

EPISTEMOLOGÍA E HISTORIA DE LA CIENCIA

SELECCIÓN DE TRABAJOS DE LAS XX JORNADAS
VOLUMEN 16 (2010)

Pío García
Alba Massolo

Editores



ÁREA LOGICO-EPISTEMOLÓGICA DE LA ESCUELA DE FILOSOFÍA
CENTRO DE INVESTIGACIONES DE LA FACULTAD DE FILOSOFÍA Y HUMANIDADES
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons atribución NoComercial-SinDerivadas 2.5 Argentina



Propiedades del paradigma de partículas (en relatividad especial)

*Oswaldo M. Moreschi**

1 Introducción: El caso de la mecánica clásica

La noción de partícula aparece naturalmente en el contexto del marco teórico de la mecánica clásica, no relativista. Es así como en la física newtoniana uno puede pensar que los cuerpos son agregados de partículas, por lo que si se entiende bien la dinámica de cada partícula, se puede describir la dinámica del cuerpo completo.

El paso natural es luego generalizar esta metodología de estudio a los otros marcos teóricos, por lo que en este trabajo estudiaremos la noción de partícula en el marco teórico de la relatividad especial, pero primeramente comenzaremos por repasar la noción de partícula en la física newtoniana.

En la mecánica clásica se entiende por partícula un objeto de tamaño puntual; o sea, sólo ocupa un punto en el espacio, al cual se le adjudica también la propiedad de una masa m . Es por ello que se suele usar como sinónimo de partícula el término 'punto material'

Si se tiene un sistema compuesto por n partículas, entonces se puede describir la dinámica del mismo en término del vector posición $\vec{X}_i(t)$, para cada partícula $i = 1, \dots, n$; donde la variable independiente t indica el tiempo. Las ecuaciones de movimiento se pueden expresar por

$$m_i \frac{d^2}{dt^2} \vec{X}_i(t) = \vec{F}_i(\vec{X}_i(t), \frac{d}{dt} \vec{X}_i(t), \vec{X}_j(t), \frac{d}{dt} \vec{X}_j(t), t), \quad (1)$$

donde estamos usando la notación de derivadas temporales y el índice $j \neq i$ representa todas las otras partículas. Al lado derecho de las ecuaciones (1) se los denomina fuerzas actuantes sobre la partícula i .

Conocidas las fuerzas, el sistema de ecuaciones (1) constituye un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo grado que, con condiciones de suavidad adecuados, garantiza la existencia de soluciones alrededor de datos iniciales. Los datos iniciales para este sistema son las posiciones y velocidades de las partículas a un tiempo dado.

Esta es una manera de presentar la mecánica clásica de la que hemos expuesto en otra oportunidad, por medio del llamado principio de determinación [Mor00]. Sin embargo, vale la pena señalar que también se puede basar la mecánica desde el principio de Hamilton, o de

* FaMAF, UNC, Instituto de Física Enrique Gaviola (IFEG), CONICET, Email: moreschi@fis.uncor.edu

mínima acción, que plantea condiciones sobre las posiciones en dos tiempos distintos. El empleo del principio de Hamilton, en definitiva también conduce a la deducción de un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden, por lo que es equivalente, en este sentido, al principio de determinación.

Se debe agregar la observación de que el modelo por el cual se reemplaza a un cuerpo extendido por una partícula, ha sido muy exitoso en muchos ejemplos de sistemas mecánicos. Esto está relacionado a los llamados principios de consistencia de la mecánica newtoniana [Mor00] que son innecesarios en la formulación de la dinámica en término de la mecánica lagrangiana.

En definitiva, debe quedar claro que desde un punto de vista puramente formal, la mecánica clásica se puede basar en el concepto de partícula sin encontrarse ninguna dificultad de consistencia.

2 El caso de partículas cargadas

2.1 Dinámica de las partículas de prueba

Al considerar sistemas de partículas que puedan tener carga eléctrica, uno se ve forzado a cambiar de marco teórico, dado que se debe hacer uso del electromagnetismo, el cual se explica en el marco teórico de la mecánica relativista.

La diferencia fundamental entre la mecánica clásica y la mecánica relativista es que en la segunda existe una velocidad límite finita para la velocidad de las interacciones, en este caso electromagnéticas. Como hemos señalado en otras ocasiones, esto implica que las transformaciones entre los sistemas inerciales ya no están dadas por las transformaciones de Galileo sino por las de Lorentz [Mor09, Mor00]. Además la existencia de esta velocidad límite, refuerza la importancia de la noción de campos de interacción, junto con la imagen de efectos retardados.

La discusión de un sistema de partículas en el contexto de la relatividad especial, cambia un poco respecto de lo que estábamos acostumbrados en la mecánica clásica. Dada una partícula, decimos que la misma sigue una línea mundo Γ en el espaciotiempo, que puede ser caracterizada por su tiempo propio τ , de tal forma que $\Gamma(\tau)$ está caracterizada por las funciones $(t(\tau), x(\tau), y(\tau), z(\tau))$, donde (t, x, y, z) son las coordenadas minkowskianas de un sistema inercial. Obviamente podemos usar otro tipo de sistema de coordenadas, pero éstos son los más sencillos. A la partícula además se le asigna una masa m y una carga eléctrica q .

Un objeto geométrico importante en esta descripción es el de cuadri-vector velocidad, que se puede definir por

$$v^a = \frac{1}{c} \frac{dx^a}{d\tau}, \quad (2)$$

donde $(x^a) = (x^0 - ct, x^1 - x, x^2 - y, x^3 - z)$, siendo c la velocidad de las interacciones electromagnéticas, que coincide con la velocidad máxima de las interacciones en el espaciotiempo. El cuadri-vector velocidad tiene módulo 1; esto es, satisface:

$$\eta_{ab} v^a v^b = 1, \quad (3)$$

donde η es la métrica de Minkowski y estamos usando la notación usual en que índices repetidos indican una contracción de los objetos geométricos involucrados.

Como señalamos anteriormente, en el marco teórico de la mecánica relativista es esencial la aparición de campos que describan las interacciones. Esto provoca dos necesidades; primeramente, cómo definir los campos y en segundo lugar cómo describir su dinámica.

Para definir los campos, se podría pensar en hacer uso de las acciones que ejercen sobre las partículas cargadas. El inconveniente con esto es que si introducimos una partícula cargada en una región donde deseamos determinar los campos; en general dicha carga alterará la configuración de los campos. Es por ello que resulta muy útil la noción de 'partícula de prueba', que también se utiliza en el contexto de la mecánica clásica. En este caso una partícula de prueba es una partícula de masa despreciable m y carga despreciable q , de tal forma que podemos desestimar los efectos que la partícula causa en el resto del Universo. Los campos entonces se describen en término de los efectos que ocasionan sobre partículas de prueba.

Los campos de interacción se caracterizan por el tensor electromagnético F_{ab} ; que es antisimétrico. El campo electromagnético F_{ab} se puede definir diciendo que una partícula de prueba de masa m y carga q está sujeta a la ecuación de movimiento:

$$mc \frac{dv^a}{d\tau} = q F^a_b v^b \quad (4)$$

Es posible expresar esta ecuación en término de la notación tridimensional, obteniéndose:

$$m \frac{d(\gamma \vec{v})}{dt} = q (\vec{E} + (\vec{v} \times \vec{B})), \quad (5)$$

donde la velocidad se denota por $\vec{v} = \frac{d}{dt} \vec{x}$, el símbolo \times significa producto vectorial y estamos usando la notación usual $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$. El lado derecho así escrito se la conoce como fuerza de

Lorentz, donde aparecen el campo eléctrico \vec{E} y campo magnético \vec{B} . La relación entre campo eléctrico, campo magnético y tensor electromagnético está dado por:

$$(F^{ab}) = \begin{pmatrix} 0 & -E_x & -E_y & -E_z \\ E_x & 0 & -cB_z & cB_y \\ E_y & cB_z & 0 & -cB_x \\ E_z & -cB_y & cB_x & 0 \end{pmatrix} \quad (6)$$

2.2 Dinámica de los campos

Habiendo introducido la noción de 'partícula de prueba' para definir los campos por medio de su ecuación de movimiento, (4) o (5), nos queda por discutir la ecuación de movimiento para las partículas (no de prueba) y los campos.

La dinámica de los campos electromagnéticos está determinada por las ecuaciones de Maxwell, que en la notación del tensor electromagnético se expresan por:

$$\nabla_{\alpha} F^{ab} = K_{\alpha} J^b, \quad (7)$$

y

$$\nabla_{[\alpha} F_{\beta\gamma]} = 0, \quad (8)$$

donde $K^{\alpha} = \mu_0 K^{\alpha}$ y $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N A}^{-2}$; donde N significa la unidad de fuerza Newton y A la unidad de corriente Ampere. El vector J^{α} denota el cuatri-vector densidad de corriente.

2.3 Dinámica de partículas

La dificultad de este sistema consiste en que las partículas cargadas contribuyen con una distribución (tipo delta de Dirac) a la densidad de corriente. Es así que las soluciones de los campos donde las partículas son fuente de carga, muestran comportamientos divergentes en las cercanías de las posiciones de las cargas.

Estos comportamientos divergentes no presentan en sí un problema inherente, dado que incluso en la mecánica newtoniana, uno encuentra dicho comportamiento en la interacción gravitatoria cuando una partícula se acerca a la posición de otra partícula. Los problemas de este sistema provienen de otras cuestiones, más específicas.

La pregunta que nos queda por resolver es: ¿Cuál es la ecuación de movimiento de una partícula cargada?

La primer respuesta simplista que podemos dar es: Todavía no sabemos con certeza (?)

Sin embargo más abajo contestaremos de otra forma.

Repasemos primeramente históricamente los esfuerzos hechos para determinar esta ecuación de movimiento. Los primeros trabajos debidos a Lorentz y Abraham estudiaron el límite de pequeñas esferas cargadas, en un contexto no covariante, cuando se reduce su tamaño a un punto. Dos son las dificultades inmediatas que se debe afrontar. Los campos son divergentes en este límite, por lo que la energía adjudicada a dichos campos también diverge. Además las partículas con carga emiten radiación electromagnética, que acarrea momento y energía; lo cual se debe tomar en cuenta en la determinación de la ecuación de movimiento. Posteriormente Dirac presentó un estudio relativista, del mismo sistema, obteniendo ecuaciones covariantes para las ecuaciones de movimiento, que se conocen como las ecuaciones de Lorentz-Abraham-Dirac o de Lorentz-Dirac.

Indicaremos aquí una derivación distinta que involucra la demanda de balance de energía y momento, impuesta sobre el cono de luz futuro de la partícula.

Los campos electromagnéticos producidos por una partícula con carga e que se mueve con cuadri-velocidad v^a y cuadri-aceleración \dot{v}^a están dados por:

$$\begin{aligned}
 l_{ab} &= 2e \left(\frac{1}{r} \tilde{l}_a \dot{v}_{b1} + \frac{1}{r^2} (1 - \frac{r \dot{r}^2}{r^2}) \tilde{l}_a v_{b1} \right) \\
 &= 2e \left(\frac{1}{r} \left[\tilde{l}_a \dot{v}_{b1} - \frac{\dot{r}}{r} \tilde{l}_a v_{b1} \right] + \frac{1}{r^2} \tilde{l}_a v_{b1} \right),
 \end{aligned}
 \tag{9}$$

donde $\tilde{l}^a(u, \zeta, \bar{\zeta}) = v^a(u) l_a^b(\zeta, \bar{\zeta})$, $\tilde{l}_a(\zeta, \bar{\zeta})$ es el vector nulo en reposo apuntando en la dirección $(\zeta, \bar{\zeta})$ de la esfera de direcciones, $l_a(u, \zeta, \bar{\zeta}) = l_a^b(u, \zeta, \bar{\zeta}) \tilde{l}_b(\zeta, \bar{\zeta})$ y donde un punto superior indica derivada respecto del tiempo retardado u ; que coincide con el tiempo propio de la partícula. Estamos usando un sistema de coordenadas nulo $(u, r, \zeta, \bar{\zeta})$ adaptado a la trayectoria de la partícula, donde r es una coordenada radial medida desde la partícula y $(\zeta, \bar{\zeta})$ son coordenadas estereográficas de la esfera.

Se puede notar que los términos que dependen de las aceleraciones se comportan como $O(\frac{1}{r^2})$; por lo que son términos que contribuyen directamente a la radiación electromagnética de la partícula.

Consideremos un sistema que consta de una partícula cargada, que llamaremos subsistema A y del resto del universo, que puede contener campos electromagnéticos y llamaremos subsistema B . A dicho sistema le corresponde un tensor energía-momento T_{ab} .

Dada una de las cuatro simetrías de traslación, que son vectores de Killing, K^a , ($a=0,1,2,3$), y una hipersuperficie (o volumen) Σ se puede definir el momento total P asociado a Σ por

$$P_a = \int_{\Sigma} T_{ab} K^b d\Sigma_a \tag{10}$$

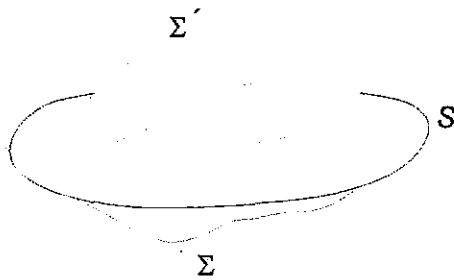


Figure 1: Dos hipersuperficies con la misma frontera S

Sea S el borde de Σ y sea Σ' otra hipersuperficie que tiene el mismo borde S . Debido a la ley de conservación local del tensor energía momento, que establece que la divergencia del mismo es cero, $(\nabla_a T^a_b = 0)$, y a que los vectores de Killing satisfacen $\nabla_a K^a = 0$, la diferencia de la integración sobre Σ' y Σ da cero, esto es:

$$\int_{\Sigma'} T_b^a K_\xi^b d\Sigma'_a - \int_{\Sigma} T_b^a K_\xi^b d\Sigma_a = 0. \quad (11)$$

Es debido a esto que el momento total es determinado por S y no por la particular hipersuperficie que tiene por borde a S (ver la figura 1)

Para estudiar leyes de conservación globales, es frecuente elegir a la esfera S muy lejos de la región central donde están las partículas; o en lo posible en el infinito. En el estudio de los efectos de radiación, se hace uso del llamado infinito nulo futuro. Esta región se la puede entender como una hipersuperficie que brinda un borde a todo el espaciotiempo, y se puede considerar como el conjunto de los puntos 'finales' de las geodésicas nulas dirigidas al futuro. En un tratamiento conforme del espaciotiempo, esta hipersuperficie es una hipersuperficie nula, por lo que aparecerá en los gráficos más abajo, dibujada como trazos a 45 grados.

Sea S una esfera en el infinito nulo futuro, definida como la esfera asintótica del cono de luz futuro de un punto $\rho(\tau)$; y denotemos con Σ al mismo cono de luz futuro de este punto. De tal forma que entonces S es la frontera de Σ . La figura 2 muestra el dibujo de otro cono de luz futuro $\tilde{\Sigma}$ que emana del punto $\rho(\tau + \Delta\tau)$, con frontera \tilde{S} en el infinito nulo futuro.

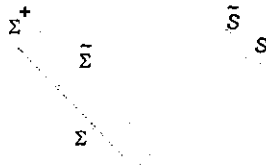


Figure 2. Dos hipersuperficies llegando al infinito nulo futuro.

Llamemos Σ^+ la hipersuperficie sobre el infinito nulo futuro con frontera S y \tilde{S} . Luego podemos identificar en la discusión anterior $\Sigma' = \tilde{\Sigma} \cup \Sigma^+$. Por lo tanto las integrales de la ecuación (11) se puede expresar por;

$$\int_{\tilde{\Sigma}} - \int_{\Sigma} = - \int_{\Sigma^+}. \quad (12)$$

que establece que el momento al tiempo retardado \tilde{S} es el momento al tiempo retardado S menos el flujo a través de Σ^+ .

Debido a que estamos denotando como sistema A a la partícula y sistema B al resto del universo, el tensor energía-momento puede ser descompuesto como una suma de términos de la siguiente forma

$$T = T_{(m)A} + T_{(m)B} + T_{(EM)A} + T_{(EM)B} + T_{(EM)AB} \quad (13)$$

donde hemos distinguido: el términos mecánicos (m) de la partícula A , el términos mecánicos (m) del resto del sistema B , el término electromagnético (EM) de los campos de la partícula A , el término electromagnético (EM) del sistema B y el término electromagnético (EM) con productos de campos de la partícula A y del sistema B .

La ley de conservación local del tensor energía-momento $(\nabla \cdot T = 0)$ está estrechamente relacionada con la ecuación de movimiento, como repasaremos a continuación.

Cada término de la expresión (13) contribuye en el lado izquierdo de la ecuación (12) en orden $d\tau$ con un correspondiente diferencial de momento dP ; donde estamos usando P para denotar el momento. Mientras que el lado derecho de (12) se puede expresar por

$$-\int_{S^2} = -\left(\int_S\right) d\tau \quad (14)$$

Por lo tanto se tiene

$$dP_{(m)A} + dP_{(m)B} + dP_{(EM)A} + dP_{(EM)B} + dP_{(EM)AB} + dP_{(EM)BA} \\ = -\int_S T_{ab} K_c^b n^a \frac{dS^2}{V^2} d\tau \quad (15)$$

donde n^a es un vector nulo normal al infinito nulo futuro, que satisface $n^a n_a = 0$, y dS^2 es el elemento de superficie sobre la esfera unidad.

Para simplificar la discusión consideremos primeramente el caso en que el sistema B consiste de una distribución suave de materia y cargas que no emite radiación al infinito nulo futuro. Además, asumamos que el sistema B pueda ser representado por una formulación lagrangiana, incluyendo las acciones del sistema A sobre B . Entonces, las variaciones de las posiciones de la materia del sistema B y las variaciones de los campos del sistema B inducen, por medio del lagrangiano, las ecuaciones de movimiento.

$$\frac{dP_{(m)B}}{d\tau} + \frac{dP_{(EM)B}}{d\tau} + \frac{dP_{(EM)BA}}{d\tau} = 0, \quad (16)$$

en otras palabras, los términos $dP_{(m)B} + dP_{(EM)B} + dP_{(EM)BA}$ se cancelan entre sí en la ecuación (15), lo que implica la relación

$$\frac{dP_{(m)A}}{d\tau} + \frac{dP_{(EM)A}}{d\tau} = -\frac{dP_{(EM)AB}}{d\tau} - \int_S T_{ab} K_c^b n^a \frac{dS^2}{V^2} \quad (17)$$

El cálculo del lado derecho de (17) da

$$eI(B)_{ab} v^a + e^2 \frac{2}{3} v^a v_b \quad (18)$$

Los términos del lado izquierdo de (17) no sólo contienen el término mecánico proporcional a la aceleración, sino que también tiene términos de auto-campo que a primera vista parecen incluir contribuciones infinitas sobre la línea mundo de la partícula, dado que los auto-campos tendrían un comportamiento divergente. Sin embargo, está claro que el lado derecho de esta ecuación es finito, por lo que la suma de los dos términos del lado izquierdo es finita. Además se puede ver que estas contribuciones no tienen una dependencia funcional arbitraria sino, por el contrario, son bien definidas. Esto se deduce del hecho que el tensor electromagnético depende sólo de la velocidad y aceleración de la partícula; por lo que la derivada temporal del tensor energía momento, que es cuadrático en el tensor electromagnético, sólo puede depender de $(v^i, \dot{v}^i, \ddot{v}^i)$, esto es de la velocidad, la aceleración y la derivada de la aceleración en la dirección de la velocidad.

Luego expresamos la ecuación anterior como

$$m' \dot{v}_\xi + m \ddot{v}_\xi + \alpha \ddot{v}_\xi = eF(B)_{\alpha\xi} v^\alpha + e^2 \frac{2}{3} \dot{v}^\alpha \ddot{v}_\alpha v_\xi, \quad (19)$$

para algunos coeficientes finitos del lado izquierdo.

Realizando la contracción de esta expresión con el vector v^ξ se obtiene

$$m' + \alpha \ddot{v}_\alpha v^\alpha = m' - \alpha v^\alpha \ddot{v}_\alpha = e^2 \frac{2}{3} \dot{v}^\alpha \ddot{v}_\alpha, \quad (20)$$

Reemplazando el valor de m' obtenido de esta expresión en la ecuación original, se obtiene

$$\alpha \ddot{v}^\alpha \ddot{v}_\alpha v_\xi + m \ddot{v}_\xi + \alpha \ddot{v}_\xi = eF(B)_{\alpha\xi} v^\alpha \quad (21)$$

Pero en realidad, se debe expresar esta ecuación en la forma dada por (19), dado que la idea es plantear el balance de la fuerza sobre la partícula y los efectos de radiación. Por lo tanto se escribe

$$m \ddot{v}_\xi + \alpha \ddot{v}_\xi = eF(B)_{\alpha\xi} v^\alpha - \alpha \ddot{v}^\alpha \ddot{v}_\alpha v_\xi, \quad (22)$$

que puede ser identificada con (19) si se establece la igualdad

$$\alpha = -e^2 \frac{2}{3}, \quad (23)$$

de donde se deduce que

$$m' = 0 \quad (24)$$

Alternativamente podríamos haber argumentado al encontrar la ecuación (20) que m' debe ser cero, pues los otros dos términos son proporcionales al módulo de la aceleración que debería

ser una variable dinámica que en general varíe con el tiempo; por lo que dichos términos se deben cancelar entre ellos, como se acaba de demostrar. La ventaja del argumento anterior, es que es válido incluso si se hubiese asumido que m' fuese una función del tiempo propio de la partícula. Sin embargo, se debe señalar que uno podría adoptar una visión alternativa de (20) en la cual uno supone que $\alpha = 0$ y m' se interpreta como la variación temporal de la masa de la partícula [Bon74], pero esta visión tiene consecuencias inaceptables, como por ejemplo que la masa de la partícula puede desaparecer en un tiempo finito.

De todo lo anterior, entonces se obtiene la ecuación de movimiento final

$$m\dot{v}^a = eF(B)_b^a v^b + e^2 \frac{2}{3} (\dot{v}^a + v^b \dot{v}_b v^a), \quad (25)$$

que es la conocida ecuación Lorentz-Dirac de movimiento para el electrón.

¿Cuáles son las dificultades de esta ecuación? Por un lado es una ecuación diferencial de tercer orden para la posición de la partícula. Esto implica que los datos iniciales incluyen no sólo posiciones y velocidades, sino también la aceleración de la partícula. Además incluye las llamadas 'runaway solutions', que son soluciones de comportamiento divergente.

Por otro lado, esta ecuación se obtuvo de requerir el balance de energía y momento para la partícula A . Para un sistema de dos partículas, uno estaría tentado a usar la misma ecuación de movimiento para la partícula B . Pero luego uno notaría un desbalance para el sistema combinado $A+B$.

Sucede que si el subsistema B contiene una partícula, entonces el subsistema B no puede ser representado por una formulación lagrangiana; que fue una de las suposiciones que hicimos anteriormente en la derivación de (25).

En particular el flujo electromagnético en el infinito nulo futuro tendría contribuciones con términos cuadráticos en los campos producidos por A , términos cuadráticos en los campos producidos por B , y términos con productos de campos producidos por A y B . Este último término no puede ser atribuido a una sola de las partículas. Por lo tanto: Es inconsistente aplicar la ecuación (25) a cada una de las partículas en un sistema compuesto.

2.4 Sobre ecuaciones de balance

La presentación de la subsección anterior, nos muestra que la ecuación deducida para una sola partícula no puede ser usada para un sistema compuesto.

El método usado anteriormente, muestra que si uno fija una línea-mundo C , se puede lograr balance sobre las secciones S en el infinito nulo futuro que coinciden con la intersecciones de los conos de luz futuros que emanan de C con el infinito nulo. Pero es fácil ver que dada otra curva temporal C' , no se observará balance sobre las correspondientes secciones S' en el infinito nulo futuro.

Para fijar ideas, supongamos que la línea mundo C es el centro de masa retardado [LM95] de un sistema binario de partículas cargadas. La situación está descrita gráficamente en la figura 3.

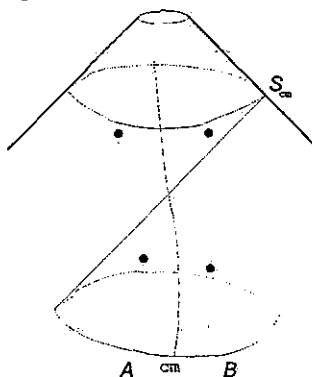


Figure 3: Sistema binario.

Podemos tomar la actitud de requerir balance de energía y momento para las secciones S , en el infinito nulo futuro, asociadas a la línea mundo C . Esto proveerá de un conjunto de cuatro ecuaciones para determinar las ocho ecuaciones de movimiento para cada partícula. Pero notando que el vector quadri-velocidad tiene módulo constante, vemos que en las ecuaciones de movimiento de las dos partículas sólo intervienen 6 grados de libertad, por lo que se tendría 4 condiciones para ser satisfechas por 6 grados de libertad. Esto en principio es matemáticamente posible. Pero si vemos más en detalle, notamos que la radiación sobre una dada sección S , como la dibujada en la figura 3, depende de la información de un trozo de cada una de las trayectorias de las partículas. Más específicamente el trozo de trayectoria que está entre el cono de luz futuro y pasado del centro de masa que se está considerando. Claramente toda esta información determina el lado derecho de las ecuaciones de balance, por lo que queda claro que es imposible satisfacer estas ecuaciones con un lado izquierdo que sólo dependa de campos locales determinados en las posiciones de las partículas al tiempo retardado determinado por S . Esto nos conduce a la siguiente afirmación:

- Es imposible por medio de ecuaciones de movimiento locales (como la de Lorentz-Dirac) lograr un balance global de energía-momento para un sistema compuesto de partículas cargadas.

3 Consecuencias del resultado anterior

Las consideraciones anteriores son extensibles a todo modelo teórico relativista que haga uso de una métrica lorentziana. Un ejemplo son las aproximaciones postnewtonianas para sistemas

de partículas. En ellas se dispone de ecuaciones de movimiento respecto de un tiempo universal, que se puede asociar al tiempo coordinado del sistema centro de masa inicial. Las afirmaciones anteriores implican que no es posible lograr balance global de energía momento en los modelos postnewtonianos.

4 Comentarios finales

En esta presentación hemos señalado, en el contexto del marco teórico de la relatividad especial, la imposibilidad de lograr balance de energía y momento en un sistema de partículas cargadas por medio de fuerzas locales actuante sobre ellas que tengan en cuenta los efectos debido a la radiación electromagnética de las mismas.

De todas formas se señala que es posible lograr el balance sobre un particular conjunto de secciones en el infinito nulo futuro que puede ser considerado la intersección del cono de luz futuro emanando de una línea mundo temporal. Como señalamos anteriormente, la candidata natural es la línea mundo del centro de masa retardado del conjunto de partículas. Sin embargo se debe enfatizar que cualquier elección que se haga del conjunto de secciones en el infinito nulo futuro será arbitraria.

Más aún, este tipo de balance implica imponer ecuaciones de movimiento en un sistema de partículas, que aparenta no respetar el principio de causalidad, dado que el conjunto de las fuerzas tomarán en cuenta necesariamente el comportamiento de las otras partículas a distancias espaciales. Como se remarcó anteriormente, por ser la radiación un fenómeno cuadrático en los campos, no se puede distribuir las reacciones debido a radiación entre las partículas involucradas, por medio de fuerzas que sólo dependan del pasado causal de cada partícula.

Todo lo anterior nos induce a pensar en la imposibilidad de construir un modelo consistente de partícula eléctricamente cargada en el marco teórico de la relatividad especial. Por lo que la búsqueda de modelos consistentes de partícula cargada parece indicarnos la necesidad de considerar otros marcos teóricos, como por ejemplo los cuánticos.

Referencias

- [Bon74] W. B. Bonnor. A new equation of motion for a radiating charged particle. Proc.R.Soc.Lond.A, 337:591, 1974.
- [LM95] L. Lehner and O.M. Moreschi. On the definition of the center of mass for a system of relativistic particles. J. Math. Phys., 36(7):3 377-3394, 1995.
- [Mor00] O.M. Moreschi. Fundamentos de la Mecánica de Sistemas de Partículas. Editorial Universidad Nacional de Córdoba, Córdoba, 2000
- [Mor09] O.M. Moreschi. Principios de la relatividad especial. Epistemología e Historia de la Ciencia, 15(356-365), 2009