un alumno de tercer año hoy, y te pide que le cuentes todo lo que viviste cuando con tus compañeros de curso hicieron el proyecto entre los años 2013-2014, ¿qué le contarías?*

Dado que algunos escritos originales de los estudiantes no son claros, en algunos casos de transcribe lo escrito por ellos. Las transcripciones son textualmente en el sentido que no se modifica la ortografía ni construcción gramatical del original. Las transcripciones se acompañan de los originales

En la consulta Beto expresa (ver original en Figura 75):

2013, y 2014 un año muy bueno en donde se aprendió a trabajar en grupo, intercambiar ideas, opiniones, discutir y llegar a conclusiones; con muy buenos resultados. Este proyecto nos ayudo y concientizo a cuidar a nuestro mayor atractivo. Nos dio a entender que desde nuestro lugar estábamos haciendo mal las cosas y podíamos mejorar esa realidad. Al principio como que nunca pensamos que llegaríamos tan lejos pero con el paso del tiempo, y con mucho esfuerzo, ganas y conocimiento fuimos muy a fondo y logramos resultados enormes. Aparte de lo académico, aprendimos muchas cosas a nivel grupal e individual, valores y enseñanzas. Aprendimos a cuidar, proteger, colaborar y ayudar a nuestra localidad desde nuestro lugar. En fin fue un proyecto grandioso y muy bueno en donde nos dejó enseñanzas y conocimientos que quedaran para siempre.

Figura 75

Escrito Original de Beto

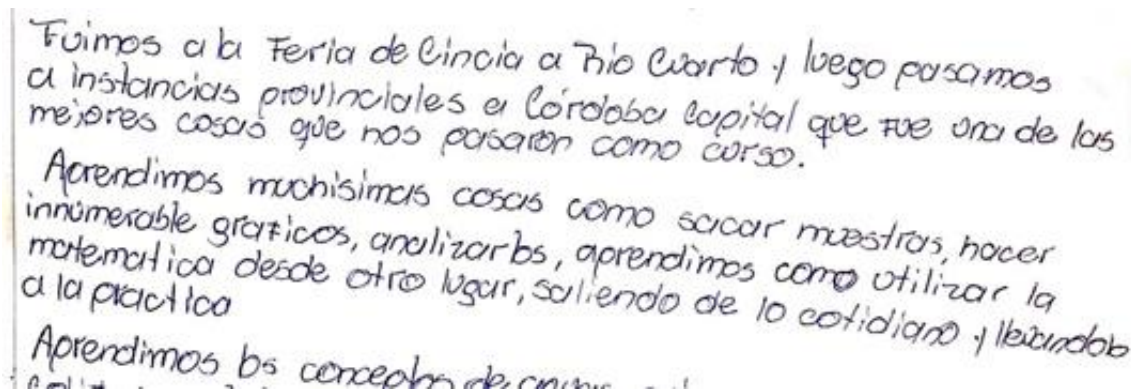
Si te encontraras con un alumno de tercer año hoy y te pide que le cuentes todo lo que viviste cuando hicieron el proyecto entre los años 2013-2014. Escribe aquí lo que le contarías.

Entre de 2013, el 2014 en un año muy bueno en donde se
 acuerdo a trabajar en grupo, intercambiar ideas, opiniones, discutir y
 llegar a conclusiones, con muy buenos resultados. Este proyecto nos
 ayudo y ayudara en cuidar a nuestra tierra, a nuestro medio ambiente. Nos
 a entender que desde nuestro hogar estamos haciendo por las
 cosas y por nuestra comunidad esa localidad. Al principio como que
 nunca pensamos que llegaríamos tan lejos pero con el paso
 del tiempo y con mucho esfuerzo, ganas y conocimiento fuimos por
 a fondo y logramos resultados enormes. Aparte de lo académico,
 aprendimos muchas cosas a nivel grupal e individual, valores y enseñanzas.
 Aprendimos a cuidar, proteger, colaborar y ayudar a nuestra
 localidad desde nuestro lugar.

En fin fue un proyecto grandioso y muy bueno en donde
 nos dejó enseñanzas y conocimientos que quedaran para siempre.

En las palabras de Beto se puede observar que reconoce no solo las acciones realizadas sino que también valora el desarrollo de habilidades para intercambiar ideas y poder establecer conclusiones. También es posible reconocer en sus palabras que la vivencia fue mucho más allá de lo imaginado *nunca pensamos que llegaríamos tan lejos*. Se observa su sentir en relación con el espacio que se generó para poder contribuir de manera positiva con su comunidad y a su empoderamiento social *ayudar a nuestra localidad desde nuestro lugar*. Se encuentra además una toma de conciencia de sus posibilidades para transformarse y transformar su contexto como lo expresa Torres(2009) en su caracterización de empoderamiento. Parece importante destacar su reconocimiento de que el proyecto le *dejo enseñanzas y conocimientos que quedaran para siempre*.

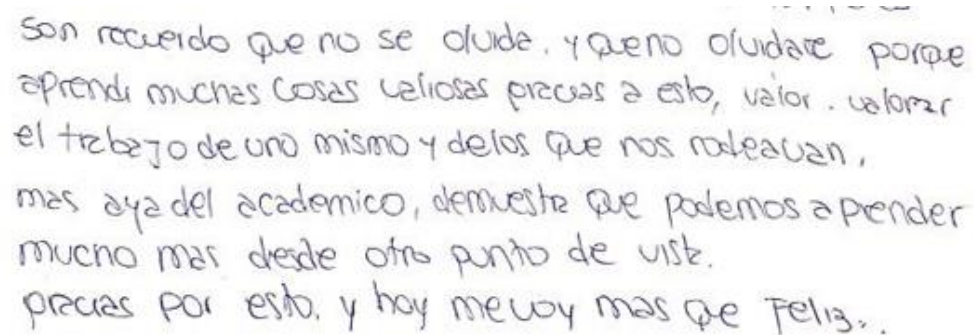
De modo similar, en la Figura 76, las palabras de María destacan también su valoración de la experiencia

Figura 76*Palabras de María sobre la Vivencia*


Fuimos a la Feria de Ciencia a Rio Cuarto y luego pasamos a instancias provinciales en Córdoba Capital que fue una de las mejores cosas que nos pasaron como curso.
 Aprendimos muchísimas cosas como sacar muestras, hacer innumerable gráficos, analizarlos, aprendimos como utilizar la matemática desde otro lugar, saliendo de lo cotidiano y llevándola a la práctica.
 Aprendimos los conceptos de...

En estas palabras se puede reconocer la importancia que significó la experiencia para ella, como parte de un colectivo, *una de las mejores cosas que nos pasaron como curso*. Así como la valoración que ella realiza sobre los conocimientos, conceptos que pudo aprender a raíz del proyecto o para hacer avanzar el propio proyecto.

Por otro lado, Candela observa (ver Figura 77):

Figura 77*Palabras de Candela sobre la Vivencia*


Son recuerdos que no se olvidan, y quiero agradecer porque aprendí muchas cosas valiosas gracias a esto, valor, valorar el trabajo de uno mismo y de los que nos rodeaban, más allá del académico, demuestra que podemos aprender mucho más desde otro punto de vista.
 gracias por esto, y hoy me voy más que feliz.

Se vuelve a encontrar la valoración positiva de la vivencia, en especial por valorar su propio trabajo y el de los demás, yendo más allá de una mirada individual

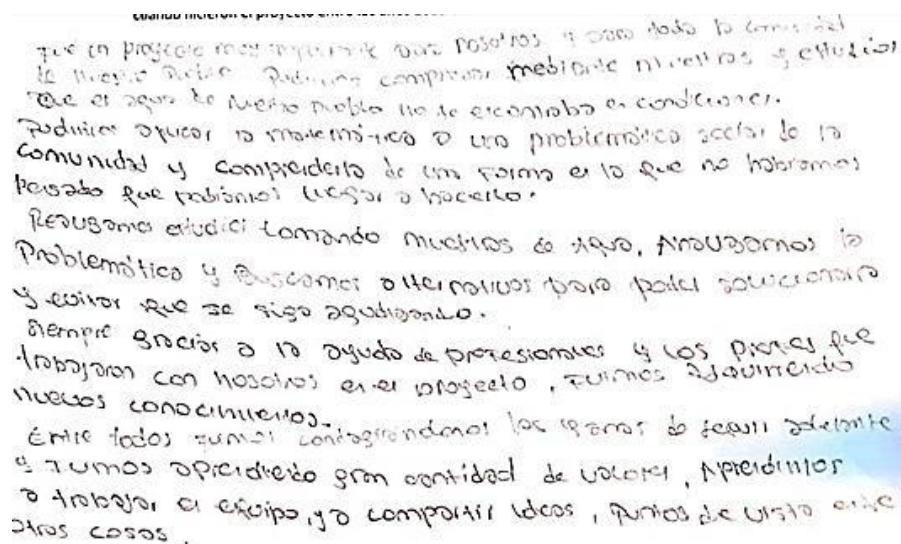
La expresión *otro punto de vista* también está presente en las palabras de Laura (ver original en Figura 78):

Fue un proyecto muy importante para nosotros y para toda la comunidad de nuestro Pueblo. Pudimos comprender mediante muestras y estudios que el agua de nuestro pueblo no se encontraba en condiciones. Pudimos aplicar la

matemática a una problemática social de la comunidad y comprenderla de una forma en la que no habíamos pensado que podíamos llegar a hacerlo. Realizamos estudios tomando muestras de agua, analizamos la problemática y buscamos alternativas para poder solucionarla y evitar que se siga agudizando. Siempre gracias a la ayuda de profesionales y los profes que trabajaron con nosotros en el proyecto, fuimos adquiriendo nuevos conocimientos. Entre todos fuimos contagiándonos las ganas de seguir adelante y fuimos aprendiendo gran cantidad de valores. Aprendimos a trabajar en equipo, y a compartir ideas, puntos de vista entre otras cosas.

Figura 78

Escrito Original de Laura



que en proceso muy interesante con nosotros, y con toda la comunidad de nuestro pueblo. Pudimos comprender mediante nuestros estudios que el agua de nuestro pueblo no se encontraba en condiciones. Pudimos aplicar la matemática a una problemática social de la comunidad y comprenderla de una forma en la que no habíamos pensado que podíamos llegar a hacerlo.

Realizamos estudios tomando muestras de agua, analizamos la problemática y buscamos alternativas para poder solucionarla y evitar que se siga agudizando.

Siempre gracias a la ayuda de profesionales y los profes que trabajaron con nosotros en el proyecto, fuimos adquiriendo nuevos conocimientos.

Entre todos fuimos contagiándonos las ganas de seguir adelante y fuimos aprendiendo gran cantidad de valores, aprendimos a trabajar en equipo, y a compartir ideas, puntos de vista entre otras cosas.

Laura recupera la matemática para estudiar una problemática social: Manifiesta orgullo porque, como estudiantes, fueron capaces de detectar un problema que afectaba al colectivo de los pobladores de la zona: el agua del pueblo no se encontraba en buenas condiciones.

En las palabras de Laura se evidencia un empoderamiento social al reconocer al conocimiento como un modo de comprender una problemática social así como en reconocer sus propias posibilidades no sólo para comprenderla sino para poder contribuir con una propuesta de solución al problema detectado. En este sentido, es posible afirmar que se cumplieron las expectativas que plantearan en la Figura 10 (ver p. 159 de la tesis).

Al contrastar estas voces, se puede indicar que, desde el inicio, en el momento que los estudiantes explicitan sus expectativas con el proyecto, se puede observar que el empoderamiento adquiere otras dimensiones que trascienden lo individual, cuando los estudiantes expresan que esperan poder contribuir de forma positiva con su comunidad y una confianza en las capacidades colectivas en un proceso de interacción social para transformarse y transformar su contexto (Torres, 2009).

Al contrastar estas voces con lo tratado en las secciones anterior, se retoma la noción de *transformación* en el sentido de Skovsmose y Valero (2012), vinculándola con una alfabetización crítica y prácticas progresistas de Freire (1990). Se reconoce que hay transformación y una alfabetización crítica como parte de una práctica progresista, cuando este grupo de estudiantes, profesores y colaboradores ponen en juego sus capacidades y acciones colectivas no sólo para indagar sino para proponer y lograr mejora la calidad del agua de *La Localidad*. Se pone en evidencia que los estudiantes logran involucrarse e influir en las decisiones gubernamentales, cuando se hace presente en el aula, de los estudiantes, el secretario de gobierno municipal. En ese momento, el funcionario agradece que hicieran conocer los datos producto de su trabajo y manifiesta la preocupación y ocupación desde las autoridades municipales para mejorar el sistema de potabilización del agua.

En esta transformación se reconoce *lo universal* (Rancièrre, (2003) ya que, no se trata de una transformación que pueda realizar un individuo ni para intereses privados, sino que es a partir de acciones colectivas que se pueden visibilizar para transformar. Donde lo universal y lo colectivo es el derecho a la disponibilidad de agua potable de calidad para los habitantes de *La Localidad* y de la *Villa cercana*. Se fueron considerando factores sociales (por ejemplo, la importancia del agua para la comunidad), políticos (por ejemplo el vínculo con autoridades locales), económicos (por ejemplo la definición de recursos necesarios para hacer avanzar el proyecto o para realizar tratamientos de aguas grises) y culturales (por ejemplo, los conocimientos de estudiantes sobre su lugar, la mirada de miembros del jurado de feria ciencias y las interpretaciones de los propios estudiantes sobre lo vivido) que dirigen o redirigen constantemente el desarrollo de una educación matemática y estocástica.

Queda explicitado que el potencial de una educación para contribuir al desarrollo de fuerzas democráticas surge de una combinación de factores. Entre estos factores se destacan los estudiantes; el primer equipo docente, los expertos y los profesores que se suman para hacer sus aportes en instancias de comunicación; todos ellos comprometidos con las prácticas de educación matemática, estocástica o de otra naturaleza. Otros factores que se combinan son los propósitos de los profesores; en particular (en el marco de la tesis) los de la profesora de matemática que, juntamente con los otros profesores diseñan los talleres para los estudiantes. Estas prácticas no resultan solo útiles a los propósitos de los profesores (como pedio para superar sus propias crisis) sino que son reconocidas como pedagógicamente valiosas por el jurado del concurso nacional y útiles por el mismo secretario de gobierno de la municipalidad local. Queda también explicitada la importancia de dónde y cuándo ocurre esta práctica ya que el contexto socio-político es constitutivo de la misma. Algunos de los soportes para poder concretar la experiencia fueron el hecho de que la comunidad local es de una escala numérica acotada para poder realizar el muestreo de agua; el apoyo ofrecido desde las autoridades escolares para participar de la Feria de Ciencias, la disposición de Paula para colaborar en la construcción de la *Wiki*, la colaboración de las colegas de la UNRC que compartieron saberes, tiempos y acompañaron en algunas instancias para realizar muestreos de agua, la disposición del vecino que mostró generosamente su instalación para recuperar aguas grises, etc. En esta combinación de factores es central el por qué se ejecuta, y en ese por qué no sólo intervienen las expectativas de los profesores sino que cobran centralidad las expectativas y las acciones de los estudiantes motivados por una situación que los involucra como ciudadanos de *La Localidad*.

Es decir, se observa una educación matemática en general y estocástica en particular, que se compromete con la democracia en lugar de confiar solo en cualidades intrínsecas de la matemática o la estocástica o en constructos conceptuales de las mismas. Pero también considerar la capacidad de síntesis y potencialidad del lenguaje matemático y estocástico para comunicar resultados. En la siguiente sección se recuperan voces de profesores que aun, sin ser éstos los principales sujetos de esta investigación, son parte constitutiva del escenario educativo y por ende, sus voces no pueden ser silenciadas.

23

Voces y sentidos de profesores sobre lo vivido. De la crisis sobre sus prácticas docentes a embarcarse en una transformación.

Matusov (2007) destaca que en la producción de conocimiento o investigaciones en las que intervienen sujetos, estos, como tales no deberían quedarse sin voz. Si bien en la tesis, como se señala desde el inicio, los sujetos que se encuentran en primer plano son los estudiantes, se reconoce también a los docentes. Se los reconoce por ser impulsores de todo el trabajo de acción y porque sin ellos el trabajo escolar no se podría haber sostenido.

En enero de 2021, la investigadora les solicita, via e-mail, a los profesores de educación tecnológica y geografía que comenten brevemente su mirada actual sobre lo vivido. Lo que se presenta a continuación es fruto de ese pedido. Diego, participó como docente de la asignatura educación tecnológica que se dicta en el tercer año de la escuela. En su e-mail dirigido a la investigadora y colega docente, expresa (ver Figura 79):

Figura 79

La Voz de Diego Configurando Sentido

La experiencia educativa en la que nos embarcamos me pareció enriquecedora en varios aspectos.

Fue un desafío poder trabajar articuladamente personas e instituciones, Universidad, Escuela y Estado Municipal, cada uno con sus posibilidades y limitaciones propias de la institucionalidad.

Fue también pensar un proceso educativo desde la incertidumbre de sus resultados, cuando se involucra a los estudiantes desde la descripción del problema hasta las conclusiones finales. Podría haber salido disparado hacia cualquier lugar y trabajamos con ese riesgo, pero con confianza.

Fue trabajar desde la comunidad. Me pregunto hoy, la escuela debe dar el debate sobre las problemáticas socio- ambientales de su entorno cercano? No sé si la escuela debería hacerlo, pero los jóvenes con quienes trabajamos, nos interpelan permanentemente y protagonizan reclamos de derechos como el aborto legal, las mega mineras, o en Chile, el cambio de modelo económico. ¿Les escuchamos, o miramos a hacia otro lado?

Fue un proceso de aprendizaje-enseñanza del que no me olvidaré.

Hay en estas palabras una valoración a un trabajo en colaboración al interior del primer equipo docentes y con distintas instituciones en un juego de posibilidades y limitaciones de las mismas. Reconoce también la incertidumbre en este tipo de trabajos así como la importancia de la confianza que debe estar presente y que es propia de la colaboración. Se podría decir confianza en el

sentido de confiar en los propios conocimientos, en los especialistas cuando fue necesario acudir a ellos. Esto es, confiar que en uno mismo, el esfuerzo propio y en la capacidad para acudiendo a la búsqueda de ayuda externa cuando sea necesario. Estas confianzas parecen posibles de desarrollarse en un trabajo como el descrito y analizado en la tesis. Un trabajo que parte de las incertidumbres docentes y luego desde los intereses de los estudiantes, quienes buscan dar debate sobre problemáticas socio-ambientales de su entorno. Pero hay también en las palabras de Diego un reconocimiento a las limitaciones en las condiciones institucionales cuando expresa *limitaciones propias de la institucionalidad*. Limitaciones que se vieron reflejadas en reiteradas oportunidades. Por ejemplo, las dificultades para organizar espacios compartidos tanto de aula como en salidas de campo, los obstáculos que plantearon las profesionales para abrir el seminario a las autoridades y comunidad (por lo delicado del tema escogido), las limitaciones en la disponibilidad de computadoras y en el uso de internet en la escuela o las condiciones en feria de ciencias que impiden que actúen como expositores más de dos estudiantes y desconsiderando el valor de la construcción colectiva.

Lo vivido por Diego, le plantea nuevos interrogantes, se vuelve a sentir interpelado. Pero empoderado con sus aprendizajes vinculados a su práctica de enseñar. Esto es empoderado como docente que pareciera tomar como propio la idea de la interpelación como constitutivo de ser docente.

Sara, participó como la profesora de Geografía de tercer año y de formación para la vida y el trabajo de cuarto año.

La voz de Sara, presentada en la Figura 80, refleja también el sentido atribuido a la vivencia.

Figura 80

La Voz de Sara Configurando Sentido

En cuanto a la participación y compromiso en el proceso de desarrollo y ejecución del trabajo. Considero que fue muy positivo, aunque cabe aclarar que por situaciones propias del contexto educativo, el grupo de alumnos se redujo considerablemente, no obstante, el compromiso siempre estuvo, creo que los alumnos han podido comprender y valorar que lo que se aprende en la escuela lo puede utilizar en algo cotidiano, que les preocupa, les interesa. Obviamente hubo momento en que se encontraban cansados, o los tiempos en que ellos pretenden hacer las cosas, ej. Salidas de campo, encuentros con otras personas, no son los tiempos de lo administrativo y organizativo, implica diferentes tiempos. Por otro lado, el ser una escuela de la zona, que los profes vienen en su mayoría de Río Cuarto, y tenemos las materias en diferentes días y horarios, también implicaba una planificación y predisposición.

Creo que en la organización de los equipos, roles y funciones de cada uno teniendo en cuenta las capacidades y habilidades personales, tiempos y espacios previstos, dificultades, logros y adaptaciones realizadas durante el proceso de indagación ha sido favorable, lo citado anteriormente de la deserción de algunos compañeros, o al inasistencia en alguna de las actividades previstas, hizo que pudieran trabajar de diferentes formas, es decir que rotaban los integrantes de los grupos o los roles que cumplía cada uno, está claro que siempre hay quienes se destacan por un rol u otro, pero creo que al haber planteado ellos la temática, les permitió participar activamente durante toda la indagación, inclusive a los alumnos que no viven en las localidades, sino que son de la zona rural aledaña.

Aportes de las comunidades científicas y otras instituciones involucradas. Fue interesante y enriquecedor, este trabajo permitió trabajar conjuntamente entre materias en la escuela y también con instituciones y profesionales de afuera, como las geólogas y microbiólogas de la U.N.R.C., ingeniera forestal, especialista en comunicación, quien nos ayudó con el armado de la Wikispace, la Municipalidad de

A partir de lo antedicho, me pareció una excelente oportunidad trabajar con los alumnos de tercer año la propuesta hecha, al considerar que surgió del interés de los alumnos, una problemática que vivencia la localidad de), me pareció una muy buena propuesta para trabajar desde esta idea de espacio construido, con sus actores sociales, los intereses y necesidades de los mismos, y principalmente hacer un abordaje desde una situación problemática, concreta y local. Esto le da una dimensión diferente, permite al alumno integrar y darle sentido a los conocimientos que construyen, a veces, tan abstractos. Por otro lado, la idea de trabajar conjuntamente con matemática, tecnología, y otras materias, se convierte en un trabajo interdisciplinar y los estudiantes tienen la posibilidad de comprender la interrelación de lo que se aprende, de su utilidad, y lo necesario que es para intentar diseñar una propuesta de solución a la problemática planteada.

Se observa que la profesora encuentra que la experiencia vivida les permitió a los *estudiantes comprender y valorar que lo que se aprende en la escuela lo puede utilizar en algo cotidiano una dimensión diferente que le permite al alumno integrar y darle sentido a los conocimientos que construyen*. Valorando además el trabajo con profesionales externos a la escuela y otras instituciones Al mismo tiempo Sara, hace referencia a las limitaciones vinculadas al aspecto organizacional *inasistencia* [de los estudiantes] *en algunas de las actividades previstas* que desafía a repensar formas de trabajo, reasignar roles y buscar modos de sostener el trabajo. Sara marcar un hecho que preocupó durante la puesta en aula del escenario y se vincula con la deserción de los estudiantes de las instituciones educativa. Hecho que hoy sigue vigente y que seguro requiere aportes de los docentes pero fundamentalmente de condiciones

sociales y económicas que exceden al docente. Lo importa es que el docente siga levantando su voz sobre ese problema educativo crítico como lo hace Sara.

Rescata Sara el valor motivacional que representa el hecho que los estudiantes escojan sus propios temas para indagar.

Reconoce también lo enriquecedor de todo lo vivido.

Sara no deja de reconocer la enorme demanda de tiempo y recursos humanos y materiales que significó llevar adelante la propuesta imaginada originalmente. Se considera que, si bien ese hecho le dio identidad, quizás sea necesario, sin perder de vista aquella experiencia, comenzar a imaginar prácticas valiosas pero más acotadas que puedan implementarse en las situaciones institucionales dadas y contemplando las actuales condiciones de trabajo docente (período escolar del año 2020). Vale la pena tomar el desafío de pensar también cómo contribuir para que el trabajo educativo pueda incluir proyectos de modelización de menores magnitudes. Sara deja abierto así una posibilidad de continuar abriendo nuevas posibilidades

Claramente, en situación de Pandemia, la experiencia no se podría haber desarrollado.

Es interesante destacar que posibles limitaciones de naturaleza institucional u organizativas señaladas por los profesores, también estuvo presente en la voz de, María, una estudiante.

La voz de María ya se había hecho presente durante el desarrollo del proyecto: En el caso de María, ella como otros estudiantes, reconocen una limitación de naturaleza organizacional al considerar las dificultades a nivel municipal para reglamentar y aplicar la resolución para nuevas construcciones.

Al respecto, María expresa (ver Figura 81):

Figura 81

Dificultades Encontradas que Formula María

-Las dificultades que se pueden mencionar fue que no contamos con mucha ayuda de parte de la municipalidad, ya que hubiese sido de gran importancia porque hubiese estado bueno que toda la comunidad de **La Localidad** implementara un biodigestor y los camaras de aguas grises.

Hay en estas palabras un deseo por transformar una realidad. Transformación que considera se encontraba limitada por las condiciones institucionales del municipio. Es decir, que esta búsqueda de contribuir con aportes a su comunidad encuentra también limitaciones y es importante que los mismos estudiantes las reconozcan. Esta voz de María se encuentra en resonancia con la voz actual de sus profesores.

A pesar de las limitaciones en las voces actuales de los profesores como de los estudiantes, hay una valoración positiva de la experiencia. Todos fueron capaces de evocarla con fuerza luego de transcurrido el tiempo.

La síntesis presentada en sección 21 buscó recuperar aspectos relevantes de lo vivido. Las voces recuperadas trajeron miradas frescas, actuales y precisas. Voces que se conformaron en una interacción entre lo vivido en el aula con lo pensado ya fuera de la experiencia. Esas voces de estudiantes y docentes darían cuenta que la experiencia vivida dejó huellas profundas en todos. Esa experiencia puso en juego escenarios educativos que de algún modo resolvieron inquietudes en los docentes, generó inquietudes en los estudiantes que también lograron resolver. El escenario en dialéctica con lo vivido en él tuvo potencial para empoderar a ambos: profesores y estudiantes.

Cerrada la extensa y densa Parte VI de la tesis, en la próxima y última parte se realizan consideraciones finales sobre todo el trabajo. Se decide emplear la expresión consideraciones para enfatizar que, en Parte VII, se intenta dedicar atención y pensar sobre no solo lo vivido sino también sobre lo analizado.

PARTE VII

Consideraciones Finales

“En sus escritos sobre la investigación, Freire sostenía que no había objetos tradicionalmente definidos para su investigación -insistió en involucrar a las personas con las que estudiaba como socios en el proceso de investigación. Se sumergía en sus formas de pensar y en sus modos de percepción, animándolos a empezar a pensar en su propio pensamiento. Todos los participantes en la investigación crítica de Freire, no sólo el investigador, se unieron en el proceso de investigación, examen, crítica y re-investigación -todos los participantes e investigadores aprendieron a reconocer fuerzas sociales y materiales que moldeaban sutilmente sus vidas. Para Freire, la investigación crítica no era simplemente un esfuerzo pedagógico "ético" para el aprendizaje de los fenómenos sociales. La investigación crítica, al igual que la enseñanza, era una herramienta que creaba las condiciones para que los sujetos se empoderen [...] (Kincheloe et al., 2018, p. 422, traducción propia del original en inglés)

En esta parte, se realizan consideraciones finales sobre el trabajo realizado y se acompaña de una mirada analítica que permitiría pensar y prestar atención sobre lo hecho. Esta última parte se divide en cuatro secciones. En la primera (sección 24) se avanza en consideraciones finales sobre resultados empíricos de la tesis relativos a escenario y empoderamiento. En la segunda sección (sección 25) se realizan consideraciones sobre los resultados teóricos de la tesis y se destacan relaciones entre el avance teórico y el trabajo de campo. En la tercera sección (sección 26) se presentan reflexiones sobre la validez y confiabilidad del estudio mientras que en la última sección (sección 27), se proponen interrogantes y se avanza sobre algunas perspectivas motivadas por este estudio. De este modo, si bien con lo escrito en Parte VII, se cierra un proceso de investigación, ese hecho no clausura el pensamiento, dudas o interrogantes que pueden ser revisitados por la propia investigadora u otras/os.

24

Consideraciones finales sobre resultados relativos al escenario educativo y al empoderamiento.

Respecto al escenario, se destaca que se logra diseñar y sostener una práctica educativa durante tres años consecutivos. Durante el primer año (primer momento; situación imaginada y en Fase 1 del EMEC) dos docentes escriben el proyecto originado en los intereses de los estudiantes. Estas decisiones iniciales permiten reconocer una intencionalidad por parte de los estudiantes desde el inicio, lo cual resulta esencial y marca el ingreso en un escenario de investigación acorde a lo señalado por Skovsmose (1999). Se logra obtener un reconocimiento y valoración positiva del proyecto en un concurso que premiara proyectos para la mejora de la enseñanza de la matemática a nivel nacional. Con esta valoración se logra obtener un apoyo económico que permite solventar gastos para la ejecución del mismo; además de significar un impulso importante para los dos primeros docentes impulsores del trabajo y estudiantes y un cierto marco que legitima la acción al menos al interior de la institución educativa. Luego de tal reconocimiento, se suma una profesora que acompaña todas las instancias de ejecución del proyecto. Durante el segundo año (segundo momento; situación arreglada y en Fases 2 a 6 del EMEC), se llevan a cabo las distintas acciones para la implementación del proyecto; algunas de ellas se desarrollaron acorde al proyecto (como búsqueda de asesores externos, empleo de conocimientos estocásticos, como los descritos en Tabla 11). En cambio, otras acciones necesitaron ser modificadas en relación con lo planificado (como la realización de los análisis de agua en el laboratorio de la escuela, la delimitación del problema, etc.). También, fue necesario desarrollar nuevas acciones que no se habían planificado (como por ejemplo, la búsqueda de acercamiento y apoyo municipal para obtención de datos, la elaboración de notas al municipio haciendo aportes para la recolección de datos o para solicitar ordenanza municipal que busque mejorar el sistema de saneamiento in situ, etc). De lo recién explicitado, se recatan dos emergentes: el colectivo de tres profesores que acompaña todo el trabajo escolar y el conjunto de nuevas acciones que no fueron posibles de predecir.

El tercer año de trabajo de campo en la escuela (tercer momento en Fase 7 del EMEC) se lleva a cabo la instancia de comunicación. Pero esta instancia

requiere y conlleva un proceso de deliberación y coflexión sobre lo vivido; además de toma de decisiones sobre qué comunicar, con qué medios y de qué manera. Se destaca en esta instancia el espacio que se generó para poder articular, integrar y comunicar todo lo vivido, los distintos conocimientos abordados y las propuestas que surgieron. Así por ejemplo, espacios de trabajo especiales en clases de matemática o de formación para la vida y el trabajo destinados a seleccionar el contenido para la presentación con *PowerPoint*, para la elaboración del poster o el folleto que se organizaron para la feria de ciencias (Figura 72, Imagen 46).

Retomando a Pfannkuch et al. (2018) es posible reconocer que en el transcurso del EMEC los estudiantes modelizan ya que, organizan, estructuran y representan datos como así también trabajan y reconocen la variabilidad dentro de un contexto determinado. Desde una perspectiva crítica (general) con tal práctica se logra colocar al estudiante en un rol de ciudadano activo, capaz de reconocer una problemática social (como el hecho de reconocer la importancia de controlar y cuidar la calidad del agua potable del lugar, que no se encontró libre de contaminación en el primer muestreo) así como interactuar con autoridades locales para señalar el problema e iniciar una búsqueda para la mejora del mismo. A partir del escenario y la experiencia vivida se reconoce que es posible una de las aspiraciones de una educación crítica; que las escuelas puedan volverse lugares que ofrezcan oportunidad para una alfabetización que posibilite que los estudiantes, compartan sus experiencias, trabajen en un ambiente de relaciones sociales basadas en el respeto por los demás y, se familiaricen con formas de conocimiento que les den la oportunidad para luchar por una calidad de vida en la cual toda la comunidad se beneficie (Giroux, 1989).

Esta alfabetización crítica es entendida en un sentido amplio que va más allá de una competencia o habilidad para discutir, argumentar y comunicar interpretaciones de informaciones (Campos, 2016); ya que si bien lo incluye, la *alfabetización estocástica crítica* que se propone impulsar hace referencia a un proceso educativo más amplio. Un proceso en el que los estudiantes utilizan tablas, gráficos y herramientas estocásticas para realizar una lectura decodificada de la realidad que subyace detrás de la información numérica. Pero, al mismo tiempo un proceso político, que posibilita a los estudiantes compartir la experiencia vivida en las instancias de comunicación descriptas, trabajar en un ambiente de relaciones sociales respetuosas bajo un principio de igualdad y una

aproximación al conocimiento que propicie una mejor calidad de vida que pueda beneficiar la comunidad local.

Se reconoce lo vivido como una experiencia en el sentido de Baquero (2002) ya que, desde el inicio permitió a los estudiantes habilitar el pensamiento, sentir, quedar perplejo, preguntar, interpelarse mutuamente, confesar aburrimiento o cansancio en el momento que lo hubo, afrontar la complejidad y compartir, saberes culturales. Específicamente una experiencia-acontecimiento en el sentido de Greco, Perez y Toscano (2008). Esto parece ser así desde el momento en que se presenta la encuesta inicial abierta para que los estudiantes manifiesten sus intereses y que luego da origen a un proyecto de modelización. La emergencia del escenario de modelización estocástica permite encuadrar el trabajo con un deseo compartido (estudiantes y profesores) de preguntarse por la calidad del agua de *La Localidad* y tratar de comprender si puede existir o no un problema vinculado a esta calidad.

Desde la Educación Matemática Crítica, es posible reconocer y destacar el contexto sociopolítico en el que suceden los hechos. El apoyo de las autoridades escolares, municipales y el de colegas de la Universidad Nacional de Río Cuarto; así como el compromiso de tres profesores y un grupo de estudiantes que permiten sostener y continuar con la experiencia a pesar de la gran demanda en tiempo y acciones que conllevan o las dificultades que se presentan en su desarrollo o algunas instancias de frustración. El impacto en lo social y político que es reconocido por docentes, estudiantes, expertos, autoridades escolares y municipales así como por los miembros del jurado de feria de ciencias.

En toda la práctica educativa se reconoce un compromiso de los profesores con una práctica de conocimiento pensada para tratar de crear, mediante una investigación, un conocimiento aún no existente para algunos de los sujetos involucrados en dicha práctica, sean ellos estudiantes o docentes (Freire, 1990).

Además, se reconoce que la perspectiva de MM desde la que se trabaja influye en las acciones y decisiones del profesor tal como lo postulan Búa Ares et al. (2016).

Podría interpretarse, que, los sujetos que intervienen en el estudio ponen en juego [...] *un acto de conocimiento y un método de acción transformadora, que los seres humanos deben ejercer sobre la realidad* (Freire, 2004b, p. 72).

En relación con el empoderamiento, se reconoce que en los actuales ámbitos educativos, es común que algunos docentes perciban pérdida de poder, considerando este hecho como una disminución del poder que años atrás implicaba su presencia en el aula. Ante esta percepción, muchas veces lo que se intenta hacer es endurecer los mecanismos de control y de sumisión para lograr recuperar ese poder sobre. Esta vivencia puede ser reflexionada desde otro tipo de mirada en la cual se pueda pensar que el estudiantado está cuestionando los patrones de poder que históricamente han existido en las escuelas, no solo sobre las ideas, creencias y valores, sino también sobre los cuerpos y sobre las actitudes de los estudiantes, quienes debían ser disciplinados en su tránsito por las escuelas. Además, esta acción disciplinante se debía hacer según lo establecido por los docentes, las autoridades escolares y/o las políticas educativas del gobierno de turno, enfatizando de esta manera una estructura de poder descendente. Esta observación puede hacer pensar de otra manera lo que hoy se está viviendo en las escuelas y puede ser una mirada que ayude a pensar en otras estrategias para abordar la problemática en las cuales el docente no se quede aferrado a querer imponer su visión y lograr aceptación pasiva de parte del estudiantado, sino que se pueda pensar que el desafío para el docente consiste en cuestionar los patrones de poder que han sido naturalizados en la educación y que han contribuido al orden, al control y a la domesticación antes que al empoderamiento de los estudiantes (Foucault, 2002; Rancière, 2003).

Se busca, una auténtica interacción de estructuras ascendentes y descendentes como medio que da fortaleza. Se plantea que este *poder para* solo puede estar presente si se da juntamente con un *poder con*.

Se entiende que un poder interno (tanto de estudiantes como de docentes) será una de las consecuencias de cambios cotidianos en el aula orientados por esta visión en el campo educativo.

Retomando lo expresado por Giroux (1989), trabajar desde la noción o visión sobre alfabetización propuesta, puede servir para empoderar a las personas a través de la combinación de habilidades pedagógicas y análisis críticos. Mediante este escenario y experiencia vivida se hizo posible que los estudiantes reconocieran su posición en la sociedad y percibieran sus capacidades no solo para reconocer una problemática referida a la calidad del agua que estaba presente en su comunidad, sino que les permitió además reconocerse como

capaces para demandar a las autoridades locales y actuar en búsqueda de oportunidades para mejorar su calidad de vida y la de su comunidad.

La construcción y puesta en aula de este tipo de escenarios podría contribuir con una educación que no ponga el énfasis en la mera acumulación de contenidos sino en abrir espacios en los que hay posibilidades para, colectivamente, formular y responder preguntas recuperando sus experiencias. Crear espacios en los que sea factible realizar aportes o en los que se reconozca que la construcción y comprensión de los saberes les permite sentirse empoderados (Blomhoj, 2008; Skovsmose, 2012; Skovsmose y Valero, 2012; Freire y Shor, 2014). Probablemente en esos espacios, el docente puede percibir que su labor tiene sentido, que puede servirle al estudiantado y que él mismo vuelve a sentir el gusto por enseñar aprendiendo. El estudiante puede reconocer que aprender tiene sentido, que puede hacer sus preguntas y que estas preguntas pueden servir para construir su propio proyecto educativo, atendiendo a un proyecto colectivo y donde la posibilidad de servir a la sociedad en el marco de su propio contexto local otorgue un nuevo sentido al acto educativo. Es decir, que, en principio y bajo el contexto en estudio, la hipótesis de trabajo propuesta en esta tesis encuentre sustentos.

Una propuesta pedagógica centrada en el empoderamiento es factible cuando docentes y estudiantes reconozcan que todos tienen la posibilidad de influir y de actuar para cambiar sus problemáticas en el ámbito educativo. Estas visiones guardan ciertas correspondencias con dos trabajos de Boaler. En Boaler (1997) se informa acerca de avances en el empoderamiento de estudiantes y los modos de producir conocimientos al trabajar en un ambiente en que se privilegia un enfoque educativo abierto y basado en proyectos. Mientras que en Boaler (2008) se discute el desarrollo de la igualdad en términos de respeto mutuo entre los sujetos que interactúan cuando se propone un espacio que supere un enfoque unidimensional en los que, por ejemplo, los estudiantes son valorados por ejecutar procedimientos y nada más.

Retomando los tres hilos (visibilización colectiva de lo que hace problema, formulación del problema en búsqueda de una transformación y participación igualitaria y respetuosa entre estudiantes y quienes enseñan), que se sugieren en p. 79 para pensar en un espacio educativo que propicie empoderamiento, se destaca de lo expuesto que:

- Es factible reconocer una visibilización colectiva de lo que hace problema, ya que el mismo se fue construyendo con los aportes de los estudiantes, los profesores, los expertos consultados. En este hilo se observa una forma colectiva en el proceso de interacción social, tal como lo expresa Torres (2009) en su caracterización de empoderamiento.
- En la formulación del problema escolar hay una búsqueda por transformar una situación dada. Esto se evidencia, por ejemplo, en los folletos elaborados, las maquetas construidas para mostrar sistemas alternativos de tratamiento de aguas grises y negras; en la solicitud de una ordenanza que reglamente el cuidado del medio ambiente en futuras construcciones.
- Es posible observa una participación igualitaria y respetuosa entre estudiantes o entre ellos y quienes enseñan en diferentes momentos e incluso en decisiones pedagógicas que suelen ser de exclusiva responsabilidad de los profesores. Este hecho se evidencia, por ejemplo, en seleccionar una situación inicial que sea de interés para los estudiantes; solicitar colaboración del municipio local; solicitar una participación de todos los estudiantes en feria de ciencias a pesar de las reglas de este evento de que sea sólo un grupo reducido de estudiantes los que expongan el trabajo; decidir realizar el último observatorio con los resultados de los análisis de agua a fin de año a pesar del cansancio y de la época del año en la que habitualmente se destina a recuperar conocimientos antes que a avanzar en conocimientos.

Retomando a Camelo et al. (2013), en las voces de los estudiantes y docentes partícipes se puede observar el poder de este tipo de escenarios para propiciar discusiones y diálogos encaminados a identificar cómo lo social puede anteceder al conocimiento matemático, estocástico o de otra naturaleza, facilitando las interacciones entre profesor y estudiantes. Más aún, en este tipo de escenario se propiciaría un empoderamiento sociopolítico en los estudiantes en el sentido de Skovsmose (2011). Tal hecho guarda relación con lo reportado en Araújo y Martins (2017). Eso es así, en la medida en que el estudiantado puede reconocer el poder que tiene (sobre una mejor comprensión acerca del problema con el agua en su localidad) para discutir un tema de gran interés social y político. En este sentido, los estudiantes son considerados sujetos políticos, donde hay un interés y donde se busca generar espacios para que ellos puedan disponer de herramientas

suficientes, que les permitan criticar o influenciar el medio social en el que se encuentran y de esta forma, tener la posibilidad de contribuir para mejorar calidad del agua para la comunidad y con ello, propiciar una mejor calidad de vida. Es decir, estos escenarios, pedagógicamente comparten además los principios propuestos por Giroux (2008) para una pedagogía crítica ya que plantea una forma de trabajo en la cual cuestiones de tiempo, autonomía, libertad y poder son tan importantes para la clase como el propio saber que se está queriendo enseñar. Más aún, el discurso que se instituye va más allá de la propia matemática o estocástica que son desarrolladas en el contexto escolar.

Con foco en el empoderamiento de los docentes, Reyes y Cantoral (2014) manifiestan que el docente, al empoderarse, logra apropiarse del saber matemático escolar y puede hacerse dueño de su práctica. Aspecto este que se hace evidente en las propias voces de los profesores que intervinieron en el trabajo escolar. En la presente tesis se explicita también la importancia que los estudiantes se apropien de saberes estocásticos (en el ámbito escolar) que les permitan hacerse dueños de sus prácticas como estudiantes activos y comprometidos. En este sentido, en las voces de los estudiantes, expresadas con sus propias palabras, ellos reconocen la vivencia como un proceso de concientización en el sentido de Morales Zúñiga (2014). Manifiestan haber comprendido una realidad como no imaginaban que podrían hacerlo pero también expresan la dedicación para comunicar lo vivido y proponer alternativas para transformar lo que hacía problema.

25

Consideraciones finales vinculadas a resultados teóricos y su dialéctica con la práctica.

Desde la perspectiva teórica se logra reconocer, como investigadora, limitaciones de soportes teóricos para analizar una práctica fuertemente centrada en fenómenos estocásticos y desde una perspectiva crítica. Y de algún modo la falta de palabra que la identifique en su dimensión. En este sentido se proponen las ideas de alfabetización estocástica crítica; pensamiento y razonamiento estocástico crítico; escenarios de modelización estocástico crítico. Se logra reconocer un ensamblaje en el sentido de Valero y Ravn (2017) entre

las distintas Fases de un EMEC; ya que ninguna de estas Fases ni de sus componentes pueden funcionar una sin la otra y es en su conjugación y articulación como el EMEC va construyendo su sentido y función.

Por otra parte, se logran construir nociones de empoderamiento (para el contexto del trabajo), espacios y dimensiones de análisis para el empoderamiento de los estudiantes (Tablas 4 y 5 respectivamente).

Se puede reconocer que las ideas construidas pueden ser limitadas y tal vez necesiten ser revisitadas o refinadas en futuras investigaciones propias y/o por otros investigadores. Eso es parte del oficio de investigar, como los estudiantes en su momento, la investigadora, encuentra el límite para aproximarse al objeto. Se interpreta que, el complejo proceso de construcción de nociones captura el carácter de movimiento que imprimen las prácticas de acción e investigación como así también relaciones dialécticas entre el trabajo de campo y el trabajo conceptual (Achilli, 2013)

En relación con esa dialéctica, se señala que, aunque el ciclo de modelización propuesto en la presente tesis para una educación estocástica crítica (Figura 3) no estaba disponible para la profesora de matemática al momento de idear y diseñar la práctica educativa; este ciclo ha contribuido para analizar e interpretar dicha práctica. Más aún, el ciclo propuesto se puede constituir en una interesante orientación (o guía flexible) para que los profesores puedan planificar escenarios de esta naturaleza. Escenarios en los que la alfabetización estocástica crítica se amalgama (o entrelaza) con los espacios del empoderamiento y que propician dimensiones para el empoderamiento de los estudiantes. Escenarios en los que se busca promover una experiencia-acontecimiento antes que un experimento escolar (Baquero, 2002; Greco et al., 2008).

Al mismo tiempo, es importante enfatizar los aportes de los profesores en general y de la profesora de matemática en particular para la presente investigación, sin esta práctica educativa, no se habría tenido, estímulo, soporte y elementos para las propuestas teóricas realizadas por la investigadora. Estímulo para encontrar respuestas que se concretan en ciertos modos de representar ideas. Soporte y elementos empíricos para imaginar nuevos constructos. Pero también elementos y soportes teóricos o aportes de otras investigaciones para ir comprendiendo y dando forma a los emergentes.

Estímulo y soporte en el diálogo de la docente/investigadora con los colegas de la escuela.

26

Consideraciones relativas a un análisis de validez

En esta sección se busca poner en juego un análisis de validez y confiabilidad del estudio tomando como referencia los cinco criterios propuestos en Anderson y Herr (2007) para una investigación acción. A partir de este análisis y considerando la idea de ciclo investigativo (Kemmis et al., 2014), se proponen nuevos interrogantes y se considera el estudio en perspectiva.

Tomando como referencia los cinco criterios propuestos en Anderson y Herr (2007), en primer lugar se considera que la *resolución del problema resulta válida* ya que, por un lado, la acción educativa logra resolver el dilema o conflicto de los docentes que se involucran en el proyecto escolar objeto de estudio y por otro lado, también se ofrecen respuestas a las preguntas de investigación planteadas:

P1) ¿Qué características particulares toma el escenario de modelización en el ámbito escolar en que acontece y qué conocimientos matemáticos, estocásticos o de otra naturaleza emergen o se consolidan en el proceso?

P2) En tal escenario educativo que toma como referencia la enseñanza de la matemática con énfasis en la enseñanza estocástica, ¿es posible evidenciar procesos de empoderamiento? Si es así, ¿cuál es su característica y cómo se distribuye en los dominios estocásticos-matemático; epistemológico; social y político?

En segundo lugar, las respuestas dadas a estas preguntas provienen de la puesta en juego de un *proceso metodológico válido* al considerar, por un lado, que las preguntas de investigación son comprensibles y la búsqueda de respuestas a las mismas implicó la producción de nociones y dimensiones analíticas. Todo ese proceso permite aprendizajes a los individuos y a las comunidades de investigación, como así también a la comunidad escolar. Por otro lado, se guardaron los resguardos necesarios al tener la investigadora el rol también de docente en el escenario en estudio. En este caso, investigadora y

directora de tesis, sostuvieron una espiral de ciclos de reflexión, que incluyen la problematización de las prácticas o problemas bajo estudio. De manera similar se puso en juego una triangulación con la inclusión de múltiples perspectivas (docentes, estudiantes, u otros, por ejemplo) y la inclusión de múltiples procedimientos de recolección de información (observaciones, diarios, resguardo de trabajos de los estudiantes, filmaciones de clases y salidas de campo, etc.) y su análisis.

En tercer lugar, de lo informado, se puede inferir que se hizo evidente la *validez democrática* dado el grado de colaboración de la investigadora con todos los participantes (docentes, estudiantes, expertos, agentes municipales, preceptor, padres, vecinos entre otros).

En cuarto lugar, el grado en que el proceso de la investigación se fue reorientando, cuestionando (hasta llegar incluso a extender la temporalidad de la acción programada en primera instancia), motivando a los participantes a analizar y entender la realidad con el fin de transformarla, estaría indicando el logro de la *validez catalítica*.

En quinto y último lugar, avances de este estudio han sido ya publicados en revistas científicas, comunicadas en congresos específicos (Magallanes et al., 2014; Magallanes y Esteley, 2016; Esteley y Magallanes, 2017; Magallanes y Esteley, 2019) o presentaciones (y aprobación) de informes periódicos al programa de doctorado en el que se inscribe la tesis, proveerían de *validez dialógica* al estudio.

Tomando como referencia la espiral de investigación acción propuesta por Kemmis et al. (2014), se puede considerar que el trabajo realizado logró completar el ciclo de planificación acción, observación y reflexión. El ciclo recorrido, permitió producción de conocimiento relevante para la resolución de las preguntas planteadas localmente (en un contexto particular).

27

Reflexiones Finales

Lo presentado, analizado y considerado en todo el trabajo de tesis intentó dar cuenta de un estudio complejo por los objetos que estudió y por la red teórica a la que se recurre. Se dieron evidencias de la complejidad al hacer

notar: a) los múltiples niveles (políticos, sociales, culturales, organizacionales, entre otros) que atravesaron el trabajo de acción e investigación, b) la sensibilidad de lo vivido al contexto en los que acontecen y c) la emergencia de cuestiones que no siempre se pudieron predecir (Davis y Sengupta, 2020).

El estudio de la complejidad se intentó superar jugando con diversos planos de análisis.

Quizás este juego de planos no siempre se puede resolver bien o quizás las propias limitaciones de quien escribe puede haber obturado comunicar en toda su magnitud y densidad lo vivido. Estos aspectos deben ser considerados como limitaciones del propio estudio.

A pesar de ello, lo trabajado y presentado resulta un aporte para el aprendizaje profesional de los docentes e investigadores locales. Es inevitable y no ha sido un propósito quitar el aspecto situado del estudio. Si bien es desde esa perspectiva que deben leerse e interpretarse los avances, eso no quita que también pueda ofrecer ideas que podrían extenderse más allá de lo local.

Es a partir de los avances y limitaciones previamente presentados que, a continuación, se explicitan algunos aspectos y/o cuestiones que se consideran interesantes para que la comunidad de investigadores locales (o fuera del ámbito local) sigan explorando:

- Reconociendo la importancia de contribuir a la educación estocástica se pregunta, ¿qué alternativas se pueden llevar adelante para sostener una enseñanza estocástica en nuestro ámbito local?, ¿qué cuestiones curriculares necesitan ser revisadas y quiénes pueden contribuir con esa revisión a fin de dar soporte para un avance sobre la educación estocástica ?

- Otro de los aspectos que se resaltan en la experiencia es el sentido y la importancia de contar con TDs para todos los estudiantes, a fin de llevar adelante un trabajo estocástico en general y en particular en proyectos de modelización. En este sentido cabe preguntar: ¿cómo contribuyen las TDs para el trabajo estocástico?, ¿cómo contribuyen para promover el empoderamiento de los estudiantes y profesores?

- Se observa que en toda la experiencia cobra valor y sentido la colaboración entre docentes para sostener la experiencia. En este sentido cabe preguntar ¿cómo se puede reorganizar el trabajo docente en las escuelas para propiciar esas colaboraciones?, ¿qué condiciones ofrecen actualmente las

instituciones escolares para superar la cultura individualista del trabajo docente?, ¿qué soporte ofrecen desde los ministerios para propiciar la colaboración entre profesores de una misma o distintas áreas o con otros actores?, ¿cómo pueden aportar los investigadores de las universidades públicas para promover más trabajos conjuntos con profesores?

- Considerando los puntos y preguntas anteriores, se destaca la importancia de la formación docente para llevar adelante el tipo de escenarios educativo descrito, y se pregunta: ¿qué tipo de conocimientos se requieren desarrollar en la formación de docentes para que el escenario descrito pueda acontecer?, ¿cómo incorporar trabajos que impliquen aprendizajes estocásticos y colaboración entre los futuros profesores?, ¿qué valor y sentido tienen hoy los saberes estocásticos en la formación de profesores?, ¿desarrollan los futuros profesores proyectos de modelización estocástica?

- En relación con los aportes teóricos, se observa una necesidad de revalidar algunos de los constructos teóricos propuestos, sin dejar de reconocer, que, como es el caso del empoderamiento, las nociones se terminan caracterizando en función del proyecto que lo motiva.

En síntesis, el trabajo con escenarios educativos compatibles con el descrito y analizado, puede significar una contribución para promover una alfabetización crítica. Es decir, una alfabetización que no se limita a promover en el estudiantado solo a observar y adaptarse a las condiciones y realidades dadas. Sino que se promueva una alfabetización que esencialmente motive a que el estudiantado genere alguna transformación mientras aprende estocástica y en la que ellos pueden vivenciar sus capacidades para detectar problemáticas, para poder comunicarlas y para reconocer que pueden sugerir propuestas de mejora. En este sentido y retomando a Giroux (1989), la alfabetización puede servir para empoderar a las personas a través de la combinación de habilidades pedagógicas y análisis críticos.

Recuperando la caracterización de alfabetización estadística que propone Campos (2016), en la que alude a un proceso amplio que incorpora en su caracterización la crítica, la consideración del elemento político en dicho proceso educativo, se destaca el proceso de alfabetización crítica que se pone en evidencia en el recorrido por el EMEC. En ese recorrido se propicia un pensamiento estocástico crítico en instancia que los estudiantes logran evaluar

globalmente un problema, llegan a una comprensión de cómo y porqué el análisis estocástico es importante; logran identificar nociones estocásticas en la investigación realizada, reconociendo la variabilidad, la incertidumbre y cómo o cuándo usar apropiadamente los métodos de análisis y de investigación; tal como lo sugiere Campos (2016).

Se considera que, además, este pensamiento estocástico es crítico porque habilita espacios para el empoderamiento de los estudiantes como se observa en la Tabla 12 y se pueden observar las distintas dimensiones de ese empoderamiento en la Tabla 13. De este modo, se propicia uno de los principales objetivos de una educación crítica como lo es el desarrollo de una ciudadanía crítica en los estudiantes (Skovsmose y Borba, 2004). Finalmente, hoy se redimensiona la práctica educativa desde varias perspectivas. Se reconoce que hoy puede ser calificada como una práctica educativa STEM (Science, Technology, Engineering and Mathematics o Ciencia, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas), en ese sentido hoy puede ser un aporte para una educación STEM. Además puede ofrecer aportes a lo que algunos autores denominan como *modelización de datos*. Por medio de ese tipo de modelización es deseable acompañar a nuestros estudiantes a criticar su medio ambiente más próximo. Hoy más que nunca ese ambiente ha irrumpido en el ámbito escolar y a lo transformado.

Finalmente se señala que sostener el doble rol de docente e investigadora fue un gran desafío que pareciera se logró superar. Hoy diría que mis acciones de enseñanza y de investigación se fueron corporizando la una con la otra.

Es factible también decir que indagué sobre un escenario educativo y con ello también indagué mi propia práctica docente. Con ese trabajo acompañada desde el inicio por dos docentes. La crisis (Arendt, 2010) que preocupó a todos estos docentes, impulsó un cambio que hoy diría superó las ideas y expectativas iniciales de los tres. Eso claro no hubiese sido factible sin el apoyo de instituciones y personas. Principalmente sin el compromiso de los estudiantes y su apropiación del escenario propuesto, nada de lo presentado hubiese sido factible.

REFERENCIAS

- Abreu, G. de (2000). El papel del contexto en la resolución de problemas matemáticos. En: Gorgorió, N., Deulofeu, J. y Bishop, A. (coords.). *Matemáticas y educación. Retos y cambios desde una perspectiva internacional* (pp. 137-150). Barcelona, España: Graó.
- Achilli, E. (2008). *Investigación y formación docente*. Rosario, Argentina: Laborde.
- Achilli, E. (2009, mayo). Investigación educativa y escuela pública: algunas perspectivas y debates. *Cuadernos de educación*, 7(7).
- Achilli, E. (2013). Investigación socioantropológica en educación. Para pensar la noción de contexto. En Elichiry, N.E. (comp.). *Historia y vida cotidiana en educación. Perspectivas interdisciplinarias* (pp. 33-47). Buenos Aires, Argentina: Manantial.
- Anderson, G. y Herr, K. (2007). El docente-investigador: Investigación - Acción como una forma válida de generación de conocimientos. (Teacher Research: Action Research as a valid form of knowledge generation). En Sverdllick, I. (ed.). *La investigación educativa: Una herramienta de conocimiento y de acción*. Buenos Aires, Argentina: Noveduc.
- Andrade, M.M. (2009). Ensino e Aprendizagem de Estatística por meio da Modelagem Matemática: uma investigação com o ensino médio. *Boletim de Educação Matemática*, 22(32).
- Apple, M. (1997). Teoría crítica y educación. Buenos Aires, Argentina: Miño y Dávila.
- Apple, M.W. (1999). Freire, neo-liberalism and education. *Discourse: Studies in the Cultural Politics of Education*, 20(1), 5-21.
- Araújo, J. (2009). Uma Abordagem Sócio-Crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. *Alexandria. Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 2(2), 55-68.
- Araújo, J.L. y Martins, D.A. (2017). A Oficina de Modelagem #OcupaICEx: Empoderamento por medio da matemática. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, 6(12), 109-129.
http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/article/viewFile/1600/pdf_236

- Araújo, J., Stillman, G., Blomhøj, M., Ikeda, T. y Leiss, D. (2017). Topic Study Group No. 21: Mathematical Applications and Modelling in the Teaching and Learning of Mathematics. En: Kaiser, G. (ed.). *Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education, ICME-13 Monographs* (pp. 471-474). Cham, Suiza: Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-62597-3_1
- Araújo, J.L. (2019). Toward a Framework for a Dialectical Relationship Between Pedagogical Practice and Research. En Stillman, G. y Brwon, J. (eds.). *Lines of Inquiry in Mathematical Modelling Education*. Springer.
- Aravena, M., Caamaño, C. y Giménez, J. (2008). Modelos matemáticos a través de proyectos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa - RELIME*, 11(1), 49-92.
- Arendt, H.; (2010) *La condición humana. Primera ed. Sexta reimpresión. Buenos Aires. Paidós.*
- Assinari, M. y Frassa, S. (2017). Experiencia de modelización matemática realizada en una escuela rural estatal con modalidad de pluricurso. En Fregona, D., Smith, S., Villarreal, M. y Viola, F. (eds.). *Formación de profesores que enseñan matemática y prácticas educativas en diferentes escenarios. Aportes para la educación matemática* (pp. 161-186). Córdoba, Argentina: FAMAFA-UNC.
- Aymerich, A., y Albarracín, L. (2016). Complejidad en el proceso de modelización de una tarea estadística. *Modelling in Science Education and Learning*, 9(1), 5-24. <https://doi.org/10.4995/msel.2016.4121>
- Baquero, R. (2000). Sujeto y contexto. El aprendizaje en el contexto escolar. En Baquero, R. y Limón, M. *Introducción a la psicología del aprendizaje escolar*. Bernal, Argentina: Ed. UNQ.
- Baquero, R. (2002). Del experimento escolar a la experiencia educativa: la “transmisión” educativa desde una perspectiva psicológica situacional. *Perfiles educativos*, 24(97-98), 57-75.
- Baquero, R. (2008). *La transmisión educativa desde una perspectiva situacionista*. [Publicación interna]. Buenos Aires, Argentina: Facultad Latinoamericana de Ciencias Sociales (FLACSO).
- Baquero, R. (2016). La falacia de abstracción de la situación en los abordajes psicoeducativos. En Abate, N., y Arué, R. *Cognición, aprendizaje y desarrollo*. Buenos Aires, Argentina: Noveduc.

- Barbosa, J.C. (2001). Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. En: *24^a RA da ANPED*, Anais. Caxambu.
- Barbosa, J. C. (2006). Mathematical modelling in classroom: a critical and discursive perspective. *Zentralblatt für didaktik der Mathematik - The International Journal on Mathematics Education, Karlsruhe*, 38(3), 293-301. doi: 10.1007/bf02652812
- Barbosa, J. C. (2007). Mathematical modelling and parallel discussions. En: D. Pitta-Pantazi *et al.* (eds.). *Proceedings of the 5th CERME* (Congress of the European Society for Research in Mathematics Education) (pp. 1-10). Larnaca, Chipre: ERME.
- Barbosa, J.C. (2009). Mathematical modelling, the socio-critical perspective and the reflexive discussions. En Blomhøj, M. y Carreira, S. (eds.), *Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics: Proceedings from TSG21 at the ICME11* (pp. 133-143). IMFUFA-text no. 461, Department of Science, Systems and Models, Roskilde University.
- Bassanezi, R. (1994). Modeling as a teaching-learning strategy. *For the learning of mathematics*, Vancouver, 14(2), p. 31-35.
- Bassanezi, R.C. (2002). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. São Paulo: Contexto.
- Bassanezi, R.C., y Bienbengut, M.S. (1997). Modelación matemática: Una antigua forma de investigación - un método de enseñanza. *Números*, 32, 13-25.
- Batanero, C. (2002). *Ideas estocásticas fundamentales. ¿Qué contenidos se debe enseñar en la clase de Probabilidad?* Granada, España: Universidad de Granada.
http://www.uv.mx/eib/curso_pre/videoconferencia/52IdeasEstocasticasFundamentales.pdf
- Batanero, C. y Borovcnik, M. (2016). *Statistics and probability in high school*. Rotterdam, Países Bajos: Sense Publishers.
- Batanero, C. (2019). Treinta años de investigación en educación estocástica: Reflexiones y desafíos. En Contreras, J.M., Gea, M.M., López-Martín, M.M. y Molina-Portillo, E. (eds.). *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. <https://www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html>

- Benjumeda, F., Romero Albaladejo, I. y López Martín, M. (2015). Alfabetización matemática a través del aprendizaje basado en proyectos en secundaria. En Fernández Verdú, C., Molina González, M., y Planas, N. (coord.). *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 163-172). Alicante, España: Universidad de Alicante.
- Blomhøj, M (2008). Modelización Matemática. Una teoría para la práctica. *Revista de Educación Matemática*, 23 (2), 20-35. Traducción de María Mina del original *Mathematical modelling - A theory for practice*.
- Blum, W. y Borromeo, R. (2009). Mathematical Modelling: Can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modeling and Application*, 1(1), 45-58.
- Blum, W. y Leiss, D. (febrero de 2006). "Filling up" - The Problem of Independence Preserving Teacher Interventions in Lessons with Demanding Modelling Task. En Bosch, M. (ed.). *Proceedings of the Fourth Conference of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME4)* (pp. 17-21). Sant Feliu de Guíxols, España: Universitat Ramon Llull.
- Blum, W. y Leiss, D. (2007). How do students and teachers deal with modellings problems? En Haines, C., Blum, W., Galbraith, P. y Khan, S. (eds.). *Mathematical modelling (ICTMA 12): Education, engineering and economics* (pp. 222-231), Chichester, Inglaterra: Horwood.
- Boaler, J. (1997). Equity, empowerment and different ways of knowing. *Mathematics Educations Research Journal*, 9, 325-342. <https://doi.org/10.1007/BF03217322>
- Boaler, J. (2008). Promoting 'relational equity' and high mathematics achievement through an innovative mixed-ability approach. *British Educational Research Journal*, 34, 167-194.
- Bogas, H., Nascimento, M.M. y Morais, E. (2019). Ensino profissional: Trabalho de projeto em estatística. En Contreras, J.M., Gea, M.M., López-Martín, M.M. y Molina-Portillo, E. (eds.). *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. Granada, España: Universidad de Granada. <http://www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html>
- Bonilla, D. (2018). Consultorios Jurídicos: Educación para la democracia (Legal Clinics: Education for Democracy). En *Abogados y justicia social: Derecho*

- de interés público y clínicas jurídicas*. Siglo del Hombre–Ediciones Uniandes. https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=3169936
- Borba, M. y Villarreal, M. (2005). *Humans-with-Media and the reorganization of mathematical thinking*. New York, Estados Unidos: Springer.
- Borromeo, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(2), 86-95.
- Borromeo, R. (2007). Modeling problems from a cognitive perspective. En: Haines, C.R., Galbraith, P., Bloom, W. y Khan, S. (eds.). *Mathematical Modeling: Education, Engineering and Economics*, (ICTMA 12), (pp. 260-270). Chichester, Inglaterra: Horwood Publishing.
- Borromeo, R. (2010). On the influence of mathematical thinking styles on learners' modelling behavior. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 31(1), 99-118.
- Borromeo, R. (2014). Mathematical Modeling - The Teacher's Responsibility. En Dickman, B. y Sanfratello, A. (eds.) *Proceedings Conference on Mathematical Modeling* (pp. 26-31). New York, Estados Unidos: Teachers College Columbia University.
- Borromeo, R. (2018). *Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education*. Cham, Suiza: Springer.
- Bourdieu, P. (2000). *Poder, derecho y clases sociales*. Bilbao, España: Desclée de Brouwer.
- Bressan, A. y Bressan, O. (2008). Probabilidad y estadística: cómo trabajar con niños y jóvenes. Construyendo paso a paso herramientas y conceptos. Buenos Aires, Argentina: Novedades Educativas.
- Búa Ares, J., Fernández Blanco, M. y Salinas Portugal, M. (2016). Competencia matemática de los alumnos en el contexto de una modelización: aceite y agua. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 19(2), 135-163. <https://dx.doi.org/10.12802/relime.13.1921>
- Cabrera, G., Tauber, L. y Fernández, E. (2020). Educación Estocástica para pensar estadísticamente. *Matemáticas, Educación y Sociedad*, 3(2), 89-109.
- Camelo, F., Mancera, G., Zambrano, J. y Romero, J. (2013). Reflexiones sobre las potencialidades y dificultades en la iniciación de prácticas sociocríticas de modelación matemática. En *Procesos de inclusión/exclusión*,

- subjetividades en educación matemática* (pp. 115-145). Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.
- Camelo, F., Perilla, W. y Mancera, G. (2017). Prácticas de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica con estudiantes de grado undécimo. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 9(2), 67-84.
- Campos, C.R. (2007). A Educação Estatística: uma investigação acerca dos aspectos relevantes . (2007). A Educação Estatística: uma investigaç. [Tesis de doctorado]. Rio Claro: UNESP-IGCE.
- Campos, C.R. (2016). La educación estadística y la educación crítica. *Segundo Encuentro Colombiano de Educación Estocástica (2 ECEE)*. Bogotá, Colombia.
- Campos, C.R., Wodewotzki, M.L.L. y Jacobini, O.R. (2011). *Educação estatística: teoria e prática em ambientes de modelagem matemática*. Belo Horizonte, Brasil: Autêntica.
- Carr, W., y Kemmis, S. (1988). *Hacia una Ciencia Crítica de la Enseñanza. La Investigación-Acción en la Formación de Profesorado*. Barcelona, España: Martínez Roca.
- Carranza, P., Sgreccia, N. y Chrestia, M. (2016). Los proyectos escolares con la comunidad. Relato de una experiencia en desarrollo. *Memorias de la VI Reunión Pampeana de Educación Matemática* (pp. 384-395). Santa Rosa, Argentina: Universidad Nacional de La Pampa.
- Chaparro Reyes, A. y Amado Romero, J.J. (2019). *La Modelación Matemática como una propuesta de empoderamiento. La perspectiva crítica de la educación matemática para el análisis y la toma de decisiones en problemáticas colombianas*. Saarbrücken, Alemania: Editorial Académica Española.
- Clandinin, J. y Connelly, M. (2000). *Narrative inquiry: Experience and story in qualitative research*. San Francisco, Estados Unidos: Jossey-Bass.
- Corea, C. (2004). *La destitución de la comunicación y el agotamiento de la subjetividad pedagógica*. [Publicación interna]. Buenos Aires, Argentina: Facultad Latinoamericana de Ciencias Sociales (FLACSO).
- Corea, C., y Lewkowicz, I. (2005). *Pedagogía del aburrido. Escuelas destituidas, familias perplejas*. Buenos Aires, Argentina: Paidós Ibérica.

- Coutinho, C. (2001). *Introduction aux situations aléatoires dès le Collège: de la modélisation à la simulation d'expériences de Bernoulli dans l'environnement informatique Cabri-géomètre-II* [Tesis de doctorado]. Universidad de Grenoble.
- Cristante, A., Esteley, C., Marguet, I. y Mina, M. (2007). Experiencia de modelización en aula con orientación en Economía y Gestión de las Organizaciones. En: Abrate, R. y Pochulu, M. (ed.). *Experiencias, propuestas y reflexiones para la clase de Matemática* (pp. 305-318). Villa María, Argentina: UNVM.
- Cullen, C. (2004). *Perfiles ético-políticos de la educación*. Buenos Aires, Argentina: Paidós.
- Czuba, C. E., y Page, N. (1999). Empowerment: What Is It? *Journal of Extension*, 37(5).
- D'Ambrosio, U. (1991) Matemática, enseñanza y educación: una propuesta global. *Revista SBEM.*, vol 4, n°3: 1-16.
- D'Ambrosio, U. (2009). Mathematical modeling: Cognitive, pedagogical, historical and political dimensions. *Journal of mathematical modelling and application*, 1(1), 89-98.
- Davis, B. y Sengupta, P. (2020). Complexity in Mathematics Education. En Lerman, S. (ed.). *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 113-117). Segunda edición. Suiza AG: Springer Nature. DOI <https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0>.
- Davis, P. y Hersh, D. (1989). *Experiencia Matemática*. Barcelona, España: Labor.
- Denzin, N. y Lincoln, Y.S. (2018). *The SAGE Handbook of Qualitative Research* (Quinta Edición). Thousand Oaks, EE.UU.: Sage.
- Devlin, K. (1994). *Mathematics: the science of patterns*. Nueva York, Estados Unidos: Scientific American Library.
- Di Marco-Morales, R.O. (2015). En busca del origen del conocimiento: el dilema de la realidad. *Praxis*, 11, 150-162.
- Duschatzky, S. y Corea, C. (2002). *Chicos en banda: los caminos de la subjetividad en el declive de las instituciones* (Vol. 15). Buenos Aires, Argentina: Paidós.

- Elias, N. (1990). *Compromiso y distanciamiento. Ensayos de Sociología del conocimiento*. Barcelona, España: Península.
- Elliott, J. (1990). *La investigación-acción en educación*. Madrid, España: Morata.
- Ernest, P. (2002). Empowerment in mathematics education. *The Philosophy of Mathematics Education Journal*, 15.
- Esteley, C. (2014). *Desarrollo profesional en escenarios de modelización matemática: voces y sentidos*. [Tesis de doctorado]. Córdoba, Argentina: Universidad Nacional de Córdoba.
- Esteley, C. y Magallanes, A. (2017). Una experiencia vivida en aula: enseñar y aprender a trabajar con estadística desde una perspectiva crítica. *Yupana*, (9), 29-46. <https://doi.org/10.14409/yu.voi9.6508>
- Falk, R. y Konold, C. (1992). The psychology of learning probability. En: Gordon, F. y Gordon, S. (eds.). *Statistics for the twenty-first century*, (29), 151-164. Washington, Estados Unidos: Mathematical Association of America.
- Ferreira, R. (2015). Enseñanza de la estadística en base a proyectos, un estudio sobre la construcción y análisis de gráficos [Trabajo Final de Prácticas Profesionales]. Universidad Nacional de Córdoba, Argentina.
- Flick, U (2012). *Introducción a la investigación cualitativa* (Tercera Edición). Madrid: Morata.
- Foucault, M. (1988). *Un diálogo sobre el poder y otras conversaciones*. Madrid, España: Alianza.
- Foucault, M. (2002). *Vigilar y castigar: nacimiento de la prisión*. Buenos Aires, Argentina: Siglo XXI.
- Fourez, G. (1995). *A construção das ciências. Introdução à Filosofia e à Ética das Ciências*. São Paulo, Brasil: Editora UNESP. Trad. L.P. Rouanet. Traducción de: *La construction des sciences. Introduction à la philosophie et à l'éthique des sciences*.
- Freire, P. (1970). *Educação como prática da liberdade*. Montevideo, Uruguay: Tierra Nueva.
- Freire, P. (1986). *Hacia una pedagogía de la pregunta. Conversaciones con Antonio Faúndez*. Buenos Aires, Argentina: La Autora.

- Freire, P. (1990). *La naturaleza política de la educación: cultura, poder y liberación*. Barcelona, España: Paidós.
- Freire, P. (1993). *Pedagogía de la esperanza: un reencuentro con la pedagogía del oprimido*. México: Siglo XXI.
- Freire, P. (1997). *Política y educación*. Buenos Aires, Argentina: Siglo Veintiuno.
- Freire, P. (2004a). *Cartas a quien pretende enseñar*. Buenos Aires, Argentina: Siglo XXI.
- Freire, P. (2004b). *La importancia de leer y el proceso de liberación*. México: Siglo XXI. Decimosexta edición.
- Freire, P. (2005). *Pedagogía del oprimido*. México: Siglo XXI.
- Freire, P. (2006). *Pedagogía de la Autonomía: Saberes necesarios para la práctica educativa*. Buenos Aires, Argentina: Siglo Veintiuno.
- Freire, P. y Macedo D. (1989). *Alfabetización. Lectura de la palabra y lectura de la realidad*. Barcelona, España: Paidós-Ministerio de Educación y Ciencia.
- Freire, P. y Shor, I (2014). *Miedo y Osadía. La cotidianidad del docente que se arriesga a practicar una pedagogía transformadora*. México: Siglo XXI.
- Frejd, P. y Bergsten, C. (2018). Professional modellers' conceptions of the notion of mathematical modeling - Ideas for education. *ZDM Mathematics Education*, 50(1-2), 117-127. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0928-2>
- Frelat-Kahn, B. (2005). Educación política y política(s) de educación. En Frigerio, G. y Diker, G. (comps.). *Educación: ese acto político* (pp. 75-88). Buenos Aires, Argentina: Del Estante.
- Gal, I. y Garfield, J.B. (1997). Curricular goals and assessment challenges in statistics education. En Gal, I. y Garfield, J. (eds.). *The assessment challenge in statistics education* (pp. 1-13). Amsterdam, Países Bajos: IOS Press. Voorburg, Países Bajos: International Statistical Institute.
- Galfione, A. y Alonso A. (2013). *El desafío de realizar un proceso de modelización matemática en estadística, mediado por las TIC*. [Trabajo Final de Prácticas Profesionales]. Córdoba, Argentina: Universidad Nacional de Córdoba.
- García Moreno, M. (2005). Los Tres Reinos del Empoderamiento: Ambigüedad, Contradicción e Ilusión. Empoderamiento: ¿Tomar las Riendas? <http://www.asocam.org/biblioteca/files/original/2989f093feb41671d8ee1a54d7f6fb1e.pdf>

- Garfield, J. y Ben-Zvi, D. (2004). Research on statistical literacy, reasoning, and thinking: issues, challenges and implications. En Ben-Zvi, D. y Garfield, J. (eds.). *The challenge of developing statistical literacy, reasoning, and thinking* (pp. 397-409). Dordrecht, Países Bajos: Kluwer Academic Publishers.
- Garfield, J. y Gal, I. (1999). Teaching and Assessing Statistical Reasoning. En Stiff, L. (ed.). *Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12* (pp. 207-219). Reston, Estados Unidos: National Council Teachers of Mathematics.
- Garfield, J., del Mas, B. y Chance, B. (2003). The web based ARTIST: Assesment resource for improving statistical thinking. *Assesment on Statistical Reasoning to Enhance Educational Quality of AERA Annual Meating*. Chicago, Estados Unidos.
- Giroux, Henry (1989). *Shooling for democracy: Critical pedagogy in the modern age*. London: Routlegh.
- Giroux, H. (1996). Educación posmoderna y generación juvenil. *Nueva sociedad*, 146, 148-167.
- Giroux, H. (1997). Los Profesores como Intelectuales: Hacia una pedagogía crítica del aprendizaje. Buenos Aires, Argentina: Paidós.
- Giroux, H. (2000). Democracia y el discurso de la diferencia cultural: hacia una política pedagógica de los límites. *Kikirikí: Quaderns digitals*, 31-32.
- Giroux, H. (2001). *Cultura, política y práctica educativa*. Barcelona, España: Graó.
- Giroux, H. (2003). *Pedagogía y política de la esperanza: teoría, cultura y enseñanza. Una antología crítica*. Buenos Aires, Argentina: Amorrortu.
- Giroux, H. (2005). *Pedagogía crítica, estudios culturales y democracia radical*. Madrid, España: Popular.
- Giroux, H. (2008). Democracia, educación y política en la pedagogía crítica. En: McLaren, P. y Kincheloe, J.L. (eds.). *Pedagogía Crítica* (pp. 17-22). Barcelona, España: Graó.
- Giroux, H. y McLaren, P. (1998). *Sociedad, cultura y educación*. Madrid, España: Miño y Dávila.
- Gómez-Blancarte, A. y Santana Ortega, A. (2018). Research on Statistical Projects: Looking for the Development of Statistical Literacy, Reasoning and Thinking. En Sorto, M.A., White, A. y Guyot, L. (eds.). *Looking back*,

- looking forward. Proceedings of the Tenth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS10, July, 2018), Kyoto, Japan.* Voorburg, Países Bajos: International Statistical Institute. iase-web.org
- González, J., Tovar, J. y Álvarez, I. (2017). *Propuesta para promover la educación estadística crítica en estudiantes de secundaria a través de la cultura mediática.* Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.
- Greco, M.B., Pérez, A. y Toscano, A. (2008). Crisis, sentido y experiencia: conceptos para pensar las prácticas escolares. En Baquero, R., Pérez, A. y Toscano, A. *Construyendo posibilidad. Apropiación y sentido de la experiencia escolar.* Rosario, Argentina: Homo Sapiens.
- Gregorini, V.M. (abril-junio de 2013). Reseña del texto: Finocchio, S. y Romero, N. (comp.) (2011). Saberes y prácticas escolares. Rosario: Homo, 200 pp. *Revista Brasileira de Educação*, 18(53), 485-488.
- Gutstein, E. (2003). Teaching and learning mathematics for social justice in an urban, Latino school. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(1), 37-73.
- Habermas, J. (1982). A Reply to my Critics. En: Thompson, JB. y Held, D. (eds.) *Habermas: Critical Debates* (pp. 219-283). Cambridge, Estados Unidos: MIT Press.
- Hankeln, C. (2020). Mathematical modeling in Germany and France: a comparison of students' modeling processes. *Educational Studies in Mathematics*, 103, 209-229. <https://doi.org/10.1007/s10649-019-09931-5>
- Heitele, D. (1975). An epistemological view on fundamental stochastic ideas. *Educational Studies in Mathematics*, 6, 187-205.
- Herrera, G.M. y Martínez, R.M. (2018). El método Freire para el pensamiento crítico de los docentes: entre actitudes y habilidades. En Páez Martínez, R.M., Rondón Herrera, G.M. y Trejo Catalán, J.H. (eds.). *Formación docente y pensamiento crítico en Paulo Freire.* Buenos Aires, Argentina: CLACSO.
- Huerta, P. (2020). Hipótesis y conjeturas en el desarrollo del pensamiento estocástico: retos para su enseñanza y en la formación de profesores. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 23(1), 79-102.

- Ibrahim, S. y Alkire, S. (2007). Agencia y empoderamiento en la medición de la pobreza. *Revista Latinoamericana de Desarrollo Humano*, 79, 1-7.
- Jacobini, O.R. (2004). *A modelagem matemática como instrumento de ação política na sala de aula* [tesis de doctorado]. Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, Brasil.
- Jacobini, O.R. y Wodewotzki, M.L.L. (2001). A modelagem matemática aplicada no ensino de estatística em cursos de graduação. *Bolema - Boletim de Educação Matemática*, 14(15), 47-68.
- Jacobini, O.R. y Wodewotzki, M.L.L. (2002). Usando simulação e distribuição amostral para introduzir conceitos de variabilidade amostral, intervalos de confiança e margem de error. *47ª Reunião Anual da Região Brasileira da sociedade Internacional de Biometria*. [CD-Rom]. Rio Claro, Brasil: UNESP.
- Jacobini, O.R. y Wodewotzki, M.L.L. (2006). Uma reflexão sobre a modelagem matemática no contexto da Educação Matemática Crítica. *Boletim de Educação Matemática*, 19(25), 1-16.
- Kaiser, G. y Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *The International Journal on Mathematics Education*, 38(3), 302-310.
<http://subs.emis.de/journals/ZDM/zdm063a9.pdf>
- Kaur, B. y Lee, N. (eds.). (2017). *Empowering Mathematics Learners. Yearbook 2017*, Singapur: Association of Mathematics Educators. World Scientific Publishing Company. <https://doi.org/10.1142/10554>
- Kemmis, S. y McTaggart, R. (1988). *The Action Research Planner*. Geelong, Australia: Deakin University Press.
- Kemmis, S., McTaggart, R. y Nixon, R. (2014). *The Action Research Planner: Doing Critical Participatory Action Research*. Berlín, Alemania: Springer. DOI 10.1007/978-981-4560-67-2
- Kincheloe, J.L., McLaren, P., Steinberg, S.R. y Monzó, L.D. (2018) Critical Pedagogy and Qualitative Research: Advancing the Bricolage. En Denzin, N. y Lincoln, Y.S. (eds.). *The SAGE Handbook of Qualitative Research* (Quinta Edición), (pp. 418-436). Thousand Oaks, EE.UU.: Sage.
- Kucukbeyaz, D. y Batto, M. (2012). El desarrollo de métodos para la enseñanza de la Estadística en la educación media. *X Congreso Latinoamericano de Sociedades de Estadística*. Córdoba, Argentina.

- Lacueva, A. (1998). La enseñanza por proyectos: ¿límite o reto? *Revista Iberoamericana de Educación*, (16), 165-187.
- Lave, J. (1998). Cognition in practice: mind, mathematics and in everyday life. En Lave, J. y Wenger, E. *Situated Learning: Legitimate Peripheral Participation*. Cambridge, Inglaterra: Cambridge University Press.
- Lave, J. y Parker, M. (2011). Hacia una ontología social del aprendizaje. *Revista de estudios sociales*, (40), 12-22.
- Lehrer, R. y English, E. (2018). Introducing children to modeling variability. En Ben-Zvi, D., Garfield, J. y Makar, K. (eds.). *International handbook of research in statistics education* (pp. 229-260). Nueva York, Estados Unidos: Springer.
- Leiria, A.C., González, M.T. y Pinto, J.E. (2015). Conocimiento del profesor sobre pensamiento estadístico. *PNA*, 10(1), 25-52.
- Lois, M. y Diaz, M.J. (2019). *Proceso de modelización matemática aplicado al estudio de la función exponencial*. [Trabajo final de Práctica de la Enseñanza]. Córdoba, Argentina: Universidad Nacional de Córdoba. <https://rdu.unc.edu.ar/handle/11086/14453>
- López, A.M. y Lacueva, A. (2007). Enseñanza por proyectos: una investigación-acción en sexto grado. *Revista de Educación*, (342), 579-604.
- Magallanes, A., Esteley, C., López, S. y Colaneri, D. (2014). Un proyecto basado en Educación Matemática Crítica para prevenir contaminación por falta de red cloacal. *Actas de la V Reunión Pampeana de Educación Matemática*. Santa Rosa, Argentina: REPEM.
- Magallanes, A. y Esteley, C. (2016). Empoderamiento: Una Caracterización al Interior de la Educación Matemática. *Revista Internacional de Educación para la Justicia social (RIEJS)*, 5(2), 181-191.
- Magallanes, A.N., y Esteley, C.B. (2019). Un proyecto interdisciplinario en el marco de una educación estadística activa. En Contreras, J.M., Gea, M.M., López-Martín, M.M. y Molina-Portillo, E. (eds.). *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística*. Granada, España: Universidad de Granada.
- Marguet, I., Esteley, C., Cristante, A. y Mina, M. (2007). Modelización como estrategia de enseñanza en un curso con orientación en Ciencias Naturales.

- En: Abrate, R. y Pochulu, M. (eds.). *Experiencias, propuestas y reflexiones para la clase de Matemática* (p. 319-332). Villa María, Argentina: UNVM.
- Matusov, E. (2007). In Search of 'the Appropriate' Unit of Analysis for Sociocultural Research *Culture Psychology* pp.13; 307 . DOI: 10.1177/1354067X07079887.
- Mesa, M., Morales, F. y Duarte, J. (2017). Aprendizaje basado en proyectos colaborativos mediados por TIC para el desarrollo de competencias en estadística. *Revista Saber, Ciencia y Libertad*. Universidad Libre, Sede Cartagena, pp. 220-232.
- Meyer, S., Sperner, K., Magerkurth, C. y Pasquier, J.(2011). Towards modeling real-world aware business processes. *Second International Workshop on Web of Things. ACM*.
- Mina, M., Esteley, C., Marguet, I. y Cristante, A. (2007). Experiencia de modelización con alumnos de 12-13 años. En Abrate, R. y Pochulu, M. (eds.). *Experiencias, propuestas y reflexiones para la clase de Matemática* (pp. 295-304). Villa María, Argentina: Universidad Nacional de Villa María.
- Mina, M. y Dipierri, I. (2017). Jóvenes diseñadores de rampas de acceso: aprendiendo matemática en un escenario de investigación con tecnologías. En Fregona, D., Smith, S., Villarreal, M. y Viola, F. (eds.). *Formación de profesores que enseñan matemática y prácticas educativas en diferentes escenarios. Aportes para la educación matemática* (pp. 187-212). Córdoba, Argentina: FAMAF-UNC.
- Mina, M., Esteley, C. y Alterman, N. (2019). Sobre la Modelización Matemática en Diseños Curriculares. El caso del Ciclo Básico de la Educación Secundaria de la Provincia de Córdoba. *XI Jornadas de Investigación en Educación*, octubre, 2019. Córdoba, Argentina: Ciffyh, FFyH, Universidad Nacional de Córdoba.
- Ministerio de Educación de la Provincia de Córdoba (2011). *Diseño Curricular del ciclo básico de la educación secundaria*. Córdoba, Argentina: Secretaría de Educación, Subsecretaría de Promoción de Igualdad y Calidad Educativa, Dirección General de Planeamiento e Información Educativa. <https://www.igualdadycalidadcba.gov.ar/SIPEC-CBA/publicaciones/EducacionSecundaria/LISTO%20P>

- DF/TOMO%202%20Ciclo%20Basico%20de%20la%20Educacion%20Secundaria%20web%208-2-11.pdf)
- Morales Zúñiga, L.C. (2014). El pensamiento crítico en la teoría educativa contemporánea. *Revista Electrónica Actualidades Investigativas en Educación*, 14(2), 1-23. Universidad de Costa Rica.
- Nanini, M. y Serra, E. (2014). *Estadística mediada por TIC* [Trabajo Final de Prácticas Profesionales]. Universidad Nacional de Córdoba, Argentina.
- Niño Castillo, Y.C. (2019). *Modelación matemática en escenarios exploratorio-investigativos*. [Tesis de Maestría]. Tunja, Colombia: Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. <http://repositorio.uptc.edu.co/handle/001/2985>
- Oliveras, M.L. (2006). Etnomatemáticas. De la multiculturalidad al mestizaje. En Goñi, J. (ed). *Matemáticas e Interculturalidad* (pp. 117-149). Barcelona, España: Graó.
- Ortega, P. (2009). La Pedagogía crítica. Reflexiones en torno a sus prácticas y sus desafíos. *Pedagogía y Saberes*, (39), 26-33.
- Ortiz, G., Camelo, F., Salazar, C. y Valero, P. (2012). Disposiciones, intenciones y acciones: una vía para negociar y construir campos semánticos para las clases de Matemáticas. *III Congreso Internacional y VIII Nacional de Investigación en Educación, Pedagogía y Formación Docente* (pp. 704-718). Bogotá, Colombia.
- Ottaviani, M.G. (1998). *Statistics for Economic and Social Development. Proceedings of the Joint IASS/IAOS Conference*. Aguascalientes, México: INEGI.
- Pacheco, M. (2018). Educación y política: notas para pensar más allá de las dicotomías. *Claroscuros en la Educación. Revista electrónica de Educación*, (93). <http://palido.deluz.mx/articulos/4246>
- Patel, A. y Pfannkuch, M. (2018). Scaffolding Year 8 students' statistical modelling reasoning using Follow Up Tasks to a Model Eliciting Activity. En Sorto, M.A., White, A. y Guyot, L. (eds.). *Looking back, looking forward. Proceedings of the Tenth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS10, July, 2018), Kyoto, Japan*. Voorburg, Países Bajos: International Statistical Institute. iase-web.org [© 2018 ISI/IASE]

- Pérez, A., Cueto, G., Diez, M., Fernández, M., Filloy, J. y Pomilio, C. (2015). La Estadística toma protagonismo en la escuela media: estrategias didácticas para el acompañamiento de profesores en formación. En Contreras, J.M., Batanero, C., Godino, J.D., Cañadas, G.R., Arteaga, P., Molina, E., Gea, M.M. y López, M.M. (eds.). *Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria*, 2 (pp. 363-369). Granada, España: Universidad de Granada.
- Pfannkuch, M., Ben-Zvi, D. Budgett, S. (2018). Innovations in statistical modeling to connect data, chance and context. *ZDM - Mathematics Education*. doi: 10.1007/s11858-018-0989-2
- Pinto Sosa, J., Zapata-Cardona, L. y Tauber, L. (2020). Conversatorio: Debates en torno al Currículo de Estadística en la universidad. *II Jornadas Argentinas de Educación Estadística y I Jornadas Latinoamericanas de Investigación en Educación Estadística*. <https://www.youtube.com/watch?v=BTZ6ErinTWs>
- Pochulu, M. (ed.). (2018). La modelización en Matemática: marco de referencia y aplicaciones. Villa María, Argentina: GIDED-UNVM. <http://gided.unvm.edu.ar/index.php/book/la-modelizacion-en-matematica-marco-dereferencia-y-aplicaciones/>
- Ponte, J.P. (2008). Investigar a nossa própria prática: uma estratégia de formação e de construção do conhecimento profissional. *PNA*, 2(4), 153-180.
- Ponte, J.P., Brocardo, J. y Oliveira, H. (2003). *Investigações matemáticas na sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Quirós, M.V. (2012). *El Aprendizaje Estadístico en la Educación Secundaria Obligatoria a través de una Metodología por Proyectos* [Tesis de doctorado]. Universidad de Granada, España.
- Ranciére, J. (2003). El maestro ignorante. Cinco lecciones sobre la emancipación intelectual. Barcelona, España: Laertes.
- Ranciére J. (2006). *El odio a la democracia*. Buenos Aires, Argentina: Amorrortu.
- Ranciére, J. (2010). El desacuerdo: política y filosofía. Buenos Aires, Argentina: Nueva Visión.

- Reading, C. y Shaughnessy, J.M. (2004). Reasoning about variation. En Ben-Zvi, D. y Garfield, J. (eds.). *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 201-226). Países Bajos: Springer.
- Reid, M., Gareis, M., Hernández, A. y Roldán, M. (2012). Funciones con modelización matemática. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 81(3), 91-101.
- Reyes, D. y Cantoral, R. (2014). Socioepistemología y Empoderamiento: la profesionalización docente desde la problematización del saber matemático, *BOLEMA*, Rio Claro, 28(48), 360-382.
- Reyes, D. (2011). *Empoderamiento docente desde una visión Socioepistemológica: Estudio de los factores de cambio en las prácticas del profesor de matemáticas* [Tesis de maestría no publicada]. Cinvestav, México.
- Reyes, D. (2013). *La transversalidad de la proporcionalidad*. México: Secretaría de Educación Pública.
- Reyes, D. y Cantoral, R. (2016). Empoderamiento docente: la práctica docente más allá de la didáctica... ¿qué papel juega el saber en una transformación educativa? *Revista de la Escuela de Ciencias de la Educación*, 2(11), 155-176.
- Rodríguez, W. (2011). *Guía de investigación científica*. Lima, Perú: Fondo Editorial de la Universidad de Ciencias y Humanidades. <http://repositorio.uch.edu.pe/handle/uch/23>
- Rowlands, J. (1997). *Questioning empowerment: working with women in Honduras*. Oxford, Inglaterra: Oxfam.
- Schukajlow, S., Kaiser, G. y Stillman, G. (2018). Empirical research on teaching and learning of mathematical modelling: a survey on the current state-of-the-art. *ZDM -Mathematics Education*, 50(1-2), 5-18. DOI 10.1007/s11858-018-0933-5
- Sen, G. (1997). Empowerment as an approach to poverty. *Working Paper Series*, (7), 1-22.
- Silva, C. y Kato, L. (2012). Quais Elementos Caracterizam uma Atividade de Modelagem. Matemática na Perspectiva Sociocrítica. *Bolema*, Rio Claro (SP), 26(43), 817-838.
- Soler, M., Planas, A., Ciraso-Calí, A. y Ribot-Horas, A. (2014). Empowerment in the community: the design of an open indicators system from participatory

- evaluation processes. *Pedagogía Social. Revista Interuniversitaria*, (24), 49-77. https://doi.org/10.7179/PSRI_2014.24.03
- Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. Bogotá, Colombia: Una empresa docente.
- Skovsmose, O. (2000). Escenarios de investigación. *Ema*, 6(1), 3-26.
- Skovsmose, O. (2011). *An invitation to critical mathematics education*. Rotterdam/Boston/Taipei: Sense.
- Skovsmose, O. (2012). Escenarios de investigación. En Valero, P. y Skovsmose, O. (eds.). *Educación matemática crítica. Una visión sociopolítica del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas* (pp. 109-130). Bogotá: Una empresa docente.
- Skovsmose, O. (2014). Critical Mathematics Education. En Lerman, S. (ed.). *Encyclopedia of Mathematics Education*. (pp. 116-110). Dordrecht, Países Bajos: Springer.
- Skovsmose, O. y Borba, M.C. (2004). Research methodology and critical mathematics education. En Valero, P. y Zevenbergen, R. (eds.). *Researching the socio-political dimensions of mathematics education: Issues of power in theory and methodology* (pp. 207-226). Dordrecht, Alemania: Kluwer.
- Skovsmose, O. y Nielsen, L (1996). Educación matemática crítica. En: Bishop, A., Clements, M.A.K., Keitel-Kreidt, C., Kilpatrick, J. y Laborde, C. (eds.). *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 1257-1288). Londres, Inglaterra: Kluwer.
- Skovsmose, O. y Valero, P. (2012). Rompimiento de la neutralidad política: el compromiso crítico de la educación matemática con la democracia. En Valero, P. y Skovsmose, O. (eds.). *Educación matemática crítica: Una visión socio-política del aprendizaje y enseñanza de las matemáticas* (pp. 25-61). Bogotá, Colombia: Uniandes.
- Steinberg, S.R. (2014). Critical constructivist action research. En Coghlan, D. y Brydon-Miller, M. (eds.). *Encyclopedia of action research*. Thousand Oaks, EE.UU.: Sage.
- Stillman, G.A., Blum, W. y Kaiser, G.E. (2017). *Mathematical Modelling and Applications: Crossing and Researching Boundaries in Mathematics Education*. Cham, Suiza: Springer.

- Stillman, G.A., Kaiser, G. y Lampen, C.E. (eds.). (2020). *Sense-making in Mathematical Modelling and Applications Educational Research and Practice*. Cham, Suiza: Springer.
- Tauber, L., Cravero, M. y Redondo, Y. (2013). Generación de ideas estocásticas fundamentales a través de simulación. En SEMUR, Sociedad de Educación Matemática Uruguay (ed.). *VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática* (pp. 863-872). Montevideo, Uruguay: SEMUR.
- Tauber, L., Cravero, M. y Redondo, Y. (2016). Tratamiento de la inferencia estadística informal a través de un proyecto que integra ideas estocásticas fundamentales. En Estrella, S. (ed.). *Actas de XX Jornadas Nacionales de Educación Matemática*. Pontificia Universidad Católica de Valparaíso (pp. 430-436). Valparaíso, Chile: SOCHE.
- Terigi, F. (2004). La enseñanza como problema político. En Frigerio, G. y Diker, G. (comps.). *La transmisión en las sociedades, las instituciones y los sujetos. Un concepto de la educación en acción*. Buenos Aires, Argentina: CEM - Novedades Educativas.
- Torres, A. (2009). La educación para el empoderamiento y sus desafíos. *Sapiens, Revista Universitaria de investigación*, 10(1), 89-108.
- Valero, P. (2002). Consideraciones sobre el contexto y la educación matemática para la democracia. *Quadrante*, 11(1), 33-40.
- Valero, P. (2008). *Investigación socio-política en educación matemática: Raíces, tendencias y perspectivas*. Presentación en el seminario de maestría de la Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá, Agosto 2008. https://vbn.aau.dk/ws/portalfiles/portal/57368988/Granada_notas.pdf
- Valero, P. (2012). Perspectivas sociopolíticas en la educación matemática. En Valero, P. y Skovsmose, O. (eds.). *Educación matemática crítica: Una visión socio-política del aprendizaje y enseñanza de las matemáticas* (pp. 195-216). Bogotá, Colombia: Ediciones Uniandes.
- Valero, P. (2017). El deseo de acceso y equidad en la educación matemática. *Revista Colombiana de Educación*, (73), 99-128.
- Valero, P. y Ravn, O. (2017). Recontextualizaciones y ensamblajes: ABP y matemáticas universitarias. *Didacticae*, (1), 4-25.
- Villarreal, M. y Esteley, C. (2013). Escenarios de modelización y medios: acciones, actividades y diálogos En Borba, M. y Chiari, A. (org.). *Tecnologías*

Digitais e Educação Matemática (pp. 273-308). São Paulo, Brasil: Livraria da Física.

- Villarreal, M., y Mina, M. (2020). Actividades Experimentales con Tecnologías en Escenarios de Modelización Matemática. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 34(67), 786- 824. Epub August 14, 2020. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v34n67a21>
- Walz, M.F. (2014). El pensamiento estocástico: entorno indispensable en la enseñanza de la estadística inferencial. *Aula Universitaria*, (16), 135-144.
- Wild, C. y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223-265.
- Zapata-Cardona, L. (2014). Alcance de las tareas propuestas por los profesores de estadística. *Uni-pluri/versidad*, 14(1), 53-62.
- Zapata Cardona, L. (2016). ¿Estamos promoviendo el Pensamiento Estadístico en la enseñanza? *2º Encuentro Colombiano de Educación Estocástica*, Bogotá, agosto 10 al 12.
- Zapata Cardona, L. (2018a). Students' construction and use of statistical models: a socio-critical Perspective. *ZDM*. Springer. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0967-8>
- Zapata Cardona, L. (2018b). Enseñanza de la estadística desde una perspectiva crítica. *Yupana*, (10), 30-41. <https://doi.org/10.14409/yu.v0i10.7695>
- Zapata Cardona, L., González, D. y Ceballos, Z. (2015). Colaboración entre profesores de estadística e investigadores: Una experiencia de aula. *Revista Colombiana de Matemática Educativa*, 1(1), 602-607.

**ANEXO 1: Proyecto presentado al concurso nacional
PROYECTO PEDAGÓGICO
“PREVENCIÓN DE CONTAMINACIÓN POR EFLUENTES CLOACALES”**

DIAGNÓSTICO DE LA PROBLEMÁTICA

Una de las principales problemáticas con la que hoy se enfrenta el docente de nivel medio en general y el profesor de matemáticas en particular es la pérdida del sentido con el cual contaba la educación en la modernidad. La preparación para el futuro y la escuela como el espacio privilegiado de acceso a la información y transmisión de la cultura ya no son argumentos que le asignen sentido a la tarea educativa (Finocchio y Romero, 2011; Giroux, 1994; Giroux, 1996.). Más aún, entendemos que el presuponer que hoy están presentes en los estudiantes las condiciones inherentes a la subjetividad pedagógica de la modernidad (Corea, 2004; Corea y Lewkowicz, 2005) es parte de la problemática y, en gran medida, lo que genera numerosas decepciones y frustraciones en el ámbito educativo, entre los cuales se encuentran los elevados índices de repitencia o deserción e incluso el escaso porcentaje de alumnos que finalizan el ciclo lectivo sin adeudar materias (Ferreira, Peretti y Carandino, 2001). Una de las asignaturas con mayores porcentajes de alumnos desaprobados es, casualmente, la matemática⁵⁶.

Según los distintos ambientes de aprendizaje para la educación matemática descriptos por Skovsmose (2000), el paradigma del ejercicio históricamente utilizado en clases de matemática, hoy no presenta demasiado interés en los estudiantes y es poco probable que produzca un conocimiento significativo y duradero. Es muy común al comenzar un ciclo lectivo que los docentes de matemática se sorprendan porque los alumnos no recuerdan nada y no pueden resolver los mismos ejercicios que les llevaron a aprobar esta asignatura el año anterior.

Teniendo en cuenta todo lo expuesto, se considera esencial que el docente llegue a comprender que el saber por el saber mismo ya no es suficiente para lograr la atención y el interés en los estudiantes; que la autoridad docente ya no es atributo inherente a un cargo sino que es un atributo que exige ser construido (Fanfani, 2004) y que los principios básicos sobre los cuales tenía lugar la transmisión en la modernidad (Pineau, 2010) ya no están presentes. Se hace necesario modificar posiciones de resistencia e impotencia (Duschatsky, 2008) que suelen asumir los actores educativos ante esta realidad y que sólo constituyen formas de padecimiento.

PROPUESTA DE MEJORAMIENTO

Se entiende que una propuesta superadora del planteamiento anterior sería considerar al proceso educativo como un proceso de vida, un proceso democrático en el cual educadores y educandos asumen el rol de investigadores interesados en problemáticas de la realidad social que se encuentran en su entorno. Y es la línea de pensamiento de la Educación Crítica la que nos remite a ese objetivo de carácter social, que además de plantear la construcción de conocimientos significativos se preocupa por hacerlo de forma democrática, incentivando en los alumnos el espíritu crítico, la responsabilidad ética y concientización política. Paulo Freire, Henry Giroux, Ubiratan D'Ambrosio y Ole Skovsmose contribuyeron sustancialmente para la fundamentación de esta teoría. Para Freire (2004), el acto de enseñar exige, entre otras, investigación, respeto a los

⁵⁶ En: www.lanacion.com.ar/963508-matematicas-sigue-siendo-un-dolor-de-cabeza y www.laverdadonline.com/detallenoti.php?recordID=24793

saberes de los educandos, reflexión crítica sobre la práctica y respeto a la autonomía del ser del educando.

Para Giroux (2005), el estudiante debe estar en contacto con su realidad y es en la interacción con el medio donde el estudiante se sensibiliza con los problemas del entorno; por ello, la metodología de los programas deberá ser abierta, dinámica, dinamizadora, y permitir que se aborden los contenidos a través de las problemáticas reales.

Por su parte, Ole Skovsmose (1994) presenta en uno de sus libros las ideas centrales en torno a la Educación Matemática Crítica, ilustrándolas con ejemplos de proyectos educativos realizados en escuelas danesas. La intención más relevante de este autor es la de considerar la relación entre educación crítica y las materias escolares, en particular la matemática, pero no sólo de manera teórica sino también brindando fundamentos para interpretar y aclarar prácticas educativas.

El enfoque de la Educación Matemática Crítica interpreta la educación matemática como un fenómeno social considerando esencial incorporar los aspectos político-sociales como constitutivos del mismo. En este enfoque, se entiende que la interacción entre estudiantes, docentes y administradores de la educación establecen las condiciones de posibilidad de construcción de una educación que contemple el desarrollo de una competencia democrática de los estudiantes. La relación entre educación matemática y democracia está estrechamente ligada a la institución escolar en la que efectivamente se realiza, es decir, las efectivas condiciones específicas de una institución favorecen u obstaculizan el desarrollo de una competencia democrática.

Encontramos en este enfoque una compatibilidad tanto de intereses como de objetivos con el método de educación a través de la Modelización Matemática y con el Paradigma Situacional para la educación que se está proponiendo desde la FLACSO⁵⁷. En el enfoque situacional (Baquero 2008), la situación no opera como un contexto externo que decora, acelera o enlentece un proceso de desarrollo que es atributo del individuo, sino que el desarrollo como el aprendizaje es algo que se produce en situación y es la situación la que lo explica. Ricardo Baquero (2008) alerta en que no debemos adoptar perspectivas constructivistas poco atentas al carácter político-cultural de las prácticas escolares y muestra cómo el enfoque situacional permite abrir una agenda crítica de problemas sobre las prácticas educativas.

La escuela situación es una escuela en la cual el pensamiento situacional no es un pensamiento preconstituido, una nueva ideología o una doctrina que sabe siempre lo que es preciso hacer y decir, sino que por el contrario, se funda en un “no saber” que obliga a pensar lo impensado a partir de los términos de unas circunstancias dadas. La escuela-situación es política, en el sentido que Spinoza (1999) da al término: construye sociedad y a partir de allí produce un espacio de lo público, que no se impone a los miembros de un territorio dado, sino que existe en la medida en que él mismo es expresión de su actividad. En una escuela situación no se trata sólo de impartir unos contenidos como de verificar en situación proyectos de aprendizaje singulares y de ponerse a disposición para alcanzar algo más que una mera repetición. Se entiende que no hay situación de aprendizaje sin una implicación deseante de los estudiantes, no se forma un proyecto de aprendizaje invocando una autoridad exterior al proceso mismo. Por esto creemos al igual que Silvia Duschatzky (2008) en la necesidad de cambiar posiciones de resistencia o impotencia por una posición de invención que supone producir singularidad y buscar formas inéditas de operar con lo real que habiliten nuevos modos de habitar una situación.

⁵⁷ Facultad Latinoamericana de Ciencias Sociales. Buenos Aires

Por otra parte, adherimos a la mirada de Jacobini y Wodewotzki (2006) en relación a la vinculación que establecen entre Educación Matemática Crítica y el método de educación a través de la Modelización Matemática; incluyendo en nuestro caso, también una compatibilidad con el Paradigma Situacional mencionado. Bassanezi (2002) reafirma el rol del modelaje matemático como un instrumento pedagógico, un proceso dinámico utilizado para la obtención y validación de modelos matemáticos que consiste esencialmente en el arte de transformar situaciones de nuestro entorno cotidiano en problemas matemáticos y resolverlos, interpretando sus respuestas en un lenguaje usual. D'Ambrosio (1991) afirma que un modelaje eficiente se da a partir del momento en que somos conscientes de que estamos trabajando siempre con aproximaciones de la situación real. En esta perspectiva se considera de la misma manera que Barbosa (2007) que el modelaje matemático puede ser un ambiente de aprendizaje en que los estudiantes son invitados a investigar a través de la matemática situaciones de la vida diaria o de otras ciencias.

Al igual que en el enfoque crítico para la educación matemática como en el paradigma situacional se propone una educación basada en proyectos pedagógicos de investigación relativos a alguna situación cotidiana que resulte significativa para los estudiantes. La presencia de modelaje matemático en un contexto de educación matemática, esencialmente se refiere a estudiar matemática en un problema legítimo del contexto cotidiano cuya solución deberá posibilitar su análisis, reflexión, discusión y validación. Andrade (2009) afirma que el trabajo fundamentado en modelaje matemático se constituye como una propuesta factible y desafiadora para el profesor en el salón de aula, implicando una ruptura en la situación segura y conocida, por una perspectiva desconocida y no siempre asegurada con anterioridad. Por otra parte, este autor también destaca que los ambientes de aprendizaje centrados en modelaje matemático promueven una interacción entre la institución escolar y la comunidad.

Finalmente, encontramos en los nuevos formatos curriculares y pedagógicos (Ministerios de Educación de la Nación, 2009; Ministerio de Educación de la Provincia de Córdoba, 2011) una estrategia acorde al paradigma situacional, a la educación basada en modelización matemática y a la propuesta del enfoque crítico para la didáctica de la matemática, observando una total concordancia entre el formato proyectos de investigación con un ambiente de aprendizaje de tipo 6 (Skovsmose, 2000) consistente en un escenario de investigación con una situación de la vida real. También hay evidencias en nuestro país que muestran que este tipo de trabajo es posible de ser realizado con estudiantes de nivel medio (Villarreal, Esteley y Smith, 2011).

Por todo lo expuesto, se considera que la elaboración y planificación de un proyecto de investigación escolar basado en una problemática formulada y reconocida por los estudiantes es la base para plantear una experiencia de aprendizaje que resulte significativa para los educandos. La educación desde escenarios de investigación, sin dudas plantea para los docentes un desplazamiento desde una zona de seguridad a una zona de riesgo donde no siempre se sabe lo que es preciso decir o hacer; pero estamos convencidos que es un corrimiento que vale la pena transitar. Más aún, entendemos que la Educación Matemática Crítica y el aprendizaje centrado en el Modelaje Matemático se hacen necesarias en el actual contexto educativo, dónde tal como lo plantea Cristina Corea (2004), la subjetividad pedagógica de la modernidad hoy está agotada. Visualizamos que este tipo de educación es la que hoy se requiere desde el Paradigma de una escuela-situación⁵⁸.

⁵⁸ Definición para escuela desde el Paradigma Situacional mencionado

El proyecto que presentamos a continuación plantea un escenario de investigación a partir de los intereses planteados por los estudiantes. Durante el ciclo lectivo 2012, la profesora de matemática les presentó la siguiente consigna a (alumnos de segundo año según designación de Córdoba u octavo grado) los destinatarios de la aplicación de este plan en el ciclo lectivo 2013:

“Seguramente, habrás pensado o escuchado hablar de alguna problemática que hay en la escuela o en tu pueblo. Te invito a que pienses en esos problemas y escribas sobre aquel problema en el que te gustaría poder encontrar alguna solución, algún problema que vos ves que existe, o un problema del que te han hablado y piensas que sería muy bueno poder ayudar con tu curso para encontrar un modo de ayudar a resolverlo. Un problema que esté afectando a varias personas y te gustaría mucho poder ayudar junto con tu curso”.

En esta consulta, la docente formuló los objetivos de planificar un trabajo para el próximo año con ellos teniendo en cuenta una problemática que sea de interés para el grupo, generando en ellos la confianza de que en esa formulación ninguna problemática estaba mal y no se condicionaran a que fuera sobre matemática. Luego de la discusión en pequeños grupos, el 45 % de los alumnos formuló una problemática relacionada a la contaminación debido a la falta de cloacas y posibles consecuencias para el río que atraviesa la localidad de, que provee de agua al pueblo y que además es el principal atractivo turístico del lugar⁵⁹.

En esta instancia se indagó sobre los conocimientos previos de esta temática que tienen los estudiantes, sobre el problema de la contaminación del medio ambiente y sobre la contaminación de los ríos. A raíz del conocimiento de un alumno sobre equipos que permiten el tratamiento de aguas servidas, se formuló que esto podría ser una contribución importante que plantearía el proyecto y que beneficiaría a los vecinos de escasos recursos.

Este proyecto, además de ser un proyecto de investigación bibliográfica, plantea también una investigación en terreno y utiliza otros formatos curriculares y pedagógicos definidos en los lineamientos políticos y estratégicos de la educación secundaria obligatoria (Resol.Nº84/09 del Consejo Federal de Educación) tales como “Seminario, taller, trabajo de campo, laboratorio, observatorio y ateneo”.

OBJETIVOS PROPUESTOS

Objetivos Generales

Generar un escenario de investigación que invite a los estudiantes a formular preguntas, a analizar lo que sucede en su entorno social, a buscar explicaciones y a plantear hipótesis.

Entender el propósito, la lógica y el procedimiento de una investigación estadística.

Que el estudiante pueda verse como un ciudadano en una democracia, que no sólo es un receptor de lo que sucede en su contexto y de las decisiones que toman las autoridades, sino que puede ser un generador para su comunidad.

Que los estudiantes puedan ver los conocimientos como necesarios, aunque no por ello suficientes, para poder interpretar lo que sucede en la realidad, que es mucho más compleja como para ser limitada sólo a un área del conocimiento.

Objetivos Específicos: Que los estudiantes puedan:

⁵⁹ En el sitio <http://www.sierrasdelsur.com.ar/home/.....htm> se puede observar el río mencionado así como la importancia de éste en la promoción turística que se hace del lugar.

Realizar un diagnóstico sobre la contaminación por efluentes cloacales en empleando contenidos estadísticos y haciendo uso de la tecnología.

Poner en práctica habilidades utilizadas en los procesos de investigación estadística

Reflexionar, argumentar y ser críticos en relación con la contaminación por efluentes cloacales de su pueblo.

Desarrollar habilidades para comunicarse estadísticamente y para confrontar sus resultados con los de sus pares.

Realizar propuestas superadoras de las problemáticas definidas.

ETAPAS DEL PROYECTO PEDAGÓGICO

Fase 1: Seminario (Marzo, Abril de 2013)

En una primera etapa del proyecto, se llevará a cabo el formato curricular “Seminario”, destinado a profundizar en las siguientes cuestiones acordes a contenidos curriculares que serán los ejes temáticos centrales (no se descarta que durante el desarrollo del proyecto se aborden otras temáticas que se consideren necesarias en el transcurso de la investigación en aula):

*¿Cómo se determina la contaminación por efluentes cloacales?

*¿Puede esa contaminación afectar el río?

*¿Cómo se determina si existe o no contaminación en el río y en las aguas de consumo para los pobladores?

*¿Cómo se puede prevenir la contaminación del río cuando no existe un sistema de cloacas?

* ¿Cuál es la población, muestra, variables de este estudio?

* ¿Cómo se recolecta y procesa información?

* ¿Cómo se presenta la información para ser interpretada?

En esta fase se invitará a profesores de la Universidad Nacional de Río Cuarto (UNRC) para desarrollar tres seminarios a cargo de los licenciados y/o⁶⁰

A través de paneles y/o talleres se presentará a los estudiantes y a la comunidad en general los conocimientos y el asesoramiento sobre esta temática. Teniendo siempre en cuenta que estos paneles deben tener en cuenta los conocimientos previos de los estudiantes y estar orientados hacia la significatividad del conocimiento (tanto de la biología, la química y especialmente de la estadística) que se espera que los estudiantes puedan construir.

Se prevee que estos seminarios sean abiertos a las autoridades y comunidad local; no sólo a los alumnos partícipes del proyecto.

La evaluación de estos seminarios será la siguiente:

- Para las autoridades y la comunidad: Al concluir los seminarios se entregarán a los participantes las siguientes preguntas:

A partir de sus conocimientos sobre esta temática y teniendo en cuenta lo presentado por los expertos:

* ¿Considera que en puede existir contaminación del ambiente debido a la falta de cloacas?

* ¿Cree que esa contaminación puede afectar en el futuro las aguas del río o al agua de consumo domiciliario?

*¿Qué otra problemática puede observar con respecto a esta temática?

⁶⁰ Todos ellos especialistas de la UNRC con publicaciones en la temática de contaminación por efluentes cloacales y en principio se han mostrado interesados en participar

- Para los alumnos partícipes del proyecto: la evaluación sobre estos seminarios se realizará por medio de otro formato curricular “Ateneo”:

*Los estudiantes deberán presentar (en grupos heterogéneos) una síntesis de los aspectos desarrollados en los seminarios que consideran más relevantes para la investigación sobre el río de teniendo en cuenta las opiniones brindadas por los expertos, por los miembros de la comunidad y sus propias opiniones. Esta presentación en Power Point deberá ser compartida con el resto de sus compañeros dando lugar a preguntas y reflexiones.

Es importante aclarar que en esta fase, se comenzará con la primera toma de muestras (marzo) del agua del río, del agua consumida por los pobladores y de los pozos de agua existentes. Esto permitirá llevar a cabo el comienzo de la fase siguiente.

Fase 2: Trabajo de Campo (Mayo a Julio de 2013)

Se mencionan a continuación algunas de las actividades de campo definidas a priori, sin dejar de lado otras actividades que puedan agregarse durante el transcurso del proyecto y a raíz de los resultados obtenidos en la fase 1 del proyecto y teniendo en cuenta las propuestas de los actores involucrados (expertos, docentes, estudiantes, comunidad).

- **Laboratorio:** Se llevará a cabo este formato curricular para realizar un análisis del agua del río y del agua consumida por los pobladores en distintas épocas del año (por lo menos en las épocas verano e invierno). También se realizará análisis en pozos de agua existentes. Por lo menos uno de estos análisis será realizado por los estudiantes conjuntamente con el profesor de Química de establecimiento. Los demás análisis serán llevados a cabo por la UNRC para la obtención de los resultados.
- **Observatorio:** A partir de los datos obtenidos se realizará una recopilación de la información y presentación de los datos en tablas y gráficos Excel, para luego ser interpretados por los estudiantes.

Fase 3: Comunicación (Agosto, Setiembre y Octubre de 2013)

En esta etapa, los estudiantes deberán presentar los resultados obtenidos en el desarrollo del proyecto mediante la construcción de un Blog. Para ello se contará con la colaboración del Ayudante Técnico en Informática del cual dispone la institución. En este Blog, los estudiantes deberán incluir (por grupos heterogéneos) por lo menos los siguientes ítems:

- Los gráficos y resultados obtenidos del trabajo de campo así como sus valoraciones e interpretaciones sobre los mismos.
- Toda información (fotos, videos, comentarios) que los estudiantes consideren relevante para concientizar sobre la conservación y prevención de la contaminación del río.
- Sugerencias y/o conclusiones para la comunidad.

Fase 4: Institucionalización y Evaluación (Noviembre y Diciembre 2013)

En esta etapa final los docentes partícipes del proyecto y, especialmente la profesora de matemática, realizará un cierre del proyecto presentando formalmente los contenidos de la disciplina trabajados, que fueran mencionados durante el proyecto e incluso aquellos que fueron utilizados y no fueron explicitados con anterioridad.

Los contenidos de la asignatura (Matemática de tercer año nivel medio) que pueden ser establecidos a priori que serán institucionalizados son los siguientes:

- Proceso de modelización matemática.
- Estadística descriptiva: sus objetivos y herramientas.

- Población, muestra y variables.
- Interpretación de significado de parámetros de posición (media aritmética, mediana y moda), identificando el más adecuado para describir la situación en estudio.
- Construcción de tablas y gráficos estadísticos a partir de una muestra y empleando Excel.
- Lectura e interpretación y análisis crítico de gráficos estadísticos
- Formulación de hipótesis como indicio a la estadística inferencial y análisis de los límites de los parámetros de posición para describir la situación en estudio y para la elaboración de inferencias y la toma de decisiones.

Por su parte los estudiantes deberán incluir en el Blog los contenidos formales que fueron institucionalizados por la docente contextualizándolos al proyecto desarrollado.

Cabe mencionar que los contenidos mencionados son sólo los que se pueden preveer, pero que pueden ser ampliados según las necesidades que surjan durante el desarrollo del proyecto.

DEMOSTRACIÓN DE SU POSIBILIDAD DE SER EFECTIVO Y REPLICABLE

Para poder concretar el presente proyecto serán necesarios los siguientes recursos:

Recursos Humanos	Prof. Matemática; Prof. Química; Ayudante Técnico en Informática; Expertos de la UNRC;
Recursos Materiales	Computadoras y/o Netbook; Monocañón y pantalla de proyección; filmadora, materiales para laboratorio, equipos domiciliarios para tratamiento efluentes cloacales.

En primer lugar, el proyecto propuesto es factible no sólo por contar con los recursos humanos y los principales elementos materiales necesarios para la ejecución del mismo (ya que la escuela dispone del monocañón y computadoras) sino porque además es factible su inclusión en la planificación anual de la asignatura Matemática correspondiente a tercer año de nivel medio por respetar los lineamientos curriculares establecidos por el Ministerio de Educación de la Nación (2009) y el Ministerio de Educación de la Provincia de Córdoba (2011). Además, la posibilidad de contribuir con un equipo de tratamiento de efluentes cloacales a los vecinos de mayores necesidades y menores recursos (que serán determinados con el proyecto) le asignará a este proyecto mayor impacto.

Por otro parte, la profesora líder del proyecto tiene a su cargo el curso donde se implementaría el proyecto con una carga horaria de 5hs semanales, de las cuales 2hs. semanales serán destinadas al desarrollo del presente proyecto; asegurando de esta manera, también el tiempo y el espacio necesario.

Basándonos en numerosos estudios realizados (Batanero y Godino, 2001; Batanero y Díaz, 2011; Villarreal, Esteley y Smith, 2011) entendemos que la educación de la matemática a través de proyectos pedagógicos e interdisciplinarios puede ser efectiva y replicable a cualquier institución educativa de nivel medio y que la efectiva materialización de este proyecto en particular, puede ser un incentivo importante para los docentes en general pues, gracias a la comunicación en Internet de libre acceso como está previsto en el desarrollo mismo del proyecto, los profesores y alumnos de

cualquier institución educativa podrán ver en el blog previsto, un ejemplo concreto de un escenario de investigación construido sobre una problemática de la vida real.

QUIÉNES ESTARÁN INVOLUCRADOS

El presente proyecto involucra no sólo a docentes de la institución (mencionados en los recursos humanos y posibles docentes que puedan sumarse durante la ejecución del mismo) y todos los alumnos de tercer año (división única) del ciclo lectivo 2013 del IPEM sino que también involucra a expertos en la temática, padres, autoridades locales y la comunidad en general.

DETALLE DEL DESTINO Y UTILIZACIÓN DE FONDOS

- * Viáticos para expertos de la UNRC (distante): tres encuentros con distintos profesionales con una remuneración de \$ 800 por cada encuentro. Total \$2400.
- * Artículos de librería para desarrollar los proyectos planificados: Aproximadamente por un monto total de \$2000.
- * Elementos necesarios para realizar los análisis de las muestras recolectadas. Costo \$2600.
- * Compra de una filmadora para la escuela que permita registrar los distintos momentos de la ejecución del proyecto. Costo \$ 3000
- * Equipo para tratamiento de efluentes cloacales para pobladores estables de la localidad. Módulos domiciliarios con capacidad hasta 1500 lt. por día, con instalación de mangueras perforadas (marca Tigre u otra similar) que permitan volcar en el mismo terreno luego del tratamiento que devuelve el agua apta para riego. Costo aproximado \$ 150.000.

En el caso de recibir una de las menciones de honor, la utilización de los fondos será la siguiente:

- * Viáticos para expertos de la UNRC (distante a): tres encuentros con distintos profesionales con una remuneración de \$800 por cada encuentro. Total \$2400.
- * Artículos de librería para desarrollar los proyectos planificados: Aproximadamente por un monto total de \$2000.
- * Recursos necesarios para realizar los análisis de agua. (\$2600).
- * Compra de una filmadora para la escuela. (\$3000).
- * Compra de 4(cuatro) PC para la escuela y 1(una) PC para la profesora responsable del proyecto, equipadas con software estadístico, placa de video, etc. (\$35.000).

INDICADORES QUE PERMITEN EL MONITOREO Y ÉXITO DE LA IMPLEMENTACIÓN DEL PROYECTO

En cuanto a la evaluación, se planea realizar una valoración al finalizar cada uno de las fases del proyecto. Este proyecto se elaboró teniendo en cuenta su viabilidad, en relación a las variables contextuales ya que existe apertura por parte del equipo directivo de la institución y una excelente predisposición por parte de los docentes involucrados en el proyecto, además de contar con los principales recursos para la ejecución del mismo. Además se ha elaborado de manera flexible, hecho que permitirá las necesarias readaptaciones que surgen del día a día y del los intercambios de saberes con colegas, directivos, expertos, comunidad y estudiantes.

La primera fase del proyecto será evaluada mediante la presentación en Power Point en la cual los estudiantes deberán incluir una síntesis de los aspectos tratados en los

seminarios que consideren más relevantes para la investigación sobre la contaminación por efluentes cloacales en

La fase 2 será evaluada de manera continua durante el desarrollo del observatorio por los docentes involucrados en el proyecto, mediante exposiciones de los trabajos parciales (tablas y gráficos confeccionados) de los diferentes grupos para ser debatidos y discutidos de manera grupal.

En cuanto los aspectos que serán necesarios evaluar, se prevé elaborar indicadores de avance. Los mismos serán establecidos por los docentes responsables del proyecto conjuntamente con los estudiantes, en base a los objetivos que sustentan la puesta en acción.

En lo que respecta a las técnicas necesarias para llevar a cabo el proceso de evaluación, se prevé la realización de un informe que contemple las siguientes apreciaciones:

GRUPO RESPONSABLE				
OBJETIVOS ESPECIFICOS:				
Actividades previstas	Resultados alcanzados	Recursos previstos	Observaciones críticas	Decisiones de reformulación

La modalidad de cuadro se plantea como una herramienta opcional facilitadora del proceso.

En lo que respecta a la modalidad de comunicación de los resultados, se prevé en la fase 3 la construcción de un Blog de manera colaborativa entre los distintos grupos de trabajo en el cual se incluyan no sólo los resultados del proyecto sino también las percepciones y el sentir de los involucrados en el proyecto durante el desarrollo del mismo. Además se incluirán las recomendaciones y sugerencias hacia la comunidad con respecto a esta temática.

Con el objetivo de despertar la capacidad crítica de los involucrados, que implique las consiguientes mejoras en la práctica, se implementará la actitud de no personalizar los errores, sino que se observarán y criticarán las actividades realizadas en un contexto particular. Dicha observación no estará dirigida a marcar errores, sino a aportar miradas, consejos, observaciones que nos permitan mejorar la acción y optimizar nuestros recursos. Las reformulaciones que puedan realizarse a los proyectos serán decisiones de los docentes partícipes del proyecto.

En cuanto al registro del conocimiento generado se planea realizar una institucionalización por parte de los docentes al finalizar el trabajo basándose en los trabajos desarrollados por los estudiantes. Dicho escrito será realizado por el equipo docente durante las horas de clase y será parte del trabajo final y la aprobación del proyecto la instancia de incluir estos conocimientos contextualizados en el Blog construido. La finalidad de la elaboración de este sitio Web no es sólo la herramienta seleccionada para la comunicación y evaluación del proyecto, sino que además tiene como finalidad resguardar la experiencia vivida como bagaje de conocimiento que ayudará a construir las futuras prácticas.

BIBLIOGRAFÍA

- Andrade, M. (2009). Ensino e aprendizagem de Estatística por meio da modelagem matemática: uma investigação com o ensino médio. *Boletim de Educação Matemática*, 22(32).
- Baquero, R. (2008). La transmisión educativa desde una perspectiva situacionista. Buenos Aires: *Publicación interna de la Facultad Latinoamericana de Ciencias Sociales (FLACSO)*.

- Barbosa, J.C. (2007). Mathematical modelling and parallel discussions. In: *Congress of the European society for research in mathematics education*, Larnaca, 2007. Proceedings of the 5th CERME, vol 1: 1-10.
- Bassanezi, R.C. (2002). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. Sao Paulo: Contexto.
- Batanero, C. y Godino, J.D. (2001). *Análisis de datos y su didáctica*. Granada. Edición digital en: <http://www.ugr.es/~batanero/publicaciones%20index.htm>.
- Batanero, C. y Diaz; C. (2011). *Estadística con Proyectos*. Granada. Edición digital en: <http://www.ugr.es/~batanero/publicaciones%20index.htm>.
- Corea, C. (2004). La destitución de la comunicación y el agotamiento de la subjetividad pedagógica. Buenos Aires: *Publicación interna de la Facultad Latinoamericana de Ciencias Sociales (FLACSO)*.
- Corea, Cristina y Lewkowicz, Ignacio(2005). *Pedagogía del aburrido*. Buenos Aires: Paidós Iberica
- D'Ámbrosio, U. (1991) Matemática, enseñanza y educación: una propuesta global. *Revista SBEM.*, vol 4, n°3: 1-16.
- Duschatzky (2008). Identidades juveniles, escuela y expulsión social. Diploma Superior en Gestión Educativa. FLACSO Argentina.
- Ferreyra Horacio, Peretti Gabriela y Carandino Edgardo, “*Los Problemas de la Educación Media en la Argentina*”, Premio Academia Nacional de Educación”. (2001). 106 p.
- Finocchio, Silvia y Romero, Nanci (comp.) (2011). Saberes y prácticas escolares.FLACSO y Homo Sapiens Ediciones.*Colección Pensar la educación*
- Freire;Paulo (2004). *Pedagogía de la Autonomía*. Sao Paulo: Paz e Terra SA.
- Giroux, H. (1994). *Jóvenes, diferencia y educación postmoderna*. En Castells Nuevas perspectivas críticas de la educación. Barcelona: Paidós. P. 97-128.
- Giroux, H. (1996). Educación posmoderna y generación juvenil. *Nueva Sociedad* Nro. 146 Noviembre-Diciembre 1996, 148-167.
- Giroux, Henry (2005) *Pedagogía crítica, estudios culturales y democracia radical*. Madrid: Popular.
- Jacobini,O.R. y Wodewotzki,M.L.L. (2006). Uma reflexao sobre a modelagem matemática no contexto da Educacao Matemática Crítica. *BOLEMA*, Vol. 19, n°25: 71-88.
- Ministerio de Educación de la Nación (2009). Lineamientos Políticos y Estratégicos de la Educación Secundaria Obligatoria. Resolución CFE N° 84/09. En: <http://portal.educacion.gov.ar/files/2009/12/84-09-anexo01.pdf>.
- Ministerio de Educación de la provincia de Córdoba (2011). Educación Secundaria Encuadre General. Versión 2011-2015, Anexo I. En: <http://www.bnm.me.gov.ar/giga1/documentos/EL003225.pdf>.
- Pineau, Pablo (2010). Curso académico Escolarización y subjetividad moderna. Diploma Superior en Gestión Educativa. FLACSO Argentina.
- Spinoza, B. (1999). *Etica*. Madrid: Editorial Alianza.
- Skovsmose, O. (1999). *Hacia una filosofía de la educación matemática crítica*. Traducido al español del original en inglés titulado “Towards a philosophy of critical mathematics education”. Colombia: Editorial Una empresa docente.
- Skovsmose, O. (2000). Escenarios de investigación. *Revista EMA*, Vol. 6, n° 1: 3-26.
- Tenti Fanfani, E. (2004). Viejas y nuevas formas de autoridad docente. *Revista Todavía*, Buenos Aires, Fundación OSDE, Argentina, n°7.
- Villarreal,M. ; Esteley,C. y Smith,S. (2011). Desafíos y decisiones de profesores de matemática en escenarios de modelización: el diseño de un proyecto para el aula. XIII CIAEM-IACME, Recife.

ANEXO 3: Nota enviada al municipio local solicitando apoyo

[REDACTED], 12 de Junio de 2013.

A la Intendente de la

Localidad de [REDACTED]

Sra. [REDACTED]

 S / D

De nuestra mayor consideración:

Nos dirigimos a Ud., y por su intermedio a los miembros del Consejo Deliberante de esta localidad a fin de solicitar el apoyo y el acompañamiento de este municipio en el proyecto "[REDACTED] Un proyecto para prevenir contaminación por efluentes cloacales" que están llevando a cabo los alumnos de tercer año del presente ciclo lectivo coordinado por los profesores [REDACTED]. Cabe mencionar que el tema central del proyecto mencionado fue definido por los estudiantes; así como también la inquietud de convocar a las autoridades municipales para ampliar los objetivos y posibilidades de actuar de manera positiva ante esta temática.

A continuación transcribimos algunos de los motivos por los cuáles los estudiantes consideran oportuno convocarlos (Expresados por los ellos en el taller desarrollado el día 30 de mayo del corriente año):

- * Porque estamos interesados no sólo para ver si el agua está contaminada, sino también en concientizar a los habitantes para evitar la contaminación. Solicitamos vuestra colaboración y acompañamiento en este proyecto porque creemos que será un bien para todos los habitantes de nuestro pueblo.
- * Necesitaríamos de vuestra colaboración para poder acceder a información que pueda contribuir a la indagación sobre la calidad de agua subterránea y superficial; así como también vuestra ayuda económica para la realización de análisis de muestras de agua.

* Queremos pedirles colaboración para la realización de nuestro proyecto, ya que es un bien para la población. Queremos pedirles si es posible que se realice un trabajo conjunto entre nuestro colegio, el municipio y la UNRC para facilitar los recursos materiales, económicos y humanos que puedan ser necesarios para este estudio.

Por otra parte, creemos oportuno aclarar las actividades en las que han elegido trabajar los distintos grupos de estudiantes:

A) Trabajar en la concientización de los habitantes (en el pueblo [REDACTED]) sobre alguno de los aspectos para la prevención de la contaminación en el agua del río y/o de las aguas subterráneas.

B) Trabajar para realizar un estudio exploratorio sobre la calidad del agua potable, del agua subterránea y del agua del río [REDACTED].

C) Indagar sobre la calidad del agua potable, subterránea y del agua del río en [REDACTED].

D) Indagar (mediante una encuesta) si todos los hogares necesitan desagotar sus pozos negros y cada cuanto tiempo lo deben hacer.

E) Estudiar propuestas alternativas para el tratamiento de aguas negras de cada hogar, seleccionar una de estas propuestas que consideren apropiado para nuestro lugar y construir una maqueta o fabricar un mecanismo que permita mostrar a la comunidad esta propuesta para el tratamiento de aguas negras.

La intención de aclarar las actividades en las que han definido trabajar los estudiantes en el marco del proyecto mencionado es porque creemos que puede ayudar a las autoridades municipales y al Consejo Deliberante para definir si podría ser de interés también para el municipio local los resultados que se obtengan de estas indagaciones. En el caso de que alguna de estas actividades pueda aportar alguna información que consideren de utilidad, les solicitamos nos lo comuniquen a la brevedad para actuar según las formalidades correspondientes para realizar conjuntamente ese estudio en particular que es de interés compartido y definir cual sería el aporte que le es posible realizar a cada una de las instituciones. Así por ejemplo, en el estudio sobre la calidad de agua subterránea y superficial, pensamos que realizarlo en forma conjunta entre nuestro establecimiento educativo, la municipalidad de [REDACTED] y la UNRC permitiría indagar, entre otras cosas, sobre la posible relación que puedan tener los sistemas de saneamiento in situ (pozos negros) con la calidad de agua de nuestro río; pensamos que un estudio de esta naturaleza, permitiría realizarlo con mayor profundidad y con el aval de profesionales de la UNRC a partir de un convenio entre las tres instituciones (Municipalidad [REDACTED] UNRC, IPEM [REDACTED]).

ANEXO 4: Nota enviada al consejo deliberante ofreciendo algunas alternativas para prevenir mayor contaminación

██████████ 27 de octubre 2014

A la intendenta de la
Localidad de ██████████
██████████
S. _____ D.

De nuestra mayor consideración:

Nos dirigimos a usted y por su intermedio al Honorable Consejo Deliberante para hacerle llegar el informe final de ██████████ "Prevenir Contaminación por falta de Red Cloacal" elaborado por los alumnos de cuarto año abajo firmantes, conjuntamente con docentes de Matemática, Geografía, Tecnología y Estrategias de Comunicación del I.P.E.M. ██████████ de nuestra localidad.

A partir de la concreción del proyecto se ha concluido en la necesidad de colocar un "biodigestor hermético domiciliario" en los hogares de la localidad con el objetivo de contribuir a una prevención de contaminación del río ██████████ por falta de red Cloacal.

Por lo cual solicitamos se considere la posibilidad de gestionar una ordenanza municipal que exija la instalación del "biodigestor hermético domiciliario" en el código de urbanización de la localidad para las próximas construcciones y que se prevea la implementación del mismo en los hogares ya existente.

Nuestra solicitud se fundamenta en los resultados obtenidos en el trabajo de investigación realizado en el transcurso de los años 2012, 2013 y 2014, el cual se adjunta para su lectura.

Sin otro particular y quedando a la espera de una respuesta favorable aprovechamos la oportunidad para saludarla muy atentamente.



 Intendencia Municipal

 1 4 7 7