



FACULTAD  
DE CIENCIAS  
ECONÓMICAS



Universidad  
Nacional  
de Córdoba

# REPOSITORIO DIGITAL UNIVERSITARIO (RDU-UNC)

## Relación de equivalencia financiera entre la tasa de interés y la tasa de descuento

Elvira Delia Carrizo, Gustavo Alejandro Santillan

Ponencia presentada en XXXIX Jornadas Nacionales de Profesores Universitarios de  
Matemática Financiera realizado en 2018 en Villa Mercedes. San Luis, Argentina



Esta obra está bajo una [Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-CompartirIgual  
4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

# RELACIÓN DE EQUIVALENCIA FINANCIERA ENTRE LA TASA DE INTERÉS Y LA TASA DE DESCUENTO

**Elvira Delia CARRIZO**  
**Gustavo Alejandro SANTILLAN**

Universidad Nacional de Córdoba - Facultad Ciencias Económicas - Departamento de Estadística y Matemática

elviracarrizo@yahoo.com.ar  
gusalesanti@gmail.com

## **Resumen**

El trabajo trata de demostrar de manera diferente la conocida relación de equivalencia financiera entre la tasa de interés y la tasa de descuento, donde la tasa de interés es el monto o capital final de la tasa de descuento y la tasa de descuento es el valor actual o capital inicial de la tasa de interés. Se lo intenta probar mediante el cálculo del interés del capital inicial y el cálculo del descuento del capital final. Además, también a través del cálculo del interés y el cálculo del descuento, se pretende demostrar para la unidad de tiempo que la diferencia entre la tasa de interés y la tasa de descuento es igual al producto entre dichas tasas.

Palabras clave: relación de equivalencia – interés – descuento – tasa de interés – tasa de descuento

## OBJETIVOS

- Se intenta demostrar la relación de equivalencia financiera entre la tasa de interés y la tasa de descuento mediante el cálculo del interés y el cálculo del descuento para la unidad de tiempo, primero cuando el importe del capital inicial es la unidad monetaria y luego, cuando el importe del capital final es de un peso.

- En la relación de equivalencia entre ambas tasas, también a través del cálculo del interés y del descuento, se pretende demostrar que la diferencia entre la tasa de interés y la tasa de descuento en la unidad de tiempo es igual al producto entre dichas tasas.

## Simbología utilizada

CI → Capital inicial, importe del capital que inicia la operación financiera.

CF → Capital al final de la operación financiera.

I → Interés de la operación financiera.

D → Descuento de la operación financiera.

n → Número de unidades de tiempo.

i → Tasa de interés.

d → Tasa de descuento.

$(1+i)$  → Capital final de un peso inicial en una unidad de tiempo  
→ Operador financiero: Factor de capitalización

$(1+i)^{-1} = (1-d) = v$  → Capital inicial de un peso final en una unidad de tiempo  
→ Operador financiero: Factor de actualización

## Interés y descuento

Se recuerda que:

El interés es el importe generado por el capital inicial y el descuento es el valor o importe en que disminuye el capital final. Tanto el importe del interés como el importe del descuento, surgen de la diferencia entre el capital final y el capital inicial de la operación financiera.

$$CF - CI = \begin{matrix} \rightarrow I \\ \rightarrow D \end{matrix}$$

El importe del interés es igual al importe del descuento  $I = D$

Entonces, en la operación financiera el interés es el descuento, solo que para definirlos corresponde expresar a qué capital hacemos referencia.

I → Interés del capital inicial

D → Descuento del capital final

Además se sabe que en la unidad de tiempo, el interés se obtiene mediante el producto entre el capital inicial y la tasa de interés, y el descuento se obtiene a través del producto entre el capital final y la tasa de descuento.

Siendo la tasa de interés equivalente a la tasa de descuento, en la unidad de tiempo, se expresa en símbolos la igualdad entre el importe del interés y el importe del descuento:

$$CI \cdot i = CF \cdot d$$

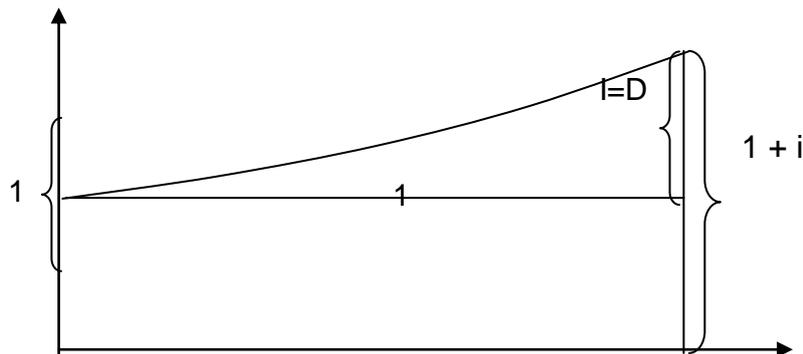
### Capital final

Por otro lado, se sabe que el importe del capital final se obtiene mediante la capitalización del capital inicial.

$$CF = CI (1+i)^n \quad (1)$$

La expresión (1) representa el importe del capital final. Es el valor del capital inicial al cabo de  $n$  unidades de tiempo a una tasa de interés  $i$ . En el cálculo se utiliza el factor de capitalización que es el operador financiero que nos permite capitalizar los intereses.

Para la unidad de capital inicial y en una unidad de tiempo,  $(1+i)$  representa el importe del capital final de una unidad de capital inicial en una unidad de tiempo, por lo que  **$(1+i)$**  representa tanto un **valor o importe** (capital final) como un **operador** (factor de capitalización).



Esta doble manera de conceptualizar a  $(1+i)$  es lo que permite demostrar lo propuesto.

### Capital inicial

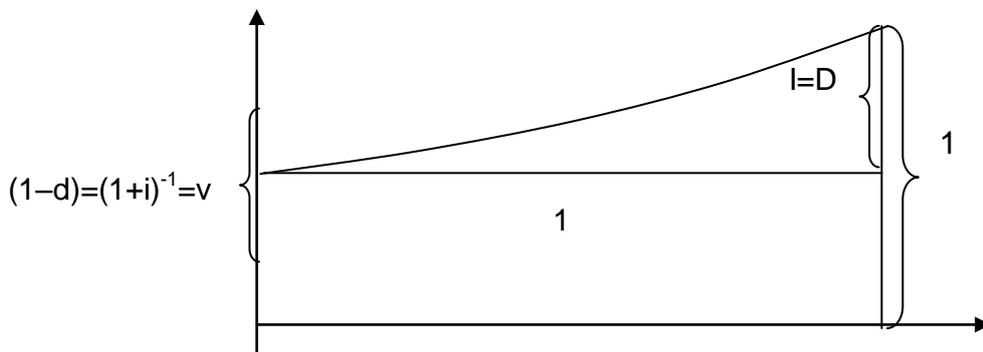
El valor actual o importe del capital inicial se obtiene mediante la actualización del capital final, utilizando ahora como operador financiero al factor de actualización.

$$CI = CF (1+i)^{-n} = CF (1-d)^n = CF v^n \quad (2)$$

La expresión (2) representa el importe del capital inicial. Es el valor del capital final actualizado  $n$  unidades de tiempo a una tasa de interés  $i$  o a una tasa de descuento  $d$ , según el factor de actualización utilizado.

Para la unidad de capital final y en una unidad de tiempo,  **$(1+i)^{-1}$**  o  **$(1-d)$**  es el importe del capital inicial de la unidad de capital final en una unidad de tiempo,

simbolizado por  $v$ , por lo que  $v = (1+i)^{-1} = (1-d)$  y representa tanto un **valor o importe** (capital inicial), como un **operador** (factor de actualización).



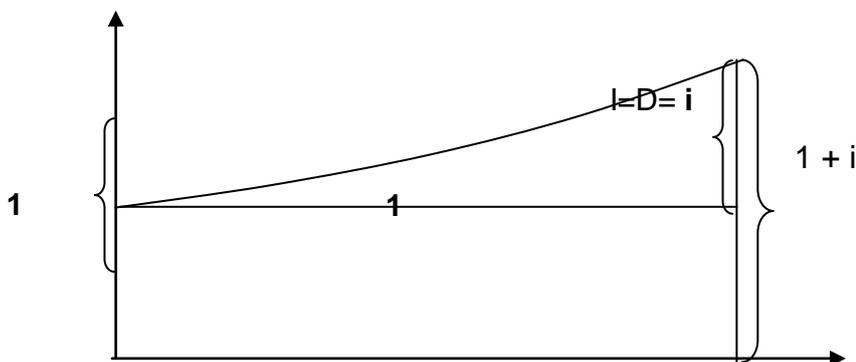
Para demostrar lo propuesto, se considera a  $v$  como capital inicial por un lado, y por otro como operador financiero de actualización.

### DESARROLLO

Ya recordados los conceptos elementales necesarios para lograr los objetivos, en el primero de ellos se intenta demostrar la relación de equivalencia financiera entre la tasa de interés y la tasa de descuento mediante el cálculo del interés y el cálculo del descuento para una unidad de tiempo. Se analiza primero el caso particular de la unidad monetaria inicial, donde se calcula el interés del peso inicial y el descuento de su capital final y luego, el análisis para un capital final de 1 (un) peso donde se calcula el descuento del peso final y el interés de su capital inicial. En el segundo objetivo se pretende demostrar la relación mediante el cálculo del interés de la tasa de descuento y el cálculo del descuento de la tasa de interés.

#### Unidad monetaria inicial

Se observa en el siguiente grafico, el caso particular para una unidad monetaria inicial en una unidad de tiempo.



Según diferencia de capitales, para este caso particular de la unidad monetaria inicial, el interés o el descuento se obtiene por la diferencia entre el capital final  $(1+i)$  y el capital inicial de 1 peso, en símbolos:

$$I = D = (1+i) - 1$$

Según cálculo del interés, el interés en la unidad de tiempo para este caso particular de un capital inicial de 1 (un) peso, es el producto entre dicho capital inicial y la tasa de interés, en símbolos:

$$I = 1. i = i \quad (3)$$

Según cálculo del descuento, el descuento en la unidad de tiempo para este caso particular, es el descuento del capital final (1+i), en símbolos:

$$D = (1+i). d \quad (4)$$

Al ser igual el importe del interés al importe del descuento, se expresa la igualdad entre (3) y (4) siempre que las tasas utilizadas guarden relación de equivalencia.

$$i = (1+i). d \quad (5)$$

La expresión (5), refleja para una unidad de tiempo que el interés de un capital inicial de 1 (un) peso es igual al descuento del capital final de (1+i) pesos.

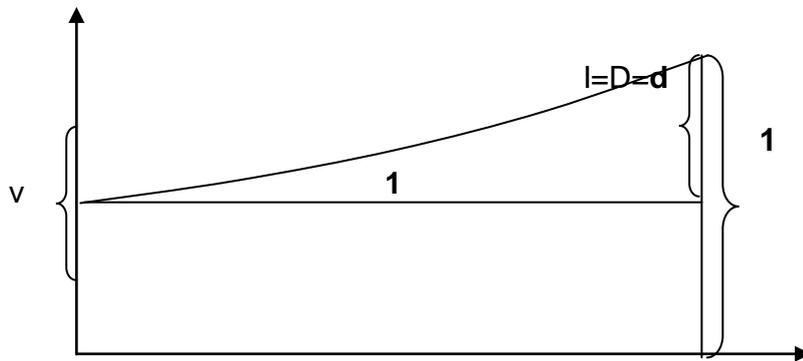
En la expresión (5), que representa el descuento del capital final (1+i) en una unidad de tiempo, (1+i) es un importe o valor que representa el importe del capital final en una unidad de tiempo cuando el capital inicial es 1 (un) peso.

Si a (1+i) lo consideramos como operador financiero según (1), la expresión (5) representa una operación de capitalización, se observa en dicha expresión la capitalización de un capital inicial de d pesos, obteniendo como resultado el capital final de i pesos en una unidad de tiempo.

Se logra demostrar así, a partir del cálculo del interés del capital inicial de 1 (un) peso igual al descuento de (1+i) pesos finales, que **la tasa de interés es el monto o capital final de la tasa de descuento.**

## Unidad monetaria final

El caso particular del valor actual o capital inicial de la unidad monetaria final en una unidad de tiempo se lo observa en el siguiente grafico:



Por diferencia de capitales, para este caso particular del capital final igual a 1 (un), el interés o el descuento se obtiene por la diferencia entre el capital final de pesos 1 y su valor actual de  $v$  pesos, en símbolos:

$$I = D = 1 - v$$

Según cálculo del descuento, el descuento en la unidad de tiempo para este caso particular de un capital final de 1 peso es igual al producto entre dicho capital final y la tasa de descuento, en símbolos:

$$D = 1 \cdot d = d \quad (6)$$

Según cálculo del interés, para un capital final de 1 (un) peso, o sea capital inicial de  $v$  pesos, el interés en la unidad de tiempo es igual al producto entre dicho capital inicial y la tasa de interés, para este caso particular el interés de  $v$  pesos, en símbolos:

$$I = v \cdot i \quad (7)$$

Al ser el importe del descuento igual al importe del interés, se expresa la igualdad entre (6) y (7) mientras la tasa de interés y la tasa de descuento sean equivalentes.

$$d = v \cdot i \quad (8)$$

La expresión (8) refleja, para una unidad de tiempo, que el descuento del capital final de 1 (un) peso es igual al interés de  $v$  pesos iniciales.

En (8), si se reemplaza a  $v$  por su igual según sea la tasa que se utilice en el cálculo, se expresa de las siguientes maneras:

$$d = i \cdot v = i \cdot (1+i)^{-1} = i \cdot (1 - d)$$

En la expresión (8), que representa el interés de un capital inicial de  $v$  pesos en una unidad de tiempo,  $v$  es un importe o valor que representa el importe del capital inicial cuando el capital final es 1 (un) peso en una unidad de tiempo.

Si a v, según (2), lo consideramos como operador financiero, la expresión (8) representa entonces una operación de actualización. Se observa la actualización de un capital final de i pesos obteniendo el resultado del capital inicial de d pesos en una unidad de tiempo.

Queda así demostrado, a partir del cálculo del descuento de 1 (un) peso final igual al interés de v pesos iniciales, que **la tasa de descuento es el valor actual o capital inicial de la tasa de interés.**

### Interés y descuento en la relación de equivalencia

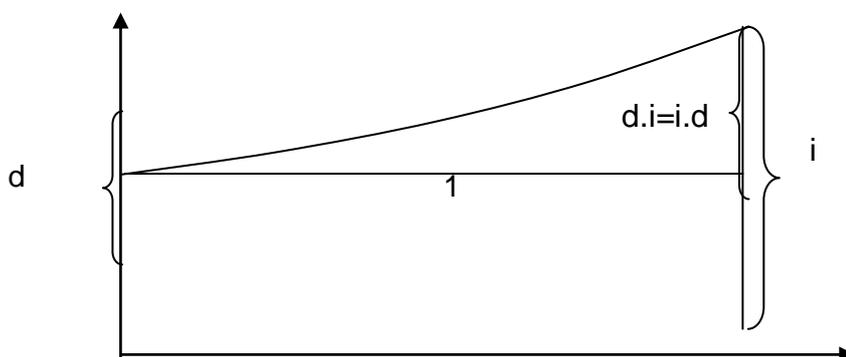
Se procede a calcular ahora el interés y el descuento en la relación de equivalencia entre las tasas de interés y la tasa de descuento, para demostrar que la diferencia entre la tasa de interés y la tasa de descuento es igual al producto entre ambas tasas.

En una unidad de tiempo, en el caso particular del valor actual de la tasa de interés o el monto de la tasa de descuento, se calcula el interés y el descuento como la diferencia entre el capital final y el capital inicial por un lado y por el otro, como el interés del capital inicial y el descuento del capital final. En símbolos:

$$I = D = CF - Cl \longrightarrow i - d$$

$$I = Cl \cdot i \longrightarrow d \cdot i$$

$$D = CF \cdot d \longrightarrow i \cdot d$$



En el gráfico anterior, se observa la relación de equivalencia financiera entre la tasa de interés y la tasa de descuento.

Entonces, en la conocida relación de equivalencia entre la tasa de interés y la tasa de descuento donde la tasa de interés es el capital final y la tasa de descuento es el capital inicial, queda demostrado mediante el cálculo del interés y del descuento que la diferencia entre tasa de interés y la tasa de descuento es igual **al interés de la tasa de descuento o al descuento de la tasa de interés.**

### CONCLUSION

En la conocida relación de equivalencia entre la tasa de interés y la tasa de descuento se demuestra, para una unidad de tiempo, primero que la tasa de interés es el monto o capital final de la tasa de descuento mediante el cálculo del interés de 1 (un) peso inicial igual al descuento de  $(1+i)$  pesos finales y luego, que la tasa de descuento es el valor actual o capital inicial de la tasa de interés a partir del cálculo del descuento de 1 (un) peso final igual al interés de  $v$  pesos iniciales.

También a través del cálculo del interés y el cálculo del descuento, en la unidad de tiempo, se comprende que la diferencia entre la tasa de interés y la tasa de descuento es igual al interés de la tasa de descuento o al descuento de la tasa de interés.

La relación de equivalencia financiera, entre estas tasas analizadas en el presente trabajo, genera operaciones financieras equivalentes. Con ambas tasas se opera en el campo discreto y coinciden en la unidad de tiempo, siendo diferente el capital al cual se aplica cada una de ellas.

## **BIBLIOGRAFIA**

CARRIZO, José Fernando. (2005) "*Conceptos Básicos de Matemática Financiera*"  
Publicación: Cooperadora Facultad de Ciencias Económicas. Universidad Nacional de Córdoba.