EPISTEMOLOGÍA E HISTORIA DE LA CIENCIA

SELECCIÓN DE TRABAJOS DE LAS XX JORNADAS
VOLUMEN 16 (2010)

Pío García
Alba Massolo

Editores

ÁREA LOGICO-EPISTEMOLÓGICA DE LA ESCUELA DE FILOSOFÍA
CENTRO DE INVESTIGACIONES DE LA FACULTAD DE FILOSOFÍA Y HUMANIDADES
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA

La aleatoriedad y sus contextos

*Víctor Rodríguez**

Introducción: [1]

Hace alrededor de un siglo, el matemático Emile Borel escribió en el prefacio de su libro sobre el azar: "*a una pregunta sobre mis trabajos científicos, cometí la imprudencia de responder que había terminado un libro sobre El Azar; mi interlocutor me preguntó inmediatamente, no sin cierta ironía, qué era lo que diría de nuevo sobre ese "magnífico tema". Me fue necesario asegurar que yo no daría ninguna receta para ganar en la ruleta,... Con la pérdida de su misterio, el libro perdió también todo su prestigio y la pregunta esperada. "Pero, ¿de qué se trata entonces?" fue hecha con una cortés indiferencia.....*" (1).

No puede decirse lo mismo en la actualidad. Los avances conceptuales y técnicos que han familiarizado a las comunidades científicas con la aleatoriedad, son difíciles de seguir y requieren un buen grado de abstracción, a veces sólo accesible a los especialistas. El término 'aleatoriedad' expresa normalmente una versión teórica más técnica que el concepto cotidiano de azar, cuyo uso extendido presenta una considerable polisemia, asociada con frecuencia a un halo de enigmas y vaguedades. Cabe decir, por compensación, que ellas han estado vinculadas usualmente a genuinos inconvenientes para decir algo robusto y preciso, -en un sentido positivo-, acerca del significado de este extraño concepto. Por otra parte, esta dificultad para elaborar una caracterización positiva influyó en el modo de contextualizarlo. Así, en la mayoría de las versiones tradicionales se ha puesto énfasis en los aspectos negativos, -en el sentido de privación de cualidades o propiedades (orden, estructura, patrón, regularidad, etc.).

Aleatoriedad y disciplinas científicas:

Se sostiene aquí que el concepto exhibe rasgos expresivos diferenciados en las distintas áreas de la ciencia. Dicho de otra manera, se presenta en lenguajes de diferente precisión, que van desde conceptualizaciones vagas hasta articulaciones rigurosas de gran abstracción. Es llamativa la impresión de que estas conceptualizaciones han seguido su propia vida dentro de los márgenes locales de cada disciplina.

En biología, por ejemplo, al menos desde el siglo XIX, se ha asociado al azar con ausencia de orden u organización, o con la contingencia de los fenómenos naturales. Los biólogos, hasta antes de la aparición del código genético y de la biología molecular, no han necesitado precisar mucho la aleatoriedad. La noción de variación al azar de Darwin no parece haber estado influenciada de

*FFyH – UNC

ningún modo significativo por el desarrollo de la teoría de la probabilidad, ni por la estadística[2]. El pensamiento poblacional primero y el pensamiento estadístico posterior, al estilo de Fisher, sólo modificaron ciertas regiones de la disciplina y para ello no fue necesario un lenguaje aleatorio muy sofisticado. En obras como la de J. Monod (3), por citar un ejemplo más cercano, el nivel de precisión del concepto es bajo, aunque suficiente como para dar cuenta de los argumentos del autor. Tanto el paulatino acercamiento de esta disciplina a la física, como el mayor protagonismo del concepto de información en ella, insinúan que puede necesitarse un lenguaje más sutil y con mayor capacidad expresiva que el usado hasta la fecha en el reino natural para tratar los procesos aleatorios o pseudo-aleatorios. Esto puede aparecer, por ejemplo, en la búsqueda de patrones en las secuencias de las bases de un genoma, por tomar un caso en el que ha habido intentos de elaboración de heurísticas especiales emparentadas con la presencia o ausencia de alguna noción de orden.

Este enfoque tradicional en ciencias naturales coexistió durante la segunda mitad del siglo XIX con el desarrollo de la mecánica estadística, la que a su vez llevó a los físicos a incorporar el lenguaje probabilista dentro de la mecánica de un modo robusto. Dentro de este marco biológico y físico fue importante el punto de vista filosófico clásico, -diríamos de tipo laplaciano-, que asociaba a la probabilidad con una medida de nuestra ignorancia. Así el azar se emparentó muy estrechamente con nociones epistémicas, una tradición con profundas raíces en el pensamiento moderno[3].

La emergencia del caos determinista sofisticó algo más esta variante epistémica durante el siglo XX, al vincular una lectura aleatoria con la imposibilidad de predicción de la evolución de ciertos sistemas dinámicos bajo condiciones iniciales especiales. El azar y el caos se encontraron de un modo peculiar[4]. En la nueva mecánica cuántica del siglo XX las leyes aparecen marcadamente escritas en lenguaje probabilista. Esto estimuló una producción copiosa de ensayos sobre causalidad y azar hasta hoy, aunque con tonalidades propias de los diversos enfoques epistemológicos asociados. El azar se impregnó de filosofía de la física y viceversa. Desde entonces, con el éxito predictivo de la mecánica cuántica, las nuevas generaciones de científicos se han ido acostumbrando a aceptar que 'Dios puede jugar a los dados con el universo'. Hoy en física, la aleatoriedad, vista desde una perspectiva epistemológica, es un tema difícil, a pesar de la frecuencia con que se escriben trabajos sobre el rostro aleatorio del lanzamiento de una moneda y cuestiones similares. Dentro de una amplia corriente de estilos de investigación, el azar ha llegado en ocasiones a ocupar una categoría ontológica y de ese modo ha estimulado la articulación de metafísicas probabilistas.

Curiosamente, la física tampoco necesitó un lenguaje muy fino en torno de la aleatoriedad. La lectura matemática de la probabilidad ocupó el mayor espacio protagónico allí. El ámbito de las interpretaciones filosóficas de este lenguaje y su alcance expresivo, tuvo un lugar siempre menor.

Más allá del protagonismo de estos enfoques en las comunidades científicas, esta diferencia viene desde lejos. Obras como la de Todhunter (10) y Laplace (11), por ejemplo, son instanciaciones anteriores del rostro matemático y el especulativo a que estamos aludiendo. Los físicos manejan con gran destreza los cálculos usando probabilidades y el éxito predictivo es realmente notable en ciertas áreas de la disciplina. Los filósofos, a buena distancia, se siguen ocupando de las curiosidades epistemológicas y de las eventuales diferencias en materia de adecuación empírica. Pareciera como si el lenguaje probabilístico estuviera fuera de esta zona de chequeo. Los cálculos dentro de los modelos o teorías marcan la ruta a seguir, y los resultados avalan esta estrategia. Por ello, de algún modo la aleatoriedad aparece como muy cercana al azar clásico, ya sea bajo la forma de un algoritmo pseudo-aleatorio, o en el diseño de un experimento, vía métodos de Montecarlo o afines.

En matemáticas el azar estuvo fuertemente asociado a los números y a su distribución en ausencia de leyes o regularidades. Hay ejemplos hermosos de números indomables, como los primos. Se conocen propiedades de numerosas entidades matemáticas por su expansión en decimales o en otras bases. Ellas muestran la presencia o ausencia de regularidades o patrones. Pero también existen sucesiones desordenadas que obedecen a un algoritmo generador. Los números π ó e, aún cuando no exhiben patrones ordenados en su expansión, pueden ser desplegados de modo preciso con algoritmos especiales.

Siguiendo con niveles de abstracción creciente, la lógica matemática y la metamatemática contribuyeron de modo decisivo a la evolución del concepto. La obra de K. Godel y otros lógicos ha trascendido la lógica y ha llegado hasta la matemática de un modo insospechado hace algunas décadas. Por caso, en el tratamiento del Décimo Problema de Hilbert[5]. Como veremos más adelante, hay aportes significativos desde allí al concepto de aleatoriedad.

Este recorrido breve por diferentes disciplinas científicas refuerza la intuición acerca de la existencia de niveles de aleatoriedad, jerarquías de complejidad y grados de desorden. Hasta donde es posible seguir la literatura actual, la problemática dentro de cada campo llega hasta cierto nivel de sutileza en torno de la aleatoriedad y muy raramente se supera ese umbral. Parece claro, al menos desde un punto de vista pragmático asociado a las prácticas científicas, que no todos los conceptos que cruzan diferentes disciplinas necesitan el mismo grado de claridad y distinción.

Una estrategia complementaria, útil para los fines de este enfoque, es mirar la evolución del concepto desde las proximidades de la teoría de la probabilidad. Un buen ejercicio de aproximación es analizar desde una perspectiva filosófica el entorno del trabajo de Kolmogorov y su versión axiomática (13). Pero los enfoques filosóficos no se han quedado rezagados allí[6], como lo muestran los rostros epistémicos y frecuencialistas que han impregnado tanto al azar como a la probabilidad en versiones posteriores. La probabilidad ha expresado usualmente mucho más que un tratamiento del azar, por ello es necesario un recorte temático dentro de este campo, si se pretende acercarse a la aleatoriedad. Un punto de referencia importante es R. von Mises[7], quien marcó una tendencia significativa que aún prevalece en muchas prácticas. Su enfoque ligado a conceptos especiales, como la noción de "colectivo", aunque recibiera fuertes y fundamentadas críticas, ha servido para desarrollar de un modo singular el programa frecuencialista. Esta línea de investigación fue criticada y a la vez desarrollada por varios autores impregnados de considerables lenguajes técnicos de alto grado de abstracción, como Church, Wald y Martin-Löf. La aleatoriedad después de la década de 1930 cambió su rostro en varios aspectos importantes, en particular, por su acercamiento a la lógica, a la metamatemática y a la computación[8]. La computabilidad efectiva hizo contribuciones a la definición de sucesión aleatoria, y este aspecto operativo enriqueció los criterios y las estimaciones de la aleatoriedad.

La Teoría Algorítmica de la Información y la aleatoriedad de Chaitin:

Gregory Chaitin ha sido uno de los creadores de la teoría algorítmica de la información (TAI), y es sin dudas el científico que más ha contribuido a su desarrollo desde la década de 1960 hasta la actualidad. Su aporte a este campo temático ha sido realmente notable, con resultados de gran originalidad y riqueza epistemológica. Aunque tanto A. Kolmogorov como R. Solomonoff hicieron aportes importantes en relación con el nacimiento de este enfoque, se hace justicia al asociar la TAI con Chaitin. Es él quien, además de exponer tempranamente el núcleo de la misma de manera independiente, le extrajo sus principales consecuencias. La TAI es el resultado de una confluencia de los aportes de K. Gödel y A. Turing, extendidos a través de las teorías de la computación y de la información, dentro del escenario del pensamiento filosófico de Leibniz[9].

Es interesante observar el temprano protagonismo de la aleatoriedad en el pensamiento del autor. Como lo expone en un esbozo autobiográfico, "*Durante mi primer año en el City College, me surgió la idea para una definición de aleatoriedad, y decidí tratar de desarrollarla matemáticamente usando la noción de una máquina de Turing.*"[10] Muy pronto aparecieron sus primeros trabajos. Entre ellos, su primer teorema de incompletitud en el ámbito de la TAI. Una reflexión suya es ilustrativa de la evolución de su pensamiento en esa época, "*La razón por la que no descubrí este teorema en 1965 es que yo estaba tan interesado en la aleatoriedad que temporalmente me olvidé de la incompletitud! En el momento en que pensé acerca de la aleatoriedad y la incompletitud, me dí cuenta que uno no puede demostrar que una lista es aleatoria debido a las muy fuertes restricciones teorético-informacionales sobre la potencia del razonamiento matemático*"[11]. Su obra posterior relacionada con las consecuencias del concepto de aleatoriedad, principalmente a través de los aspectos epistemológicos de su famoso Ω (Omega)[12], mostró inusitadas facetas de los teoremas de limitación en torno de los fundamentos de la matemática y extendió de un modo notable los logros de Gödel y Turing. El más importante de sus resultados es la reubicación del azar en la matemática. Dos bellos trabajos exponen para un público ampliado el alcance de esta nueva perspectiva: Randomness and mathematical proof, y Randomness in arithmetic[13]. Su metáfora al respecto es que Dios no sólo juega a los dados en la física, sino que también lo hace en la matemática. Son numerosas e importantes las consecuencias de estos resultados para la metamatemática y para la epistemología. En su concepción, las vertientes de la aleatoriedad provenientes de la mecánica estadística, la mecánica cuántica, y la teoría del caos, se fusionan en la TAI de un modo singular con la información y computación. Una consecuencia epistemológica interesante de esto es que desde allí no se interpreta a la teoría de la probabilidad como una rama de la matemática aplicada, sino que ella y la aleatoriedad aparecen en el corazón de la matemática. En este contexto, merece destacarse la siguiente apreciación, "Es totalmente milagroso que Ω, definido simplemente como la probabilidad de la detención (halting), resulta tener todas las propiedades constructivas posibles de la aleatoriedad. Es completamente sorprendente que la incompresibilidad algorítmica produce la aleatoriedad estadística como un corolario. Esto suministra una explicación profunda para la aleatoriedad, una razón por la que la aleatoriedad aparece en los fundamentos de la matemática pura[14]".

Para ilustrar un poco más este enfoque, conviene observar algo más de cerca qué es este concepto[15]. La definición que brinda el autor es la siguiente: algo es aleatorio si es algorítmicamente incompresible o irreducible. Un miembro de un conjunto de objetos es aleatorio si tiene la más alta complejidad que es posible dentro de ese conjunto. Una primera definición se extrae de aplicar esto a listas de n bits. Una segunda definición surge vía sucesiones binarias infinitas. En cualquier caso, ésta es una idea fundamental en la TAI, en palabras del autor, es la raison d'etre de la TAI. Igualmente importante es la equivalencia epistémica expresada en la igualdad "aleatoriedad = incompresibilidad = irreducibilidad" Ella involucra una convergencia notable de conceptos. Pero no se aprecia toda la dimensión epistemológica de este enfoque si no se evalúa el alcance sintáctico-semántico de la definición dada de aleatoriedad, y para ello es ilustrativa la comparación que elabora Chaitin con definiciones alternativas importantes, como las versiones de Martin-Löf y de Solovay[16]. Específicamente, considera seis definiciones: las dos suyas para listas de bits, y cuatro definiciones asociadas con números reales en base dos. De estas cuatro, las dos definiciones de aleatoriedad en los reales de Martin-Löf y Solovay son estadísticas, y las otras dos, -la aleatoriedad de Chaitin y la aleatoriedad fuerte de Chaitin-, involucran el tamaño de un programa. Sus demostraciones son de gran elegancia formal por su simplicidad y concisión. Ellas muestran que las dos definiciones sobre listas de bits son equivalentes, y que las otras cuatro asociadas a los reales también son equivalentes. Demuestra que la aleatoriedad de Martin-Löf es equivalente a la aleatoriedad de Chaitin, que la aleatoriedad de Solovay es equivalente a la aleatoriedad de Martin-Löf, y que la aleatoriedad de Solovay es equivalente a la aleatoriedad fuerte de Chaitin. Presenta matices epistemológicos interesantes en este contexto. En particular, adhiere al punto de vista sostenido por otros científicos de que leyes físicas matemáticamente equivalentes pueden sin embargo ser psicológicamente no equivalentes y sugerir nuevas leyes completamente diferentes17. Complementariamente, su excursión por las definiciones de esos otros autores le permite precisar el alcance de su noción de aleatoriedad fuerte de Chaitin. La siguiente reflexión es esclarecedora al respecto, "Necesito el desvío a través de Martin-Löf y Solovay para demostrar que la aleatoriedad fuerte de Chaitin es equivalente a mi definición principal, la aleatoriedad de Chaitin. Pero no uso la aleatoriedad fuerte de Chaitin en ninguna parte, sólo me gusta la información que me da acerca de Ω. Desafío al lector a encontrar una demostración directa, simple, y a eliminar cualquier necesidad de introducir alguna vez la aleatoriedad fuerte de Chaitin. La aleatoriedad "fuerte" de Chaitin es realmente una expresión de debilidad, del hecho de que no tengo (todavía) una demostración inmediata de que ésta es equivalente a mi definición principal de aleatoriedad."18. Es de destacar la claridad de sus argumentos en estas comparaciones.

Esta breve pincelada sobre el edificio teórico de la TAI parece suficiente para ilustrar su rol en la sofisticación del tratamiento del azar. La aleatoriedad de Chaitin impresiona como el último eslabón de una larga cadena conceptual.

Comentarios finales:

Recordando el incremento de abstracción a través del tiempo, el lugar de la aleatoriedad en la física, y el hecho de que en la TAI se trabajan importantes consecuencias de las obras de Gödel y Turing, es de suponer que la triangulación matemática-física-TAI puede seguir dando frutos importantes en el futuro. Muchos frentes han quedado abiertos para explorar. Un ejemplo puede servir de ilustración. Chaitin, además de constructor, es un explorador. Sus excursiones por diferentes campos lo certifican. Ha llegado, por caso, hasta la hipótesis de Riemann y la distribución de los números primos. En ese campo existe una anécdota interesante entre un matemático y un físico, H. Montgomery y F. Dyson. En un diálogo ocasional entre ellos surgió una similitud formal entre matrices hermíticas aleatorias y ciertas correlaciones asociadas con la función zeta de Riemann[19]. El alcance de esta analogía escapa a nuestro conocimiento actual, y puede que no represente demasiado. No obstante, pensando a la TAI como el tercer vértice del triángulo mencionado, sería interesante imaginar desde allí alguna guía heurística para avanzar sobre dicha analogía.

Al margen de las anécdotas y mirando diferentes disciplinas, el escenario sigue poblado por variados actores. Hay lógicos y filósofos que siguen explorando facetas específicas del concepto desde otras perspectivas. Los físicos, por su parte, analizan con precisión fenómenos especiales.

Ello en ocasiones impulsa a nuevas interpretaciones de la base empírica para una aleatoriedad extraída del mundo físico[20]. La computación cuántica, por ejemplo, puede presentar desafíos interesantes a lecturas generadas desde la TAI, vía el misterioso entrelazamiento de los q-bits y sus consecuencias para ciertas variantes de lenguajes discretos. Los matemáticos a su vez continúan explorando 'tierras de nadie' entre estructura y aleatoriedad, como en el caso de patrones encontrados en la distribución de los números primos[21]. De un modo u otro, siempre aparece en estas zonas el fantasma de Ramsey: ¿hasta dónde podemos encontrar orden dentro del desorden? Todo esto insinúa que es arriesgado hacer un pronóstico sobre el lugar de la aleatoriedad en la matemática futura y en la descripción del mundo físico, pero la contribución de la TAI es un notable avance en la comprensión de su protagonismo.

Referencias bibliográficas:

Borel E.. *El azar*, Ediciones del Tridente, Buenos Aires, 1945 (versión francesa. *Le Hasard* 1913)

Beatty J.. *The Probabilistic Revolution in Evolutionary Biology-an Overview.* En Krüger L. et al.. *The Probabilistic Revolution, vol. II*, pp. 229-232, The MIT Press, 1987

Monod J.. *El azar y la necesidad*, Monte Ávila Eds. Barcelona, 1971.

Hacking I.: *The emergence of probability*, Cambridge U.P., Cambridge, 1975

Hacking I.. *The taming of chance*, Cambridge U.P., Cambridge, 1990.

Daston L.. *Classical Probability in the Enlightenment*, Princeton U.P., Princeton, 1988.

Gigerenzer G., Swijtink Z., Porter T., Daston L., Beatty J., Krüger L.: *The Empire of Chance*, Cambridge U.P., Cambridge, 1989.

Von Plato J.. *Creating Modern Probability*, Cambridge U.P., Cambridge, 1994.

Ruelle D.. *Azar y Caos*, Alianza Universidad, Madrid, 1993.

Todhunter I.: *A History of the Mathematical Theory of Probability*, Chelsea P.Co, New York, 1949

Laplace P.S.: *Ensayo filosófico sobre las probabilidades*, Espasa-Calpe Argentina, Buenos Aires, 1947

Matiyasevich Y.. *Hilbert's Tenth Problem*, MIT Press, Cambridge, Mass., 1993.

Kolmogorov A.: *Foundations of the Theory of Probability*, Chelsea, 1956 (edición en alemán en 1933)

Gillies D.. *Philosophical Theories of Probability*, Routledge, New York, 2000.

von Mises R.. Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung. *Mathemat. Zeitsch.*, 5:52-99, 1919.

von Mises R.. *Probabilidad, Estadística y Verdad*, Espasa-Calpe, Buenos Aires, 1946.

Miller J., Nies A.. Randomness and Computability: open questions. *The Bull. Of Symbolic Logic*, Vol. 12, N.3, Sept. 2006.

Reimann J., Stephan F.. *Hierarchies of Randomness Tests.* The National Univ. of Singapore, School of Computing, TRB2/06, Feb. 2006.

Li M., Vitányi P.. *An Introduction to Kolmogorov Complexity and its Applications*, Springer-Verlag, New York, 1993.

Martin-Löf P.. The literature on von Mises' Kollektivs revisited. *Theoria*, 35(1):12-37, 1969

Chaitin G.. *Information, Randomness & Incompleteness*, Second edition, World Scientific, Singapore, 1990.

Chaitin G.. *Algorithmic information theory*, Cambridge U.P., Cambridge, 1987

Chaitin G.. *Information-Theoretic Incompleteness*, World Scientific, Singapore, 1992.

Chaitin G.. *The Limits of Mathematics*, Springer-Verlag, Singapore, 1998.

Chaitin G.. *The Unknowable*, Springer-Verlag, Singapore, 1999

Chaitin G., *Exploring Randomness*, Springer- Verlag, London, 2001
Chaitin G.: *Thinking about Gödel and Turing*, World Scient. Pub. Singapore, 2007
Martin-Löf P.. *On the notion of randomness*. En Kino A. et al. (Eds.), Intuitionism and Proof Theory, pp. 73-78. North Holland, 1970.
Martin-Löf P.: The definition of random sequences. *Inform. Contr.*, 9:602-619, 1966.
Martin-Löf P.. On the concept of a random sequence. *Theory Probability Appl.*, 11.177-179, 1966.
Solovay R.. *Lecture notes on algorithmic complexity*. No publicado. UCLA, 1975.
Hayes B.. El espectro del riemannio. *Investigación y Ciencia*, N.328, Enero 2004.
Scarani V.. Guaranteed randomness, News & Views, *Nature* pp. 988-989, vol. 464, 15 April 2010.
Pironio S., et al.. Random numbers certified by Bell's theorem, *Nature* pp. 1021-1024, vol 464, 15 April 2010
Tao T.. *Structure and randomness in the prime numbers*. Science colloquium, UCLA, Jan. 17, 2007

Notas

1 Una version oral de estas reflexiones fue expuesta en las XX Jornadas de Epistemología e Historia de la Ciencia, en la Mesa: "*Enfoques sobre el pensamiento de Gregory Chaitin*", realizada con motivo de la participación en las mismas del distinguido científico.
2 Ver, por ej., Beatty (2)
3 Cfr.. Hacking (4), (5); Daston (6), Gigerenzer et al (7), von Plato (8)
4 Al respecto, ver, por ejemplo, Ruelle (9)
5 Cfr. Matiyasevich (12)
6 Cfr. Gillies (14)
7 R. von Mises (15), (16)
8 Para esta línea de trabajos, ver Miller & Nies (17), Reimann & Stephan (18), Li & Vitányi (19) pp. 46-53., Martin Löf (20)
9 Para una adecuada apreciación de la TAI y sus consecuencias, ver Chaitin (21), (22), (23), (24), (25), (26), (27).
10 Chaitin (23), pág. 4 *Trad.* VR.
11 *Op. cit.* pp.5-6. *Trad.* VR.
12 Este concepto no se analiza aquí porque fue presentado en otra contribución a la Mesa citada en 1
13 Ver Chaitin (21)
14 Chaitin (26), pág. 162.
15 Para un análisis detallado, ver Chaitin (26), parte III
16 Martin Löf (28), (29),(30), Solovay (31)
17 Chaitin (26), pág. 125
18 Chaitin (26), pág. 126. *Trad.* VR.
19 Ver Hayes (32)
20 Ver, por ej., Scarani (33), Pironio (34)
21 Cfr. Tao (35)