EPISTEMOLOGÍA E HISTORIA DE LA CIENCIA

SELECCIÓN DE TRABAJOS DE LAS V JORNADAS
1995

Alberto Moreno
Editor

ÁREA LOGICO-EPISTEMOLÓGICA DE LA ESCUELA DE FILOSOFÍA
CENTRO DE INVESTIGACIONES DE LA FACULTAD DE FILOSOFÍA Y HUMANIDADES
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA

Silvia B. Lerner
Universidad de Buenos Aires

ALGUNAS PROPIEDADES DE LA INFERENCIA NO-MONOTONA

1. EL RAZONAMIENTO REVISABLE Y LOS SISTEMAS NO-MONOTONOS.

Los sistemas no-monótonos (en adelante SNM) intentan formalizar modos de razonamiento bajo información incompleta, utilizados en la practica habitual de la inteligencia artificial.

Los razonamientos mencionados, que se conocen con el nombre de 'revisables' o 'aproximados', no son razonamientos deductivamente validos. Si bien la inferencia deductiva, de la que se ha ocupado tradicionalmente la lógica standard, es, por su carácter necesario, absolutamente confiable y segura, a menudo no contamos con la información completa requerida por este tipo de inferencia. Sin embargo inferimos conclusiones y actuamos en consecuencia. Solo que estas conclusiones pueden resultar invalidadas con la aparición de nuevos datos, con lo cual nos vemos obligados a revisarlas.

Los SNM (la razón de su denominación la veremos en la siguiente sección) constituyen un intento de formalizar y proporcionar un fundamento teórico a distintos tipos de razonamiento revisable. Estos sistemas reflejan una actitud diferente de la clásica ante la aparición de una contradicción. En los sistemas de lógica standard (en adelante SLS), una vez que una formula ha sido derivada como teorema, es inamovible: adquiere definitivamente su derecho a la teorematicidad. Si en un SLS aparece una contradicción, el sistema colapsa; no es posible destituir teoremas anteriores para restablecer la consistencia. En el caso de los SNM, por el contrario, si el ingreso de nueva información, en forma de nuevos axiomas, entra en contradicción con teoremas anteriores, se produce un reacomodamiento para preservar la consistencia: caen los teoremas previos culpables de la contradicción. No es necesario armar un nuevo sistema: el mismo sistema puede dar cuenta de la dinámica del proceso.

Estos sistemas, por un lado, carecen de algunas propiedades inferenciales clásicas, y, por otro, presentan características inferenciales peculiares que solo adquieren importancia en los SNM.

2. EL ESTUDIO METATEORICO DE LA RELACION DE INFERENCIA EN LOS SNM.

Hemos focalizado la investigación de los SNM en las características generales que presenta su relación de inferencia. Gabbay [1] fue probablemente el primero en sugerir esta línea de investigación, que pone el acento en las propiedades positivas, es decir, en las propiedades que si cumplen los SNM.

Siguiendo la presentación de Makinson [2], diremos que la inferencia deductiva cumple las siguientes tres condiciones, (donde A y B son conjuntos de fórmulas):

1. $A \subseteq Cn(A)$ — Incl. (Inclusión)

2. $Cn(A) = Cn(Cn(A))$ — Idemp.(Idempotencia)

3. Si $A \subseteq B$, entonces $Cn(A) \subseteq Cn(B)$ — M. (Monotonía)

que resultan en conjunto equivalentes a las siguientes, (donde A y B son conjuntos de fórmulas, y x e y son fórmulas):

4. Si $x \in A$, entonces $A \vdash x$ — Refl. (Reflexividad)

5. Si $A \cup \{y\} \vdash x$ y $A \vdash y$, entonces $A \vdash x$ — TC1(Transitividad Acumulativa 1)

6. Si $A \vdash x$, entonces $A \cup B \vdash x$ — M. (Monotonía)

En el ultimo grupo, las propiedades se formulan apelando a una relación $\vdash$ entre conjuntos de fórmulas (a la izquierda de $\vdash$) y fórmulas individuales a la derecha de $\vdash$).

En realidad, toda formulación de las propiedades mencionadas en términos de relaciones entre conjuntos de fórmulas (inclusión e identidad) tiene su análoga en una formulación en términos de relaciones entre conjuntos de fórmulas y fórmulas (deducción), y viceversa, conviniendo en que:

$$x \in Cn(A) \quad \text{si y solo si} \quad A \vdash x$$

Pero esta diferencia de formulación, que en los SLS es irrelevante resulta crucial en los SNM.

La propiedad de reflexividad parece ser una propiedad que cumplen todos los sistemas que se basan en algún tipo de relación de inferencia (incluso los SNM).

La propiedad de transitividad acumulativa o corte, establece que si una formula x es consecuencia del conjunto $A \cup \{y\}$ de fórmulas, donde y es consecuencia de A, entonces x es consecuencia de A solamente. De otro modo, nada ganamos en capacidad inferencial agregando a un conjunto una formula que es consecuencia suya.

La propiedad de monotonía establece que si una formula es consecuencia de un conjunto A de fórmulas, es también consecuencia del conjunto ampliado $A \cup B$, donde B es un conjunto arbitrario de fórmulas. En otras palabras, no perdemos capacidad inferencial agregando a un conjunto de fórmulas, fórmulas cualesquiera. El no cumplimiento de esta ultima propiedad, es justamente el que proporciona el nombre a los SNM. Como ya señalamos, en dichos sistemas la incorporación de información adicional en forma de nuevos axiomas, puede provocar la caída de teoremas previos.

Esta falla de la monotonía hizo pensar a Gabbay en una debilitación de dicha propiedad, restringiendo el conjunto B de fórmulas exclusivamente a fórmulas inferidas de A. Simbólicamente:

7. Si $A \mid\!\sim y$ y $A \mid\!\sim x$, entonces
   $A \cup \{y\} \mid\!\sim x$ MC1 (Monotonía Cauta 1)

donde A es un conjunto de fórmulas, x e y son fórmulas y $\mid\!\sim$ es una relación de inferencia no-monótona (por ende, no deductiva).

Esta propiedad afirma que si una formula x es consecuencia no-monótona de un conjunto A de fórmulas, entonces sigue siendo consecuencia no-monótona del conjunto A ampliado con cualquier enunciado que sea consecuencia no-monótona de A. Es decir, no se pierden consecuencias si se agrega a un conjunto una formula que sea consecuencia de dicho conjunto.

Si bien los SNM no cumplen con la propiedad de monotonía, bien podría ocurrir (y seria deseable que ocurriese) que cumpliesen con esta monotonía debilitada, llamada también en la literatura, cauta, o acumulativa, o triangulación.

Gabbay se remitió a un estudio finitario, al estilo Gentzen, permitiendo a la izquierda de $\mid\!\sim$ solo conjuntos finitos, y definió una relación de inferencia acumulativa finitaria como una relación que satisface reflexividad, transitividad acumulativa y monotonía acumulativa, en sus versiones finitarias.

Makinson [2] proporciono una versión infinitaria, al estilo Tarski, y en términos exclusivamente conjuntisticos de dichas propiedades.

8. $A \subseteq C(A)$ Incl.

9. $A \subseteq B \subseteq C(A) \dashrightarrow C(B) \subseteq C(A)$ TC2

10. $A \subseteq B \subseteq C(A) \dashrightarrow C(A) \subseteq C(B)$ MC2

Existen relaciones interesantes entre las propiedades mencionadas. Algunas, consignadas por Makinson, son las siguientes:

11. TC2 + Incl --> Idemp.

12. Idemp. + MC --> TC2

Podríamos esperar que estas relaciones se mantuvieran al reemplazar TC2 por su correspondiente unitario TC1. No es así, es decir

13. TC1 + Refl. $-->$ Idemp.

En realidad, TC1 es mas débil que TC2 (TC2 $-->$ TC1), y necesitamos MC además de Refl. para garantizar Idemp. en este caso.

Si reforzamos el antecedente agregando MC, entonces

14. TC1 + Refl. + MC $-->$ Idemp.[1]

Lo que ocurre es que:

15. TC1 + MC $-->$ TC2

Esta situación resulta irrelevante en los SLS, en los que contamos con M. (ya que M $-->$ MC).

Probaremos el Teorema 15. La prueba de 14. resulta luego inmediata.

Sea A un conjunto de fórmulas, B un conjunto cualquiera (finito o infinito numerable) de consecuencias de A tal que $B \cap A = 0$, y x, yi ($i \in N$) fórmulas. Procederemos por inducción.

I. Base. Sea B = 0. Debemos probar que si $A \cup B \mathrel{|\!\sim} x$, entonces $A \mathrel{|\!\sim} x$, que en este caso se reduce a probar que si $A \mathrel{|\!\sim} x$, entonces $A \mathrel{|\!\sim} x$, lo cual se cumple trivialmente.

II. Paso. Supondremos que el teorema vale para un conjunto B={y1, ... ,yn} de consecuencias de A (de n elementos) y, bajo dicho supuesto, probaremos que vale para B={y1, ... , yn,yn+1} (de n+1 elementos).

1. Si $A \cup \{y1, ..., yn\text{-}1\} \cup \{yn\} \mathrel{|\!\sim} x$, entonces $A \mathrel{|\!\sim} x$ Hipótesis inductiva
2. $A \cup \{y1, ..., yn\} \cup \{yn+1\} \mathrel{|\!\sim} x$ Supuesto
3. Si $A \cup \{y1, ..., yn\} \cup \{yn+1\} \mathrel{|\!\sim} x$
y $A \cup \{y1, ..., yn\} \mathrel{|\!\sim} yn+1$, Por TC1
entonces $A \cup \{y1, ..., yn\} \mathrel{|\!\sim} x$
4. $A \cup \{y1, ..., yn\} \mathrel{|\!\sim} yn+1$, Por MC2(pues $A \mathrel{|\!\sim} y_{n+1}$)
5. $A \cup \{y1, ..., yn\} \mathrel{|\!\sim} x$ De 2. 3. y 4.
6. $A \mathrel{|\!\sim} x$ De 1. y 5.

---

[1] Suponemos C(A) finito o infinito numerable.

Luego, el teorema vale para todo conjunto B de consecuencias de A.

De 15. se sigue 14. Pues Ref. implica una de las implicaciones de Idemp. y TC2 la otra, considerando el caso particular B = C(A) - A.

En la prueba 15. hemos utilizado MC2. Podría haberse alterado el resultado si hubiésemos contado solo con MC1? Nos habríamos encontrado con una limitación ? La respuesta es no. En este sentido hay una asimetría entre TC y MC. Pues

16. MC1 $\leftrightarrow$ MC2

Probemos 16.

a) MC2 --> MC1 Directamente, haciendo B = {y}

b) MC1 --> MC2 Lo probaremos por inducción

Sea A un conjunto de fórmulas, B[2] un conjunto cualquiera de consecuencias de A, y x, yi (i $\in$ N) fórmulas.

I. Base. B = 0. Se cumple trivialmente

II. Paso. Sea B ={y1, ... , yk, ...}. Bajo el supuesto de que el teorema se cumple para un conjunto de consecuencias de n elementos, probaremos que se cumple para un conjunto de consecuencias de n+1 elementos.

1. Si A $\mid\!\sim$ x, entonces A U {y1, ..., yn} x — Hipótesis inductiva

2. A $\mid\!\sim$ x y A yn+1 — Supuestos
3. A U {y1, ..., yn} x $\mid\!\sim$ y
A U {y1, ..., yn} $\mid\!\sim$ yn+1 — De 1. y 2.
4. Si A U {y1, ..., yn} $\mid\!\sim$ yn+1y
A U {y1, ..., yn} $\mid\!\sim$ x,
entonces A U {y1, ..., yn}U{yn+1} $\mid\!\sim$ x — Por MC1

5. A U {y1, ..., yn}U{yn+1} $\mid\!\sim$ x — De 3.y 4.

Luego, el teorema se cumple para todo conjunto de consecuencias de A.

3. CONCLUSIONES

[2] Suponemos B finito o infinito numerable

Con los SNM surge la necesidad de caracterizar y estudiar nuevas propiedades (eventualmente debilitaciones de las clásicas) que, como la MC, resultan significativas en dichos sistemas.

Diferencias que en los SLS constituyen meras diferencias de formulación, aparentemente triviales, de propiedades equivalentes, merecen en los SNM un estudio cuidadoso; pues ciertas propiedades pueden resultar, en ausencia de otras, no equivalentes.

El que solo en presencia de MC, TC1 y Refl. impliquen Idemp., resulta relevante en sistemas como los de McDermott y Doyle, que no cumplen MC, aunque si cumplen TC1.

El estudio del cumplimiento o no de ciertas propiedades y sus relaciones en distintos SNM es tarea para el futuro.

BIBLIOGRAFIA

[1] Kraus, S. Lehman, D. and Magidor, M. 1990. "Nonmonotonic Reasoning, Preferential Models and Cumulative Logics" en Artificial Intelligence 44(1990)

[2] Makinson, D. 1988. "General Theory of Cumulative Inference" en Proceedings Second International Workshop on Non-Monotonic Reasoning. Compilado por Reinfrank, M. Berlin, Springer-Verlag. 1988. Lecture Notes in Artificial Intelligence.

[3] McDermott, D. 1982. "Nonmonotonic Logic II: Nonmonotonic Modal Theories" en Journal of the Association for Computing Machinery. 29 (1982)

[4] McDermott, D. and Doyle, J. "Non-monotonic Logic I" en Artificial Intelligence 13(1980)

[5] Tarski, A. 1930. "Fundamental Concepts of the Methodology of the Deductive Sciencies" en Logic, Semantics, Metamathematics. Hackett Publisching Company.

Institucion : Universidad de Buenos Aires