CB30

PROYECTOS DE MODELIZACIÓN MATEMÁTICA EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES: LA MATEMÁTICA DETRÁS

Silvina Smith[1,*], Analía Cristante[2, 3] & Isabel Marguet[2]

[1]FAMAF, Universidad Nacional de Córdoba; Av. Medina Allende s/n, Ciudad Universitaria-Córdoba
[2]Colegio 25 de mayo; Rivera Indarte 345-Córdoba
[3]Instituto General San Martín; Duarte Quirós 4950-Córdoba
*smith@famaf.unc.edu.ar

Categoría del Trabajo, Nivel Educativo y Metodología de Investigación: Trabajo de investigación, Educación superior

Palabras Clave: modelización matemática, mormación de profesores, conceptos matemáticos, abordaje pedagógico

RESUMEN
Suele argumentarse que a partir del desarrollo de un proyecto de modelización matemática solo pueden surgir conceptos matemáticos muy simples. En la presente comunicación, analizamos proyectos de modelización matemática llevados a cabo por estudiantes del Profesorado en Matemática de la Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación de la Universidad Nacional de Córdoba, buscando en ellos la matemática visible, la invisible y la que potencialmente podría aparecer.

INTRODUCCIÓN
Este trabajo reporta resultados producidos en el marco de un proyecto de investigación que tiene como objetivo caracterizar el desarrollo profesional de futuros profesores de matemática que se involucran en el diseño y ejecución de proyectos de modelización matemática (MM).
Diferentes autores interpretan la MM desde perspectivas diversas. Blomhøj (2004) la describe como un proceso cíclico que se recorre cuando se procura relacionar una situación de la vida real con la matemática El autor reconoce, dentro de este proceso, seis subprocesos.
La MM puede ser vista como un abordaje pedagógico que coloca esta relación entre mundo real y dominio matemático como centro de los procesos de enseñanza y aprendizaje. De hecho, el currículo de matemática para el nivel secundario actualmente vigente en la provincia de Córdoba recomienda el uso de la MM como estrategia pedagógica. Diferentes autores (Borromeo Ferri, 2010; Niss et al, 2007) afirman que para poder llevar a cabo actividades de modelización de manera eficiente, exitosa y reflexiva, los estudiantes del profesorado deben tener la oportunidad de relacionarse con la MM tanto desde la teoría como desde la práctica. En atención a esta afirmación, y teniendo en cuenta que el ciclo de formación de los estudiantes del Pofesorado en Matemática de la Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación (FAMAF) de la Universidad Nacional de Córdoba no incluye cursos específicos de MM, desde 2010 destinamos un espacio al desarrollo de este tipo de proyectos en la asignatura Didáctica Especial y Taller de Matemática (DM).

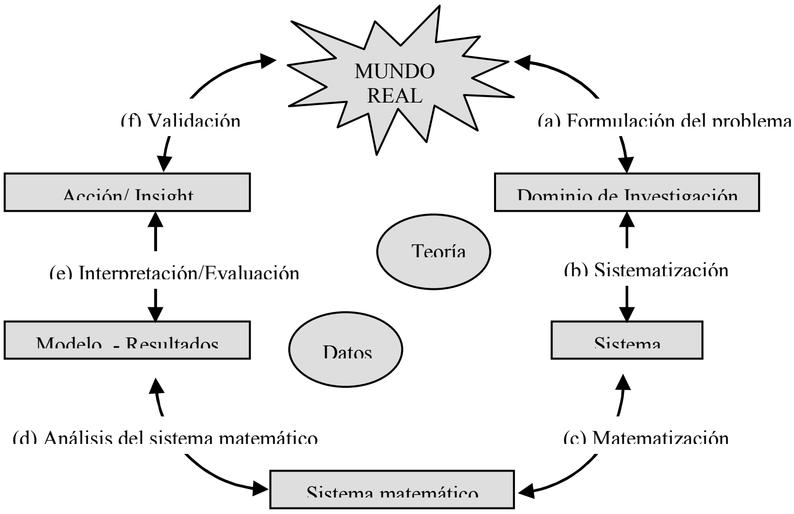

Figura 1: Esquema de Blomhoj (2004) para un proceso de modelización matemática.

En contextos educativos, la MM puede ser asociada con diferentes tipos de actividades en clase. Barbosa (2001) identifica tres posibles situaciones: 1) el profesor describe una situación-problema con la información necesaria para resolverla y los estudiantes participan en el proceso de resolución; 2) el profesor describe una situación-problema de la realidad no matemática y los estudiantes recogen los datos e información necesarios para resolverla; 3) los estudiantes escogen, formulan y resuelven un problema relacionado con un tema no matemático, siendo responsables por la búsqueda de la información necesaria para resolverlo.
Desde nuestra tarea como docentes investigadoras apoyamos el desarrollo de actividades de MM enmarcadas en la tercera postura. Es en este sentido, y tomando la noción de escenario de investigación de Skovsmose (2000), que la propuesta que realizamos en DM es la constitución de escenarios de modelización, en los cuales se promueve que los estudiantes del Profesorado transiten un proceso completo de MM, trabajando en grupos a partir de la libre elección de un tema de su interés. Estos trabajos son presentados por los alumnos tanto en forma escrita como en una exposición oral.
El análisis sistemático de los proyectos de MM de los alumnos de DM a lo largo de cinco años ha motivado el surgimiento de diversos cuestionamientos. En esta comunicación, nos centraremos en el contenido matemático de los proyectos.

CONTEXTO EN EL QUE SE REALIZAN LOS PROYECTOS DE MODELIZACIÓN MATEMÁTICA

La asignatura Didáctica Especial y Taller de Matemática se ubica en el tercer año de la carrera y es de carácter anual, con una carga de 240 horas. Durante el dictado de la misma se analizan diversas tendencias en educación matemática, entre ellas, el empleo de la MM como abordaje pedagógico. Se discute la noción de proceso de MM desde la óptica de diversos autores y cómo un proceso de MM podría constituirse en un abordaje pedagógico. Posteriormente, los alumnos desarrollan en pequeños grupos un proyecto de MM, a partir de la elección libre de un tema del mundo real, debiendo cada grupo entregar un informe escrito del trabajo y realizar una presentación oral ante todo el curso, con espacio habilitado para preguntas por parte de los oyentes. Algunas de estas presentaciones orales han sido videograbadas.
La metodología de nuestra investigación es de naturaleza cualitativa en el marco de un paradigma interpretativo. Para el análisis de los proyectos de modelización de los estudiantes,

las fuentes de datos son sus informes escritos, las videograbaciones disponibles y nuestros registros de observaciones durante el desarrollo de sus proyectos y durante sus presentaciones orales.

La motivación inicial para la inclusión de este espacio en DM fue, como hemos comentado anteriormente, permitir a los estudiantes del Profesorado vivenciar un proceso completo de modelización, con la esperanza de que esta experiencia promueva su posterior implementación, una vez dedicados a la actividad docente. En este sentido, nuestra atención siempre ha estado focalizada en el proceso de modelización en sí mismo, no en la matemática involucrada en dichos proyectos. En esta comunicación, tornaremos nuestra mirada hacia la matemática presente en los modelos producidos, considerando tanto la matemática que aparece explícitamente como aquella que está implícita, aunque los estudiantes no se percaten de ello, y la que podría haber aparecido, considerando el contexto. En esta dirección, algunos de los interrogantes que nos planteamos son: ¿qué matemática ponen en juego los estudiantes del Profesorado en los proyectos de MM?; ¿es posible descubrir a priori (en el momento de la formulación del problema) la matemática que potencialmente puede aparecer?; la elección del tema, ¿está influenciada por la matemática que el trabajo permitiría desplegar? En términos generales, podemos afirmar que la matemática que emerge es muy simple, a pesar que los estudiantes han cursado cálculo, álgebra y geometría. Esta situación concuerda con la observada por Spandaw & Zwaneveld (2010). Sin embargo, podría resultar interesante organizar actividades (en la misma asignatura o en cursos subsiguientes) que recuperen las producciones de los alumnos, haciéndolas avanzar en su contenido matemático.

LOS TEMAS Y LA MATEMÁTICA CONTENIDA EN LOS PROYECTOS DE MODELIZACIÓN MATEMÁTICA

Uno de los interrogantes que planteamos se relaciona con la temática elegida por los estudiantes de DM y los motivos que tienen para hacerlo, en particular, si la matemática que podría requerirse para resolver el problema planteado es un factor determinante a la hora de hacer la selección.

Los temas escogidos son diversos y pueden agruparse en tres grandes categorías (Villarreal et al., 2013)[1]: cuestiones sociales, económicas o ambientales; cuestiones didácticas; cuestiones que afectan personalmente a uno o más miembros del grupo. En la mayor parte de los casos, la temática surge asociada a una cuestión de interés social. Este aspecto está fuertemente presente en algunos trabajos: “Si intentamos pensar cual sería uno de los problemas más acuciantes en nuestra sociedad o al menos, en una parte de ella, podríamos arribar sin lugar a dudas a la falta de agua” (proyecto Captación de agua de lluvia en zonas áridas de Córdoba, 2011, p.1); “Nos motivó la elección del mismo la emergencia hídrica y el estudio de todas las posibles alternativas para poder revertir esta situación” (proyecto Consumo domiciliario de agua en la ciudad de Córdoba, 2010, p. 1).

No obstante, cabe acotar que con frecuencia los estudiantes del Profesorado manifiestan que el tiempo disponible para la realización del trabajo y el acceso a la información influyen en la elección del tema: “Particularmente nos enfocamos en dos puntos, el tiempo con el que contábamos para llevarlo a cabo y un valor personal […]” (proyecto Sueldos docentes y paritarias, 2015, p. 1); “[…] nos decidimos por la deforestación, el cual nos pareció el más interesante para modelizar y de fácil acceso a la información” (proyecto Deforestación, 2015, p.1). En este sentido, es notable, en los últimos años de la experiencia, la utilización de Internet como única fuente de datos.

[1] Los trabajos posteriores a este artículo pueden clasificarse en las mismas categorías.

Solo uno de los grupos manifestó haber considerado la matemática que podía emerger como cuestión que influyó en la elección del tema (proyecto Recupero de inversión en un emprendimiento, 2012, presentación oral).
Otro de los interrogantes planteados, el foco de atención de este trabajo, se relaciona con los conocimientos matemáticos que ponen en juego los estudiantes del Profesorado al desarrollar proyectos de MM. Los modelos más frecuentes involucran funciones lineales o afines de una variable, o bien un tratamiento estadístico sencillo. Pocos son los trabajos cuyos modelos apelan a otro tipo de concepto, como funciones de una variable no lineales ($\exp(x), \log(x), c/x$) o programación lineal.

Típicamente, los alumnos comienzan a trabajar convencidos de que encontrarán una fórmula importante. Generalmente, las expresiones que aparecen son simples y en algunas ocasiones producen desilusión. Una posible explicación de la sencillez del modelo que encuentran es la simplificación de variables que realizan para que el problema sea manejable. Tal simplificación, necesaria quizás en una primera instancia, puede ser reconsiderada una vez obtenido el modelo (carácter cíclico del proceso, ver figura 1). No obstante, esto nunca se lleva a cabo. Según se aprecia en las presentaciones orales de los proyectos, el tiempo disponible para la realización del trabajo juega un rol decisivo en la ausencia de reformulación de la sistematización y/o de la matematización (ver figura 1).
En la próxima sección se presenta, a modo de ejemplo, un análisis de la matemática involucrada en uno de los proyectos de MM.
En relación al tercer interrogante, si es posible descubrir en el momento de la formulación del problema la matemática que potencialmente el mismo permitiría desplegar, la reflexión inmediata fue cuestionarnos acerca de la utilidad de tal descubrimiento prematuro. ¿Acaso induciríamos a los estudiantes a seguir un camino que los lleve indefectiblemente al uso de los conceptos que sabemos pueden ser utilizados? Tal actitud estaría en contradicción con el tipo de actividad, según Barbosa (2001), al que adherimos. Además, como ya se ha puntualizado, nuestro interés primordial es que nuestros alumnos del Profesorado transiten un proceso de modelización completo. En este sentido, la matemática a la que se apela juega un papel secundario.

ANÁLISIS DE UN PROYECTO: CAPTACIÓN DE AGUA EN ZONAS ÁRIDAS DE CÓRDOBA

Este proyecto fue desarrollado en 2011 por un grupo de cuatro alumnos. La motivación para la elección del tema fue una fuerte preocupación por la realidad social de poblaciones situadas en zonas áridas de la provincia de Córdoba. Cabe destacar que algunos integrantes del grupo habían participado en el proyecto Fortalecimiento de las Escuelas Campesinas Secundarias de Adultos, durante el cual trabajaron con bibliografía producida por la Asociación de Productores del Noroeste de Córdoba. Esta situación les facilitó el acceso a información relevante para el desarrollo del trabajo de MM.
En el informe escrito, los estudiantes establecieron como propósitos del trabajo: determinar si es posible sostener el consumo de agua necesario para una familia a lo largo del año mediante la captación de agua de lluvia y modelizar esa captación de agua en una zona determinada, minimizando el tamaño de un aljibe y un techo captador de agua, teniendo en cuenta este consumo y el nivel de lluvias.
La intención era lograr una expresión que permitiera vincular el tamaño del techo captador que sería necesario para sustentar el consumo con agua de lluvia, con el consumo familiar y las precipitaciones anuales de la zona.
En este punto es necesario mencionar que los alumnos no hablan de tamaño (área), sino de longitud. Esta percepción incorrecta los induce a considerar un techo cuadrado, por ser esta la

figura que maximiza el área dado un cierto perímetro: "Por lo general los techos son cuadriláteros. En este sentido elegimos pensar en techos cuadrados, siendo que esta figura posee área máxima entre todos los cuadriláteros de perímetro fijo" (p. 4). ¿Cuál es la necesidad de considerar perímetro fijo? Pareciera que el esfuerzo por avanzar en lo matemático, de algún modo los aleja de la realidad. Quizás la decisión de considerar un techo cuadrado estuvo influenciada por el hecho que el cuadrado tiene sus lados iguales, y por lo tanto considerar esta figura implica que hay una sola dimensión a determinar. Esta cuestión no fue aclarada ni en el informe escrito, ni en la presentación oral.
Luego los alumnos intentaron entender la equivalencia entre el volumen de agua que permite captar el techo (pensado como un prisma de base cuadrada) y la capacidad de un aljibe cilíndrico: "Las dimensiones del aljibe tienen que ser igual al producto del área del techo por los mm. de lluvia caídos. Y va a ser una unidad cúbica. Eso nos costó entenderlo." (presentación oral). La dificultad para comprender la equivalencia puede radicar en que los alumnos pensaron en términos de "dimensiones del aljibe" sin percatarse que con esta expresión se estaban refiriendo a su volumen.

Propusieron el siguiente modelo:

$$T(X,Y) = \frac{X}{Y}, \qquad (1)$$

donde T = dimensiones del techo, X = consumo, Y = milímetros de precipitaciones. Este modelo aparenta ser una función de dos variables, pero no es tratado como tal. En un comienzo, consideraron fija la cantidad de precipitaciones (lo cual equivale a fijar un paraje). En este caso, el modelo resulta ser lineal en la variable X. Posteriormente, basados en el "Módulo 11"[2], fijaron el consumo familiar en *60 litros* × *número de personas*. Al considerar fijo el consumo, el modelo es de proporcionalidad inversa en la variable Y. ¿Podría considerarse como función real de dos variables? Graficando $T(X,Y)$ en $\Re^3$, el corte con planos paralelos al plano coordenado x-z serían rectas, y el corte con planos paralelos al plano coordenado y-z serían hipérbolas. ¿Qué aporta este análisis? Los estudiantes tienen herramientas suficientes como para realizar estas consideraciones, sin embargo esta matemática aparece como invisible ante sus ojos.
Los datos sobre consumo doméstico de agua provienen del Módulo 11, que a su vez los toma de la Organización Mundial de la Salud:

$$\textit{Consumo familiar} = \textit{60 litros} \times \textit{número de personas} \qquad (2)$$

Podría evaluarse si este número puede reducirse, dado que no necesariamente el agua consumida en limpieza, por ejemplo, resulta proporcional a la cantidad de personas[3]. Este argumento podría utilizarse para "tirar de la cuerda" (Sadovsky, 2005), haciendo avanzar el proyecto hacia un modelo más sofisticado que contemple un consumo de agua más ajustado a la realidad. La variable X podría transformarse en una función de varias variables.
Los alumnos establecieron en su informe escrito: "<u>Dimensión del techo</u>: Elegimos que dicha variable quede fija para que luego se defina en torno a las lluvias y la captación necesaria de agua para sostener un consumo." (p. 3). Esta afirmación pone de manifiesto cierta confusión en el uso de variables y constantes. Lo que fijan no es la dimensión del techo, sino la relación

[2] Material bibliográfico elaborado por la Asociación de Productores del Noroeste de Córdoba.
[3] Es probable que el cálculo de la OMS contemple esta situación; sin embargo, puede ser pertinente que los alumnos se formulen la inquietud e intenten dar una respuesta.

entre consumo y precipitaciones. Por otro lado, el modelo propuesto no alude a las dimensiones del techo, sino a su área.

Los gráficos presentados al final del informe aclaran cómo piensan los alumnos a las variables. El gráfico de la figura 2 muestra la variación del lado del techo (cuadrado) en función de las precipitaciones, de acuerdo a la cantidad de personas del grupo familiar, considerando el consumo fijo para cada curva (3 personas la curva inferior, 4 personas la del medio, 5 personas la superior). En este gráfico se advierte que se han marcado algunas localidades[4] sobre las curvas. ¿Cuál es el sentido de marcar las localidades sobre las curvas? ¿Por qué necesitan una "cantidad promedio de personas por casa" en cada localidad? (lo cual carece de sentido). Este gráfico podría haber dado lugar al establecimiento de rangos para la determinación de la superficie del techo captador. No obstante, los estudiantes necesitan dar una respuesta numérica única.

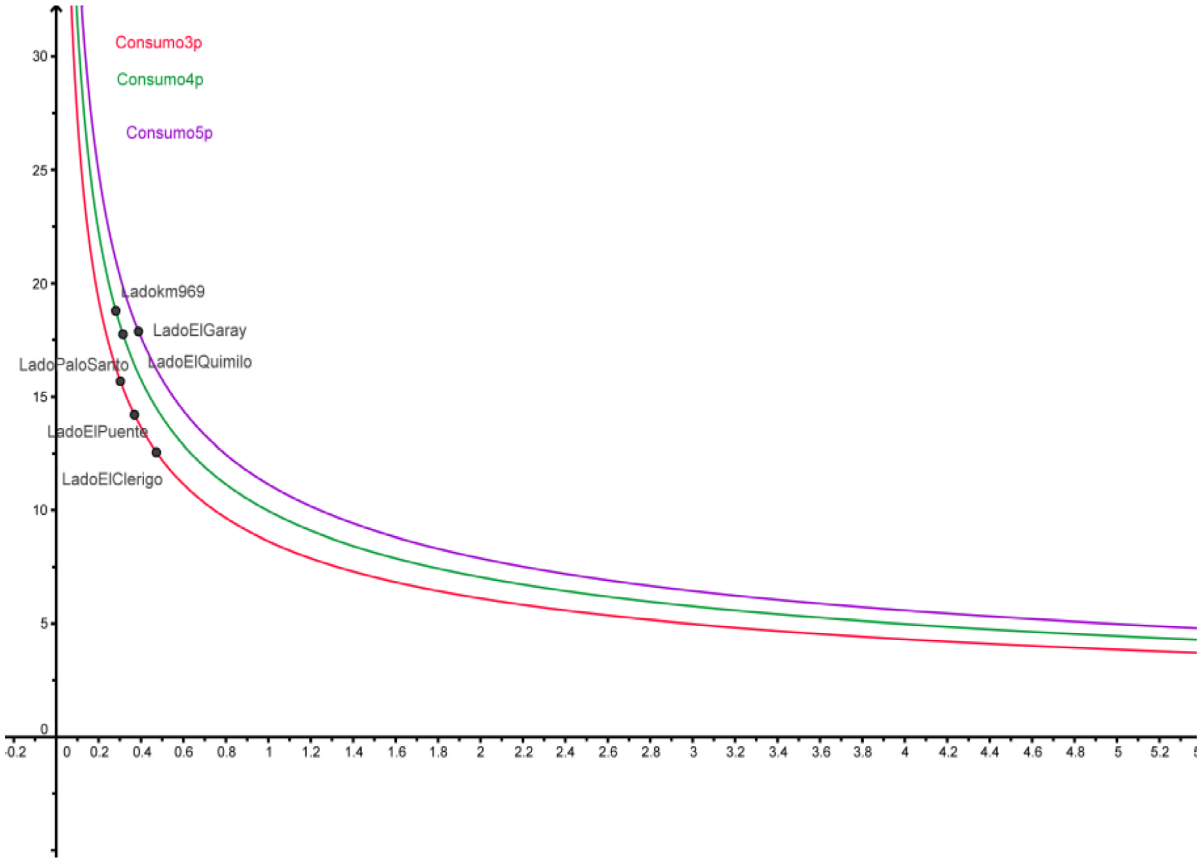

Figura 2. Gráfico de la longitud del lado del techo vs. precipitaciones

En la zona geográfica considerada, el régimen de lluvias es de estación seca y estación húmeda, es decir, las lluvias ocurren solamente en un cierto período. Como se desea sustentar el consumo con agua de lluvia, esta situación genera la necesidad de almacenar agua para los meses que no llueve (el aljibe debe funcionar como reservorio a largo plazo): "Si bien esta variable [el excedente necesario para sostener el consumo durante el período sin lluvia] no fue idealizada, pasó a ser central al momento de poder establecer el *cuanto* de acopio mínimo para solventar los meses sin lluvia" (p. 5).

[4] Estas localidades corresponden a la provincia de Catamarca, pero se hallan en la zona geográfica de las Salinas Grandes, que abarca el noroeste de la provincia de Córdoba. "La elección […] se realizó en función de que en dichos lugares se contaba con estaciones meteorológicas propias donde se hacía un control, seguimiento y análisis de los resultados en cuanto a precipitaciones, clima, etc." (p.9)

El primer intento consistió en analizar un caso particular en el cual el período seco comprende los meses mayo a setiembre (inclusive ambos). “Este análisis nos condujo al error de comenzar nuestros cálculos arbitrariamente en enero sin considerar la distribución circular del calendario de lluvias” (p. 5). El error consistió en considerar que los meses para realizar el acopio eran solamente los cuatro primeros del año, siendo que la elección del 0 es arbitraria en un evento cíclico como el calendario. Este error fue rápidamente subsanado: “Después nos dimos cuenta que nos convenía comenzar en octubre.” (p. 5).
Para el cálculo de la cantidad extra de agua que se debe recolectar cada mes de lluvia, apelaron a una recurrencia (pp.5-6):

> “Partimos de un caso base, donde se plantea que el consumo y el excedente a acopiar, debe poder estar contenido en el aljibe en primera instancia. Puesto que, la superficie captadora multiplicada por la precipitación, nos da el volumen necesario a acumular y teniendo en cuenta el consumo de ese mes más un excedente, obtenemos
>
> $$Y_1 l^2 = X + E_1$$
>
> Sabemos que en el mes anterior, consumimos X pero, aún queda en el aljibe E_1. Situación que debe ser tenida en cuenta para la siguiente lluvia, es decir:
>
> $$Y_2 l^2 + E_1 = X + E_2\text{”.}$$

Continuando con el razonamiento, arribaron a la expresión

$$E_n = l^2 \sum_{i=1}^{n} Y_i - nX\ , \qquad (3)$$

la cual podría haber sido formulada desde un principio (sin necesidad de considerar la relación recursiva), por cuanto si se logra un excedente, éste será la diferencia entre el volumen de lluvia acumulado (producto entre la superficie del techo y la suma de las precipitaciones) y lo que se consumió en esos meses. Nuevamente, la intención de avanzar en la matemática, parece alejarlos de la realidad.
La expresión para el excedente fue luego utilizada para estimar el tamaño del techo: “El verdadero rol que tiene la variable excedente acopiado mes a mes, es que su suma, debe poder contener a la suma de los consumos mensuales durante la época de no lluvia. Por lo cual si *n* representa el número de meses de lluvia, 12-*n* representa los meses sin lluvia” (p.7):

$$l^2 \sum_{i=1}^{n} Y_i - nX = (12-n)X \text{ , de donde resulta } l^2 = \frac{12X}{\sum_{i=1}^{n} Y_i}. \qquad (4)$$

La segunda expresión tiene sentido independientemente de la forma del techo, interpretando el primer miembro como la superficie necesaria para el acopio de agua. Nuevamente surge el interrogante acerca de la necesidad de considerar un techo cuadrado.
A partir de la última ecuación, los alumnos obtuvieron una expresión para calcular la longitud del lado del techo (cuadrado), pero esta vez sí conectaron con la realidad y consideraron un factor que representara una pérdida del agua caída sobre el techo debida a salpicaduras, fisuras, evaporación, etc., estimada en un 10% del total, y un coeficiente de emergencia para cubrir la posibilidad de que el período de sequía se extienda, estimado en dos meses. Así, arribaron finalmente a la siguiente fórmula:

$$l = \sqrt{\frac{14X}{\sum_{i=1}^{n} Y_i . 0{,}9}} \qquad (5)$$

Los estudiantes culminaron su proyecto de MM realizando una validación del modelo con datos tomados del Módulo 11 y de otra bibliografía específica de la zona[5], obteniendo para la longitud del lado del techo cuadrado valores un tanto superiores a los esperados (entre 13 y 20 metros). No obstante, hicieron una buena interpretación de los resultados y emitieron conclusiones fundamentalmente de índole socio-cultural.

CONSIDERACIONES FINALES

En el modelo analizado a modo de caso representativo, resulta evidente que la matemática utilizada es demasiado básica, considerando el nivel de instrucción de los estudiantes. Sus propias expresiones sugieren que en el desarrollo de proyectos de MM los alumnos del Profesorado ponen en juego la matemática que ellos ya conocen, sin indagar dentro de la matemática que aún les es desconocida. Más aún, consideran sus conocimientos matemáticos como un obstáculo a la hora de avanzar en la búsqueda de solución del problema:

> "Entender que el rol del modelador presenta una subjetividad ante el modelo frente a los conocimientos que este posee. En este sentido, destacamos que durante el proceso de matematización los conocimientos matemáticos que poseíamos, jugaron en contra a la hora de intentar resolver realmente el problema. Ya que hubieron situaciones en las que nos preocupábamos más en aplicar dichos conocimientos que en entender la lógica subyacente del problema. Llegando al extremo de que frente a la solución del problema antes de la validación creíamos que por su simplicidad había algún error." (proyecto Captación de agua de lluvia en zonas áridas de Córdoba, 2011, p.9).

Una alternativa de modelización para que surja determinado concepto matemático es la que ofrece la actividad de *problem posing*: "Busca un tema y un problema en el que pienses que aparece un modelo (tipo de modelo)". Sin embargo, esta alternativa se aleja del tipo de actividad de MM que deseamos instalar en el curso de DM.

Durante la sesión de preguntas que suceden a la presentación oral de los proyectos, la mayoría de los grupos menciona la escasez de tiempo como un obstáculo para avanzar con un refinamiento del modelo, refinamiento que podría redundar en una consideración de nuevos y/o más sofisticados conceptos matemáticos. Muchos de los grupos plantean preguntas que podrían originar un segundo tránsito por el ciclo de MM, a partir de una reformulación de las hipótesis consideradas inicialmente. Esto constituye un indicio de una reflexión realizada al interior del grupo, en relación a las limitaciones del modelo producido.

Finalmente, nos cuestionamos si es válido mirar la matemática que está detrás de los proyectos desarrollados por los alumnos de DM, siendo que el objetivo con el que fue propuesta la actividad no tenía a la matemática en la mira.

REFERENCIAS

- BARBOSA, J. 2001. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In Anais da 24 Reunião Anual da Anped. Caxambu: ANPED. 1 CD-ROM.
- BLOMØJ, M. 2004. Mathematical modelling - A theory for pracice. En B. Clarke, et al. Eds., *International Perspectives on Learning and Teaching Mathematics*. Sweden: National Center for Mathematics Education. 145-159.

[5] Manejo sustentable del ecosistema Salinas Grandes. Chaco Árido (los estudiantes no consignaron en el trabajo los datos bibliográficos de este material).

- BORROMEO FERRI, R.; BLUM, W. 2007. Modelling in mathematics' teachers' professional development-experiences from a modelling seminar. En Proceedings of CERME 6, 2009, Lyon France, INRP 2010, 2046-2055.
- NISS, M., BLUM, W. & GALBRAITH, P. 2007. Introduction. En Blum, W., Galbraith, P.L., Henn, H.-W. & Niss, M. (Eds.), Modelling and Applications in Mathematics Education. The 14th ICMI Study, 3-32. New-York. Springer.
- SADOVSKY, P. 2005. *Enseñar matemática hoy. Miradas, sentidos y desafíos*. Libros del Zorzal. Buenos Aires.
- SKOVSMOSE, O. 2000. Escenarios para investigación. Revista EMA, 6 (1), 3-26.
- SPANDAW, J. & ZWANEVELD, B. 2010. Modelling in mathematics' teachers' professional development. Proceedings of CERME 6, 2009, Lyon France, INRP 2010, 2076-2085.
- VILLARREAL, M.; ESTELEY, C.; SMITH, S. 2015. Pre-service Mathematics Teachers' Experiences in Modelling Projects from a Socio-critical Modelling Perspective. En *Mathematical Modelling in Education Research and Practice*, Stillman, G., Werner, B., Biembengut, M. (Eds). Springer. Alemania. 567-578.