EPISTEMOLOGÍA E HISTORIA DE LA CIENCIA

SELECCIÓN DE TRABAJOS DE LAS VII JORNADAS
1997

Patricia Morey
José Ahumada
Editores

ÁREA **L**OGICO-**E**PISTEMOLÓGICA DE LA **E**SCUELA DE **F**ILOSOFÍA
CENTRO DE **I**NVESTIGACIONES DE LA **F**ACULTAD DE **F**ILOSOFÍA Y **H**UMANIDADES
UNIVERSIDAD **N**ACIONAL DE **C**ÓRDOBA

Luis Adrian Urtubey
Universidad Nacional de Córdoba

LA REGLA DE TEOFRASTO Y EL RAZONAMIENTO INEXACTO[1]

La teoría de la inferencia plausible de Rescher

Rescher (1976) desarrolla una teoría sobre la inferencia plausible , que se aparta de las teorías que toman como base la probabilidad. El enfoque de Rescher se apoya en un pricipio modal tradicional, que se atribuye a Teofrasto, el cual establece que la conclusión de un razonamiento tiene el estatus de la premisa más débil. La teoría se propone hacer frente a los casos en donde aparece un conflicto en la información disponible. Esto se lleva a cabo asignando un "índice de plausibilidad" /P/ a las proposiciones de un conjunto $S = \{P_1, P_2, ..., P_k\}$ de proposiciones plausibles, que está sujeto a las siguientes condiciones:

1) Para toda $P \in S$, hay un valor k (con $0 \leq k \leq 1$) tal que $/P/ = k$.

2) Si $P \in S$ y $\vdash P$, entonces $/P/ = 1$. i.e., las verdades lógicas son siempre máximamente plausibles.

3)Las proposiciones con índice 1, deben ser lógicamente compatibles entre sí.

4) Principio de consecuencia: Si $P_1 ,..., P_j \vdash Q$ y $P_1 , ..., P_j$ son S-elementos consistentes, y $Q \in S$, entonces $\min_{1 \leq i \leq j} /P_i/ \leq /Q/$.

A partir de estos postulados se puede probar entre otras cosas que siempre que $P, Q, P \& Q \in S$: $/P \& Q/ = \text{mín} [/P/, /Q/]$.

Plausibilidad y probabilidad.

La idea de plausibilidad difiere totalmente de la noción de probabilidad. Veamos un ejemplo en que se muestra esta diferencia. Consideremos las siguientes afirmaciones sobre el resultado de lanzar un dado:

p_1 = "Este lanzamiento dará como resultado un número par"
p_2 = "Este lanzamiento dará un resultado menor a 4"
p_3 = "Este lanzamiento dará como resultado 2"

[1] Este trabajo resulta de Proyectos de Investigación parcialmente financiados por subsidios otorgados por CONICOR y SECyT (U.N.C.) realizados bajo la dirección del Dr. Horacio Faas en el Centro de Investigaciones de la Facultad de Filosofía y Humanidades.

Desde el ángulo de las probabilidades, tenemos que $pr(p_1) = 1/2$, $pr(p_2) = 1/2$, pero $pr(p_1 \& p_2) = pr(p_3) = 1/6$. La probabilidad de la conclusión difiere absolutamente en su estatus probabilístico del de las premisas con igual estatus.

La plausibilidad se comporta de otro modo. El ordenamiento probabilístico de las proposiciones no proporciona en el contexto de la inferencia el principio de consecuencia: la regla que la conclusión no es más débil que la más débil de las premisas. La diferencia crucial entre probabilidad y plausibilidad es que la plausibilidad hace posible -dentro de límites más amplios de los que permite la probabilidad- efectuar inferencias deductivas de tesis plausibles sin perder el control cuantitativo sobre la plausibilidad.

Se puede ver entonces que la diferencia entre las dos concepciones se refleja bien al nivel de la deducibilidad o implicación. Si se conoce las probabilidades de las premisas de un argumento, se puede no obstante conocer poco o nada sobre la probabilidad de la conclusión. Así, aunque R se siga de las premisas P y Q, siendo ambas relativamente posibles (digamos con probabilidad $\geq 0{,}4$), la probabilidad de la conclusión puede no obstante variar de 0 a 1. Con la plausibilidad, por otro lado, sabemos algo muy definido sobre la relación del estatus de la conclusión con el de las premisas: en el caso de una inferencia válida desde premisas consistentes, la conclusión no puede tener un nivel de plausibilidad inferior al de la premisa más débil.

Rescher destaca que si construimos la fiabilidad en términos probabilísticos, no podemos operar de manera segura con inferencias deductivas desde la declaración de fuentes confiables.

El principio de Teofrasto y las medidas de necesidad.

Dubois, Prade y Yager(1993) señalan que el principio de consecuencia del razonamiento plausible de Rescher, puede expresarse en términos de una medida de necesidad N como:

(I) $N(B) \geq \text{mín}\,(N(A), N(A \supset B))$,

siendo $(A \supset B)$ la implicación material (i.e., no A o B). Esta desigualdad se puede obtener a partir de la descomposición por el mínimo de las medidas de necesidad respecto a la conjunción.

Sea B un álgebra de Boole de proposiciones (finita). Una medida numérica de necesidad es una aplicación N de B en el intervalo real [0, 1] tal que:

$N(\top) = 1$, $N(\perp) = 0$ y

(1) $\forall a, \forall b, N(a \wedge b) = \text{mín}\,(N(a), N(b))$.

Una consecuencia directa es que

(2) $\forall a \min (N(a), N(\neg a)) = 0$;

resulta también que sólo

(3) $\forall a, \forall b, N(a \vee b) \geq \text{máx}\,(N(a), N(b))$.

Las medidas de necesidad ofrecen un modo de graduar la certeza sobre una escala numérica, como lo muestran Dubois y Prade(1993, 1994): $N(a) = 0$ significa que nada apoya a, i.e., indica una falta total de certeza en a, pero no que a es necesariamente falso. Entonces mín $(N(a), N(\neg a)) = 0$ significa que si hay algún apoyo para a no hay ningún apoyo para $\neg a$. Esta señala la clase de incerteza aquí representada, incerteza que deriva de la información incompleta, pero ciertamente no la información en conflicto (por la cual tanto a como $\neg a$ reciven algún apoyo) en tanto se excluye:

(5) $N(a) \geq 0$ y $N(\neg a) \geq 0$.

La derivación de (I) sería entonces:

$N(a \wedge a \supset b)$ por (1) resulta igual a mín $(N(a), N(a \supset b))$ = mín $(N(a), N(\neg a \vee b))$. De esto por (3) resultan tres casos según que (i) máx $(N(\neg a), N(b)) = N(\neg a)$, o (ii) máx $(N(\neg a), N(b)) = N(b)$; o (iii) $N(\neg a \vee b) > N(\neg a)$ o $> N(b)$. Si (i) resulta $N(b) \leq N(\neg a)$ y por (2), $N(b) \geq 0$. Si (ii), entonces $N(b) \geq N(\neg a)$. Luego si mín $(N(a), N(b)) = N(a)$, resulta $N(b) \geq N(a)$. Igualmente, si mín $(N(a), N(b)) = N(b)$. Si (iii) $N(\neg a \vee b) > N(\neg a)$ o $> N(b)$. Ahora bien, si $N(\neg a) > 0$, entonces $N(a) = 0$ = mín $(N(a), N(\neg a \vee b)) \leq N(b)$. Si $N(a) > 0$, entonces $N(\neg a) = 0$. Definimos ahora una distribucipn de posibilidad π sobre Ω (el conjunto de interpretaciones clásicas para el lenguaje proposicional L).[2] Luego,

$\forall A \in L, N(A) = 1 - \Pi(\neg A) = \inf\{1 - \pi(\omega), \omega \models \neg A\}$

Decimos que una distribución de posibilidad π sobre ω satisface la fórmula A con valor de necesidad α $(A\ \alpha)$, sii $N(A) \geq \alpha$, siendo N la medida de necesidad inducida por π (entenderemos que $N(A) = \alpha$)[3]. Sea F un conjunto de fórmulas $\Phi_i = (\varphi_i\ \alpha_i)$ donde $\varphi_i \in L$ y $\alpha_i \in [0,1]$. Luego, una fórmula φ es una consecuencia de un conjunto de fórmulas F sii toda distribución de posibilidad que satisface F también satisface Φ, i.e., $\forall \pi, (\pi \models F) \Rightarrow (\pi \models \Phi)$. Sea entonces $[a,b]$, $[\neg a,b]$, etc. las diferentes interpretaciones para el lenguaje proposicional generado por $\{a,b\}$ ($[a,b]$ da el valor verdadero a a y a b, etc.). Dado que $F = \{(a\ \alpha), (\neg a \vee b\ \beta)\}$, $\pi([a,\neg b]) \leq (1 - \beta)$ y $\pi([\neg a,\neg b]) \leq (1 - \alpha)$. Suponemos que $\alpha > \beta$. Ahora, $N(b) = \text{mín}(1 - \pi([a,\neg b]), 1 - \pi([\neg a,\neg b])) \geq (1 - (1 - \beta))$. Luego, $N(b) \geq \beta$. En forma análoga, si suponemos que $\beta > \alpha$.

Las medidas de posibilidad se distinguen también de las medidas probabilísticas en diversos aspectos. Como vimos, en las medidas de necesidad se aplica la descomposición por el mínimo respecto a la conjunción. Si tomamos de nuevo el ejemplo anterior del dado, vemos como difiere su comportamiento respecto a la probabilidad en igual sentido que la inferencia plausible, dado la descomposición por mín. de N para la conjunción.

---

[2] Cfr. Klirk, J. y Folger T., (1988), Teorema 4.3: "Toda medida de posibilidad π [dual de la necesidad] sobre $\wp(X)$ puede determinarse de manera única por una función de distribución de posibilidad r: $X \rightarrow [0,1]$ por la fórmula $\pi(A) = \max_{(x \in A)} r(x)$

[3] Cfr. Dubois, D., Lang, J., Prade, H. (1994).

La Noción de “margen de error”.

Williamson(1992b) señala que, cuando el conocimiento es inexacto, una respuesta es confiable solamente si se deja un "margen de error". Sostener que una condición general se obtiene en un caso particular, tiene un margen de error si la condición también se obtiene en todos los casos similares. El grado y tipo de similitud requerida depende de las circunstancias. Para capacidades epistémicas dadas, la fiabilidad aumenta con la expansión del margen. El principio de "margen de error" dice que A es verdadera en todos los casos que sean bastante similares a los casos en los cuales "se sabe que A" es verdadero. Si una proposición es verdadera, pero hay casos bastante similares en los cuales es falsa, no puede ser conocida. Su verdad no es necesaria dentro de su margen de error.

En la lógica modal -siempre según Williamson- resulta ser el sistema KTB (= B) el que expresa la noción de margen de error. El axioma de KTB puede expresarse como

$$\text{(KTB)}\ A \supset \Box\neg\Box\neg A$$

el cual indica lo que sucede en la zona en la cual A es verdadera pero no puede ser conocida.

¿Cómo aparecería aquí la regla de Teofrasto?. Podría pensarse que el principio de consecuencia fija un límite inferior del margen en la deducción, puesto que el margen de error se preserva bajo la relación de consecuencia lógica, lo cual no sucede con la probabilidad, dado que una consecuencia lógica de dos proposiciones puede ser menos probable que cada una de ellas. Es decir, que si las proposiciones de un conjunto dado dejan cada una un margen de error, también lo dejan las consecuencias lógicas de ese conjunto. Este margen resulta de la intersección de los márgenes $m_1,\dots, m_n$ para las proposiciones $p_1, \dots, p_n$. En la semántica de mundos posibles que aquí se aplica, el margen estaría dado por el conjunto de mundos accesibles desde un mundo m, en los cuales es verdadera p_i, dentro de un margen dado. De este modo, la intersección de los conjuntos de mundos para cada p_i ($i = 1,\dots,k$), da el margen preservado bajo la relación de consecuencia. Visto de otro modo, los mundos accesibles al mundo p_i, son los más similares a este. Por ejemplo, si consideramos que los mundos son los enteros entre h y k y mRn sii $m - 1 \leq n \geq m + 1$, siendo p_m verdadero en n sii $m = n$, tenemos un caso de margen entre $m - 1$ y $m + 1$. Si varias proposiciones $p_1,\dots, p_n$ dejan este margen y $p_1,\dots,p_n \vdash q$, entonces q también será verdadera en aquellos mundos dentro del margen.

Seguiremos una idea de Williamson (1992a) para mostrar esto. Interpretemos $\Box$ como "es claramente el caso que A". A es claramente el caso en un mundo sii es verdadero en todos los mundos cercanos para alguna medida apropiada. Consideremos modelos <W,R,e> con una medida d definida sobre W, donde uRv sii $d(u,v) < k$ ($u, v \in W, k > 0$). R sería por lo tanto reflexiva y simétrica. Supongamos que $A_0,\dots, A_n \vdash B$. Luego, $A_0 \& \dots \& A_n \vdash B$ y $\vdash A_0 \& \dots \& A_n \supset B$. Entonces, tratándose de un sistema normal, $e(A_0 \& \dots \& A_n) \supseteq e(B)$, i.e., $e(A_0) \cap \dots \cap e(A_n) \subseteq e(B)$. Es decir, que para todo v tal que uRv, si $v \in e(A_i)$, para todo i, entonces $v \in e(B)$.

De esto se sigue que debe satisfacerse la versión de la regla de Teofrasto, en tanto el margen de B $\geq$ 'mínimo' margen en Γ, cuando $\Gamma \vdash B$, siendo Γ un conjunto de enunciados.

La Fiabilidad del conocimiento.

Hemos hecho referencia varias veces a la fiabilidad del conocimiento en relación con el tema aquí tratado. Tanto en Rescher como en Williamson hay referencias explícitas a este tema en relación con el tipo de inferencia considerado.

La "fiabilidad" puede considerarse una condición necesaria para el conocimiento. Quienes piensan que el concepto de conocimiento debería analizarse en términos del concepto de justificación considerarían la condición de fiabilidad no como una condición necesaria, sino como consecuencia de la condición de justificación. En la teoría del conocimiento los 'fiabilistas' según Dancy (1993) sostienen que una creencia justificada puede ser conocimiento, cuando se deriva a partir de un método fiable. En sus posiciones más extremas, este análisis está muy cerca de las teorías causales.

Podría conjeturarse, que este enfoque del razonamiento inexacto, de tener sustento, da algún apoyo a un análisis fiabilista del conocimiento. En parte, como dice Williamson, quizás A sea claro (necesario, plausible) sii nuestra corrección al respecto es fiable, y la fiabilidad es cuestión de dejar un margen de error, al menos para las oraciones del lenguaje en cuestión.

Desde la perspectiva lógica, el acercamiento de enfoques diferentes del problema abre un panorama interesante , tal como sucede con los enfoques cualitativos y cuantitativos considerados. Esto hace pensar también que ante estas coincidencias, la investigación debería encaminarse hacia la búsqueda de una perspectiva unificadora.

Referencias

DANCY, J.(1993), Introducción a la Epistemologia Contemporanea, trad. de José L. Prades, Tecnos, Madrid.

DUBOIS,D., LANG,J., PRADE,H.(1994), "Possibilistic logic", en Gabbay,D Hogger,C. y Robinson,J. (eds.), Handbook of Logic in Artificial Intelligence and Logic Programming,vol.3, Clarendon Press, Oxford.

DUBOIS,D.,y PRADE,H.(1993), "Epistemic entrenchment and possibilistic logic", en DUBOIS,D., PRADE,H.,y YAGER,R.,(eds.), Readings in Fuzzy Sets for Intelligent Systems, Morgan Kaufmann Pub., San Mateo, CA.

KIRK,J. Y FOLGER,T.(1988) Fuzy sets, Uncertainty and Information, Printice Hall, U.S.A.

RESCHER,N.(1976), Plausible Reasoning, Van Gorcum, Amsterdam.

WILLIAMSON,T.(1992 a), "An alternative rule of disjunction in modal logic", Notr.D.Journ.

Form.Log., 33.

WILLIAMSON,T.(1992 b) "Inexact Knowledge", Mind, 101,402.