

Simulaciones numéricas de flujos supersónicos e hipersónicos

Luis F. Gutiérrez Marcantoni^{a,b,c}, José P. Tamagno^a, Sergio A. Elaskar^{a,b}

^aDepartamento de Aeronáutica, FCEFYN, Universidad Nacional de Córdoba, Av. Vélez Sarsfield 1601(5000), Córdoba, Argentina

^bConsejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas-CONICET

^cluisgutierrezmarcantoni@conicet.gov.ar

En este trabajo varias simulaciones de flujos supersónicos ($M > 1$) e hipersónicos ($M \gg 1$), son construidas utilizando el ejecutable *rhoCentralFoam* del paquete de herramientas de libre distribución que provee *openfoam*TM [1, 2]. En flujos supersónicos e hipersónicos se requieren esquemas numéricos que permitan capturar discontinuidades (p. ej. ondas de choque, superficies de contacto), con precisión y sin oscilaciones espurias. En métodos caracterizados por su efectividad en capturar estas discontinuidades, la generación de los correspondientes flujos numéricos generalmente involucra el uso de *solvers* de Riemann (1989). Estos *solvers*, si bien efectivos, son de por sí complejos y difíciles de implementar en una malla con celdas poliédricas y arbitrario número de caras ($N_{caras} > 3$). Una técnica alternativa que no utiliza solvers de Riemann y que también provee soluciones con adecuada exactitud y sin oscilaciones utilizando esquemas centrales, ha sido propuesta por Kurganov et al. [3, 4]. Esta técnica alternativa ha sido implementada en *openfoam*TM y es utilizada con *rhoCentralFoam*. Las simulaciones a presentar incluyen los flujos externos sobre cuerpos romos (bidimensionales y axial simétricos) y la combinación flujo externo-interno propia de una toma de aire supersónica. Los resultados obtenidos con estas simulaciones se comparan con los analíticos, numéricos o experimentales producidos por otras fuentes.

1. Introducción

En flujos supersónicos e hipersónicos, la presencia de discontinuidades materializadas por ondas de choque y superficies de contacto, hace que se necesiten métodos de cálculo que permitan capturarlas con adecuada precisión y sin inducir oscilaciones carentes de significado físico. Entre los métodos aceptados en razón de su eficacia al realizar dichas capturas de manera precisa y sin oscilaciones espurias, sobresalen los que utilizan *solvers* de Riemann. Sin embargo, la implementación de estos *solvers* para generar los flujos numéricos correspondientes, es una tarea de por sí compleja y particularmente complicada cuando el mallado se efectúa con celdas poliédricas que poseen un número arbitrario de caras. Existe una técnica alternativa propuesta por Kurganov, et. al. [3, 4], que prescinde de los *solvers* de Riemann y utilizando esquemas centrados, posibilita la obtención de soluciones con notable exactitud y sin oscilaciones. En este trabajo se presentan resultados de simulaciones numéricas realizadas en flujos supersónicos e hipersóni-

cos aplicando los esquemas centrados de Kurganov et al. disponibles en el paquete de libre distribución que ofrece *openFoam* e implementados en el ejecutable *rhoCentralFoam*.

Las simulaciones numéricas incluyen dos flujos externos y una combinación de flujo externo-interno aplicable al diseño de una toma de aire supersónica. En todos los casos se ha supuesto que la composición química del flujo (aire) permanece congelada a valores atmosféricos estándar y se comporta como un gas calórico perfecto. Con respecto a los dos casos de flujos externos, las simulaciones son aplicadas al cilindro y a la esfera. Para el cilindro el rango de números de Mach simulados se extiende desde $M_\infty = 3$ hasta $M_\infty = 20$ y para la esfera lo hace desde $M_\infty = 5$ hasta $M_\infty = 20$. Los resultados obtenidos con las simulaciones se comparan con valores analíticos, numéricos y experimentales provistos por otras fuentes. Estas comparaciones se realizan en términos del coeficiente de presión C_p sobre la superficie y la distancia mínima de separación de la onda al cuerpo.

Con respecto al caso donde aparecen flujos externos e

internos se analiza una toma de aire supersónica (con aplicación a un motor tipo *scramjet* o sea, *supersonic combustion ramjet*), de la cual se conocen datos experimentales aplicables a un régimen de operación comprendido entre $M_\infty = 3$ y $M_\infty = 8$. Para facilitar la tarea comparativa, los resultados de las simulaciones se describen en función de las mismas variables utilizadas para la presentación de los datos experimentales, es decir: la masa de aire ingerida en condiciones de funcionamiento estacionarias, la recuperación de la presión total y la distribución de presiones sobre la rampa principal de la toma de aire.

2. Ecuaciones de gobierno

Las ecuaciones de conservación aplicables a flujos en los cuales no puede prescindirse de la compresibilidad, son las ecuaciones de Navier-Stokes escritas a continuación.

1. Ecuación de continuidad o conservación de la masa

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U}) = 0 \quad (1)$$

2. Ecuación de conservación del momento (sin considerar fuerzas de campo)

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{U})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} \mathbf{U}) = \nabla p + \nabla \cdot \underline{\underline{\tau}} \quad (2)$$

donde ρ es la densidad, \mathbf{U} la velocidad del fluido, p la presión y $\underline{\underline{\tau}}$ el tensor de tensiones viscosas. Dicho tensor de tensiones utilizando la hipótesis de Boussinesq puede ser escrito como

$$\underline{\underline{\tau}} = 2\mu \text{dev}(\underline{\underline{\mathbf{D}}}) \quad (3)$$

En Eq. 3, μ es el coeficiente de viscosidad dinámica, $\underline{\underline{\mathbf{D}}} = \frac{1}{2}[\nabla \mathbf{U} + (\nabla \mathbf{U})^T]$ es el tensor de deformaciones y $\text{dev}(\underline{\underline{\mathbf{D}}}) = \underline{\underline{\mathbf{D}}} - \frac{1}{3}\text{Tr}(\underline{\underline{\mathbf{D}}})\mathcal{I}$ es la parte desviadora de dicho tensor y \mathcal{I} el tensor unitario.

3. Ecuación de la energía en términos de la energía total (E).

$$\frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \nabla \cdot [\mathbf{U}(\rho E)] + \nabla \cdot \mathbf{q} + \nabla \cdot [(p\mathcal{I} - \underline{\underline{\tau}})\mathbf{U}] = 0 \quad (4)$$

En la Eq. 4 la energía total está dada por:

$$E = e_s + \frac{1}{2}\mathbf{U} \cdot \mathbf{U} \quad (5)$$

donde e_s es la energía sensible y \mathbf{U} la velocidad de transporte.

Utilizando la Eq. 5 se puede relacionar a la energía sensible con el flujo de energía total. Resulta

$$e_s = \left[\frac{(\rho E)}{\rho} - \frac{1}{2}\mathbf{U} \cdot \mathbf{U} \right] \quad (6)$$

Una vez determinada la energía sensible (Eq. 6) es posible determinar la temperatura a partir de

$$\frac{T}{T_\infty} = 1 + \left(\frac{e_s}{e_{s\infty}} - 1 \right) \quad (7)$$

Como consecuencia del modelo termofísico adoptado la presión se puede determinar a partir de la ecuación de estado de los gases ideales

$$p = \frac{\rho}{\psi} \quad (8)$$

donde $\psi = (RT)^{-1}$ es la compresibilidad.

Puesto que el aire se comporta como un gas calórico perfecto C_v , C_p y γ adoptan los siguientes valores:

$$C_p = 1004.5 \frac{\text{J}}{\text{Kg K}} \quad (9)$$

$$C_v = 717.5 \frac{\text{J}}{\text{Kg K}} \quad (10)$$

$$\gamma = \frac{7}{5} \quad (11)$$

Nótese que las ecuaciones de gobierno se escriben reteniendo los términos viscosos y los asociados al flujo de calor por conducción $\nabla \cdot \mathbf{q}$. Esto se hace en razón de que a la versión actual de *rhoCentralFoam* pueden incorporarse efectos viscosos y el transporte de calor (no tan solo a nivel molecular sino también turbulento), y ambos ser tenidos en cuenta durante la simulación. No obstante, cabe hacer notar que aquí las simulaciones serán efectuadas utilizando la forma euleriana de las ecuaciones de Navier-Stokes, las cuales no incluyen ni viscosidad, ni difusividad térmica.

3. Esquemas centrados: *RhoCentralFoam*

La técnica de Kurganov et al., es un *solver* computacional de segundo orden aplicable a la simulación de flujos con altas velocidades. Está construido con esquemas centrados, requiere una discretización del dominio computacional basada en volúmenes finitos (*VF*) y es muy útil para celdas poliédricas con un número arbitrario de caras. Además, toda interpolación con destino a una determinada cara siempre se realiza entre la celda propietaria y la vecina, de no ser así el proceso de interpolación podría llegar a ser excesivamente complejo. Tampoco requiere un mallado estructurado y el número de celdas vecinas puede variar desde una celda a otra.

Como se deduce de la Fig. 1, a cada cara de contacto entre celdas se le asigna una celda propietaria y una vecina. El vector S_f es normal a la cara de contacto y está dirigido hacia el exterior de la celda propietaria estando su magnitud determinada por el área de la superficie de contacto. Todas las variables dependientes y propiedades termo-físicas se almacenan en el centroide de las celdas propietaria y vecina. El vector d_{PN} conecta el centroide P de la celda propietaria con el centroide N de la celda vecina y el vector d_{fN} , el centro de la cara de contacto con el centroide N .

El método de *VF* permite expresar la forma integral de la ecuación diferencial que se desea resolver dentro del

volumen V de cualquier celda. Después, términos con divergencias y gradientes de dicha ecuación se convierten en integrales sobre la superficie S de la celda aplicando formas generalizadas del teorema de Gauss. La integración requiere flujos sobre las caras de las celdas que son determinados por interpolación a partir de valores dados en el centro de la celda. En la sección siguiente, se describirá el proceso de discretización de términos convectivos de un vector Ψ de variables dependientes por interpolación desde valores de Ψ_P en el centro de la celda propietaria hasta valores Ψ_f en las caras de las celdas.

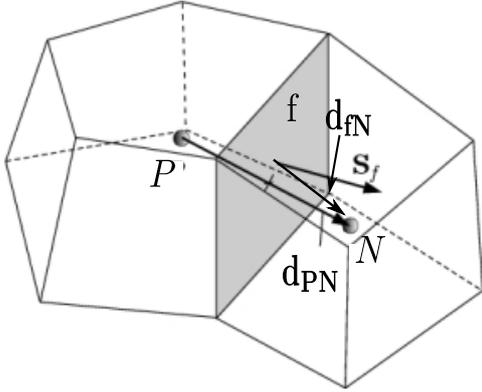


Figura 1: Discretización por volúmenes finitos

3.1. Discretización de términos convectivos

Los términos convectivos en cada una de las ecuaciones de transporte $\nabla \cdot [\mathbf{U}\rho\psi] = \nabla \cdot [\mathbf{U}\Psi]$, son integrados sobre el volumen de control y linealizados de la forma

$$\int_V \nabla \cdot [\mathbf{U}\Psi] dV = \sum_f [\mathbf{S}_f \cdot \mathbf{U}_f] \Psi_f \approx \sum_f \phi_f \Psi_f \quad (12)$$

donde $\phi_f = \mathbf{S}_f \cdot \mathbf{U}_f$ es el flujo volumétrico (volumen de flujo que atraviesa una cara por unidad de tiempo). El flujo se divide en dos direcciones una saliente y otra entrante a la cara de la celda propietaria, de esta forma para evaluar $\sum_f \phi_f \Psi_f$ se usa el siguiente esquema:

$$\sum_f \phi_f \Psi_f = \sum_f [\alpha \phi_{f+} \Psi_{f+} + (1 - \alpha) \phi_{f-} \Psi_{f-} + \omega_f (\Psi_{f-} - \Psi_{f+})] \quad (13)$$

En la Eq. 13 f_+ y f_- denotan direcciones que coinciden con las de $+\mathbf{S}_f$ y $-\mathbf{S}_f$ respectivamente. El primero y el segundo término del lado derecho de Eq. 13 son las evaluaciones de los flujos en las direcciones f_+ y f_- . El tercer término es necesario cuando el término convectivo a evaluar es parte de una derivada substancial (por ej., $\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \nabla \cdot [\mathbf{U}(\rho u_i)]$). Este término difusivo adicional usa un flujo volumétrico ω_f el cual se determina teniendo en cuenta la máxima velocidad de propagación

de cualquier discontinuidad que pudiera existir entre valores interpolados en las direcciones f_+ y f_- [2].

Los flujos volumétricos φ_{f_+} y φ_{f_-} asociados a las velocidades locales de propagación pueden ser determinados de la siguiente forma:

$$\varphi_{f_+} = \max(a_{f_+} |\mathbf{S}_f| + \phi_{f_+}, a_{f_-} |\mathbf{S}_f| + \phi_{f_-}, 0) \quad (14)$$

$$\varphi_{f_-} = \max(a_{f_+} |\mathbf{S}_f| - \phi_{f_+}, a_{f_-} |\mathbf{S}_f| - \phi_{f_-}, 0) \quad (15)$$

donde $a_{f_{\pm}} = \sqrt{\gamma \frac{R_u}{W} T_{f_{\pm}}}$ es la velocidad del sonido local del gas saliente y entrante por la cara de la celda propietaria. Como se puede ver en Eq. 13 aparece un factor de ponderación α que determina el grado de *upwinding* que se le da al esquema. Si se hace $\alpha = 1/2$, el esquema resulta ser centrado debido a que las contribuciones de f_+ y f_- son ponderadas de igual forma. Por otro lado, si el coeficiente se determina de acuerdo con $\alpha = \frac{\varphi_{f_+}}{(\varphi_{f_+} + \varphi_{f_-})}$, el esquema resulta ser centrado con cierto grado de *upwinding*, en consecuencia a este tipo de esquemas se les denomina en la bibliografía de habla inglesa como *central-upwind schemes*. El término asociado al flujo volumétrico difusivo ω_f se evalúa como se indica a continuación:

$$\omega_f = \begin{cases} \alpha \max(\varphi_{f_+}, \varphi_{f_-}) & \text{KT [3]} \\ \alpha(1 - \alpha)(\varphi_{f_+} + \varphi_{f_-}) & \text{KNP [4]} \end{cases} \quad (16)$$

El método propuesto requiere la interpolación desde los centros de las celdas vecinas hacia las caras intercelda de los flujos f_+ y f_- de las distintas variables involucradas (ρ , T , etc). Para llevar a cabo esta tarea el procedimiento de interpolación utiliza una función limitadora $\beta(r)$, donde r corresponde a la relación entre los gradientes sucesivos de la variable interpolada (con $r \geq 0$). De acuerdo a lo mostrado en [5], la función limitadora de van Leer [6] proporciona el mejor compromiso entre una buena resolución de las ondas de choque y un campo de presión libre de oscilaciones. En consecuencia la función limitadora a utilizar es

$$\beta(r) = \frac{r + |r|}{1 + r} \quad (17)$$

Así, por ejemplo, la interpolación f_+ de Ψ puede ser evaluada según:

$$\Psi_{f_+} = (1 - g_{f_+}) \Psi_P + g_{f_+} \Psi_N \quad (18)$$

donde $g_{f_+} = \beta(1 - w_f)$. El coeficiente de ponderación w_f esta dado por:

$$w_f = \frac{|\mathbf{S}_f \cdot \mathbf{d}_{fN}|}{|\mathbf{S}_f \cdot \mathbf{d}_{PN}|} \quad (19)$$

con los vectores \mathbf{d}_{PN} y \mathbf{d}_{fN} definidos en la Fig. 1.

3.2. Discretización de los gradientes

Los términos gradiente presentes en las ecuaciones de conservación son integrados sobre un volumen de control y discretizados como se indica a continuación

$$\int_V \nabla(\psi) dV = \int_S \psi d\mathbf{S} \approx \sum_f \mathbf{S}_f \psi_f \quad (20)$$

En los términos gradientes, los esquemas de Kurganov et al. dividen el procedimiento de interpolación en las direcciones $f+$ y $f-$ de acuerdo a

$$\sum_f \mathbf{S}_f \Psi_f = \sum_f [\alpha \mathbf{S}_f \Psi_{f+} + (1 - \alpha) \mathbf{S}_f \Psi_{f-}] \quad (21)$$

Las interpolaciones de $f+$ y $f-$ involucran la función limitadora que fue descrita previamente (Eq. 18).

Es de hacer notar que las derivadas con respecto al tiempo son discretizadas utilizando un simple esquema de Euler explícito, en lugar de otros más elaborados (por ej., métodos Runge-Kutta de orden superior).

4. Casos de prueba

A continuación se presentan resultados de simulaciones efectuadas con velocidades supersónicas e hipersónicas de la corriente libre, en dos flujos externos (cilindro y esfera) y en una combinación de flujo externo-interno (toma de aire). En todos los casos se comparan resultados numéricos aquí obtenidos con soluciones analíticas, datos experimentales y también numéricos de otras fuentes.

4.1. Flujo supersónico e hipersónico al rededor de un cilindro.

La primera simulación corresponde al flujo alrededor de un cilindro. La presión de la corriente libre se supone correspondiente a una altitud de 15240 m (50000 ft) es decir $p_\infty = 11.65$ KkPa. Las simulaciones han sido realizadas para los siguientes números de Mach de la corriente libre $M_\infty = [3, 5, 7, 10, 15, 20]$. Esta secuencia de números de Mach se obtiene con la variación de la presión total de la corriente libre.

La malla se construye con la herramienta *blockMesh* provista por *openFoam* y se utilizan 10 bloques de celdas hexaedricas con un total de 52650 celdas. En la sección de salida del dominio computacional, el flujo alcanza velocidades supersónicas, por lo tanto se deben imponer condiciones de contorno del tipo Von Neumann lo cual implica establecer computacionalmente, la condición de gradiente nulo sobre todas las variables en dicha sección. En la sección de entrada se imponen los valores de la corriente libre apropiados para cada caso a ser simulado. Problemas de convergencia numérica limitan el incremento de velocidad a asignar al flujo en la sección de entrada (*inlet*) del dominio computacional. Esto se corrige no pasando bruscamente desde una velocidad muy baja a otra muy alta, sino haciéndolo paulatinamente hasta conseguir el valor deseado.

Se usan como criterios de convergencia la proximidad a cero de la velocidad en el punto de impacto y un análisis cualitativo del cambio de entropía a través de la onda de choque curva ubicada adelante del cuerpo. Se supondrá que la solución converge siempre que la velocidad en el punto de impacto continúe aproximándose a un valor

nulo y simultáneamente, la variación de la entropía tienda a un valor máximo. Es decir, máximo Δs cuando el choque es normal y disminución continua de Δs a medida que el choque se va debilitando hasta convertirse, eventualmente, en una onda de Mach.

En la 2 se muestran los campos de Mach, presión y entropía obtenidos con la simulación correspondiente a $M_\infty = 5$. De esta figura se observa como la técnica propuesta por Kurganov en conjunto con la utilización de la función limitadora de van Leer proporciona una adecuada captura del choque curvo adelante del cuerpo. En particular en la Fig. 2.a se observa como resulta bien definida la línea sónica la cual intercepta al cuerpo aproximadamente a 45.56° . En lo que respecta al campo de presiones (Fig. 2.b) se observan ciertas oscilaciones, no obstante como se vera mas adelante, la distribución de presiones sobre el cuerpo se predice de manera aceptable (ver Fig. 4). El campo de entropía mostrado en la Fig. 2.c presenta un comportamiento correcto, indicativo de que la simulación del problema produce resultados físicamente viables.

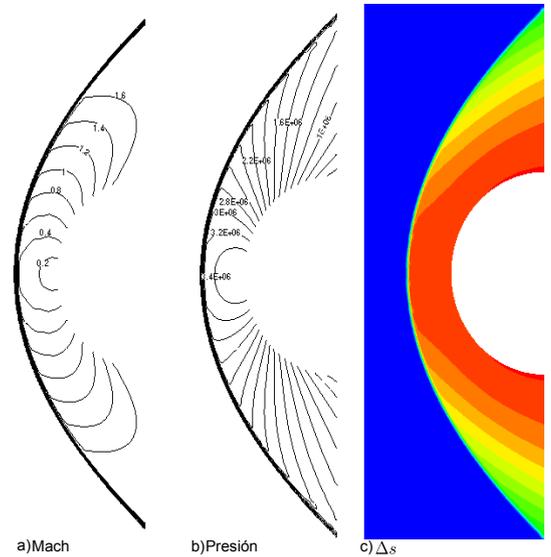


Figura 2: Campos de presión, Mach y entropía alrededor de un cilindro $M_\infty = 5$

Debido a que la onda de choque es normal al eje del cuerpo, es apropiado comparar la presión de impacto obtenida numéricamente con la provista por la teoría del choque recto Anderson [7]. Los resultados de la comparación se pueden observar en la Fig. 3. De dicha figura se aprecia que los resultados obtenidos describen con una buena aproximación a la presión en el punto de impacto encontrándose un error máximo de 0.54 % para $M = 20$.

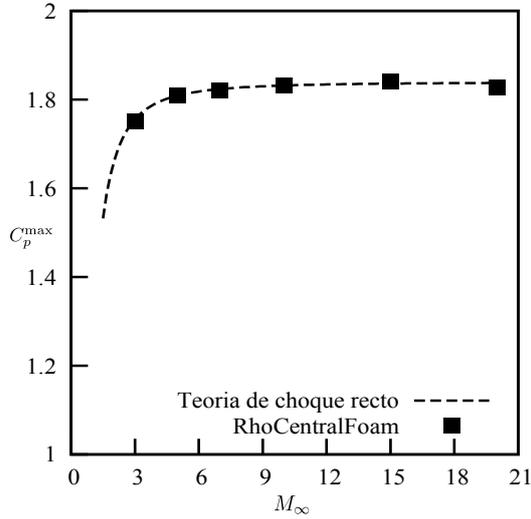


Figura 3: Coeficiente de presión en el punto de impacto para un cilindro a $M_\infty = \{3, 5, 7, 10, 15, 20\}$

Finalmente en la Fig. 4 se muestran para cuatro de los números de Mach ($M = 5, 10, 15, 20$), comparaciones de la distribución de presión sobre la superficie del cilindro, con la determinada por medio de la teoría newtoniana [8].

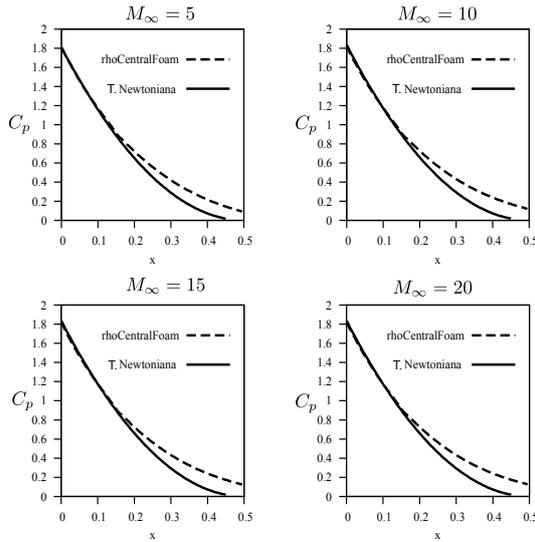


Figura 4: Coeficiente de presión sobre un cilindro a $M_\infty = \{5, 10, 15, 20\}$

Observando la Fig. 4 se constata que las predicciones numéricas del coeficiente de presión divergen, como era de esperar, de las calculadas con la teoría newtoniana a partir de las posiciones sobre la superficie del cilindro indicadas por los ángulos de la Tab. 1.

M_∞	θ_f
5	41.297°
10	47.231°
15	47.259°
20	47.315°

Tabla 1: Ángulo para el cual se inicia la divergencia de los resultados numéricos con respecto a la teoría newtoniana para $M_\infty = \{5, 10, 15, 20\}$

Un parámetro importante en el análisis de flujos supersónicos alrededor de cuerpos romos es la distancia mínima (δ) a la cual se ubica la onda por delante del cuerpo. En la Fig. 5 se muestran resultados de esta distancia normalizados por el radio del cilindro ($\frac{\delta}{r}$); los obtenidos mediante las simulaciones numéricas son comparados con los determinados a partir de la correlación de Billig [9]. En este caso se determina un error máximo del 5% correspondiente a $M_\infty = 3$.

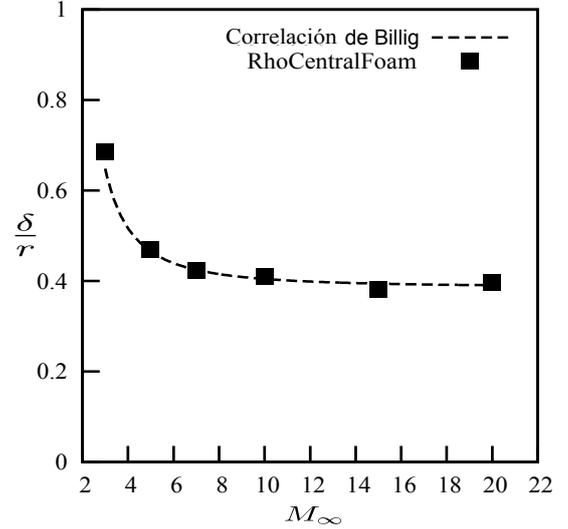


Figura 5: Distancia de la onda al punto de impacto para un cilindro a $M_\infty = \{3, 5, 7, 10, 15, 20\}$

4.2. Flujo alrededor de una esfera

En esta sección se presentan resultados obtenidos con la simulación del flujo alrededor de una esfera para $M_\infty = \{5, 7, 10, 15, 20\}$. Se mantienen para el flujo de la corriente libre las mismas condiciones utilizadas en el caso del cilindro ($p_\infty = 11.65$ kPa). La simetría axial del problema conlleva a la utilización de una porción tipo cuña de una malla originalmente tridimensional y en los cálculos, dicha cuña se identifica por condiciones de contorno especiales impuesta con el uso de *wedge patches* de *openfoam*TM [10]. En la cuña del dominio computacional, la malla contiene 84500 celdas. En la sección de salida de dicho dominio el flujo vuelve a ser supersónico, por lo tanto se impone la condición de gradiente nulo sobre todas las variables.

La distancia mínima de la onda de choque al cuerpo se compara con los valores que provee la correlación de Billig para la esfera, dichos resultados se pueden observar en la Fig. 6. En este caso, se observa el mayor error a $M_\infty = 20$ con un valor de 2.89%.

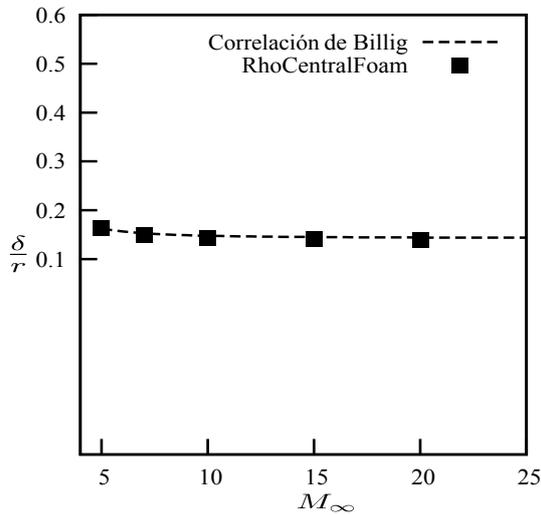


Figura 6: Distancia de la onda al punto de impacto para una esfera a $M_\infty = \{5, 7, 10, 15, 20\}$

En las figuras 7a y 7b “Fig. 7 modificar” se muestran los campos de presión y de números de Mach para $M_\infty = 20$. La presión ha sido normalizada por su valor en la corriente libre. En la Fig. 8 se presenta el cambio que experimenta la entropía del flujo al atravesar la onda de choque. La presión computada en el punto de impacto, difiere en 0.42% del valor analítico que provee el choque normal.

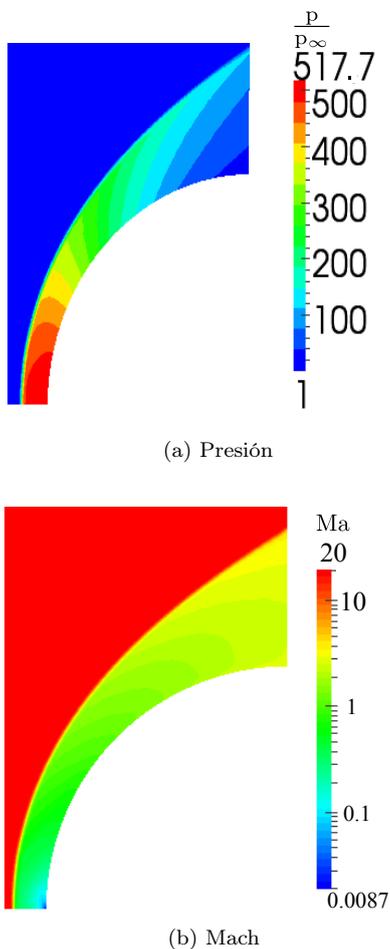


Figura 7: Distribución de presiones y Mach sobre la esfera para $M_\infty = 20$

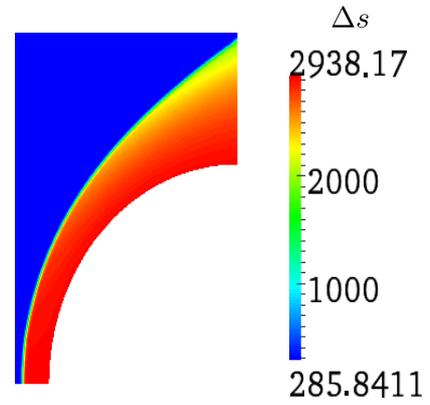


Figura 8: Cambio de entropía sobre la esfera para $M_\infty = 20$

La habilidad del ejecutable *rhoCentralFoam* para capturar la onda de choque y evaluar sus efectos, se manifiesta en las Fig. 9 y Fig. 10 que muestran la variación del Mach y de la presión a través de la discontinuidad. Obsérvese que dicha captura se realiza prácticamente sin inducir oscilaciones.

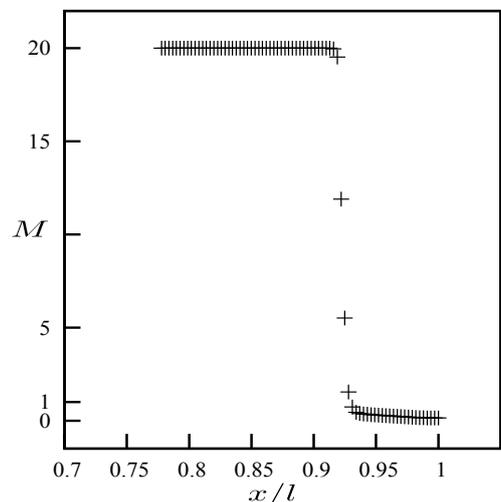


Figura 9: Variación del Mach a través de la onda (esfera $M_\infty = 20$)

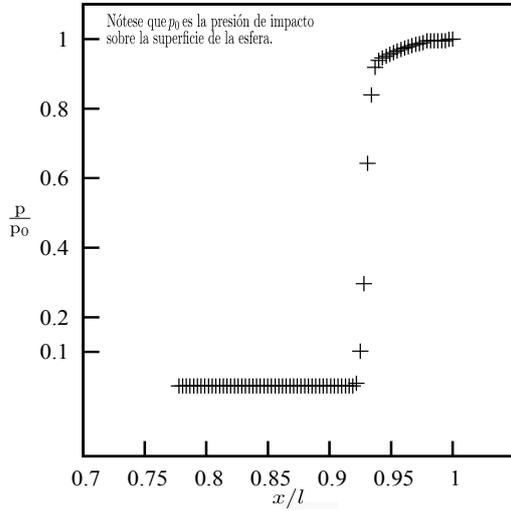


Figura 10: Variación de la presión a través de la onda (esfera $M_\infty = 20$). Nótese que p_0 es la presión de impacto sobre la superficie de la esfera.

A partir del análisis de los resultados presentados para el cilindro y la esfera, se puede concluir que el ejecutable *rhoCentralFoam* de *openfoam*TM permite simular adecuadamente el estado estacionario del flujo externo frontal que se induce sobre cuerpos romos cuando una corriente supersónica incide sobre los mismos.

4.3 Toma de aire

Se sabe que las prestaciones de la propulsión tipo *Scramjet* dependen del caudal másico y de la calidad del flujo (esta última expresada en términos de recuperación de la presión total y uniformidad), que la toma de aire puede proporcionar. Las tomas de aire para vehículos hipersónicos se diseñan con una combinación de compresión externa e interna. Pueden contar con una o más rampas de compresión externa, pero como se ilustra en la Fig. 11 las ondas de choque oblicuas generadas por estas rampas pueden o no interceptarse donde comienza la cubierta superior (en la literatura inglesa denominada *cowl*). Cuando la intercepción de las ondas de choque externas ocurre en el borde de la cubierta superior, se dice que la toma de aire está operando en la condición de diseño crítica u óptima. La desviación por la cubierta superior del flujo incidente induce una onda de choque que impacta sobre la superficie inferior y se refleja. A su vez, el choque reflejado desde la superficie inferior impacta sobre la cubierta superior y vuelve a reflejarse. Este proceso de impactos y reflejos entre las superficies inferior y superior de la toma de aire continúa hasta arribar a la sección final y allí, supuestamente, se consiguen las condiciones de flujo (velocidad, presión y temperatura), requeridas por la aplicación para la cual ha sido diseñada la toma de aire.

Como se muestra en la Fig. 11, en una toma de aire supersónica se pueden distinguir tres estados de funcionamiento:

1. Sub-crítico $\rightarrow M_\infty < M_d$
2. Crítico u óptimo (en cuanto hace a la captura de la cantidad de aire) $\rightarrow M_\infty = M_d$

3. Super-crítico $\rightarrow M_\infty > M_d$

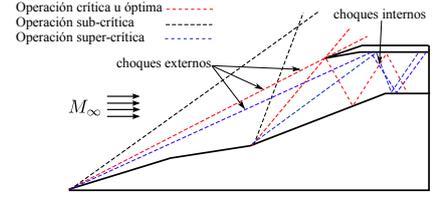


Figura 11: Toma de aire: esquema de operación

Para cuantificar la eficiencia de una toma de aire existen diferentes parámetros, sin embargo, los más notables son la relación de captura de la masa de aire (m_c) y la relación de presiones totales (Π_{p_0}) [11]:

$$m_c = \frac{A_c}{A_{100\%}} \quad (22)$$

$$\Pi_{p_0} = \frac{p_{0T}}{p_{0\infty}} \quad (23)$$

donde A_c es el área de captura (Fig. 12), $A_{100\%}$ el área óptima de captura, p_{0T} la presión total en la sección final de la toma y $p_{0\infty}$ la presión total a la entrada de la toma de aire. A modo de probar la capacidad de *rhoCentralFoam* para simular estos tipos de problemas, dicho *solver* será utilizado en la toma de aire mostrada en la Fig. 12, de la cual se disponen datos experimentales y resultados de simulaciones numéricas dados por las referencias [12, 13]. Nótese que la entrada propiamente dicha (*inlet*) se continúa con una sección de área constante conocida como *isolator*, siendo su objetivo compatibilizar en la sección de salida las condiciones del flujo con los requerimientos.

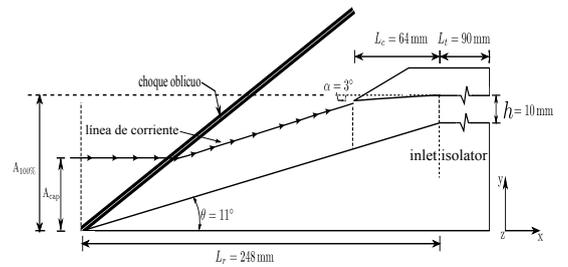


Figura 12: Caso de prueba [12, 13]

Condiciones de contorno Se impone el valor de la presión estática p_∞ de la corriente libre y para simular diferentes números de Mach se varía la presión total $p_{0\infty}$. En la sección de salida del flujo capturado por la toma de aire se supone que la velocidad del flujo permanece supersónica. Asimismo, en todos los límites externos del dominio computacional la condición de flujo saliente supersónico es impuesta. Se acepta que el flujo no es viscoso y evoluciona adiabáticamente. Además, el ángulo de ataque para todas las simulaciones es nulo.

4.3.1 Simulación para $M_\infty = 4$

Para $M_\infty = 4$, el choque oblicuo generado por la rampa se ubica por encima del borde de la cubierta superior

(*cowl*), por lo tanto el funcionamiento de la toma de aire es sub-crítico dando lugar a lo que se denomina el *spillage* del flujo excedente.

De particular interés en esta simulación es el resultado experimental presentado en [12], que muestra la distribución de presiones sobre la superficie inferior de la toma de aire. En la Fig. 13 se comparan predicciones obtenidas con *rhoCentralFoam* y experimentales. La presión se adimensionaliza respecto de la presión estática p_∞ de la corriente libre y la distancia con la altura h de la sección final del *isolator*. En general, la concordancia entre predicción y experimentos es buena, no obstante, cabe señalar ciertas diferencias cuando $x/h \approx 20$. El súbito incremento de la presión que predice la simulación numérica, sería consistente con el arribo de una onda de choque desde la cubierta superior, pero los datos experimentales denotan la probable existencia de una burbuja de separación inducida por el choque incidente sobre la superficie inferior. Por otra parte, simulaciones presentadas en [13] con modelos turbulentos, muestra que en situaciones similares los choques inducen burbujas de separación y utilizando la distribución de tensiones de corte sobre la superficie puede localizarse el comienzo de dichas burbujas. Lo expuesto es una señal de advertencia acerca de la inconveniencia de modelar la simulación del flujo en las tomas de aire sin tener en cuenta efectos viscosos a nivel molecular y turbulento.

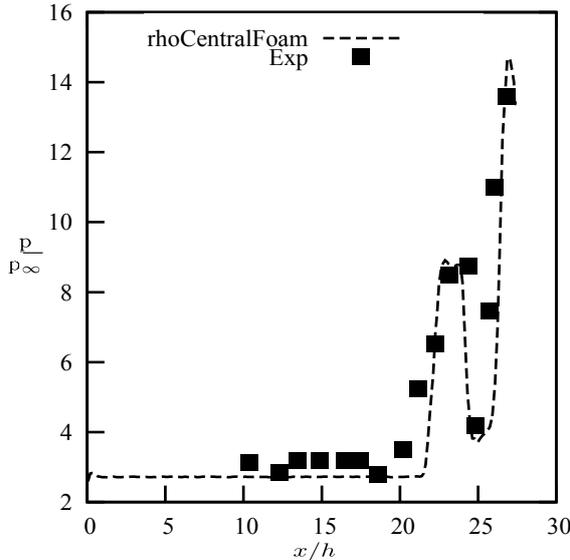


Figura 13: Distribución de presiones sobre la rampa principal $M_\infty = 4$

4.3.2 Simulación para diferentes números de Mach

Se efectúan simulaciones del funcionamiento de la toma de aire para valores del Mach de la corriente $M_\infty = \{3, 3.20, 3.25, 4, 5, 6, 7, 8\}$. Los resultados computados para la relación de masas m_c (Eq. 22), se comparan con datos experimentales en la Fig. 14. Se observa una buena concordancia entre las predicciones numéricas y las mediciones, inclusive cuando para números de Mach de vuelo inferiores a cuatro se produce la caída de m_c . Esta caída que al principio es suave y luego se hace abrupta, se interpreta como el cese del funcionamiento de la toma

de aire como tal (*intake unstarted*). Cuando esto ocurre, el sistema de choques que debería formarse dentro de la toma de aire es expulsado fuera de la misma y el flujo en el interior de la toma ya no es supersónico, sino subsónico. Entonces, es factible que la sección de salida del *isolator* se convierta en una garganta ($M = 1$).

Es de hacer notar que la relación de masas m_c depende casi exclusivamente del comportamiento del flujo externo debido a la presencia de la rampa (Fig. 12). Los efectos viscosos se potencian a partir de los múltiples choques que impactan y se reflejan entre la cubierta superior y la superficie inferior (rampa + *isolator*) de la toma de aire. Por lo tanto, es altamente probable que la predicción de m_c concuerde satisfactoriamente con las mediciones, aún cuando no se tengan en cuenta efectos viscosos moleculares ni tampoco turbulentos.

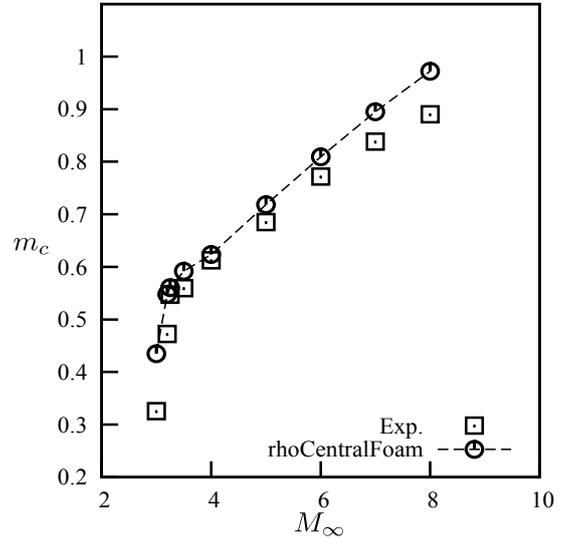


Figura 14: Captura de aire (m_c)

En la Fig. 15 se comparan valores del parámetro Π_{p_0} (Eq. 23) que predice la simulación con experimentales. Dicho parámetro es representativo de la recuperación de la presión total que se consigue en la sección final de la toma de aire y es un referente de la calidad del flujo capturado. Se observan en Fig. 15 importantes diferencias entre predicciones y experimentos. La recuperación de la presión total que se obtiene sin tener en cuenta efectos viscosos, particularmente turbulentos, no es realista y evidencia que no se pueden cuantificar las prestaciones de una toma de aire sin utilizar en la simulaciones las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas para incluir modelos de la turbulencia aplicables a flujos supersónicos.

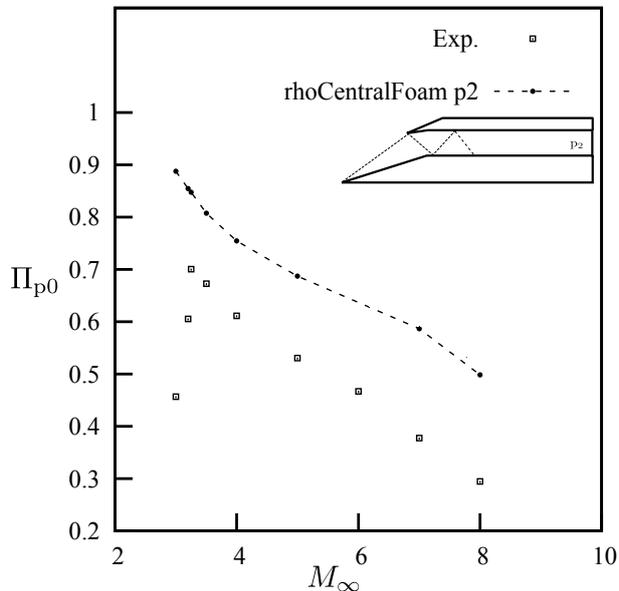


Figura 15: Recuperación de presión total

5. Conclusiones

Se concluye a partir de los resultados presentados que el ejecutable *rhoCentralFoam*, disponible en el paquete de libre distribución que ofrece *openFoam*, permite desarrollar simulaciones numéricas aplicables a flujos supersónicos e hipersónicos en los cuales los efectos viscosos a nivel molecular y/o turbulento, no son determinantes del comportamiento del flujo.

Las simulaciones numéricas de flujos externos han sido realizadas sobre dos cuerpos romos: el cilindro y la esfera. Con el cilindro, los números de Mach simulados abarcan el intervalo M_∞ [3, ..., 20] y con la esfera M_∞ [5, ..., 20]. Las comparaciones entre predicciones y mediciones realizadas en términos de la distribución del coeficiente de presión (C_p) sobre la superficie, han sido satisfactorias. También lo han sido las comparaciones entre resultados de las simulaciones y correlaciones empíricas de las distancias de separación mínima entre la onda de choque y el cuerpo. Con referencias a estas distancias, la diferencia máxima aplicable al cilindro es del 5% y la aplicable a la esfera del 2.9%. La concordancia entre coeficientes C_p resultantes de la simulación y los calculados mediante la teoría newtoniana es buena, mientras la hipótesis base de esta teoría (pérdida de la cantidad de movimiento que posee el flujo en la dirección normal a la superficie), sea el factor preponderante. En cuanto concierne a la captura de la onda de choque tanto para el cilindro como para la esfera, el esquema centrado propuesto por Kurganov et al. e incorporado en *rhoCentralFoam*, ha demostrado poseer una adecuada capacidad de resolución sin nivel apreciable de oscilaciones. Los campos de entropía calculados muestran que las leyes de la termodinámica se cumplen.

Con referencia a la simulación de la toma de aire para $M_\infty = 4$ se comprueba que, en general, la distribución de las presiones sobre la rampa se aproxima bastante bien a las mediciones, salvo donde se localizan gradientes de presión adversos capaces de generar burbujas de flujo separado. Las relaciones de masas m_c son computadas

correctamente e inclusive permiten detectar la situación conocida como *intake unstarting*. Esta calidad de los resultados numéricos se fundamenta en que la contribución del flujo interno de la toma al cálculo de m_c es mínima, cotejada con la del flujo externo.

Cuando se analiza la recuperación de la presión total en la sección final de la toma de aire, tienen que considerarse tanto el flujo externo como el interno. En el flujo interno, que abarca desde el borde de la cubierta superior hasta la sección de salida, los múltiples choques que impactan sobre la superficie inferior (rampa + *isolator*), o la cubierta superior y se reflejan, potencian los efectos viscosos generando separaciones locales del flujo e incrementando la turbulencia. Este comportamiento del flujo interno es responsable de fuertes pérdidas en la presión total y que son mucho mayores que las originadas por la multiplicidad de choques en un flujo no viscoso. En consecuencia, toda simulación que no incluya un modelado de la turbulencia no es realista ya que predecirá una recuperación de la presión total inexistente.

6. Trabajos futuros

Dos son las posibles áreas de trabajos futuros. La primera consistiría en incorporar modelos de turbulencia al código fuente de *rhoCentralFoam*. El modelo propuesto por Menter [14] que es un mix entre el $k - \omega$ de Wilcox [15], aplicable en cercanía de la pared y el $k - \epsilon$ tradicional, suficientemente lejos de la pared, sería uno de los candidatos a ser implementado.

La segunda área consistiría en dotar a *rhoCentralFoam* con la posibilidad de considerar al aire como un gas real en equilibrio químico. La técnica para determinar las propiedades termodinámicas del aire en equilibrio podría basarse en la utilización del código CEA (*Chemical Equilibrium with Applications*), que es una versión más reciente del código originalmente desarrollado por Gordon y McBride [16]. En general CEA permite obtener las propiedades termodinámicas del aire en equilibrio, si dos de sus propiedades son definidas. Así, con datos de la presión y la temperatura, el código CEA computa el equilibrio químico minimizando la energía libre de Gibbs.

La alternativa a la utilización directa del *software* CEA incorporado a *rhoCentralFoam*, podría ser la preparación e inserción en el código de los datos que relacionen las propiedades termodinámicas del aire en equilibrio químico con otras dos específicamente seleccionadas, por ejemplo, la temperatura y la presión dentro de sus respectivos rangos de aplicación [17, 18]. Ingresando a esta base de datos mediante funciones de interpolación apropiadas, se extraen los valores de todas las variables necesarias para definir el estado del aire en equilibrio.

7. Agradecimientos

Los autores expresan sus agradecimientos al CONICET, MinCyT (Córdoba), SECyT (UNC) y Depto. de Aeronáutica (FCEfN-UNC), por el financiamiento y el apoyo en infraestructura proporcionados.

Referencias

- [1] **H. Weller, G. Tabor, H. Jasak and C. Fureby**, *A tensorial approach to computational continuum mechanics using object orientated techniques*, *Comp. in Phys.*, vol. 12(6):pp. 620–630, 1998.
- [2] **C. Greenshields, H. Weller, L. Gasparini and J. Reese**, *Implementation of semi-discrete, non-staggered central schemes in a colocated, polyhedral, finite volume framework, for high-speed viscous flows*, *International journal for numerical methods in fluids*, vol. 63(1):pp. 1–21, 2010.
- [3] **A. Kurganov and E. Tadmor**, *New high-resolution central schemes for nonlinear conservation laws and convection – diffusion equations*, *Journal of Computational Physics*, vol. 160(1):pp. 241 – 282, 2000.
- [4] **A. Kurganov, S. Noelle and G. Petrova**, *Semidiscrete central-upwind schemes for hyperbolic conservation laws and hamilton – jacobi equations*, *J. Comput. Phys*, vol. 160:pp. 720–742, 2000.
- [5] **L. F. Gutierrez Marcantoni, j. P. Tamagno and S. A. Elaskar**, *High speed flow simulation using openfoam*, in *actas del Congreso Argentino de mecánica computacional*, Salta, Argentina, 2012.
- [6] **B. Van Leer**, *Towards the ultimate conservative difference scheme. ii. monotonicity and conservation combined in a second-order scheme*, *Journal of Computational Physics*, vol. 14(4):pp. 361–370, 1974.
- [7] **J. Anderson**, *Modern compressible flow : with historical perspective*, McGraw-Hill, Boston, Mass, 2003.
- [8] **J. Anderson**, *Hypersonic and High-Temperature Gas Dynamics*, AIAA Education Series, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2006.
- [9] **F. Billig**, *Shock-wave shapes around spherical-and cylindrical-nosed bodies.*, *Journal of Spacecraft and Rockets*, vol. 4:pp. 822–823, 1967.
- [10] openFoam UserGuide, OpenCFD Ltd, 2010.
- [11] **C. Segal**, *The scramjet engine: processes and characteristics*, Cambridge University Press, 2009.
- [12] **S. Emami, C. A. Trexler, A. H. Auslender and J. P. Weidner**, *Experimental investigation of inlet-combustor isolators for a dual-mode scramjet at a Mach number of 4*, vol. 7, NASA, 1995.
- [13] **S. Saha and D. Chakraborty**, *Hypersonic intake starting characteristics—a cfd validation study*, *Defence Science Journal*, vol. 62(3):pp. 147–152, 2012.
- [14] **F. R. Menter**, *Performance of popular turbulence model for attached and separated adverse pressure gradient flows*, *AIAA journal*, vol. 30(8):pp. 2066–2072, 1992.
- [15] **D. C. Wilcox**, *Turbulence modeling for CFD*, 2nd Edition. DCW Industries, Inc. - California, US, 1998.
- [16] **S. Gordon and B. J. McBride**, *Computer program for calculation of complex chemical equilibrium compositions and applications*, National Aeronautics and Space Administration, Office of Management, Scientific and Technical Information Program, 1996.
- [17] **J. C. Tannehill, T. L. Holst and J. Rakich**, *Numerical computation of two-dimensional viscous blunt body flows with an impinging shock*, *AIAA Journal*, vol. 14(2):pp. 204–211, 1976.
- [18] **W. E. Moeckel and K. C. Weston**, *Composition and thermodynamic properties of air in chemical equilibrium*, Tech. rep., Lewis Flight Propulsion Lab., Cleveland, 1958.