EPISTEMOLOGÍA E HISTORIA DE LA CIENCIA

SELECCIÓN DE TRABAJOS DE LAS XIII JORNADAS

VOLUMEN 9 (2003), Nº9

Víctor Rodríguez
Luis Salvatico
Editores

ÁREA LOGICO-EPISTEMOLÓGICA DE LA ESCUELA DE FILOSOFÍA
CENTRO DE INVESTIGACIONES DE LA FACULTAD DE FILOSOFÍA Y HUMANIDADES
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA

Dretske y la Teoría de Shannon

Olimpia Lombardi[•]

Introducción

En su conocida obra *Knowledge and the Flow of Information*, Fred Dretske desarrolla un concepto semántico de información y lo aplica a cuestiones relacionadas con teoría del conocimiento. Su objetivo consiste en brindar una caracterización de los procesos sensoriales y cognitivos, así como una explicación de la creencia y del origen de los conceptos en términos informacionales. Dretske adopta como punto de partida la Teoría de la Información de Shannon, si bien considera necesario modificar el foco en cuanto a sus fórmulas básicas. En particular, en la primera parte de la obra introduce modificaciones formales a la teoría de Shannon a fin de convertirla en un formalismo capaz de ocuparse de la cantidad de información contenida en mensajes individuales.

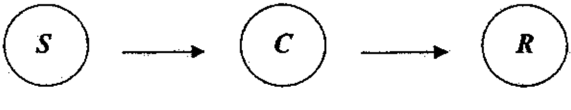
El objetivo del presente trabajo no consiste en evaluar las tesis centrales de Dretske en el ámbito de la teoría del conocimiento. Aquí nos proponemos únicamente señalar ciertos errores teórico-formales en las modificaciones introducidas por Dretske en la teoría de Shannon. Esto no significa que la teoría no pueda ser adaptada en el sentido propuesto por Dretske, esto es, para que pueda ocuparse de mensajes individuales. En efecto, si las modificaciones necesarias se efectúan de un modo formalmente correcto, la teoría de Shannon modificada adquiere la capacidad de expresar mucho más de lo que el propio Dretske supone.

Conceptos básicos de la teoría de Shannon

La Teoría de la Información se formuló como respuesta a necesidades tecnológicas muy precisas. A comienzos de la década de 1940, se creía que el aumento en la velocidad de transmisión de información a través de un canal de comunicación aumentaría la probabilidad de errores. Con su artículo de 1948, "The Mathematical Theory of Communication", Claude Shannon sorprendió a la comunidad de ingenieros en comunicaciones demostrando que tal supuesto no era correcto: si la velocidad de transmisión es inferior a la capacidad del canal de comunicación, puede transmitirse la información sin errores; dicha capacidad puede calcularse directamente a partir de las características del canal. El artículo original de Shannon fue rápidamente seguido por una gran cantidad de trabajos de aplicación en áreas como radio, televisión y telefonía; de este modo, la teoría se convirtió en uno de los elementos básicos de la formación del ingeniero en comunicaciones.

Según la Teoría de la Información, una *situación de comunicación* queda definida por una fuente S, un receptor R y un canal C:

[•] Universidad de Quilmes. CONICET.



Si la fuente posee una serie de estados posibles $s_1, \ldots, s_n$, con probabilidades de ocurrencia $p(s_1), \ldots, p(s_n)$ respectivamente, se define $I(s_i)$, cantidad de información generada en la fuente S por la ocurrencia de s_i:

$$I(s_i) = log\ 1 / p(s_i) \tag{1-1}$$

donde "*log*" indica "*logaritmo en base 2*". $I(s_i)$, denominado a veces "*valor de sorpresa*" o "*valor esperado*" (Feinstein, 1958, p. 3; Reza, 1961, p. 9), suele medirse en *bits*, donde un bit es la cantidad de información obtenida al especificar una entre dos alternativas igualmente probables.

Pero la Teoría de la Información no se ocupa de la ocurrencia de estados particulares sino de las características de la situación de comunicación como un todo; para ello se define $I(S)$, *cantidad media de información generada por la fuente S*, como la sumatoria ponderada de las $I(s_i)$.

$$I(S) = \Sigma\, p(s_i)\, I(s_i) = \Sigma\, p(s_i)\, log\ 1 / p(s_i) \tag{1-2}$$

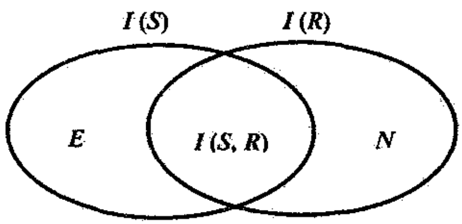
La cantidad media de información generada por una fuente se hace máxima cuando sus n estados son equiprobables, con una probabilidad $p(s_i) = 1/n$, en este caso: $I(S) = \Sigma\, p(s_i)\ log\ 1/p(s_i) = \Sigma\ 1/n\ log\ n = log\ n$. Análogamente, si el receptor posee una serie de estados posibles $r_1, \ldots, r_m$, con probabilidades de ocurrencia $p(r_1), \ldots, p(r_m)$ respectivamente, se define $I(r_i)$, cantidad de información recibida en el receptor R por la ocurrencia de r_i:

$$I(r_i) = log\ 1 / p(r_i) \tag{1-3}$$

y se define *I (R), cantidad media de información recibida por el receptor R*:

$$I(R) = \Sigma\, p(r_i)\, I(r_i) = \Sigma\, p(r_i)\, log\ 1 / p(r_i) \tag{1-4}$$

La relación entre $I(S)$ e $I(R)$ queda representada en el siguiente esquema:



donde:

- $I\,(S,\,R)$: *transinformación*. Cantidad media de información generada por S y recibida por R.
- E: *equivocidad.* Cantidad media de información generada por S no recibida por R.
- N: *ruido.* Cantidad media de información recibida por R pero no generada por S.

Tal como muestra el esquema, $I\,(S,\,R)$, también denominada "*información mutua*" (Abramson, 1966, p. 127), puede calcularse como:

$$I\,(S,\,R) = I\,(S) - E = I\,(R) - N \tag{1-5}$$

La equivocidad y el ruido brindan una medida del grado de dependencia entre la fuente y el receptor:

- si fuente y receptor son totalmente independientes, los valores de E y N son máximos y la transinformación es mínima ($I\,(S,\,R) = 0$).
- si entre fuente y receptor la dependencia es máxima, los valores de E y N son nulos ($E = N = 0$) y la transinformación es máxima, igual a la cantidad media de información generada en la fuente y a la cantidad media de información recibida en el receptor ($I\,(S,\,R) = I\,(S) = I\,(R)$).

La equivocidad y el ruido no son función únicamente de la fuente y del receptor, sino además, y fundamentalmente, del canal de transmisión. La idea misma de incluir el canal como elemento esencial equivale a considerar la posibilidad de errores en la transmisión de la información entre la fuente y el receptor. Según la Teoría de la Información, dados la fuente S y el receptor R, el canal queda definido por la matriz $[p(r_j / s_i)]$, donde $p(r_j / s_i)$ es la probabilidad de ocurrencia del estado r_j en el receptor dada la ocurrencia del estado s_i en la fuente, y la suma de cada fila es igual a 1. Conocido el canal, quedan determinados los valores del ruido y de la equivocidad. La equivocidad y el ruido pueden calcularse como:

$$E = \Sigma\, p(r_j)\, \Sigma\, p(s_i / r_j)\, log\, 1 / p(s_i / r_j) = \Sigma\, \Sigma\, p(r_j, s_i)\, log\, 1 / p(s_i / r_j) \tag{1-6}$$

$$N = \Sigma\, p(s_i)\, \Sigma\, p(r_j / s_i)\, log\, 1 / p(r_j / s_i) = \Sigma\, \Sigma\, p(s_j, r_i)\, log\, 1 / p(r_i / s_j) \tag{1-7}$$

La estrecha relación entre las características del canal y los valores del ruido y de la equivocidad se manifiestan con mayor claridad cuando se consideran distintos tipos posibles de canal:

- *Canal sin pérdida* ($E = 0$). La matriz representativa del canal posee uno y sólo un elemento no nulo en cada columna.
- *Canal sin ruido* ($N = 0$). La matriz representativa del canal posee uno y sólo un elemento no nulo en cada fila.
- *Canal determinista.* Canal sin pérdida ($E = 0$) y sin ruido ($N = 0$); en este caso se cumple $I\,(S,\,R) = I\,(S) = I\,(R)$.

Las modificaciones de Dretske

Dretske elabora un concepto semántico de información con el fin de elucidar el proceso de adquisición de conocimiento. Sobre la base de la identificación entre conocimiento y creencia informacionalmente causada, Dretske distingue entre procesos sensoriales y procesos cognitivos –entre ver y reconocer– en términos de los diferentes modos en los cuales la información se codifica. Pero no es ésta parte de su trabajo que analizaremos aquí; nuestro interés se centra en evaluar las modificaciones que el autor introduce en la teoría de Shannon.

Según Dretske, la principal razón por la cual la teoría de Shannon no está preparada para ocuparse de cuestiones semánticas consiste en que las nociones semánticas se aplican a mensajes particulares, mientras que la teoría de la información se ocupa únicamente de cantidades medias de información. Puesto que el objetivo de Dretske es formular una teoría del conocimiento basada en el concepto de información, su interés se centra en el contenido informativo de los mensajes particulares y no en las cantidades medias de información: "si la teoría de la información es capaz de decirnos algo acerca del contenido informativo de las señales, debe renunciar a ocuparse de cantidades medias para decirnos algo acerca de la información contenida en mensajes y señales individuales. Puesto que sólo los mensajes y señales individuales tienen un contenido" (Dretske, 1981, p. 48). Con este fin, Dretske cambia el punto de vista usual acerca de cuáles son las magnitudes significativas de la teoría: en lugar de considerar la cantidad media de información $I(S)$ como la magnitud básica (ecuación 1-2), propone considerar como magnitud fundamental cantidad de información generada en la fuente S por la ocurrencia de s_a (ecuación 1-1):

$$I(s_a) = \log 1 / p(s_a) \tag{2-1}$$

y en lugar de adoptar como magnitud relevante la transinformación $I(S, R)$, define una nueva magnitud, una transinformación "individual" $I(s_a, r_a)$, cantidad de información que lleva una señal particular r_a acerca de s_a, por analogía con la ecuación 1-5 (Dretske, 1981, p. 52):

$$I(s_a, r_a) = I(s_a) - E(r_a) \tag{2-2}$$

donde:

$$E(r_a) = \Sigma\, p(s_i / r_a) \log 1 / p(s_i / r_a) \tag{2-3}$$

Según Dretske (1981, p. 24), $E(r_a)$ es la contribución de r_a a la equivocidad E puesto que, dada la definición de E (ecuación 1-6), resulta:

$$E = \Sigma\, p(r_j)\ \Sigma\, p(s_i / r_j) \log 1 / p(s_i / r_j) = \Sigma\, p(r_j)\, E(r_j) \tag{2-4}$$

Dretske prevé que será acusado de una incorrecta comprensión de la Teoría de la Información; por ello, enfatiza que "a las fórmulas anteriores se les asigna ahora un significado, dada una interpretación, que no poseen en las aplicaciones usuales de la teoría de la comunicación. Tales fórmulas son ahora usadas para definir la cantidad de información asociada con eventos y señales particulares" (Dretske, 1981, p. 52); e inmediatamente a continuación agrega que, si bien tal interpretación es diferente a la interpretación standard de la teoría, es "perfectamente consistente" con el uso ortodoxo de las fórmulas.

La propuesta de Dretske de adaptar la teoría de Shannon para que pueda tratar con mensajes individuales es valiosa; el problema consiste en que los recursos formales que utiliza para llevarla a cabo presentan serias dificultades técnicas. La menor de ellas es el hecho de hablar de 'la señal r_a' en la definición de $I(s_a, r_a)$ (ecuación 2-2): r_a no es una señal sino uno de los estados del receptor. $I(s_a, r_a)$ debería definirse como la cantidad de información acerca del estado s_a de la fuente contenida en el estado r_a del receptor. Más severo es el hecho de que Dretske utilice el mismo subíndice 'a' para referirse al estado de la fuente y al estado del receptor, como si existiera alguna relación específica que ligara ciertos pares (s, r). A fin de lograr que la definición de la nueva transinformación individual (ecuación 2-2) sea totalmente general, debe definirse $I(s_i, r_j)$ como la cantidad de información acerca del estado s_i de S recibida por R a través de la ocurrencia de su estado r_j:

$$I(s_i, r_j) = I(s_i) - E(r_j) \qquad (2\text{-}5)$$

donde $E(r_j)$ sería (por analogía con la ecuación 2-3):

$$E(r_j) = \Sigma\, p(s_i / r_j) \log 1 / p(s_i / r_j) \qquad (2\text{-}6)$$

Sin embargo, no hemos llegado aún a la dificultad central. Cuando la propuesta de Dretske es "pulida" de este modo, queda al descubierto su principal problema técnico. Si – como Dretske supone – $I(s_i, r_j)$ fuera el correlato individual de la transinformación $I(S, R)$, entonces $I(S, R)$ debería poder calcularse como el promedio de las $I(s_i, r_j)$. De acuerdo con la definición del promedio de una función de dos variables:

$$I(S, R) = \Sigma\, \Sigma\, p(s_i, r_j)\, I(s_i, r_j) \qquad (2\text{-}7)$$

donde $I(S, R) = I(S) - E$ (ecuación 1-5), con las definiciones standard de $I(S)$ y E (ecuaciones 1-2 y 1-6). El problema técnico es que la identidad 2-7 no se cumple con las fórmulas de Dretske. En efecto, un simple argumento matemático muestra que no podemos obtener:

$$I(S, R) = I(S) - E = \Sigma\, p(s_i) \log 1 / p(s_i) - \Sigma\, \Sigma\, p(r_j, s_i) \log 1 / p(s_i / r_j) \qquad (2\text{-}8)$$

a partir del término de la derecha de 2-7, cuando se usan 2-5 y 2-6. Por lo tanto, no es posible aceptar la respuesta de Dretske a las críticas que lo acusan de interpretar incorrectamente la teoría de Shannon: su "interpretación" de las fórmulas mediante las nuevas magnitudes definidas *no es compatible* con la estructura formal de la teoría.

Podría suponerse que esta cuestión formal es sólo un detalle técnico; sin embargo, tal "detalle" involucra relevantes consecuencias conceptuales. Cuando Dretske define $E(r_j)$, esto es, la contribución de r_j a la equivocidad, como una sumatoria exclusivamente sobre los s_i (ecuación 2-6), comete el error de suponer que esta contribución individual a la equivocidad media es sólo función del estado particular r_j del receptor. Pero la equivocidad media E es una magnitud que depende esencialmente del canal de comunicación y, por tanto, toda contribución individual a E debe preservar tal dependencia. La comprensión de este aspecto conceptual nos permite retener la propuesta de Dretske corrigiendo apropiadamente su enfoque formal. Para ello definiremos la contribución individual del par (s_i, r_j) a la equivocidad E como:

$$E(s_i, r_j) = log\ 1/p(s_i/r_j) \tag{2-9}$$

Con esta definición, se cumple la igualdad entre E y el promedio de las $E(s_i, r_j)$:

$$E = \Sigma\Sigma p(r_j, s_i)\ log\ 1/p(s_i/r_j) = \Sigma\Sigma p(r_j, s_i)\ E(s_i, r_j) \tag{2-10}$$

De este modo podemos reescribir correctamente la ecuación 2-5 como:

$$I(s_i, r_j) = I(s_i) - E(s_i, r_j) \tag{2-11}$$

donde el promedio de las $I(s_i, r_j)$ es la transinformación $I(S, R)$:

$$I(S, R) = I(S) - E = \Sigma\Sigma p(s_i, r_j)\ I(s_i, r_j) \tag{2-12}$$

Esta versión modificada de las fórmulas permite cumplir el objetivo de Dretske, esto es, adaptar la teoría de Shannon para que pueda ocuparse de la información contenida en mensajes particulares. Volvamos ahora al argumento de Dretske. ¿Cuándo la ocurrencia del estado r_j en el receptor nos brinda conocimiento acerca de la ocurrencia del estado s_i en la fuente? La ocurrencia del estado r_j nos dice que ha ocurrido el estado s_i en la fuente cuando la cantidad de información $I(s_i, r_j)$ es igual a la cantidad de información $I(s_i)$ generada en la fuente por la ocurrencia de s_i. Esto significa que no ha habido pérdida de información en la comunicación individual, es decir, el valor de la contribución individual $E(s_i, r_j)$ a la equivocidad es cero (Dretske, 1981, p. 55); de acuerdo con la ecuación 2-11:

$$E(s_i, r_j) = 0 \quad \Rightarrow \quad I(s_i, r_j) = I(s_i)$$

Pero ahora el valor de $E(s_i, r_j)$ debe obtenerse con la fórmula correcta 2-9. Aquí se comprueba la relevancia de la corrección formal propuesta: a diferencia de lo que Dretske supone, la contribución individual a la equivocidad media es función del canal de comunicación en su conjunto y no sólo del receptor. En otras palabras, no es el estado r_j el que contribuye individualmente a la equivocidad media, sino el par (s_i, r_j) con sus probabilidades asociadas $p(s_i)$ y $p(r_j)$ y la correspondiente probabilidad condicional del canal $p(r_j / s_i)$. Esto indica que podemos obtener información confiable –conocimiento– acerca de la fuente incluso con un estado del receptor de muy baja probabilidad, siempre que el canal sea diseñado apropiadamente.

Contenido informativo

Pero Dretske no se detiene aquí, si bien su punto de partida es la teoría formal de la información, de inmediato nos recuerda que la teoría de Shannon es puramente cuantitativa: sólo se ocupa de *cantidades* de información, pero ignora las cuestiones relacionadas con el *contenido* informativo. El propósito central de Dretske es brindar una teoría semántica de la información que capture lo que considera el sentido nuclear del término "información": "Un estado de cosas contiene información acerca de X sólo en la medida en que un observador adecuadamente ubicado puede saber algo acerca de X consultándolo" (Dretske, 1981, p. 45). Dretske define el *contenido informativo* de un estado r en los siguientes términos (p. 65):

> Un estado r lleva la información de que S es F = La probabilidad condicional de que S sea F, dado r (y k) es 1 (pero dado sólo k, es menor que 1).

Donde k representa lo que el receptor ya sabe acerca de las posibilidades en la fuente.

A diferencia de lo que podría suponerse, el carácter semántico de la propuesta de Dretske no reside en esta definición de contenido informativo. Por supuesto, esta definición no podría formularse en términos de la teoría original de Shannon, que sólo se ocupa de cantidades medias de información; pero sí puede ser formulada con las nuevas magnitudes referidas a la cantidad de información contenida en estados individuales. En efecto, el concepto de contenido informativo puede ser definido con mayor precisión del siguiente modo:

> Un estado r_B del receptor contiene la información acerca de la ocurrencia del estado s_A de la fuente sii $p(s_A / r_B) = 1$ pero $p(s_A) < 1$, dado el conocimiento de la distribución de probabilidades sobre los posibles estados de la fuente.

donde s_A corresponde al estado de cosas "S es F". Si se usan las fórmulas correctas, sobre la base de esta definición podemos asegurar que:

- Si $p(s_A) < 1$, entonces $I(s_A) > 0$ (ecuación 2-1), esto es, hay una cantidad positiva de información generada en la fuente por la ocurrencia s_A.
- Si $p(s_A / r_B) = 1$, entonces $E(s_A, r_B) = 0$ (ecuación 2-9), esto es, la contribución individual del par (s_A, r_B) a la equivocidad E es cero. Y si $E(s_A, r_B) = 0$, entonces $I(s_A, r_B) = I(s_A)$ (ecuación 2-11).

En otras palabras, la definición nos dice que r_B contiene la información acerca de la ocurrencia de s_A sii la cantidad de información acerca de la ocurrencia de s_A recibida a través de la ocurrencia de r_B es igual a la cantidad de información generada por la ocurrencia de s_A, sin pérdida alguna a través de la transmisión. Dretske intenta expresar una idea similar cuando sostiene: "si la probabilidad condicional de que S sea F (dado r) es 1, entonces la equivocidad de la señal debe ser cero y (de acuerdo con la fórmula 1.5) la señal debe llevar tanta información acerca de S, $I(S, R)$, como la que es generada por el hecho de que S es F, $I(s_F)$" (Dretske, 1981, p. 65), donde su fórmula 1.5 es $I(S, R) = I(S) - E$. El problema es que esta afirmación no es correcta: $p(s_A / r_B) = 1$ no implica que $E = 0$ y que $I(S, R) = I(S)$ (ver ecuación 1-6). ¿Por qué Dretske usa estas fórmulas, referidas a cantidades *medias* de información, en lugar de usar sus nuevas fórmulas, referidas a la cantidad de información contenida en mensajes *individuales*, sobre cuya necesidad ha insistido repetidamente? La razón se encuentra nuevamente en sus errores formales: con *su* definición de $E(r_B)$ (ecuación 2-6), $p(s_A / r_B) = 1$ no asegura que la contribución individual a la equivocidad E sea cero y, en consecuencia, no puede garantizar que $I(s_A, r_B) = I(s_A)$. Sólo cuando se corrigen adecuadamente las nuevas fórmulas, la idea que Dretske intenta expresar puede ser formulada con precisión. En resumen, la definición de Dretske de contenido informativo no afirma nada que no pueda ser dicho mediante la teoría de Shannon adaptada, de un modo correcto, para el tratamiento de cantidades individuales de información.

Conclusiones

Si el carácter semántico de la propuesta de Dretske no reside en su definición de contenido informativo, ¿esto significa que su teoría semántica no agrega nada respecto de la teoría de Shannon? En modo alguno es esto lo que se quiere afirmar aquí. El carácter semántico de la información reside en la *intensionalidad* inherente a su transmisión, cuya fuente última es el carácter *nómico* de las regularidades de las que depende la transmisión de información, aspecto totalmente ausente en la teoría original de Shannon. Pero esto nos llevaría mucho más allá de nuestro propósito original. Aquí sólo hemos intentado corregir los errores formales de Dretske, a fin de que su propuesta responda a sus propios objetivos de formular una teoría semántica de la información.

Bibliografía

Abramson, N. (1966), *Information Theory and Coding*, New York: McGraw-Hill.
Cover, T., y Thomas, J.A. (1991), *Elements of Information Theory*. New York: John Wiley & Sons.
Dretske, F. (1981), *Knowledge and the Flow of Information*. Cambridge (Mass.): M.I.T. Press.
Feinstein, A. (1958), *Foundations of Information Theory*. New York: McGraw-Hill.
Reza, F.M. (1961), *Introduction to Information Theory*. New York: McGraw-Hill.
Shannon, C. (1948), "The Mathematical Theory of Communication", *Bell System Technical Journal*, Julio y Octubre.