

CONTROL DE VIBRACIONES EN VÍAS FÉRREAS

José E. Stuardi, Juan F. Giró, Alejandro J. Giudici

*Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba,
Av. Vélez Sársfield 1611, 5000 Córdoba, Argentina, jstuardi@gmail.com*

Resumen. El problema de vibraciones generadas en vías férreas resulta especialmente sensible en túneles o viaductos, donde se utilizan losas flotantes para el control de vibraciones generadas por cargas móviles. El objetivo del presente trabajo es el estudio del comportamiento dinámico de losas flotantes utilizadas para tráfico férreo sobre fundaciones rígidas. El modelo contempla una viga continua para los rieles y losa flotante, ambos apoyados en forma elástica. El medio rodante es tenido en cuenta mediante un modelo ‘quarter car’ que se mueve en contacto con las vías. El sistema de ecuaciones acopladas generado es resuelto en el dominio del número de onda-frecuencia. Eso permite analizar curvas de dispersión, velocidades críticas, desplazamientos, transmisibilidades y fuerzas dinámicas en la interfaz rueda-riel. Los resultados obtenidos muestran la consistencia de la formulación y del modelo, mientras que la solución numérica es de bajo costo computacional.

Palabras claves: losas flotantes, vibraciones, vías férreas.

1. INTRODUCCIÓN

Para mitigar problemas de vibraciones en áreas sensibles o generadas por trenes de alta velocidad, se recurre actualmente a soluciones basadas en losas flotantes. La complejidad de cada parte de la cadena del sistema vehículo-vía y la diversidad de enfoques en el estudio es grande, contemplando distintos análisis en función de las diferentes excitaciones. Entre estas son de importancia el pasaje de las cargas estáticas de los ejes, las irregularidades del sistema de vías y del vehículo y las vibraciones paramétricas causadas por las variaciones de rigidez del sistema de vías debido al apoyo de los rieles sobre durmientes.

Estudios sobre la eficiencia de los sistemas de losas flotantes encontraron que los modelos más simples sobreestiman las atenuaciones a bajas frecuencias [1]. Otros investigadores compararon la performance de variados sistemas de aislamiento aplicados en viaductos mostrando que sus frecuencias flexionales deterioran la transmisibilidad [2]. Este hecho ya había sido comprobado experimentalmente años atrás [3].

El presente trabajo considera una subestructura del tren que incluye masa suspendida y no suspendida. El sistema de vías es lineal y compuesto por riel y losa flotante continuos, además de pads elásticos y sistema de aislamiento sobre suelo rígido. Las ecuaciones diferenciales de vías son resueltas en el dominio de la onda y de la frecuencia en forma analítica, mientras que los resultados explícitos en el dominio del espacio y tiempo deben ser necesariamente obtenidos por medio de una discretización numérica. Se obtienen así las flexibilidades dinámicas en forma numérica del sistema riel-losa y de la rueda como parte del vehículo. Ambas subestructuras son acopladas en el contacto rueda-riel, especificando la fuerza de contacto como variable de estudio. En la primera parte de este trabajo se describe el modelo y la solución utilizada, luego se estudia el desplazamiento y la fuerza de interacción rueda-riel para distintas configuraciones y tipos de cargas.

2. MODELO DEL SISTEMA VEHÍCULO-VÍA

Se utiliza un modelo *quarter car* del tren, considerando una masa suspendida (índice c de *carbody*) y una masa no suspendida de la rueda y accesorios (índice w de *wheel*), ver Figura 1a. Para el riel (índice r) y losa flotante (índice s de *slab*) se utilizan vigas del tipo Euler-Bernoulli. Los datos de la vía para riel y losa flotante corresponden al trabajo de Hussein [4], mientras que las propiedades de rigidez k y amortiguamiento c y masa m se expresan por unidad de longitud de vía, son las usadas en [5]. La frecuencia propia de las losas fue elegida como 19 Hz (representativa de aislamiento con elastómeros) y 5 Hz (representativa de aislamientos con resortes y amortiguador viscoso). Se considera que el tren avanza con una velocidad v según el eje x mientras que el movimiento vertical de las masas se describe en el eje y . Las fuerzas f son cargas externas aplicadas en la masa del tren, rueda o riel. Las ecuaciones del vehículo pueden ser escritas en el dominio de la frecuencia (supraíndice \wedge) en los desplazamientos de los nudos c y w explicitando sus flexibilidades dinámicas de la forma:

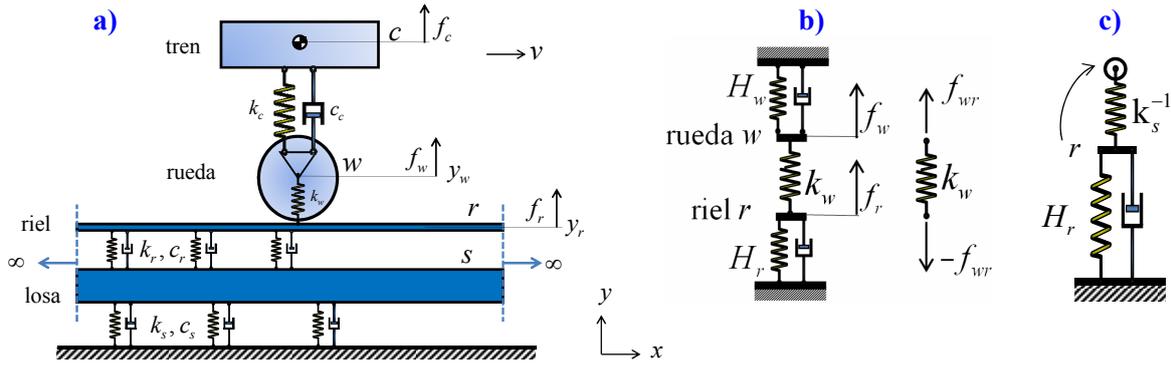


Figura 1: a) Sistema: tren, rueda, riel y losa flotante, b) acoplamiento rueda-riel, c) flexibilidad de durmientes

$$\hat{y}_w(\omega) = \frac{(k_c + i\omega c_c - \omega^2 m_c) \hat{f}_w + (k_c + i\omega c_c) \hat{f}_c}{\det(\hat{K}_c)} = \hat{H}_{ww} \hat{f}_w + \hat{H}_{wc} \hat{f}_c \quad (1)$$

donde \hat{K}_c es la rigidez dinámica del vehículo. Las ecuaciones de la vía y de la losa flotante se plantean en el dominio del espacio-tiempo. Se calcula la respuesta para una componente armónica ω_e , que en coordenadas fijas al sistema se expresa utilizando la función delta de Dirac como $f_r(x,t) = \hat{f}_r(\omega_e) e^{i\omega_e t} \delta(x-vt)$. Las ecuaciones son doblemente transformadas desde el dominio del espacio-tiempo al dominio del número de onda-frecuencia (ξ, ω) y pueden ser escritas en forma matricial como un sistema de la forma

$$\tilde{K}_{rs} \begin{bmatrix} \tilde{y}_r \\ \tilde{y}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{y}_r \\ \tilde{y}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\pi \delta(\omega - \omega_e + \xi v) \hat{f}_r(\omega_e) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

donde \tilde{K}_{rs} es la rigidez dinámica del sistema de vías. La ec. (2) puede ser resuelta y anti transformada a los dominios originales del espacio y tiempo, obteniéndose la respuesta en el sistema de referencia fijo como

$$y_r(x,t) = \frac{1}{2\pi} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} [k_{22} / \det(K)]_{\omega=\omega_e-\xi v} e^{i\xi(x-vt)} d\xi \right\} e^{i\omega_e t} \hat{f}_r(\omega_e) \quad (3)$$

$$y_s(x,t) = \frac{1}{2\pi} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} [-k_{12} / \det(K)]_{\omega=\omega_e-\xi v} e^{i\xi(x-vt)} d\xi \right\} e^{i\omega_e t} \hat{f}_r(\omega_e)$$

En un sistema de referencia móvil, $x = vt$, es posible expresar el desplazamiento del riel en función de la flexibilidad dinámica que es vista por la rueda como

$$\hat{y}_r(\omega_e) = \hat{H}_r(\omega_e) \hat{f}_r(\omega_e); \quad \hat{H}_r(\omega_e) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [k_{22} / \det(K)]_{\omega=\omega_e-\xi v} d\xi \quad (4)$$

La ec. (4) puede ser integrada en forma numérica para valores discretos y reales del número de onda y obtener la flexibilidad dinámica en el sistema móvil. El vehículo y la vía son ahora acoplados por medio de una elasticidad proveniente del contacto rueda-riel, modelado como una rigidez k_w de valor relativamente alto, ver Figura 1b. El sistema de ecuaciones para los nodos w y r puede ser escrito a partir de la matriz de rigidez del elemento elástico de contacto, adicionando las rigideces dinámicas de la rueda y el riel y las cargas externas. Las expresiones del desplazamiento de la rueda, riel y la fuerza de interacción rueda-riel quedan

$$\hat{y}_w = \hat{H}_{ww} (\hat{f}_w - \hat{f}_{wr}) + \hat{H}_{wc} \hat{f}_c; \quad \hat{y}_r = \hat{H}_r (\hat{f}_{wr} + \hat{f}_r); \quad \hat{f}_{wr} = \frac{\hat{H}_{ww} \hat{f}_w + \hat{H}_{wc} \hat{f}_c - \hat{H}_r \hat{f}_r - \hat{s}}{k_w^{-1} + \hat{H}_{ww} + \hat{H}_r} \quad (5)$$

donde \hat{s} representa una función de la frecuencia proveniente de una función impuesta del espacio $s(x)$, que se corresponde con las irregularidades del riel y de la rueda. Estas ecuaciones se resuelven en forma numérica

utilizando parámetros adecuados de discretización. Por otra parte, las vibraciones causadas por el paso de durmientes son consideradas mediante una fuerza \hat{f}_{rs} sobre el riel, que es calculada en forma iterativa mediante la convolución de la rigidez de la vía entre los durmientes $\hat{k}_s(\omega)$ y el desplazamiento de la vía en el paso de iteración anterior, Figura 1c, [5].

$$\hat{f}_{rs} = \sum_i (\hat{k}_s(\omega) * \hat{y}_{i-1}(\omega)) \quad i=1,2,\dots \quad \hat{y}_0(\omega) = \hat{K}^{-1}(0) p_0 \quad (6)$$

3. RESPUESTA DEL SISTEMA

De la homogénea de la ec. (2) es posible analizar la forma de la respuesta mediante el análisis de los valores propios de los números de onda complejos. Del determinante de \hat{K}_{rs} se obtiene la relación de dispersión. En la *velocidad crítica* se logra una condición de resonancia espacial, que resulta producto de un corrimiento de la primera frecuencia propia hacia frecuencias menores por efecto de la velocidad, ver Figura 2. Esto ha sido corroborado analizando la flexibilidad del riel como parte de su subestructura, para una carga armónica en función de la velocidad y para las losas de frecuencia propia de 19 Hz (a) y 5 Hz (b).

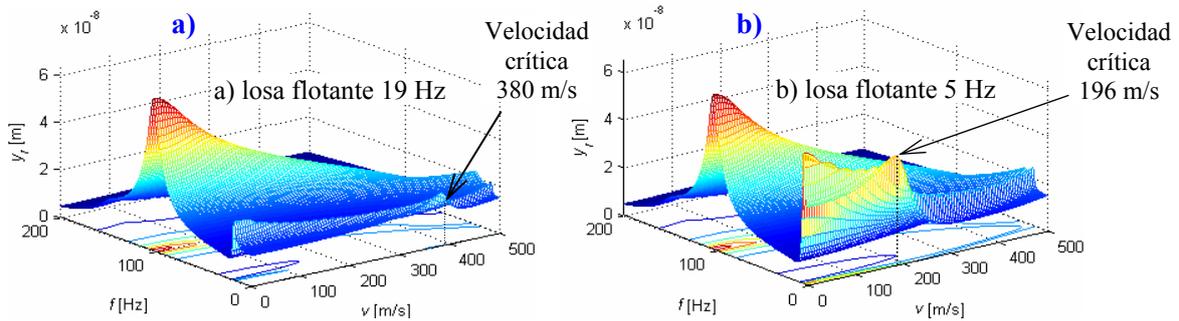


Figura 2: Desplazamientos del riel para carga armónica unitaria

En la Figura 3 se compara la respuesta en desplazamientos del riel y la losa con carga armónica aplicada sobre el riel (a) y sobre la rueda del sistema (b), para el caso de velocidad nula. Por efecto de la interacción, la frecuencia propia del riel desaparece, para dar lugar a una *resonancia acoplada del sistema tren-vía*. La frecuencia propia de la losa se mantiene no afectada. Además no se notan cambios significativos de la respuesta del riel con carga aplicada en la rueda para una velocidad de un tren rápido actual.

La respuesta del riel para carga armónica aplicada en la rueda y en función de la velocidad para la losa de 5 Hz resulta de similar magnitud que para la losa de 19 Hz (excepto para las frecuencias por debajo de 5 Hz), por lo que los desplazamientos se mantienen acotados. La Figura 4 muestra la transmisibilidad de fuerzas, definida en la ec. (7), desde la rueda al suelo rígido para velocidades en el rango 0–400 m/s y en forma superpuesta. La atenuación mejora notablemente con la reducción de la frecuencia de la losa, ya que en el rango de frecuencias 10–40 Hz se logran reducciones del orden de más de 10 dB.

$$\hat{T}_r = \left. \frac{\hat{F}_{tr}}{\hat{F}_{tr}} \right|_{\omega=0, v=0} \quad \hat{F}_{tr} = (k_s + i\omega c_s) \hat{y}_s \quad (7)$$

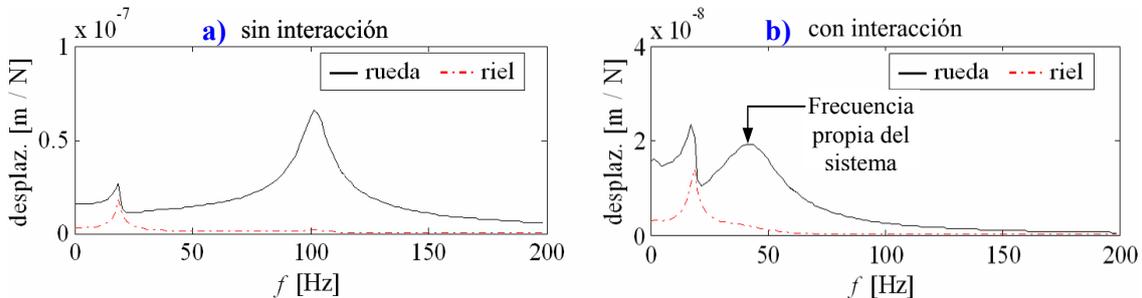


Figura 3: Respuesta de la rueda y riel para carga armónica unitaria, losa 19 Hz, velocidad = 0

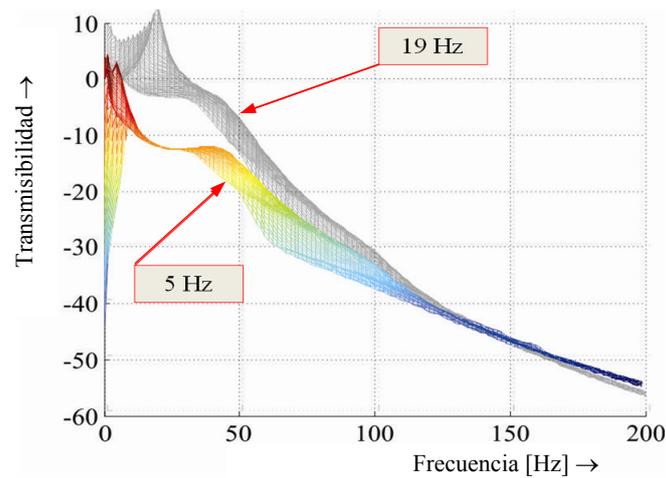


Figura 4: Transmisibilidad [dB] de fuerza desde la rueda al suelo para losas flotantes de 5 y 19 Hz.

Se calcula además la respuesta considerando irregularidades de la rueda y la vía en función de la velocidad, rueda plana y vibraciones causadas por el paso de durmientes [5]. En este último caso, tanto el desplazamiento como la fuerza están acotados con la velocidad del tren, lo que representa una propiedad favorable en el diseño de sistemas de vías rápidas.

4. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se desarrolló un modelo sencillo pero completo del sistema tren-vía, con el objeto de analizar la respuesta del sistema provisto de losas flotantes de diferentes frecuencias propias a efectos comparativos. Se comprobó que el perfil de desplazamientos generado en el terreno no sufre cambios considerables por efecto de la velocidad para cargas armónicas de frecuencia por debajo de la frecuencia de corte (frecuencia propia de la losa) hasta velocidades de tren rápido actuales. Para frecuencias mayores las magnitudes se mantienen por debajo del pico de respuesta correspondiente a velocidad nula y frecuencia propia del sistema tren-vía. El efecto de la velocidad se ve reflejado como una disminución de la frecuencia de ocurrencia de las frecuencias propias del sistema de vía.

El análisis del sistema acoplado tren-vía posiciona al uso de losas de baja frecuencia como favorable, ya que no se genera un aumento apreciable de los desplazamientos del riel en relación a losas flotantes de apoyo más rígido. El modelo propuesto es adecuado para el cálculo de la respuesta del sistema rueda-riel para irregularidades de rueda y vía, incluyendo el efecto de rueda plana, aunque es obvio que el modelo lineal utilizado es útil en el cálculo de frecuencias bajas y medias encontrando limitaciones en altas frecuencias. Los resultados obtenidos muestran la consistencia de la formulación y del modelo, que permite obtener una solución cerrada de bajo costo computacional del comportamiento del sistema completo.

REFERENCIAS

- [1] G. LOMBAERT ET AL., *The control of ground-born e vibrations from railway traffic by means of continuous floating slabs*, Journal of Sound and Vibration, Vol. 297(3–5), (2006), pp. 946–961.
- [2] C.K. HUI AND C.F. NG, *The effects of floating slabs bending resonance on the vibration isolation of rail viaduct*, Applied Acoustics, Vol. 70 (2009), pp. 830–844.
- [3] H. SAURENMAN AND J. PHILLIPS, *In-service tests of the effectiveness of vibration control measures on the BART rail transit system*, Journal of Sound and Vibration, Vol. 293(3–5), (2006), pp. 888–900.
- [4] M.F.M. HUSSEIN AND H.E.M. HUNT, *Modelling of floating-slab tracks with continuous slabs under oscillating moving loads*, Journal of Sound and Vibration, Vol. 297(1–2), (2006), pp. 37–54.
- [5] J.E. STUARDI, R.J. RITTA AND P.T. FILONI, *Losas flotantes para atenuación de vibraciones inducidas por cargas móviles*, Mecánica Computacional, Vol. 31 (2012), pp. 4081–4104.