EPISTEMOLOGÍA E HISTORIA DE LA CIENCIA

SELECCIÓN DE TRABAJOS DE LAS XV JORNADAS

VOLUMEN 11 (2005)

TOMO I

Horacio Faas
Aarón Saal
Marisa Velasco
Editores

ÁREA LOGICO-EPISTEMOLÓGICA DE LA ESCUELA DE FILOSOFÍA
CENTRO DE INVESTIGACIONES DE LA FACULTAD DE FILOSOFÍA Y HUMANIDADES
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA

Formalizando una versión del conocimiento contextual desde la lógica modal epistémica y los sistemas interpretados

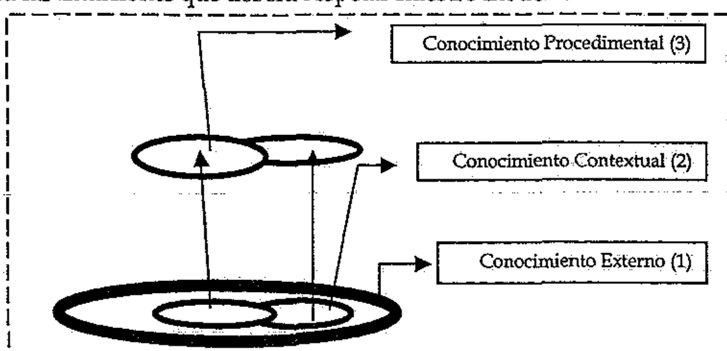
*Manuel Dahlquist**

Introducción

Para Brezillón y Pomerol (1999) (de ahora en más B&P) la característica epistémica básica que tiene el conocimiento contextual es *su orientación hacia alguna tarea.* Postulan que:

a. La noción de contexto ofrece una alternativa visión de "saber cómo" para capturar la parte del conocimiento vinculada con la acción y toma de decisiones.
b. *Saber cómo* es una noción amplia, *que incluye al razonamiento contextual como una de sus partes, aquella vinculada con la influencia del entrono en las toma de decisiones*. En algún sentido, el contexto es conocimiento acerca de la instanciación de "saber cómo", es el marco en el cuál se revela el "saber cómo".

El siguiente gráfico de B&P nos servirá de guía a lo largo de todo el artículo para las intuiciones que deberá respetar nuestro modelo.



Se muestran tres tipos de conocimiento vinculados entre sí, uno de los cuales es el conocimiento contextual, que debe entenderse como una parte de un proceso en que la acción y el razonamiento están vinculados.

(1) es un conocimiento común a todos los agentes (conocimiento externo) sobre el cual practicamos una selección de la información (2) de algún tipo (conocimiento contextual) con fines a realizar alguna tarea (3) (conocimiento procedimental).

Los objetivos de este artículo son.

a. Brindar una representación matemáticamente más dúctil -un modelo lógico- de las categorías de B&P (1999) en términos de la Lógica Modal Epistémica (de ahora en más LME) y los Sistemas Interpretados (SI)

* Universidad Nacional del Litoral. Universidad Autónoma de Entre Ríos.

b. Aplicar esta formalización a la perspectiva de los sistemas multiagentes.
c. Mostrar la riqueza del enfoque, que incorpora en un todo (vinculándola con algoritmos), la idea de B&P que el conocimiento contextual es, básicamente, un conocimiento relacionado con la acción.

Lógica

Para nuestro modelo lógico, hemos elegido las Lógicas Modales Epistémicas (LME). Sus desarrollos y, sobre todo, aplicaciones a los sistemas multiagentes, los tomamos del libro *Reasoning about Knowledge* de Halpern, Moses, Verdi y Fagin (de ahora en más HFMV). No hay en el libro definiciones ni tratamientos de razonamientos contextuales. Nosotros somos los responsables pues, de esta parte.

Daremos -por motivo de espacio- sólo las nociones imprescindibles para entender el texto. Para ampliar pueden verse: HFMV (1995), Huges & Cresswell (1996), Jansana (1989), Bull & Segerberger (1997); Zalta (1995).

Sintaxis

Asumimos un conjunto Φ de átomos proposicionales, y un conjunto A = 1,...n de agentes

El lenguaje L es definido como sigue

φ ::= falso | cualquier elemento de A | $\neg\varphi$ | φ & φ | Ei φ | Ciφ | Piφ |

El operador indexado Eiφ, debe leerse como "el agente i sabe externamente que φ", Ciφ como "el agente i sabe contextualmente que φ", y Piφ como "el agente i tiene un conocimiento del tipo procedimental de φ".

Semánticas de Kripke

Damos nuevamente una caracterización de lo que es imprescindible recordar para avanzar en el texto. Para el interesado remitimos nuevamente a la bibliografía antes citada.

Un modelo standard M de fórmulas atómicas Φ, es un triplo <W, R, π> que satisface las siguientes condiciones:

- W es un conjunto no vacío de mundos s, t, z
- R es una relación binaria sobre W tal que R $\subseteq$ (W x W)
- π es una función a cada p $\in \Phi$ un sub conjunto π(p) de W

El sistema S5 y el conocimiento externo

El conocimiento externo es para B&P tiene las siguientes características básicas:

- Es un conocimiento común a todos los agentes que participan de una situación.
- Es un conocimiento que, potencialmente, puede transformarse en conocimiento contextual.
- Es un conocimiento que "no puede abarcarse de un solo vistazo"; implica las consecuencias lógicas de lo que el agente sabe externamente.

Existen numerosas nociones de conocimiento dentro de la LME, según los intereses e intuiciones que se persigan. La que consideramos apropiada para formalizar la noción de *conocimiento externo* es la noción de conocimiento propia de los sistemas conocidos como S5. Estos sistemas están caracterizados por una relación *reflexiva, simétrica y transitiva.* De manera formal definimos el conocimiento externo como:

$(M,s) \models E_i\varphi$ sii $(M,t) \models \varphi$ para todo t, tal que $(s,t) \in \mathcal{E}_i$

Esto debe leerse: "el agente i conoce externamente φ en s, si en todos los mundos t con los que está relacionado, es el caso que φ"[1].

El conocimiento contextual, la omnisciencia lógica y los abordajes sintácticos

Vamos ahora a definir formalmente la noción de conocimiento contextual. Recordemos para ello tres características básicas que le otorgan B&P.

a. El conocimiento contextual es un conocimiento orientado a una tarea, acción o resolución de problemas;
b. el conocimiento contextual es subjetivo;
c. el contexto es un conjunto de parámetros utilizados para razonar en relación a una acción, que está contextualmente determinada.

Estas condiciones las trasladamos a cuatro requisitos para nuestro modelo.

1. Necesitamos un razonador que avance sobre un número finito e "inmediato" de creencias, con el fin de ir estructurando (en base a ellas) su acción futura.
2. La información que necesita es principalmente información del entorno que es la que dará, de modo prioritario, las restricciones del caso.
3. Necesitamos que cada agente tenga "su propio contexto", resultado de la perspectiva que mantiene, al información que posee y el grado de precisión que pretende (para mas detalles sobre estas tres características que definen el razonamiento contextual véase [1])
4. Necesitamos que el conocimiento contextual se estructure o relacione con el conocimiento procedimental.

Necesitamos a estos fines.

a. Que el agente razone con información parcial y -por la inmediatez- sin considerar todas las consecuencias de la información que selecciona. Estas características si se dan en el conocimiento externo y en la literatura sobre el tema se conoce como el problema de la omnisciencia. Lo evitaremos mediante un abordaje sintáctico
b. Que el entorno tenga un lugar importante en el razonamiento contextual. Podemos pensar en una función más que vincule conjuntos de fórmulas con estados pero que no represente sólo un agente i, sino a un entorno e. *El entorno no será pues otra cosa que un agente más, pero un agente con el que todos deben tener algo en común.*

Formalmente:

$M = (S, \pi, \mathcal{E}_1, \ldots, \mathcal{E}_n, \mathcal{A}_e, \mathcal{A}_1 \ldots \mathcal{A}_n)$,

Donde $(S, \pi, \mathcal{E}_1, \ldots, \mathcal{E}_n)$ es un modelo de Kripke; $\mathcal{A}_i$ es una función que relaciona un conjunto de fórmulas con cada estado, para $i = 1 \ldots n$; $\mathcal{A}_e$ es una función que relaciona un conjunto de fórmulas con cada estado, para e = 1

Intuitivamente, $Ai(s)$ es el conjunto de las fórmulas que el agente i considera relevantes en s y $Ae(s)$ es el conjunto de las fórmulas que el agente e considera relevantes en s. $Ci(s)$ será el conjunto formado por las fórmulas familiares al agente y al contexto.

Lo definimos así:

$$Ci(s) = Ai(s) \cap Ae(s)$$

Un modelo contextual del conocimiento es un tuplo $M= (S, \pi, \mathcal{E}_1,\ldots,\mathcal{E}n, C_1 \ldots Cn)$, donde $(S, \pi, \mathcal{E}_1, \ldots,\mathcal{E}n)$es un modelo de Kripke y Ci es una función que relaciona un conjunto de fórmulas con cada estado, para i = 1....n.

Intuitivamente $Ci(s)$ es el conjunto de las fórmulas que el agente i considera contextualmente relevantes en s.

Un agente conoce contextualmente φ si esta es familiar para él y es un dato del entorno. Formalmente definimos el **conocimiento contextual**:

$$(M,s) \models Ci\varphi \text{ sii } \varphi \in Ci(s)$$

Características del conjunto Ci(s)

Como hemos definido la verdad de $Ci\varphi$ como pertenencia al conjunto $Ci(s)$, podemos, dando diferentes características (poniendo restricciones) al conjunto $Ci(s)$, obtener diferentes formas de conocimiento contextual. Particularmente nos interesan, como dijimos arriba, *aquellas que lo armonizan con la noción semántica de conocimiento externo.*

- Contextualidad cerrada bajo sub-fórmulas: puede tener diferentes criterios más o menos exigentes. A nosotros nos interesa un requisito tal como si $\varphi \& \psi \in Ci(s)$, entonces ambas, $\varphi, \psi \in Ci(s)$.
- Contextualidad e iteración: un agente que conoce contextualmente tendrá conocimiento contextual de su contextualidad: si $\varphi \in Ci(s)$, entonces $Ci\varphi \in Ci(s)$, lo que se corresponde con la posibilidad de iteración de la modalidad: $Ci\varphi \rightarrow CiCi\varphi$. (Esta es una de las características consideradas fundamentales en [5])
- Contextualidad e introspección: un agente sabe que fórmulas conoce de manera contextual. Si $(s,t) \in \mathcal{E}i$, entonces $Ci(s) = Ci(t)$ esto corresponde a los axiomas de introspección. $Ci\varphi \rightarrow Ei\, Ci\, \varphi$ y $\neg Ci\varphi \rightarrow Ei\, \neg Ci\varphi$ [2].

Conocimiento procedimental, acción y algoritmos

Tenemos que respetar pues la idea que el conocimiento procedimental es parte del conocimiento contextual que, a su vez, es algún tipo de selección sobre el conocimiento externo.

Agregamos ahora el operador "Pi", para lograr fórmulas del estilo $Pi\varphi$ que intuitivamente significan "i considera la posibilidad de procedimentar φ" o "i podrá decidir que hacer en base a φ" o cosas por el estilo. Formalmente definiremos el **conocimiento procedimental** así:

$$(M,s) \models Pi\varphi \text{ sii } (M,s) \models Ci\varphi \text{ y } (M,t) \models Ei\varphi$$

La definición tiene dos partes. En la primera dice que para que i tenga conocimiento procedimental de φ, i tiene que conocer contextualmente a φ. En la segunda, dice que para que i tenga conocimiento procedimental de φ, i tiene que conocer externamente φ. La intuición es que no puedo contextualizar nada que no conozca externamente ni procedimentar fórmulas que no provengan del contexto (acerca del tipo y modo de tratamiento de la información en los contextos puede verse [7]).

La utilidad de esta noción se basa en la posibilidad de vincularla con tipos de conocimiento computables, es decir con la posibilidad de decidir acciones a partir de nuestro conocimiento, que es la esencia misma del conocimiento procedimental. Ahora daremos cuenta de este punto, pero la LME no alcanza de por sí para dar cuenta de la acción de una manera satisfactoria. Necesitamos apelar a un nuevo recurso, los SI.

Sistemas Interpretados

Uno de los mayores méritos de HFMV es *haber vinculado los SMA con los Modelos de Kripke*. Para ello crean los *Sistemas Interpretados*, que procuraremos presentar de modo breve, a continuación.

Sistemas de múltiples agentes

Una de las perspectivas actuales más reconocidas en la línea de abordaje del conocimiento por parte de la AI[3], es la de los sistemas de múltiples agentes o sistemas multiagentes (de ahora en más SMA). Asumimos que a) los integrantes de un SMA son denominados agentes; b) cualquier colección de agentes interactuantes puede ser considerada un SMA; c) el grado de complejidad de un sistema es infinito: depende de seleccionar mayor o menor cantidad de rasgos para describirlo.

Primero, con el fin de dar un modelo de los SMA consideramos que:

1. Contemplado en algún momento del tiempo, cada uno de los agentes del sistema está en algún *estado*. Este es denominado *estado local*.
2. Un estado local encapsula toda la información a la que el agente tiene acceso.
3. El sistema puede ser definido como un tuplo (Li...Ln), donde Li es el estado global del agente i.
4. Si necesitamos -aparte del estado de los agentes- datos sobre lo que pasa en el mundo, agregamos un agente Se, que cumple funciones especiales y está por el ambiente.
5. Un *estado global* de un sistema con n agentes, se define como un (n+1) tuplo, de la forma (Le, Li.....Ln), donde Le es el estado global del entorno y Li es el estado global del agente i.
6. Para captar la evolución de un sistema necesitamos un *run*. Este es definido como una función que vincula tiempo con estados globales. Tomando el tiempo como lapso sobre números naturales, r(0) describe el estado inicial del sistema en una posible ejecución r, el próximo estado global es r(1), y así.
7. Se asume que el reloj del sistema está fuera del sistema. Los agentes no tienen necesariamente acceso a éste.

Los sistemas se definen formalmente como una colección no vacía de *runs*. Esto pretende reflejar tanto la interacción de los agentes como el carácter dinámico de los sistemas.

De manera más formal tenemos que:

- Sea Le un conjunto de posibles estados para el ambiente y sea Li un conjunto de posibles estados locales para el agente i, para i = 1, .. .n.; El conjunto de los estados globales puede definirse como $\mathcal{G}$ = Le, Li, ...Ln, donde Le es el conjunto de los estados locales de e; LiX es el conjunto de los estados locales de i, etc.
- Un *run* sobre $\mathcal{G}$ es una función del dominio del tiempo -los números naturales- a $\mathcal{G}$. Esto es, un *run* sobre $\mathcal{G}$ puede ser identificado con una secuencia de estados globales en $\mathcal{G}$;
- Un *punto* es un par (r, m) consistente en un *run* r y un tiempo m;
- r i (m) es el estado local del agente i en el punto (r,m);
- Un *run* acontece entre dos puntos del tiempo. Definimos el *run* m en el *run* r, tomando lugar entre el tiempo m-1 y el tiempo m;
- Un sistema $\mathcal{R}$ sobre $\mathcal{G}$, es un conjunto de *runs* sobre $\mathcal{G}$;
- (r,m) es un *punto en el sistema* $\mathcal{R}$ si r ∈ $\mathcal{R}$

Sistemas Interpretados y Conocimiento

Los SMA pueden pensarse como sistemas en que las acciones de sus agentes dependan del conocimiento de estos agentes. Este es el vínculo teórico entre los análisis de las nociones de conocimiento que postulamos desde la LME y los SMA. Para llevarlo adelante es menester vincular el conocimiento con las nociones presentadas arriba[4]

Como habrá notado el lector, un SMA es, formalmente, un Marco de Kripke. Lo que nos falta para conseguir un Modelo, es pues, una función de interpretación. Agregada esta, estamos en presencia de un sistema interpretado (de ahora en más SI).

Un SI *I*, consiste de un par ($\mathcal{R}$, π) donde $\mathcal{R}$ es un sistema sobre un conjunto $\mathcal{G}$ de estados globales y π es una interpretación para las proposiciones en Φ sobre $\mathcal{G}$, la cual asigna valores de verdad a las proposiciones primitivas en los estados globales.

Esto es, para cada p ∈ Φ y estado s ∈ $\mathcal{G}$, tenemos π(s)(p) ∈ {verdadero, falso}, donde Φ son las proposiciones básicas, p es un proposición, s es un estado local que pertenece a $\mathcal{G}$ que es un estado global y π es una función de interpretación.

π incluye también una interpretación sobre los puntos de $\mathcal{R}$; simplemente tomamos π(r,m) para ser π(r(m))[5]

Recordemos la tercera condición de la semántica de Kripke descripta al comienzo para entender cabalmente la función π: "π asigna a cada p ∈ Φ un sub conjunto π(p) de W". Esto es lo que hace π, sólo que ahora asigna un valor de verdad sobre cada proposición en cada estado local que pertenece a un estado global. En el fondo, no ha dejado de ser lo que fue siempre, una función Φ→P(W), donde P(W) es el conjunto potencia de W (aquí en vez de W, hablamos de $\mathcal{G}$).

El conocimiento en los sistemas interpretados se define asociando el sistema interpretado *I = (R, π)* con un modelo de Kripke *M I* = (S, π, E_1 ....*En*). Dicho del modo más sencillo posible, el conocimiento se define caracterizando la relación[6]

La relación postulada será representada por el símbolo ~i, y debe ser leída como "es indistinguible para i. Esta relación tiene las mismas características que la relación de equivalencia, que caracterizan a S5, y a nuestra noción de conocimiento externo

Puede predicarse tanto de *estados globales* S ~i S, como de *estados locales* r(m) ~i r´(m´), como de *puntos en el sistema* (r,m) ~i (r´, m´).

Tenemos que:

$(I, r,m) \models p$ (para una oración primitiva $p \in \Phi$) sii π (r,m) (p) = verdadero

Conocimiento Externo

$(I, r,m) \models Ei\varphi$ sii $(I, r´,m´) \models \varphi$ para todo (r´, m´), tal que (r,m) ~i (r´, m´).

La definición obtenida es pues análoga a la de conocimiento externo definido en términos de los elementos de un modelo de Kripke más clásico, ya que satisface todas las condiciones de su semántica, pero mapeados a los elementos de un SMA. Esto nos da la posibilidad de avanzar sobre las acciones, característica impostergable para caracterizar el conocimiento contextual según B&P.

Acciones

Se ha postulado los SMA como sistemas dinámicos. ¿Cómo es que cambian los sistemas?

Se asume que cada agente tiene un conjunto ACTi de acciones que pueden ser desarrolladas por i. de la misma manera y acorde con la idea de considerar al entorno como un agente, se puede considerar un conjunto ACTe de acciones implementadas por el entorno.

Protocolos

Los agentes llevan a cabo sus acciones acorde con un protocolo. Un protocolo es una regla para seleccionar acciones. Intuitivamente, *un protocolo es una descripción de las acciones que el agente i puede tomar en relación a su* ***estado local***. Esto es,

Li→ACTi

Acorde con la política de considerar el agente entorno, debemos reconocer una regla para seleccionar acciones sobre el conjunto de las posibilidades que le brinda su estado local al agente e:

Le→ACTe

Cuando los protocolos de los participantes actúan conjuntamente tenemos un tuplo (P_1...Pn) consistente en los protocolos de i = 1...n. Como hacen notar HFMV, no se incluye en este tuplo los protocolos del ambiente Pe.

La razón de esto es que el entorno juega un rol especial. Como dijimos en 2 de 4a) un estado local está definido por toda la información de que el agente dispone. En los razonamientos contextuales, como señalamos en 3d), la información del estado local incluye, necesariamente, información acerca del entorno. En otras palabras, no podemos aceptar una definición de protocolos interactuantes que no incluyan al entorno (como en las presentaciones de HFMV). Nuestras acciones están determinadas por el estado local del ambiente, más que nada.

Tenemos que postular que los protocolos son más bien una función

Li $\cap$ Le→ACTi

Lo que debe quedar en claro es que cada vez que aparezca la noción de estado local, deberemos recordar que la información de un agente en su estado local es, en el caso de los razonamientos contextuales, información acerca del entorno, pero sin dejar de ser información del agente (esto es lo que pretende captar la intersección entre ambas).

Conocimiento, algoritmos y conocimiento contextual
Cuando un agente necesita actuar en base a lo que sabe, debe ser capaz de computar su conocimiento. Para esto, es menester considerar los algoritmos de que el agente dispone, así como el "esfuerzo requerido para computar el conocimiento".

El problema de disponer de la posibilidad de computar el conocimiento está relacionado con el problema de la omnisciencia lógica. Un agente omnisciente pierde la capacidad de computar su conocimiento. Este conocimiento debe entonces, también, estar desvinculado de la omnisciencia lógica.

Sistemas algorítmicos
El conocimiento de un agente depende de su estado local. Esperamos, pues, que un agente decida a través de un algoritmo si sabe φ si dado un *input*, un estado local l, y una fórmula φ, responde "si" o "no", dependiendo de que el agente i sepa o no sepa φ cuando está en el estado local l.

Puede agregarse el *output* "?" para aquellos casos en que el agente no puede computar si sabe o no sabe φ.

El estado local del agente será definido (de manera análoga a los estados locales de los sistemas interpretados) como un par <A, l>, donde A es un algoritmo y l es el resto del estado local. Estos estados locales son denominados *estados algorítmicos*.

Un sistema interpretado donde los estados locales son estados algorítmicos, se denomina sistema algorítmico y pueden verse del siguiente modo: para (r,m)=<A, l>, usamos algi(r,m) para denotar el algoritmo A y datai(r,m) para denotar el estado loca l de i.

Sobre la base de la definición de conocimiento externo, damos la de **conocimiento procedimental**

$(I, r,m) \models P_i\varphi$ sii $A(\varphi, l) =$ "si", (para $A =$ algi (r, m) y $l =$ **datai** (r,m))

Nótese que *sólo se tiene conocimiento procedimental si la respuesta es "si"*. Responder "no" o "?" redunda en la pérdida del conocimiento algorítmico.

Corrección
Existe un tipo de algoritmos que resulta particularmente interesante: aquellos que son correctos (sound). Decimos que un algoritmo A es correcto para un agente i en el sistema algorítmico *I* si para todos los puntos (r,m) de *I* y las fórmulas φ, si algi(r,m) = A y **datai**(r,m) = l, entonces

a. $A(\varphi, l) =$ "si" implica que $(I, r,m) \models E_i\varphi$ y
b. $A(\varphi, l) =$ "no" implica que $(I, r,m) \models \neg E_i\varphi$

Son interesantes las consecuencias. Si un agente i utiliza en todos los puntos algoritmos correctos se da (como propiedades interesantes de este conocimiento) que:

$P_i\varphi \Rightarrow E_i\varphi$ (si el agente i procedimentalmente sabe φ, entonces sabe externamente que φ)

$I \models Pi\varphi \Rightarrow \varphi$ (el axioma del conocimiento)

Cuando es válido $Pi\varphi$ en el punto donde el agente i utiliza un *algoritmo local correcto*, es apropiado decir que i es capaz de computar que sabe φ.

Completud

La completud es una propiedad que garantiza que la respuesta sea siempre "si" o "no" y nunca "?".

Decimos que un algoritmo A es completo para un agente i en el sistema algorítmico I si para todos los puntos (r,m) de I y las fórmulas φ, si algi(r,m) = A y datai(r,m) = l, entonces A(φ, l) ∈ {"si", "no"}.

De esto se sigue que si un agente i usa un algoritmo local correcto y completo, se da que:

$Pi\varphi \Leftrightarrow Ei\varphi$

La completud es una propiedad vinculada tradicionalmente con el grado de especialización de los agentes. El experto es quien nunca responde "?". En el caso que nos ocupa, está relacionado con un agente que debe tomar una opción, decidir, y el que no puede en ningún caso dudar como respuesta.

Conocimiento contextual y algoritmos

El conocimiento contextual algorítmico requiere como nota característica no tanto el poder saber contestar, *sino más bien no dudar respecto a que datos haya seleccionado*, o sea los datos con los que razona para llegar al conocimiento procedimental. Está de alguna manera vinculado con la completud *ya que al agente "le alcanzan" siempre los datos como para comenzar un proceso*. Esta intuición es rescatada en la siguiente definición:

Conocimiento Contextual

(I, r,m) $\models Ci\varphi$ sii A(φ, l) ≠ "?" (donde ri(m) = <A,l>)

Conclusiones

Conseguimos en este trabajo acuñar definiciones formales, en términos de la lógica modal epistémica y en términos de los Sistemas Interpretados, semánticas más vinculadas a los sistemas de múltiples agentes, y que nos permiten vincularlos con la acción (cosa imposible utilizando solamente las LME), una de las notas características del conocimiento contextual, según Brezillón y Pomerol.

Notas

1 De esta caracterización del conocimiento se derivan las siguientes (epistémicamente atractivas) propiedades: el denominado axioma del conocimiento, o axioma de la realidad $Ei\varphi \rightarrow \varphi$: "si i sabe externamente que φ, entonces es el caso que φ". La introspección positiva $Ei\varphi \rightarrow EiE\varphi$: "si i sabe externamente que φ, entonces sabe que sabe externamente que φ". La introspección negativa $\neg Ei\varphi \Rightarrow Ei \neg E\varphi$: "si i no tiene conocimiento externo de φ, entonces tiene conocimiento externo de que no tiene conocimiento externo de que φ"

2 Esta propiedad es válida si el conjunto de fórmulas que un agente conoce contextualmente es una función de sus estados locales. La noción de *estado local* será explicada en el apartado dedicado a sistemas de múltiples agentes.

3 Para ver en particular la relación entre AI y los razonamientos contextuales véase [4]

4 Para buscar un modo alternativo de tratar la modalidad sin trabajar con una semántica al estilo de Kripke, el lector puede encontrar interesantes sugerencias y desarrollos en [6].

[5] Como hacen notar HFMV, ni el conjunto Φ ni la función π son intrínsecas al sistema R. Son estructuras "externas" que tienen como fin un mejor análisis del sistema.

[6] Por lo demás, S representará los puntos en I y se tomará $E_1 \ldots E_n$ como una relación binaria en S (una relación binaria en S es un subconjunto del producto cartesiano $S \times S$, esto es, el sub conjunto de los mundos vinculados a un agente i).

Bibliografía

[1] Benerecitti, M., Bouquet, P & Ghidini, C.; *Contextual Reasoning Distilled*, 2001,

[2] Brezillón P., Pomerol, J.; *Is a Context a Kind of Collective Tacit Knowledge?*, University Paris 6, 1999;

[3] Fagin, R., Halpern, J., Moses, Y., Vardi, M.; *Reasoning about Knowledge*, MIT, Cambridge-London,1996;

[4] Giunchiglia, F & Bouquet; *Introduction to Contextual Reasoning, an Artificial intelligence Perspective*, Sofía, 1997;

[5] McCarthy, J & Buvac, S., *Notes on Formalizing Contexts (Expanded Notes)*, Stanford, 1997;

[6] Sowa, J.; "Laws, Facts, and Contexts: Foundations for Multimodal Reasoning", en *Knowledge Contributions*, Kluwer Academic Publishers, Dordretch, 2003;

[7] Stalnaker, R., "On the Representation of Context", en *Context and Content*, Londres, 1999