

# EPISTEMOLOGÍA E HISTORIA DE LA CIENCIA

SELECCIÓN DE TRABAJOS DE LAS XX JORNADAS  
VOLUMEN 16 (2010)

Pío García  
Alba Massolo

Editores



ÁREA LOGICO-EPISTEMOLÓGICA DE LA ESCUELA DE FILOSOFÍA  
CENTRO DE INVESTIGACIONES DE LA FACULTAD DE FILOSOFÍA Y HUMANIDADES  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons atribución NoComercial-SinDerivadas 2.5 Argentina



## Semántica verificacionista y lenguaje universal\*

Jamer Legris\*\*

Jaakko Hintikka ha distinguido dos concepciones alternativas del lenguaje que, según él, están presupuestas en la filosofía del siglo XX: *la concepción de la universalidad del lenguaje* y *la concepción del lenguaje como cálculo*. Este trabajo se ocupa de aplicar esta distinción a la *semántica basada en el concepto de demostración* (*Proof-theoretic semantics*). Hay evidencia para vincular esta perspectiva semántica con la concepción de la universalidad del lenguaje, aunque al mismo tiempo la metodología que emplea obedezca a la concepción del lenguaje como cálculo. Como consecuencia, se advierte una tensión dentro de la semántica misma que no parece haber sido discutida hasta ahora con suficiente detalle. Ahora bien, como solución a esta suerte de tensión, puede modificarse la pretensión de universalidad limitando la semántica a determinados fragmentos del lenguaje en su totalidad. Esta solución armoniza con los rasgos verificacionistas o constructivos de la semántica basada en la teoría de la demostración y también con las ideas que el intuicionismo matemático tenía acerca del lenguaje.

### 1. La semántica basada en la teoría de la demostración

Una forma paradigmática de semántica verificacionista es la *semántica basada en la teoría de la demostración*, que se aplica especialmente al caso de enunciados de la lógica y la matemática. La idea básica es que las demostraciones o deducciones tienen un *valor semántico*, de modo que pueden definirse sobre su base nociones como consecuencia lógica y verdad lógica. Los *significados* de los enunciados se entienden en términos de demostraciones y la relación de *consecuencia lógica* se entiende en términos de demostraciones. Esta concepción semántica se diferencia claramente de la semántica basada en la teoría de modelos. Así, puede leerse:

“Según la concepción de la teoría de modelos, la cual prevalece todavía en la lógica [ . . . ] una consecuencia es lógicamente válida si transmite la verdad de sus premisas a su conclusión, en relación con toda interpretación. Se muestra que los sistemas de demostración son correctos probando que las consecuencias que ellos generan son lógicamente válidas. [ . . . ] La semántica basada en la teoría de la demostración procede al revés, asignando a las demostraciones o deducciones un papel semántico autónomo desde el principio antes que elucidar su función en términos de transmisión de verdad. En la semántica basada en la teoría de la demostración, las demostraciones son [ . . . ] tratadas [ . . . ] como entidades en

\*\* CEF-CONICET y FCE-UBA e-mail. jlegris@retuna.ar

términos de las cuales se puede elucidar el significado y la consecuencia lógica.” (Kahle & Schroeder-Heister 2006, p. 503)/1/

En un sentido preformal el término “demostración” hace referencia al *proceso* mediante el cual *se establece* la inferencia deductiva de un enunciado (eventualmente a partir de otros). Se supone así que una demostración es una entidad de algún tipo (no necesariamente sintáctica). Así se habla de una *teoría general de la demostración* (en oposición a la teoría de la demostración reductiva), en la cual las demostraciones se toman como *objetos formales* (y no meramente sintácticos) /2/

Este concepto semántico de demostración proporciona una definición de las nociones de significado y verdad, que pueden resumirse como sigue (véase, por ejemplo, Prawitz 1998, p. 44):

Un enunciado lógico o matemático tiene *significado* si es posible determinar aquello que cuenta como su demostración y es *verdadero* si existe una demostración para él.

Esta concepción reconstruye desde una perspectiva semántica la lógica intuicionista. De hecho, tiene como antecedente a la teoría BHK de las constantes lógicas intuicionistas, en la que su significado es elucidado sobre las bases de sus condiciones de demostrabilidad (véase, por ejemplo, Troelstra & van Dalen p. 9) Como ha señalado Prawitz, se habla de un verificacionismo en el sentido de que la concepción del significado que propone el intuicionismo matemático se basa *en un punto de vista verificacionista* y no en consideraciones ontológicas (véase Prawitz 1998, p. 41).

## 2. La universalidad del lenguaje y el lenguaje como cálculo

Jaakko Hintikka sostiene que la filosofía del siglo XX ha estado condicionada por un supuesto fundamental relativo a la concepción del lenguaje y a su relación con el mundo y el pensamiento. Dicho supuesto consiste en una oposición entre dos maneras de concebir el lenguaje: Una *concepción universalista* del lenguaje (*language as universal medium*) y una concepción del lenguaje como *cálculo* (*language as calculus*, véase Hintikka 1997, pp. X y ss. y p. 21). Hintikka consideró dicha distinción como una “presuposición fundamental de la filosofía del siglo XX” (“*ultimate presupposition of Twentieth-Century philosophy*” véase Hintikka 1997, p. IX) y la aplicó al pensamiento tanto de la tradición analítica como de la tradición hermenéutica .

La tesis surge de una *extrapolación* de la distinción que formuló Jean van Heijenoort para la historia de la lógica contemporánea. Van Heijenoort se basaba en una afirmación que Frege hacía acerca de la lógica contenida en su obra *Begriffsschrift*. Frege, oponiéndose a la perspectiva algebraica de Boole y sus continuadores, concebía la lógica como un *lenguaje* y no como un mero

*cálculo* (véase van Heijenoort 1967). La diferencia fundamental entre van Heijenoort y Hintikka es que el primero introduce la distinción para elucidar dos líneas de investigación en los orígenes de la lógica simbólica, mientras que Hintikka propone aplicarla también al lenguaje y, en particular, a nuestro lenguaje cotidiano. La extrapolación de la concepción de van Heijenoort se advierte en la misma metodología utilizada por Hintikka, que incluye el empleo de propiedades y resultados formales originalmente formulados para la lógica y sistemas formales. Así, Hintikka discutirá el problema de la infabilidad de la semántica utilizando resultados de la teoría de modelos y un preciso concepto de verdad a la manera de Tarski.

Una diferencia fundamental entre van Heijenoort y Hintikka es que el primero introduce la distinción para el período inicial de la lógica simbólica (la segunda mitad del siglo XIX y los primeros años del XX), mientras que Hintikka propone aplicarla a la concepción subyacente del lenguaje en gran parte de la lógica, la semántica formal y sobre todo la filosofía del siglo XX. Obviamente, la idea de lenguaje universal es muy clara en Wittgenstein o en Quine, Carnap resulta universalista en su primer período al menos, Tarski se adscribe finalmente a la tradición del *calculus* (no sin algunos problemas) y Peirce se adscribe a esta misma tradición.

En la concepción universalista, la semántica no puede ser definida en *nuestro único lenguaje* sin caer en un círculo vicioso, siendo por lo tanto inexpresable en él. Esto tiene como consecuencia lo que Hintikka denomina la "*infabilidad de la semántica*" (*ineffability of semantics*), mientras que la visión del lenguaje como cálculo, que se sintetiza en la tesis de la reinterpretabilidad de las expresiones lingüísticas, permitiría, a diferencia de la tesis universalista, una formulación adecuada de la semántica de un lenguaje dado. Para Hintikka el concepto semántico central es el de *verdad*, puesto que los enunciados son las unidades semánticas, de modo que la infabilidad de la semántica es fundamentalmente infabilidad del concepto de verdad.

### 3. El universalismo de la semántica basada en la teoría de la demostración

Michael Dummett se ha ocupado de explicitar las ideas que subyacen a la semántica basada en la teoría de la demostración. Estas son, en resumen

(i) la tesis de la composicionalidad del significado (el significado de una expresión es función del significado que la componen),

(ii) el molecularismo semántico (cada enunciado del lenguaje tiene un significado independiente), la existencia de un nexo entre significado y comprensión lingüística (la comprensión del lenguaje consiste en el conocimiento del significado),

(iii) la existencia de un único concepto clave para elucidar el significado (véase Dummett 1978, pp. 222 y s., y para una descripción más extensa véase Legris 1994, pp. 151 y ss.).

La defensa que Dummett ha hecho del concepto de *demonstración* como el *concepto clave* para analizar el significado de los enunciados matemáticos (véase Dummett 1978, p. 225 y 1991, pp. 176 y ss.) surge de diversas constataciones, que pueden sintetizarse, a grandes rasgos, como sigue.

(a) El significado de una expresión es determinado por su uso (*meaning is use*). Identidad de uso es identidad de significado. Esta afirmación se basa en aspectos de la comunicabilidad del significado y el aprendizaje del lenguaje. Es decir, si el significado es comunicable, entonces debe haber algo observable que lo determine, y, además, aprender una lengua es aprender a usarla, captar el significado de una expresión es captar su uso. Una tesis adicional es que el conocimiento del significado de un enunciado es un conocimiento *implícito*, es decir el conocimiento del significado no se explicita en el mismo lenguaje. De otro modo, se caería en un círculo o en una regresión al infinito (v. Dummett 1978, p. 217)

(b) Cualquier rasgo que determine el significado de un enunciado está determinado por el uso que se hace de ese enunciado. Esto no exige que sea el uso *total* aquello que determine el significado, es decir hay aspectos del uso de un enunciado que no determinan su significado. Lo que determina el significado es algún "*rasgo especial*" del uso. Esto no lleva a una refutación de una ontología platónica, pero una consecuencia es que las condiciones de verdad no pueden estar dentro de los rasgos especiales. Basta con considerar enunciados indecibles, para los cuales no hay un *completo* conocimiento de sus condiciones de verdad (véase Dummett, 1973, p. 225). En el caso de los enunciados *matemáticos*, este rasgo especial del uso es el conocimiento de su *demonstración*. Dummett señala: "el conocimiento del significado se manifiesta en la capacidad para reconocer una demostración cuando nos es mostrada" (Dummett 1978, p. 225).

(c) Existen dos aspectos del uso de un enunciado que están implícitos en las demostraciones: las condiciones bajo las cuales se puede aseverar el enunciado y las consecuencias que se siguen de haberlo aseverado de este modo. En estos aspectos reside el hecho de que deba rechazarse la lógica clásica y aceptarse la lógica intuicionista (véase Prawitz 1977, p. 9.)

Aunque no lo hagan explícito, estos argumentos semánticos dan por sentada una concepción *universalista* del lenguaje. El lenguaje del que se habla es siempre el lenguaje ordinario, el *lenguaje coloquial* (la lógica y la matemática formuladas en él) y no un lenguaje formal. Las razones son las siguientes:

(1) Las constantes lógicas a elucidar son aquellas que se exhiben en el lenguaje matemático usual como *parte* del lenguaje ordinario y que expresa la práctica matemática (véase, por ejemplo, Prawitz 1977, pp. 9 y ss.).

(2) Los resultados de incompletitud de Gödel hacen que no puedan ser consideradas las demostraciones formuladas en un lenguaje formal, sino las que se hacen en el lenguaje ordinario (véase Prawitz 1977, p. 15).

(3) Se recurre a las conductas observables que manifiestan el uso de una expresión para caracterizar su significado, evitando la referencia a otras expresiones lingüísticas.

Una razón adicional reside en la crítica que hace Prawitz a lo que él llama la “concepción de los dos estratos”, implícita en la semántica de la teoría de modelos (véase Prawitz 1978, p. 25): esta presupone que los conceptos de verdad y de demostración son elucidados de manera *independiente*, siendo central, no obstante, el concepto de verdad. Una vez que este concepto queda claro, el de validez surge fácilmente como conservación de verdad. Pero esto no es suficiente para el concepto más general de validez. Para Prawitz, demostración y verdad deben manifestarse en un mismo estrato, que es en definitiva el lenguaje *ordinario* mismo. Como afirma Prawitz,

“De acuerdo con una segunda perspectiva [la primera es la formalista], que podemos llamar *la perspectiva de los dos estratos*, primero deben clarificarse los conceptos de significado y verdad de manera independiente del concepto de demostración, y una vez hecho esto, el concepto de demostración es capturado fácilmente.” (Prawitz 1978, p. 25)

La idea es que una vez que se caracterizan los conceptos de verdad y verdad lógica (de acuerdo con una teoría del significado basada en condiciones de verdad), una demostración a partir de supuestos es, informalmente, una secuencia de enunciados en la que todo enunciado que no sea un supuesto *se sigue* de anteriores, en el sentido de que se *preserva verdad* de las anteriores. En la semántica formal de la teoría de modelos, estos dos estratos son los de las derivaciones formales (sintácticas) y las estructuras matemáticas que integran los modelos (semántica).

Según Prawitz, esto no es suficiente para caracterizar lo que es una deducción, la mera preservación de verdad no es suficiente para justificar su validez. Prawitz propone *unificar* los dos estratos en la reconstrucción y análisis de la deducción. En el caso de la formalización (donde el sistema formal es directamente la representación de las demostraciones informales), propiedades como la armonía entre las reglas de introducción y eliminación, la idea de extensión conservativa, etc., permiten resolver problemas como los que trata la semántica de la teoría de modelos. En

este contexto, la completitud semántica del sistema no podría ser demostrada *stricto sensu*, sino que permanecería en el nivel de una conjetura o una tesis.

Hintikka no se ha ocupado de modo específico de esta teoría semántica basada en la teoría de la demostración, pero ha destacado los graves problemas que implica suponer un universalismo lingüístico en argumentaciones semánticas como las de Dummett y Prawitz (y en eso resultan pasibles de las mismas críticas que la semántica de condiciones de verdad). Del universalismo se sigue la imposibilidad de una teoría semántica *stricto sensu*, pues se estaría describiendo el lenguaje dentro del mismo lenguaje (aquí se encontrarían las raíces de la alegada inefabilidad de la semántica, véase Hintikka 1997, pp. 22 y ss.). Bajo el supuesto del universalismo, sólo pueden hacerse “indicaciones” acerca del uso de los símbolos. Sin embargo, la metodología de la semántica de demostraciones (al igual que la semántica realista) depende sin duda de la aceptación de un metalenguaje.

#### 4. Universalidad e inagotabilidad

Frente a los problemas de la concepción universalista, es posible concebir una solución, si se piensa que es posible hablar de *fragmentos* del lenguaje ordinario, utilizando ilimitadamente todo el resto del lenguaje como *metalenguaje*. Como dice Hintikka,

“Los significados de todas las expresiones de L no pueden ser especificados en L de una vez sin haber presupuesto anteriormente los significados de *algunas* expresiones en L. Pero esto no significa que existan expresiones particulares en L cuya verdad no pueda ser explicada de algún modo por otros medios de expresión dados por L. Lo que de aquí se sigue es que esto no puede ser hecho para *todas* las expresiones de L a la vez” (Hintikka 1997, p. 35)

En este caso se aceptaría la idea de un lenguaje “universal” o “total” (el lenguaje como un todo) pero el análisis semántico se no haría de esa totalidad, sino exclusivamente de *partes* de ese lenguaje. Así, el lenguaje sería semánticamente *inabarcable* en su totalidad, sería *ilimitado*. La semántica dejaría de ser inefable para pasar a ser *inagotable* (*inexhaustible*), pues nunca será posible elucidar los significados de todas las expresiones del lenguaje. Como señala Hintikka:

“Dicho brevemente, la verdad no es inefable, sino que es indefinible, a menos que se trascienda el lenguaje para el cual tiene que ser definida.” (Hintikka 1997, p. 36)

En el caso de la semántica de la teoría de modelos, se pueden establecer las condiciones de verdad de un enunciado mediante otros enunciados pertenecientes al mismo lenguaje global.

## 5. Consecuencias para la semántica basada en la teoría de la demostración

Las consideraciones de Hintikka siempre se refieren exclusivamente a la verdad tal como es caracterizada en la semántica tarskiana y en la teoría de modelos.<sup>3/</sup> Ahora bien, la solución que se acaba de proponer no es incompatible con la semántica basada en la teoría de la demostración. Por el contrario, existen fuertes *afinidades*. En el caso de la semántica basada en el concepto de demostración, el análisis semántico se limita al “lenguaje matemático” y no pretende extenderse a otras partes del lenguaje ordinario. Es decir, el análisis semántico se limita a aquellos enunciados a los que les es aplicable el predicado “demostrable”.

Estas afinidades pueden ilustrarse con el intuicionismo matemático. En las ideas seminales y originarias de L. E. J. Brouwer, el intuicionismo quedaba justificado por la concepción de las entidades matemáticas como construcciones dependientes de un sujeto y de las demostraciones como un tipo peculiar de construcciones. En este contexto, el lenguaje era para Brouwer una herramienta para la *comunicación*, que es esencialmente imperfecta y que nunca puede garantizar la evocación de los mismos estados subjetivos de conciencia en los diferentes individuos (que es lo que para Brouwer estaba en la base de la matemática). De este modo, la filosofía de la lógica y la matemática de Brouwer no presuponía una suerte de “logocentrismo” como el que se da en la concepción usual. La separación entre pensamiento y lenguaje no ocupa un papel sustantivo (sobre las ideas de Brouwer, y también Arendt Heyting, acerca del lenguaje, véase Legris 2007). Por el contrario, la novedad de la semántica basada en la teoría de la demostración reside en justificar la lógica intuicionista *sobre la base del lenguaje*, adoptando un supuesto “logocéntrico”. Tal como señala explícitamente Dummett, las razones que fundamentan la lógica intuicionista son *semánticas*.

De este modo, esta idea de la inagotabilidad del lenguaje *reformula* presupuestos que tuvo el intuicionismo desde sus comienzos: los presupuestos metafísicos y gnoseológicos se elucidan sobre la base de presupuestos acerca del lenguaje. Por lo tanto, desde la perspectiva de una *fundamentación semántica* del intuicionismo resulta razonable que el lenguaje no sea una totalidad dada, sino indeterminable. En suma, la semántica basada en la teoría de la demostración tiene presupuestos universalistas respecto del lenguaje. Sin embargo, es razonable que considere a este lenguaje universal en esta versión modificada, es decir, como abierto e inagotable.

### Notas

\* Este trabajo fue realizado en el marco del proyecto PIP 112-200801-01334 financiado por el CONICET (Argentina). Quiero agradecer las observaciones del árbitro anónimo.

1 Siguiendo el programa de Hilbert, la teoría de la demostración se entiende *prima facie* como la parte de la metalógica que estudia las propiedades de las demostraciones formales entendidas como *objetos sintácticos*. En un sentido más



amplio, la teoría de la demostración se ocupa de la representación y la estructura que tienen las demostraciones matemáticas, siendo entonces una "teoría acerca de demostraciones"

2. Esto quiere decir que las demostraciones, en definitiva, no son más que estructuras matemáticas que cumplen una función *semántica* (y que además deben responder a los requisitos de constructividad supuestos por la teoría semántica). Desde un punto de vista ontológico, el hecho de considerarlas objetos formales alude a su carácter *conceptual*: se hace referencia al *concepto* de demostración y no a demostraciones concretas. (Véase Legris 1994, pp. 153 y ss, y una discusión propiamente ontológica se encuentra en Martin-Löf 1991)

3. En el caso específico de la *Independence Friendly Logic* (que Hintikka defiende), la semántica se basa en el concepto tarskiano de verdad y emplea herramientas de la teoría de modelos. Sin embargo, los cuantificadores deben elucidarse en una semántica basada en la teoría de juegos. Esta elucidación lleva a la inaceptabilidad del principio del tercero excluido. A pesar de este aspecto constructivista, Hintikka no establece vínculos con la semántica basada en la teoría de la demostración (véase Hintikka 1996, pp. 65 ss.)

### Referencias bibliográficas

- Dummett, Michael. 1978. "The Philosophical Basis of Intuitionistic Logic" En *Truth on Other Enigmas*, Londres, Duckworth, pp. 215-247
- Dummett, Michael. 1991 *The Logical Basis of Metaphysics* Cambridge (Mass.), Harvard University Press.
- Gentzen, Gerhard. 1934 "Untersuchungen über das logische Schließen" *Mathematische Zeitschrift* 39, pp. 176-210 y 405-431
- Hintikka, Jaakko. 1996 *The Principles of Mathematics Revisited*, Cambridge, Cambridge University Press.
- Hintikka, Jaakko. 1997 *Lingua Universalis vs. Calculus Ratiocinator. An Ultimate Presupposition of Twentieth-Century Philosophy*. Dordrecht et al., Kluwer
- Kreisel, Georg. 1971. Reseña de *The Collected Papers of Gerhard Gentzen*, comp. por M. E. Szabó. En *The Journal of Philosophy* 68, pp. 238-265
- Legris, Javier. 1994. "Ideas acerca de los conceptos de demostración y de verdad matemática" *Análisis Filosófico* 14, pp. 149-159
- Legris, Javier. 2007 "Cálculo y lenguaje en el intuicionismo matemático" En *Anales de la Academia Nacional de Ciencias de Buenos Aires*, vol. XLI (2), pp. 943-952.
- Martin-Löf, Per. 1991 "A Path from Logic to Metaphysics" En *Atti del Congresso Nuovi problemi della logica e della filosofia della scienza*, vol. II- Bologna, CLUEB, pp. 141-149
- Prawitz, Dag. 1977 "Meaning and Proofs. On the Conflict between Classical and Intuitionistic Logic" *Theoria* 43, pp. 2-40
- Prawitz, Dag. 1978. "Proofs and the Meaning and Completeness of the Logical Constants" En *Essays on Mathematical and Philosophical Logic*, comp. por J. Hintikka, I. Niiniluoto & E. Saarinen. Dordrecht, Reidel, pp. 25-40.
- Prawitz, Dag. 1998. "Truth and Objectivity from a Verificationist Point of View" En *Truth in Mathematics*, comp. por H. G. Dale et al. Oxford, Clarendon Press, pp. 41-51
- Troelstra, Anne Sierp. & Dirk van Dalen. 1988. *Constructivism in Mathematics. An Introduction* Amsterdam et al., North-Holland
- van Heijenoort Jan. 1967 "Logic As Calculus and Logic As Language" En *Boston Studies in The Philosophy of Science*. Comp. por R. S. Cohen y M. Wartofsky. Dordrecht, Reidel, pp. 440-446. Reimpr. en *Selected Essays* Nápoles, Bibliopolis, 1985