



Universidad
Nacional
de Córdoba



UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA

FACULTAD DE ODONTOLOGÍA

ESCUELA DE POSGRADO

**“DISEÑO DE UN MODELO EXPERIMENTAL PARA MEDICIÓN
“*IN VIVO*”, EN RADIOGRAFÍAS CONVENCIONALES CON
DIGITALIZACIONES INDIRECTAS DE CORONAS DE PRIMEROS
MOLARES INFERIORES PERMANENTES”**

TESISTA:

OD. JUAN GERMÁN FLESIA

DIRECTOR:

PROF. DRA. ANA GEORGINA FLESIA

CÓRDOBA, 2016



Esta obra está bajo una [Licencia Creative Commons Atribución-
NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/).



**UNIVERSIDAD NACIONAL DE CORDOBA
FACULTAD DE ODONTOLOGIA
ESCUELA DE POSGRADO**

**Trabajo de Tesis para optar al Título de Doctor en
Odontología.**

**“Diseño de un modelo experimental para
medición “*in vivo*”, en radiografías
convencionales con digitalizaciones
indirectas de coronas de primeros molares
inferiores permanentes”**

Tesista: Od. Juan Germán Flesia.

Directora: Prof. Dr. Ana Georgina Flesia

2016

Comisión de Seguimiento

Prof. Dr. Enrique Daniel Giménez

Prof. Dra. María Julia Cambiasso

Prof. Dra. María Elisa Martínez

Jurado de Tesis

Prof. Dr. Enrique Daniel Giménez

Prof. Dra. María Julia Cambiasso

Prof. Dra. Adriana Nélica Poletto

A mi esposa y mis hijos...

Agradecimientos

Deseo agradecer a la Universidad Nacional de Córdoba, y en particular, a la comunidad de la Facultad de Odontología, por haberme albergado durante mi periodo doctoral, y por haberme brindado los recursos más que suficientes para trabajar.

Deseo agradecer a mi directora, Dra. Ana Georgina Flesia por haberme guiado en este difícil camino de la iniciación en la investigación, y por haberme apoyado en todo momento.

Deseo agradecer al Dr. Enrique Daniel Giménez porque en él encontré más que un Maestro y colega, un amigo con quien conversar desinteresadamente de la carrera y de la vida.

Deseo agradecer a la Dra. Julia Cambiasso, y a través de su persona, a toda la Comisión de Seguimiento por sus invalores consejos y enseñanzas en la confección y redacción de este trabajo final de tesis.

Un especial agradecimiento a mis compañeros de Catedra de Diagnóstico por Imágenes por su paciencia y comprensión.

Pero, sobre todo, deseo agradecer a mi familia, en especial a mi padre y colega Od. Juan Domingo Flesia, el cual, aunque no se encuentre entre nosotros guía mi desarrollo profesional desde siempre.

Índice

Abreviaturas	1
Resumen	2
Abstract	3
Introducción	4
Capítulo 1 Marco Teórico	6
Sección 1: Fuente de energía o iluminación	6
Sección 2: Receptor de Imagen	9
Características de la Emulsión Fotográfica	11
Resolución de la Película	12
Sección 3: Técnica del Paralelismo	12
Sección 4: Digitalización	15
Sección 5: Ruido en Imágenes	20
Sección 6: Filtrado en Imágenes Radiográficas digitalizadas	22
Filtro Anisotrópico	24
Filtro de Mediana	28
Filtro de Wiener	29
Filtro de Wiener adaptativo	29
Filtro de Lee	30
Búsqueda de Bordos Algoritmo de Canny	33
Sección 7: Mediciones en Imágenes Digitales	37
Sección 8: Comparación de K Poblaciones	40
Consideraciones Generales	40
Contrastes Sombrilla	41
Comparaciones Simultáneas	41
Sección 9: Métodos basados en la distribución normal	43
Prueba t de diferencia de dos poblaciones normales independientes	43
Prueba t de diferencia de dos poblaciones normales apareadas	44
Prueba ANOVA de diferencia de k poblaciones independientes	45
Hipótesis básicas del modelo	45
Definición de la Prueba	47

Sección 10: Métodos no Paramétricos	48
Prueba de Mann-Whitney	48
Prueba de Signo de Rango de Wilcoxon	50
Prueba H de Kruskal – Wallis	50
Prueba de Friedman	51
Sección 11: Elección del diseño apropiado al problema	53
Normalidad de los datos	54
Contrastes de Bondad de ajuste	56
Homocedasticidad de los errores	59
Independencia de los errores	60
Efectos Externos al tratamiento	60
Sección 12: Estudio de campo del Sistema	61
Capítulo 2 Hipótesis	63
Capítulo 3 Objetivos	64
Capítulo 4 Materiales y Métodos	65
Sección 1: Materiales	65
Generación de Rayos Roentgen	65
Posicionador Radiográfico	66
Películas Radiográficas	66
Procesador	67
Digitalizador	67
Software de Procesamiento	68
Sección 2: Métodos	68
Características Muestrales	68
Agrupamiento de la Muestra	69
Procedimiento	69
Capítulo 5 Resultados	72
Sección 1: Medición	72
Sección 2: Análisis Estadístico	74
Normalidad	75
Homocedasticidad	76
Independencia y aleatoriedad	77

Factores que introduzcan efectos indeseados	78
Comparaciones simultáneas	80
Capítulo 6 Discusión	82
Capítulo 7 Conclusiones	87
Referencias Bibliográficas	88
Anexo Publicaciones	

Abreviaturas

- BMP - (Bitmap). Mapa de bits.
- C – Velocidad de la luz.
- CCD - (coupled charged device). Dispositivo de carga acoplada.
- DO – Densidad Óptica.
- DpI – Puntos por Pulgada (Dots per Inch).
- e.g. – Por ejemplo (exempli gratia).
- F – Frecuencia.
- FIR - Respuesta finita al impulso (finite impulse response).
- GIF - Formato de Intercambio Gráfico (Graphics Interchange Format).
- i.e. – es decir (id est).
- IDO - Imagen Digital Original.
- IRC - Imagen Radiográfica Convencional.
- JPG-JPEG - Grupo de Expertos Fotográficos Unidos (Joint Photographic Experts Group).
- MSE - Error cuadrático medio
- L F - Frecuencia de resolución límite.
- MTF - (modulation transfer function). Función modulación de la transferencia.
- PPP – Pixeles por Pulgada
- SC - Superficie central.
- SCT – Suma de cuadrados Totales.
- SCD – Variación intra-muestral.
- SCE – Variación inter-muestral.
- TIF-TIFF - Formato de Archivo de Imagen Etiquetada (Tagged Image File Format).
- λ – Longitud de Onda

RESUMEN

En la presente tesis doctoral se propone un método de medición basado en la digitalización de imágenes radiográficas dentales técnicamente estandarizadas y procesadas con métodos estadísticos que no modifican invariantes físicas de los objetos presentes en la imagen radiográfica convencional. En especial, se demuestra que las mediciones realizadas sobre imágenes obtenidas mediante este método digital indirecto propuesto son estadísticamente valederas para la realización de estudios científicos *in vivo*.

El método propuesto cuenta de los siguientes elementos:

- Protocolo estandarizado para la toma de la radiografía
- Captura de la radiografía digital mediante escaneado,
- Filtrado de la imagen con procedimientos adecuados al ruido Poisson presente en la imagen radiográfica, al ruido generado por digitalizador y su transmisión al sistema de visualización.
- Medición digital.
- Procesado estadístico con especial cuidado en la elección de métodos adecuados a la muestra generada y su fundamentación teórica.

Para ello se definió un proceso de estandarización de la técnica del paralelismo para la obtención de radiografías isométricas y se implementó un conjunto de herramientas para la medición digital en lenguaje MATLAB que incluye técnicas de filtrado digital y detección de contornos según estado actual del arte.

La validación de la metodología se realizó mediante la comparación de valores de la superficie de la corona del 1er molar inferior izquierdo de una muestra de 200 sujetos jóvenes mediante cálculo sobre la imagen digitalizada y filtrada con 4 procedimientos detectando mejoras y defectos por métodos estadísticos especialmente implementados.

ABSTRACT

In the present doctoral thesis, a method of measurement based on the digitalization of radiographic dental images technically standardized, processed with statistical methods that do not modify physical invariants of the present objects in the Radiographic Image is proposed. Especially, the statement that the measurements realized on images obtained by means of this digital indirect proposed method are statistically valid for the accomplishment of in vivo scientific studies is demonstrated.

The proposed method counts of the following elements:

New standard protocol for the capture of the X-ray photography.

- Scanning capture of the digital X-ray photography,
- Image filtering with procedures adapted to the Poisson noise present in the radiographic image, to the noise generated by digitizer and his transmission to the system of visualization.
- Digital Measurement.
- Statistical processing with special care in the choice of methods adapted to the generated sample and his theoretical foundation.

To do so, a process of standardization of the technique of the parallelism for the obtaining of isometric X-ray photographs was defined, and a set of tools was implemented for the digital measurement in language MATLAB that includes technologies of digital filtering and contour detection according to current state of the art. A field experience for the evaluation of the performance of the method was conducted. The values of the surface of the crown of 1er low left molar of a sample of 200 young subjects, as shown in the digitized image and its 4 modified companions was compared with statistical specially implemented methods.

Introducción

La generación de imágenes digitales o en formato de archivo digital constituye un extraordinario avance en relación a los métodos de diagnóstico convencionales debido a su extraordinaria gama de posibilidades y manipulación.

El diagnóstico por imágenes se genera a partir del descubrimiento accidental de una forma de energía invisible de propiedades desconocidas hasta ese momento, los Rayos Roentgen, de allí en adelante los avances teóricos sumados a las modificaciones tecnológicas revolucionan las distintas disciplinas de la medicina resultando un apoyo muy grande a los diagnósticos clínicos y en algunos casos siendo el soporte en la realización de tratamientos.

Las metodologías de Análisis y Procesamiento de datos sobre imágenes radiográficas convencionales pueden ser encontradas en variados contextos de investigación que abarcan no solo las disciplinas médicas, sino ingeniería, modelos estadísticos y algoritmos para el mejoramiento matemático de la imagen, así como modificación de variables físicas en la adquisición de los datos. El común denominador de estos métodos es la búsqueda de procedimientos computacionales que permitan mejorar la información que provee una imagen radiográfica en lo inherente a disminuir el ruido o deformación por causas inherentes a su generación. Este trabajo de Tesis doctoral propone un método estandarizado para mensurar invariantes físicas a partir de una imagen radiográfica digitalizada.

El propósito de nuestro trabajo fue obtener, a partir de la observación de un parámetro físico como la distancia, un análisis comparativo de diferentes procesamientos sobre la imagen para determinar cuál produce mejoras significativas para ser aplicado en una caja de herramientas (toolbox) estandarizada de medición. Las imágenes fueron obtenidas por el método indirecto digitalizando películas radiográficas

convencionales provenientes de la asignatura Diagnóstico Por Imágenes en la Facultad de Odontología de la Universidad Nacional de Córdoba. Se siguieron principios ópticos de generación de imágenes evitando la distorsión geométrica de la información generada.

La matriz digital o representación obtenida en formato sin compresión o pérdida de datos fue almacenada en una base de datos para su posterior medición. Cada imagen que obtuvimos se procesó en un ToolBox personalizado diseñado bajo entorno MatLab® con el cual realizamos mediciones de la Imagen digitalizada Original, procesada con Filtro de Mediana, Filtro de Wiener, Filtro Anisotropico y Filtro de Lee, mensurando en total 1000 imágenes para ser comparada su superficie mediante métodos estadísticos no paramétricos dada las características de la muestra.

Capítulo 1 Marco Teórico

Sección 1: Fuente de energía o iluminación

La fuente de energía que supone el origen del flujo energético detectado por el sensor es la radiación electromagnética. La fuente de energía electromagnética más importante es la energía solar. Las propiedades de la radiación electromagnética se han explicado históricamente a través de dos teorías: 1) la que la concibe como un haz ondulatorio (Huygens, 1690; Maxwell, 1873), y 2) la que la considera como una sucesión de unidades discretas de energía, fotones o cuantos, con masa igual a cero (Einstein, 1905), actualmente se ha demostrado que la luz puede comportarse de acuerdo a ambas teorías, según la teoría ondulatoria, la energía electromagnética se transmite de un lugar a otro en forma de una onda continua a la velocidad de la luz (c) y conteniendo dos campos de fuerzas ortogonales entre sí: eléctrico y magnético. El flujo energético conforme a esta teoría puede describirse por dos elementos: longitud de onda (λ) y frecuencia (F). La primera hace referencia a la distancia entre dos picos sucesivos de una onda, mientras que la frecuencia designa el número de ciclos pasando por un punto fijo en una unidad de tiempo (Ecuación 1). Ambos elementos están inversamente relacionados por:

$$c = \lambda \cdot F \quad (\text{Ecuación 1})$$

Con la finalidad de introducirnos en el ámbito del procesamiento de imágenes debemos poner en consideración algunos conceptos básicos que involucran al intercambio de energías (Castleman, 1979; Jain, 1989).

- Energía radiante: Indica el total de energía radiada en todas las direcciones.

-
- Densidad radiante: Total de energía radiada en todas las direcciones por unidad de volumen.
 - Flujo radiante: Total de energía radiada en todas las direcciones por unidad de tiempo.
 - Emitancia o excitancia radiante. Energía radiada (emitida) en todas las direcciones desde una unidad de área y por unidad de tiempo.
 - Irradiancia radiante. Energía radiada (incidente) sobre una unidad de área y por unidad de tiempo.
 - Intensidad radiante. Energía radiada por unidad de tiempo y por ángulo sólido. Se trata éste de un ángulo tridimensional, que refiere a la sección completa de la energía transmitida.
 - Radiancia. Energía radiada en una determinada dirección por unidad de área y por ángulo sólido de medida. Describe precisamente lo que mide el sensor.
 - Radiancia espectral. Indica el total de energía radiada en una determinada longitud de onda por unidad de área y por ángulo sólido de medida. También la radiancia, la emitancia e irradiancia pueden completarse con el calificativo de espectral cuando se refieren a una determinada longitud de onda.
 - Emisividad. Relación entre la emitancia de una superficie, y la que ofrecería un emisor perfecto, denominado cuerpo negro, a la misma temperatura.
 - Reflectividad. Relación entre el flujo incidente y el reflejado por una superficie.
 - Absortividad. Relación entre el flujo incidente y el que absorbe una superficie.
 - Transmisividad. Relación entre el flujo incidente y el transmitido por una superficie.

Las últimas medidas: emisividad, reflectividad, absortividad, transmisividad, son también dependientes de la longitud de onda, en tal caso se completan con el calificativo de espectral, para referirse a su

comportamiento en una banda determinada del espectro.

Un fotón es una partícula libre de masa que se desplaza en un patrón de forma de onda a la velocidad de la luz, cada partícula contiene una cantidad o paquete de energía, de acuerdo a la cantidad de energía que posea se ubicara en el espectro de las radiaciones electromagnéticas. Los rayos Roentgen constituyen el sistema o recurso más antiguo para generar imágenes con radiación electromagnética, su uso más conocido es en diagnóstico médico y odontológico siendo también usados intensamente en la industria y otras áreas, como la astronomía. Los rayos Roentgen usados en ciencias de la salud y métodos industriales son generados usando un tubo de rayos catódicos, el cual es un tubo de vacío con un cátodo y un ánodo. Por efecto termoiónico, el cátodo es calentado, emitiendo electrones libres que pueden ser desplazados. Los electrones viajan a gran velocidad al ánodo cargado positivamente. Cuando los electrones impactan en el material del ánodo, éstos interactúan con los núcleos, por medio de acoplamiento Coulombiano que produce radiación de frenado (Bremsstrahlung). La energía resultante es emitida en forma de radiación ionizante (rayos Roentgen). La velocidad obtenida durante la aceleración de los electrones emitidos por el filamento determina el poder de penetración de los rayos Roentgen, y puede ser controlada por el voltaje aplicado, mientras la cantidad de radiación (intensidad) puede controlarse por medio de la intensidad de la corriente aplicada al filamento en el cátodo. La intensidad de la radiación es modificada según la ley de absorción cuando pasa a través del paciente. La energía resultante interactúa sobre los constituyentes de la película radiográfica modificándola del mismo modo que la luz modifica el papel fotográfico. En el esquema simplificado de la Figura 1 observamos en un esquema las partes principales que constituyen un tubo generador e emisor de radiación Roentgen de uso odontológico (Iannucci, 2013).

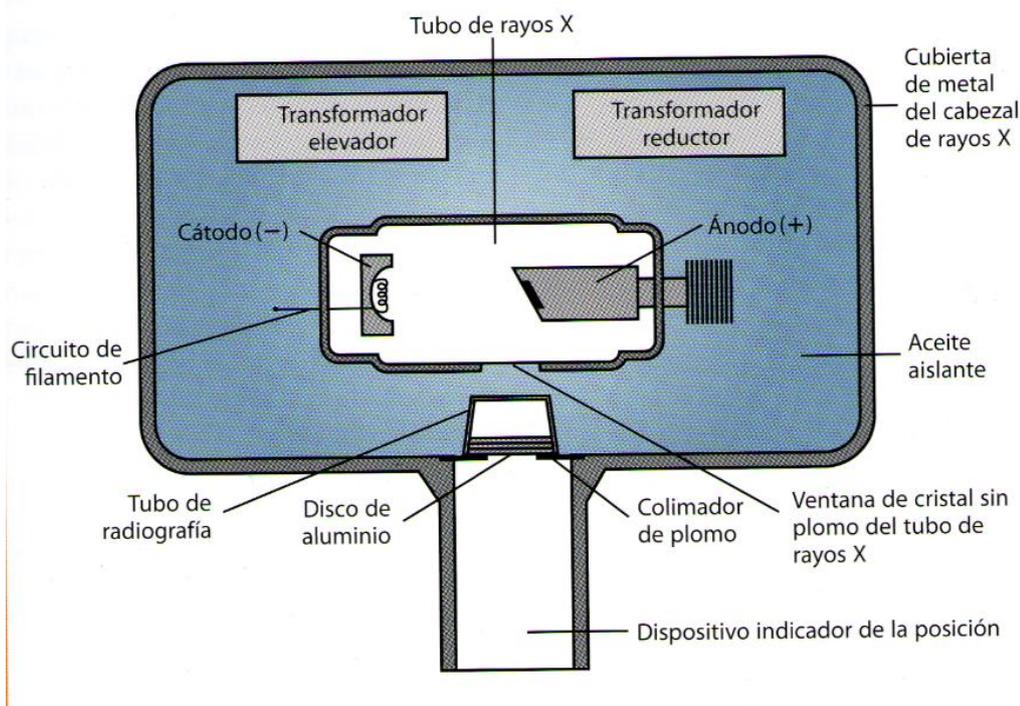


Figura 1. Esquema cabezal de tubo productor y emisor de Rayos Roentgen de uso Odontológico (tomado de Iannucci, J y Howerton, L Radiografía Dental, Principios y Técnicas, P 15.)

Sección 2: Receptor de Imagen

Corresponde al instrumento que responde frente a un estímulo, en este caso el iluminador de la escena o excitador el cual en la técnica radiográfica es la radiación roentgen, el tipo de receptor usado sensible a este tipo de energía es la película roentgenográfica la cual según Alcaraz Baños (2002) presenta 4 componentes básicos:

- Base de película: su función es proporcionar soporte y resistencia, constituida de plástico de poliéster de 0.18 mm de espesor, debe ser transparente, resistente a la exposición química, al calor y la humedad.
- Capa adhesiva: fija la emulsión a la base, La emulsión es una mezcla homogénea de gelatina y cristales de haluros de plata, bromuro de plata en un 80 a 99 % e Ioduro de plata en una proporción de 1 a 10 %.

-
- Capa Protectora: protege de la manipulación, los daños mecánicos, de procesamiento y facilita su almacenamiento.

La base de la película es una hoja flexible y transparente lo que le confiere su estabilidad mecánica. Está recubierta por una capa de 5 a 25 micrones de espesor de emulsión formada por granos de sal de plata embebidos en gelatina. Durante la fabricación de la película, los granos de haluro de plata son activados para hacerlos fotosensibles, esta emulsión es muy sensible a la energía que posee la radiación roentgen. Cuando interactúa la energía que posee el rayo Roentgen y la emulsión de la película se produce una modificación físico-químicas imperceptible que forma la imagen latente la cual no puede observarse por medios físicos. La película modificada por la exposición mediante el líquido revelador en el cuarto de procesado produce una reacción química y los granos del haluro de plata expuestos se transforman en pequeñas masas de plata metálica negra mientras que los granos no expuestos quedan incólumes. La plata metálica negra suspendida en la gelatina es la que constituye la imagen visible de la película radiográfica (Eastman Kodak Company, 1970; Garate Rojas, 1988).

El proceso de revelado reduce los granos de haluro de plata a plata. La reacción de reducción, sin embargo, procede mucho más rápidamente sobre los granos expuestos que sobre los no expuestos. Luego de un período adecuado de tiempo, la mayor parte de los granos expuestos y sólo unos pocos de los no expuestos han sido reducidos. Como paso final, los granos no reducidos son enjuagados fuera de la base. Así, la película revelada tiene una cobertura granular de plata de espesor variable. En las áreas que han sido fuertemente expuestas, se mantiene el espesor completo de la emulsión, dándole una densidad máxima. En las áreas no expuestas, los granos de haluro de plata han sido casi completamente removidos, dejando solamente un nivel de niebla de una densidad óptica mínima.

La respuesta de la emulsión a la radiación se denomina curva

logarítmica de exposición y en ella se muestra la densidad de la película revelada como función del logaritmo de la exposición, para tiempos de exposición razonables, - esto es, desde milisegundos a segundos - la exposición puede tomarse como el producto de la densidad de flujo de la energía radiante incidente y la duración. Esta equivalencia entre intensidad y tiempo de exposición se denomina ley de reciprocidad, la ruptura de la ley para duraciones extremadamente largas o cortas se conoce como falla de reciprocidad.

El grueso nivel de niebla (nivel de niebla de emulsión más densidad de la base) impone una densidad mínima de la película no expuesta. La máxima densidad está limitada por el espesor de la emulsión y por el tamaño de grano. Sobre un rango relativamente amplio de exposiciones, la relación entre la densidad y el logaritmo de la exposición es aproximadamente lineal. Este es el rango de trabajo normal de una emulsión radiográfica. La pendiente de la curva en la porción recta se denomina gama (γ) y representa el contraste de la emulsión. Más allá del hombro de la curva hay una región de inversión, donde la exposición continua conlleva una disminución en la intensidad.

Cuando un objeto deja pasar parte, aunque no toda la luz que sobre él incide, no es ni transparente ni opaco. Hay dos modos por los cuales se mide comúnmente esta propiedad de transmisión parcial de la luz: en términos de transmitancia y en términos de densidad óptica (DO). La transmitancia es simplemente el factor por el cual un objeto atenúa la intensidad luminosa, y esta confinada al rango de valores entre cero y uno. La densidad óptica del mismo objeto no está confinada a un rango conveniente de valores, ya que tiende a infinito para objetos opacos, así, cuando se superponen objetos absorbentes, sus densidades ópticas se suman y sus transmitancias se multiplican.

Características de la Emulsión Fotográfica

El espesor de la emulsión y el tamaño de grano determinan varias características importantes de la película (González Rico et al, 1996). Por

ejemplo, una densidad máxima alta solamente es posible con una emulsión espesa. Una resolución elevada, sin embargo, requiere granos pequeños en una emulsión delgada para evitar la dispersión de la luz dentro de la emulsión. Las películas sensibles que deben trabajar con bajos niveles de luz requieren una emulsión delgada conteniendo relativamente pocos granos. Así, una película es un compromiso entre restricciones opuestas de resolución, sensibilidad y densidad máxima. En general, cuanto menor sea la tasa de velocidad (sensibilidad) de una emulsión, mayores será su resolución. La máxima resolución de una imagen de bajo contraste se obtiene cuando la imagen es expuesta y revelada para hallarse aproximadamente entre 0,8 y 1,2 de densidad óptica sobre la película, por debajo de ese rango se reduce el contraste (Bushong, 1998). La obtención de resultados predecibles y reproducibles requiere un control cuidadoso de la exposición y de los parámetros de revelado los cuales son determinados por las características de la emulsión.

Resolución de la Película

La función modulación de la transferencia (modulation transfer function, MTF) es un modo común de especificar las características de resolución de una emulsión. Cuando la frecuencia espacial es muy elevada, el tamaño de grano y la dispersión de la luz reducen el contraste de las variaciones sinusoidales de la densidad. Para simplificar aún más la especificación de la resolución de la película, los fabricantes frecuentemente se refieren a la frecuencia de resolución límite (LF). Esta es la frecuencia espacial a la cual la función modulación de la transferencia cae a 0,1 y corresponde al límite de visibilidad.

Sección 3 Técnica del Paralelismo

Goaz y White (1999) y White y Pharoa (2002) describen la técnica utilizada, basada en principios ópticos de generación de imágenes a cumplir con el objeto de disminuir la distorsión geométrica y por

consecuencia, producir modificaciones en el tamaño y forma de los objetos. La distorsión por ampliación consiste en aumento de tamaño de la imagen, **-imagen virtual-** en relación al tamaño real del objeto- **imagen física-** dependiendo de:

- Distancia relativa entre punto focal y película.
- Distancia relativa entre objeto y película.

Los principios de formación de imágenes expresan que al aumentar la distancia punto focal-película y disminuir la distancia objeto-película se minimiza la distorsión del tamaño de la imagen (Goaz y White, 1999), en este sentido la esencia de la técnica paralela, método retroalveolar, radica en que la película radiográfica se ubica paralela a eje largo de elemento dentario y el haz central de radiación es perpendicular con los dientes y la película cumpliendo los principios anteriormente citados para evitar distorsiones en la imagen generada. (Goaz y White, 1999; Stafne y Gibilisco, 1987; Chimenos Küstner, 2005; Haring y Jansen, 2003).

Para lograr una toma radiográfica ideal se tienen en cuenta 5 principios de la geometría de proyección: (Whermann y Manson-Hing, 1971; Urzúa, 2005).

- La fuente de radiación debe ser lo más pequeña posible.
- La distancia tubo objeto debe ser lo más grande posible, minimizando la producción de sombras periféricas a la imagen obtenida.
- La distancia objeto-película debe ser lo más pequeña posible, evitando la distorsión por radiación divergente a el rayo central.
- La película debe estar paralela a un plano fácilmente identificable del objeto, para corroborar visualmente la geometría de proyección.
- El rayo central del haz de radiación debe ser perpendicular a la película y objeto, garantizando el equilibrio de la irradiación del objeto. Para lograr estos procedimientos, efectivizar la isometría y garantizar la ubicación del método de registro (película radiográfica)

se utilizan posicionadores radiográficos (Figura 2 y 3) (White y Pharoa, 2002; Goaz y White, 1990; Sotelo y Soto, Acosta Chedraui, 2005; Urzua, 2005; Haring y Jansen,2003)



Figura 2. Posicionador radiográfico para molares posteriores. Extraído de **Iannucci, J y Howerton, L** Radiografía Dental, Principios y Técnicas, P 161

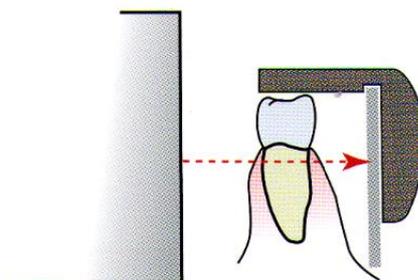


Figura 3. Exposición del molar mandibular, relación entre receptor, dientes, instrumentos de XCP y Cilindro colimador. Extraído de **Iannucci, J y Howerton, L** Radiografía Dental, Principios y Técnicas, P 172.

Schulze y d'Hoedt (2001), revisan estos conceptos realizando un análisis matemático de errores de proyección de la Técnica del Paralelismo en lo que respecta a la geometría usando imágenes de implantación de implantes dentales, concluyendo la presencia de amplificación de 4 % promedio en la muestra. Los mismos autores (2002), proponen un

método para calcular la discrepancia geométrica que puede producirse durante la adquisición de la imagen en la técnica del Paralelismo.

Sección 4 Digitalización

Las propiedades de la imagen radiográfica pueden ser aplicadas directamente a los digitalizadores de películas. En la mayoría de los trabajos de investigación realizados *in vitro* observamos la ausencia de distorsión lineal en los sensores de captación (Gómez Agreda et al, 2007; Barbieri Petrelli et al, 2006; Pizzutiello y Cullinan,1999). La imagen digital es una representación en conjunto de la menor unidad homogénea en brillo de visualización en 2 dimensiones llamadas píxel (acrónimo del inglés Picture-element, elemento de imagen). La obtención de esta matriz de representación se realiza mediante dispositivos basados en este caso en tecnología de carga acoplada (CCD del inglés coupled charged device) cuya forma de acción es transformar energía lumínica en impulsos eléctricos. Estos impulsos son traducidos por un procesador a imágenes asignando un valor determinado a cada píxel relacionado a la intensidad o energía de la luz capturada como observamos. En la Figura 4 se observa una imagen digitalizada con su respectiva escala de grises y la ubicación espacial de cada píxel.

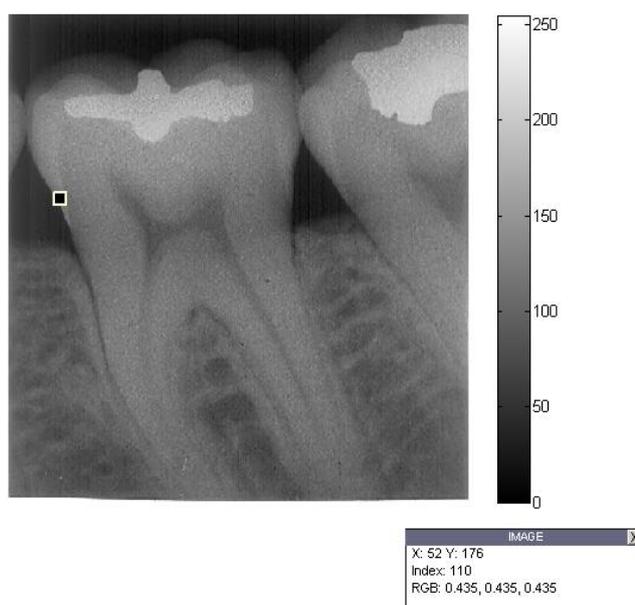


Figura 4. Imagen Digital a 8 bits mostrando su escala de Grises, la ubicación y ponderación numérica del píxel seleccionado (Imagen Original Image ToolBox MatLab®)

La Digitalización comprende la representación matricial de una imagen. Los pasos de muestreo (ubicación espacial y determinación de resolución de la imagen) y cuantización (valor de brillo resultante de la energía medida por el sensor) son suficientes para la obtención de la información necesaria (Castleman 1996). Para obtenerla se necesita un accesorio de hardware específico denominado escáner (Figura 5). Este dispositivo mide la transmisión de la luz visible capturando datos, en el caso de radiografías, por transparencia asignando valores numéricos binarios los cuales son interpretados y procesados en un ordenador. El sensor de más frecuente uso en escáneres de cama plana es un fotodiodo construido de silicio. La forma de onda de salida y voltaje es proporcional a la luz recibida siendo el nivel de resolución determinado por el método de digitalización. El factor de escala es la medida de equivalencia dada por la resolución de escaneado que nos da la información de tamaño de píxel.



Figura 5 Escáner cama plana con adaptador de transparencias HP scanjet 470 b

Las siguientes especificaciones de los escáneres proveen la base sobre la cual comparar diferentes instrumentos o para decidir si un digitalizador particular es adecuado para un trabajo específico.

➤ Resolución óptica (ppp o dpi)

Número sensores (píxeles reales) situados en la cabeza de lectura horizontal del escáner por cada pulgada (2,54 cm). Esta resolución óptica implica los límites físicos de calidad del escáner.

➤ Resolución interpolada

Consiste en superar los límites que impone la resolución óptica, mediante la estimación matemática (interpolación) de cuáles podrían ser los valores intermedios de la imagen.

➤ Resolución de escaneado

Aquella que seleccionamos en el momento de la digitalización para capturar una imagen concreta.

➤ Área de exploración:

Determina el tamaño de la imagen a digitalizar.

➤ Velocidad de exploración:

Tiempo requerido para digitalizar la imagen. Depende directamente del tipo de exploración (binaria, grises, color) y de la resolución.

➤ Formatos de archivo

Los formatos más comunes, proporcionados directamente por el escáner son: Bitmap, GIF, JPEG y TIFF, su selección dependerá del tipo de documento y destino de visualización del mismo.

En el formato BMP la imagen se forma mediante una parrilla de píxeles, no sufre pérdidas de calidad y por tanto resulta adecuado para guardar imágenes que se desean manipular posteriormente, son archivos de gran tamaño debido a la cantidad de información almacenada. El Formato GIF reduce la paleta de colores a 256 colores como máximo (profundidad de color de 8 bits) comprimiendo la imagen. Es un formato idóneo para publicar dibujos en la web a que

son archivos de tamaño reducido. Los archivos JPEG admiten una paleta de hasta 16 millones de colores en 12 bits, la compresión sujeta a la información puede suponer cierta pérdida de calidad en la imagen, en la mayoría de los casos esta pérdida se puede asumir porque permite reducir el tamaño del archivo y su visualización es aceptable. Si se define un factor de compresión alto se pierde calidad, por este motivo no es recomendable para archivar originales. El formato TIFF almacena imágenes de una calidad excelente. Utiliza cualquier profundidad de color de 1 a 32 bits. Es el formato ideal para editar o imprimir una imagen. Es ideal para archivar archivos originales con archivos de gran tamaño.

➤ Extracto de contorno

Esta función extrae el contorno de la imagen binaria explorada (blanco y negro). La técnica se basa en medir la densidad de los puntos, de forma que solo se traza la línea que es frontera entre zonas blancas y negras, dejando la zona interior negra en blanco. Es decir, solo se traza el perfil de las zonas negras.

➤ Imagen inversa (Reverse Image):

Esta función permite volver todos los puntos blancos a negros y viceversa.

Los diferentes digitalizadores de imágenes difieren en la configuración de hardware que utilizan para llevar a cabo su función, para ser comparados nos basamos en las características más importantes de acuerdo al trabajo que se desea realizar.

➤ Tamaño del Píxel.

Dos características importantes son el tamaño de la apertura mostradora y el espaciamiento entre píxeles adyacentes. Si el digitalizador es montado sobre un sistema óptico con magnificación variable, el tamaño de muestra y el espaciamiento en el plano de la imagen de entrada son variables y el alcance es lo que importa.

➤ Tamaño de la Imagen.

Capacidad máxima de entrada de información al dispositivo de digitalización. El tamaño queda especificado por el máximo número de líneas y por los píxeles por línea.

➤ Propiedad Local Medida.

Parámetro físico que realmente mide y cuantiza la información. En el caso de un barredor de película, el instrumento mide y cuantiza la transmitancia o bien la densidad óptica de la película. Ambos son funciones de la oscuridad o claridad de la película, de acuerdo a la aplicación uno puede ser más útil que el otro.

➤ Linealidad.

Grado de precisión en el cual los niveles de gris son, en realidad, proporcionales al brillo real de la imagen. La validez del procesamiento subsiguiente puede ser amenazada por un digitalizador no lineal. Los primeros digitalizadores de imágenes tenían dos niveles de gris; negro y blanco. En la práctica de digitalización monocromática actual, el dato de ocho bits (256 niveles) es común, y son posibles resoluciones considerablemente más altas con la instrumentación disponible.

➤ Ruido.

Finalmente, una de las características más importantes de un digitalizador es su nivel de ruido. Si se presenta a un digitalizador una imagen uniformemente gris, el ruido inherente del sistema producirá variaciones en el nivel de gris de salida a través de la imagen aun cuando el brillo de entrada sea constante. El ruido introducido por el digitalizador es una fuente de degradación de la imagen, y éste debería ser pequeño con respecto al contraste dentro de la imagen.

En algunas aplicaciones, la digitalización de imágenes con relativamente pocas líneas, pocos píxeles por línea y pocos niveles de gris, con apreciable no linealidad y con elevado nivel de ruido puede ser adecuado. Muchas de las aplicaciones importantes del procesamiento digital de imágenes, sin embargo, requiere un digitalizador de imágenes

de alta calidad capaz de digitalizar grandes imágenes a muchos niveles de gris con buena linealidad y un bajo nivel de ruido.

Sección 5 Ruido en imágenes.

El ruido en una imagen es el resultado de errores en el proceso de la adquisición de la información que resulta en valores de pixel que no reflejan las verdaderas características de la escena real. En la Figura 6 observamos una imagen radiográfica escaneada sin modificar.

Si la imagen es escaneada de una fotografía hecha con film, el grano del film es una fuente de ruido. El ruido puede resultar también de una malformación del film o un daño, como ralladuras o improntas digitales, o introducido por el escáner en sí mismo.



Figura 6 Imagen de primer molar inferior Digitalizada

Si la imagen es adquirida directamente en formato digital, el mecanismo de recolección de los datos, detector CCD, puede introducir ruido térmico, la transmisión electrónica de los datos puede introducir ruido, el sistema de lentes del mecanismo de recolección de datos puede introducir borrono por limitaciones en la difracción. Otros sensores pueden introducir ruido dependiente de la imagen, como el ruido speckle

o el ruido Poisson que se ven en imágenes adquiridas con radar en el primer caso y aparatos de rayos X en el segundo.

Hongmei Hou (2009) estudió sobre el ruido generado por escáneres y determinó la existencia de un tipo de ruido particular generado por estos dispositivos de adquisición lo que requiere generar procesos de modelado y procesado en cada caso en particular. En este sentido, Ferrari y Winsor (2005) ajustan la imagen original, corrupta con ruido Poisson a un modelo de ruido gaussiano, y reportan el uso de transformadas de ondículas (Wavelets) basadas en procesos ocultos de Markov para detectar pequeñas fracturas óseas en sujetos de investigación. Makitalo y Foi (2011) presentan una solución efectiva para el filtrado del ruido con distribución tipo Poisson siendo un avance sobre los métodos preexistentes. Estos autores logran generar un mejoramiento en la percepción de la información ya sea en forma cualitativa para diagnóstico médico o cuantitativo para investigación. Raka Kundu (2013) propone un método de disminución de ruido en imágenes óseas derivadas gaussianas de primer orden usando el toolbox de imágenes de MATLAB para simular y verificar la metodología.

En ciencias odontológicas en la actualidad existen sistemas que mejoran las imágenes por medio de procedimientos o técnicas computacionales. Oprea et al. (2008) genera un algoritmo de mejora en la visualización de procesos de caries dental adaptable a otras patologías, Lin et al. (2010) propone un método de reconocimiento y clasificación de elementos dentario automático a partir de imágenes con técnica de aleta de mordida y técnicas de detección de umbral y segmentación. Ahmad y Taib (2011) verifican cuantitativamente y cualitativamente la eficacia de los procesos de mejoramiento de la imagen odontológica en lo que respecta a contraste automático limitado por histograma y sus resultados son una mejora en la visión subjetiva o cualitativa realizada por profesionales entrenados. Los trabajos de Kim y Lee (2010) evalúan lesiones periodontales y peri-implántales mediante procedimientos de

normalización, extracción de ruido, segmentación y análisis de datos buscando cambios en la morfología ósea detectables automáticamente. Otros autores como Veronese et al. (2013) buscan métodos de ponderación de la pérdida marginal ósea en implantes dentales de más de 15 años de integración con imágenes digitalizadas indirectamente por métodos automáticos. Onchis y Gotia (2014) proponen un mejoramiento de la resolución de la imagen en el momento de la adquisición para facilitar el examen clínico y la interpretación mediante algoritmos que incrementan la resolución a niveles de sub-píxeles.

En ciencias forenses Ravindra et al. (2015) correlacionan la edad con el análisis morfométrico del tamaño pulpar de Incisivos Centrales Superiores mediante técnica digital indirecta con radiografías estandarizadas, técnica del paralelismo y posterior escaneado.

Un apartado especial es la técnica de realización del estudio intraoral, sea con película radiográfica o sensor digital. Tokuyasu et al. (2006) detectaron fallas técnicas crecientes en los estudios realizados en pacientes y proponen un sistema de aprendizaje simulado por computadora para mejorar la técnica de adquisición de la imagen radiográfica.

Sección 6 Filtrado de ruido en Imágenes Radiográficas digitalizadas

Se puede utilizar la maniobra de filtrado para remover algunos tipos de ruido. Los filtros lineales de paso bajo o Gaussianos son apropiados para remoción de ruido electrónico o de escáner. Los filtros adaptativos como el filtro de mediana son muy útiles para remover el ruido de granulado de una fotografía o el ruido térmico. Como cada píxel resulta ser una estimación robusta del promedio de los píxeles de su entorno, las variaciones locales provocadas por la granularidad del film son reducidas por este tipo de filtro. El ruido multiplicativo del tipo Poisson agregado por el sistema de rayos X resulta más difícil de remover, por lo cual resulta apropiado agregar suavizado al filtrado además de reducción local de valores.

Los filtros pueden diseñarse conociendo información sobre el sensor y la señal a filtrar. Los modelos estadísticos para el ruido sugieren diseños óptimos para filtros digitales, siempre y cuando, se cumplan las hipótesis supuestas sobre toda la imagen. Un buen modelo para el problema de limpieza de imágenes consiste en suponer que una imagen es la suma ideal de ruido gaussiano de media nula, independiente de la imagen, autónomo pixel a pixel, e idénticamente distribuido. Una forma de eliminar el ruido gaussiano es con un filtro pasa-bajos como el filtro de desviación σ , con valores grandes de σ se elimina más ruido con la desventaja de producir mayor deformación de la imagen. Existe entonces un compromiso entre la eliminación del ruido y la deformación de la imagen que depende del valor de σ . Los filtros lineales FIR (finite impulse response) son los que generan una restauración en un pixel como combinación lineal finita de valores pesados en un entorno finito de la imagen (Ecuación 2).

$$y[n]=\sum w_k x[n-k] \qquad \text{Ecuación 2}$$

donde $x[n]$ es la imagen a restaurar y w_k son los pesos del filtro. Dichos pesos se calculan una sola vez sobre la imagen para todos los pixeles, por lo cual, si bien son finitos, no son adaptativos.

Para no valerse de modelos preestablecidos como el caso de los filtros FIR, se utilizan filtros adaptativos, en los cuales, los parámetros a filtrar dependen de las características propias de cada imagen. Los filtros adaptativos son más selectivos, comparados con un filtro FIR óptimo calculado sobre toda la imagen, pues preservan mejor los bordes y otros componentes de alta frecuencia de la imagen. Como aspecto negativo se puede citar el mayor costo computacional inherente al procesamiento en la aplicación de estos filtros en frecuencia lo cual se traduce en mayor tiempo de aplicación con igual perfil de Hardware.

Filtro Anisotrópico.

Una forma de resolver este problema es usar un banco de filtros de resolución decreciente (Gaussianos con σ creciente), y aplicarlos sucesivamente a la imagen. Este banco de filtros genera una descomposición llamada espacio de escala.

Perona y Malik (1990) mostraron que este conjunto de filtros es equivalente a resolver la ecuación del calor para la imagen (Ecuación 3)

$$\begin{aligned} \frac{\partial I(x, y, t)}{\partial t} &= \nabla^2 I(x, y, t) \\ I(x, y, 0) &= I_0(x, y) \end{aligned} \quad \text{Ecuación 3}$$

La importancia de este resultado es tanto teórica como práctica; desde este último punto de vista proporciona un potente conjunto de herramientas para implementar el espacio de escala, se trata de todas las herramientas conocidas para la resolución de ecuaciones en derivadas parciales; desde el punto de vista teórico permite un nuevo enfoque del problema que permite encontrar mejores métodos para eliminar ruido. La evolución de una imagen según la ecuación del calor mejorará su aspecto porque la temperatura de un cuerpo tiende a uniformizarse por lo que la evolución según la ecuación del calor tenderá a uniformizar la imagen, no obstante, si dejamos que la ecuación itere hasta tiempo infinito terminaremos con una imagen muy poco interesante. La solución exacta de esta ecuación no es en general la imagen verdadera, el trabajo de Perona y Malik (1990) consistió en buscar ecuaciones de calor en las que manipulando el coeficiente de conducción se pueda obtener mejores resultados, esto es, en las cuales la difusión de calor se detenga en los bordes de la imagen evitando su destrucción.

El objetivo de la ecuación de Perona-Malik es lograr que la imagen se suavice dentro de las regiones delimitadas por bordes y no lo haga a través de ellos. Si se agrega un coeficiente de conducción variable g en

la ecuación del calor el problema será resuelto si el coeficiente de conducción g vale uno dentro de las mencionadas regiones y cero en los bordes. (Ecuación 4)

$$\frac{\partial I}{\partial t} = \nabla \cdot (g \nabla I) \quad \text{Ecuación 4}$$

Para cumplir este objetivo se necesita un detector de bordes. Una elección razonable para este detector de bordes es: $\|\nabla I\|$ cuyo valor tiende a infinito al acercarnos a un borde perfecto. (Ecuación 5)

$$\frac{\partial I}{\partial t} = \nabla \cdot (g(\|\nabla I\|) \nabla I) \quad \text{Ecuación 5}$$

La función g debe elegirse de modo que valga cero donde el gradiente es grande y difunda completamente cuando el gradiente es bajo, es decir: $g(\mathbf{x}) \rightarrow 0$ cuando $\mathbf{x} \rightarrow \infty$ y $g(\mathbf{x}) \rightarrow 1$ cuando $\mathbf{x} \rightarrow 0$.

De hecho, es la ecuación de Perona-Malik, cuyos resultados son superiores a los que se obtienen de la ecuación del calor.

Dos posibles elecciones para la función g son (Ecuación 6):

$$g(\|\nabla I\|) = \frac{1}{1 + \frac{\|\nabla I\|^2}{2\sigma^2}}, \quad g(\|\nabla I\|) = \exp\left(-\frac{\|\nabla I\|^2}{2\sigma^2}\right) \quad \text{Ecuación 6}$$

Mediante la ecuación 7 Perona y Malik (1990) sugieren la siguiente discretización de la ecuación de difusión anisotrópica (Ecuación 7).

$$I_{ij}^{n+1} = I_{ij}^n + \gamma (c_N D_N I + c_S D_S I + c_E D_E I + c_O D_O I)_{ij}^n \quad \text{Ecuación 7}$$

donde D_N , D_S , D_E , y D_O son los operadores de derivadas direccionales, que son calculados como (Ecuación 8).

$$D_N I_{ij} = I_{i1,j} - I_{ij}, \quad D_S I_{ij} = I_{i+1,j} - I_{ij}, \quad D_E I_{ij} = I_{i,j+1} - I_{ij}, \quad D_O I_{ij} = I_{i,j-1} - I_{ij} \quad \text{Ecuación 8}$$

y los coeficientes c_N , c_S , c_E , y c_O son los valores de la función g evaluados en la correspondiente derivada direccional (Ecuación 9).

$$c_{Nij} = g(D_N I^{n_{ij}}), \quad c_{Sij} = g(D_S I^{n_{ij}}), \quad c_{Eij} = g(D_E I^{n_{ij}}), \quad c_{Oij} = g(I^{n_{ij}}). \quad \text{Ecuación 9}$$

Estos coeficientes pueden interpretarse como coeficientes de conducción de la ecuación del calor. Para que esta ecuación sea estable se debe elegir 1 entre 0 y 1/4 como se deduce de aplicar el criterio de Von Neumann.

La implementación en código Matlab será la siguiente y su resultado la Imagen de la Figura 7.

```
diff_im = im2double(g);
Distancias al Pixel Central
dx = 1;
dy = 1;
dd = sqrt(2);
Mascaras de Convolution 2 D - Diferencias finitas.
hN = [0 1 0; 0 -1 0; 0 0 0];
hS = [0 0 0; 0 -1 0; 0 1 0];
hE = [0 0 0; 0 -1 1; 0 0 0];
hW = [0 0 0; 1 -1 0; 0 0 0];
hNE = [0 0 1; 0 -1 0; 0 0 0];
hSE = [0 0 0; 0 -1 0; 0 0 1];
hSW = [0 0 0; 0 -1 0; 1 0 0];
hNW = [1 0 0; 0 -1 0; 0 0 0];
Diffusion Anisotrópica
for t = 1:num_iter
    [imfilter(...,'conv') can be replaced by conv2(...,'same')]
    nablaN = imfilter(diff_im,hN,'conv');
    nablaS = imfilter(diff_im,hS,'conv');
    nablaW = imfilter(diff_im,hW,'conv');
    nablaE = imfilter(diff_im,hE,'conv');
    nablaNE = imfilter(diff_im,hNE,'conv');
    nablaSE = imfilter(diff_im,hSE,'conv');
    nablaSW = imfilter(diff_im,hSW,'conv');
    nablaNW = imfilter(diff_im,hNW,'conv');
    Función de Difusión
    if option == 1
        cN = exp(-(nablaN/kappa).^2);
        cS = exp(-(nablaS/kappa).^2);
        cW = exp(-(nablaW/kappa).^2);
```

```

cE = exp(-(nablaE/kappa).^2);
cNE = exp(-(nablaNE/kappa).^2);
cSE = exp(-(nablaSE/kappa).^2);
cSW = exp(-(nablaSW/kappa).^2);
cNW = exp(-(nablaNW/kappa).^2);
elseif option == 2
cN = 1./(1 + (nablaN/kappa).^2);
    cS = 1./(1 + (nablaS/kappa).^2);
cW = 1./(1 + (nablaW/kappa).^2);
cE = 1./(1 + (nablaE/kappa).^2);
cNE = 1./(1 + (nablaNE/kappa).^2);
cSE = 1./(1 + (nablaSE/kappa).^2);
cSW = 1./(1 + (nablaSW/kappa).^2);
cNW = 1./(1 + (nablaNW/kappa).^2);
end
Solución PDE Discreta.
diff_im = diff_im + ...
    delta_t*(...
    (1/(dy^2))*cN.*nablaN + (1/(dy^2))*cS.*nablaS + ...
    (1/(dx^2))*cW.*nablaW + (1/(dx^2))*cE.*nablaE + ...
    (1/(dd^2))*cNE.*nablaNE + (1/(dd^2))*cSE.*nablaSE + ...
    (1/(dd^2))*cSW.*nablaSW + (1/(dd^2))*cNW.*nablaNW );
End

```

(Matlab Code)

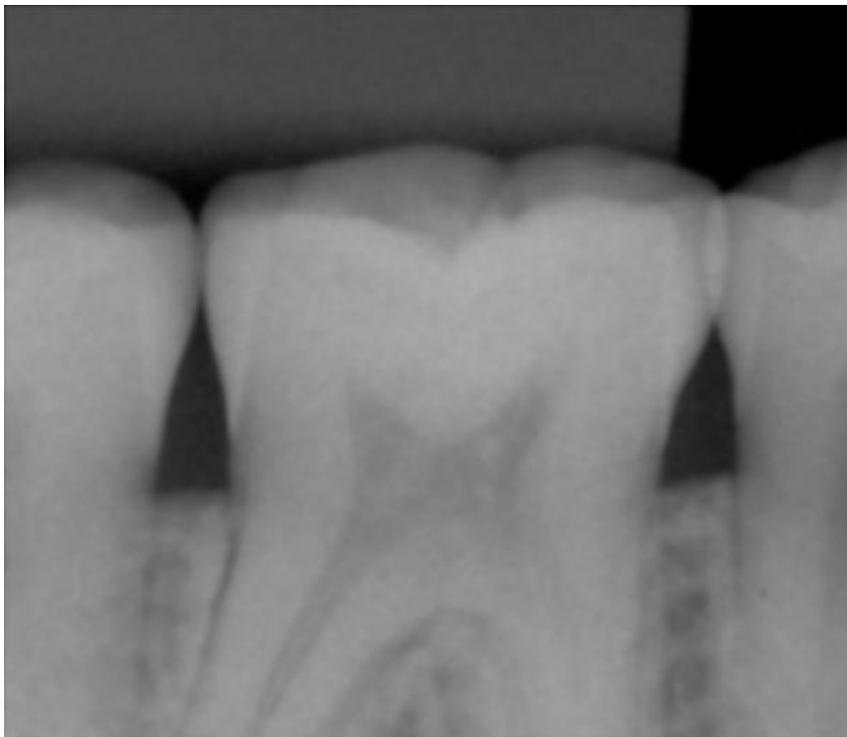


Figura 7. Imagen de un primer molar inferior procesada con filtro Anisotrópico

Filtro de Mediana.

El filtro de mediana es un filtro adaptativo no lineal que se basa en estadística robusta a la contaminación aditiva Gaussiana. Se obtienen muy buenos resultados cuando se supone que la fuente del ruido aleatorio es el ruido térmico del sistema digitalizador o el ruido de transmisión. Los píxeles de la imagen filtrada, a los cuales se encuentra asociado un nivel de brillo, se generan calculando la mediana del conjunto de píxeles del entorno o vecindad del punto correspondiente a la imagen origen. La mediana de un conjunto de valores es aquella en la que la mitad de los valores en el conjunto son menores o iguales y la otra mitad es mayor o igual. Los valores utilizados típicamente son de una vecindad de matriz de 3 x 3 en el cual el valor a reemplazar es el centro de la matriz con la mediana de los valores circundantes. Como resultado se obtiene la homogeneización de los valores de los puntos de brillo con intensidad muy diferente con respecto a sus vecinos por lo cual el uso excesivo de este filtro produce un borrono de estructuras de la imagen provocando la pérdida de nitidez de los bordes muy contrastantes (Figura 8).

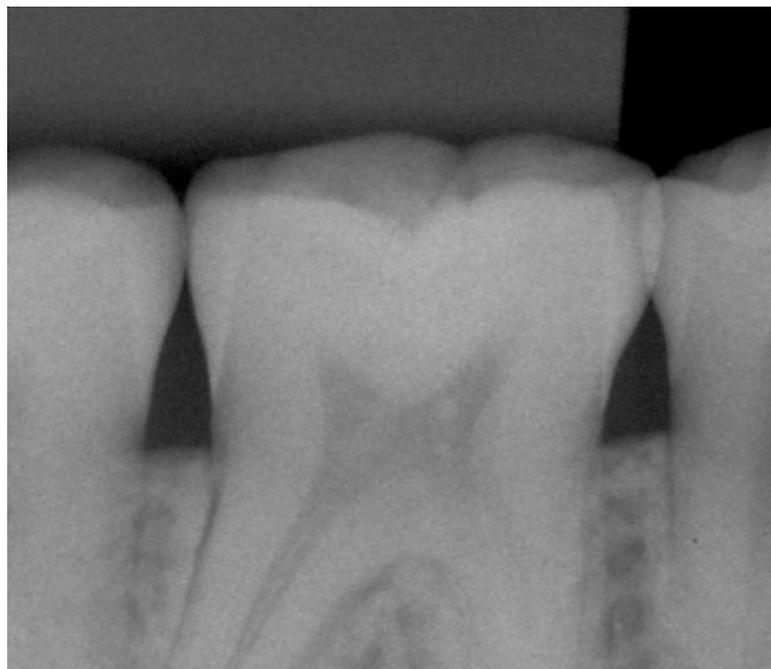


Figura 8. Imagen de un primer molar inferior procesada con el filtro de mediana 3x3

Filtro de Wiener.

El filtro de Wiener óptimo resuelve el problema de cómo diseñar un filtro lineal FIR cuya salida $y[n]$ se aproxime a una señal deseada teórica conocida $d[n]$ mediante una formulación estocástica, minimizando el error cuadrático medio (MSE) entre la señal deseada $d[n]$ y la salida del filtro (Ecuación 10).

$$y[n]=w^T x[n]. \quad \text{Ecuación 10}$$

El filtro óptimo se calcula resolviendo las ecuaciones normales derivadas que solo necesitan conocimiento sobre los estadísticos de segundo orden. Dicha solución puede calcularse en forma iterativa por algoritmos de descenso por el gradiente. Este filtro necesita conocimiento sobre la señal teórica $d[n]$ para ser calculado, y es un filtro global óptimo para estas hipótesis.

Filtro de suavizado adaptativo o Wiener adaptativo

Este filtro se basa en la particularización del diseño del filtro de Wiener al modelo de ruido aditivo para las imágenes a filtrar (Ecuación 11), esto es, imágenes en escala de grises afectadas con ruido de tipo impulsivo b (blur), más una degradación de tipo Gaussiana $v[n]$ con media cero y varianza σ_v^2 .

$$x[n]=b*d[n]+v[n]. \quad \text{Ecuación 11}$$

Para este modelo, el filtro de Wiener tiene coeficientes dados por (Ecuación 12).

$$w=(C_d+C_v)^{-1}r_d \quad \text{Ecuación 12}$$

dependientes de los estadísticos de segundo orden de las señales d y v , que son muy difíciles de estimar de los datos. Lim describe una aproximación en un entorno pequeño de cada pixel, en donde se sigue

suponiendo el ruido $v[n]$ como un ruido blanco con media cero y varianza σ_v pero la imagen verdadera $d[n]$ se modela con la ecuación 13.

$$d[n]=d^*+ \sigma_d u[n] \quad \text{Ecuación 13}$$

donde d^* es la esperanza en el entorno, σ_d la desviación estándar en el entorno y $u[n]$ ruido blanco con media cero y varianza 1. Para este modelo simplificado la salida del filtro de Wiener está dada en la ecuación 14.

$$y[n]= d^*+w (x[n]-d^*)$$

Ecuación 14

con $w= \sigma_d^2 / (\sigma_d^2 + \sigma_v^2)$.

Reemplazando por los estadísticos locales a partir de la imagen degradada $x[n]$, y usando que $\sigma_d^2 = \sigma_x^2 - \sigma_v^2$, resulta la ecuación 15.

$$y[n]= x^*+ ((\sigma_x^2 - \sigma_v^2) / \sigma_x^2) \cdot (x[n]-x^*). \quad \text{Ecuación 15}$$

La versión adaptativa del filtro de Wiener actualiza el coeficiente del filtro en cada observación $x[n]$ (operan muestra a muestra), estimando la media local $d^* \sim x^*$ y la varianza muestral σ_x^{2*} alrededor de cada píxel de acuerdo al tamaño de la vecindad solicitada y con estos estimativos crea los parámetros del ruido donde la varianza al cuadrado σ_v^{2*} es la varianza estimada del ruido en la imagen.

Kuan *et al* (1987) muestra que esta versión adaptativa del filtro de Wiener es la mejor aproximación lineal aun en el caso en que el ruido $v[n]$ es dependiente de la señal, siempre cuando su esperanza condicional dado la señal sea cero.

La implementación en código Matlab será la siguiente y su resultado la Imagen de la Figura 9.

```

g = im2double(g);
nhood = [3 3];
Estimador media local
localMean = filter2(ones(nhood), g) / prod(nhood);
Estimador varianza local
localVar = filter2(ones(nhood), g.^2) / prod(nhood) - localMean.^2;
Estimadora varianza local del ruido
noise = mean2(localVar);
f = localMean + (max(0, localVar - noise) / ...
    max(localVar, noise)) .* (g - localMean);

```

(MatLab Code)

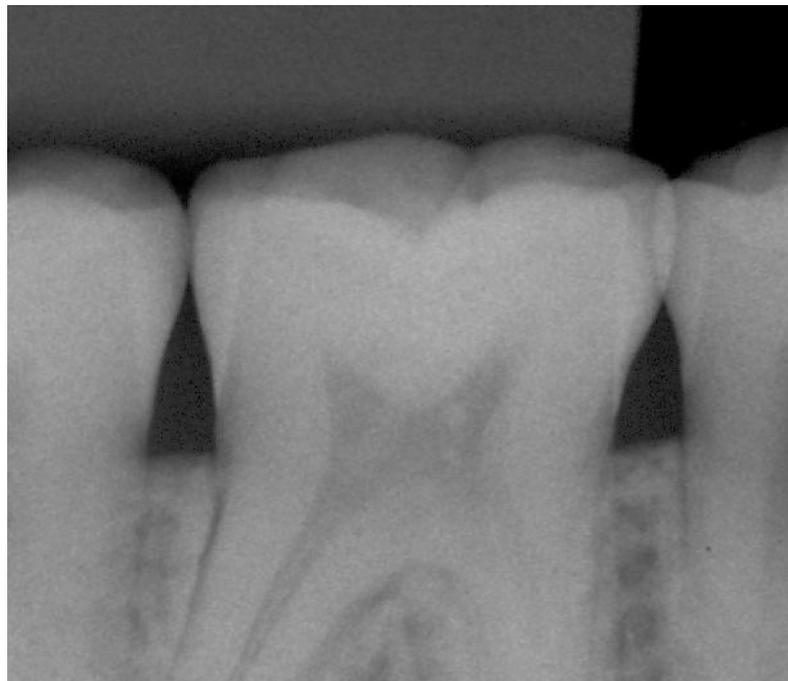


Figura 9 Imagen de primer molar inferior procesada con el filtro de Wiener adaptativo 3x3

Filtro de Lee

El ruido speckle y el ruido Poisson se desvían del modelo clásico en el que se supone que el ruido es Gaussiano e independiente de la señal y adicionado al verdadero valor de nivel de gris. El ruido speckle es multiplicativo y no Gaussiano (en los formatos intensidad y amplitud) y dificulta la interpretación de las imágenes porque el “efecto de sal y pimienta” degenera la información. El ruido Poisson es un ruido

multiplicativo con distribución Poisson sobre los niveles de gris de la imagen. Algunos filtros específicos para ese tipo de ruido, como el Filtro de Lee consideran la siguiente aproximación aditiva con ruido independiente de la señal (Ecuación 16).

$$x[n]=v*d[n]+d*(v[n]-v^*) \quad \text{Ecuación 16}$$

obtenida minimizando el criterio de MSE aplicado al modelo lineal desde el modelo multiplicativo. La restauración se realiza usando la fórmula del filtro de Wiener adaptativo (Ecuación 17).

$$y[n]= d^*+w (x[n]-d*v^*) \quad \text{Ecuación 17}$$

y el coeficiente óptimo según el criterio de MSE resulta la ecuación 18.

$$w[n] = v^*\sigma_d^2 / (v^{*2} \sigma_d^2 + d^{*2} \sigma_v^2) \quad \text{Ecuación 18}$$

Si se supone $v^* = 1$, resulta (Ecuación 19).

$$w[n] = \sigma_d^2 / (\sigma_d^2 + d^{*2} \sigma_v^2) \quad \text{Ecuación 19}$$

con varianza (Ecuación 20).

$$\sigma_d^2 = ((\sigma_x^2 + d^{*2}) / (\sigma_v^2 + 1)) - d^{*2} \quad \text{Ecuación 20}$$

La media y varianza de la imagen se estiman por la media y varianza muestrales de la imagen degradada dentro de la ventana de trabajo. La varianza del ruido σ_v^2 se estima como la media de todas las varianzas locales. La implementación en código Matlab será la siguiente y su resultado la Imagen de la Figura 10.

```
g = im2double(g);
nhood=[3 3];
Estimador media local
localMean = filter2(ones(nhood), g) / prod(nhood);
```

Estimador varianza local

```
localVar = filter2(ones(nhood), g.^2) / prod(nhood) - localMean.^2;
```

Estimadora varianza local del ruido

```
noise = mean2(localVar);
```

Estimador varianza local señal bajo ruido multiplicativo

```
sx2 = ((localVar + localMean.^2) ./ ...  
      (max(localVar, noise)+1)) - localMean.^2;
```

```
f = localMean + sx2 ./ ...
```

```
(sx2 + localMean.^2.*noise)).* (g - localMean);
```

(Matlab Code)

Figura 10. Imagen de primer molar inferior procesada con el filtro de Lee 3x3

Búsqueda de Bordes Algoritmo de Canny

Se desarrolló en la Universidad de Berkeley como tesis de maestría del Ingeniero John Canny en 1986, siendo un algoritmo de varias fases para la detección de bordes. Su principal objetivo era conseguir un detector óptimo que cumpliera las siguientes condiciones.

- Marcar tantos bordes reales como sea posible.
- Establecer una buena localización.
- No provocar falsos bordes.
- Mínima respuesta

El operador de Canny presenta una secuencia de 4 etapas.

- 1) Obtención del gradiente
- 2) Supresión no máxima al resultado del gradiente.

- 3) Histéresis de umbral a la supresión no máxima.
- 4) Cierre de contornos abiertos.

Se busca continuidad en el borde mediante un método de cierre de contornos, por ej. el algoritmo de Deriche y Cocquerez. El filtro de Canny demuestra en imágenes radiológicas odontológicas gran versatilidad siendo de gran utilidad en los casos que se quiera determinar con gran precisión los contornos externos de una figura facilitando la obtención de puntos de medición. El uso de este proceso determina visualmente la cantidad de modificaciones en valores pixel que producen los algoritmos utilizados. Como método de corroboración en las Figuras 11, 12, 13, 14, 15 observamos la interacción del Algoritmo de Canny utilizando el mismo nivel de umbralización con los filtros reductores de ruido de la Imagen radiográfica digitalizada.

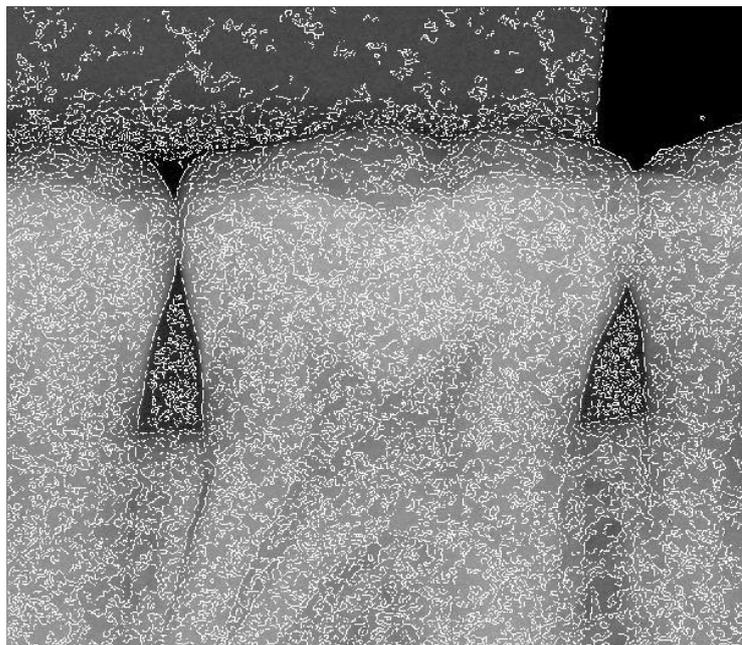


Figura 11 Imagen Original de primer molar inferior procesada con Algoritmo de Canny

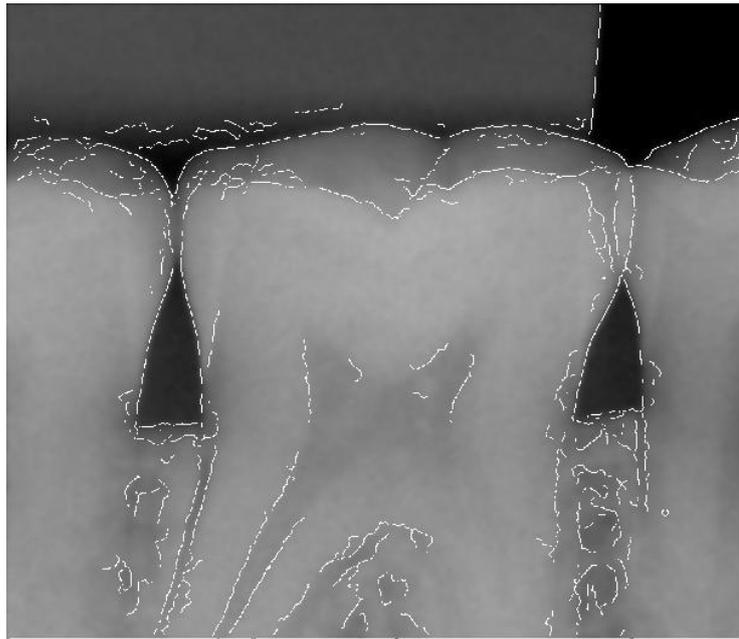


Figura 12 Imagen de primer molar inferior procesada con filtro Anisotrópico y algoritmo de Canny

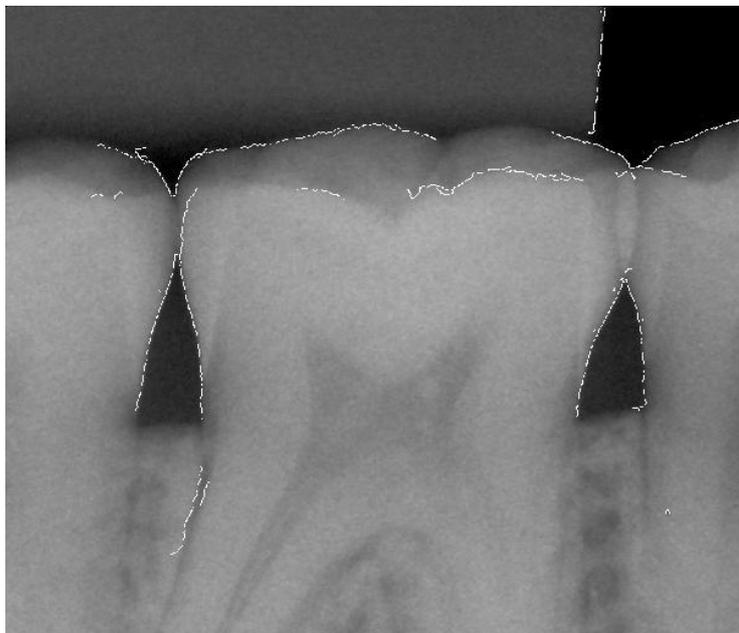


Figura 13 Imagen de primer molar inferior procesada con filtro de Mediana y algoritmo de Canny

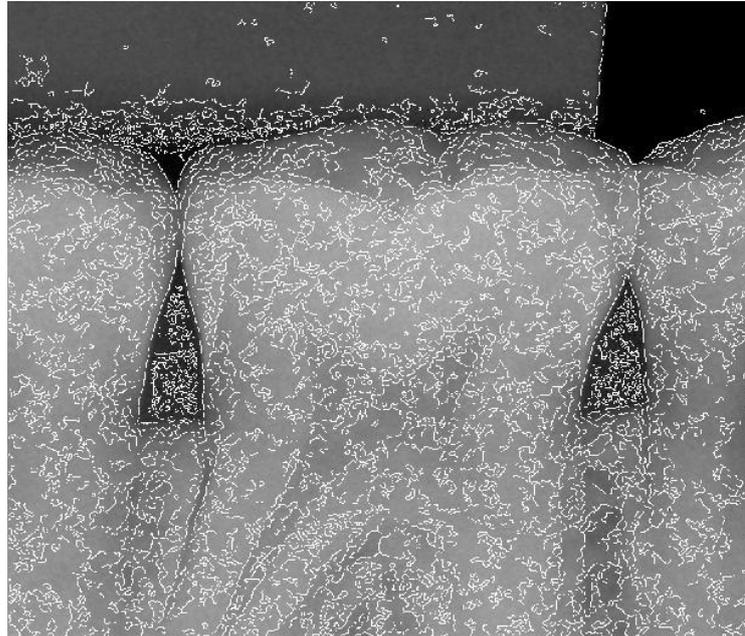


Figura 14 Imagen de primer molar inferior procesada con filtro de Wiener y algoritmo de Canny

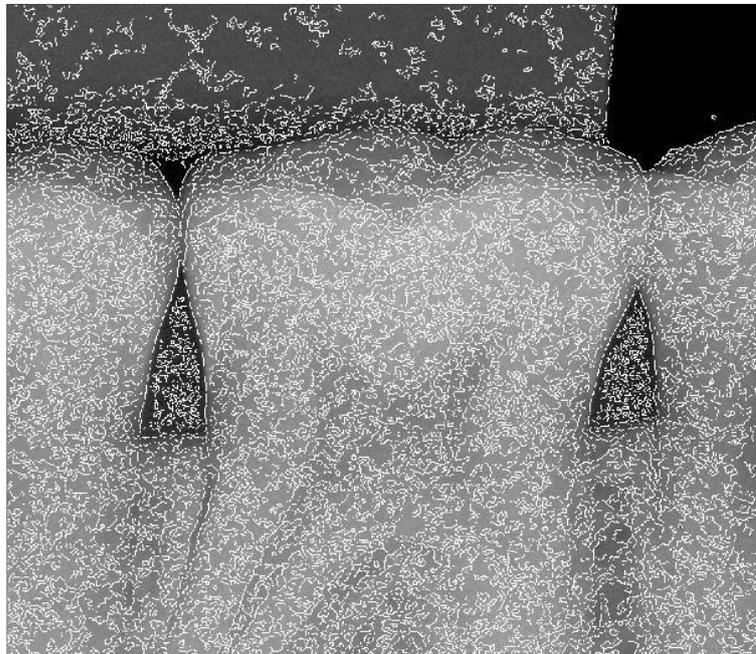


Figura 12 Imagen de primer molar inferior procesada con filtro de Lee y algoritmo de Canny

Sección 7 Mediciones en imágenes digitales

Una vez digitalizada una imagen, representada por un arreglo de números (matriz), cuyos elementos (píxeles), se correlacionan unívocamente a puntos de la imagen física real, i.e. la matriz de la imagen es una representación única e inequívoca de la discretización de la imagen física real. Por lo tanto, la representación matricial de imágenes resulta particularmente oportuna para la cuantificación de cualquier observable físico que se manifieste en la imagen física real (González y Woods, 2008).

Si lo llevamos a la práctica, determinar la distancia entre 2 puntos resulta equivalente a calcular la distancia entre 2 elementos de la matriz obtenida por el muestreo del escáner. Con la finalidad de optimizar la práctica se debe limitar el área de escaneado para aumentar la discretización (resolución) y lograr una mejor representación de la imagen física real, es decir disminuir el tamaño de los elementos de la matriz (píxeles) sin sobrecargar la información que debe procesar el ordenador. Esto significa disminuir el tamaño del píxel o aumentar la cantidad de elementos de imagen por unidad de medida

Para convalidar mediciones métricas decimales y lograr el cálculo de la distancia entre 2 puntos cualesquiera de la imagen se tienen en cuenta expresiones matemáticas como la ecuación 21.

$$D = \sqrt{(i_1 - i_2)^2 + (j_1 - j_2)^2} \quad \text{Ecuación 21}$$

Donde (i,j) representa la entrada de la matriz correspondiente a la imagen, de aquí puede derivarse de manera inmediata la ecuación 22, la longitud física (L), medida en unidades de distancia, por medio del factor de escala distancia-píxel (F).

$$L = F \cdot D \quad \text{Ecuación 22}$$

En la Figura 16 aplicaremos sobre un triángulo rectángulo deseando conocer el lado C o hipotenusa

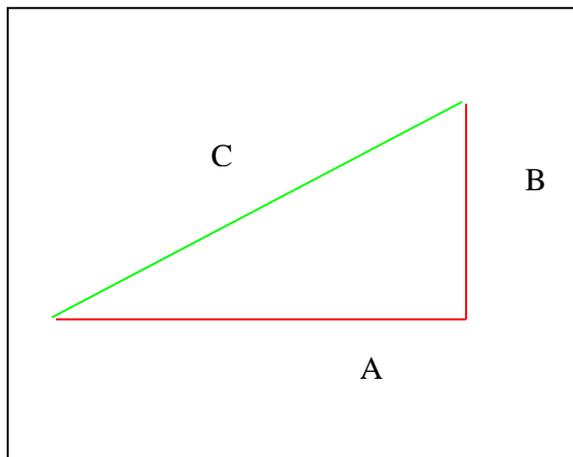


Figura 16. Triangulo Rectángulo

La distancia entre 2 puntos o hipotenusa es igual a la raíz cuadrada de la suma de distancia al cuadrado entre los catetos de un triángulo rectángulo. El valor C es igual a la raíz cuadrada de la suma de A al cuadrado y B al cuadrado, siendo A conocido y B conocido en este caso por el cálculo de cantidad de píxeles.

El estudio, definición y puesta a punto de procesos de análisis de imágenes para la caracterización y cuantificación de observables físicos (medición) es un procedimiento absolutamente convalidado (Flesia y Flesia, 2011; Canny, 1986) y actualmente implementado en diversas áreas del conocimiento, e.g. Harandi (2011) usan algoritmos de búsqueda de bordes, siendo el algoritmo de Canny el más efectivo, segmentación previo procesamiento para eliminar ruido con la finalidad de medir la longitud del conducto radicular de los elementos dentarios de manera automática. Otsu (1979) publicó un método para generar mejoras automáticas en imágenes mediante el histograma en escala de grises. Dicho método fue citado por Zhang (2008) en un estudio de imágenes renales usando programación en entorno MATLAB para

remover ruido de las imágenes y medir posibles patologías.

El procedimiento integral del análisis de imágenes para caracterización y/o cuantización de un observable físico puede resumirse al siguiente esquema simplificado:

- Caracterización del sistema de adquisición de imágenes (escáner: sensor): Estudio de reproducibilidad, estabilidad, efecto de factores externos, calidad global de la imagen obtenida, etc. Correlación con espacio físico real. Definición de un protocolo de adquisición.
- Digitalización de las imágenes. Estudio de la correlación entre el objeto físico y la representación univoca como arreglos de números (matriz). Caracterización del proceso de digitalización: estudio de magnificaciones, conversión escala de píxeles a escala de longitudes, formato de almacenamiento, resolución, etc. Definición de un protocolo de digitalización.
- Procesos matemáticos de análisis de imágenes para extracción de información necesaria: Comprensión del “espacio de representación” (espacio matemático de los arreglos de números que representan a las imágenes), aplicación de diferentes técnicas estándar de tratamiento de imágenes como suavizado, selección de región de interés, rotaciones, descompresión, etc., para optimizar el análisis. Establecimiento de los algoritmos oportunos para extraer información del observable de interés, como los procesos de resaltado de bordes que optimizan la determinación de interfaces, dado que se pretende determinar distancias en piezas dentarias, que como objetos de imagen resultan de gran contraste respecto del fondo (Lim,1990; Parker, 1997; Rice,1995).
- Comparación con métodos alternativos e independientes para chequear y convalidar los procedimientos propuestos. Caracterización del sistema de análisis.
- Desarrollo de un toolbox original con interfaz de usuario para automatizar el proceso integral de análisis establecido en los pasos anteriores.

Sección 8 Comparación de k poblaciones

Consideraciones generales

Supongamos que deseamos evaluar la veracidad de la afirmación de que k (mayor o igual a 2) muestras aleatorias proceden de una misma población. Esta afirmación puede estudiarse observando la veracidad de que un factor que subdivide la población de origen incida de forma significativa sobre el valor central de la población. Van Belle y Kerr (2012) proponen como rutina general realizar análisis paramétricos y no paramétricos y si las conclusiones divergen investigar el motivo. En general estos procedimientos se definen para decidir si las diferencias numéricas obtenidas al comparar los tratamientos son suficientemente grandes para que no sea su única causa atribuible al azar.

Los contrastes (llamados también pruebas o test) de diferencia de poblaciones difieren principalmente en el diseño de recolección de los datos. Dependiendo de cómo se construyen las muestras podemos clasificar el experimento en dos clases

- Muestras apareadas: Cuando para cada observación en un grupo tenemos una observación asociada en los otros grupos. Usualmente un mismo individuo genera todas las observaciones a través de los grupos.
- Muestras independientes: Cuando puede suponerse que los individuos de un grupo de tratamiento han sido seleccionados independientemente de los individuos de los otros grupos.

En trabajos de medición sobre imágenes radiológicas se suele realizar diseños de más de dos factores, uno por aparato de medición, otro por tipo de digitalización y en algunos casos, operador de medición (Navarro et al. 2013; Cattaneo et al. 2008; Bruntz et al. 2006). Diseños complejos como estos precisan una gran cantidad de mediciones para lograr estimar todos los efectos de interacción, por lo cual, en estudios de menos de 30 pacientes, se suelen reportar test de dos poblaciones

(Herrera Arrieta et al. 2010; Rosa et al. 2000; Ramírez-Huerta et al. 2015), en el mejor caso apareados. A continuación, expondremos las objeciones a la realización de test ANOVA descartando el diseño apareado, resaltando las posibles consecuencias de no corregir los estadísticos por la variabilidad entre los elementos dentales.

Contrastes "sombrilla"

La siguiente tabla enumera los contrastes de hipótesis paramétricos y no paramétricos correspondientes a los diferentes diseños de recolección de datos. Si se consideran más de dos poblaciones, el rechazo de un test "sombrilla" permite considerar significativo que alguna población sea diferente, pero no indica cual es; sin embargo, es esencial realizar este paso para poder considerar simultáneamente la evidencia a favor o en contra de la hipótesis nula compuesta de declaraciones sobre más de una población. Para realizar ese estudio posterior al rechazo de igualdad de poblaciones deben hacerse comparaciones simultáneas.

Los test más comunes para contrastar hipótesis "sombrilla" expresados en la tabla 1.

Tipo de diseño	Test Paramétrico	Test no paramétrico
k muestras independientes	ANOVA de un factor	Test de Kruskal-Wallis
Diseño en bloques aleatorios - k muestras apareadas	ANOVA con bloques	Chi cuadrado de Friedman

Tabla 1 Test de Hipótesis "Sombrilla".

Comparaciones simultáneas

Si el test F de la tabla ANOVA, el test de Kruskal Wallis o el test de Friedman indican rechazo de la hipótesis nula de igualdad de las medias (o rangos) de los niveles, es importante establecer la hipótesis alternativa adecuada. Esto es, decidir cuáles de las poblaciones son en verdad diferentes y, para ello, son de gran utilidad los contrastes múltiples, esto

es, la realización de test de dos poblaciones tomando los niveles del factor de a dos (Tabla 2)

Tipo de diseño	Test Paramétrico	Test no paramétrico
Dos muestras apareadas	Test t una muestra	Test del signo de rangos de Wilcoxon
Dos muestras independientes	Test t para muestras independientes	Test de suma de rangos de Wilcoxon

Tabla 2 Contrastes Múltiples Test de 2 Poblaciones

El número de comparaciones puede ser muy grande lo cual implica que la probabilidad de que *alguna* comparación individual resulte significativa puede ser erróneamente muy grande, y debe tomarse alguna medida para acotar el error de tipo I, esto es, el error de considerar válida que las poblaciones sean diferentes cuando en realidad no lo son.

De acuerdo al diseño del experimento, las comparaciones se realizan usando el test t para muestras independientes de poblaciones normales, el test t para muestras normales apareadas o el test del signo del rango de Wilcoxon, el test no paramétrico apareado que busca diferencias entre tratamientos aplicados al mismo sujeto.

Cuando tenemos una población control y nos interesan solamente las comparaciones con dicha población, conviene aplicar el ajuste de Bonferroni al valor del nivel del test dado que no resulta muy restrictiva.

Los pasos son los siguientes

- Decidir un nivel de significación, por ejemplo, $\alpha=0,05$ y dividirlo por el número C de comparaciones que se están haciendo.
- Si el P-valor del test es menor que α/C , entonces para esa comparación la diferencia es significativa con nivel α .

Sección 9 Métodos basados en la distribución normal

Prueba t de diferencia de dos poblaciones normales independientes

En los contrastes con muestras independientes, la hipótesis nula es que los valores obtenidos en una y otra muestra son similares frente a la hipótesis alternativa de que son diferentes. El valor obtenido en la significación nos permite decidir si se rechaza o no la hipótesis nula.

Esta prueba tiene su aplicación más típica cuando las unidades estadísticas que definen a ambas muestras que están siendo comparadas no se superponen (Ecuación 23).

$$\begin{aligned} H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu \\ H_a : \mu_1 \neq \mu_2 \end{aligned} \quad \text{Ecuación 23}$$

Como μ es desconocida, las hipótesis se traducen en diferencia de medias nula contra diferencia significativamente distinta de cero (Ecuación 24)

$$\begin{aligned} H_0 : \alpha = 0 \\ H_a : \alpha \neq 0 \end{aligned} \quad \text{Ecuación 24}$$

El estadístico de test es (Ecuación 25)

$$T = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}} \quad \text{Ecuación 25}$$

y para tener distribución t de student con $n_1 + n_2 - 2$ grados de libertad requiere el cumplimiento los siguientes supuestos:

- Las poblaciones (distribuciones de probabilidad de la variable dependiente correspondiente a cada factor) son normales.
- Las 2 muestras sobre las que se aplican los tratamientos son independientes.
- Las poblaciones tienen todas igual varianza (homocedasticidad).

La hipótesis de igualdad de varianzas puede levantarse cambiando los grados de libertad de la distribución, siempre que los tamaños de muestra sean similares y grandes o aproximadamente normales. La hipótesis de independencia de las poblaciones es imposible de levantar, el diseño del test debe ser diferente.

El siguiente comando de Matlab® para test T de 2 poblaciones y su explicación.

`h = ttest2(x,y)`

(MatLab Code)

returns a test decision for the null hypothesis that the data in vectors x and y comes from independent random samples from normal distributions with equal means and equal but unknown variances, using the two-sample t-test. The alternative hypothesis is that the data in x and y comes from populations with unequal means. The result h is 1 if the test rejects the null hypothesis at the 5% significance level, and 0 otherwise.

Prueba t de diferencia de dos poblaciones normales apareadas

En las pruebas con muestras apareadas la hipótesis nula es que el tratamiento no presenta efecto frente a la hipótesis alternativa de que si hay diferencia. Los contrastes se realizan calculando las diferencias existentes entre cada observación de un grupo y la observación asociada en el segundo grupo. Si las mencionadas diferencias tienen una distribución normal o si la muestra es grande, la hipótesis nula es equivalente a estudiar si las diferencias $W=X_1-X_2$ son aproximadamente normales con media cero (Ecuación 26).

$$\begin{aligned} H_0 : \mu_w &= 0 \\ H_a : \mu_w &\neq 0 \end{aligned} \quad \text{Ecuación 26}$$

Si al calcular el promedio muestral de las diferencias W el valor obtenido no es consistente con una posible media cero se rechaza la hipótesis nula. El estadístico (Ecuación 27)

$$T = \sqrt{n} \frac{\bar{W}}{s_w} \quad \text{Ecuación 27}$$

tiene distribución t de student con $n/1$ grados de libertad.

El siguiente comando de Matlab® para test T y su explicación.

[h,p] = ttest(x,y)

(MatLab Code)

returns a test decision for the null hypothesis that the data in x – y comes from a normal distribution with mean equal to zero and unknown variance, using the paired-sample *t*-test.

Prueba ANOVA de diferencia de k poblaciones independientes

El procedimiento llamado análisis de la varianza (ANOVA) permite contrastar la hipótesis nula de que las medias de *k* poblaciones ($k > 2$) son iguales, frente a la hipótesis alternativa de que por lo menos una de las poblaciones difiere de las demás en cuanto a su valor esperado, Rice (1995). Este es el test sombrija necesario para estudiar varias poblaciones al mismo tiempo. Luego de obtener un rechazo a la hipótesis de igualdad de poblaciones, debe hacerse test *t* de dos poblaciones tomando las *k* poblaciones de a dos, para decidir cuáles son las poblaciones que son efectivamente diferentes.

Hipótesis básicas del modelo

Este contraste es fundamental en el análisis de resultados experimentales, en los que interesa comparar los resultados de *k* 'tratamientos' o 'nivel del factor' con respecto a la variable dependiente o de interés (Ecuación 28).

$$\begin{aligned} H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k = \mu \\ H_a : \exists \mu_j \neq \mu \quad j : 1, \dots, k \end{aligned} \quad \text{Ecuación 28}$$

El modelo suele escribirse en función de los errores,

$$\varepsilon_{ij} = X_{ij} - (\mu + \alpha_j) \quad i = 1, \dots, n_j \quad j : 1, \dots, k \quad \text{Ecuación 29}$$

y como μ es desconocida, las hipótesis se traducen en diferencias nulas contra diferencias significativas. (Ecuación 30, Figuras 17, 18.)

$$\begin{aligned} H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_k = 0 \\ H_a : \exists \alpha_j \neq 0 \quad j : 1, \dots, k \end{aligned} \quad \text{Ecuación 30}$$

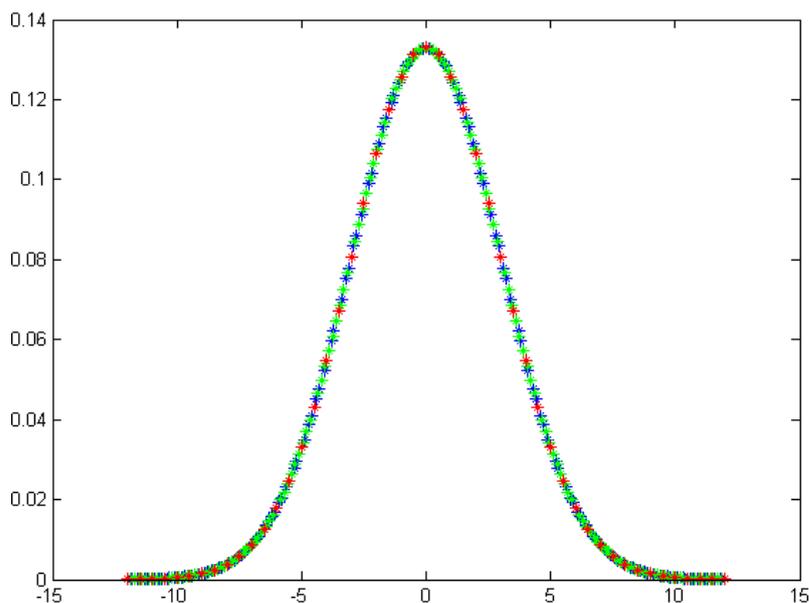


Figura 17 Hipótesis Nula: poblaciones iguales

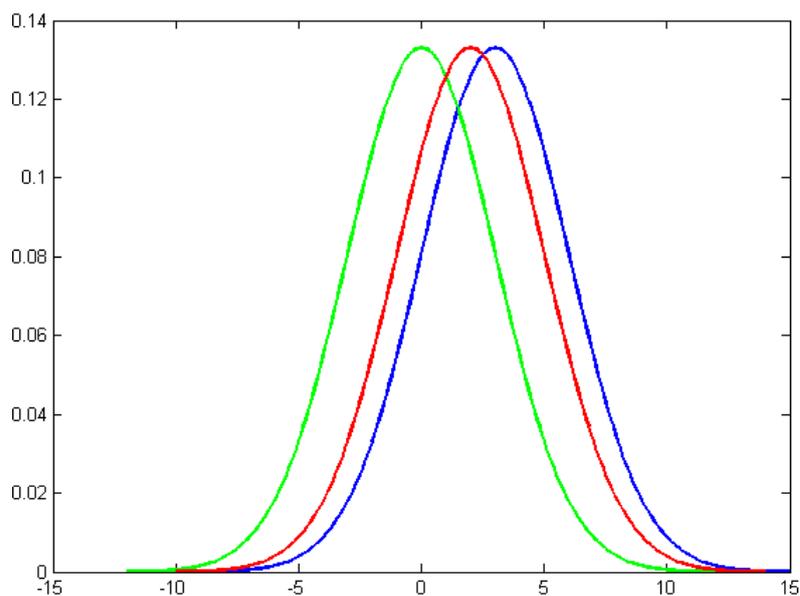


Figura 18 Hipótesis Alternativa: alguna población diferente

El ANOVA requiere el cumplimiento los siguientes supuestos:

- Las poblaciones (distribuciones de probabilidad de la variable dependiente correspondiente a cada factor) son normales.
- Las k muestras sobre las que se aplican los tratamientos son independientes.

- Las poblaciones tienen todas igual varianza (homocedasticidad).

Dados que los errores del modelo son desconocidos, las hipótesis anteriores pueden y deben chequearse a partir de los residuos estandarizados (Ecuación 31).

$$r_{ij} = \frac{(x_{ij} - \bar{x}_i)}{\hat{s}_R} \quad i=1, \dots, n_j \quad j:1, \dots, k \quad \text{Ecuación 31}$$

Definición de la prueba

El ANOVA se basa en la descomposición en dos partes de la variación total de los datos con respecto a la media global, llamada suma de cuadrados totales (SCT). La SCT bajo el supuesto de que H_0 es cierta es una estimación de σ^2 obtenida a partir de toda la información muestral. Las partes que dividen la SCT son

- la variación dentro de las muestras (SCD) o intra-grupos, que cuantifica la dispersión de los valores de cada muestra con respecto a sus correspondientes medias.
- la variación entre muestras (SCE) o inter-grupos, que cuantifica la dispersión de las medias de las muestras con respecto a la media global.

Las expresiones para el cálculo de los elementos que intervienen en el ANOVA son las siguientes:

- Media Global: $\bar{x} = \frac{\sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} x_{ij}}{n}$

- Variación Total: $SCT = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (x_{ij} - \bar{x})^2$

- Variación Intra-grupos: $SCD = \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^{n_j} (x_{ij} - \bar{x}_j)^2$

- Variación Inter-grupos: $SCE = \sum_{j=1}^k (\bar{x}_j - \bar{x})^2 n_j$

siendo x_{ij} el i -ésimo valor de la muestra j -ésima; n_j el tamaño de dicha muestra y \bar{x}_j su media muestral.

Cuando la hipótesis nula es cierta, los estadísticos $SCE/(k-1)$ y $SCD/(n-k)$ son dos estimadores insesgados de la varianza poblacional y el cociente entre ambos se distribuye según una F de Snedecor con $k-1$ grados de libertad en el numerador y $n-k$ grados de libertad en el denominador. Por lo tanto, si H_0 es cierta es de esperar que el cociente entre ambas estimaciones será aproximadamente igual a 1, de forma que se rechazará H_0 si dicho cociente difiere significativamente de 1.

El siguiente comando de Matlab® para test Anova y su explicación.

`p = anova1(y)`

(MatLab Code)

returns the p -value for a balanced one-way ANOVA. It also displays the standard ANOVA table (tbl) and a box plot of the columns of y . `anova1` tests the hypothesis that the samples in y are drawn from populations with the same mean against the alternative hypothesis that the population means are not all the same.

Sección 10: Métodos no paramétricos

Estos contrastes son alternativas no paramétricas al análisis de la varianza cuando se incumple alguno de los supuestos básicos de dicho análisis. Al no asumir una distribución de probabilidad con forma paramétrica, estas pruebas tienen menor potencia que las pruebas normales cuando los datos están en realidad normalmente distribuidos. Las suposiciones de independencia son más difíciles de corroborar y más peligrosas, dado que asumir erróneamente independencia en las muestras puede enmascarar efectos como posibilidades dentro de la variabilidad total.

Prueba de Mann-Whitney

Supongamos que tenemos $n+m$ unidades experimentales para asignar al grupo control y al grupo tratamiento. La asignación se realiza al azar, n unidades se eligen aleatoriamente y se asignan al grupo control y las restantes m unidades se asignan al grupo tratamiento. Estamos interesados en testear la hipótesis de que el tratamiento no tuvo efecto.

Si la hipótesis nula es verdadera entonces la diferencia entre los resultados se debe a la aleatorización.

El estadístico de test se calcula de siguiente forma, primero se agrupan las $m+n$ observaciones x_n y se las ordena de menor a mayor, definiendo el rango $x_{(n)}$ como el número de orden de la observación x_n . Luego se calcula la suma de los rangos de las observaciones del grupo control. Si esta suma es muy grande o muy chica se rechaza la hipótesis nula. Para valores de $n+m$ mayores a 30 la distribución de la suma de rangos es aproximadamente normal.

Este test es equivalente al test que del rango de Wilcoxon que prueba si dos poblaciones son diferentes observando si las medianas de dos muestras **independientes** son significativamente diferentes o no.

El siguiente comando de Matlab® para el test de rangos y su expresión en la Figura 19.

```
[p,h]=ranksum(x,y)
```

(MatLab Code)

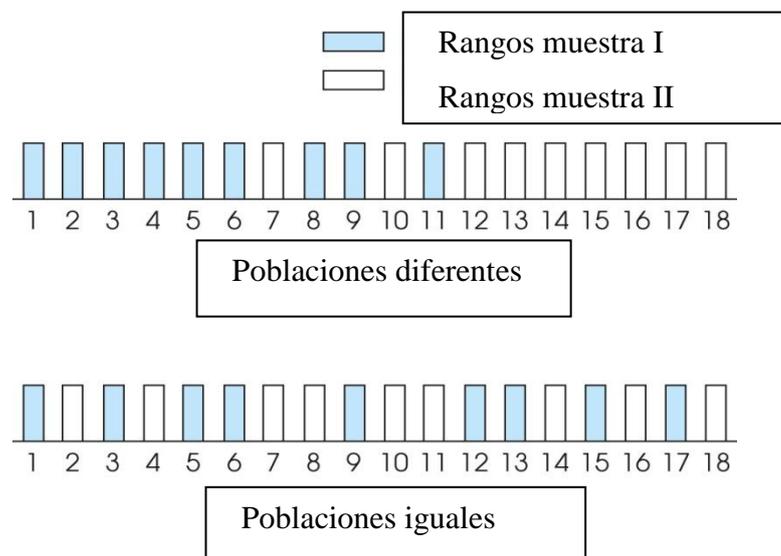


Figura 19 Test de Rangos

Prueba de signo del rango de Wilcoxon

La prueba de los rangos con signo de Wilcoxon es una prueba no paramétrica para comparar la mediana de dos muestras **apareadas** y determinar si existen diferencias entre ellas. El test se realiza calculando las diferencias existentes entre cada observación del grupo control y su pareja en el grupo tratamiento. Si la hipótesis nula de igualdad de distribuciones es válida, la mediana de la distribución de la diferencia debería ser cero.

Para testear esa hipótesis se estudia si las diferencias negativas son similares en cantidad y tamaño a las diferencias positivas. Para ello se ordenan los valores absolutos de las diferencias y se suman los rangos de las diferencias positivas. El estadístico tiene distribución asintóticamente normal.

El siguiente comando de Matlab® para el test de signo de rango.

```
p = signrank(x,y) (MatLab Code)
```

returns the *p*-value of a two-sided Wilcoxon signed rank test.

Prueba H de Kruskal-Wallis

Este contraste permite decidir si puede rechazarse la hipótesis de que *k* muestras independientes proceden de la misma población o de poblaciones idénticas con la misma mediana. Los supuestos necesarios son:

- que las distribuciones subyacentes de las variables sean continuas,
- que éstas hayan sido medidas por lo menos en una escala ordinal,
- y que las muestras sean independientes, por lo cual las muestras pueden ser mezcladas como provenientes de una sola población, bajo H_0 .

Sean $n_1, n_2 \dots n_k$ los tamaños de cada una de las muestras y n el total de observaciones. Para el cálculo del estadístico de prueba se ordenan las n observaciones de menor a mayor y se les asignan rangos desde 1 hasta n . A continuación, se obtiene la suma de los rangos correspondientes a los elementos de cada muestra, R_j y se halla el rango

promedio. Si la hipótesis nula es cierta, es de esperar que el rango promedio sea aproximadamente igual para las k muestras; cuando dichos promedios sean muy diferentes es un indicio de que H_0 es falsa. El estadístico de prueba es: (Ecuación 32)

$$H = \frac{12}{n(n+1)} \sum_{j=1}^k \frac{R_j^2}{n_j} - 3(n-1) \quad \text{Ecuación 32}$$

Si H_0 es cierta y los tamaños muestrales son todos mayores que 5, el estadístico H se distribuye aproximadamente como chi-cuadrado con $k-1$ grados de libertad. La aproximación es tanto mejor cuanto mayor es el número de muestras y el tamaño de las mismas.

El siguiente comando de Matlab® para el test de KruskalWallis.

`p = kruskalwallis(x)`

(MatLab Code)

returns the p -value for the null hypothesis that the data in each column of the matrix x comes from the same distribution, using a Kruskal-Wallis test. The alternative hypothesis is that not all samples come from the same distribution.

Prueba de Friedman

Cuando las k muestras están relacionadas de forma que las características de los i -ésimos elementos de cada muestra son idénticas o lo más parecidas posible, las diferencias observadas entre las muestras serán atribuidas únicamente al efecto del factor diferenciador de los grupos. El contraste de la hipótesis de que las k muestras proceden de una misma población o de poblaciones con la misma tendencia central no puede realizarse mediante el análisis de la varianza, al incumplirse el supuesto, por lo menos, de independencia de las muestras.

La prueba de Friedman puede utilizarse cuando se realice un diseño de bloques, es decir, en aquellas situaciones en las que se seleccionan n grupos de R elementos de forma que los elementos de cada grupo sean lo más parecidos posible entre sí (bloques), y a cada uno de los elementos

del grupo se le aplica uno de entre k "tratamientos". Cuando $R=1$ es el caso de que a cada uno de los elementos de una muestra de tamaño n se le aplican los k "tratamientos". Los datos se disponen en una tabla en la que en cada fila se recogen las respuestas de cada elemento a los k tratamientos (Tabla 3):

	Tratamientos					
Casos	1	2	...	j	...	k
1	X_{11}	X_{12}	...	X_{1j}	...	X_{1k}
...
i	X_{i1}	X_{i2}	...	X_{ij}	...	X_{ik}
...
n	X_{n1}	X_{n2}	...	X_{nj}	...	X_{nk}

Tabla 3 Respuesta a los k Tratamientos

La hipótesis nula que se contrasta es que las respuestas asociadas a cada uno de los "tratamientos" tienen la misma distribución de probabilidad o distribuciones con la misma mediana, frente a la hipótesis alternativa de que por lo menos la distribución de una de las respuestas difiere de las demás. Para poder utilizar esta prueba las respuestas deben ser variables continuas y estar medidas por lo menos en una escala ordinal.

A las observaciones de cada fila se les asignan rangos de menor a mayor desde 1 hasta k ; a continuación, se suman los rangos correspondientes a cada columna, siendo R_j la suma correspondiente a la columna j -ésima. Si la hipótesis nula es cierta, la distribución de los rangos en cada fila se debe al azar, y es de esperar que la suma de los rangos correspondientes a cada columna sea aproximadamente igual a

$n(k + 1)/2$. La prueba de Friedman determina si las R_j observadas difieren significativamente del valor esperado bajo la hipótesis nula.

El estadístico de prueba es (Ecuación 33):

$$F = \frac{12}{nk(k+1)} \sum_{j=1}^k R_j^2 - 3n(k+1) \quad \text{Ecuación 33}$$

Si H_0 es cierta y el número de columnas y/o de filas es moderadamente grande la distribución de F se aproxima a una chi-cuadrado con $k - 1$ grados de libertad; de forma que se rechaza la hipótesis nula para valores de F superiores al valor crítico para el nivel de significación fijado.

El siguiente comando de Matlab® para el test de Friedman.

`p = friedman(x, reps)`

(MatLab Code)

returns the p -value for the nonparametric Friedman's test to compare column effects in a two-way layout. Friedman tests the null hypothesis that the column effects are all the same against the alternative that they are not all the same.

Sección 11 Elección del diseño apropiado al problema

Para decidir el test más apropiado para el estudio es necesario evaluar la veracidad de los supuestos del test más potente, el ANOVA de un factor

- Las poblaciones (distribuciones de probabilidad de la variable dependiente correspondiente a cada nivel del factor) son normales.
- Las poblaciones tienen todas igual varianza (homocedasticidad).
- Las k muestras sobre las que se aplican los tratamientos son independientes.
- Existen más fuentes de variabilidad además de la inducida por los niveles del factor.

Si alguna de estas hipótesis no se cumple o no puede ser desestimada, el test menos potente debe ser considerado, y la pérdida de potencia compensada con el tamaño de la muestra. De no ser cuidadoso en la elección del test, los resultados pueden ser muy diferentes, dado que la

variabilidad presente en la población puede enmascarar las diferencias entre tratamientos.

En resumen, el incumplimiento de las hipótesis en la aplicación de un modelo ANOVA influye de la siguiente forma:

- **La falta de normalidad** afecta poco a la tabla ANOVA y a los contrastes de igualdad de medias, pero sí afecta a la estimación de la varianza σ .
- **La heterocedasticidad** influye en la estimación de la varianza, pero su influencia en la tabla ANOVA y en los contrastes resultantes depende de si existe una diferencia grande entre los tamaños muestrales de cada grupo, a modo orientativo, si $máx(n_i) < 2 \cdot mín(n_i)$ se considera que la heterocedasticidad influye poco. En caso contrario sí influye y debe considerarse un test no paramétrico.
- **La falta de independencia** influye mucho en todo el proceso. Puede tratarse de evitarse la dependencia de las observaciones aleatorizando la recogida muestral.
- **La existencia de más fuentes de variabilidad** es una grave falta de diseño que puede inhabilitar todas las conclusiones **obtenidas**. Se puede evitar estratificando la muestra (ANOVA de dos factores) o apareando los sujetos.

Normalidad de los datos

Una de las hipótesis básicas del modelo de diseño de experimentos con un factor es que los errores del modelo siguen una distribución normal.

Consecuencias de la falta de normalidad.

Este es un problema que afecta especialmente a la estimación de la varianza del modelo y no se obtendrán intervalos de confianza correctos del error experimental. Sin embargo, por el Teorema Central del Límite, la falta de normalidad tiene poca influencia en el F -test de la tabla ANOVA y en las estimaciones puntuales de las medias y de las diferencias de medias de los tratamientos.

La hipótesis de que los errores siguen una distribución normal puede chequearse de forma gráfica y de forma analítica.

Gráficos de normalidad.

Los gráficos para estudiar la normalidad de los residuos son los siguientes:

- Histograma: gráfico usual de la frecuencia acumulada de los datos. La densidad estimada se grafica sobre el histograma. En el ejemplo siguiente (Figura 20), los datos Y son mediciones de la velocidad de la luz realizados hace más de 100 años atrás por A.A Michelson y Simon Newcomb. Los datos extremos fueron recortados, para ajustar mejor la densidad normal.

```
mean(Y) = 27.936507936507937
figure
histfit(Y)
hold on
plot(27.93*ones(1,15),0:14,'r')
```

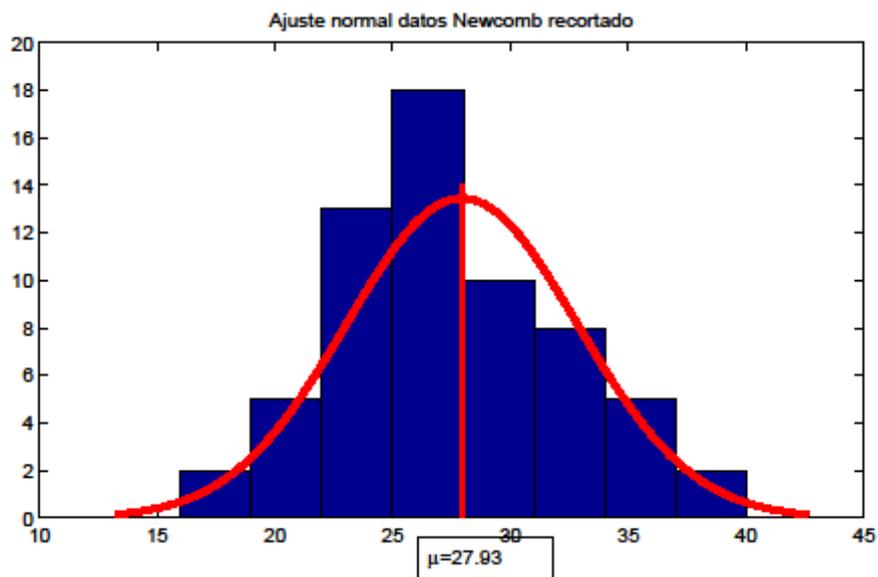


Figura 20 Histograma (Grafico standard de Frecuencia acumulada)

- QQ-plot: gráfico de normalidad para los residuos (e_i), en el que se representan los pares $\{e_i, F(e_i)\}$ y $\{e_i, F_n(e_i)\}$ donde F_n es la frecuencia relativa acumulada de la muestra (**distribución empírica**) y F es la distribución teórica (en este caso la distribución normal). Estas curvas

se representan en unos ejes escalados de forma que los puntos $\{e_i, F(e_i)\}$ están sobre la recta $y = x$. Por tanto, si los puntos $\{e_i, F_n(e_i)\}$ están próximos a esta recta, se aceptará la hipótesis de normalidad. En el ejemplo siguiente se notan los datos de las colas que difieren de los datos normales (Figura 21).

Normplot (Y)

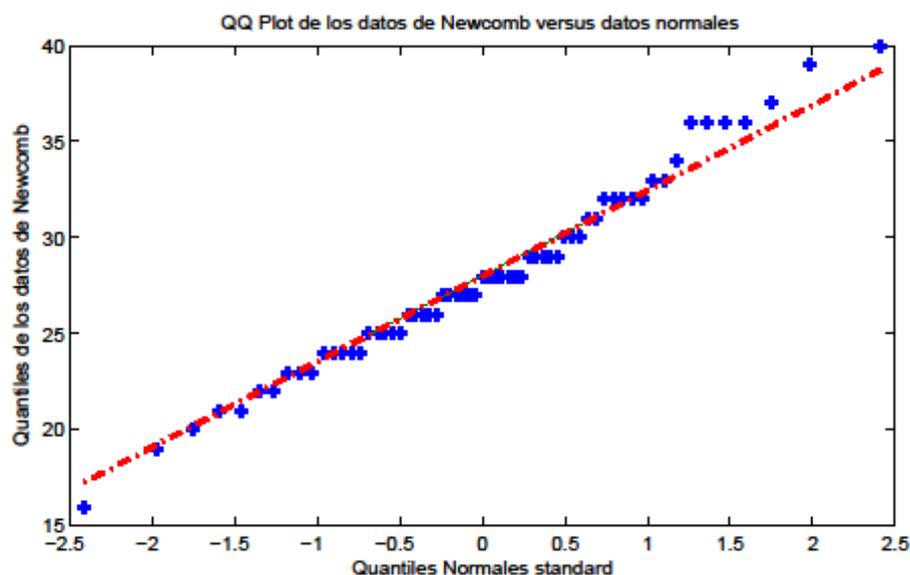


Figura 21 Datos de Normalidad de residuos (QQ-plot)

Estos gráficos son empíricos, un análisis de normalidad va acompañado de test de hipótesis.

Contrastes de bondad de ajuste.

Existen muchos contrastes no paramétricos sobre la bondad del ajuste de los errores a una distribución normal. De hecho, en la mayoría de los casos estos contrastes son válidos para contrastar si una muestra sigue una determinada función de distribución (no solo la normal).

La Función de Distribución Empírica (F_n) es una función escalonada y no decreciente que se construye a partir de la muestra, de forma que en cada observación muestral da un salto de magnitud igual a la fracción de datos iguales a ese valor (cuando no hay repeticiones se trata de saltos de amplitud $1/n$).

- **Contraste de Kolmogorov-Smirnov.** El contraste de Kolmogorov-Smirnov es válido para contrastar la bondad de ajuste de distribuciones continuas con distribuciones totalmente caracterizadas. En primer lugar, se define la función de distribución empírica asociada a una muestra. El contraste de Kolmogorov-Smirnov se basa en calcular la distancia (en norma L_1) entre la función de distribución empírica y la función de distribución teórica. Por tanto, el estadístico del contraste es el siguiente (Ecuación 34) (Figura 22).

$$D_n = \sup_{x \in R} |F_n(x) - F(x)| \quad \text{Ecuación 34}$$

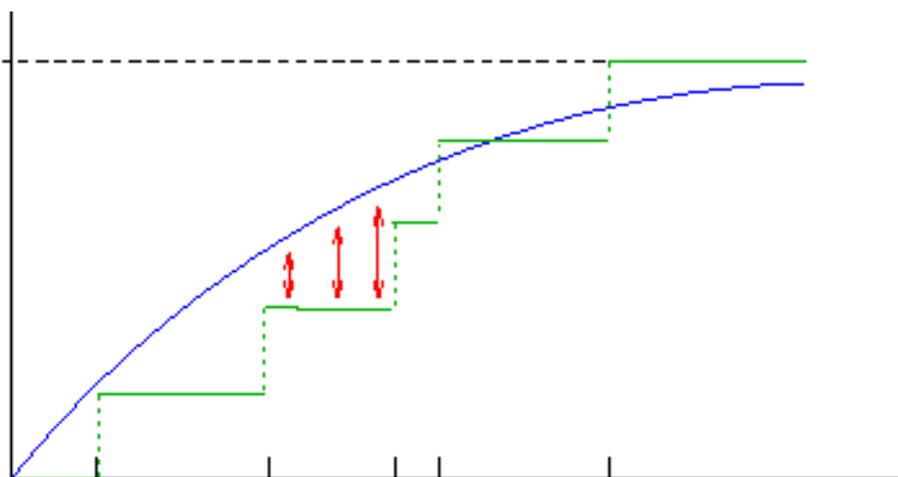


Figura 22 Contraste de Kolmogorov-Smirnov

que representa la máxima discrepancia, en vertical, entre la función de distribución empírica y la teórica. Siempre que la distribución (continua) de partida esté totalmente determinado, el estadístico D_n es de distribución libre (no depende de la población) y está tabulada para tamaños muestrales pequeños (en otro caso, se utilizan aproximaciones asintóticas). La implementación en Código Matlab® es la siguiente.

```
[h,p,k,c] = kstest(x,[],0.05,0)
```

(MatLab Code)

➤ **El test de Kolmogorov-Smirnov-Lilliefors para normalidad (contraste KSL).**

En la mayoría de los casos al utilizar el estadístico de Kolmogorov-Smirnov es necesario estimar los parámetros desconocidos que caracterizan a la distribución teórica. Si la distribución que se desea ajustar es una normal, hay que estimar la media y la desviación típica. En este caso, los parámetros se estiman por máxima verosimilitud y la distribución del estadístico cambia. Ahora el estadístico del contraste es (Ecuación 35)

$$D_n = \sup_{x \in R} |F_n(x) - \Phi((x - \bar{x})/s_x)| \quad \text{Ecuación 35}$$

donde $\Phi(x)$ es la función de distribución de una normal estándar. (Figura 23)

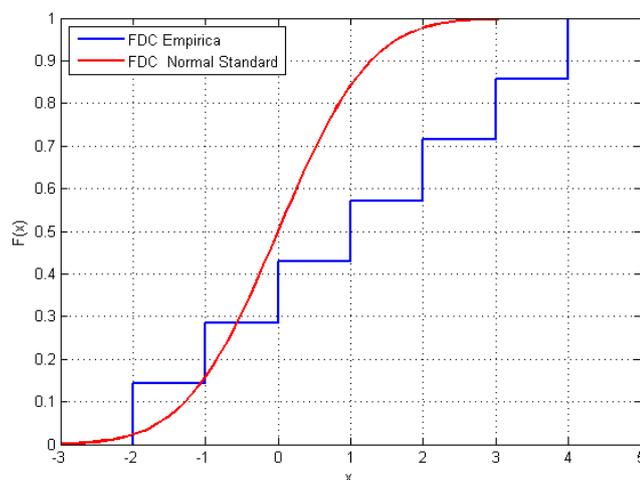


Figura 23 Contraste KSL

El estadístico D_n representa la máxima discrepancia, en vertical, entre la función de distribución empírica y la función de distribución de la normal ajustada (esto es, de la normal con media y varianza estimadas). La distribución de este estadístico fue tabulada por Lilliefors (contraste K-S L) y, por tanto, es con respecto a esta tabulación (y no con respecto a la tabla de Kolmogorov-Smirnov) como se debe juzgar la significación del valor obtenido para este estadístico.

Implementación del test en Matlab®

```
[h,p] = lillietest(x,0.05,'norm',1e-4)
```

(MatLab Code)

Homocedasticidad de los errores

Es necesario contrastar la hipótesis de **homocedasticidad**, esto es, la varianza de los residuos es constante y no varía en los diferentes niveles del factor. La falta de homocedasticidad se denomina **heterocedasticidad**.

Se ha demostrado que si el diseño es balanceado ($n_i = m, \forall i = 1, \dots, I$) los niveles de significación de los pruebas de hipótesis y los niveles de confianza de los intervalos apenas se ven afectados por la existencia de heterocedasticidad, a no ser que la varianza de la respuesta para algún tratamiento particular sea *considerablemente* mayor que para otros.

Para tamaños muestrales de los grupos similares, la heterocedasticidad no afecta al F -test ni a los distintos métodos de comparaciones múltiples siempre que (ecuación 36)

$$\frac{s_{\max}^2}{s_{\min}^2} < 3 \quad \text{Ecuación 36}$$

- La variación SCD, que cuantifica la dispersión de los valores de cada muestra con respecto a sus correspondientes medias.
- Si los tratamientos con tamaños muestrales (n_i) pequeños tienen mayor varianza la probabilidad de cometer un error de tipo I en las pruebas de hipótesis será menor de lo que se obtiene y los niveles de confianza de los intervalos serán inferiores a lo que se cree.
- Si los tratamientos con tamaños muestrales (n_i) grandes tienen mayor varianza, entonces se tendrá el efecto contrario y las pruebas serán conservadoras.

Para estudiar si se verifica la homocedasticidad de modelo se pueden hacer los siguientes análisis descriptivos y gráficos:

-
- Cálculo de la varianza (o desviación típica) de los residuos según los niveles del factor.
 - El gráfico de cajas múltiple proporciona una idea de la distribución de los residuos según los niveles del factor.

Existen contrastes para detectar homocedasticidad

- **El contraste de Cochran**, se utiliza si todos los tamaños muestrales son iguales y es útil si la varianza de un tratamiento es mucho mayor que en los otros.
- **El contraste de Bartlett** o el **Contraste de Hartley** son más generales y más utilizados. Estos contrastes son muy conservadores y muy sensibles a la ausencia de normalidad.

Independencia de los errores

La hipótesis de que las observaciones muestrales son independientes es una hipótesis básica en el estudio de los modelos de regresión lineal. Con ello se entiende que los errores $\{e_i\}$ son variables aleatorias independientes.

La falta de independencia, se produce fundamentalmente cuando se trabaja con variables aleatorias que se observan a lo largo del tiempo, esto es, cuando se trabaja con series temporales. Por ello, una primera medida para tratar de evitar la dependencia de las observaciones consiste en aleatorizar la recogida muestral.

La ausencia de aleatoriedad entre las observaciones es muy difícil de corregir y es especialmente grave ya que puede invalidar por completo las conclusiones del análisis estadístico (obteniendo conclusiones erróneas). Todas las expresiones utilizadas para las varianzas son incorrectas y, por tanto, los intervalos de confianza y las pruebas de hipótesis deducidos a partir de ellas, tendrán una confianza o una potencia distinta a la supuesta.

Efectos externos al tratamiento

Si al medir una variable sospechamos que hay más fuentes de variabilidad además del tratamiento, se deben controlar los efectos del

factor no interesante, o se corre el riesgo de no ver efectos en el factor importante por la alta variabilidad no controlada, o al revés, ver efectos generados por el factor no controlado y no por el tratamiento. Si queremos anular efectos indeseados podemos realizar diferentes diseños:

- En el caso en que se tienen estudios con unidades experimentales a las cuales se les mide una variable antes del tratamiento y después del tratamiento, es usual tomar a la primera medición como control y aparear los datos de los tratamientos.
- Otra forma es aislar la causa de la variabilidad posible, como por ejemplo sexo de los individuos y estratificar el estudio, realizando un test con todos los individuos masculinos y otro con los femeninos.
- Otra opción es aparear individuos con características similares para observar después diferencias en tratamiento.

En el caso de estudiar mediciones sobre elementos dentales, se ha observado en la literatura una gran variabilidad en el diseño de los experimentos, en especial el uso del Anova de un factor en forma repetida sin considerar muestras apareadas, y sin considerar corrección por comparaciones simultáneas.

Es posible que se haya estudiado la influencia de las diferencias entre las piezas dentales y se haya considerado esta poco significativa, dado que son estudios de laboratorio con pocas piezas y pueden haberse elegido con tamaño y forma similar. Sin embargo, no fue reportado este pre-proceso en los trabajos, lo cual genera dudas a la hora de interpretar los resultados.

Sección 12 Estudio de campo del sistema

Para llevar a cabo estos procedimientos y diseñar un modelo de exactitud se tomará como referencia al primer molar inferior izquierdo permanente en su porción coronaria, la cual presenta en su cara vestibular forma de trapecio escaleno siendo su límite cervical su base

menor. Sus dimensiones promedio es de 11,2 mm en sentido mesio-distal y 7,7 mm en sentido cervico-oclusal, esta medición no diferencia género ni disminuciones de volumen por el acto masticatorio (Aprile, 1971; Figun y Garino, 2007). Otros autores reportan como resultado una distancia mesiodistal promedio de 11,39 mm en Hombre y 11 mm en mujeres con una desviación estándar de 0,60 mm en hombres y 0,64 mm en mujeres (Canut Brusola, 2001).

En una imagen radiográfica ortoradial de la corona de primer molar inferior se observará como parámetro definido la unión de esmalte y cemento radicular en su porción mesial y distal, siendo la distancia entre ellos la medida más estable.

El ancho máximo mesio-distal corresponde al espacio comprendido entre zona o punto de contacto interproximal el cual es observable en la radiografía ortoradial siempre y cuando no sea alterado por restauraciones que abarquen la cara proximal.

El alto coronario esta expresado como el promedio de las mediciones de punto más alto de las cúspides vestibulares (funcionales) en una perpendicular a la línea de unión entre límites amelocementarios.

Con estos elementos y el procesamiento digital generaremos una media estadística de la superficie del trapecio escaleno como forma de corona, ya que uno de los objetivos de este trabajo de investigación es utilizar un escáner de cama plana para digitalizar la información otorgada por la técnica paralela y corroborar mediciones en la corona del 1er molar inferior izquierdo permanente utilizando los procedimientos de análisis integral de imágenes.

Capítulo 2 Hipótesis

- Dada una radiografía dental estándar, se puede generar una imagen digital mediante un nuevo método digital indirecto (escaneado seguido de procesamiento estadístico de la imagen) que no distorsione invariantes de los objetos presentes en la radiografía.

- En especial, las mediciones realizadas sobre imágenes obtenidas mediante el método digital indirecto son estadísticamente válidas para la realización de estudios científicos *in vivo*.

Hipótesis nula:

- Todas las mediciones realizadas sobre imágenes digitales procesadas tienen la misma distribución estadística
 - la media de las poblaciones es la misma.
 - la mediana de las poblaciones es la misma.

Capítulo 3 Objetivos

Objetivo General

- Diseñar un Modelo de Medición Personalizado a partir de digitalizaciones indirectas de primeros molares inferiores procesados con algoritmos reductores de ruido en imágenes.

Objetivos Específicos

- Establecer la Superficie Promedio Total de la Muestra expresado en Pixeles
- Comparar mediante métodos estadísticos si los resultados obtenidos provocan modificaciones sustantivas en la imagen digital indirecta.
- Evaluar a partir de los resultados obtenidos que método de medición detecta con mayor certeza las distorsiones de la imagen digitalizada indirectamente.

Capítulo 4 Materiales y métodos

Sección 1 Materiales:

Generación de Rayos Roentgen

Aparato de rayos ROENTGEN Jarix 70®

Potencia de salida 70 Kv

Intensidad 8 ma.

Cilindro colimador de 20 cm.

Filtración Total equivalente 2 mm Aluminio. Figura 24



Figura 24 Aparato generador de Radiación Roentgen
Ubicado en la Catedra de Diagnóstico por Imágenes. Facultad de Odontología
Universidad nacional de Córdoba. Argentina

Posicionador radiográfico

UniBite® Universal (Suiza).

Se modifica la parte del respaldo de la película radiográfica logrando un correcto descenso lingual del 1er molar inferior al espacio del piso de boca mandibular. La distancia desde la película al cilindro colimador garantizan 30 cm de distancia mínima entre mancha focal y película radiográfica. (Figura 25)

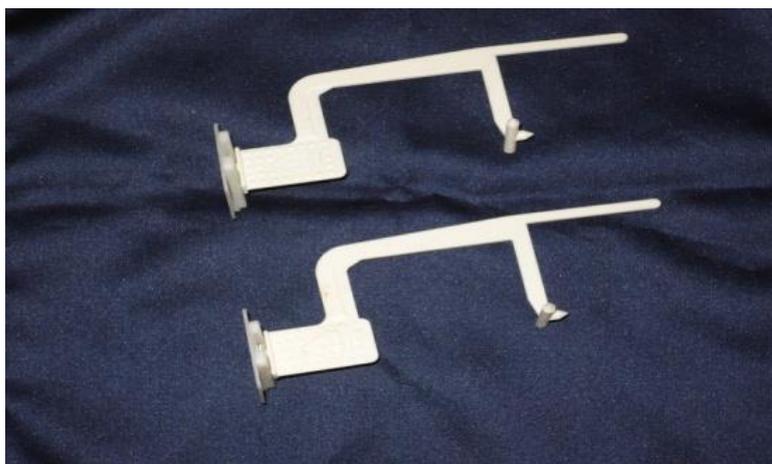


Figura 25. Posicionador Radiográfico Técnica del Paralelismo

Películas radiográficas

KodaK® Insight.

Tipo E

Tamaño 1 (2.0 x 3,5 cm.) Figura 26.



Figura 26 Película Radiográfica

Procesador

Computador Personal

Procesador Intel Core I3 – 3227U 1.90 GHz

4GB (Figura 27).

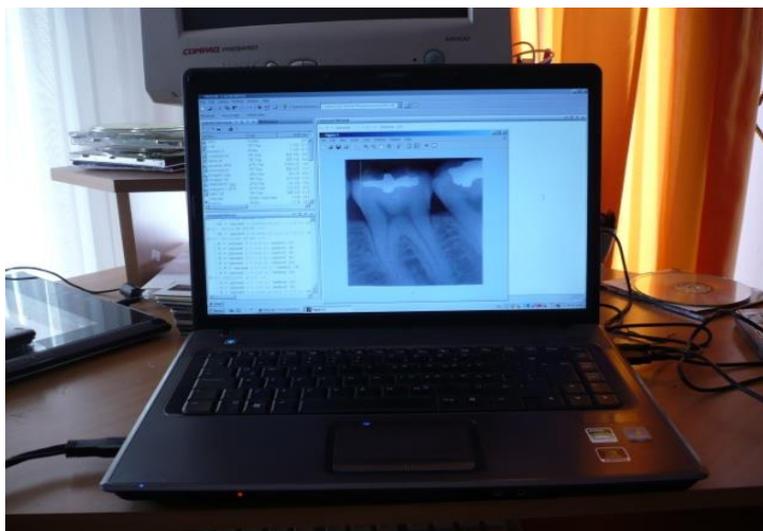


Figura 27 Ordenador Personal COMPAQ Presario 21N1F3AR

Digitalizador

Escáner HP™ Scanjet 4670 con adaptador para transparencias (Figura 28).



Figura 28. Escáner HP 4670 con Adaptador de Transparencias de Transparencias

Software

MATLAB® Versión 2014b.

Sistema operativo Windows 7®. Figura 29

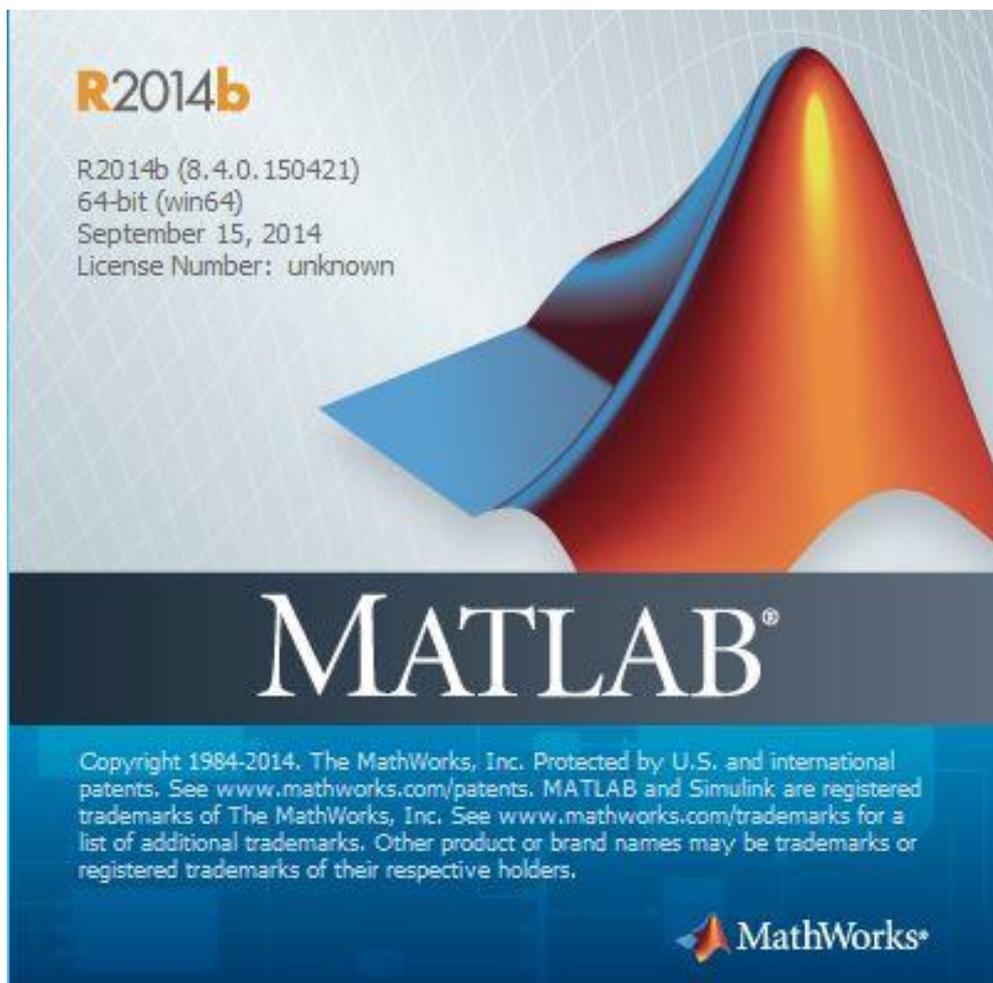


Figura 29 Programa de cálculo Matricial Matlab®

Sección 2 Métodos:

Características Muestrales

Coronas de primeros molares inferiores izquierdos de individuos masculinos y femeninos de 20 – 25 años de edad.

- **Criterio de inclusión:** coronas de 1eros molares femeninos o masculinos sanas o con obturaciones estrictamente oclusales.

-
- **Criterios de exclusión:** coronas de 1eros molares femeninos y masculinos que presenten restauraciones protésicas o restauraciones que involucren caras proximales.

Agrupamiento de la muestra.

- 200 radiografías con coronas del primer molar inferior.

Procedimiento

- Obtención de la radiografía de corona de 1er molar inferior izquierdo con técnica Paralela usando Posicionador radiográfico modificado adecuado a la zona y procesado en laboratorio usando método de tiempo y temperatura para el logro de densidad radiográfica óptima, realizado en las instalaciones de la Catedra de Diagnóstico por Imágenes “A” durante el transcurso del cursado de la Asignatura año 2013-2014.
- Digitalización de radiografía con Escáner y adaptador de transparencias previa caracterización del sistema.
- Procesamiento de la radiografía mediante filtros de reducción de ruido basados en modelo de ruido Poisson.
 - A) Filtro de Lee
 - B) Filtro anisotrópico
 - C) Filtro de Wiener
 - D) Filtro de Mediana
- Análisis de la imagen para lograr medidas expresadas en pixeles y aplicar fórmulas matemáticas para cálculo de superficie. (Figura 30)

A) Distancia máxima entre unión amelo-cementaria mesial y unión amelo-cementaria distal.

B) Distancia máxima en sentido mesio-distal entre punto de contacto mesial y punto de contacto distal.

C1) Distancia Vertical entre punto más alto cúspide mesio-vestibular y línea A.

C2) Distancia vertical entre punto más alto cúspide Disto-vestibular y línea A.

PC) Promedio vertical de C.

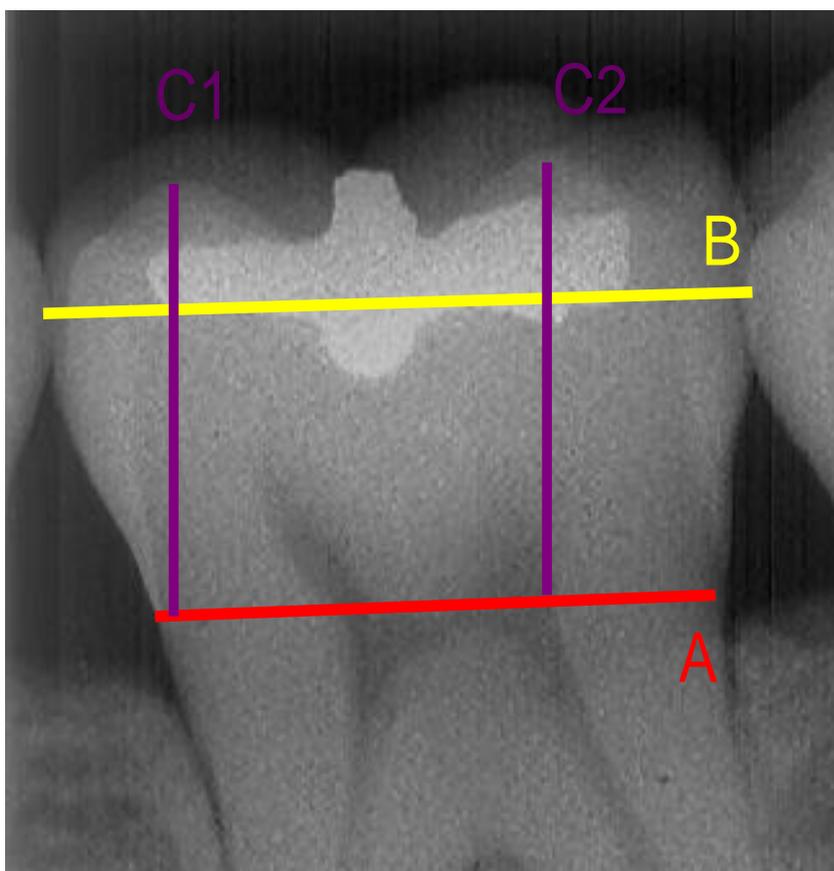


Figura 30 Medidas sobre primer molar

Con los datos obtenidos se calculó la superficie del trapecio escaleno formado entre Altura promedio cúspides vestibulares línea inter límites amelo- cementarios y ancho máximo del 1er molar inferior izquierdo permanente (Figura 31).

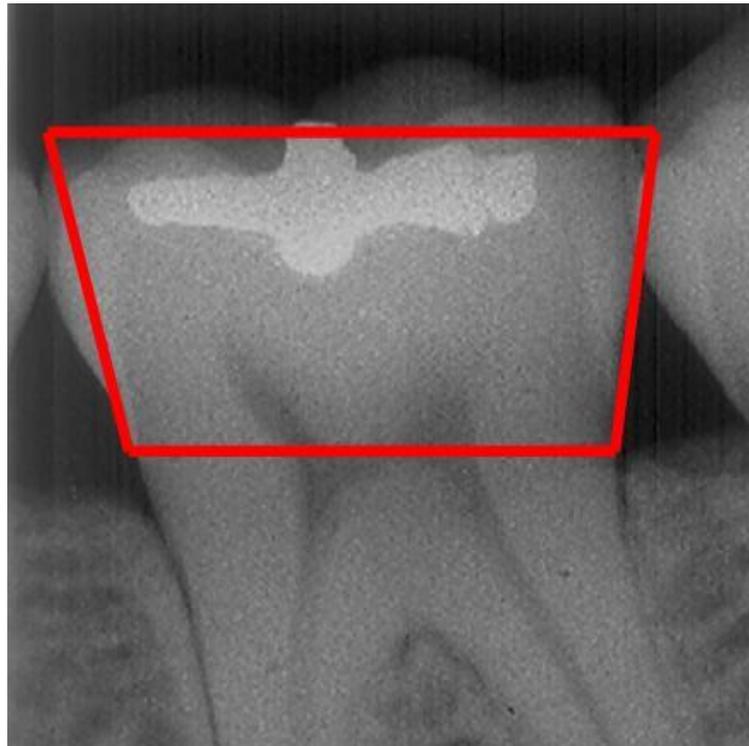


Figura 31 Superficie Trapecio escaleno.

- Análisis de imagen mediante algoritmos de detección de bordes (Canny) para establecer distancias sin el componente subjetivo de la visualización y comparar con las mediciones anteriormente ejecutadas.
- Se aplicaron pruebas estadísticas de análisis de Varianzas, métodos paramétricos (Test normal) y métodos no paramétricos (Test de Friedman).

Capítulo 5 Resultados

Sección 1 Medición

Habiendo partido de la Hipótesis “las mediciones en las imágenes digitales obtenidas por métodos indirectos son adecuadas para la realización de estudios científicos”, se realizaron 200 digitalizaciones de radiografías intrabucales de primeros molares inferiores permanentes, tomando parámetros de escaneado estandarizado.

Se obtuvieron 200 imágenes las cuales fueron analizadas con algoritmos de procesamiento matemático estandarizados del toolbox de procesamiento de Matlab, a saber, algoritmo de filtro de mediana, algoritmo de ecualización de histograma, y algoritmo de inversión matemática. Este procedimiento tuvo la finalidad de analizar estadísticamente las diferencias provocadas por los algoritmos en las mediciones realizadas sobre la imagen por un ojo entrenado. Se utilizó el **filtro de mediana** para disminuir el ruido aleatorio de la imagen y se comparó con el **filtro adaptativo de Wiener**, el **filtro Anisotrópico** y el **filtro de Lee**, además se utilizó el algoritmo de Canny para la búsqueda de bordes que permite una gran velocidad de procesamiento al ser implementado ofreciendo una mayor sensibilidad frente a las imágenes filtradas.

Las imágenes se recortaron digitalmente usando la **función cropimage** perteneciendo al toolbox de procesamiento de Matlab. Se confeccionó para el mejor tratamiento de datos una interfaz gráfica (Gui) personalizada en entorno Matlab donde se realizó el filtrado de las imágenes para eliminar ruido inherente al sistema de captación y digitalización y trasladó la información al toolbox de medición asentando los datos obtenidos en el espacio de trabajo para su tratamiento estadístico.

Se buscó simplificar el acceso a los métodos de procesamiento

centrándose solamente en lo necesario para la realización de este trabajo de Tesis doctoral otorgando la funcionalidad necesaria para agilizar el tratamiento de los datos.

La interfaz permitio ingresar los datos de la Imagen digitalizada en Formato Tiff (.tif), en otra ventana realiza el filtrado de mediana o Wiener alternativamente, a la imagen filtrada se le aplica el operador de Canny, permitiendo guardar las imágenes y enviarlas al sistema de medición. (Figura 32)

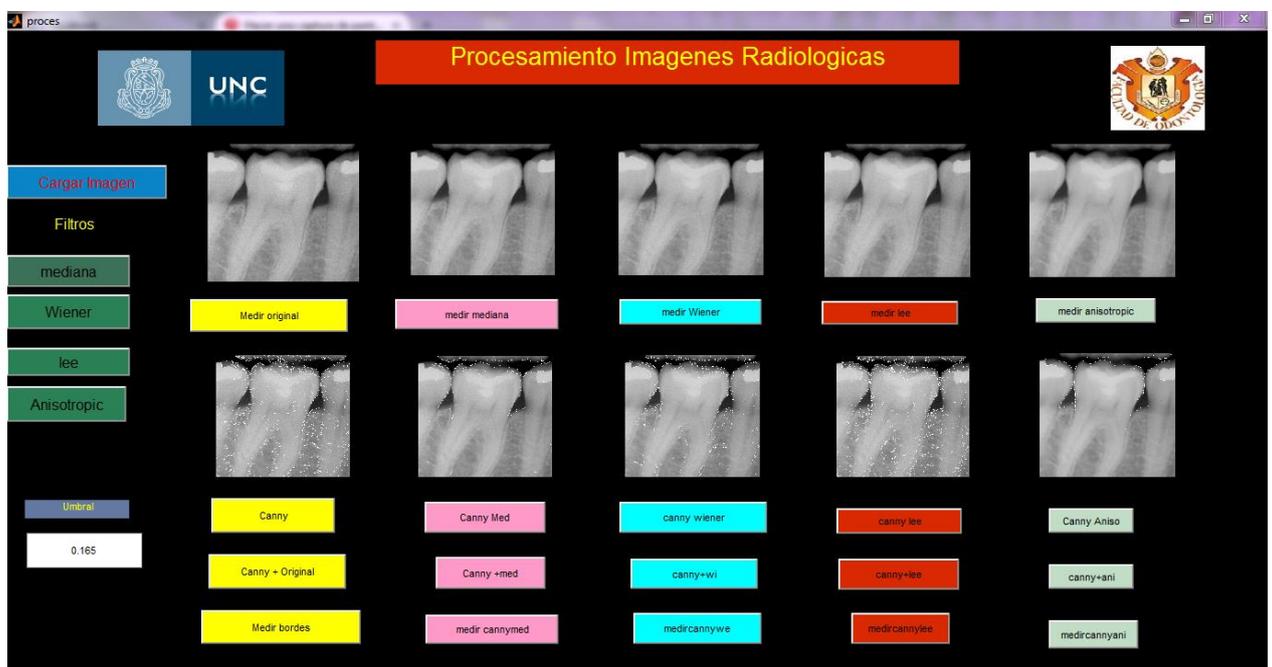


Figura 32. Interfaz gráfica (gui) entorno Matlab

Por cada imagen original se obtienen 4 imágenes filtradas para realizar la medición correspondiente a saber. (Figura 33)

- Imagen filtrada con algoritmo de Mediana.
- Imagen filtrada con algoritmo adaptativo de Wiener.
- Imagen filtrada con algoritmo adaptativo de Lee.
- Imagen filtrada con algoritmo adaptativo de difusión anisotrópica.

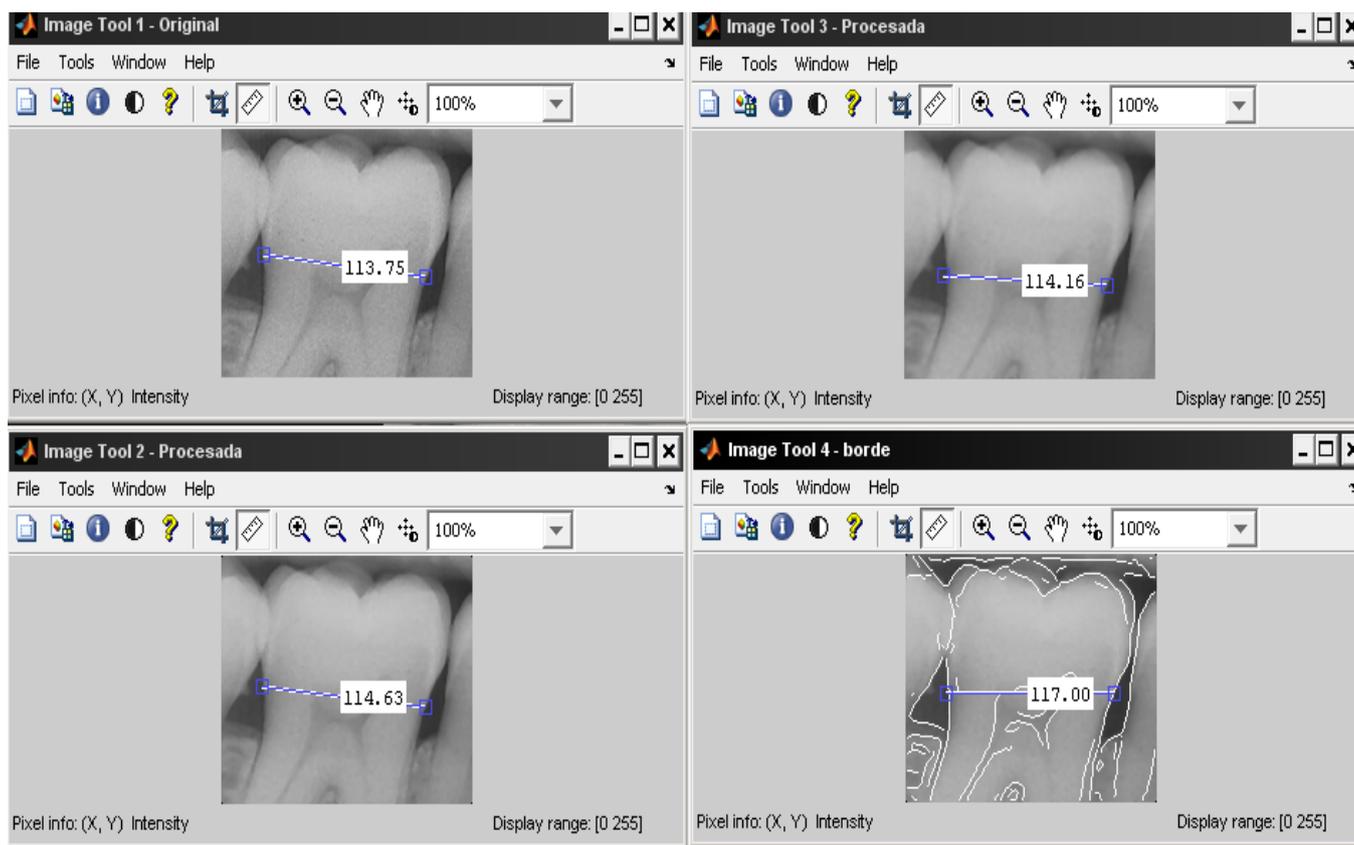


Figura 33. Imágenes en el Tool de Medición de Matlab®

Se obtuvo un total de 1000 imágenes, los Resultados expresados en Pixeles se archivan en tabla Excel y se analizaron estadísticamente por el Toolbox estadístico de Matlab® y se obtuvo los siguientes promedios totales de la muestra (Tabla 4).

Original	Mediana	Lee	Wiener	Anisotrópico
141614,3062	141376,1158	141770,8827	141555,5717	141552,7478

Tabla 4 Promedio Total de la Muestra expresado en pixeles.

Sección 2 Análisis estadístico

Una vez recolectadas las mediciones en la tabla factoreada por elemento dentario o caso (filas) y procesamientos o tratamientos (columnas), se

procedió a evaluar los supuestos de normalidad, variabilidad e independencia de las muestras

- Las poblaciones (distribuciones de probabilidad de la variable dependiente correspondiente a cada factor) son normales.
- Las poblaciones tienen todas igual varianza (homocedasticidad).
- Las k muestras sobre las que se aplican los tratamientos son independientes.
- No hay factores que incidan sobre los efectos en los tratamientos.

Normalidad

El estudio preliminar con 45 datos por población indicó serias desviaciones de la hipótesis normal en una población, la de imágenes filtradas con el filtro anisotrópico (Figura 34).

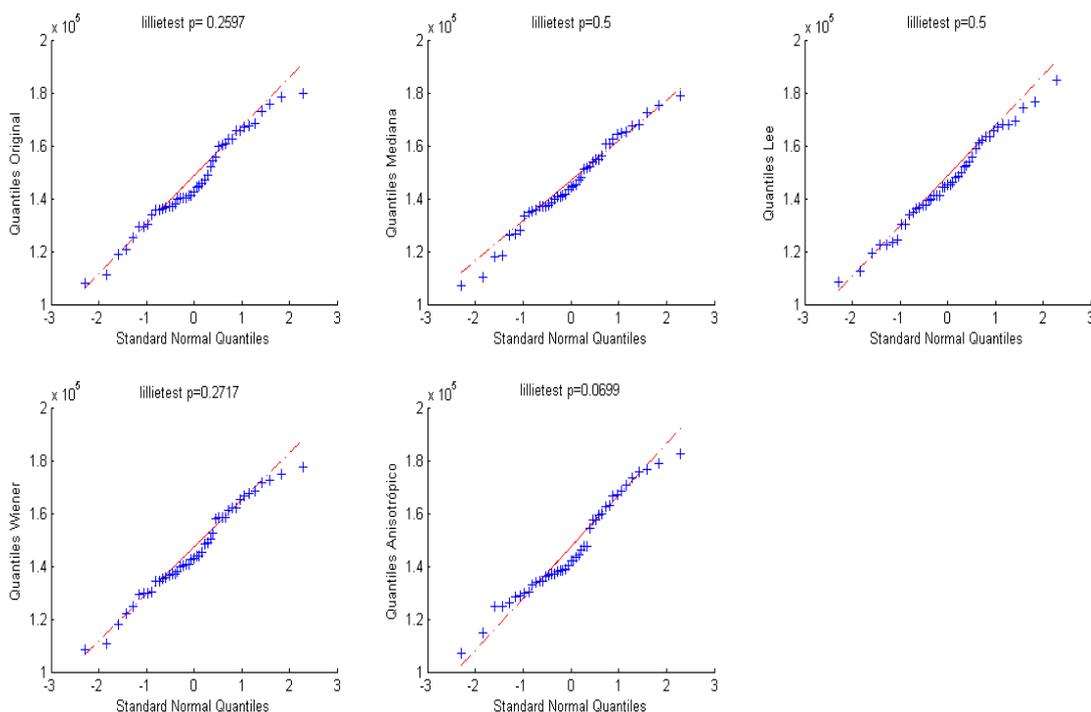


Figura 34. QQ plot para cada muestra de 45 mediciones del avance preliminar.

El aumento del tamaño de muestra a 200 casos permitió mejorar el ajuste normal en varias poblaciones, pero el caso anisotrópico siguió mostrando un comportamiento no gaussiano (Figura 35).

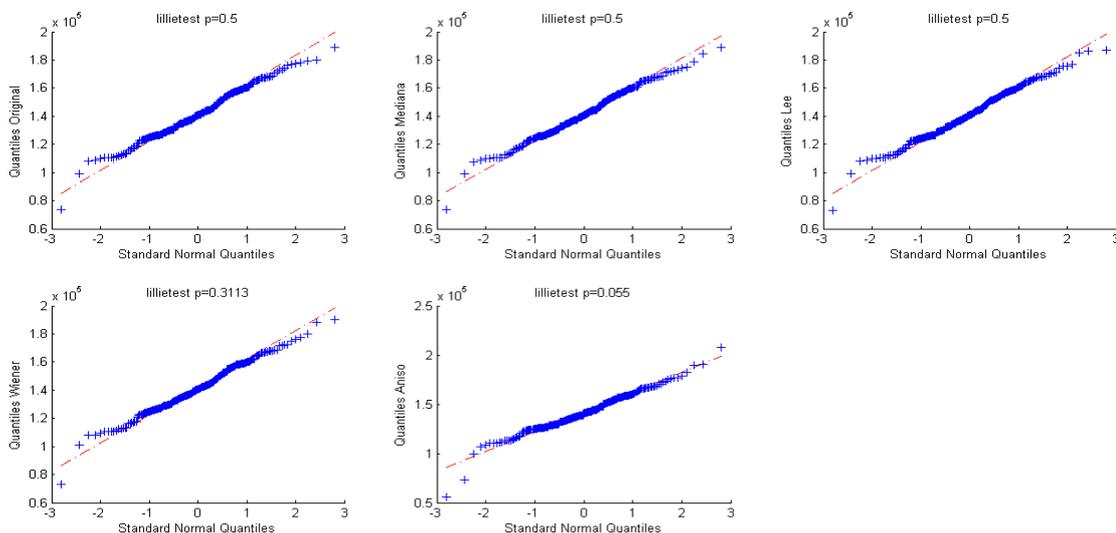


Figura 35. QQ plot de las muestras de 200 mediciones. Los p-valores del test de normalidad cambiaron levemente, permitiendo observar que las mediciones anisotrópicas no son normales

Homocedasticidad

Se estudiaron los diagramas de Tuckey, los boxplots, para observar las poblaciones y se realizó el test de Bartlett de diferencia de varianzas, observando que no hay diferencias significativas (Figura 36)(Tabla 6).

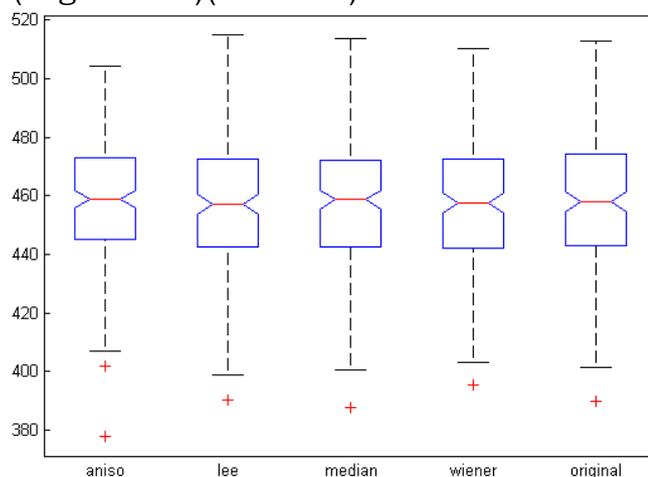


Figura 36 Boxplot de Poblaciones

Group Summary Table			
Group	Count	Mean	Std Dev
1	200	141615.8	18379.8
2	200	141375.4	18074.4
3	200	141560.3	18345
4	200	141503.6	18154.4
5	200	141551.3	19798
Pooled	1000	141521.3	18561.1
Bartlett's statistic	2.286		
Degrees of freedom	4		
p-value	0.683		

Tabla 6 Resultados estadísticas diagrama de Bartlett

Las varianzas pueden considerarse las mismas, no hay problema de heterocedasticidad.

Independencia y aleatoriedad

Los residuos son aproximadamente normales, con varianzas iguales. De considerar las poblaciones muestras independientes de imágenes procesadas con los distintos filtros, la medición resultante sería indistinguibles, como ya fue reportado en algunos trabajos realizados sobre muestras pequeñas in vitro (Tabla 7).

ANOVA Table					
Source	SS	df	MS	F	Prob>F
Columns	126.7	4	31.67	0.06	0.9938
Error	543010.9	995	545.74		
Total	543137.5	999			

Tabla 7 Las poblaciones según el test Anova de un factor son indistinguibles.

El test de Kruskal Wallis, realizado para corroborar los resultados del Anova al tener la población anisotrópica no normal, reporta que no hay poblaciones distinguibles, corroborando el resultado del Anova (Tabla 8).

Kruskal-Wallis ANOVA Table					
Source	SS	df	MS	Chi-sq	Prob>Chi-sq
Columns	34105.1	4	8526.3	0.41	0.9817
Error	83298550.4	995	83717.1		
Total	83332655.5	999			

Tabla 8 Las poblaciones según el test Kruskal-Wallis son indistinguibles.

Factores que introduzcan efectos indeseados

En los trabajos de Herrera Arrieta et al. (2010) se presentan test apareados de a dos métodos como los test más apropiados para distinguir poblaciones, y se reporta el test t apareado (suponiendo normalidad) y el test de Friedman para corroborar, pero también con solo dos poblaciones. Este diseño no corrige por problemas de comparaciones simultáneas. Huerta et al. (2015) realizó una prueba de t-Student y ANOVA con prueba *post hoc* de Tukey, y un análisis de normalidad de Kolmogorov Smirnov. No reporta haber apareado las muestras para realizar los estudios y no reporta Gold standard o prueba control para suponer que se hicieron Anova y test t sobre las diferencias contra el standard. La muestra es pequeña pero no es controlada, son pacientes que formaron parte de la práctica profesional de la cátedra de ortodoncia. En Rosa et al. (2000) se realizaron test t apareados de a dos poblaciones sin considerar comparaciones simultaneas.

Nuestro estudio tuvo un tamaño de muestra varias veces superior a los estudios anteriores, por lo cual, de poder descartar los efectos producidos por la variabilidad de los elementos dentales, los test Anova y Kruskal Wallis permitieron reportar que la imagen procesada con el filtro anisotrópico, que limpia y aumenta el contraste de la imagen permitiendo hacer una medición más simple, no es significativamente

diferente de la medición sobre la imagen original, Sin embargo, si uno observa la correlación presente en los datos puede ver una marcada tendencia que implicó efectos importantes producidos por el factor individuo. Los valores de la superficie varían mucho de pieza dental en pieza dental, enmascarando el efecto del procesamiento en la medición (Figura 37 y 38).

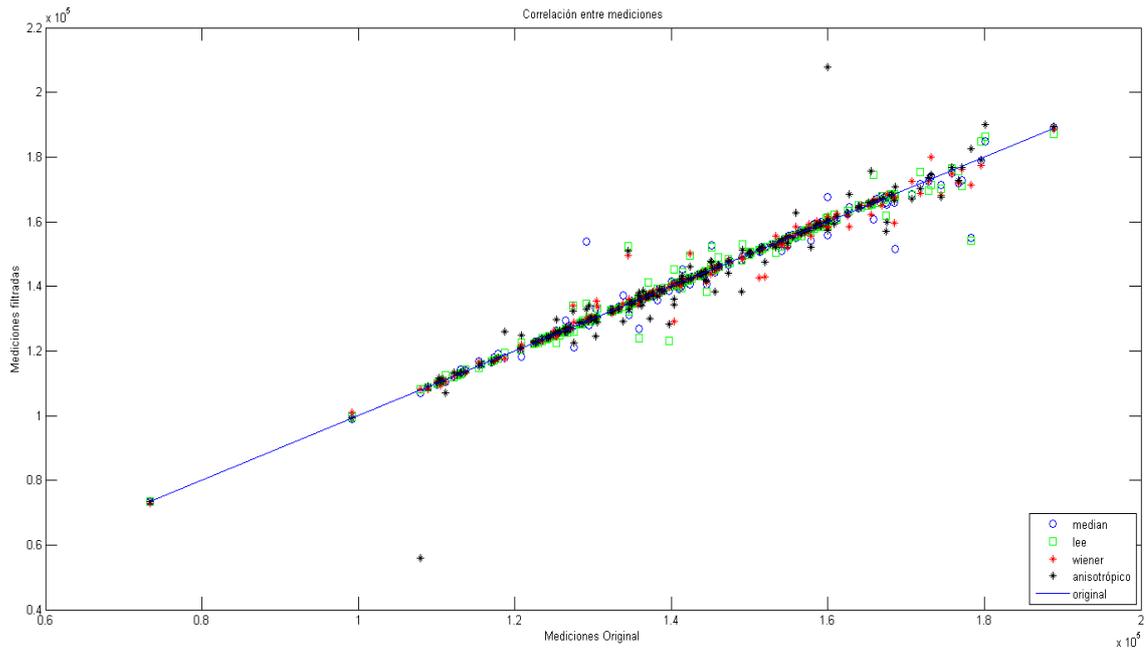


Figura 37 Correlación entre Mediciones en imágenes originales y Mediciones en imágenes filtradas. Puede observarse algunas mediciones atípicas en imágenes filtradas por el filtro anisotrópico.

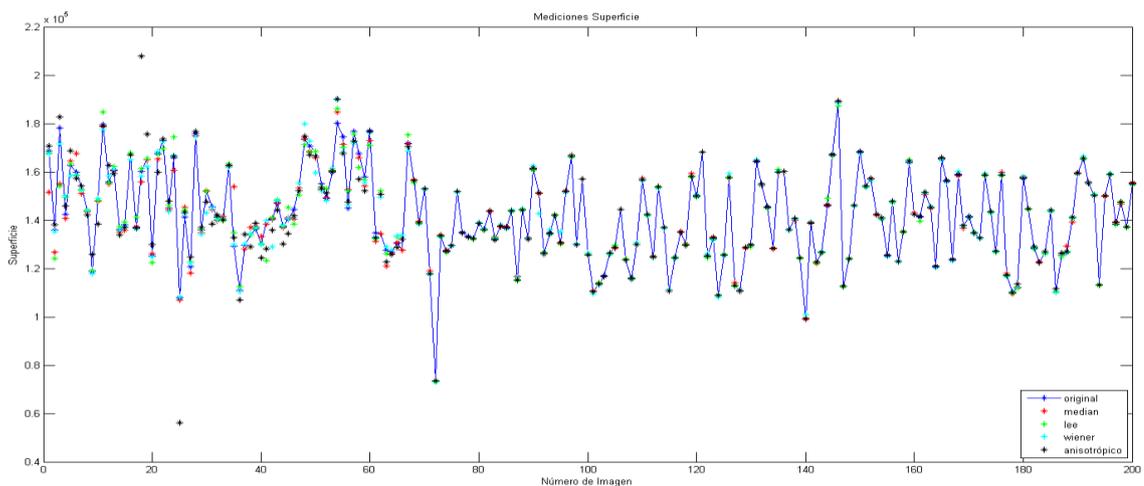


Figura 38 Database de mediciones en imágenes filtrada y original en función de las muestras dentales. Puede observarse la variabilidad entre las muestras dentales, que enmascara el efecto del filtrado en las mediciones.

Por esto se realizó el test de Friedman, un test sombrilla apareado y se obtuvo un resultado muy diferente (Tabla 9).

Friedman's ANOVA Table					
Source	SS	df	MS	Chi-sq	Prob>Chi-sq
Columns	68.12	4	17.0312	27.52	1.56148e-05
Error	1912.38	796	2.4025		
Total	1980.5	999			

Tabla 9 Resultados test de Friedman

El test de Friedman rechazó la hipótesis de igualdad de poblaciones con un p-valor muy pequeño, mostrando los peligros de suponer un diseño incorrecto. Se realizaron comparaciones simultáneas para determinar cuál de todas las muestras induce el rechazo de la hipótesis de igualdad de poblaciones.

Comparaciones simultáneas

Las medidas sobre las imágenes que fueron procesaron con el filtro anisotrópico son diferentes, con una diferencia estadísticamente significativa (Figura 39).

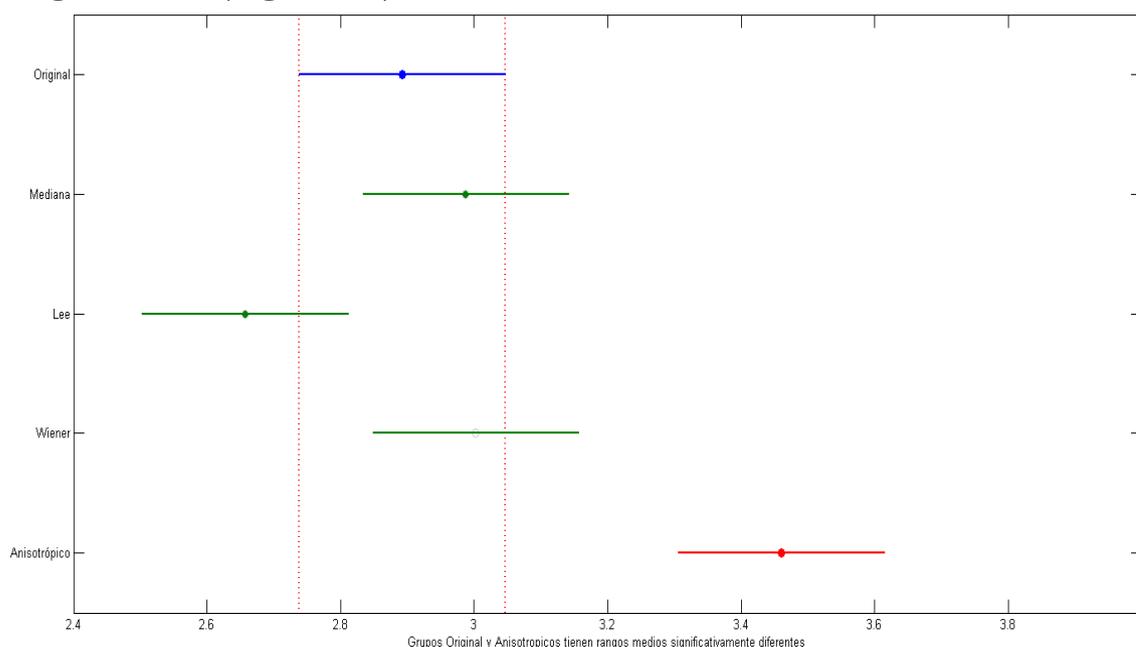


Figura 39. Comparaciones simultáneas con corrección de Bonferroni, nivel 0.05.

Los p-valores del test del signo de Wilcoxon para las comparaciones están descritas en la siguiente tabla. La comparación simultánea significativa es Original vs Anisotrópico. Algunas otras comparaciones tienen un p-valor bajo, pero no son significativas en forma simultánea, al menos con la restricción de Bonferroni que es muy conservativa (Tabla 10).

	Mediana	Lee	Wiener	Anisotrópico
Original	0.5266	0.0854	0.9344	0.0049
Mediana		0.6663	0.5010	0.2504
Lee			0.3666	0.0447
Wiener				0.0833

Tabla 10 p-valor de comparaciones simultáneas realizado con el test de Wilcoxon.

Capítulo 6 Discusión

El presente trabajo se centró en el uso de mecanismos de análisis y procesamiento de Imágenes Digitales en la búsqueda de mediciones estadísticamente valederas para la realización de trabajos de investigación. Bajo esta consigna, se optó por el primer molar inferior como instrumento ya que nos permitió en su toma coronaria aplicar los principios de Óptica Geométrica citados por Whermann (1971). Se obtuvo una Imagen Radiográfica Convencional (IRC) con características isométricas que permitió una correlación estadísticamente significativa entre mediciones sobre el elemento dentario y sobre la radiografía IRC. (Basrani et al, 2003; Chimenos Küstner, 2005; Goaz y White, 1999; Haring y Jansen, 2003; White y Pharoa, 2002; Urzua 2005).

Múltiples indicadores pueden ser utilizados en ciencias biológicas para mensurables físicos, se utilizó la distancia como parámetro de medida general. En particular se generó una superficie central (SC), con la distancia interconexión amelo-cementaria, máxima distancia ancho mesio-distal y distancia línea interconexión amelo-cementaria a cúspides fundamentales, como objeto de análisis estadístico formal. El uso de esta superficie como parámetro particular ha sido un desarrollo propio de la tesis.

Siguiendo nuestro protocolo se adquirió y discretizó una IRC en un escáner de cama plana para lo cual se utilizó un adaptador de transparencias. La profundidad de bits se fijó en 256 tonalidades de brillo, la resolución se ubicó en 300 ppp y se corroboró la linealidad del escáner. La Imagen Digital Original (IDO) obtenida es estadísticamente valedera siguiendo los criterios que describe Castleman (1996). La ubicación espacial y determinación de resolución de la imagen y el valor de brillo resultante de la energía medida por el sensor son suficientes para una representación numérica isométrica de una imagen (Ravindra 2015; Lin 2010).

La imagen resultante está contaminada con ruido Poisson inherente al escáner, este ruido resulta molesto para el operador a la hora de realizar la medición. Como parte del método se buscó remover o atenuar el ruido electrónico mediante filtrado digital. Partiendo de ésta hipótesis general, el estudio de campo realizado planteó la hipótesis equivalente de que la distribución de probabilidad de las mediciones realizadas sobre la IDO no es diferente a la distribución de probabilidad de las mediciones sobre imágenes procesadas con filtros de reducción de ruido.

El programa MatLab de cálculo matricial es ampliamente utilizado por investigadores de disciplinas biológicas e ingeniería por sus posibilidades de generación de nuevos algoritmos e interfaces de uso adecuadas al trabajo a realizar (Zhang 2008).

El estudio de campo realizado comprende una muestra de 200 individuos, muestreados en los prácticos regulares de la cátedra de diagnóstico por imágenes de la UNC en los años 2012 y 2013. Sobre estas imágenes se aplicó el procedimiento descrito anteriormente, desde la toma de la IRC a la medición en la IDO, tomando como parámetro final la superficie central SC, expresada en píxeles de la corona del primer molar inferior. El tamaño muestral (en individuos) es representativo y superior a trabajos similares, (Kim y Lee, 2010; Veronese et al, 2013). La información de la IDO se archivó en formato TIFF (Tagged Image File Format) sin compresión y los algoritmos de mejoramiento y filtrado del ruido inherente a la adquisición fueron a) Filtro de Mediana, b) Filtro de Wiener, c) Filtro de Lee y d) Filtro Anisotrópico. Por lo tanto, la database constó de un total de 1200 imágenes: 200 originales IRC, 200 originales IDO y 200 por cada uno de los 4 procesos de mejoramiento de la imagen para medir. Para favorecer la ubicación de los puntos de medición se utilizó el algoritmo de detección de bordes salientes de Canny en todas las imágenes.

El modelado estadístico que tuvo como finalidad determinar si alguno de los filtros produce modificaciones significativas que afecten la

Medición se basó en una variable cuantitativa (superficie trapecio escaleno representativa del molar estudiado).

En los estudios previos que hemos realizado y publicado, Flesia y Flesia (2011) sobre la influencia del procesamiento digital en mediciones dentarias se concluyó que el filtro de Mediana es aconsejable en prácticas que necesiten un diagnóstico cualitativo por su mejoramiento visual conservando bordes y proporciones en una primera iteración, iteraciones subsiguientes provocan pérdida de definición de fronteras y trastornos en la visualización de formas y tamaños.

Al aplicar el filtrado anisotrópico, la imagen digital presentó en nuestro estudio una mejora visual sustancial y detectó bordes en estructuras mucho más marcados. Se analizó el resultado estadístico que evidenció, si bien, el filtro anisotrópico induce una mejora del contraste para detección de objetos, altos niveles de ruido generan falsos positivos que provocaron alteraciones significativas en los puntos de medición de las imágenes radiográficas digitalizadas, concordamos en este punto con alteraciones que produce el filtro anisotrópico en la estructura de la imagen reportadas en sus trabajos por Rodríguez Uribe (2011).

El Filtro de Lee es utilizado ampliamente en imágenes de radar para disminuir el ruido tipo moteado o speckle y utiliza distribución estadística para estimar cual debe ser el valor de brillo del pixel indicado (García et al, 2003). El ruido típico de la imagen radiográfica es de tipo Poisson, agregado a ruido electrónico y térmico producido por el sensor, no ruido speckle tradicional. En nuestra experiencia se observó que no disminuyó el ruido visual, es de destacar que en el análisis estadístico no produjo modificaciones significativas en la imagen ni alteró la variable física cuantitativa.

El filtro de Wiener, filtro adaptativo desarrollado en sus trabajos por Banham (1997) preservó detalles y eliminó parcialmente el ruido “sal y pimienta” de distribución Poisson de la imagen radiográfica. Un trabajo a futuro sería corroborar la literatura en lo que respecta a los detalles de

alta frecuencia que según algunos trabajos serían respetados.

El sistema de adquisición y procesamiento de Imágenes de muestras biológicas presentó la particularidad de la heterogeneidad de las informaciones adquiridas. El tratamiento estadístico debe ser parte fundamental para evitar errores de criterio en los resultados obtenidos. Las pruebas de normalidad, variabilidad e independencia nos aseguran elegir el método correcto para evaluar los datos. Nuestra experiencia determinó que la hipótesis de normalidad se rechazó con el test de Friedman y las comparaciones simultáneas mostraron que la imagen procesada con el filtro Anisotrópico se diferenció de las otras mediciones efectuadas.

El sistema integral de medición debe ser consistente en todas sus partes, riguroso en su implementación técnica de adquisición con película radiográfica, así como también si la adquisición se realiza con sensores digitales directos. Este último agrega los inconvenientes de manipulación del sensor, la necesidad del uso de posicionadores especiales y el ruido inherente al sistema digital directo utilizado. Nuestra elección ha sido el sistema indirecto por sus ventajas en la implementación técnica. En la elección del digitalizador se tuvo en cuenta su probada eficacia en linealidad, siendo compatible con sistemas TWAIN de transferencia de datos, amplio manejo de la resolución y descarga de información en formato TIFF sin compresión ni pérdida de datos. Los datos fueron procesados por el programa MatLab®, en una interfaz original que programamos para esta tesis que permite en una sola pantalla llamar la imagen, procesarla por los 4 métodos, aplicarle detección de bordes de Canny con umbral variable y presentarla en el ToolBox de medición para su mensuración. Los datos obtenidos fueron cargados en un archivo Excel® para su posterior análisis estadístico que fue realizado con el ToolBox de Estadística de Matlab® por los autores.

Se decidió incluir en la tesis el código de implementación de los algoritmos de procesado y Estadística con la finalidad de, al ser una tesis

de implementación de un sistema, sean utilizados por las personas que lo necesiten, así como la database de mediciones y de imágenes de coronas de primeros molares inferiores.

Capítulo 7 Conclusiones

- El método desarrollado constó de los siguientes pasos
 - Radiografía tradicional con técnica paralela.
 - Digitalización indirecta con escáner de cama plana.
 - Procesamiento de reducción de ruido con filtro de mediana.
 - Aplicación del detector de bordes de Canny.
 - Uso del toolbox de medición sobre el mapa de bordes.
- La decisión de utilizar el filtro de mediana para reducir el ruido se estudió y publicó en una experiencia de campo contra tres métodos diferentes de gran uso en la literatura.
- El método utilizado generó una database de 1200 imágenes, 1000 de ellas digitales, en un diseño apareado.
- La hipótesis nula de igualdad de distribuciones estadísticas en las mediciones se testeó con el test de Friedman, cuyo resultado rechazó la hipótesis con nivel 0,05, se realizaron comparaciones simultáneas con el test de Wilcoxon con corrección de nivel de Bonferroni, manteniendo el nivel simultáneo de 0,05.
- El procesamiento que produjo una homogeneización mayor en la imagen, en este caso la Difusión Anisotrópica, no sirven para un estudio en el cual la variable es medición.
- El método que trabajó calculando la mediana del conjunto de píxeles del entorno o filtro de mediana generó en muestras mayores un mejoramiento notorio en la relación disminución de ruido inherente a la imagen y medición estadísticamente valedera con un p-valor de 0,52 en el test de Wilcoxon de diferencia con la original.
- Como parte de la tesis se realizó una interfaz gráfica para el toolbox de medición de Matlab y los programas de reducción de ruido y el método de Canny, que permitió cambiar parámetros en forma interactiva y evaluar resultados en forma simultánea.

Referencias Bibliográficas

- Ahmad SA, Taib MN (2011), The qualitative and quantitative evaluation of enhanced dental radiographs, *Electrical, Control and Computer Engineering (INECCE)*, pp 377 – 381, ISBN : 978-1-61284-229-5.
- Alcaraz Baños, M (2002), *Bases físicas y biológicas del radiodiagnóstico médico* Universidad de Murcia, Murcia, pp 21-36.
- Aprile, H (1971), *Anatomía odontológica orocervicofacial*, El Ateneo, pp 379-390.
- Banham MR, Katsaggelos KR (1997), Digital Image Restoration, *IEEE Signal Processing Magazine*, 14: 24-41.
- Barbieri Petrelli G, Flores Guillén J, Escribano Bermejo M, Discepoli N (2006), Actualización en radiología dental: Radiología convencional Vs digital. *Avances Odontoestomatológicos*, 1: 131-139.
- Bascones Martínez A (2000), *Tratado de Odontología*, 3era Edición Ed. Avances Medico-Dentales, Tomo 1 Cap. 7 pp 869 -907.
- Bascones Martínez A (2000), *Tratado de Odontología*, 3era Edición Ed. Avances Medico-Dentales, Tomo 3 sección 24 Cap. 1 Pág. 2867-2881.
- Basrani E, Blank A J y Cañete M T (2003), *Radiología en Endodoncia*, 1er Edición, Ed. Amolca, pp. 17-23.
- Bruntz L Q, Palomo J M, Baden S y Hans M G (2006), A comparison of Scanned Lateral Cephalograms with Corresponding Original Radiographs, *American Journal Orthod Dentofacial Orthop*, 130: 340-348.
- Bushong, S (1998), 'Manual de radiología para técnicos' en Harcourt & Brace, *Física, Biología y Protección Radiológica* 6ªed., Madrid.

-
- Canny J(1986), A computational approach to edge detection, *IEEE Transactions on patterns Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 8, 6: 679-698.
 - Canut Brusola JA (2001), *Ortodoncia Clínica y Terapéutica*, Ed. Masson 2ª Ed. 7: 117.
 - Castleman KR (1996), *Digital image processing*, Ed. Prentice Hall, 1ª Edición, 1,2 : 1-26.
 - Cattaneo PM, Bloch CB, Calmar D, Hjortshoj M y Melsen B (2008), Comparison Between Conventional and Cone-Beam Computed Tomography-Generated Cephalograms. *Am J Orthod Dentofacial Orthopedia*, 134: 798-802.
 - Chimenos Küstner E (2005), *Radiología en medicina bucal*, Editorial Masson S.A. 1ª Edición, 5: 44-50.
 - Correa A, Krause R, Bolzan M y Bauer E (2010), Comparación entre Radiografías Convencionales y Digitales en la Medición de Canales Radiculares, *Acta odontológica Venezolana* Vol. 48.
 - Desok K (2010), Multiscale image analysis for the quantitative evaluation of periapical lesion healings. *3rd International Conference on Biomedical Engineering and Informatics*, Mountain View, CA, ISBN: 978-1-4244-6495-1.
 - Eastman Kodak Company (1970), Los rayos x en odontología, EKC, P 8.
 - Einstein A (1905), Sobre un punto de vista heurístico concerniente a la producción y transformación de la luz, *Anales de Física*, Berna, 17, pp 132-148.
 - Ferrari JR y Winsor R (2005), Digital radiographic image denoising Via wavelet-based Hidden Markov Model Estimation. *Journal of Digital Imaging*, Vol. 18, 2: 154-167.
 - Figun ME y Garino R (2007), Anatomía Odontológica Funcional y Aplicada, El Ateneo, 2ª edición, 8 P: 230-250.

-
- Flesia JG, Flesia AG (2011), The influence of digital processing in the accuracy of measurements in indirect digitalized intra-oral
 - Fries B y Fries M (2005), Audio digital práctico, Ed. Anaya Multimedia, ISBN 84-415-1892-0.
 - Garate Rojas M (1988), Fundamentos de la Técnica radiológica. Agfa-Gevaert Ancora ediciones médicas, Barcelona.
 - García R, González C, de la Vega R, Valverde A y Sebem E (2003). Análisis del comportamiento de filtros de reducción de speckle en imágenes ers2-SAR R. G. Teledetección y desarrollo regional, X Congreso de Teledetección, España, pp 325-328.
 - Goaz PW y White SC (1999), *Radiología Oral. Principios e interpretación*, Ed. Mosby, 3ª Ed., 9: 155,180.
 - Goaz PW y White SC (1999), *Radiología Oral. Principios e interpretación*, Ed. Mosby, 3ª Ed., 6: 98,105.
 - Gomez Agreda C, Leonelli de Moraes, M , Manhaes Junior LR , De Moraes LC, Melo Castillo LC y Medici Filho E (2007) , Confiabilidad de dos aparatos digitales en relación a la veracidad de las mediciones, *Acta Odontológica Venezolana* Vol. 45 N 1, ISSN: 0001-6365.
 - González RC y Woods RE (2002), *Digital Image Processing*, Ed. Prentice Hall, 2ª edición, 1: 7-11.
 - González RC y Woods RE (2002), *Digital Image Processing*, Ed. Prentice Hall, 2ª edición, Cap. 1: 25-31.
 - González RC y Woods RE (2002), *Digital Image Processing*, Ed. Prentice Hall, 2ª edición, 2: 68 – 69.
 - González Rico J, Delabat R, y Muñoz C (1996), *Tecnología Radiológica*. Paraninfo, Madrid.
 - Harandi AA (2011), A semi-automatic algorithm based on morphology features for measuring of root canal length, ICCSN.
 - Haring, JI y Jansen C (2003), *Radiología Dental, Principios y técnicas*, Ed. McGraw Hill Cap, 2ª ed., 4: 234-250.

-
- Herrera Arrieta Y, Pámanes García, S (2010) Guía de Pastos de Zacatecas. IPN, Conabio, CNCUB, 1a Edición.
 - Hochberg Y y Ajit C (2008), *Tamhane Multiple Comparison Procedures*, John Wiley and Sons Ltd, ISBN: 978-0-4718-2222-6.
 - Holcomb JL, Kenney AO y Rieger's (2001). Moving Theory into Practice. Vol. 4, no. 3.
 - Hongmei Gou (2009). Intrinsic Sensor Noise Features for Forensic Analysis on Scanners and Scanned Images. *Transactions on Information Forensics and Security*. Vol. 4 Num.3, ISSN 1556-6013.
 - Huygens Ch (1690), *Traite De La Lumiere*, Marchand Libraire.
 - Iannucci J y Howerton L (2013), *Radiografía Dental, Principios y Técnicas*, Amolca, 4^a ed., p 64.
 - Jain AK (1989), *Fundamentals of digital Image processing*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J.
 - Kim M y Jeong H(2010), Radiographic analysis of peri-implant trabecular bones after implant placement. *3rd International Conference on Biomedical Engineering and Informatics*, Volúmen 2, ISBN 978-1-4244-6495-1.
 - Kuan DT, Sawchuk AA, Strand TC y Chavel P (1987), Adaptive restoration of images with speckle. *IEEE Transaction on acoustics, speech and signal processing*, ASSP-35(3):373-383,
 - Lim JS (1990), *Two dimensional signal and image processing*, Prentice Hall, NJ, pp.478-488.
 - Lim JS (1990), *Two dimensional signal and image processing*, Prentice Hall, NJ, p. 538.
 - Lin PL, Lai YH y Huang PW (2010), An effective classification and numbering system for dental Bitewing radiographs using teeth region and contour information. *Pattern recognition*, Vol 43, 4: 1380-1392.
 - Makitalo M, Foi A (2011), Optimal Inversion of the Anscombe Transformation in Low-Count Poisson Image Denoising. *IEEE Transactions on Image Processing*, Volume 20, 1, ISSN: 1057-7149

-
- Maxwell JC (1873), A treatise on electricity and magnetism, Clarendon Press, Oxford.
Medical Informatics and Telemedicine (ICIMIT), pp 17-22, ISSN. 978-1-4673-5842-2
 - Murray J D y Van Ryper W (1996). Encyclopedia of Graphics File Formats, Ed. O'Reilly 2ª Edición. Sebastopol, ISBN 1-56592-161-5.
 - Navarro R de L, Oltramari-Navarro PV y Fernandes TM, (2013), Comparison of manual and digital lateral CBCT cephalometric analyses. *J Appl Oral Sci.*, 2 (21): 167-176.
 - Onchis D y Gotia S (2014), Enhancing Dental Radiographic Images in Spline-Type Spaces. *Symbolic and Numeric Algorithms for Scientific Computing (SYNASC)*, P 559 – 564, ISBN: 978-1-4799-8447-3.
 - Oprea S, Marinescu C, Lita I, Jurianu M y Visan D (2008), Image Processing Techniques used for Dental X-Ray Image Analysis. *31st International Spring Seminar on Electronics Technology*, IEEE, P 125-129, ISSN 978-1-4244-3974-4.
 - Otsu N (1979), A Threshold Selection Method from Gray-Level Histograms. *Transactions on systems, man, and cybernetics*, Vol. 9; 1: 62-66, ISSN 0018-9472.
 - Parker J (1997), *Algorithms for image processing and computer vision*, John Wiley and Sons, New York, pp.23-29.
 - Perona P y Malik J (1990), Scale-Space and Edge Detection Using Anisotropic Diffusion, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 12; 7: 629-639.
 - Pizzutiello RJ y Cullinan, JE (1999), Introducción a la Imagen radiográfica Médica, División Diagnóstico por Imagen, Kodak, Valencia.
radiographic imaging, *The Forensic Oral Pathology Journal – FOPJ*, 2(4):20-24.

-
- Raka Kundu (2013), Structural Enhancement of digital X ray Image of bone whit a suitable Denoising Technique, *Indian Conference on*
 - Ramírez Huerta J, Oropeza Sosa J y Flores Ledesma, A (2015), Estudio Comparativo entre Mediciones Cefalométricas en Cone-beam y radiografía lateral digital, *Revista Mexicana de Ortodoncia*, Volumen 3, pp 84-87.
 - Ravindra SV, Mamatha GP, Sunita JD, Balappanavar AY y Sardana V (2015), Morphometric analysis of pulp size in maxillary permanent central incisors correlated with age: An indirect digital study, *J Forensic Dent Sci*, 7:208-214.
 - Rice J (1995), *Mathematical Statistics and Data Analysis*, Duxbury Press, pp 465-467.
 - Rodriguez Uribe J C (2011), Anisotropic filtering assessment applied on superficial defects Enhancement under non-homogeneous light conditions. *Avances en Sistemas Informáticos*, Vol. 8; 3: 57-62, ISSN 1657-7663.
 - Rosa GM, Lucas GQ, Lucas ON (2000), Medición de la Altura Ósea en Radiografías Digitalizadas, *Comunicaciones Científicas y Tecnológicas*, Cátedra de Fisiología Humana, Facultad de Odontología, UNNE.
[Http://www.unne.edu.ar/unnevieja/Web/cyt/cyt/2000/3_medicinas/m_pdf/m_001.pdf](http://www.unne.edu.ar/unnevieja/Web/cyt/cyt/2000/3_medicinas/m_pdf/m_001.pdf)
 - Schulze RK y d'Hoedt B (2001), Mathematical analysis of projection errors in "paralleling technique" with respect to implant geometry. *Clinical Oral Implants Research*, pp 364-71.
 - Schulze RK y d'Hoedt B (2002), A method to calculate angular disparities between object and receptor in "paralleling technique". *Dentomaxillofacial Radiology*, 31: 32 – 38. *Software Engineering, International Conference*. Vol. 6, pp: 105-108, ISBN 978-0-7695-3336-0

-
- Sotelo y Soto G y Acosta Chedraui E (2005) *Radiología Bucal y Maxilofacial*, Ed. McGraw-Hill Interamericana S.A, 1ª edición, 3: 74-79.
 - Stafne EC y Gibilisco JA (1987), *Diagnostico Radiológico en odontología*, Editorial Panamericana, 1: 363-367.
 - Tokuyasu T, Yamamoto M, Okamura K y Yoshiura K (2006), Development of a training system for intraoral radiography. *International Conference on Robotics and Automation, ICRA 2006*, Orlando, Florida, pp 3286 – 3291, ISBN: 0-7803-9505-0.
 - Urzúa NR (2005), *Técnicas radiográficas dentales y maxilofaciales*, Aplicaciones, 1ª Edición, ED. Amolca, 2:11-16.
 - Van Belle G y Kerr K (2012). *Design and Analysis of Experiments in the Health Sciences*. Wiley.
 - Veronese E, Veronese M, Sivoletta S y Grisan E (2013), A radiographic-based method for marginal bone loss measurement in dental implants. *10th International Symposium on Biomedical Imaging*, pp. 129-132, ISBN: 978-1-4673-6456-0.
 - Whermann AH y Manson-Hing LR (1971), *Radiología dental*, Ed. Salvat S.A, 2ª Edición, 3: 54-57.
 - White SC y Pharoa MJ (2002),, “Radiología Oral. Principios e interpretación “4 Edición, Madrid, Ed. Harcourt S.A.
 - Zhang Jun, Jinglu Hu (2008), Image Segmentation Based on 2D Otsu Method with Histogram Analysis. *Computes Science and Software Engineering*.