



Universidad  
Nacional  
de Córdoba



**FCA**  
Facultad de Ciencias  
Agropecuarias

# Metodos cuantitativos para la investigación agropecuaria

# Estimación de curvas de lactancia en rodeos lecheros para épocas frías y calurosas basado en modelos no lineales

---

*Autores: Cerino Rivara, Lucas Adolfo*

*Rapalo Ferreyra, Juan Pablo*

*Tutores: Ing. Agr. Mónica Balzarini y Mónica Piccardi*



2014

## INDICE DE CONTENIDOS

ÍNDICE DE TABLAS Y FIGURAS .....	4
AGRADECIMIENTOS.....	5
RESUMEN .....	7
INTRODUCCIÓN.....	7
OBJETIVOS.....	11
MARCO TEORICO.....	11
Modelos Matemáticos .....	11
Modelo de regresión lineal simple.....	11
Modelo de regresión lineal múltiple .....	12
Modelo no lineal .....	12
Modelo exponencial.....	12
Modelo logarítmico .....	12
Modelo Gompertz .....	13
Modelo Monomolecular .....	13
Modelo Logístico .....	13
Modelo Wood .....	13
Modelo MilkBot (Ehrlich) .....	14
Modelos fijos y aleatorios .....	15
Criterios de comparación .....	16
MATERIALES Y MÉTODOS.....	17
Datos .....	17
Herramientas Estadísticas.....	17
RESULTADOS y DISCUSIÓN.....	18
CONCLUSIÓN .....	23
BIBLIOGRAFÍA.....	24

## ÍNDICE DE TABLAS Y FIGURAS

Tabla 1. Estimación de parámetros de curvas de lactancia para los modelos de Wood y de Ehrlich, con y sin efectos aleatorio de vaca para estaciones de parto fresca y calurosa.

Figura 1: Curvas ajustadas modelo Wood de efectos fijos para las estaciones de parto frescas y calurosas.

Figura 2: Curvas ajustadas modelo Ehrlich de efectos fijos para las estaciones de parto frescas y Calurosas.

Figura 3: Curvas ajustadas modelo Wood de efecto aleatorio animal para las estaciones de parto frescas y Calurosas.

Figura 4: Curvas ajustadas modelo Ehrlich de efecto aleatorio animal para las estaciones de parto frescas y calurosas.

## **AGRADECIMIENTOS**

Queremos agradecer a nuestra familia por acompañarnos en este proceso y a la Ing. Mónica Piccardi por ponerse a disposición nuestra y por comprender las dificultades que tuvimos ajenas a la realización del trabajo.

## **TÍTULO**

Estimación de curvas de lactancia en rodeos lecheros para épocas frías y calurosas basado en modelos no lineales

## RESUMEN

El conocimiento del comportamiento de las curvas de lactancia es crucial para la toma de decisiones en un tambo tanto a nivel individual como a nivel poblacional. La estimación de la curva lactancia provee parámetros que son fundamentales para el manejo del mismo. Existen modelos matemáticos no lineales que permiten modelar la producción de leche. En este trabajo se proponen 2 modelos: Wood con 3 parámetros y Milkbot con 4 para estimar las curvas de producción en vacas Holando Argentino que paren en épocas frescas y épocas calurosas. A su vez se incorporó un efecto aleatorio para cada animal con la finalidad de modelar convenientemente la falta de independencia entre observaciones de controles lecheros realizados sobre una misma vaca.

## PALABRAS CLAVE

Controles lecheros. Ehrlich. Wood.

## INTRODUCCIÓN

En el año 2006 la lechería argentina se había recuperado de la caída que comenzó a finales de la década pasada, por efecto de la crisis económica del 2000 y el aumento de la superficie agrícola que produjo el cierre de muchos tambos, ya que en ese año alcanzó a producir 10.162 millones de litros de leche, casi la misma cantidad que en el año 1999.

Año	Producción (Millones de lts)	Año	Producción (Millones de lts)	Año	Producción (Millones de lts)
1983	5.696,8	1994	7.777,21	2005	9.493,29
1984	5.340,8	1995	8.506,75	2006	10.161,50
1985	5.961,85	1996	8.864,93	2007	9.527,05
1986	5.720,94	1997	9.089,91	2008	10.010,01
1987	6.189,85	1998	9.546	2009	10.054,60
1988	6.061	1999	10.328,84	2010	10.307,52
1989	6.520	2000	9.816,69	2011	11.206,26
1990	6.093,15	2001	9.474,65	2012	11.339,53
1991	5.936,9	2002	8.528,61	2013	11.183,75
1992	6.590,54	2003	7.951,31	2014	---
1993	7.002,35	2004	9.168,60	2015	---

En lo que respecta al número de los establecimientos, puede tomarse como referencia los registros del sistema de control lechero. Cabe destacar que según este registro el 50% de los establecimientos abandonaron el control en el período posterior a la crisis de precios del año 1999, lo que implica que dejaron de controlarse, aproximadamente, unas 350.000 vacas.

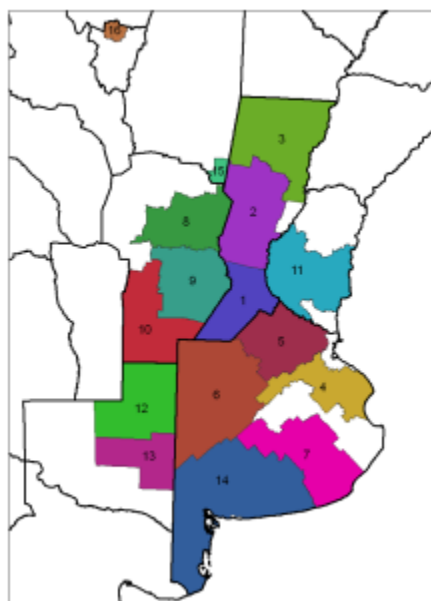
El año 2006 es un año adecuado para analizar la situación actual de la lechería argentina y su proyección hacia el futuro, ya que a partir de ese año los mercados agroalimentarios globales experimentaron un brusco cambio, con un fuerte aumento de los precios que reflejó el incremento estructural de la demanda en los países denominados “emergentes”, que continúa siendo el escenario más probable en términos de mercado para los próximos años. Entre los años 2006 y 2013 la producción creció al 1,4 % anual acumulativo, equivalente a un 10 % en el período. Este salto productivo se concretó gracias a cambios en el manejo del rodeo a partir de mejoras en los tratamientos sanitarios y en la composición de la dieta animal; que transformó el proceso productivo, y que incluyó la utilización de alimentos de diversos tipos y orígenes como las semillas de algodón y los silajes embolsados, además de las ofertas forrajeras tradicionales como pasturas, verdeos y henos. Se realizó una importante introducción de material genético importado del tipo Holstein (raza originaria del norte de Holanda) como medio de mejoramiento para el Holando Argentino lográndose aumentar la relación entre la ingesta y la producción de leche. Su leche fue destinada a la producción de quesos (alta demanda en litros de leche). Se caracteriza por tener un gran tamaño, con un peso que ronda en los 675 kg de PV. Poseen manchas bien delimitadas negras en un manto blanco. Es una raza poco precoz y sus terneros son de gran tamaño 35-40 Kg al nacimiento, aproximadamente. Se destacan por producir altos volúmenes de leche (20-25 litros por ordeño) con un mínimo porcentaje de grasa y sólidos no grasos.

Se realizó una fuerte inversión en infraestructura con la incorporación de maquinarias para la etapa de producción y manejo de las reservas forrajeras; definitiva mecanización del ordeño con renovación e instalación de salas de extracción y una alta incorporación de equipos enfriadores en el tratamiento post-ordeño que, sin dudas, ha permitido mejorar la calidad de la leche entregada a la usina. Esta característica fijó la inaccesibilidad al mercado por parte de aquellos productores que no tuvieron acceso al ordeño mecánico.

Nuestro trabajo se basó en la obtención de datos productivos de controles lecheros realizados en tambos ubicados en la zona centro y sur de Santa Fe y Córdoba; Santa Fe es la principal provincia lechera del país, tanto por su volumen de producción como por la importancia que tradicionalmente tuvo la actividad en el desarrollo de algunas ciudades. La productividad en



los tambos ha venido creciendo en forma sostenida, pero algunas explotaciones se han ido reduciendo considerablemente, cuando no abandonaron la actividad y el rodeo lechero ha crecido marcando una tendencia hacia mayores escalas de producción. La provincia cuenta con dos cuencas: Santa Fe centro y Santa Fe Sur que aportan el 90% y el 9% respectivamente de la producción total de la provincia. La provincia de Córdoba participa con un tercio de la producción nacional, por lo que se ubica en el segundo escalón de las provincias productoras de leche del país. Dentro de sus 3 cuencas con que cuenta la provincia, la de mayor importancia es la de Villa María que aporta el 50% de la producción.



- Cuencas Lecheras Pampeanas**
- 1 Sur de Santa Fe
  - 2 Central de Santa Fe
  - 3 Norte de Santa Fe
  - 4 Abasto Sur Buenos Aires
  - 5 Abasto Norte Buenos Aires
  - 6 Oeste Buenos Aires
  - 7 Mar y Sierras Buenos Aires
  - 8 Noreste Córdoba
  - 9 Villa María Córdoba
  - 10 Sur Córdoba
  - 11 Entre Ríos
  - 12 La Pampa Centro Norte
  - 13 La Pampa Sur
  - 14 Sur Buenos Aires
- Cuencas Lecheras Extra-Pampeanas**
- 15 Rivadavia de Santiago del Estero
  - 16 Trancas de Tucumán

El número de a nivel nacional está estimado en el orden de los 11.500 establecimientos y el número de vacas por tambos en 150 vacas de promedio. Es viable suponer que el cierre de las explotaciones afectó a los más pequeños productores y por ello el promedio de vacas por tambo debió subir ligeramente. De esto surge que para una producción de 11.000 millones de litros el rodeo estaría en el orden de los 1,8 millones de cabezas, dando una productividad según vaca total de 6.111 litros al año, equivalente a 20 litros por día. La producción lechera en el país pasó de los 6.600 millones de litros en 1992 a los 10.330 millones de litros en 1999. Actualmente se superó la barrera de los 11.000 millones de litros. Surge también de esta estimación que el 50% de los tambos produce menos de 1.000 litros de leche diarios. (Iribarren; M. A., Dirección Ganadera, SAGPyA; 2002). A nivel de la cuenca de referencia, Córdoba cuenta con aproximadamente 4.000 establecimientos, mientras que Santa Fe 4.300 tambos.

El conocimiento del comportamiento de las curvas de lactancia es crucial para la toma de decisiones en un tambo (Macciotta *et al.*, 2004; Macciotta *et al.*, 2005). Esto no sólo a nivel promedio poblacional o a nivel del tambo, sino también a nivel individual (Dekkers *et al.*, 1998; Vargas *et al.*, 2000). La estimación de la curva lactancia provee parámetros que son fundamentales para determinar los retornos netos esperables en modelos bioeconómicos (De Vries 2006).

Respondiendo a la necesidad metodológica de obtener modelos para las curvas de lactancia, se han propuesto varias funciones matemáticas para el ajuste del valor esperado de los litros de leche producidos por día según los días en lactancia, que difieren en el tipo de función (lineal o no lineal) y en el número de parámetros de la ecuación de los modelos. La función gamma incompleta de Wood (1967), con tres parámetros, es uno de los modelos más populares y vigentes al día de la fecha para describir las curvas de lactancia. Pero también, se usan para el ajuste de curvas de lactancia otros modelos no lineales, como el modelo MilkBot propuesto por Ehrlich (2011). En este último, el número de parámetros a estimar es mayor que el del modelo de Wood. La incorporación de parámetros extras se realiza intentando capturar ciertos movimientos de las curvas de lactancia, algunos de los cuales tienen un justificativo fisiológico. Estos dos modelos conforman un conjunto de funciones que son usadas para modelar la producción normal de leche de un rodeo y para cuantificar los cambios de la productividad a través del tiempo bajo diferentes sistemas productivos. La incorporación de efectos aleatorio de animal en estos modelos de curvas de lactancia permite obtener curvas ajustadas no solo para el rodeo ( curvas promedio poblacional o curvas de efectos fijos) sino también para animales individuales lo cual aporta información importante para el ordenamiento de la hacienda y la selección de animales más productivos. Además la incorporación de efectos aleatorios de animal induce a que se estimen las correlaciones entre observaciones registradas en controles lecheros sucesivos de una misma vaca. No obstante, estos modelos de curvas de lactancia con efectos aleatorios han sido poco utilizados en nuestro medio.

## OBJETIVOS

- ✓ Evaluar mediante modelos no lineales con y sin efecto aleatorio curvas de lactancia en rodeos lecheros a partir de la tercera lactancia en vacas pertenecientes a tambos en la zona centro y sur de Santa Fe y provincia de Córdoba, Argentina.
- ✓ Analizar qué modelo estadístico ajusta mejor a la producción real de los rodeos en estudio.
- ✓ Describir las diferencias existentes entre curvas de lactancia de los partos ubicados en épocas frescas y épocas calurosas.

## MARCO TEORICO

### Modelos Matemáticos

El análisis de regresión involucra un conjunto de técnicas estadísticas cuyo propósito es la construcción de un modelo para la estimación de la media de una variable dependiente a partir de una variable o varias variables independientes o también llamadas regresoras. Por ejemplo si el propósito fuera establecer la forma en que el rendimiento del maíz es afectado por la densidad de siembra, el rendimiento correspondería a la variable dependiente y la densidad de siembra a la regresora. La variable dependiente se simboliza, usualmente, con la letra “Y” y las variables independientes con la letra x (si hay más de una se enumera  $x_1, x_2, \dots$ ). Genéricamente diremos que las observaciones de la variable dependiente varían según una función  $f(.)$  que depende de la/s variable/s independiente/s. Esta función está caracterizada por un conjunto de parámetros (desconocidos) representados por el vector de parámetros  $\beta$ .

Dependiendo de la forma de la función  $f(.)$  se tiene un modelo de regresión lineal o un modelo de regresión no lineal. Dependiendo del número de regresoras se tiene un modelo de regresión simple (una regresora) o un modelo de regresión múltiple (más de una regresora).

### Modelo de regresión lineal simple

Es una técnica que permite cuantificar la relación que puede ser observada cuando se grafica un diagrama de dispersión correspondientes a dos variables. Los modelos de regresión lineal son modelos polinómicos, como el modelo de primer orden, útil para modelar tendencias rectilíneas:

$$Y = a + bx$$

En esta ecuación, “y” representa los valores de la coordenada a lo largo del eje vertical en el gráfico (ordenada); en tanto que “x” indica la magnitud de la coordenada sobre el eje horizontal (abscisa). El valor de “a” (que puede ser negativo, positivo o igual a cero) es llamado ordenada al origen; en tanto que el valor de “b” (el cual puede ser negativo o positivo) se denomina la pendiente o coeficiente de regresión.

### **Modelo de regresión lineal múltiple**

El modelo de regresión múltiple es una generalización del modelo de regresión lineal simple. Aparece en distintos contextos, todos caracterizados por la presencia de más de una regresora. El modelo de regresión lineal múltiple puede sintetizarse de la siguiente manera:

$$Y = \beta_0 + \beta_1x_1 + \beta_2x_2 + \beta_3x_3 + \dots + \beta_kx_k + E_i$$

### **Modelo no lineal**

La regresión lineal no siempre da buenos resultados, porque a veces la relación entre “Y” y “X” no es lineal sino que exhibe algún grado de curvatura que no puede modelarse con un polinomio, por ende se utilizan modelos no lineales que darán una mejor respuesta a la problemática planteada.

### **Modelo exponencial**

$$Y = AB^x$$

Tomando logaritmos en la expresión de la función exponencial, obtendremos un modelo linealizado:

$$\log Y = \log A + \log B X$$

La regresión lineal se ajusta ahora a logY y a X; de modo que, para obtener el parámetro A del modelo exponencial, basta con hacer antilog(A), y el parámetro B se obtiene tomando antilog(B).

### **Modelo logarítmico**

La curva  $Y = a + b \log X$  es también una recta, pero en lugar de estar referida a las variables originales X e Y, está referida a logX y a Y.

### Modelo Gompertz

$$y = e^{-be^{-kt}}$$

**y**: variable a analizar (litros de leche) **e**: exponencial; **b**: pendiente; **k**: constante **t**: tiempo

### Modelo Monomolecular

$$y = 1 - be^{-kt}$$

**y**: variable a analizar (litros de leche) **e**: exponencial; **b**: pendiente; **k**: constante **t**: tiempo

### Modelo Logístico

$$y = \frac{1}{1 + be^{-kt}}$$

**y**: variable a analizar (litros de leche) **e**: exponencial; **b**: pendiente; **k**: constante **t**: tiempo

### Modelo Wood

Es el modelo más conocido y utilizado comúnmente para describir las curvas de lactancia. Los resultados se obtienen mediante la siguiente fórmula:

$$Y = ax^b e^{-cx}$$

Donde **Y** es la producción de leche dado el tiempo **x**, **x** el tiempo expresado en días o semanas, **e** es la base del logaritmo natural; **a**, **b** y **c** son los parámetros que caracterizan la forma de la curva de lactancia. El parámetro **a** es aproximadamente la producción de leche inicial justo después del parto, **b** es la pendiente inclinada del parámetro hasta el rendimiento máximo, y **c** es el parámetro de la pendiente en declive. El modelo estima un pico la producción de leche **Y<sub>max</sub>** y los días en lactancia al pico **DEL<sub>pico</sub>** mediante las siguientes formulas

$$Y_{max} = a \frac{b^b}{c} \exp^{-b}$$

$$DEL_{pico} = \frac{b}{c}$$

### Modelo MilkBot (Ehrlich)

Predice la producción diaria de leche,  $Y(t)$  como una función del tiempo ( $t$ ). Posee cuatro parámetros que controlan la forma de la curva:  $a$  (escala),  $b$  (rampa),  $c$  (offset) y  $d$  (decaimiento). La constante “ $e$ ” es el número de Euler (es decir, la raíz de los logaritmos naturales, aproximadamente 2.718).

$$Y(t) = a \left( 1 - \frac{e^{\frac{c-t}{b}}}{2} \right) e^{-dt}$$

Cada uno de los parámetros ( $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ) en la ecuación anterior domina un aspecto particular de la forma de la curva de lactancia y tiene un nombre descriptivo relacionado a tal efecto. El parámetro  $a$  es el parámetro de **escala**. Es un simple multiplicador, que determina la magnitud global de la producción de leche. Se puede expresar como libras / día, kilogramos / día, o de manera similar. Este es el máximo teórico de la producción de leche al día, que se acerca al pico real de producción como una **rampa** ( $b$ ), y los valores **offset** ( $c$ ) se acercan a cero. (es decir, una lactancia que culmina en el día del parto), o como **decaimiento** ( $d$ ) que se aproxima a cero (persistencia infinita). Este número debe ser positivo.

El parámetro  $b$  es el parámetro de **rampa**, controlando la tasa de aumento de la producción de leche en la lactancia temprana. Los valores de **rampa** ( $b$ ) son expresados en tiempo, normalmente en días. Valores de **rampa** menor implican más rápida creación de capacidad productiva y una subida más pronunciada en la lactancia temprana. Este número también debe ser positivo.

El parámetro  $c$  es el parámetro **offset**, y tiene influencia relativamente menor en el modelo. Representa el desfase en el tiempo entre el parto y el máximo crecimiento de la tasa de capacidad productiva. Su efecto es leve, salvo en los primeros días de una lactancia. El valor se expresa en tiempo (días) e indica el momento de la creación máxima de capacidad productiva. Pueden ser valores positivos, negativos, o cero.

El parámetro  $d$  es el parámetro de **decaimiento**, el control de la pérdida de capacidad productiva. Decaimiento se expresa en tiempo inverso (día<sup>-1</sup>). Asume valores positivos en circunstancias normales, aunque se puede argumentar que puede haber situaciones en las que **decaimiento** negativo podría ser biológicamente factible.

Con la manipulación matemática de la ecuación anterior se logra el cálculo de algunos resultados útiles.

$$t_{peak} = -b \ln\left(\frac{2db}{bd + 1}\right) + c$$

Mediante el establecimiento de la derivada igual a cero, podemos calcular el día **Tpico** (Tiempo al pico) cuando el pico de producción de leche, y luego **yPico = Y (Tpico)** da la producción de leche pico por sustitución en la ecuación 1. La producción acumulada entre dos fechas t1 y t2 puede ser calculada mediante la integración de Y (t), sustituyendo los valores para t1 y t2 en la integral, y la búsqueda de la diferencia. **M305** es la producción de leche acumulada entre parto y día 305 de la lactancia, calculado de esta manera.

$$M_{305} = \frac{a}{d} e^{-305d} + \frac{a}{2} \frac{b}{db + 1} e^{\frac{c - 305}{b}} e^{-305d} + \frac{a}{d} - \frac{a}{2} \frac{b}{db + 1} e^{\frac{c}{b}}$$

Por último, se puede calcular los litros al pico mediante la siguiente formula:

$$Y_{max} = a \left( 1 - \exp\left(\frac{c - \left(c - b \log\left(\frac{2bd}{1+bd}\right)\right)}{b}\right) \exp\left(-d \left(c - b \log\left(\frac{2bd}{1+bd}\right)\right)\right) \right)$$

## Modelos fijos y aleatorios

Un modelo de efecto fijo es un modelo estadístico que representa los valores observados en variables consideradas como no aleatorias, el efecto específico individual está correlacionado con las variables independientes. Estos modelos sirven para controlar la heterogeneidad inobservable (error que se produce al no poder alguna o algunas variables en el estudio dado su carácter de inobservabilidad) pero que están correlacionadas con las variables observables; en particular cuando ésta es constante en el tiempo y está correlacionada con las variables independientes

Los modelos de efectos aleatorios o mixtos se caracterizan en que todos o algunas de las variables derivan de causas aleatorias; los efectos específicos individuales no están correlacionados con variables independientes. Este tipo de modelo busca: la idea de agregarle un efecto aleatorio a uno de los parámetros de los modelos es para modelar convenientemente la falta de independencia entre observaciones.

## Criterios de comparación

Los Índices **AIC** y **BIC** (Criterio de información de Akaike y criterio de información bayesiano, respectivamente) son dos criterios de uso frecuente para la selección de modelos. El AIC fue propuesto por Akaike (1974) como un estimador insesgado asintótico de la información de Kullback-Leibler esperada, entre un modelo candidato ajustado y el verdadero modelo. El BIC fue derivado por Schwarz en 1978 como una aproximación a una transformación de la probabilidad posterior de un modelo candidato (Abelardo Montesinos López, 2011).

$$AIC = -2 * \log lik + 2k$$

$$BIC = -2 * \log lik + \log(N) * k$$

donde  $\log lik$  : Logaritmo de máxima verosimilitud  $k$ : Numero de parámetros y  $N$ : Número total de datos. Tanto para AIC como para BIC los valores menores indican cual es el mejor modelo.

Por último el **error cuadrático medio** (ECM) de un estimador mide el promedio de los errores al cuadrado, es decir, la diferencia entre el estimador y lo que se estima. El ECM es una función de riesgo, correspondiente al valor esperado de la pérdida del error al cuadrado o pérdida cuadrática. La diferencia se produce debido a la aleatoriedad o porque el estimador no tiene en cuenta la información que podría producir una estimación más precisa.

$$ECM = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - \gamma_i)^2$$

donde:  $Y$  es el valor predicho e  $\gamma$  es el valor verdadero. Valores menores de ECM indican que mejor es el modelo.



## MATERIALES Y MÉTODOS

### Datos

Se trabajó con una base de datos conformada por 16.919 registros de los cuales 10.426 pertenecían a partos en épocas frescas (marzo – agosto) y 6.496 a partos en épocas calurosas (septiembre – febrero). Todos a partir de la tercera lactancia en adelante. Los datos se obtuvieron mediante un control lechero realizado mensualmente durante un año. Los tambos involucrados pertenecen a la zona centro y sur de Santa Fe y provincia de Córdoba, Argentina. Las lactancias seleccionadas para este trabajo son aquellas asociadas a los establecimientos lecheros de mayor eficiencia reproductiva y productiva (producción por lactancia  $\geq 7.200$  litros).

### Herramientas Estadísticas

En primera instancia se utilizó el programa estadístico **SAS UniversityEdition** el cual nos permitió calcular los parámetros que se obtienen al utilizar las fórmulas de los modelos no lineales de Wood y Ehrlich. Luego de ajustar estos modelos, se recaudó información sobre los valores predichos de producción que sirvieron para la graficación de las curvas de lactancia ajustadas. A partir de éstas se calcularon litros al pico y días al pico de la curva de lactancia. Además de calcularon los valores BLUP (efectos aleatorios de cada animal) . Este último término, hace referencia a “best linear unbiased prediction” (mejor estimación lineal insesgada), también conocido como mérito genético. Es utilizado en mejoramiento animal para seleccionar animales en función de sus características.

Usando **Infostat**, se seleccionó una muestra al azar de 30 lactancias predichas por cada modelo, tanto para épocas frescas como para calurosas. Luego se obtuvo una curva promedio para realizar las comparaciones de interés.

## RESULTADOS y DISCUSIÓN

En la tabla 1 se puede observar las estimaciones de los parámetros obtenidos en los modelos Wood y Ehrlich con y sin efecto aleatorio a partir de la tercer lactancia en épocas frescas y calurosas. También se incluyó litros al pico, días al pico y los criterios de ajuste que se desarrollaran más adelante.

Tabla 1. Estimación de parámetros de curvas de lactancia para los modelos de Wood y de Ehrlich, con y sin efectos aleatorio de vaca para estaciones de parto fresca y calurosa.

Parámetros	Caluroso		Fresco					
	Modelos de efectos Fijos		Modelos de efectos Aleatorios		Modelo de efecto Fijo		Modelo de efecto aleatorio	
	Wood	Ehrlich	Wood	Ehrlich	Wood	Ehrlich	Wood	Ehrlich
<b>A</b>	17.74	39, 23	16.47	50.11	16.33	51.67	15.09	60.31
<b>B</b>	0.18	39.99	0.20	93.48	0.23	60.94	0.25	85.05
<b>C</b>	-0.003	-7.20	-0.003	3.11	-0.004	4.27	-0.004	16.43
<b>D</b>		0.0023		0.0033		0.0035		0.0041
<b>Logs</b>	2.03	2.04	1.60	1.61	2.10	2.10	1.65	1.65
<b>Logsu</b>			1.35	2.47			1.23	2.62
<b>Litros al pico</b>	30.73	30.84	31.12	30.66	33.64	33.55	37.52	33.61
<b>Días al pico</b>	56.74	62.72	58.62	73.40	57.34	67.85	59.42	72.52
<b>Criterios de ajuste</b>								
<b>RMSE</b>	7.68	7.71	4.74	4.78	8.18	8.19	4.92	4.94
<b>AIC</b>	44908	44962	38635	38739	73410	73452	62833	62926
<b>BIC</b>	44941	45003	41140	41236	73446	73495	67148	67224

Los siguientes gráficos muestran la Producción de leche en función de los Días en Lactancia, comparando las lactancias en épocas calurosas y frescas.

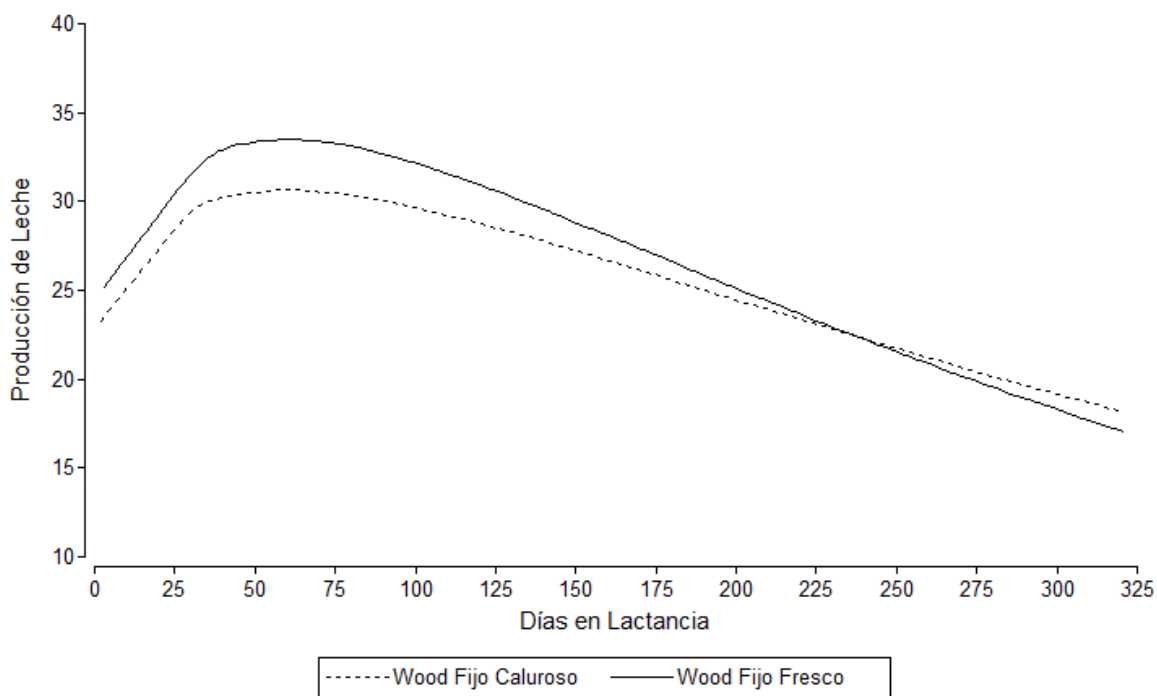


Figura 1: Curvas ajustadas modelo Wood de efectos fijos para las estaciones de parto frescas y calurosas.

Como se puede observar en el gráfico, la producción de leche en vacas que paren en épocas frescas tiene una mayor producción de leche hasta el día 230 aproximadamente en donde se invierte esta situación. Para estas vacas el pico de lactancia se da en el día 57 con una producción de 33.64lts, mientras que para las vacas que paren en épocas calurosas el pico se da también en el mismo día pero con una producción 30.73lts.

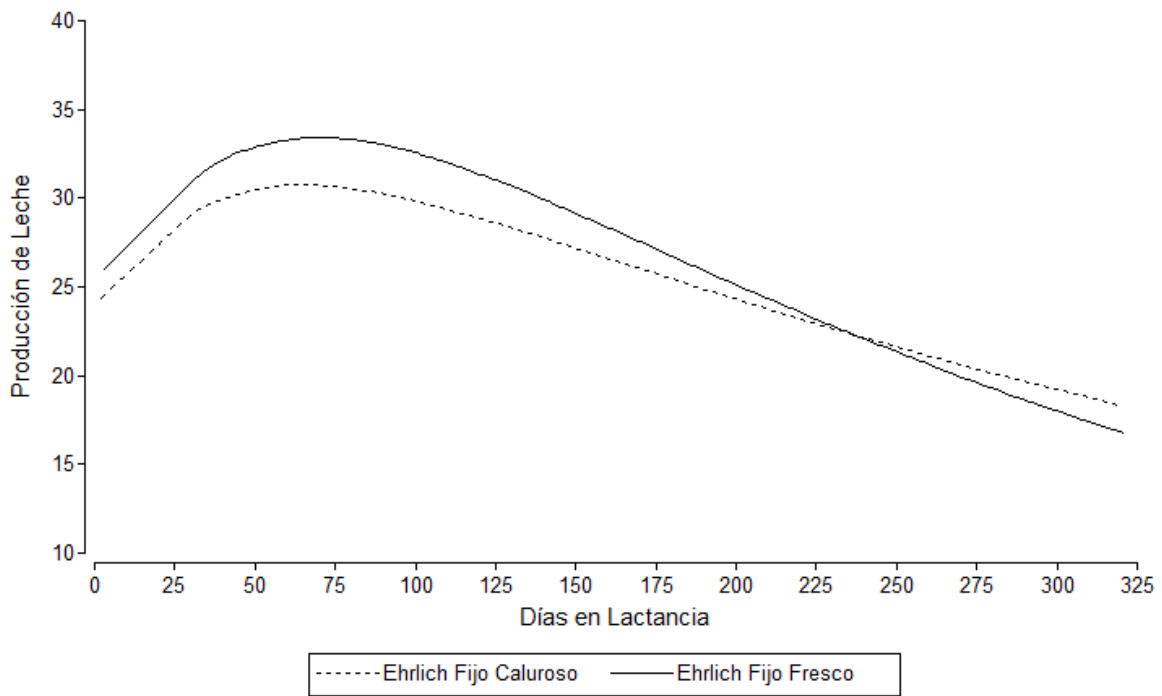


Figura 2: Curvas ajustadas modelo Ehrlich de efectos fijos para las estaciones de parto frescas y Calurosas.

De la misma manera que en el grafico anterior la producción de vacas que paren en épocas frescas es mayor hasta el día 240, luego disminuye y las que paren en épocas calurosas la superan hasta el final de la lactancia. Estas últimas poseen el pico de lactancia el día 62 con 30.84lts, mientras que 5 días después se produce el pico con 33.55lts de las otras.

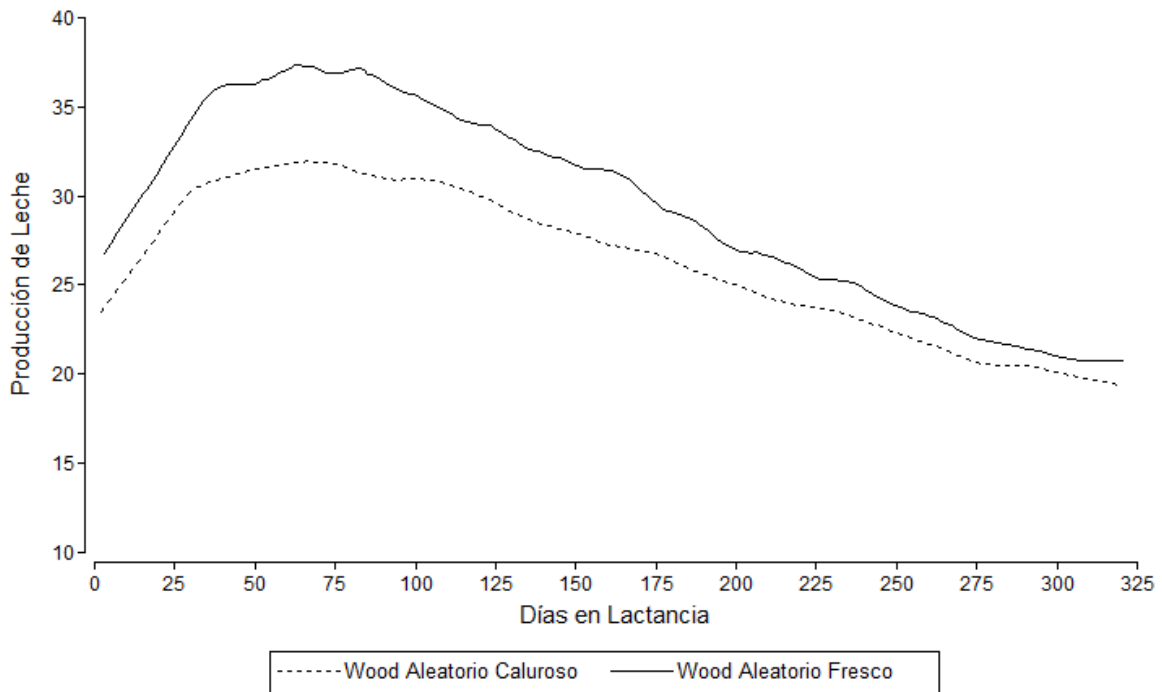


Figura 3: Curvas ajustadas modelo Wood de efecto aleatorio animal para las estaciones de parto frescas y Calurosas.

En este gráfico, durante toda la lactancia las vacas que paren en épocas frescas producen más que las que paren en épocas calurosas. El pico de las vacas que paren entre Septiembre y Febrero es de 31.12lts y se produce a los 58 días post parto. Para las vacas que paren en épocas frescas el pico se da 1 día después con 37.52lts.

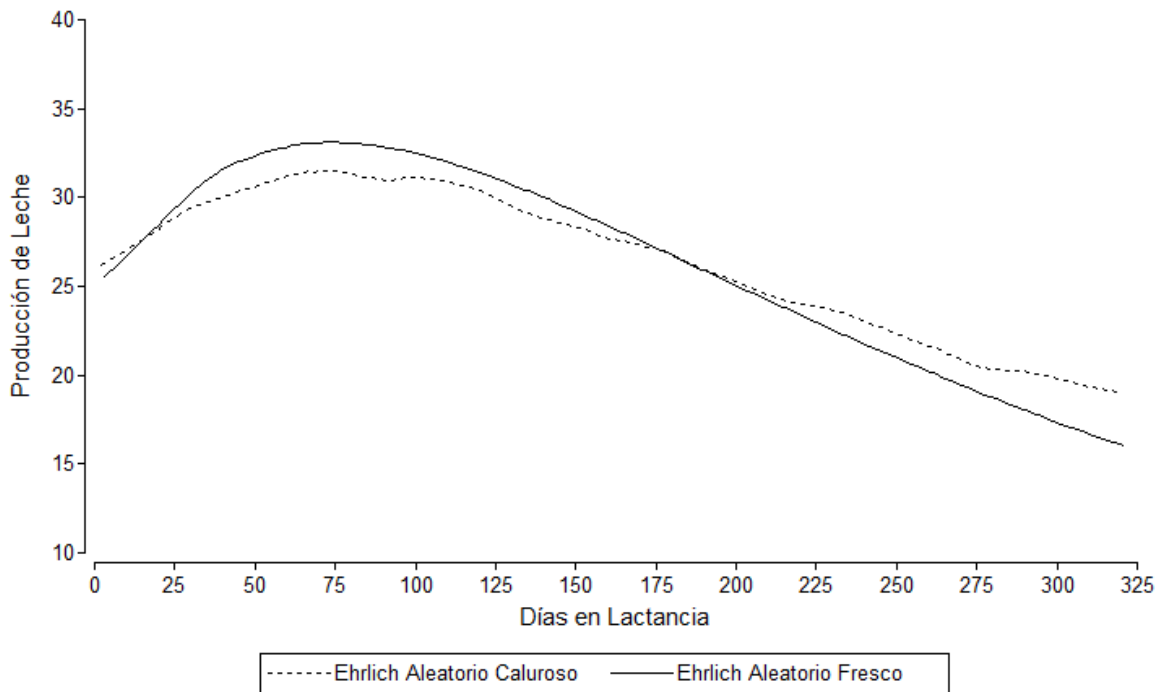


Figura 4: Curvas ajustadas modelo Ehrlich de efecto aleatorio animal para las estaciones de parto frescas y calurosas.

A diferencia de los anteriores gráficos, las vacas que paren en épocas calurosas comienzan con una producción mayor hasta el día 20, en donde se invierte y luego retoma ésta misma situación desde el día 180 en adelante. El pico de las vacas que paren entre Marzo y Agosto se da en el día 73 con 33.61lts, mientras que las vacas que paren en épocas calurosas se produce 1 día después con 30.66lts.

La producción en vacas que paren en épocas frescas es mayor que las que paren en meses cálidos debido a que poseen mejores condiciones climáticas para la producción ya que las altas temperaturas inciden negativamente disminuyendo el consumo de alimento, aumentando el stress, y más si el manejo no es el adecuado, por ejemplo, reparo contra el sol en las horas de mayor temperatura, aspersión en el corral de espera, ventilación, entre otros. La intersección de las curvas, es decir, cuando las vacas que parieron en épocas calurosas superan a la curva de producción de las otras vacas se da porque ya se produjo el cambio de estación. Por ejemplo si parieron entre Marzo y Agosto sumando los 250 días promedio se encontrarían entre Octubre y

Marzo, por lo que las temperaturas serían mayores y la producción se vería disminuida. Esta hipótesis es difícil de comprobar debido a que todas las vacas no paren en un periodo acotado de tiempo sino que se da durante toda la estación por ende no sería tan lineal como se explicó arriba. Quedaría como un futuro objetivo a estudiar más adelante.

En cuanto a qué modelo se ajusta mejor a la realidad de las curvas de lactancias observadas en este trabajo, se obtuvieron los siguientes resultados: 1) en épocas calurosas, tanto para el AIC, BIC y Root MSE el modelo de mejor ajuste es el modelo de Wood con efecto aleatorio de animal, 2) para épocas frescas ocurrió lo mismo, el modelo de Wood con efecto aleatorio es el modelo que mejor ajustó en comparación con los otros, 3) también se pudo observar que tanto para épocas calurosas como épocas frescas, ambos modelos presentan valores muy cercanos de los parámetros de interés dentro de una misma estrategia de análisis ( con o sin efecto aleatorio de animal).

## CONCLUSIÓN

La estimación de curvas de lactancia, desde datos del control lechero, permite obtener información fundamental para el manejo del tambo, ya sea días al pico de producción, litros al pico, producción total, entre otros. Con las curvas derivadas de los controles lecheros periódicos se podrá ver cómo varía la producción de leche a lo largo de la lactancia y así, realizar cambios para mejorar la eficiencia del sistema. Por ejemplo, si se ve que hay una disminución en la producción de todo el rodeo, podría ser un problema de alimentación o manejo que sin el control lechero no podríamos detectar.

Mediante la aplicación de los criterios de comparación, de bondad de ajuste de modelos estadísticos alternativos para un conjunto de datos, se puede concluir que el modelo Wood con efecto aleatorio de animal es el que mejor se ajusta a la curva de lactancia tipo de los rodeos estudiados. La aplicación del efecto aleatorio permitió modelar la falta de independencia entre las observaciones, que se suponen existen ya que los datos fueron obtenidos repetidamente sobre un mismo individuo en un periodo de tiempo.

También se puede concluir que tanto para épocas calurosas como para épocas frescas, ambos modelos presentan valores muy cercanos para los parámetros de interés cuando son comparados dentro de una misma estrategia de análisis (con efecto aleatorio de animal o modelo sujeto específico vs sin efecto aleatorio de animal o modelo promedio poblacional).

## BIBLIOGRAFÍA

- Regresión no Lineal. 14/08/2015.  
<http://biplot.usal.es/problemas/regresion/teoria/regnolin.htm>
- Manfredo Reyes Chávez L. (15/08/2015). Análisis de Regresión Logarítmica.  
<http://reyesestadistica.blogspot.com.ar/2011/07/analisis-de-regresion-logaritmica.html>
- Balzarini M, Di Rienzo J, Margot Tablada, et al. (2015). Estadística y Biometría Ilustraciones del Uso de InfoStat en Problemas de Agronomía. Editorial Brujas.
- Piccardi M. (Junio 2014). Indicadores de eficiencia productiva y reproductiva en rodeos lecheros. (pp 39-57)
- Khazaei J. and Nikosiar M. (26/08/2015). Approximating milk yield and milk fat and protein concentration of cows through the use of mathematical and artificial neural networks models. <http://www.cabi.org/gara/fulltextpdf/2008/20083298113.pdf>
- Balzarini M.G., Gonzalez L., Tablada M., Casanoves F., Di Rienzo J.A., Robledo C.W. (2008). Manual del Usuario, Editorial Brujas, Córdoba, Argentina.  
[http://www.agro.uba.ar/apuntes/no\\_2/lechera.htm](http://www.agro.uba.ar/apuntes/no_2/lechera.htm)
- [http://inta.gob.ar/documentos/presente-y-futuro-de-la-lecheria-argentina/at\\_multi\\_download/file/INTA%20%205%20Jornada%20Nacional%20de%20forrajes%20conservados%20%20Presente%20y%20futuro%20de%20la%20lecher%C3%ADa%20Argentina.pdf](http://inta.gob.ar/documentos/presente-y-futuro-de-la-lecheria-argentina/at_multi_download/file/INTA%20%205%20Jornada%20Nacional%20de%20forrajes%20conservados%20%20Presente%20y%20futuro%20de%20la%20lecher%C3%ADa%20Argentina.pdf)
- Uso de Software SAS UNIVERSITY EDITION
- [http://www.minagri.gob.ar/site/\\_subsecretaria\\_de\\_lecheria/lechERIA/07\\_Estad%C3%ADsticas/](http://www.minagri.gob.ar/site/_subsecretaria_de_lecheria/lechERIA/07_Estad%C3%ADsticas/)
- [https://www.santafe.gov.ar/index.php/web/content/view/full/112058/\(subtema\)/93794](https://www.santafe.gov.ar/index.php/web/content/view/full/112058/(subtema)/93794)