

EPISTEMOLOGÍA E HISTORIA DE LA CIENCIA

SELECCIÓN DE TRABAJOS DE LAS X JORNADAS

VOLUMEN 6 (2000), Nº 6

Pio García
Sergio H. Menna
Víctor Rodríguez
Editores



ÁREA LÓGICO-EPISTEMOLÓGICA DE LA ESCUELA DE FILOSOFÍA
CENTRO DE INVESTIGACIONES DE LA FACULTAD DE FILOSOFÍA Y HUMANIDADES
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons atribución NoComercial-SinDerivadas 2.5 Argentina



Dinámica de creencias con inconsistencias: la revisión parcial de conjuntos de creencias

Diego A. Letzen*

En lo que sigue nos limitaremos a analizar este problema en el contexto de la teoría de cambio de creencias desarrollada por Carlos Alchourrón, David Makinson y Peter Gärdenfors, o teoría AGM de cambio de creencias,¹ por lo que se supondrán algunos conocimientos mínimos de esta.

Contraer una base de creencias por un enunciado, en este contexto, consiste en realizar la intersección de una selección de los subconjuntos maximales de la base que no implican el enunciado a contraer.

Los subconjuntos maximales de la base que no implican al elemento a contraer deberán en primer lugar eliminar algún elemento del subconjunto de elementos inconsistentes (siempre que exista algún subconjunto tal) puesto que en otro caso este subconjunto inconsistente permitirá seguir infiriendo el elemento a contraer, por estar considerando las inferencias clásicas de un conjunto aún cuando este conjunto no esté cerrado lógicamente. Así, los subconjuntos inconsistentes de una base nunca podrán permanecer tras una contracción y por ende tampoco podrán hacerlo tras una revisión.

Una solución para lograr una dinámica de bases de creencias que tolere la representación de inconsistencias es la llamada de *cambio local*, propuesta por S.O. Hansson y R. Wassermann.² Consisten en definir operadores de cambio que a excepción del operador de expansión que tendrá alcance global,³ actúen sobre una parte de la base de creencias sin afectar al resto. Para lograr esto se recurre a la noción de *compartimentalización* de una base de creencias en función de conjuntos de enunciados relevantes y por su intermedio, a la definición de un operador de consecuencia (las consecuencias locales) el que permite a su vez definir nuevamente las operaciones de tal manera que tengan alcance local (a una parte de la base) permitiendo la existencia de inconsistencias que no son afectadas tras el proceso de cambio por estar fuera del alcance del operador de consecuencia local utilizado.

Si bien esta propuesta logra el cometido de conservar subconjuntos inconsistentes de información que permanezcan tras las operaciones de cambio, como se muestra en el trabajo, esto se logra creando un operador de consecuencia especial, que opera como una restricción al operador clásico (del cual se sigue dependiendo, arrastrando las complicaciones derivadas de su uso), pero que carece de algunas propiedades importantes de un operador de consecuencia como por ejemplo la inclusión ($\forall \alpha \in C(\{\alpha\})$), que es, junto con la monotonía y la idempotencia una de las tres propiedades básicas para un operador de consecuencia según la caracterización de Tarski.

Si suponemos un conjunto A compuesto de aquellos enunciados que corresponden o representan un cierto estado de creencias de un agente, deseamos saber qué sucede si deseamos representar el cambio de creencias del agente por la incorporación o eliminación de elementos del conjunto de enunciados que asumimos lo representaba, de forma tal que esta

* Universidad Nacional de Córdoba.

dinámica cumpla con algunas restricciones o criterios de racionalidad que caracterizan como sucede o debe suceder este cambio.

En teorías de este tipo se deben atender dos aspectos fundamentales: El aspecto estático que comprende el problema de la representación del conjunto de enunciados y su relación con el estado de creencias del agente. Y el aspecto dinámico correspondiente a la representación de las operaciones de cambio, de forma tal que acuerden con nuestros principios o criterios.

Dado que todo el modelo está construido acorde a los criterios de racionalidad, cambiarlos implica trastocar tal vez una gran parte de los mismos. Por ejemplo la consistencia, no sólo está supuesta en la representación que se hace de los agentes sino también en la construcción y funcionamiento de las operaciones de cambio.

El criterio de consistencia es razonable puesto que en principio se supone que un agente racional debe ser consistente en sus creencias puesto que en caso contrario debería creer en todas las consecuencias lógicas de sus creencias. Esto sucede porque se está pensando en las consecuencias clásicas de un conjunto inconsistente de enunciados, y porque existe una estrecha relación entre el operador de consecuencia clásica C_n y el resto de los elementos del modelo AGM de creencias.

En la versión estándar de AGM la representación de los estados de creencias de los agentes es realizada por medio de una función llamada 'de soporte' por un conjunto de enunciados (aquellos que el agente admitiría) cerrado bajo el operador de consecuencia clásica.

Si incorporáramos una inconsistencia a un conjunto de creencias, obtendríamos el conjunto de creencias trivial (un único conjunto que se supone representa el estado de creencia de todo los agentes inconsistentes y cuyos elementos son todos los elementos del lenguaje). Esta situación no nos permitiría responder a una intuición que muy arraigada respecto de la posibilidad de la existencia de distintos agentes que alberguen conjuntos de creencias inconsistentes sin por eso suponer que estos agentes creen en las mismas cosas. Además, resulta excesivo tener que admitir que las personas con creencias inconsistentes están obligadas a admitir cualquier cosa como consecuencia de sus creencias.

Así como la representación estática de los estados de creencias está ligada al operador de consecuencia clásico, la dinámica también está relacionada con él, puesto que las operaciones de cambio se definen todas con alguna relación a él.

Por ejemplo, en el caso de la expansión de un conjunto de creencias esta es definida según la siguiente igualdad: $K+\alpha = C_n(K \cup \{\alpha\})$

Y algo similar ocurre con relación a las operaciones de contracción y revisión.

Ahora bien, si creemos que un buen modelo de dinámica de creencias debe ser mínimamente tolerante con las inconsistencias, en el marco que hemos adoptado se nos presentan en principio dos alternativas: O bien cambiamos el operador de consecuencia de manera que no sea explosivo (entendiendo por explosivo que *para todo* α y β , $\beta \in C_n(\{\alpha, \sim\alpha\})$ que es la opción seguida por los defensores de lógicas paraconsistentes como ejemplo por G. Restall. O evitamos los efectos de la trivialización restringiendo los efectos del operador de consecuencia en el modelo. Esto puede hacerse utilizando por ejemplo bases de creencias en lugar de conjuntos para representar los estados de creencias.

En está última línea, supongamos a modo de ejemplo que yo tengo la siguiente base de creencias:

$$B = \{q, q \rightarrow p, a \vee b, \sim a, \sim b, \sim r\}$$

Si fuera un conjunto de creencias, debería ser

$$K = \text{Cn}(\{q, q \rightarrow p, a \vee b, \sim a, \sim b, \sim r\}) = L$$

Pero como se trata de una base de creencias que no está cerrada lógicamente, puede contener inconsistencias sin que por ello deba admitir otros elementos como consecuencia lógica de ellos.

El problema, es que no basta con eliminar el efecto nocivo del cierre clásico abandonando la clausura en la representación del estado de creencias (la parte estática del modelo) sino que deben modificarse también las operaciones de cambio a fin de lograr los resultados deseados.

Supongamos ahora que queremos revisar la base de creencias anterior por $\sim p$.

Revisar un conjunto de enunciados no es otra cosa que incorporar el elemento por el cual se lo revisa, eliminando del conjunto original aquellos elementos que podrían implicar su negación. Revisar un conjunto no es otra cosa que *expandirlo consistentemente*.

Revisar a B por $\sim p$ consiste en incorporar $\sim p$ a B y posteriormente contraer p o restaurar la consistencia por medio de algún otro procedimiento.

$$B + \sim p = \{q, q \rightarrow p, \sim p, a \vee b, \sim a, \sim b, \sim r\}$$

La expansión de bases no necesita ser cerrada puesto que las bases no contienen, por definición, las consecuencias de sus elementos.

Para nuestro ejemplo realizaremos la contracción utilizando, de esta familia de operaciones, la que suele tomarse como más precisa a fin de reflejar nuestras intuiciones sobre el tema: la de contracción de intersección parcial o *partial meet contraction* K .

Dada una base de creencias K y una función de selección para K γ , la contracción de intersección parcial de K generada por γ , es la operación \neg_γ , tal que para todos los elementos α :

$$K \neg_\gamma \alpha = \bigcap \gamma(K \perp \alpha)$$

Definiendo $K \perp \alpha$ (K residual α) como el conjunto de conjuntos X tales que:

$X \in K \perp \alpha$ si y sólo si:

- $X \subseteq K$
- $\alpha \notin \text{Cn}(X)$
- No existe un X' tal que $X \subset X' \subseteq K$ y $\alpha \notin \text{Cn}(X')$

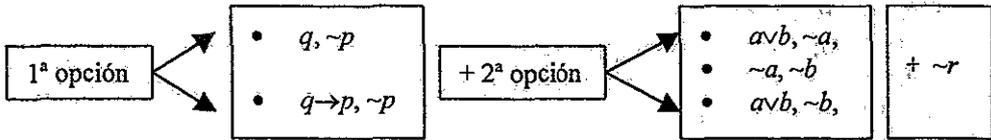
Es decir que contraer una base de creencias por un enunciado consiste en realizar la intersección de una selección de los subconjuntos maximales de la base que no implican el enunciado a contraer.

Así, si

$$B' = (B + \sim p),$$

$$B' \neg_\gamma p = \bigcap \gamma(B' \perp p)$$

Los subconjuntos maximales de B' que no implican a p deberán en primer lugar eliminar algún elemento del subconjunto $\{q, q \rightarrow p, \sim p\}$



Y como es evidente, ninguno de ello contiene p , pero tampoco puede contener ninguna inconsistencia puesto que de ella se podría inferir en el caso que nos ocupa p .

Podemos asegurar que:

- El resultado no contendrá el elemento contraído.
- Contendrá todos aquellos elementos del conjunto original presentes en todos los conjuntos residuales (es decir que no implican de ninguna manera al elemento a contraer).

Pero también, que:

- Será consistente, lo que está garantizado por el uso del operador de consecuencia clásico en la definición de los conjuntos residuales que servirán para calcular el resultado de la operación.

Una solución propuesta, para lograr una dinámica de bases de creencias que tolere la representación de inconsistencias, es la llamada de *Cambio Local*.

La propuesta de Hansson y Wassermann respecto del cambio local, consisten en definir operadores de cambio que, a excepción del operador de expansión que conserva su alcance global, actúen sobre una parte de la base de creencias sin afectar al resto. Para lograr esto se recurre a la noción de compartimentalización de una base de creencias en función de conjuntos de enunciados relevantes y, por su intermedio, a la definición de un operador de consecuencia (las consecuencias locales) el que permite a su vez definir nuevamente las operaciones de tal manera que tengan alcance local (a una parte de la base) admitiendo la existencia de inconsistencias que no sean afectadas tras el proceso de cambio.

Las consecuencias A de B (o consecuencias de los A compartimentos de B) se define mediante la igualdad:

$$C_A(B) = Cn(c(A, B)),$$

donde $c(A, B)$ denota el conjunto de A compartimentos de B y se define como:

$$c(A, B) = \bigcup_{\alpha \in A} (\bigcup ((B \text{ q } \alpha) \cup (B \text{ q } \sim \alpha)) \setminus (B \text{ q } \perp))$$

Este conjunto puede ser inconsistente como resultado de la unión de elementos inconsistentes.

Retomando el ejemplo ilustrativo, dada la base de creencias B anteriormente definida, la expansión de B por $\sim p$ es igual a:

$$B + \sim p = \{q, q \rightarrow p, \sim p, a \vee b, \sim a, \sim b, \sim r\} = B'$$

Si calculamos sobre esta base inconsistente las consecuencias locales obtendremos:

$$c(p, B') = \bigcup (((B' \text{ q } p) \cup (B' \text{ q } \sim p)) \setminus (B' \text{ q } \perp))$$

$$B' \text{ q } p = \{\{q, q \rightarrow p\}, \{a \vee b, \sim a, \sim b\}\}$$

$$B' \text{ q } \sim p = \{\{\sim p\}, \{a \vee b, \sim a, \sim b\}\}$$

$$B' \text{ q } \perp = \{\{q, q \rightarrow p, \sim p\}, \{a \vee b, \sim a, \sim b\}\}$$

$$c(p, B') = \{q, q \rightarrow p, \sim p\}$$

$$C_p(B) = Cn(c(p, B')) = \perp$$

$$c(r, B') = \{\sim r\}$$

$$C(r, B') = C_n\{\sim r\}$$

$$B *_c \sim p = B \cup \{\sim p\} -_{c,r} p$$

$$\text{Si } B \cup \{\sim p\} = B', B *_c \sim p = \cap \gamma(B' \perp_c p)$$

Definiendo ahora $KL_{cp} \alpha$ (K residual- $c\beta \alpha$) como el conjunto de conjuntos tales que:

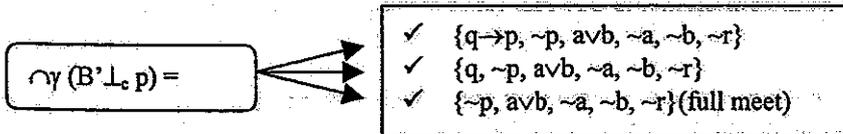
$X \in KL_{cp} \alpha$ si y sólo si:

- $X \subseteq K$
- $\alpha \notin C_\beta(X)$
- No existe un X' tal que $X \subset X' \subseteq K$ y $\alpha \notin C_\beta(X')$

Es decir, reemplazando el operador clásico de consecuencia por este operador "local" en la definición de las operaciones.

Efectivamente,

$$B' \perp_{cp} p = \{\{q \rightarrow p, \sim p, \text{avb}, \sim a, \sim b, \sim r\}, \{q, \sim p, \text{avb}, \sim a, \sim b, \sim r\}\}, \text{ y}$$



Podemos ver que, si bien esta variante nos permite el cometido de representar inconsistencias en la dinámica de las creencias, esto se logra a un costo bastante sospechoso.

En primer lugar, hemos debido multiplicar las entidades involucradas en la dinámica incorporando un operador de consecuencia nuevo: las consecuencias locales.

En segundo lugar este operador nuevo es en realidad una familia de operadores para cada conjunto, lo que se refleja en la utilización de un subíndice en su notación, así, por ejemplo, $C_\alpha(B)$ (las consecuencias α de B) difiere de $C_\beta(B)$ (las consecuencias β de B).

En cuarto lugar, esta nueva operación requerida en el cambio de creencias viene 'montada' sobre el operador de consecuencia clásico, con lo que resulta la suma de operaciones en una suma multiplicación de los cálculos requeridos como ha sido ilustrado en el ejemplo.

Podríamos agregar aquí que una de las motivaciones subyacentes a este proyecto es la de definir un operador que cumpla con los requisitos de la inferencia relevante, pero también debemos agregar que no sólo se sigue dependiendo del operador clásico (restringiéndolo), sino que además, es un operador que si bien es relevante y no es explosivo, tampoco es inclusivo. Es decir que, para algún A , $A \notin C(A)$, que es, junto con la monotonía y la idempotencia una de las tres propiedades básicas para un operador de consecuencia según Tarski.

Hemos mostrado en este trabajo que las modificaciones requeridas en un modelo como AGM de dinámica de creencias, que permitan una representación dinámica de las inconsistencias, presentan un grado de dificultad muy grande, y que lograr este propósito, sin recurrir a una operación de consecuencia paraconsistente, implica el uso de algún tipo de restricción (como sucede en el caso analizado de cambio local) que puede significar un costo demasiado elevado desde muchos puntos de vista distintos a la hora de evaluar el cambio propuesto, haciéndolo poco apropiado.

Notas

¹ C. Alchourrón, P. Gärdenfors, D. Makinson (1985) "On the Logic of Theory Change: Partial Meet Functions for Contraction and Revision", *Journal of Symbolic Logic*, Vol. 50, pp. 510-30.

² S.O. Hansson y R. Wassermann 1998.

³ Y que además es la única operación en la presentación clásica de AGM que es tolerante de las inconsistencias, ya que es compatible con la posibilidad de que $\{\alpha, \sim\alpha\} \subseteq K \subseteq K + \beta$.

Bibliografía

C. Alchourrón, P. Gärdenfors, D. Makinson (1985) "On the Logic of Theory Change: Partial Meet Functions for Contraction and Revision", *Journal of Symbolic Logic*, Vol. 50, pp. 510-30.

P. Gärdenfors (1988) *Knowledge in Flux. Modeling the Dynamics of Epistemic States*, Bradford/MIT, Cambridge (Massachusetts).

S. O. Hansson (1993) "Theory Contraction and Base Contraction Unified" *Journal of Symbolic Logic* Vol. 58, 602-625.

S. O. Hansson (1994) "Taking Belief Bases Seriously", en *Logic and Philosophy of Science in Uppsala*, Netherlands, Kluwer Academic.Publisher.

S. O. Hansson (1997) "Semi-revision", *Journal of Applied Non-Classical Logic* Vol 7(1-2), 151-175.

S. O. Hansson y R. Wassermann (1998) "Local Change: A Preliminary Report" versión preliminar aparecida en *Fourth Symposium on Logical Formalizations of Commonsense Reasoning*.

D. Letzen (1997) "Cambio no priorizado y agnosticismo en dinámica de creencias", presentado en las "VIII Jornadas Nacionales de Epistemología y Filosofía de la Ciencia", Universidad Nacional de Córdoba Facultad de Filosofía y Humanidades, 1997. Publicado en *Epistemología e Historia de la Ciencia, Selección de Trabajos de las VIII Jornadas*, Volumen 4 (1998), N° 4, Horacio Faas y Luis Salvatico (eds.), Córdoba, pp. 193-200.

J. Lin (1994) "Consistent belief reasoning in the presence of inconsistency", *Proc. TARK'94*.

G. Restall J. Slaney (1995) "Realistic Belief Revision", *Technical Report: TR-ARP-2-95*, Automated Reasoning Project, Australian National University.