EPISTEMOLOGÍA E HISTORIA DE LA CIENCIA

SELECCIÓN DE TRABAJOS DE LAS XX JORNADAS

VOLUMEN 16 (2010)

Pío García
Alba Massolo

Editores

ÁREA LOGICO-EPISTEMOLÓGICA DE LA ESCUELA DE FILOSOFÍA
CENTRO DE INVESTIGACIONES DE LA FACULTAD DE FILOSOFÍA Y HUMANIDADES
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA

Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons atribución NoComercial-SinDerivadas 2.5 Argentina

Negación y lógicas paraconsistentes

*Carlos Oller**

Introducción

En la literatura es posible encontrar una multiplicidad de lógicas paraconsistentes, i.e. de sistemas que no validan la regla del *ex contradictione quodlibet* (*ECQ*). Sin embargo, se ha argumentado que no es posible que exista una verdadera lógica paraconsistente porque una negación para la que no valga el *ECQ* no puede ser una verdadera negación. Se arguye que una verdadera negación es un operador formador de contradictorios y que las negaciones de las lógicas paraconsistentes no pueden serlo.

En este trabajo expondremos el argumento en contra de la posibilidad de la existencia de verdaderas lógicas paraconsistentes y la respuesta de F. Paoli [Paoli, 2003] a este argumento. Además, presentaremos un nuevo argumento —inspirado, como el de Paoli, en una sugerencia de Susan Haack— en contra de la tesis de la imposibilidad de la existencia de verdaderas lógicas paraconsistentes.

La idea intuitiva de este argumento es que si es posible explicar las diferencias en el conjunto de inferencias válidas entre dos sistemas en términos de una diferencia en su noción de consecuencia lógica, mientras que la caracterización semántica de las constantes lógicas permanece igual en ambos sistemas, entonces estamos en presencia de una verdadera divergencia y no de un simple cambio de significado de las conectivas. En particular, argumentaremos que esto se aplica a determinadas lógicas paraconsistentes en las que la invalidez de la regla *ECQ* no se debe a un cambio de significado de la negación.

El argumento en contra de la existencia de (verdaderas) lógicas paraconsistentes

La caracterización formal más comúnmente aceptada de las lógicas paraconsistentes considera que la paraconsistencia es una propiedad de la relación de consecuencia de esas lógicas. Sea $\models$ una relación de consecuencia, caracterizada en términos sintácticos o semánticos. La relación de consecuencia $\models$ es explosiva si y sólo si, para toda fórmula A y B, se da que $\{A, \neg A\} \models B$, un patrón inferencial al que se suele denominar *ex contradictione quodlibet* (*ECQ*). Una relación de consecuencia es paraconsistente si y sólo si no es explosiva. Una lógica es paraconsistente si y sólo si su relación de consecuencia es paraconsistente, *i.e.* si no valida la regla del *ex contradictione quodlibet*. Esta caracterización de las lógicas paraconsistentes está, pues, basada en un criterio puramente negativo.

* UBA - UNLP

Una posición filosófica hostil a la lógica paraconsistente, que haría de la paraconsistencia una propiedad vacía, es la que tiene su fuente en el *dictum* de Quine "cambio de lógica es cambio de tema" [Quine, 1970]. La idea fundamental de esta crítica a la paraconsistencia es que no es posible tener una lógica con una negación que sea una verdadera negación y que, al mismo tiempo, no satisfaga el principio del *ECQ*. Como en lógica elemental un cambio en la teoría —como el que no valga el *ECQ* para la negación— es un cambio de significado, el lógico paraconsistente sólo cambia de tema al cambiar la teoría lógica clásica.

Una forma restringida de esta crítica fue dirigida por Priest y Routley [Priest & Routley, 1989] contra la lógica paraconsistente de da Costa. La negación de da Costa [da Costa, 1974] no sería, según estos autores, una verdadera negación porque la (verdadera) negación es un operador formador de contradictorios y la negación paraconsistente de da Costa es sólo un operador formador de subcontrarios. Recordemos que dos fórmulas A y B son subcontrarias si $(A \vee B)$ es una verdad lógica, y contradictorias si $(A \vee B)$ es una verdad lógica y $(A \wedge B)$ es lógicamente falsa. Si $(A \wedge \neg A)$ no es lógicamente falsa, como sucede en la lógica de da Costa, entonces la negación simbolizada con $\neg$ no es un operador formador de contradictorios y, por lo tanto, tampoco es una verdadera negación. En un corto y muy citado artículo, Slater [Slater, 1995] extiende esta crítica al sistema trivalente LP de Priest [Priest, 1979] porque, aunque $(A \wedge \neg A)$ no recibe nunca el valor de verdad designado "(sólo) verdadero" en este sistema, tanto A como $\neg A$ pueden recibir el otro valor designado "tanto verdadero como falso". Pero, no puede suceder que dos fórmulas contradictorias reciban el valor verdadero, sea éste el valor "(sólo) verdadero" o el valor "tanto verdadero como falso". La conclusión de Slater es que A y $\neg A$ pueden no ser contradictorios en LP y que, por lo tanto, la negación de este sistema no es una verdadera negación.

Argumentos a favor de la existencia de (verdaderas) lógicas paraconsistentes.

Francesco Paoli ofrece en su artículo "Quine and Slater on Paraconsistency and Deviance" [Paoli, 2003] una respuesta al argumento de Slater desarrollando una idea sugerida por Susan Haack en su *Deviant Logic* [Haack, 1974]. En efecto, Haack trae a cuento la formulación de Gentzen de la lógica minimal, que difiere de la lógica clásica sólo en lo que respecta a las reglas estructurales pero coincide con ella en lo que hace a las reglas para las conectivas. Como las reglas estructurales no contienen ninguna referencia a las conectivas, la divergencia entre estos sistemas parece poder explicarse sin apelar a un cambio en el significado de las conectivas.

Paoli reformula y desarrolla el argumento de Haack en el marco de una semántica para la lógica basada en la teoría de la demostración (*proof-theoretic semantics*) [Wansing, 2000]. De acuerdo con ella, el significado de una constante lógica c queda especificada por las reglas de secuentes que nos permiten introducir la conectiva —las reglas operativas que fijan lo que Paoli llama *el significado operativo de c*— y por las reglas estructurales —que fijan lo que llama *el significado global*

de c en el sistema. Los principios e inferencias que involucran a una conectiva c y que resultan sancionados por el sistema dependen no sólo del significado operativo de c sino también de su significado global. Si no hay un cambio en el significado operativo de una constante c al pasar de un sistema S_1 a otro S_2 que valida distintos principios lógicos para c en virtud de tener diferentes reglas estructurales, entonces hay una rivalidad genuina entre esos sistemas. En el caso de la negación muchas lógicas divergentes tienen, en su presentación como cálculos de secuentes, las mismas reglas operativas que la lógica clásica para esta conectiva y, por lo tanto, la negación tiene el mismo significado operativo en todos estos sistemas y es, por así decirlo, una verdadera negación en todos ellos.

En lo que sigue presentaremos otro argumento a favor de la existencia de verdaderas lógicas paraconsistentes en términos de la semántica estándar para la lógica elemental que, como el argumento de Paoli, desarrolla la sugerencia de Haack mencionada más arriba. La idea intuitiva es que si las conectivas de un sistema de lógica proposicional quedan caracterizadas por las cláusulas de la semántica veritativo-funcional de la lógica proposicional clásica, pero la noción de consecuencia lógica se caracteriza de manera no estándar, entonces estamos frente a una verdadera divergencia que no consiste en un mero cambio de significado de las constantes lógicas. En efecto, el hecho de que la afirmación metalinguística $\Gamma \models A$ sea verdadera, para algún Γ y A, en un sistema y falsa en otro puede deberse no sólo a un cambio en el significado de las constantes lógicas que aparecen en las fórmulas de Γ y en A, sino también a un cambio en el significado $\models$. Si es posible explicar las diferencias en el conjunto de inferencias válidas entre dos sistemas apelando a una diferencia en su noción de consecuencia lógica, al tiempo que la caracterización semántica de las constantes lógicas permanece igual, entonces estaremos en presencia de una verdadera divergencia y no de un simple cambio de significado de las conectivas.

Un ejemplo de un sistema proposicional de este tipo es la lógica de la implicación analítica de Parry [Parry, 1933] [Parry, 1989] cuando la implicación analítica no se trata —como lo hace Parry— como una conectiva del lenguaje sino como una relación de consecuencia lógica [Oller, 1999]. Parry quiere caracterizar la relación de "implicación real", es decir la relación entre dos proposiciones que es necesaria y suficiente para permitirnos pasar, en virtud de razones puramente lógicas, de la afirmación de la primera proposición a la afirmación de la segunda. Es necesario apuntar al pasar que, aunque la intención de Parry era ofrecer una teoría de la consecuencia lógica, concibe su noción de implicación, siguiendo el ejemplo de C.I. Lewis, como una conectiva del lenguaje en lugar de tratarla como una relación metalinguística entre expresiones del lenguaje. La caracterización de esa noción debería, en la opinión de Parry, evitar paradojas de la implicación estricta como que q implique p o *no-p*, o que p y *no-p* implique q; Parry añade al rechazo de esas implicaciones la objeción al principio de adición, es decir a que p implique p o q. En todos los casos debe evitarse que en el consecuente de una implicación aparezcan términos irrelevantes respecto de su antecedente.

M. Dunn propuso [Dunn, 1972] en una semántica algebraica para la implicación de Parry en la cual un modelo para un sistema proposicional de implicación analítica es un par ordenado $<v, s>$, donde v es una valuación booleana y s es una función que asigna a cada fórmula bien formada un subconjunto de un conjunto no-vacío S, que puede considerarse como un conjunto de unidades de contenido. La función s de asignación de contenidos cumple con la siguiente cláusula S: $s(A) = \cup\{s(p) : p$ es atómica y aparece en $A\}$, es decir, el contenido de una formula es la union del contenido de las variables proposicionales que aparecen en ella. El contenido de un conjunto de oraciones Γ es la unión de los contenidos de sus miembros. Diremos que una proposición A es una consecuencia analítica de un conjunto de premisas Γ si y sólo si A es verdadera bajo toda valuación booleana v que haga verdadera a todos los miembros de Γ, y, dada cualquier asignación de contenidos s que cumpla la cláusula S, el contenido de A resulta incluido en el contenido de Γ. Se desprende de esta caracterización semántica de la relación de consecuencia analítica no satisface la regla del *ex contradictione quodlibet*. La lógica resultante es, pues, una lógica paraconsistente en la que las conectivas quedan caracterizadas por las cláusulas semánticas estándar y en la que, por lo tanto, la divergencia respecto de la lógica clásica no se debe a un cambio de significado de las constantes lógicas sino a un cambio en la noción de consecuencia lógica. En particular, la negación de esta lógica tiene las mismas condiciones de verdad que la negación clásica, y dos fórmulas contradictorias A y $\neg A$ no pueden ser ambas verdaderas de acuerdo a la semántica de este sistema. La regla del *ECQ*, pues, no resulta inválida debido a un cambio de significado de la negación, sino a una concepción de la consecuencia lógica que no es la clásica.

Referencias

da Costa, N.C.A. (1974). On the theory of inconsistent formal systems. *Notre Dame Journal of Formal Logic* 15, 497–510.

Dunn, J. M. (1972). A modification of Parry's analytic implication, *Notre Dame Journal of Symbolic Logic*, 13, 195-205.

Haack, S. (1974). *Deviant Logic*, Cambridge University Press, Cambridge.

Oller, C.A. (1999), Paraconsistency and Analyticity. *Logic and Logical Philosophy* 7, 91-99.

Parry, W. T. (1933). Ein Axiomensystem für eine neue Art von Implikation (analytische Implikation), *Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums* 4, 5-6.

Parry, W. T. (1989): Analytic Implication. Its History, Justification and Varieties, en J. Norman y R. Sylvan (eds.), *Directions in Relevant Logic*, Boston, Kluwer, 101-118.

Priest, G.G. & Routley, R. (1989). *Paraconsistent Logics, Essays on the Inconsistent*, Philosophia Verlag, Munich.

Paoli, F. (2003). Quine and Slater on Paraconsistency and Deviance, *Journal of Philosophical Logic* 32, 531–548.

Priest, G. (1979). The logic of paradox, *Journal of Philosophical Logic* 8, 219–241.

Quine, W. V. O. (1970). *Philosophy of Logic*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs.

Slater, B. H. (1995). Paraconsistent logics?, *Journal of Philosophical Logic* 24, 451–154.

Wansing, H. (2000): The idea of a proof-theoretic semantics, *Studia Logica* 64, 3–20.