

# EPISTEMOLOGÍA E HISTORIA DE LA CIENCIA

SELECCIÓN DE TRABAJOS DE LAS XV JORNADAS

VOLUMEN 11 (2005)

TOMO I

Horacio Faas

Aarón Saal

Marisa Velasco

Editores



ÁREA LOGICO-EPISTEMOLÓGICA DE LA ESCUELA DE FILOSOFÍA  
CENTRO DE INVESTIGACIONES DE LA FACULTAD DE FILOSOFÍA Y HUMANIDADES  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons atribución NoComercial-SinDerivadas 2.5 Argentina



# Invencción, virtudes epistémicas del rigor formal y los supuestos leibnizianos de la "nueva lógica"

Norma B. Goethe\*

## I. Introducción

Hacia el final de su carrera, Frege dicta en Jena los cursos "Begriffsschrift I" (1910-1911), "Begriffsschrift II" (1913) y "Lógica en la matemática".<sup>1</sup> Este último fue dictado en el verano de 1914. Según sus notas de clase, Frege vuelve a exponer aquí su idea de que la matemática posee vínculos muy estrechos con la lógica. Con ninguna otra disciplina son tan íntimos sus vínculos. Y si entendemos que la lógica forma parte de la filosofía, en ese caso habrá "un vínculo especialmente estrecho entre la matemática y la filosofía". (PW 203)

Cuando Frege comienza a plantear esa idea, hacia fines del siglo diecinueve, tal punto de vista estaba lejos de ser obvio. Por una parte, la disciplina de la lógica era ignorada en esos momentos por gran parte de los matemáticos, a pesar de que la geometría clásica hacía uso sustancial de la deducción y hasta el siglo diecisiete había sido considerada el paradigma de exposición científica. Por otra parte, los temas de lógica y epistemología se confundían frecuentemente con aspectos psicológicos desdibujando su propio ámbito de investigación teórica. Esto último parecería explicar en parte por qué muchos matemáticos no acordaban con Frege acerca del estrecho vínculo entre matemática y lógica, y no debería sorprendernos encontrar a Frege polemizando contra el llamado 'psicologismo' en la lógica.<sup>2</sup> En *Grundgesetze* (1893) se queja de la falta de cooperación entre matemáticas y filosofía: lo que hace imposible una colaboración fructífera entre matemáticos y lógicos es, según Frege, precisamente la prevalencia del "modo psicológico" de investigación. (GG XXV) ¿Cómo es posible que esta disciplina teórica, la ciencia de la lógica, que según Leibniz constituía "la ciencia de todas las ciencias" llegara a este predicamento?

Frege aboga por un enfoque de la lógica como ciencia teórica de máxima generalidad, una ciencia que estudia todo lo que "sea necesario para la inferencia válida", y que partiendo del énfasis en el valor epistémico del "modo deductivo de investigación" afirma su íntimo vínculo con la matemática. Hay un contexto histórico importante que debemos tener en cuenta a fin de arrojar luz sobre los esfuerzos que realiza Frege en su defensa de esta idea leibniziana. Dos grandes críticos de la lógica aristotélica se destacan en ese contexto: Descartes y Kant en el siglo diecisiete y dieciocho respectivamente. Frente a tales críticas, dos matemáticos vuelven la mirada hacia Aristóteles en defensa del modo deductivo de inferencia proponiendo una visión de la lógica como disciplina teórica de máxima generalidad con sus propios conceptos y sus propias leyes. En el primer caso, y frente a las críticas de Descartes, es Leibniz quien sale a la defensa del valor epistémico de los procesos de inferencia clásicos y el valor heurístico del rigor formal. En el segundo caso, es Frege quien reacciona frente al psicologismo reinante, cu-

\* Universidad Nacional de Córdoba.

yas puertas de acceso se liberaron a partir de la crítica kantiana y una recepción ambivalente del cartesianismo en la epistemología. Ambos defensores de la lógica clásica, de diversos modos y en momentos distintos, buscarán restablecer su íntimo vínculo con la matemática.

## II. Razonamiento deductivo y la pobreza de la lógica tradicional según los críticos modernos

Según Frege el psicologismo confunde el "modo deductivo de la inferencia" con el "modo psicológico" de investigación. Cómo se llegó a esta confusión conceptual es una cuestión compleja que se vincula con un importante capítulo de la historia de la ciencia. Parte del problema se remonta a la recepción de cuestiones metodológicas relevantes al desarrollo de la geometría analítica y el surgimiento de la nueva ciencia en el siglo diecisiete.<sup>3</sup> Descartes, quien está interesado en reglas para la adquisición del conocimiento, cuestiona la lógica aristotélica, cuyos practicantes llama 'dialécticos' por defender una 'lógica de la ilusión'. Las reglas formales de la lógica no ofrecen ninguna guía útil para la búsqueda de nuevas verdades, más aún ellas mecanizan el razonamiento dejando a la razón desocupada ('en chômage') en vez de involucrarla activamente en la resolución de problemas. Según Descartes, la formalidad de la lógica representa un obstáculo para la claridad y atención del agente en los procesos cognoscitivos.<sup>4</sup> Al igual que Wallis y otros matemáticos del siglo diecisiete Descartes sostiene que el "modo sintético" de presentación de los textos de geometría clásica no muestra el auténtico camino por el que se ha llegado al descubrimiento de nuevas verdades.<sup>5</sup> En general, tales ataques críticos de la tradición hacen hincapié en la falta de valor epistémico de la inferencia deductiva y la pobreza de la lógica como forma de representación del conocimiento. De más está decir que la crítica así formulada se prestaría a grandes confusiones. ¿Pues no defendía acaso Descartes el ideal epistémico de la intuición y la deducción como únicas vías para el conocimiento en sus escritos metodológicos? La ambigüedad del término latino "deducere" en el texto de las *Reglas*, cuya traducción oscilaba entre 'deducción' e 'inducción,' contribuyó a que la distinción clásica entre esas formas de inferencia se hiciera borrosa. Inscribiéndose en esta línea de ataques, Kant critica la lógica tradicional a la que también él llama 'dialéctica'. Tanto Descartes como Kant rechazan el silogismo como 'formas ilusorias' de conocimiento. Con su ensayo "Die Falsche Spitzfindigkeit der vier Syllogistischen Figuren erwiesen" (1762), Kant plantea justamente las primeras ideas que llevarían a su proyecto de una investigación trascendental. Su crítica de la lógica tradicional conlleva una crítica de la defensa y revalorización de la lógica en su vinculación con la matemática por parte de Leibniz.<sup>6</sup> En el siglo diecinueve, Bolzano (1837) y Frege (1879, 1884, 1893) retoman la defensa del punto de vista leibniziano. Este es el marco de referencia histórico del que parte Frege cuando sostiene que la matemática posee vínculos íntimos con la lógica.

## III. La ciencia de la lógica y la "esencia de la explicación"

El punto de partida de Frege es la matemática. En matemática, Frege es fiel a la tradición clásica que aspira a la presentación sistemática de una disciplina y que sus críticos llaman "el mito euclidiano".<sup>7</sup> Frege distingue entre el progreso de la historia de las ciencias y su exposición sistemática: una ciencia sólo llega a su ma-

durez cuando se sistematiza. En ese sentido, la matemática está en una posición privilegiada entre las ciencias por el nivel de precisión y rigor que puede alcanzar.

Sin embargo, sería equivocado afirmar que por defender un revisionismo a ultranza, Frege ignora la práctica matemática. Lo que vemos es una ambivalencia constante entre la práctica matemática y las exigencias de la disciplina que están guiadas por una visión filosófica del conocimiento científico. Esta última plantea dos tipos de exigencias. En primer lugar, se plantea la exigencia de sistematización. Este objetivo teórico conduce a la exigencia de rigor formal en la forma de expresión. Tal exigencia motiva la invención de una nueva notación, según Frege "un instrumentó más sofisticado" que el lenguaje empleado en la práctica matemática común. En segundo lugar, y subyacente a esta primera exigencia está el requisito más fundamental de ofrecer una explicación del conocimiento matemático a través de la construcción de pruebas últimas que expliciten las razones para la aceptación de las verdades de la aritmética revelando así su encadenamiento lógico. Este tipo de explicación debe distinguirse de una explicación histórica que muestra el camino y las circunstancias por las que se ha llegado en cada caso a la verdad. Según Frege la "esencia de la explicación" reside en el hecho de que "una multiplicidad de conocimientos se presenta como regido por uno sólo o muy pocos enunciados". (PW 36)

El desarrollo histórico de una ciencia es incompatible con las exigencias de sistematización. En una presentación científica de la matemática no hay lugar para el enfoque histórico de la investigación, aunque éste pueda ser de utilidad desde la perspectiva de la didáctica de esa disciplina. No hay lugar en la matemática para la historia ni la psicología. Y esto es algo que según Frege la ciencia de la lógica debe tomar en cuenta, a fin de apreciar su estrecho vínculo con la matemática.

#### IV. Tres ideas leibnizianas y la preocupación clásica por la explicación

Frege concibe su noción de prueba en el contexto de su programa logicista, el cual se propone mostrar que las leyes aritméticas se fundan en leyes puramente lógicas, en particular, que "el modo de inferencia aritmética" (i. e. la inducción matemática) puede explicarse por medio de nociones puramente lógicas.<sup>8</sup>

Se trata de un contexto epistémico en el que Frege asume la idea clásica de prueba genuina: una verdad matemática nos remite a la concatenación de razones que muestran su validez. Frege se apoya aquí en una idea leibniziana: a fin de tener conocimiento de una verdad y aceptarla como tal, es indispensable comprender su prueba *a priori*.<sup>9</sup> Se sigue de esta idea que (1) toda inferencia legítima debe partir de premisas aceptadas como verdaderas.<sup>10</sup> Esta idea fundamental se vincula además con dos supuestos importantes. (2) el orden de las verdades que son razones es un orden objetivo y (3) el orden sólo puede ser capturado por un sistema. En otro lugar argumentó que estas tres ideas provienen de Leibniz.<sup>11</sup> Agreego aquí que se trata, en efecto, de tres ideas clásicas.<sup>12</sup>

En el contexto de su logicismo, Frege nos habla de la solidez de una prueba 'puramente lógica'. La forma "más confiable de desarrollar una prueba" es la que se basa en leyes puramente lógicas. (BS III) Estas leyes, por ser de máxima generalidad, están a la base de todos los ámbitos del conocimiento teórico. Frege también habla del 'fundamento' más sólido para la verdad. Que una prueba lógica sea más con-

fiable y brinde el fundamento más sólido sugiere que la certeza de la aritmética constituye su principal objetivo. Pero Frege nos recuerda la distinción clásica entre pruebas que convencen y pruebas que explican, y que:

Una prueba sirve no sólo para convencernos de la verdad de aquello que se prueba, sino que también sirve para revelar las conexiones lógicas entre las verdades. (PW 205)

El ejemplo más contundente de pruebas que convencen permitiendo obtener certeza sin ofrecer razones para la validez de un teorema son las pruebas indirectas, tales como las pruebas por contradicción (*reductio ad absurdum*).<sup>13</sup>

En cuanto a su noción de prueba genuina, Frege plantea dos condiciones restrictivas: (1) las pruebas deben ser explícitas y sin saltos, es decir, deben explicitar todos los pasos de una inferencia, aun los más obvios, y (2) ellas deben ser pruebas 'últimas', es decir, deben explicitar el orden de las verdades en forma regresiva hasta detenerse en las 'verdades primitivas' (que se toman como axiomas del sistema de derivación). Las verdades primitivas no admiten ni requieren prueba ya que se aceptan como verdaderas a partir de la comprensión de los conceptos básicos que contienen.<sup>14</sup>

Hay razones históricas por las que Frege no habla de pruebas 'genuinas', pruebas que ofrecen razones para la aceptación de una verdad, en términos de su capacidad explicativa. Pero esto no significa que la cuestión de la explicación matemática no tenga relevancia para sus propósitos.<sup>15</sup> Más al contrario, es en el contexto de su programa logicista que su noción de prueba genuina posee valor explicativo. A fin de elaborar esta idea, pasamos a considerar los motivos que llevan a Frege a exigir las mencionadas condiciones restrictivas.

## V. La concatenación de las verdades y la búsqueda de sistematización

Argumentamos que en su concepción de prueba genuina, Frege parte de dos supuestos clásicos. (1) que la conexión y el orden de las verdades es objetivo y (2) que solo puede ser capturado por un sistema.

En *Begriffsschrift*, Frege presenta sus resultados metodológicos que le ofrecerían las herramientas formales para conducir pruebas 'estrictas' -una notación apropiada para la expresión de estructuras inferenciales y un sistema axiomático-. El único requisito para conducir pruebas en el sistema formal propuesto es 'internalizar' la nueva notación y aprender a usar las reglas del sistema, aunque la práctica de 'conducir pruebas' en el sistema de *Begriffsschrift* no pretendía ser un mero ejercicio formal.

Pero en ningún lugar encontramos el intento de formular una teoría explícita de la relación *Begründung* que a Frege le interesa capturar a través de su proyectada 'reconstrucción' de las leyes aritméticas a partir de leyes lógicas por medio de pruebas estrictas. Lo que vemos son diversos intentos de elucidar informalmente los requisitos e ideas que llevaron a sus resultados formales.<sup>16</sup>

En 1879, Frege trata de elucidar informalmente sus objetivos en torno a la noción de validez introduciendo la distinción entre el proceso cognoscitivo que lleva a la aceptación de una verdad y su *Begründung*. El proceso gradual de reconocimiento de una verdad puede variar de una persona a otra, mientras que la cues-

tión de la validez "es una cuestión más estable que depende de la estructura de un enunciado". (BS III)

En *Grundlagen der Arithmetik*, Frege precisa más esta distinción. Apoyándose en una referencia a Leibniz Frege escribe ahora: "Nuestro interés aquí no se dirige a la historia de los descubrimientos que depende de la variabilidad de las circunstancias y las personas, sino que se concentra en la *conexión y el orden natural de las verdades* que es siempre el mismo" (GL par.17). Frege entiende esta 'conexión y orden de las verdades' como una *estructura objetiva de derivación* que es independiente de todo esquema axiomático particular, y perteneciendo al espacio abstracto de las razones 'está ahí' a la espera de ser capturada. Aquí se plantea por cierto la pregunta acerca de la relación entre un sistema axiomático particular que se proponga y la conexión y orden objetivo de las verdades.

Volvamos en este contexto a la noción de prueba estricta. ¿Qué es lo que debería garantizar una prueba genuina? Bajo el supuesto de que la axiomatización propuesta sea 'apropiada' -i.e. en el caso de que 'refleje' el orden objetivo-, una prueba genuina revela el orden y conexión de las razones que llevan a aceptar un teorema. Según Frege, (1) la prueba de un teorema es la *totalidad* de la cadena de inferencias que conectan las verdades sin saltos desde la premisa hasta la conclusión y, (2) las cadenas de inferencias que poseen las 'virtudes epistémicas' de una prueba genuina son las cadenas que, partiendo del teorema en cuestión, retroceden sin saltos hasta detenerse en las premisas que son verdades primitivas que no requieren ni admiten prueba.

Ambas exigencias están estrechamente vinculadas, pero nos concentraremos aquí en el segundo requisito. ¿Qué motiva ese requisito? Frege insiste en que es la ciencia misma la que "exige una prueba de todas las verdades susceptibles de prueba, y que el proceso de prueba no se detenga hasta llegar a algo que no admite ni requiere prueba". (PW 204-5) Está claro que no se está refiriendo aquí a la práctica matemática, sino a la disciplina como 'debería ser' desde la perspectiva de una visión filosófica del conocimiento. Al igual que otros matemáticos del siglo diecinueve, Frege habla de la búsqueda de sistematización como una búsqueda legítima en matemáticas.<sup>17</sup> Desde esa perspectiva, también critica la fragmentación que encuentra en la práctica matemática de su tiempo. Ni siquiera Euclides, quien según Frege habría tenido sólo un atisbo de la idea de sistema, fue capaz de realizarlo plenamente. (PW 205)

En su búsqueda de sistematización, el matemático se guía por el "ideal de sistema". Según Frege, este ideal incluye el supuesto de la conexión y orden objetivo de verdades que trata de capturar. Pero su punto de partida es la práctica matemática. La construcción de un sistema comienza por la búsqueda de pruebas que finalmente llevan a la búsqueda de leyes básicas, los principios fundamentales o axiomas. Los elementos primitivos en los que se detiene el análisis regresivo en la construcción de pruebas -las verdades primitivas que no admiten ni requieren pruebas- constituyen un "núcleo de verdades" que *explican* nuestro conocimiento básico de la aritmética.

La ciencia debe proponerse reducir al máximo el círculo de verdades primitivas que no admiten pruebas... pues el todo de la matemática está contenido en esas verdades primitivas como en un germen. Nuestro úni-

co interés está en generar el conocimiento matemático a partir de ese núcleo. La esencia de la matemática debe definirse a partir de este núcleo de verdades, y hasta tanto no sepamos cuáles son esas verdades primitivas, no tendremos claridad alguna acerca de la naturaleza de la matemática. (PW 205)

Frege reconoce que ésta es una pregunta filosófica antigua que ya había sido planteada por Euclides. Pero insiste en que la pregunta no es exclusivamente filosófica, ya que se trata de una preocupación que también debería guiar la investigación matemática.

En efecto, esta idea clásica que incluye el supuesto de la conexión y orden objetivo de verdades resultaría de gran valor heurístico para Frege desde los comienzos de su carrera. Con su marcado énfasis en el rigor formal, esa idea motiva, como vimos, la búsqueda de requisitos para una prueba 'estricta'. Como mencioné al comienzo, son esas exigencias las que conducirían a Frege a la invención de una *nueva* notación, así como al desarrollo de la noción moderna de sistema formal. Casi dos décadas después de la publicación de *Begriffsschrift*, el mismo Frege explica cómo llegó a concebir su notación conceptual:

Tomé consciencia de la necesidad de una notación o escritura conceptual cuando me hallaba en la búsqueda de los axiomas o principios fundamentales sobre los que descansa el todo de la matemática. Pues *sólo después de haber respondido esta pregunta llegaremos a las fuentes mismas del conocimiento de las que esta ciencia se nutre*. (CP 235, el énfasis es mío)

Finalmente, el rigor de una prueba 'genuina' nos retrotrae a las verdades primitivas que explican la naturaleza de las verdades aritméticas. De ahí que las virtudes epistémicas de una prueba puramente lógica que dan cuenta de su poder explicativo aparecerían como otra idea de gran valor heurístico para Frege.

Con respecto a las fuentes del conocimiento de las que la matemática pura se nutre -más allá de postular una "fuente de pensamiento conceptual puro"-, Frege permanece agnóstico.<sup>18</sup> Pues a diferencia del siglo diecisiete, hacia fines del siglo diecinueve, la pregunta acerca de las fuentes del conocimiento aparece peligrosamente cercana a la pregunta acerca del origen, una pregunta psicológica que no atañe a la ciencia de la lógica.

## Notas

<sup>1</sup> Entre los escasos asistentes a estos cursos se encontraba Carnap. Cf. Reck & Awodey (2004). Las notas de clase del curso dictado en 1914 aparecieron bajo el título "Logic in Mathematics" Cf. PW 203-251.

<sup>2</sup> Dejamos fuera de consideración aquí la llamada 'álgebra de la lógica' que en la época permanecía restringida a círculos de escasa difusión tanto en filosofía como en la investigación matemática en general.

<sup>3</sup> Cf. Maat (2005).

<sup>4</sup> Cf. Descartes (1984), Regla X, 4-5.

<sup>5</sup> Para una consideración de la práctica matemática y sus críticos en el siglo diecisiete, véase Mancosu (1996).

<sup>6</sup> Cf. Raggio (1957).

<sup>7</sup> Para una crítica de esta tradición, cf. Hersch (1997).

<sup>8</sup> Frege ofrece un análisis lógico de la inducción matemática en BS par 24-26 y discute el tema en sus clases de 1914, PW 203-4.

<sup>9</sup> Leibniz (1846, par 9).

<sup>10</sup> Cf. PW 180, 261

<sup>11</sup> Goethe (2002)

<sup>12</sup> Esto apoya una idea de Dummett (1978, 89), quien en 1967 escribía que Frege había tenido la genialidad de volver la mirada hacia Aristóteles revalorando sus concepciones lógicas.

<sup>13</sup> Pero Frege no considera que este tipo de pruebas signifique una dificultad ya que ellas pueden ser reformuladas en términos de pruebas directas en su sistema. Cf. Mancosu (1996, 4.3).

<sup>14</sup> La noción de 'verdades primitivas' que "no admiten ni requieren prueba" proviene de Leibniz (1765, IV ix 2).

<sup>15</sup> Para una discusión de este aspecto, cf. Goethe (2005, III).

<sup>16</sup> Cf. *Begriffsschrift* (1879), III-VII, *Grundlagen* (1884), *Grundgesetze I* (1893), XV-XIX, y *Nachgelassene Schriften* (1969).

<sup>17</sup> Para una defensa filosófica de la búsqueda de sistematización por parte de Cournot, algunas décadas antes de Frege, véase Cournot (1851, 1872) y Mancosu (1999).

<sup>18</sup> Cf. PW 269-70 y GG XVII.

## Bibliografía

- Bolzano, B.: (1837), *Wissenschaftslehre*, Schulzbach. Seidel. (Versión inglesa de R. George (ed.) *Theory of Science*, Berkeley: University of California Press, 1972)
- Cournot, A.: 1851, *Essais sur les fondements de nos connaissances philosophiques et sur les caractères de la critique philosophique*, Œuvres Vol. II, Paris: Vrin, 1981. (Versión inglesa: *An essay on the foundations of our knowledge*, New York: The Liberal Arts Press, 1956)
- Cournot, A.: 1872 *Considérations sur la marche des idées et des événements dans les temps modernes*, Œuvres Vol IV, Paris: Vrin, 1973.
- Descartes, R.: 1984, *The Philosophical Writings of Descartes*, Cottingham J., Stoothoff R. & Murdoch D. (trad.), Cambridge: Cambridge University Press.
- Dummett, M.: 1978, *Truth and Other Enigmas*, Cambridge, M.A.: Harvard University Press.
- Frege, G.: 1879, *Begriffsschrift* (BS), Hildesheim: Georg Olms, 1964.
- Frege, G.: 1884, *Grundlagen der Arithmetik* (GA) (Versión inglesa de J. L. Austin, *The Foundations of Arithmetic*, Evanston: N.W. University Press, 1968).
- Frege, G.: 1967, *Kleine Schriften* (CP) (Versión inglesa de McGuinness (ed.), *Collected Papers on Mathematics, Logic, and Philosophy*, Oxford: Blackwell, 1984).
- Frege, G.: 1969, *Nachgelassene Schriften* (PW) (Versión inglesa de P. Long and R. White, *Posthumous Writings*, Chicago: University of Chicago Press, 1979).
- Grosholz, E. and Breger, H.: 2000, *The Growth of Mathematical Knowledge*, Amsterdam: Kluwer Academic Publishers.
- Goethe, N.B.: 2002, "Frege between Kant and Leibniz", *Frege Symposium*, HOPOS Conference, Concordia University, Montréal, Canada, Junio 2002.
- Goethe, N.B.: 2005, "La preocupación por la explicación matemática en el siglo XIX y los supuestos clásicos de la teoría de la demostración" en Faas, H. y Urtubey, L. (eds.), *Temas de razonamiento aproximado e inferencia heterogénea*, CIFYH, UNC, Córdoba, 145-161
- Hersch, R.: 1997, *What is mathematics, really?*, New York: Oxford University Press.
- Kant, E.: 1800, *Logik* (Versión inglesa de T. K. Abbot, *Logic: Introduction to logic and his Essays on the Mistaken Subtlety of the Four Figures*, London, 1884)
- Leibniz, G.W.: 1765 *Nouveaux Essais* (Versión inglesa de Remnant & J. Bennett (eds.) *New Essays*, Cambridge: Cambridge University Press, 1996).
- Leibniz, G.W.: 1846, *Discours de Métaphysique* (Versión inglesa de G.R. Montgomery, *Discours on Metaphysics, Correspondence with Arnault, Monadology*, Illinois: Open Court, 1937).
- Maat, J.: 2003 "The Status of Logic in the Seventeenth Century" en B. Loewe et al. (2005)
- Mancosu, P.: 1996, *Philosophy of Mathematics & Mathematical Practice in the Seventeenth Century*, Oxford: Oxford University Press
- Mancosu, P.: 1999, "Bolzano and Cournot on Mathematical Explanation", en *Revue d'Histoire de Sciences*, 1999, 52/3-4, 429-55



- Mancosu, P.: 2000, "On Mathematical Explanation" en Grosholz E. And Breger, H. (eds.), 2000, 103-119
- Mancosu, P.: 2001, "Mathematical Explanation: Problems and Prospects", en *Topoi* 20: 97-117
- Loewe, B. et al. 2005, *The history of the concept of the formal sciences*, Papers of the Conference held in Bonn, February 14-17, 2003, Dordrecht: Springer (en prensa).
- Raggio, A. R.: 1957, "Consideraciones sobre la concepción kantiana de la lógica formal", *Revista del Instituto de Filosofía*, Universidad Nacional de Córdoba, Argentina, Nro. 1, Enero-Junio de 1957, 37-42.
- Reck, E. & Awodey, S. (eds.): 2004, *Frege's Lectures on Logic. Carnap's Jena Notes 1910-1914* (Original alemán ed. por G. Gabriel), con ensayo introductorio por Reck & Awodey, Chicago-La Salle, Illinois: Open Court.