Taller 3 A:
Un sitio para explorar prácticas de enseñanza de las matemáticas: el Centro de Recursos en Didáctica de la Matemática-*Guy Brousseau*

Dilma Fregona, FaMAF, UNC , Argentina
fregona@famaf.unc.edu.ar

David Block, Centro de Investigaciones y de Estudios Avanzados, México
davidblock54@gmail.com

Pilar Orús, UJI, España
orus@uji.es

Plan de la presentación

1. Encuadre del taller

2. El Centro de Recursos en Didáctica de la Matemática-*Guy Brousseau* (CRDM-*GB*)

3. Algunos hallazgos relativos a una propuesta de enseñanza de la división y la multiplicación. Análisis, desde la teoría de las situaciones didácticas, de algunas decisiones del estudio de ingeniería didáctica

4. Referencias bibliográficas

1. Encuadre del taller

El Taller 3 A está asociado a la Conferência 3.

Título de la conferencia: A Engenharia Didática entre Pesquisa e Recurso para o Ensino e a Formação de Professores

Disertantes: Marie-Jeanne Perrin-Glorian (Universidade de Artois/França) e Paula Baltar (UFPE/PE-Brasil)

2. El Centro de Recursos en Didáctica de la Matemática-*Guy Brousseau* (CRDM-*GB*)

El CRDM-*GB*, es un Centro documental del Instituto IMAC de la Universidad Jaume I (UJI) de Castellón (España), creado en 2010.

Alberga recursos documentales y bibliográficos provenientes de las escuelas públicas J. Michelet de Talence (Francia), de nivel inicial y primario. En torno a ellas existió un Centro de Observación para la investigación de la Enseñanza de las Matemáticas, el COREM (siglas en francés), que desde 1972 y por más de 25 años, permitió observar y confrontar en las aulas, numerosas investigaciones producidas en el marco de la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD).

El vínculo al sitio del CRDM-GB es:
http://www.imac.uji.es/CRDM/ (Véase el Anexo de esta presentación).

Aspectos institucionales: el Grupo Escolar Michelet y el COREM

- A fines de 1960, creación en Francia de los IREM, asociados a universidades. En 1969, en la Universidad de Bordeaux.

- Desde 1966, Brousseau buscaba los medios institucionales para crear un “centro” que hiciera posible una **interacción apropiada** entre investigadores en didáctica de las matemáticas y una escuela pública donde fuera posible observar a alumnos y maestros en condiciones favorables

- En 1972-73 se crea el Grupo Escolar Jules Michelet en Talence, un municipio próximo a Bordeaux, en una zona donde hay gran población de migrantes.

- En ese Grupo Escolar , Brousseau crea el Centre d'Observation et de Recherche pour l'Enseignement des Mathématiques, (COREM) y en 1974 se construye, con aportes del estado, el edificio que albergó al Centro hasta 1999.

- Más información sobre el funcionamiento del COREM, véase http://guy-brousseau.com/le-corem/presentation/

Grupo Escolar Jules Michelet, pancarta exhibida durante una protesta en defensa de la educación pública en el año 2012

Edificio que albergó al COREM

Los actores en el Grupo Escolar Michelet y el COREM

- Docentes, alumnos, formadores de docentes asignados a cada nivel de la escuela e investigadores en didáctica de la matemática, formados y en formación.

- Los docentes además de dar clases, en 1/3 de su tiempo de trabajo: preparaban clases “comunes” y para investigaciones, observaban clases, participaban de un seminario semanal, redactaban informes y documentos destinados a docentes en actividad o en formación sobre temas bien determinados.

Uno de los documentos destinado a la formación de docentes, que llamamos en esta presentación, **“documento base”** es:

Brousseau N. et al. (1985). “La division à l’école élémentaire. Compte rendu des situations d’enseignement réalisées avec des enfants de CE2, CM1 et CM2”. Université et IREM de Bordeaux.

Original en francés, recuperado de:

http://repositori.uji.es/xmlui/handle/10234/163748

Traducción al castellano, recuperado de:

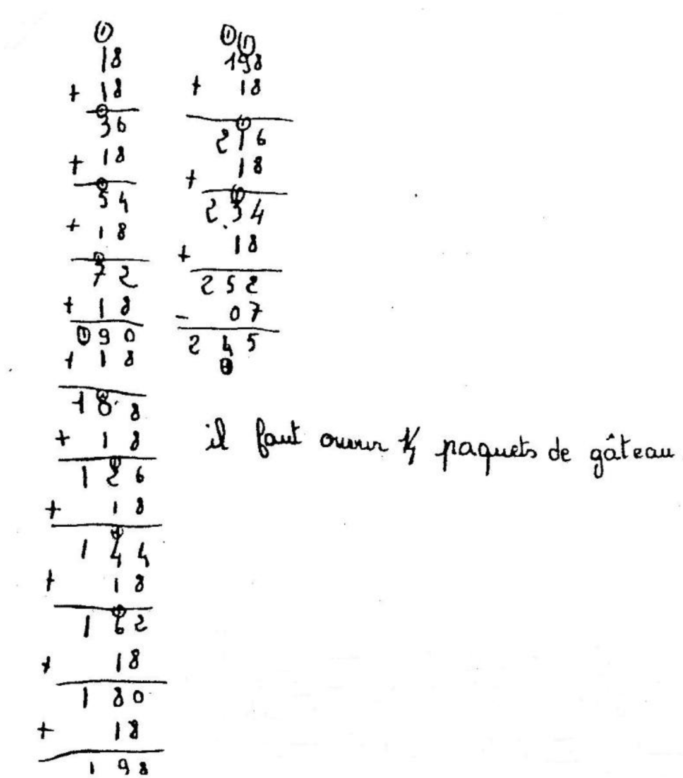
http://repositori.uji.es/xmlui/handle/10234/143287

3. Algunos hallazgos relativos a una propuesta de enseñanza de la división y la multiplicación. Análisis, desde la teoría de las situaciones didácticas, de algunas decisiones del estudio de ingeniería didáctica

Mostramos una selección de actividades tomadas del documento base. Es necesario advertir que estos problemas se proponen a alumnos de CE2 (8-9 años), a 7 meses de iniciado el año escolar, que no conocen una técnica para dividir.

Situación 1 (primera clase):
Se quiere distribuir un alfajor a cada uno de los 245 niños de una colonia de vacaciones para la merienda. Cada paquete contiene 18 alfajores. ¿Cuántos paquetes hay que abrir?

Una respuesta a ese problema, muestra un procedimiento aditivo:



Técnica de resolución tomada del documento base

Ante problemas similares, en el mismo curso de CE2 (véase las situaciones 2, 3 y 4 en el documento base) los alumnos recurren a técnicas que incluyen sumas, restas y multiplicaciones.

La cuestión que surge es: **¿qué saberes tienen disponibles esos alumnos para producir tales técnicas?** Volveremos sobre esta cuestión más adelante, al mostrar algunas producciones matemáticas de los alumnos, tomadas del CRDM.

En el proyecto de enseñanza, el maestro tiene previsto avanzar en técnicas que den cuenta de aproximaciones por multiplicación y en el curso siguiente, en CM1, con la resta para calcular la diferencia con el dividendo (es lo que en la clase denominan “paso”, “coups” en francés).

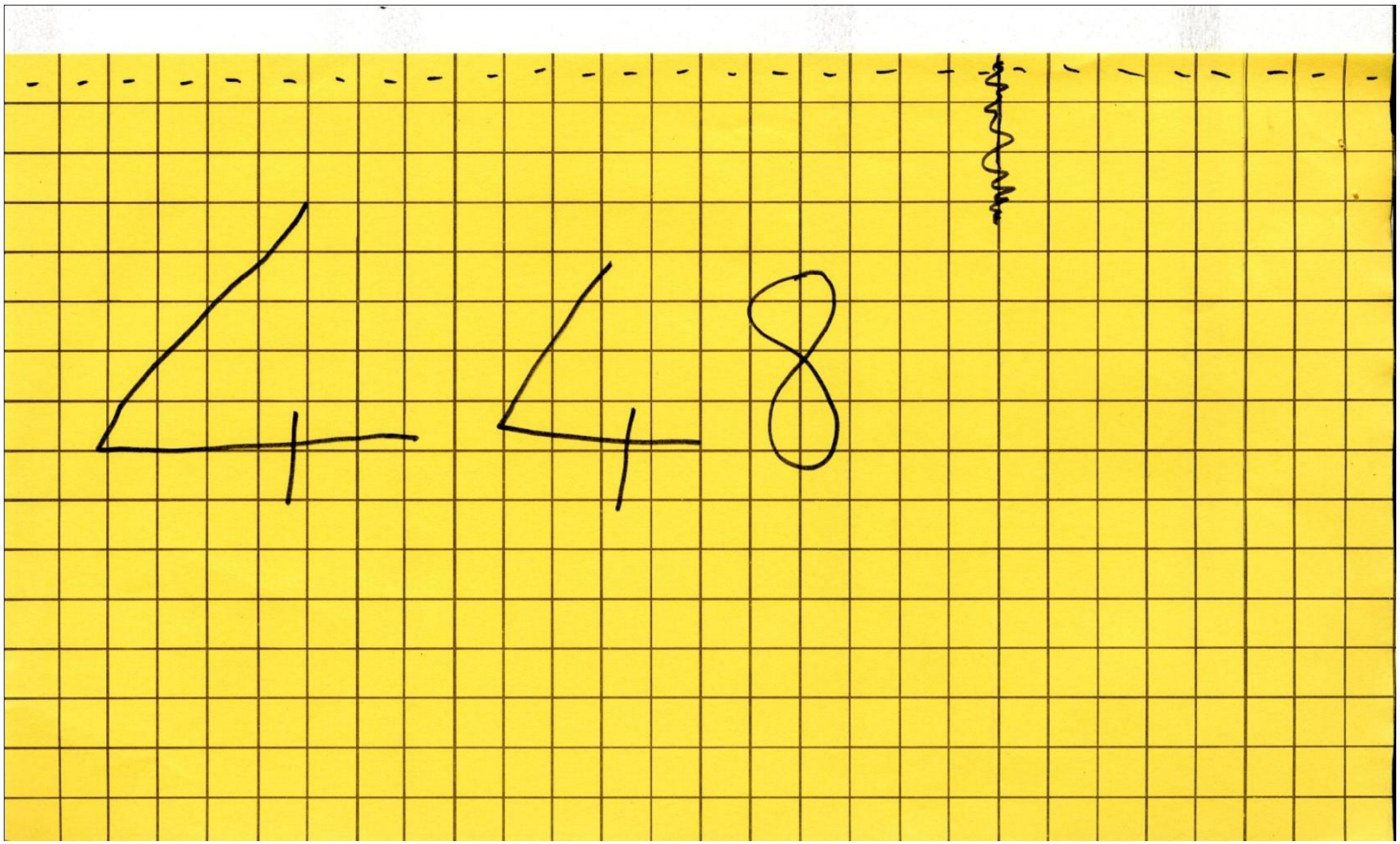
¿Cómo recuperar la multiplicación como técnica de cálculo? Hay aquí decisiones didácticas que implican una ruptura con los problemas anteriores.

Consigna oral **Situación 5**:

“Uds. tienen una tira de 16 cuadrados de ancho. Se la quiere cortar de modo tal que se obtenga un rectángulo que siga teniendo 16 cuadrados de ancho y que no supere los 460 cuadrados en total, pero que se aproxime lo más posible.”

Los alumnos pueden escribir sobre el papel cuadriculado. El maestro debe exigir la escritura del largo del rectángulo que más se aproxima a los 460 cuadrados.

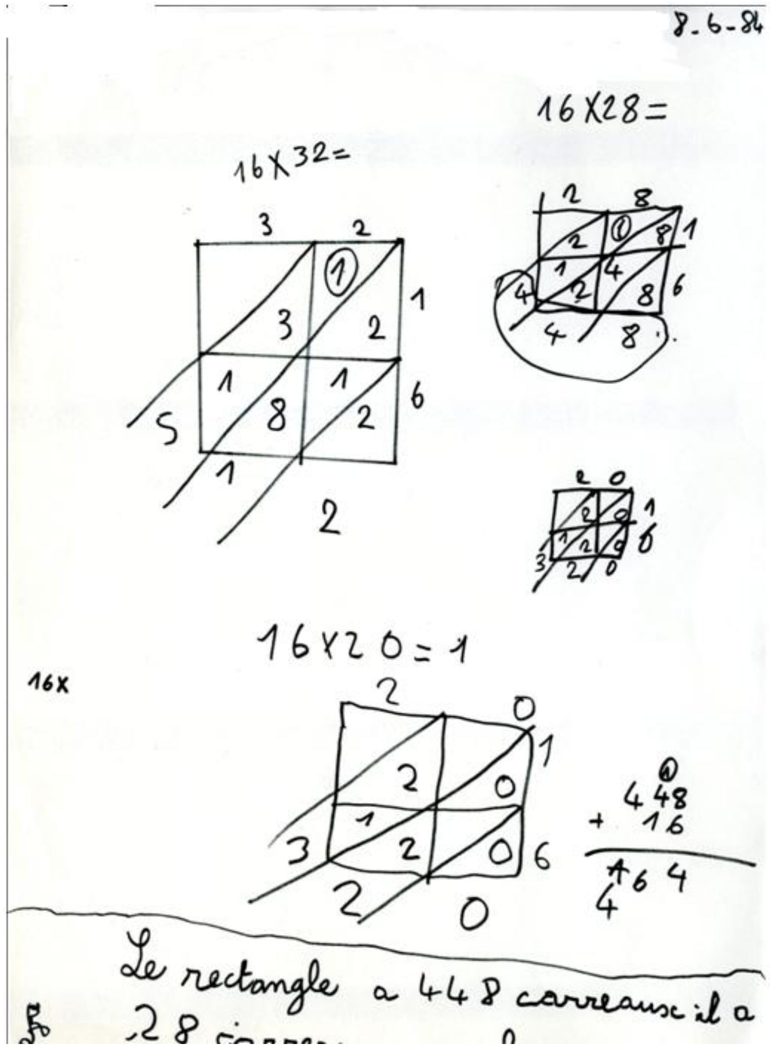
Respuesta de DEG y SPI; CE2 1983/84, 08-06-1984, caja 178, CRDM, UJI.



Los puntos marcados en cada cuadradito de uno de los lados del rectángulo muestra el control sobre el conteo hasta 28. ¿Cómo llegaron a esa respuesta?

Acompaña a esa cuadrícula, una hoja A4 que muestra unas multiplicaciones resueltas con la técnica *per gelosía* (recordemos que los alumnos no conocen una técnica para dividir) para buscar **n** de modo tal que: 16 x **n** ≤ 460, y que se aproxime lo más posible, es decir que no sobren columnas…

Cálculos de DEG y SPI; CE2 1983/84, 08-06-1984 (2), caja 178, CRDM, UJI.



Vemos en una disposición espacial que no necesariamente nos permite identificar el orden en que han hecho los cálculos,

16 x 32 = 512,

16 x 20 = 320,

16 x 28 = 448

La suma 448 +16 permite verificar que si se agrega una columna, se pasan de 460.

Otras respuestas están mostradas en el documento base.

Las respuestas que mostramos son del grupo identificado como DEG y SPI, ¿quiénes son esos alumnos? Sus nombres registrados en la hoja, Gregory D. y Delphine, los identifica como alumnos de ese curso durante el año escolar 1983-1984. En esa caja 178, hemos encontrado el *pavé* correspondiente a ese curso y año, es decir el cuadro que al nombre de cada alumno hace corresponder su código. Ese modo de identificación se mantuvo durante todo el funcionamiento del COREM.

El problema que sigue, en la secuencia, mantiene el contexto y el ancho de 16 cuadrados pero hay que llegar a 3300…

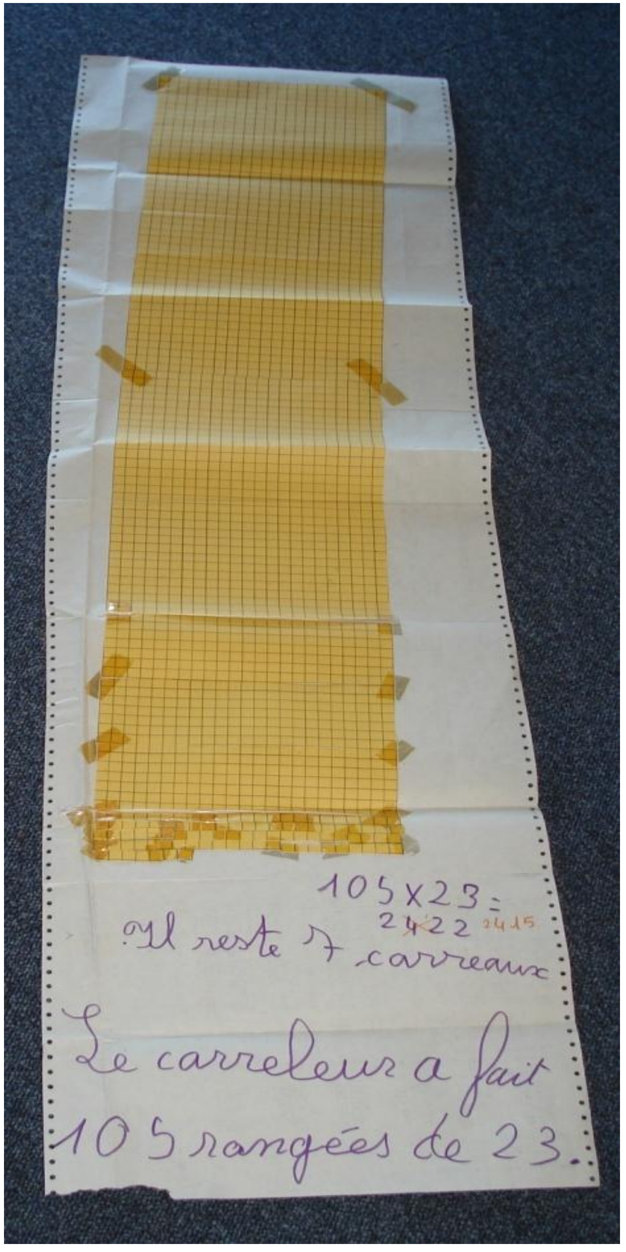
Tal como lo expresa el documento, ya no hay papel cuadriculado aunque los alumnos pueden recurrir a un dibujo. Uno de los números se mantiene, el otro aumenta considerablemente. ¿Se trata de aprovechar los cálculos ya hechos en el problema anterior? ¿Se trata de promover técnicas de cálculo más eficientes?

Esas decisiones didácticas buscan favorecer avances en las técnicas, en el sentido del proyecto de enseñanza.

¿Cómo se vuelve a activar la multiplicación en el curso escolar que sigue, es decir en CM1?

Un colocador de baldosas dispone de 2422 baldosas. Debe colocarlas sobre un muro en filas de 23 baldosas. ¿Cuántas filas completas podrá hacer con las 2422 baldosas?

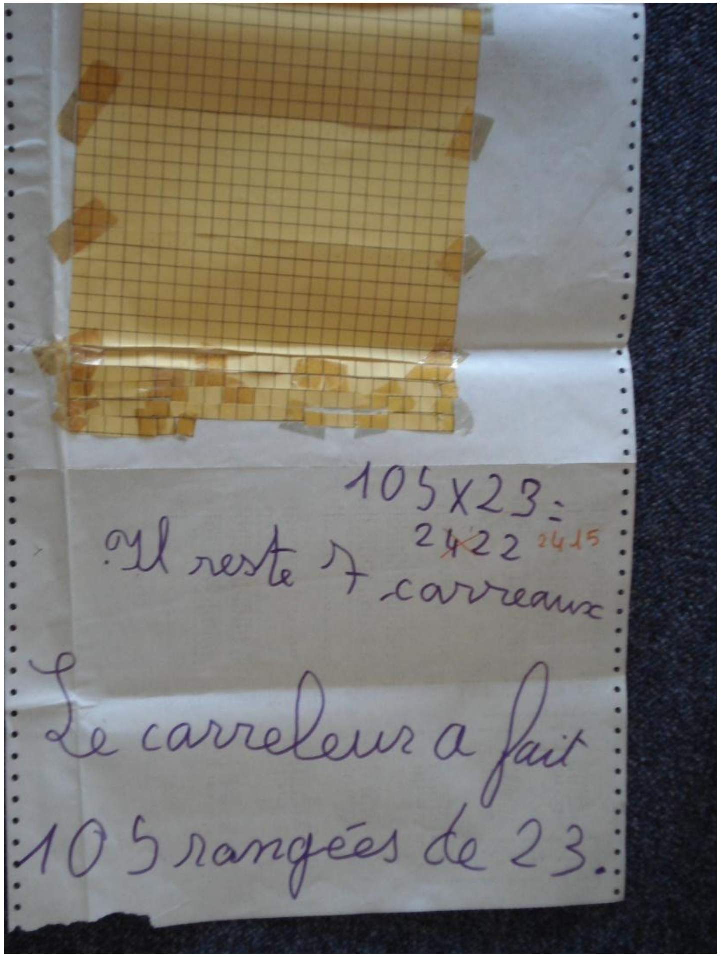
Un grupo será el de los colocadores, y dispone de hojas con cuadraditos de 2 cm x 2cm, papel blanco, marcador y cinta adhesiva. Tienen que representar el muro embaldosado, los otros grupos resuelven calculando.



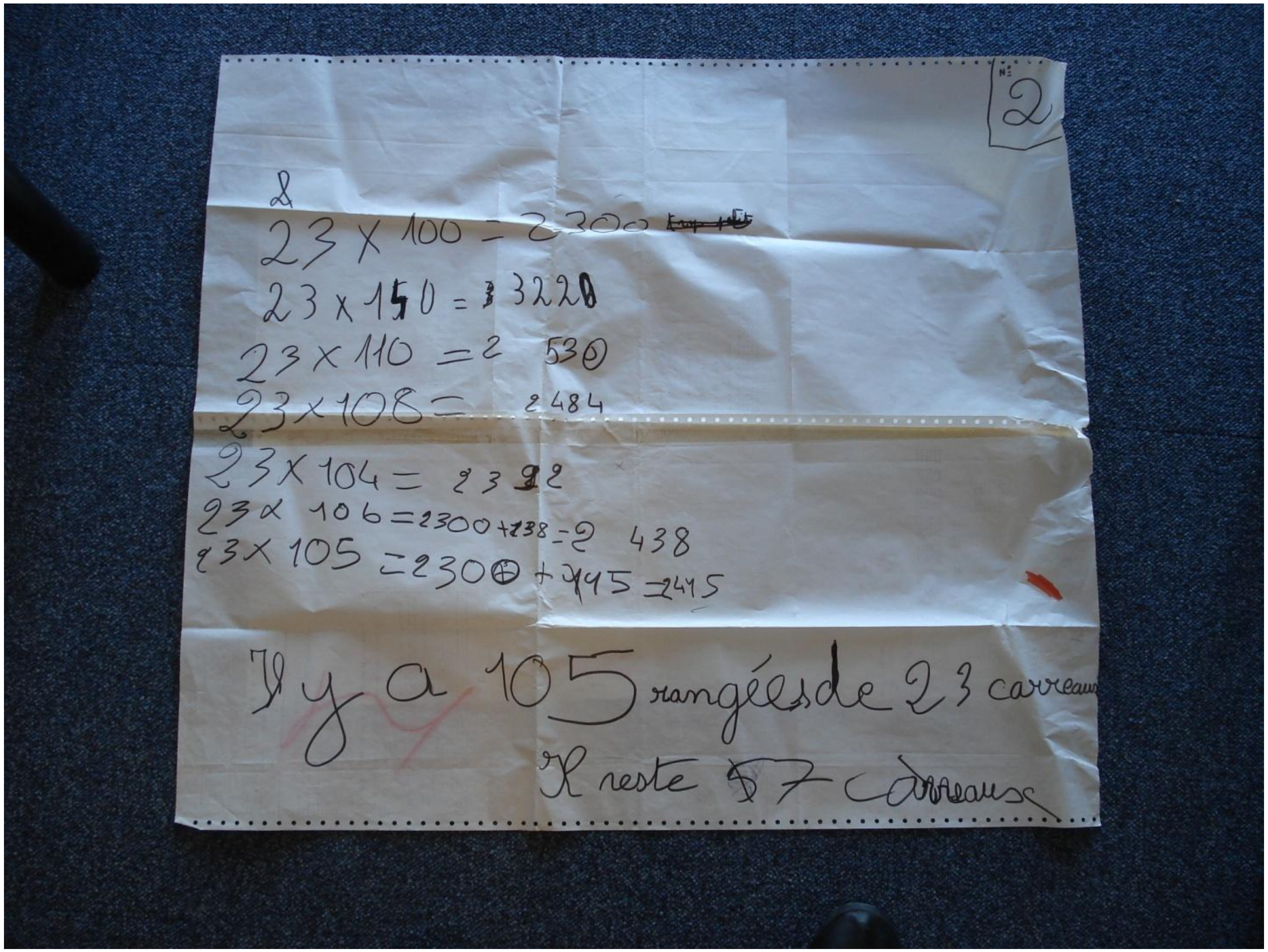
CM1 1983/84, caja

186, CRDM, UJI

El final del trabajo de los colocadores, en detalle (fotografía 02003, CM1, año 83-84. Caja 186, CRDM, UJI)



Quienes no son colocadores, hacen el cálculo, (imagen 02009, CM1 1983-84, caja 186, CRDM, UJI) por ejemplo:



¿Cuál es la vinculación entre lo presentado y la noción de ingeniería didáctica?

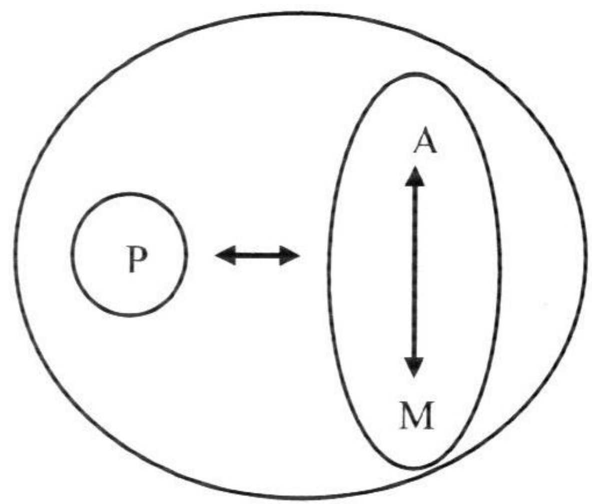
Trataremos de mostrar y compartir las relaciones que nosotros encontramos…

Las **situaciones** como modelos,
"Una "situación" es un modelo de interacción entre un sujeto y un medio determinado." (Brousseau 2007, p. 17)

Sadovsky (2003) afirma que pensar en términos de modelos puede resultar fértil para identificar las condiciones en que se da la producción de conocimientos y saberes matemáticos.

Un esquema posible de una situación (Fregona y Orús, 2011, p. 27)

P: profesor
A: alumno
M: *medio* del alumno
(A ↔ M): *medio* del profesor



La noción de ingeniería didáctica presentada por Guy Brousseau en la Segunda Escuela de Verano de Didáctica de las Matemáticas en 1982
El subtítulo explicita: De un problema al estudio a priori de una situación didáctica

SECONDE ÉCOLE D'ÉTÉ DE DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES

5-17 JUILLET 1982 - ÉCOLE DES ÉDUCATEURS SPÉCIALISÉS - OLIVET

G. Brousseau

I N G E N I E R I E   D I D A C T I Q U E (3)

D'UN PROBLÈME À L'ÉTUDE A PRIORI D'UNE SITUATION DIDACTIQUE

En didactique, un problème est une situation didactique particulière.

1. SITUATIONS DIDACTIQUES.

La noción de medio, en la teoría de las situaciones

“(…) me daba cuenta de que no entraban entre sus [Greco] preocupaciones analizar los dispositivos en sí mismos ni explicitar la relación entre estos y la noción matemática cuya adquisición estudiaba. “ (Brousseau 2007, p. 14)

- “(…) son los comportamientos de los alumnos los que revelan el funcionamiento del medio, considerado como un sistema. Lo que se necesita modelizar, pues, es el medio” (Brousseau 2007, p. 15)

El COREM y la ingeniería didáctica

. “El COREM que llamamos nuestro “Didactron” era un centro para la observación antropológica: con su consentimiento, observábamos como antropólogos la vida en la tribu de los docentes” (Brousseau, Brousseau y Warfield, 2014, p. 7)

. Artigue (1995) distingue diferentes fases en la metodología de la ingeniería (descripción a través de una distinción temporal) a partir del análisis de las tesis de Douady (1984) y Brousseau (1986): los análisis preliminares, la concepción y el análisis a priori, experimentación, análisis a posteriori y validación.

Algunos aportes, desde diferentes recursos documentales del CRDM-*GB,* para indagar sobre **los conocimientos disponibles** de los alumnos al iniciar la secuencia sobre la división (propuesta en el documento base)

Como vimos, es fundamental que los alumnos tengan un buen dominio de la multiplicación.
Una planificación de CE2, del 29 de noviembre de 1982 (cinco meses antes de la primera clase sobre la división), propone dar el número usual de 37 x 29 con apoyo en una cuadrícula. Los alumnos no conocen una técnica de cálculo, la disposición rectangular del producto de dos factores funciona como situación de referencia. De actividades previas conocen el nombre usual de algunos productos (entre ellos por múltiplos de 10) y el símbolo “x”.

Lundi 29 novembre

Calcul de produits
(avec supports)

Buts : poser aux élèves le problème du calcul de produits, avec recours à un support (quadrillage) pour ceux qui en manifestent le besoins (les "nouveaux" en particulier) -

Matériel : grandes feuilles de papier quadrillé
règles, feutres
papier blanc pour présenter les résultats

Déroulement prévu : les enfants travaillent par deux, ils disposent d'une grande feuille de papier quadrillé -

Un ~~écrit~~ produit est écrit au tableau
37 x 29

Consigne : vous calculez le nombre usuel, vous avez le droit de vous servir de tout ce que vous connaissez. Ensuite, nous essaierons de voir ensemble la meilleure méthode -

Ces recherches ayant déjà été faites au CE1, il s'agit, pour les enfants, de retrouver des méthodes déjà utilisées,

Planificación CE2, 29-11- 82, caja 158. CRDM-GB IMAC, UJI

de les reconnaître et de les distinguer pour pouvoir en privilégier une.
Les éléments suivants sont à retrouver:

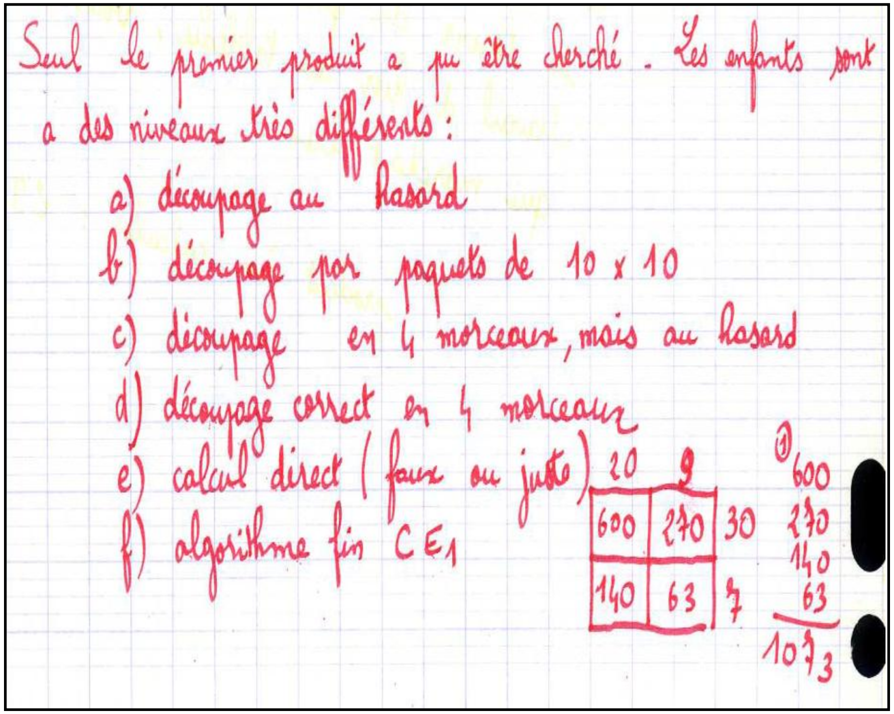
- découpage rationnel (par quatre)
- distinction dizaines / unités
- addition des sous-produits en colonne
- utilisation du répertoire connu des élèves

Dès qu'un élément privilégié a ainsi été retrouvé, on demande à l'ensemble de la classe de le réinvestir dans les calculs suivants

47 x 56
39 x 83
35 x 25
112 x 44
⋮

Les derniers pourront être exécutés individuellement, afin d'avoir une idée des différents niveaux d'abstraction des élèves.

Planificación (continuación) CE2, 29-11- 82, caja 158. CRDM-GB IMAC, UJI.


Seul le premier produit a pu être cherché. Les enfants sont à des niveaux très différents :

a) découpage au hasard

b) découpage par paquets de 10 x 10

c) découpage en 4 morceaux, mais au hasard

d) découpage correct en 4 morceaux

e) calcul direct (faux ou juste)

f) algorithme fin CE1

	20	9	
	600	270	30
	140	63	7

600
270
140
63
1073

"Solo el primer producto pudo ser buscado. Los niños tienen niveles muy diferentes:

a) recorte al azar

b) recorte en paquetes de 10 x 10,

c) recorte en cuatro partes, pero al azar

d) recorte correcto en 4 partes,

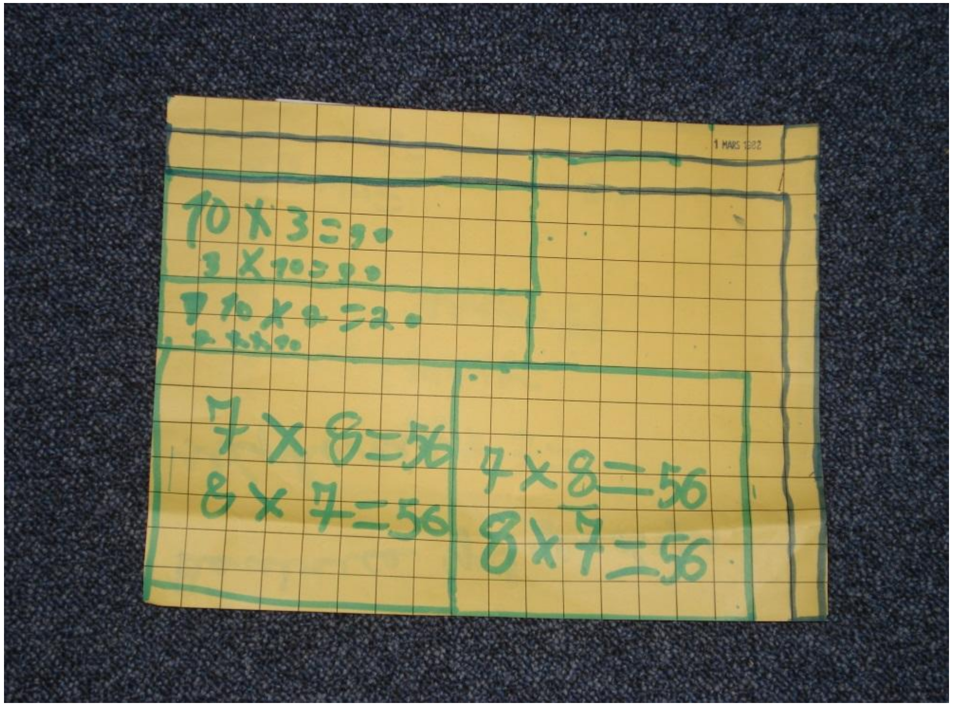
e) cálculo directo (erróneo o correcto)

f) algoritmo de fin de CE1."

Estas observaciones, registradas luego de la realización de la clase, aparecen al final, en la misma planificación . Y muestran que las expectativas iniciales de los docentes con respecto a las técnicas esperadas NO fueron satisfechas

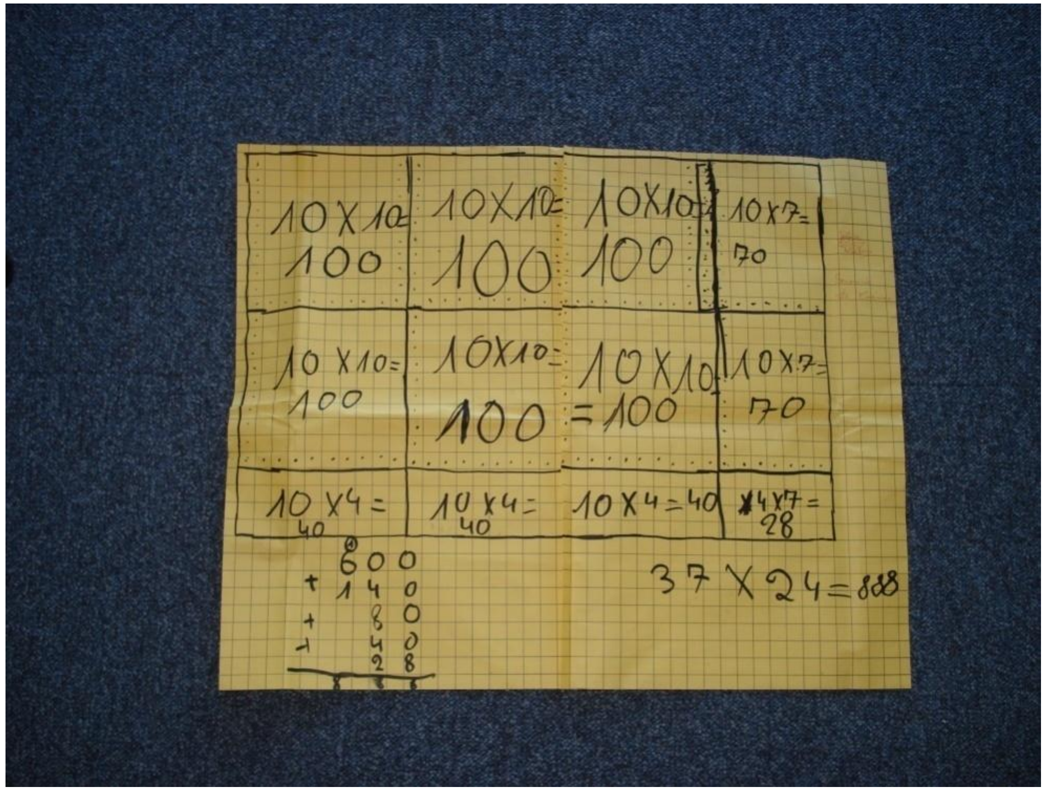
¿Qué muestran algunas producciones de los alumnos a problemas de ese tipo?

El cálculo de 18 x 14 sobre una cuadrícula, con procedimiento de tipo recorte al azar



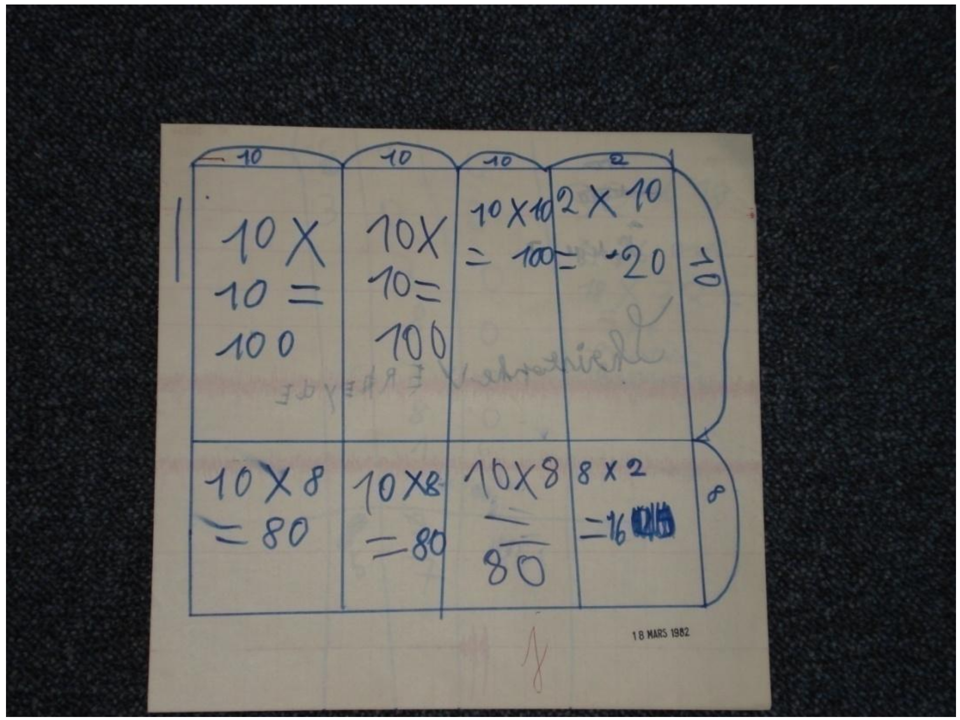
Fotografía 1776, CE1 81-82, 1-03, caja 130, CRDM-GB IMAC, UJI

Dar el número usual a 37 x 24, respuesta que muestra la técnica de “recorte en paquetes de 10 x 10”



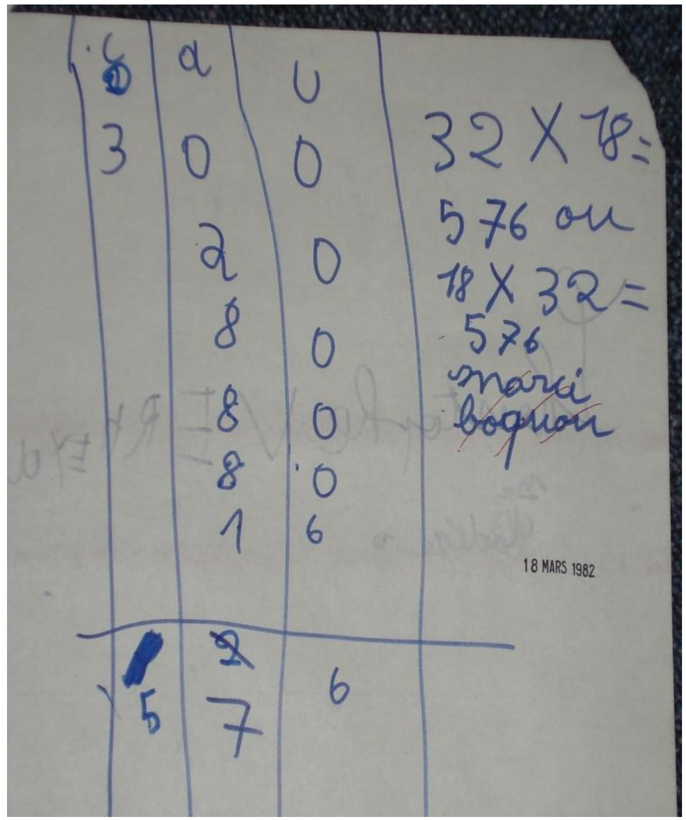
Fotografía 2064**,** CE2 85-86, caja 229 CRDM-GB IMAC, UJI

Inicialmente el soporte es una cuadrícula, y luego papel blanco tamaño A4. Se trata de dar el número usual correspondiente a 36 x 18

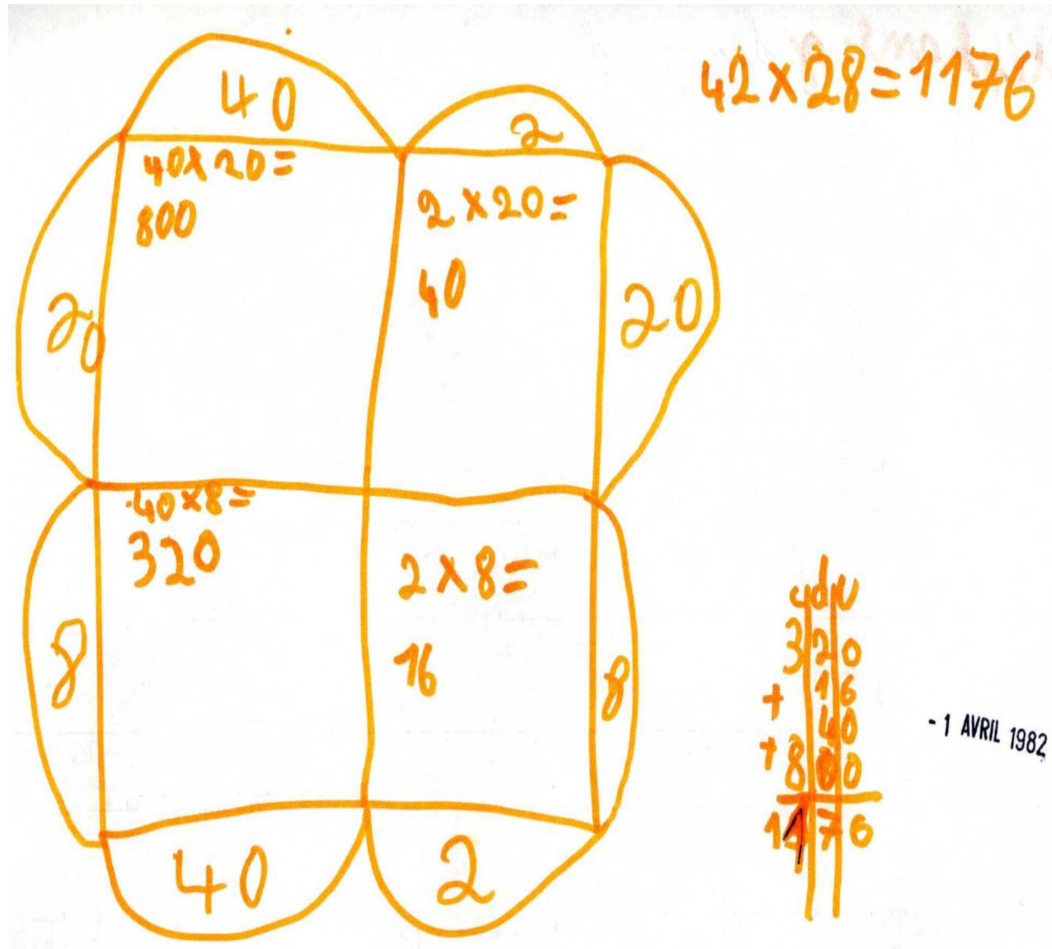


Fotografía 1769, CE1 81-82, 18-03, caja 130, CRDM-GB, IMAC, UJI

Cálculos que acompañan el trabajo realizado por el grupo



Fotografía 1770, CE1 81-82, 18 -03, caja 130, CRDM-GB, IMAC, UJI



CE1 81-82, caja 130, 1º de abril, CRDM-GB, IMAC, UJI

Referencias bibliográficas

Artigue, M. (1995). Ingeniería didáctica. En Artigue et. al (eds.). *Ingeniería didáctica en educación matemática.* Una empresa docente, Bogotá.

Brousseau, G. (1986). *Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques*, Thèse d'État, Université de Bordeaux.

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*, libros del Zorzal, Bs. As.

Brousseau, Brousseau y Warfield (2014). *Teaching Fractions through Situations: A Fundamental Experiment*, Springer.

Douady, R. (1984). *Jeux de cadres et dialectique outil-objet*, thèse d'État, Université Paris VII.

Fregona, D. y Orús, P. (2011). *La noción de medio en la teoría de las situaciones didácticas*, libros del Zorzal, Bs. As.

Sadovsky, P. (2003). *Condiciones didácticas para un espacio de articulación entre prácticas aritméticas y prácticas algebraicas*, Tesis de doctorado de la UBA.

ANEXO

Figura 1. *Acceso al CRDM-GB, a través del IMAC*

Figura 2. *Captura de pantalla de "Inventario y condiciones de consulta"*

INVENTARIO del "CRDM - GUY BRUSSEAU" : Contiene recursos del COREM (Université de Bordeaux) archivados en CAJAS por curso escolar y nivel

"CRDM - GUY BRUSSEAU" : Contiene recursos del COREM (Université de Bordeaux) archivados en CAJAS y nivel

	Curso escolar	Clase (Nivel)	Contenido de la caja	Extracción de actividades mat. del "BILAN" relacionada con los materiales de cada CAJA	Signatura de las CAJAS (nº Caja-curso escolar-nivel)
252	1984/85	CM1B		http://hdl.handle.net/10234/91974	210-1984/85-CM1B
253	1984/85	CM1A	Estadísticas resultados escolares	[illegible]	211-1984/85-CM1A
254	1984/85	CM1A	Estadísticas resultados escolares	http://hdl.han…t/10234/92031	212-1984/85-CM1A
255	1984/85	CM2		http://hdl.handle.net/10234/92031	213-1984/85-CM2
256	1984/85	CM2	Estadísticas resultados escolares	http://hdl.handle.net/10234/92031	214-1984/85-CM2
257	1985/86	MATERNAL Ps1		http://hdl.handle.net/10234/92050	553-Bilans 2/2
258	1985/86	MATERNAL PMs2		http://hdl.handle.net/10234/92051	553-Bilans 2/2
259	1985/86	MATERNAL MGs3		http://hdl.handle.net/10234/92052	553-Bilans 2/2
260	1985/86	MATERNAL Gs4		http://hdl.handle.net/10234/92070	553-Bilans 2/2
261	1985/86	CPA	Estadísticas resultados escolares; Bilan	http://hdl.handle.net/10234/92071	215-1985/86-CPA
262	1985/86	CPA		http://hdl.handle.net/10234/92071	216-1985/86-CPA

Figura 3. *Captura de una pantalla del Inventario de los recursos del CRDM*