

EVALUACIONES DE INDICADORES DE CALIDAD EN LA IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS DE SISTEMAS DINÁMICOS

Juan Giró^{a,b}, Alejandro Giudici^a, José Stuardi^a y Julio Massa^a

^a*Departamento de Estructuras, Facultad de C. E. F. y N., Universidad Nacional de Córdoba, Casilla de Correo 916, 5000 Córdoba, Argentina, juanfgiro@gmail.com, <http://www.efn.uncor.edu>*

^b*Departamento de Ingeniería en Sistemas de Información, Facultad Regional Córdoba, Universidad Tecnológica Nacional, 5000 Córdoba, Argentina, secrexis@bbs.frc.utn.edu.ar, <http://www.frc.utn.ar>*

Resumen: En este artículo se proponen y evalúan indicadores referidos a la identificación de parámetros de sistemas dinámicos que determinan la calidad de los parámetros obtenidos sin utilizar valores de referencia, que en la mayoría de los casos prácticos son desconocidos. Los resultados de los indicadores propuestos son confrontados con los de otros indicadores clásicos. En el análisis se asume que la matriz de masas del sistema es conocida y que también lo es el valor de la carga impulsiva aplicada. El estudio se realiza en el dominio del tiempo, la estructura tiene un comportamiento elástico lineal y el amortiguamiento es de tipo viscoso proporcional. Para la comparación y el estudio se considera una estructura que presenta amortiguamiento creciente.

Palabras claves: *respuesta dinámica de estructuras, identificación de parámetros, evaluación de indicadores.*

1. INTRODUCCIÓN

El objetivo de la identificación de parámetros es determinar las propiedades intrínsecas elásticas y disipativas de sistemas mecánicos, que están representadas por sus matrices de rigidez y amortiguamiento. Necesariamente todas las técnicas de identificación se apoyan en mediciones sobre sistemas reales y son clasificados con distintos criterios, tales como: *i*) la técnica de identificación (*paramétricos y no paramétricos*), *ii*) el abordaje del problema (*dominio del tiempo o de la frecuencia*), *iii*) la naturaleza del fenómeno representado (*lineal o no lineal*), *iv*) el tipo de respuesta considerado (*estática o dinámica*), *v*) las condiciones de carga (*deterministas o aleatorias*) y *vi*) el formalismo empleado (*algebraico o estadístico*).

No existe un método capaz de identificar parámetros en todos los casos y cada enfoque tiene un campo de aplicación acotado, presentándose superposiciones entre ellos. Por ello, el alcance y las limitaciones de los diversos métodos deben ser claramente comprendidos para asegurar la obtención de resultados válidos.

Hay otras dificultades en la identificación de parámetros a partir de mediciones experimentales, como ser: *i*) la dificultad de excitar la estructura en forma apropiada, *ii*) la necesidad de reducir sus grados de libertad al mínimo posible, *iii*) los errores inherentes a las mediciones, que se propagan a través de los cálculos impactando los resultados y *iv*) los requisitos para asegurar el buen condicionamiento del análisis numérico involucrado. Estos inconvenientes suelen: restringir la potencialidad de las técnicas de identificación, desalentar su utilización y/o limitarlas al tratamiento de casos simples, de menor interés práctico.

La importancia de la identificación de parámetros en ingeniería mecánica, civil y de control, los enormes progresos que experimenta el procesamiento electrónico de datos y las dificultades antes señaladas, estimulan la realización de grandes esfuerzos de investigación que dan lugar a la presentación continua de nuevos métodos, herramientas, experiencias y recomendaciones, convirtiéndola en un campo de estudio muy activo y dinámico.

Sin embargo, hay un aspecto que no es tratado con la misma intensidad. Es el referido a la elección de indicadores que permitan asegurar la calidad de los parámetros identificados, los que pueden ser agrupados en dos tipos: *i*) indicadores directos de calidad de los parámetros identificados y *ii*) indicadores del impacto de la calidad de estos parámetros en las propiedades evaluadas a partir de los mismos (frecuencias naturales, modos de vibración y factores de amortiguamiento). Teniendo esto en cuenta, se debe agregar otra clasificación de indicadores que distingue entre aquellos que operan por comparación de resultados con valores conocidos y los que solo consideran sus propios resultados.

En este documento se proponen y evalúan indicadores que pertenecen a ese último grupo ya que determinan la calidad de los parámetros identificados sin utilizar valores de referencia, que en la mayoría de los casos prácticos son desconocidos. Para ello se utiliza un método de identificación [1][2] y un caso de estudio [2], ambos presentados con anterioridad. Los resultados de los indicadores propuestos son confrontados con los de otros indicadores clásicos. En el análisis se asume que la matriz de masas del sistema es conocida y que también lo es el valor de la carga impulsiva aplicada. El estudio se realiza en el dominio del tiempo, la estructura tiene un comportamiento elástico lineal y el amortiguamiento es de tipo viscoso proporcional.

2. INDICADORES DE LA CALIDAD DE LOS PARÁMETROS IDENTIFICADOS

La técnica de identificación que se viene utilizando [1] [2] permite conocer la matriz ‘A’, definida en la Ec. (1), a partir de registros regularmente espaciados de la respuesta temporal de un sistema mecánico:

$$A = \begin{bmatrix} -M^{-1} \bar{C} & -M^{-1} \bar{K} \\ I & 0 \end{bmatrix} \tag{1}$$

Un primer grupo de indicadores ($E_K^{\%}$ y $E_C^{\%}$) denominados directos, destinados a evaluar la calidad de los elementos identificados de las matrices de rigidez y de amortiguamiento (\bar{K} y \bar{C}) por comparación con las matrices conocidas (K y C), fueron utilizados en [2]. Sus valores representan los errores porcentuales de las diferencias medias cuadráticas y están definidos en las Ec. (2) y (3) de la Tabla 1.

Tabla 1: Definición de indicadores directos de la calidad de parámetros identificados

$E_K^{\%} = \frac{100 D_K}{\frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n K_{ik} }$	donde $D_K = \sqrt{\frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n (\bar{K}_{ik} - K_{ik})^2}$	(2)
$E_C^{\%} = \frac{100 D_C}{\frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n C_{ik} }$	donde $D_C = \sqrt{\frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n (\bar{C}_{ik} - C_{ik})^2}$	(3)

Existe un segundo grupo de indicadores, mostrados en la Tabla 2, usados para evaluar el impacto de la calidad de los parámetros identificados sobre las propiedades calculadas a partir de los mismos, normalmente modos y frecuencias de vibración. Tales indicadores son: i) *MSF* (Modal Scale Factor), Ec.(4), ii) *MAC*, (Modal Assurance Criterion), Ec.(5), iii) *NOC*, (Normal Cross Orthogonality), Ec.(6), iv) *SVM* (Similarity of Vibration Modes), Ec.(7), v) *IFE* (Individual Frequency Error), Ec. (8) y vi) *COMG* (Consistency and Orthogonality Generalized Mass factor), Ec.(9). En todos los casos Φ representa la matriz modal obtenida a partir de los valores conocidos de la estructura y $\bar{\Phi}$ la matriz modal obtenida de los valores identificados. Similarmente, ω y $\bar{\omega}$ representan las frecuencias calculadas en las mismas condiciones.

Tabla 2: Definición de indicadores del impacto de la calidad de parámetros identificados

$MSF = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \frac{\bar{\Phi}_k^T \bar{\Phi}_k}{\Phi_k^T \Phi_k} \tag{4}$	$MAC = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \frac{(\bar{\Phi}_k^T \Phi_k)^2}{(\Phi_k^T \Phi_k) (\bar{\Phi}_k^T \bar{\Phi}_k)} \tag{5}$
$NOC = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \frac{(\bar{\Phi}_k^T M \Phi_k)^2}{(\Phi_k^T M \Phi_k) (\bar{\Phi}_k^T M \bar{\Phi}_k)} \tag{6}$	$SVM = \sum_{k=1}^n \frac{(\bar{\Phi}_k - \Phi_k)^T (\bar{\Phi}_k - \Phi_k)}{\bar{\Phi}_k^T \Phi_k} \tag{7}$
$IFE_k = (\bar{\omega}_k - \omega_k) / \omega_k \tag{8}$	$COMG = \text{Mayor} \bar{\Phi}^T M \bar{\Phi} _{j,k=1,n \ j \neq k} \tag{9}$

Los indicadores *MSF* y *MAC* fueron detalladamente estudiados por Allemang [3] y son ampliamente utilizados [4]. Debe observarse que, al no incluirse la matriz de masas en los cálculos, son indicadores de consistencia pero no estrictamente de ortogonalidad de los modos. Para superar esta dificultad se propuso el indicador *NOC*, que es un indicador *MAC* ponderado por la matriz de masas. Por su parte, el indicador *SVM* [4] suele presentar la ventaja de mostrar mayor sensibilidad y el indicador IFE_k representa el error en el cálculo de la frecuencia k , tomándose como referencia la frecuencia más elevada de las consideradas en el proceso de identificación. Finalmente, el indicador *COMG* tiene la finalidad de advertir sobre la presencia de elementos no nulos en la matriz de masas generalizadas y la gran ventaja de no operar por comparación con valores “reales”, que en la mayoría de los casos son desconocidos.

Con el mismo motivo, que no sea necesario conocer valores “reales”, en [2] se presentó un tercer grupo de indicadores. Se trata de cuatro expresiones que evalúan las particiones de la matriz “A” a partir de sus condiciones esperadas. En efecto, es sabido que A_{11} y A_{12} deben ser simétricas, A_{21} debe ser una matriz identidad y A_{22} debe ser una matriz nula. A estos indicadores se los denominó *CMA* (Calidad de la Matriz ‘A’), tienen un término que corresponde a cada una de las particiones de ‘A’ y son definidos en las ecuaciones (10), (11), (12), (13) y (14) que se presentan en la Tabla 3.

Tabla 3: Definición de indicadores de evaluación directa de parámetros sin valores de referencia

$CMA_{11} = \frac{2}{n^2 - n} \left(\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{k=i+1}^n \bar{C}_{ik} - \bar{C}_{ki} \right) \quad (10)$	$CMA_{12} = \frac{2}{n^2 - n} \left(\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{k=i+1}^n \bar{K}_{ik} - \bar{K}_{ki} \right) \quad (11)$
$CMA_{21} = \frac{1}{n^2 - n} \left(\sum_{i=1}^n \sum_{k=1, k \neq i}^n \bar{I}_{ik} \right) \quad (12)$	$CMA_{22} = \frac{1}{n^2 - n} \left(\sum_{i=1}^n \sum_{k=1, k \neq i}^n \bar{O}_{ik} \right) \quad (13)$
$CMA = CMA_{11} + CMA_{12} + CMA_{21} + CMA_{22} \quad (14)$	

Debe notarse que los indicadores de la Tabla 3, al igual que los dados en la Tabla 1 se calculan en forma directa pero tienen la ventaja de que no requieren valores conocidos para ser usados en su cómputo.

3. EVALUACIÓN DE LA CORRELACIÓN ENTRE INDICADORES

Para evaluar el comportamiento de los indicadores presentados se seleccionó un caso de estudio [2] consistente en una columna de acero, de sección transversal constante, empotrada en la base y libre en el extremo superior, representada por un modelo de 8 GLD. Se consideró amortiguamiento viscoso y proporcional donde la matriz de amortiguamiento está definida como $C = \alpha M + \beta K$, con $\alpha = 0$ y β variable. Se utilizó una condición de carga impulsiva de amplitud constante aplicada en el nodo superior de la columna durante 0,07 seg. Ante la necesidad de obtener valores precisos de la respuesta para cuantificar los errores cometidos se recurrió a un proceso de integración numérica en un intervalo de 2 seg con un $\Delta t = 0,0005$ seg, lo que permitió conocer la respuesta en 4000 puntos del intervalo estudiado. Para la identificación de parámetros se utilizaron treinta registros de la respuesta con un intervalo regular entre ellos $\Delta t' = 0,01$ seg, es decir se consideró una ventana de tiempo de 0,3 segundos a partir de la aplicación de la carga.

En la Figura 1 se muestra la evolución de los distintos indicadores para valores de β que se incrementan desde cero hasta 0,001. Debido a las magnitudes de los valores obtenidos, algunos indicadores son mostrados sobre escala logarítmica (a) en la parte superior y otros sobre escala lineal (b) en la parte inferior de la figura. En la Figura 1a, para cada indicador se unieron los puntos con tramos rectos de trazos y la tendencia exponencial (que se ve como recta) con línea continua del mismo color. Un análisis de los gráficos permite afirmar que:

- Los indicadores $E_K\%$, $E_C\%$, CMA , CMA_{22} y $COMG$ muestran una clara correlación, además se observa que en todos los casos el error crece exponencialmente con el amortiguamiento (la tendencia se ve como una recta debido a la escala logarítmica). Notar que $E_C\% \approx CMA$ y este último no requiere conocer la matriz C para su evaluación. Asimismo $E_K\% \approx CMA_{22}$ aunque en este caso la coincidencia no es tan marcada.
- El indicador $COMG$ muestra la misma tendencia general, con valores del orden del 4 % de $E_K\%$ (en tendencias).
- El error de la matriz C , es siempre mayor que el error en la matriz K , siendo el cociente entre tendencias ($E_C\% / E_K\%$) $\approx (6,5 - 3500 \beta)$, cuando $\beta = 0 \rightarrow E_C\% \approx 6,5 E_K\%$ y cuando $\beta = 0,001 \rightarrow E_C\% \approx 3 E_K\%$.
- Los valores de los indicadores MAC y NOC son prácticamente coincidentes en todo el intervalo, por lo que sólo se graficó el segundo (NOC). Su comportamiento muestra poca sensibilidad, llegando a una desviación máxima del 10 %, lo que hace difícil reconocer problemas en el proceso de identificación.
- El indicador MSF muestra mayor sensibilidad para delatar problemas en los valores identificados. A partir de $\beta = 0,00065$ lo muestra claramente con buena amplitud y un comportamiento bastante irregular.
- El indicador SVM también muestra gran sensibilidad y un comportamiento irregular, pero manifiesta su variación más tardíamente, en coincidencia con el alejamiento del cero de IFE_8 y el fin del comportamiento lineal de la evolución del factor de amortiguamiento ξ_8 . Esto ocurre a partir de $\beta > 0,00082$, delatando la presencia de errores.
- En el caso estudiado, cuando $\beta > 0,00065$, se obtienen valores de $MSF \neq 1$; $CMA_{22} > 0,01$ y $CMA > 0,08$, lo que pone de manifiesto que el proceso de identificación comienza a mostrar errores importantes.
- Cuando $\beta > 0,00082$, se obtienen valores de $SVM > 0$, $IFE_8 > 0$, $NOC \neq 1$ y $CMA > 0,6$. A partir de este punto los valores identificados contienen mucho error y carecen de validez.

Hay que notar que debido a que se usó $C = \beta K$, el factor de amortiguamiento es creciente con las frecuencias naturales. Para el caso $\beta = 0,00065$ se identificaron los siguientes ocho valores para ξ_i : 0.0023 0.014 0.039 0.075 0.120 0.173 0.226 0.267, todos los cuales están indicados en la Figura 1b.

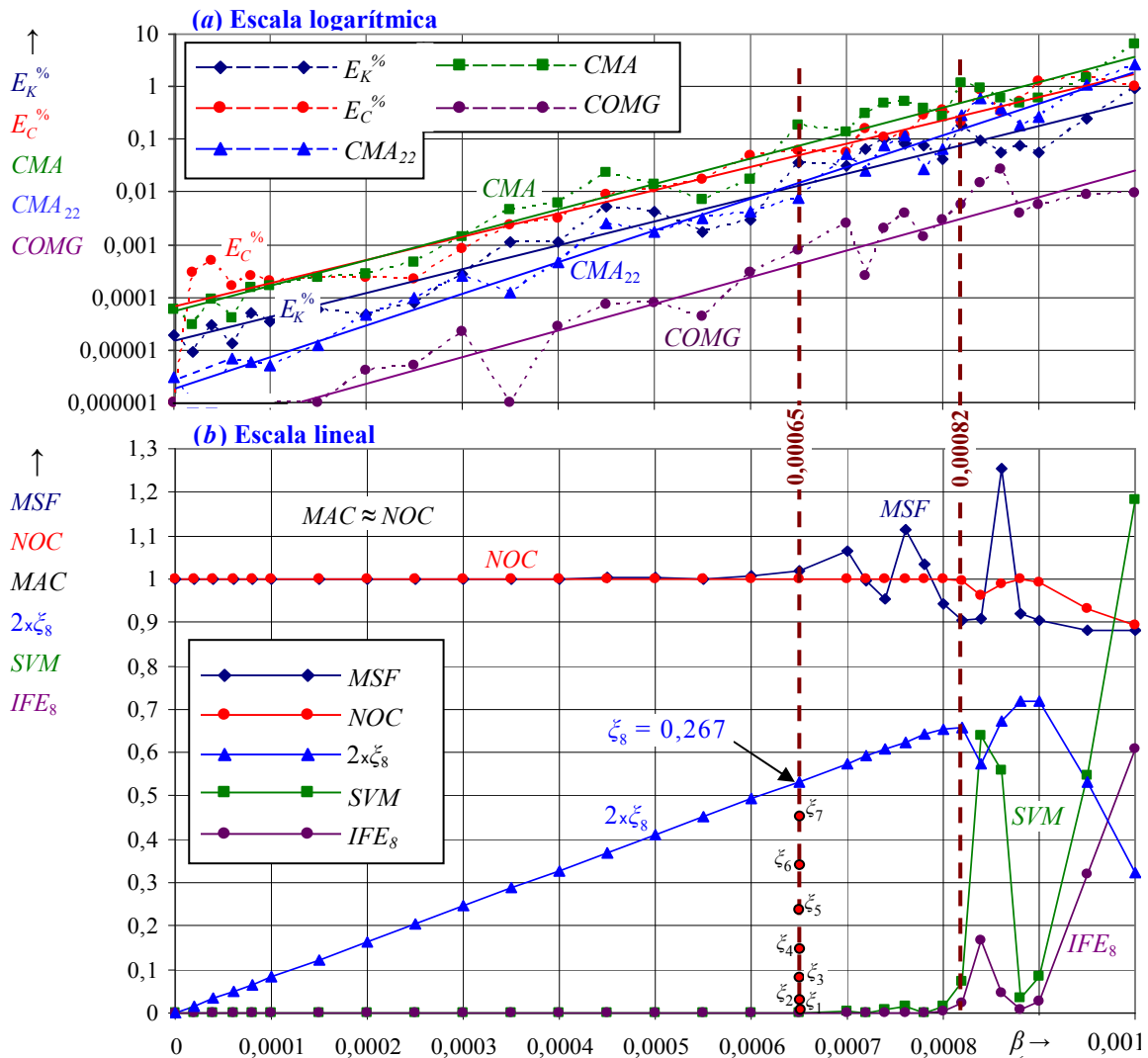


Figura 1: Evolución de los indicadores de calidad al aumentar el factor de amortiguamiento β

4. CONCLUSIONES

Se demostró que es factible predecir la calidad de los procesos de identificación a partir de sus propios resultados, es decir sin recurrir a valores de comparación. En el caso estudiado, el aumento del amortiguamiento reduce las amplitudes de las componentes armónicas de frecuencias más elevadas, lo que tiene progresivo impacto en los valores identificados y es puesto en evidencia por los indicadores propuestos.

Es necesario continuar estudiando el importante problema de reconocer la calidad de los parámetros identificados considerando casos diferentes y de mayor complejidad ante variadas condiciones de excitación.

REFERENCIAS

- [1] J.F. GIRÓ, J.E. STUARDI Y A.E. MATUSEVICH, *Evaluación de un procedimiento para identificar parámetros estructurales de sistemas dinámicos*, Memorias del III Congreso de Matemática Aplicada, Computacional e Industrial, III MACI 2011, Bahía Blanca, Argentina, Vol 3 (2011), pp. 659–662.
- [2] J.F. GIRÓ, A.E. MATUSEVICH. Y R.J. RITTA, *Identificación de parámetros de la dinámica de sistemas estructurales*, Mecánica Computacional, Vol. 31 (2012), pp.2369–2388.
- [3] R.J. ALLEMANG, *The modal assurance criterion (MAC): 20 years of use and abuse*, Proceedings of the 20th International Modal Analysis Conference, Los Angeles, California, USA (2002), pp 397–405.
- [4] Z.N. LI, J. TANG AND Q.S. LI, *Optimal sensor locations for structural vibration measurements*, Applied Acoustics, Elsevier, Vol 65, No 8 (2004), pp. 807–818.