

# EPISTEMOLOGÍA E HISTORIA DE LA CIENCIA

SELECCIÓN DE TRABAJOS DE LAS IX JORNADAS

VOLUMEN 5 (1999), Nº 5

Eduardo Sota

Luis Urtubey

Editores



ÁREA LOGICO-EPISTEMOLÓGICA DE LA ESCUELA DE FILOSOFÍA  
CENTRO DE INVESTIGACIONES DE LA FACULTAD DE FILOSOFÍA Y HUMANIDADES  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons atribución NoComercial-SinDerivadas 2.5 Argentina



## Sobre la lógica en el siglo XIX y su reconstrucción historiográfica

Mario H. Otero

1. Pretender cubrir en una exposición el conjunto del desarrollo de la lógica en el siglo XIX resulta impensable, entre otras razones por la multitud de trabajos que han aparecido en los últimos años sobre aspectos puntuales y sobre períodos definidos del mismo. Más aún, algunas presentaciones globales que sólo intentan ser, por su misma naturaleza, esquemáticas o aún bibliográficas (1), contienen o aluden a tal riqueza que confirman lo difícilmente abarcable del lapso referido. No es tampoco necesario recordar la fertilidad y amplitud, perfectible como es obvio, de los trabajos monográficos sobre los aportes principales de Boole, Frege, Peano, quienes son reconocidos alternativamente como los fundadores de la lógica nuestra.

Por otro lado resulta también extremadamente difícil intentar dar una interpretación general del período. Se trata de un fenómeno que no es nuevo. Aún la presentación y discusión del modelo kuhniano de cambio, para otras ciencias de gran desarrollo, llevó a poner de relieve serias ambigüedades en la interpretación de los cambios conceptuales que el modelo requería. Es más, la consideración de las disciplinas propiamente matemáticas las mostró reacias a sujetarse a un modelo emparentado con el referido.

Con todo, pareció subyacer a estudios de distinto tipo la idea de que historia de las matemáticas e historia de la lógica -sobre todo en el siglo XIX- podían ser tratadas de una misma manera. Y que los períodos cubiertos y las rupturas acontecidas en cada una de ellas eran fácilmente comparables. Sin embargo, una actitud teórica de ese tipo va totalmente en contra de lo realmente sucedido y especialmente en contra de formas distintas y desfasadas de historicidad.

A diferencia de la condena prácticamente uniforme que sufriera el *dictum* kantiano (2) acerca de la perfección e imperfectibilidad de la lógica, quizás deberíamos reconocer la lucidez que expresa respecto justamente a la lógica de su tiempo que, por otra parte, es la única que conociera en su desarrollo amplio (3). Aunque Kant aparentemente habla de la lógica en general, no cabe duda que se está refiriendo a la que le está disponible. Desde hoy podríamos decir que su *dictum* es una profecía, además cumplida, respecto a la lógica tradicional. Si se entendiera que Kant se refería al futuro de la lógica, de toda lógica, 1. se presupondría que Kant tenía la capacidad de juzgar sobre producciones que no podía siquiera imaginar, y 2. se asumiría además que no tuvo lugar una ruptura -radical aunque lenta, como veremos- entre aquello a lo que se refería (*arqueológico* como se la ha llamado más de una vez) y lo que hoy llamamos lógica. Kant no detuvo, no podía detener, con su sola aunque no menor influencia (aunque la obsecuencia de los acólitos no es nada nuevo; Solly (1837) es un ejemplo entre tantos), la aparición de una nueva disciplina; no podía hacerlo, más bien preveía lo que realmente sucedió con la disciplina *de la que hablaba*.

2. La dominante *cuantitativa* en lo producido (4) durante el período que va desde Leibniz a Boole y Frege ha sido de distintas variedades de la lógica llamada tradicional (5). Su ca-

racterística resultante más notoria ha sido su creciente infertilidad. Se trataba de una disciplina perfecta e imperfectible *salvo minutiae*, de ahí su consiguiente infertilidad. Esa enorme producción de textos se ha extendido también durante todo el siglo XIX, aunque en forma decreciente y aún en parte del XX. Ciertos textos escolares de lógica tradicional han pervivido aún más en los países más atrasados o en situaciones francamente regresivas (6).

El nombre de lógica tradicional no es trivial: se trataba de una tradición bien establecida, entre obra y obra, aún desde puntos de vista editorial y escolar, aún excluyendo obvios reritos, y de los problemas y necesidades a las que respondía, sujetos a moderados matices.

De ese modo se da durante el siglo XIX, y aún antes, una bien conocida diferencia entre textos creativos -mayormente destinados a encarar temas que excedían en cada caso la disciplina asentada- y una lógica tradicional obsolescente no carente de objetivos ideológicos. Cuando aparecen textos, o ideas, muchas veces apenas esbozadas, que rompen con esa tradición, aunque lo hagan puntualmente, ellos en general no configuran nunca de por sí una nueva disciplina. No hay en ese sentido en los comienzos de la historia de la lógica nueva (7) ni generación espontánea ni seres que se presenten ya completos en la cabeza de Palas o en la de algún lógico, a pesar que eso se supone de modo no infrecuente, aún en casos de primer nivel como el de Frege (8). Por eso, entre otros elementos, no hay una separación tajante entre textos de lógica tradicional y textos de lógica nueva, más bien hay una zona difusa. Hay sí una diferencia entre esos dos grandes sectores; existe, como señaláramos, un conjunto de aportes que rompen con lo tradicional aún dentro de discursos de ese tipo. Esto no es nuevo pero a menudo se lo olvida.

La lógica tradicional gira en torno a un objeto paradigmático: el silogismo. Trata de muchas otras cosas, aún excluyendo los temas metodológicos (9) que aparecieron muy especialmente tratados en los textos de la disciplina (particularmente en Port Royal y otros). Pero por más que ellas fueran objetos de interés real, el hilo conductor estaba situado en esa forma de razonamiento, el silogismo, que fungía como ideal. No se trata de ver cuanto espacio ocupaba en cada obra, como hace Peckhaus -insisto, aún descontando por ejemplo lo metodológico- sino de qué papel cumplía como eje argumentativo y como tema central en comparación con los restantes.

Ahora bien, desde Euler, desde Castillon, hasta Venn o Ladd-Franklin, antes y después de Boole -De Morgan en ese sentido no es menor- pasando por un conjunto de otros autores, varios anteriores a ese autor, aparece también el silogismo, pero no como cúspide sino en sus insuficiencias. En esos casos en que todavía no poseemos una lógica nueva como corpus por limitado que sea, el silogismo es a la vez objeto paradigmático y trampolín para otra cosa. Y esta no es una afirmación meramente presentista. El silogismo es el modelo conocido en que se ensayan formas de encarar teorías que lo exceden en mucho y que apuntan a tener en cuenta los pasos reales del conocimiento científico. Así la cuantificación del predicado parece hacerlo (10) y De Morgan con su estudio de la lógica de relaciones (los títulos de sus trabajos principales, *Syllogism*, I al VI), muestra claramente esto. Aparecen pues, con la máscara del silogismo, nuevos objetivos y nuevas formas de encarar lo lógico. Por esto es sólo aparente la identidad temática entre lógica tradicional y una nueva lógica naciente. Esterilidad y creatividad acerca de un mismo aparente objeto resultan de una ruptura. Esta ruptura es lenta y debe explicarse por qué lo es.

3. No es desaconsejable una comparación con las matemáticas del mismo período. En éstas las publicaciones tienen lugar no sólo en obras aisladas sino en publicaciones periódicas bien establecidas (11). La profesionalización de la disciplina es la culminación de un proceso en que las publicaciones periódicas y los estudios universitarios (y preuniversitarios) regulares son cosa corriente. En que ciertas formas académicas, sin perjuicio de variaciones, estaban centradas desde miles de años (Euclides, el estudio de las cónicas) o desde cientos (Vieta y continuadores).

Por todo lo indicado parece haber por un lado una ruptura entre lógica nueva y lógica tradicional, enmascarada en tratamientos diferentes de un "mismo" objeto, el silogismo. Y por otro debería haber en el campo historiográfico una diferencia sustancial entre cómo historiar una naciente lógica, que como decimos posee objetivos y procedimientos nuevos respecto a la tradicional, y cómo seguir historiando las matemáticas, que poseen una continuidad manifiesta aún en sus formas institucionales, con cambios que no las alteran en su carácter (12). La historia de la nueva lógica no puede ser la de una disciplina en marcha y ya constituida sino de otra cosa. Empleando un lenguaje al uso, no puede haber identidad entre la formulación de la historia de un desarrollo inicial como el de la lógica con la de otro notoriamente postparadigmático. Menos aún dadas las características institucionales de ambos campos temáticos. Esto no prejuzga nada sobre las relaciones entre los dos. Si el cambio acontecido en lógica, más allá de nuevos procedimientos, posee nuevos atractores, uno de estos bien puede ser el desarrollo de las matemáticas, como clima, como inductor, o como lo que sea, sin que resulten asimilables las interpretaciones de los desarrollos internos *en un mismo período*. De ahí que puedan aparecer alternativas a vida en común o a vidas separadas (Grattan Guinness).

Las visiones contrapuestas que hacen o bien depender casi mecánicamente el desarrollo de la lógica del correspondiente a las matemáticas, o bien lo conciben como prácticamente autónomo, incurren ambas en pensar en una especie de causalidad caso a caso. En la primer posición muchas veces los casos propuestos no son tales; en la segunda, aunque la relación no sea exclusivamente del tipo anterior -caso a caso- ello no prueba la independencia de procesos de largo aliento.

4. Por todo lo antes expuesto hemos preferido dedicar la exposición presente a:

1. presentar muy escuetamente dos problemas que surgen una y otra vez en la construcción historiográfica de la lógica y particularmente en la interpretación del conjunto de la lógica matemática en el siglo XIX, y

2. complementar esa tarea mediante la referencia a algunos casos (13) significativos, además elegidos en el período que va desde el conocido *dictum* kantiano hasta 1847, fecha de publicación del *Mathematical analysis of logic*. Se trata de un período en que aquellos problemas se presentan con especial agudeza en la historiografía.

En el primer aspecto se trata sucintamente de ciertos supuestos que se manejan para encarar los problemas focales:

a. Las críticas severas al presentismo histórico y al precursorismo, en gran medida justificadas, han conducido a la vez a exageraciones insostenibles.

b. La idea de que sólo cuenta como historia real la de aquellas producciones que han tenido efectos más o menos inmediatos, hace depender a la historiografía de la lógica de una eficacia más digna de otras aplicaciones.

4.1 En cuanto a lo primero ha llegado a ser parte extremadamente internalizada del *ethos* profesional del historiador de la ciencia una clara actitud antipresentista (anti-whig) que toma como locus classicus a Butterfield (1931). Implícitamente el problema tiene larga data pero ya hacia fines del diecinueve en historia de las matemáticas se da una polémica importante, de gran interés, entre Zeuthen y Cantor (14).

Últimamente el tema ha recobrado interés. Tal actitud antipresentista puede tener carácter de deseabilidad, y por tanto ser loable, aunque no siempre factible, viable, pero también de proclama muy parcialmente cumplida o de censura de toda otra propuesta que se aparte de sus tesis más extremas. Estas lo son a tal punto que a ellas se podría aplicar aquel viejo teorema de que no existe el túnel del tiempo, pues parecerían sostener lo contrario.

Frente a actitudes presentistas caricaturales -las de los propios *whigs* históricos (los liberales ingleses)- que hacen un uso claramente ideológico de su discurso, un antipresentismo razonable resulta una actitud terapéutica aconsejable. Pero las tesis antipresentistas aparecen a menudo en autores que ven la paja en ojo ajeno pero no la viga en el propio; en que su producción histórica no se ajusta frecuentemente a sus críticas a ajenos.

Todo ello ha llevado a discutir con fineza el tema a que hacemos referencia, y a desdoblirlo en subtemas. Esto último adquiere especial relevancia porque la consideración global produce confusiones sin salida. Aspectos distintos del tema pueden tener soluciones también diferentes. Recientemente Baltas (1994) ha producido una serie de distinciones pertinentes que lo llevan a concluir que ciertas tesis antipresentistas extremas, o no tanto, son claramente inviábiles.

En historia de la lógica, y particularmente en la del siglo XIX, el antipresentismo lleva a descartar propuestas fundadas, sin proponer alternativas. Y en ello converge con las actitudes del segundo tipo.

4.2 Respecto a éstas, no resulta irrazonable pensar que aquellas obras que tuvieron efectos en su comunidad merecen una consideración prioritaria. Pero de ahí a excluir del trabajo histórico a autores cuyo efecto ha sido diferido o no lo ha tenido por los avances realizados entre su obra y su redescubrimiento, lleva a consecuencias absurdas, en particular dentro de la historia de la lógica del diecinueve. No es para nada rebuscado presentar contraejemplos es este desarrollo: R. Grassman, Bolzano o Frege -durante cierto período- son sólo algunos casos entre varios otros. Pero además es necesario poner atención a factores de variado tipo. La expresión "efectos en su comunidad" supone, en forma aparentemente trivial, una comunidad constituida y publicaciones periódicas con características similares a las actuales (este sí es un claro e inaceptable procedimiento presentista). Pero en lógica, por lo menos en el período considerado, no existía ni una comunidad ni mucho menos publicaciones especializadas. La aparición puntual de trabajos no permiten para nada pensar sólo en sus efectos inmediatos como decisivos.

4.3 Ambos aspectos están como es obvio estrechamente relacionados. A mi modo de ver las formas de pensar referidas, que resultan dominantes en la historiografía reciente de la lógica y en especial con referencia a la primer mitad del siglo XIX, y que resultan en actitudes depreciadoras, no están para nada fuera de discusión. Pienso además que su aceptación tiene consecuencias interpretativas desgraciadas.

5. Leibniz, Boole y Frege (Peano en un grado menor) han sido considerados alternativa y repetidamente como fundadores de la nueva lógica.

Con anterioridad la figura de Aristóteles ha resultado, como es obvio y con razón, ineludible, pero también han sido estudiados y son conocidos adecuadamente de la antigüedad la lógica estoica y el aporte de Galeno. Ha habido una revaloración adecuada de otros trozos significativos, el caso de la lógica medieval es uno de ellos. Basten como ejemplos.

En cambio, de la lógica de la primera mitad del siglo XIX -si excluimos, es cierto, algunos aportes historiográficos interesantes- recibimos la impresión más difundida, dominante, de que habría sólo casos folklóricos, prácticamente nada interesante.

6. Un caso especialmente ilustrativo del período considerado es el de J.D. Gergonne, editor de los *Annales de Mathématiques Pures et Appliquées* (1810-1831), primera revista matemática publicada en forma regular (15). Su trabajo de lógica, el "Essai de Dialectique Rationnelle", aparentemente aislado, es la obra de un matemático, para nada comparable con grandes figuras, en el que sin embargo se dan de forma convergente producciones interesantes en nuestra perspectiva. Más allá de su tarea como editor, Gergonne

1. posee una extensa producción en varios campos de la matemática y muy especialmente en geometría y geometría proyectiva antes de la sistematización clásica debida a Poncelet,

2. enuncia y aplica el principio de dualidad en dicha rama de la geometría: punto y recta en geometría plana, y punto y plano en el espacio, resultan intercambiables, de modo que aparecen geometrías simultáneas -escritas en columnas correspondientes- con lo que esos términos aparecen como variables sujetas a propiedades establecidas en axiomas y teoremas,

3. desarrolla una teoría interesante de la definición e introduce las definiciones implícitas de un modo limitado pero para nada irrelevante,

4. presenta una consideración de especial interés sobre el análisis y la síntesis y una teoría básica sobre los lenguajes científicos, en oposición a la del dominante Condillac.

5. esos aportes aparecen incluidos en dos largos textos dentro de una teoría amplia de las ciencias deductivas que responde al estado de las matemáticas en su momento.

La "Dialectique rationnelle" es aparentemente una teoría del silogismo. Pero su modo de construcción encierra un cálculo de cierta generalidad. Dadas dos clases, plantea cinco situaciones posibles entre ellas, en lugar de las cuatro tradicionales, insuficientes. Desarrolla esquemas representativos inspirados en los de las cartas a una princesa alemana de Euler pero que de por sí dan lugar en este caso a un cálculo. Dichos diagramas no son pues meramente representativos, como es el caso en la mayoría de los que aparecieron en otras obras lógicas, anteriores o posteriores, sino integrantes como decimos de un cálculo diagramático, además extensional. Las proposiciones correspondientes junto con sus representaciones dan lugar a un algoritmo en cuyos detalles no vamos a entrar aquí. Ese algoritmo permite encarar el silogismo de un modo general, cosa que no sucedía en las obras tradicionales y permite, mediante transformaciones, también de otro alcance que las de la tradición, llegar a mostrar de qué principios surgen las demás formas presentadas. Si bien Gergonne se limita a tomar el silogismo como campo de pruebas para sus cálculos lógicos, además, y esto es tan fundamental como los algoritmos presentados, muestra como esos

principios pueden ser sustituidos de modo equivalente *por otros*. En varios sentidos pues Gergonne se despegaba fuertemente de la consideración tradicional.

Los diferentes aportes de Gergonne -tanto matemáticos como de teoría de las ciencias deductivas- convergen. Pero ello no es para nada casual. Cuando nos dice

“On raisonne en effet, avec des mots, tout comme en algèbre on calcule avec des lettres et, de même qu'on peut exécuter avec exactitude un calcul algébrique, sans douter seulement de la signification des symboles sur lesquels on opère, on peut pareillement suivre un raisonnement, sans connaître aucunement la signification des termes dans lesquels il est exprimé, ou sans y songer aucunement si on la connaît”

no podemos menos de pensar en un aserto muy posterior, bien conocido, de Boole que expresa una culminación de la línea de desarrollo del álgebra inglesa aplicada a la lógica.

7. Otro caso de interés es el de M.W. Drobisch que publicó en 1836 en Leipzig su *Neue Darstellung der Logik nach ihren einfachsten Verhältnissen, nebst einem logisch-mathematischen Anhang* con sucesivas ediciones, con cambios en el título (16), en 1851, 1863 y 1875.

Lógico de ascendencia herbartiana, Drobisch, en su “Apéndice lógico-matemático” (pp. 125-168), que resulta la parte quizás más importante del libro, demuestra conocer algunos antecedentes importantes para su modo de encarar la lógica, entre los cuales figuran Ploucquet, Lambert, Semler, Bernoulli, Gergonne, Twisten, Hauber, y desde luego Herbart.

Dicho apéndice está subdividido en cinco partes: Sobre la teoría de la demostración, Construcción algebraica de las formas del juicio más simples y deducción de las conclusiones basada en dicha construcción, Sobre la teoría de las cadenas de conclusiones, Acerca de la teoría de las divisiones y clasificaciones y Acerca de la teoría de las demostraciones. Esta última se apoya en la demostración prolija, para la época, de un teorema de geometría concerniente a los paralelogramos, y trata además sucesivamente 1. la tesis de Hauber sobre la reversibilidad de los juicios universales afirmativos, 2. la demostración matemática de  $n + 1$  (18) y 3. la teoría de la analogía.

En la primera parte Drobisch utiliza visiblemente la teoría combinatoria que tenía una acentuada tradición en la matemática alemana del momento especialmente en la escuela de K.F. Hindenburg, también de Leipzig.

La segunda parte enfoca la representación de los juicios simples como relaciones de *extensión* y utiliza procedimientos algébricos usuales. Es de señalar que la nota aclaratoria agregada alude a los cálculos de Lambert y de Ploucquet, de base no extensional, y remite a un significativo texto de Gergonne, de su “Dialectique rationnelle”: “On ne doit jamais perdre de vue que le comble de la perfection des méthodes est de nous mettre en mains les moyens de parvenir mécaniquement et sans le secours d'aucun sorte de raisonnement, au but que nous nous proposons d'atteindre” (D.R., p. 213). Es de recordar como Castillon, en un cálculo algo anterior de base no extensional, que era lo corriente, hacía participar en él elementos externos al mismo (17). En cambio Drobisch tiene bien claras tanto la exigencia referida como la conveniencia del uso básico de la extensión. Aunque su punto de partida es nuevamente el silogismo, en sus planteos lo excede en mucho, especialmente por la generalidad de su método: procede a partir de problemas y de sus ejemplificaciones para llegar a propuestas de alcance general.

Resulta especialmente interesante su estudio (en la tercera parte del apéndice) de las cadenas de conclusiones de  $n$  premisas. Por ejemplo enuncia la siguiente propiedad: "...una cadena con conclusión universal negativa siempre tiene entre sus premisas no más y no menos de una negativa, las restantes son universales afirmativas" (p. 144). Y así presenta, con demostración, un conjunto de propiedades de las cadenas de conclusiones (ejemplos en Drobisch (1836), pp. 145 y 151) y no de silogismos elementales como era lo corriente.

En cuanto a la división de conceptos (cuarta parte) "se puede hacer uso, para la designación de estas operaciones lógicas, de los signos de sus aritméticas análogas" (p. 151).

En este tema también introduce "algunas reflexiones combinatorias, y muestra como "Si un concepto tiene  $m$  divisiones secundarias, entonces se pueden ordenar de  $m(m-1)...2.1$  maneras distintas" (pp. 154-5).

Aún fuera del texto del "Apéndice lógico-matemático", en el libro mismo, hay elementos de interés a considerar, por ejemplo en cuanto a las técnicas lógico-diagramáticas:

"En lo que se refiere a la inferencia de los modos de la conclusión por la consideración de los círculos puede remitirse -además de a las "cartas de Euler a una princesa de Alemania" sobre distintos temas de la física y la filosofía, segunda parte, p. 90 y siguientes, de las que ha pasado a varios libros recientes de lógica- a un ensayo de Gergonne escrito con elegancia francesa y probablemente desconocido en su mayor parte por los lógicos alemanes, titulada *Essai de dialectique rationelle*, en sus *Annales de Mathématiques*, t. VII, p. 189. Lambert infiere de otro modo las conclusiones por su designación característica (*Organon*, primera parte, p. 132). En el Apéndice II, se encuentra tratado el tema de una manera muy simple mediante la construcción simbólica del cálculo lógico" (op. cit., p. 69).

No es desdeñable la difusión de obras anteriores que el libro efectúa.

La fuerte influencia que Drobisch recibe de Gergonne -por más que no refleje detalladamente los algoritmos usados por éste- unido al hecho de la difusión de las varias ediciones que tuviera la obra a lo largo del siglo, hacen plausible pensar nuevamente a través de este caso que los aportes a una nueva lógica -aún desde el marco del silogismo pero sin limitarse a los esquemas tradicionales- no estuvieron para nada aislados como parece surgir casi invariablemente de la historiografía del período.

8. A diferencia de los casos presentados antes, el de Boole requiere, impone, referencias retrospectivas importantes.

Los estudios publicados en los últimos veinte años, por lo menos, han enriquecido sustancialmente el conocimiento histórico por más de que no todos ellos lleven a la misma interpretación del período en consideración.

8.1 Parece claro situar dos temas, para nada desvinculados entre sí, como determinantes en distintos grados del desarrollo primero del álgebra simbólica inglesa (19) y como marco del álgebra booleana de la lógica. Uno es la fundamentación lagrangiana del cálculo infinitesimal y otro el de la aceptabilidad de los números negativos e imaginarios. Koppelman (1972) ha mostrado en forma terminante cómo el cálculo de operaciones (de fuente francesa, especialmente los trabajos de Arbogast y Servois entre otros) es importado en Inglaterra y desarrollado allí al punto de constituirse luego ésta en el centro de investigación en el tema.



Después de un período de estancamiento de la matemática inglesa, centrada en temas geométricos y en una enseñanza repetitiva, con escaso trabajo de investigación, la acción decidida de la Analytical Society hacia 1810 (Enros, 1983, Durand, 1995, entre otros) y sobre todo de Babbage -genio difícilmente clasificable- llevó, no sin esfuerzo y demora, a que se adoptara la notación leibniziana en el cálculo infinitesimal, llamándose especialmente la atención sobre el lenguaje matemático. La vida breve de la sociedad no fue óbice para que la acción de sus miembros tuviera repercusiones significativas tanto en ese sentido como en la revitalización de la investigación matemática y en la publicación de revistas especializadas.

Peacock hacia 1817 logra cambios en la notación utilizada -aspecto para nada trivial. Publica en el 30 un tratado de álgebra que incluía una nueva concepción del álgebra y especialmente, en el marco de la British Association for the Progress of Science, en 1833 presenta su "Informe sobre el progreso reciente y el estado actual de ciertas ramas del análisis". Dubbey (1977) ha mostrado cómo lo sustancial del informe ya estaba contenido en un trabajo inédito de Babbage. De todos modos el informe de Peacock tuvo una enorme difusión sin perjuicio de las resistencias que causó (Pycior, 1981 y especialmente 1982, Ohlstrom, 1985). En ese Informe se propone un álgebra simbólica separada del álgebra aritmética normal. Sin embargo el hecho de que el álgebra aritmética todavía había en Peacock de "ciencia de sugerencia" (inductora) para el álgebra simbólica, impidió que se considerara a ésta de forma totalmente autónoma; ése ha sido un tema especialmente discutido en la historiografía reciente. Asimismo Richards (1980) trata de mostrar cómo una concepción tradicional de la verdad, todavía dominante en el período, trababa el desarrollo del álgebra simbólica "hacia" un álgebra abstracta, moderna.

Las motivaciones de las tesis de Peacock y en general del álgebra simbólica han sido variadamente atribuidas; la influencia, no probada a nuestro modo de ver, de Locke (Durand, 1990), ha sido una; pero también han sido estudiados con cuidado ciertos temas ideológicos: las influencias religiosas (Richards, 1992) y la "mente industrial" en un artículo (Ashworth, 1996) que merecería especial consideración. La figura de Babbage sigue esperando un estudio de conjunto por su posición estratégica en el período (20).

La historiografía del desarrollo del álgebra simbólica resulta ejemplar para mostrar cómo se va configurando un marco que es el del nacimiento con Boole de la lógica algébrica.

8.2 Se han señalado dos textos de lógica, el de Solly (1839) (Panteki, 1993) y el de Whately, con numerosísimas ediciones y reimpressiones -varias docenas- hasta 1884, con una más en 1913! (van Evra, 1984), como concurrentes desde una disciplina distinta a la del álgebra simbólica; especialmente el de Whately con su concepción formal de la lógica tradicional en un período en que este tipo de consideración estaba prácticamente ausente. De cualquier modo pensamos que los aportes de dichos textos no han sido decisivos sino marginales.

8.3 Tan numerosos o más han sido los estudios sobre la obra de Boole. Son especialmente esclarecedores sobre el núcleo de la lógica booleana los de van Evra (1977), Corcoran y Wood (1980) pero también la reseña que Corcoran (1986) dedica a la publicación de la correspondencia entre De Morgan y Boole. Laita a su vez presenta un conjunto nutrido de trabajos (1977, 1979, 1994, entre varios otros); especialmente interesante es el referente a separación de símbolos en Gregory y Boole.

Sobre temas vinculados a la filosofía de la lógica de Boole, sean tratamientos de conjunto -resultan señalables especialmente el de Hesse (1952) y el libro de Grattan Guinness y Bornet, *George Boole, selected manuscripts on logic and its philosophy* (1997), fuente riquísima a explotar- como tratamientos particulares; es el caso de Grattan Guinness (1982, 1991); cubren, además de los de filosofía, temas de lógica, en particular el tan controvertido asunto (en Diagne, 1989, ocupa a mi modo de ver un lugar excesivo) de una forma final de exposición que Boole habría intentado para presentar sus aportes sin el lenguaje matemático de sus demás obras. Es más que dudoso interpretar sobre la base de textos aislados, como se ha hecho, una presunta independencia para Boole entre lógica y lenguaje matemático.

Resultan especialmente interesantes los trabajos que estudian la obra matemática de Boole, especialmente la previa a *Mathematical analysis of logic*.

Una tradición continua tendiente a ejercer un inusual rigor en el análisis, que ya se expresó desde Lagrange, y a través del álgebra simbólica, surge nuevamente en Boole en temas referentes al cálculo diferencial; y es a partir de ellos -aunque no sólo allí- que se pone de manifiesto esa trabazón señalada entre el desarrollo del álgebra inglesa y la lógica algébrica naciente.

Aquí no interesaba especificar el aporte lógico mismo de Boole (el ya citado muy preciso estudio de Corcoran y Wood, entre algunos otros trabajos, lo hacen), sino particularmente el no aislamiento de su obra lógica dentro de la verdadera red de investigaciones lógicas y matemáticas convergentes en que está situado.

La estrechísima unión entre matemáticas y lógica y entre lógica y lenguaje graban en una expresión escuetísima el ámbito dentro del cual nace la lógica algébrica. Y eso es lo que aquí interesa sobre la base de los aportes historiográficos señalados.

9. Frege escribió un largo artículo hacia 1881-1882, es decir algo después de publicar su *Begriffsschrift*, bajo el título de "El cálculo lógico de Boole y la conceptografía", y uno corto, en 1882, "El lenguaje lógico de fórmulas y mi conceptografía". Ambos aparecen en el *Nachlass*. Ninguno de ellos fue publicado en su momento a pesar de que Frege envió el primero a dos revistas de matemáticas y a una de filosofía y el segundo a una de filosofía, todas de primer nivel. Aparentemente fueron escritos en respuesta a una reseña muy crítica que hizo Schröder de su conceptografía. Ambos merecen consideración especialmente por las referencias retrospectivas que contienen y porque iluminan su obra anterior bien conocida.

En el primero parece haber captado claramente el alcance de la obra lógica de Leibniz: éste "arrojó tal profusión de simientes que en este aspecto constituye una clase por sí mismo" (p. 7). Captó adecuadamente la relación entre la *lingua characterica* y el *calculus ratiocinator* de Leibniz. Dice con razón "Leibniz se pegó estrechamente al lenguaje". Frase que no es para nada trivial porque Frege mismo se va a situar más como continuador de Leibniz que de Boole.

Es más, a pesar de que Frege conocía ediciones anteriores de obras lógicas Leibniz, todas ellas severamente incompletas, se permitió vaticinar que se "... justifica la espera de que una gran parte de su trabajo, que está ahora en toda apariencia muerto y enterrado, goce de una resurrección" (ibid.). Vaticinio que sabemos se cumplió, tal como Frege lo formuló, a través de la edición de Couturat que produjo, en general, enorme sorpresa. Luego de un

corto recorrido Frege termina sus observaciones sobre Leibniz; ambos trabajos se centran en lo fundamental en la comparación de su obra con la de Boole, sin dejar de hacer referencias a autores en el entorno de éste.

Según Frege, Boole quiso construir una técnica para resolver problemas lógicos sistemáticamente mientras que él mismo trata de reconstruir lógicamente el lenguaje matemático. Su propósito se expresaría en una consideración de los contenidos mientras que Boole se reduciría a un estudio formal de leyes lógicas, meramente algoritmos. La primera afirmación no parece totalmente justificada pero constituye el centro de sus tesis. Frege entiende que un nivel superior del estudio lógico debe abarcar contenidos del lenguaje matemático. La fineza, aunque insuficiente, y además en grado distinto, de aritmética y geometría —ésta muy poco desarrollada en su lenguaje— permite emprender la tarea que Frege se propone, por lo menos para la aritmética. Aún así, la inhabilidad parcial de ésta “reside en la carencia de uno de los dos componentes /el cemento lógico/ de los cuales debe consistir todo lenguaje altamente desarrollado”. (p. 13).

Desde el comienzo su conceptografía quiere expresar, como dijimos, los contenidos del lenguaje matemático, etapa hacia la construcción de una lengua *caracterica* que, à la Leibniz, “pinte no las palabras sino los pensamientos”, y no meramente erigir un cálculo. “La lógica simbólica de Boole sólo representaría la parte formal del lenguaje”. Con todo, parece algo exagerado atribuir a Boole solamente “pintar las palabras”. La tarea que Frege se propone es complementar los signos matemáticos con un elemento formal, con relaciones lógicas capaces de incorporarse al lenguaje de fórmulas de las matemáticas. Según Frege la lógica de Boole, por su propósito, sería incapaz de hacerlo.

Como consecuencia de una opción fundamental, la de entender que el estudio de los juicios debe preceder al de los conceptos, Frege reduce las proposiciones primarias de Boole a las secundarias (hipotéticas). La conceptografía establecería “una relación orgánica simple y apropiada entre las dos partes de Boole”. Recordemos que no es que este autor no la establezca sino que los puntos de partida de Frege son claramente distintos.

Frege compara con cierto cuidado, a través de ejemplos (p. 27), el rendimiento teórico de su lenguaje lógico con el de Boole. Con todo valdría la pena considerar el detalle de sus afirmaciones, cosa fuera de lugar aquí.

Por otra parte el uso de diagramas lógicos por Frege en este escrito (p. 33) es bastante primitivo en relación con propuestas anteriores y tiene carácter solamente representativo (21). De ahí, sólo de ese planteo tan elemental de los diagramas lógicos, surgirían las limitaciones que Frege señala acerca de los procedimientos diagramáticos.

Frege resume su pensamiento y dice finalmente (p. 46) creer que en el trabajo ha mostrado que:

“1. Mi conceptografía tiene un propósito de mayor alcance que la lógica booleana, en que intenta hacer posible presentar un contenido cuando se la combina con signos aritméticos y geométricos, 2. Aparte del contenido, dentro del dominio de la pura lógica, gracias a la notación de la generalidad, ordena un dominio algo más amplio que el lenguaje de fórmulas de Boole, 3. Evita la división de la lógica booleana en dos partes (proposiciones primarias y secundarias) construyendo los juicios como previos a la formación de conceptos, 4. Se encuentra en una situación como para representar las formaciones de conceptos que la ciencia realmente necesita, en contraste a las combinaciones multiplicativas y aditivas relativamente estériles que encontramos en Boole, 5. Necesita menos signos primitivos para las relaciones lógicas y por ello menos leyes primitivas, 6.

Puede ser usada para resolver el tipo de problemas que Boole enfrenta, y aún hacerlo con menos reglas preliminares de computo. Ese es el punto al cual le atribuyo importancia menor, puesto que tales problemas ocurren rara vez en ciencia, si lo hacen”.

Resulta esclarecedor conocer estas consideraciones acerca de autores anteriores de un lógico tan significativo como Frege a quien se había concebido como sin antecedentes.

10. Dos trabajos publicados últimamente, de Grattan Guinness (1997, texto original de 1988) y de Peckhaus (1997), dan una visión actual de nuestro tema. Sobre ellos quisiera hacer algunas observaciones pertinentes.

10.1 Contra Gillies (1992) Peckhaus (1997), en referencia al descrédito que afectaba ya desde Descartes al silogismo, dice: “Nevertheless glancing through several 19th century logic books shows that the syllogism was no longer a central topic. This can be shown by playing Gillies' game of counting pages”. Ahora bien contar páginas, o dar porcentajes de páginas dedicadas al silogismo sobre el total de cada texto de lógica, no es decisivo para fijar la centralidad, o no, de un tema. Pero además resulta necesario saber qué quiere decir 'central'. Como vimos, el tratamiento del silogismo lejos de estar ausente de los aportes a una nueva lógica, juega un papel extremadamente destacado en la presentación de nuevas formas y procedimientos lógicos que exceden ampliamente al silogismo.

Dada una nueva propuesta lógica casi invariablemente se la aplica al silogismo (en número mayor o menor de páginas) para ponerla a prueba como contraste. De ello resulta una “cota mínima” de validación de la propuesta; por eso no resulta sorprendente que se recurra al silogismo en el banco de pruebas. Y como subproducto de ello se efectúen ajustes tanto al nuevo modelo como críticas a la teoría silogística anterior, en forma de completamientos o rectificaciones. Pero, en general, previa o simultáneamente, se expone la teoría anterior. Y hay muchos casos en que esto se hace de manera ejemplar: eso se ve tanto en Boole como en los otros presentados en el presente trabajo como en algunos significativos presentes en la historiografía: el propio Couturat (1901) lo hace y basta recorrer las obras de lógica -no de arqueo-lógica- del siglo XIX para comprobarlo. Y dado que la teoría silogística se puede exponer en *muy pocas páginas* -los ejemplos pululan, no es necesario buscarlos en recónditos o extensos repositorios, ni en Hegel, se encuentra un texto paradigmático al respecto en Boole- resultará que el silogismo obtendrá en la encuesta magros porcentajes, tanto los indicados tanto por Peckhaus como los que surgen de Gillies. El silogismo resulta nada central en cuanto aporte pero central como modelo elemental de aplicación y de contraste; al punto que se consideran importantes para la lógica nueva sólo aquellos aportes que lo exceden.

10.2 A nuestro modo de ver el período cubierto por Grattan-Guinness (1997) resulta demasiado largo para aplicarle hipótesis explicativas que lo abarquen en su totalidad. En primer lugar difícilmente ello pueda hacerse de modo que alcance no sólo las mitades pre- y postbooleanas del siglo XIX sino particularmente la porción cubierta del siglo XX. Hasta el entorno institucional en cada uno de esos subperíodos es diferente. Con tal amplitud de aplicación las hipótesis están sujetas a una aleatoriedad no soslayable. Y resulta de ese modo, casi trivialmente, el *dictum* de oscilación: vida en común, vidas separadas (Grattan Guinness).

Por otra parte, hay vidas y vidas. La poca atención que los matemáticos, en general, presten a la lógica, es un tipo de vida que merece atenta consideración aparte. Pero no es esa vida en común, o divorcio, ya no mera separación, lo que interesa aquí.

El aporte de los matemáticos a la nueva lógica ha sido decisivo. Por más que ciertos filósofos hayan contribuido al proceso de su constitución; por más que Whately o Herbart o Lotze, para dar nombres de distintos niveles -no es difícil encontrar algunos otros, mayores o menores que ellos- hayan producido textos interesantes, los aportes significativos han sido de matemáticos. Este hecho no es trivial, tiene sus explicaciones, pero no es lo principal.

Para referirnos sólo a la primera mitad del siglo, las matemáticas del período han sido o coadyuvantes o inductoras o en muchos casos determinantes de los aportes de ese paso a una lógica nueva. Y para afirmarlo no es suficiente con los casos presentados aquí. Ello aparece también con Bolzano, con Robert Grassman o con De Morgan, pero no sólo con ellos. Mostrarlo prolijamente excede como es obvio el presente trabajo, pero no es tarea abstrusa. En general se trató de fértil vida en común, en el amor y en la descendencia.

En los casos analizados no basta por otra parte considerar sólo los aportes lógicos estrictos. El algoritmo lógico-diagramático de Gergonne (y las conclusiones que extrae de él) converge con sus aportes matemáticos y con su teoría de las ciencias deductivas (ver párrafo 6); el "Apéndice lógico-matemático" de Drobisch con el análisis combinatorio y con temas matemáticos conexos; en Boole su producción en lógica algébrica con su propio trabajo en el cálculo diferencial, y con los resultados de un largo proceso vivido por la concepción algébrica del análisis; en Frege, aún como crítico de Boole, el aporte matemático resulta casi obvio.

## Notas

(1) Por ejemplo L. Vega, *Una guía de historia de la lógica*, Madrid, UNED. 1996, por más que Vega plantea y elabora problemas nada triviales respecto a la interpretación histórica de la lógica.

(2) Vale la pena recordar las frases tan mentadas: "Que la lógica ha procedido ya, desde los primeros tiempos, por este sendero seguro se pone en evidencia por el hecho de que, desde Aristóteles no ha requerido retroceder un solo paso, a menos que contáramos como mejoras el quitar ciertas sutilidades innecesarias o la exposición mas clara de su enseñanza reconocida, rasgos que conciernen más a la elegancia que a la certitud de la ciencia. Es notable también que hasta hoy esta lógica no ha sido capaz de avanzar un solo paso" (Kant, CRP, segunda edición, prefacio, B viii). Sobre la autenticidad de la llamada Lógica de Kant ver Boswell (1988).

(3) En *Nueva dilucidación de los principios primeros del conocimiento metafísico*, base de la disertación por la que Kant accediera a dar lecciones en la Facultad de Filosofía (1755), nos dice: "He aquí un espécimen -leve, ciertamente, mas no del todo despreciable- del arte característica combinatoria, porque los términos simplicísimos de que nos servimos para declarar estos principios, en casi nada se diferencian de los caracteres. Qué es lo que sienta de esta arte que, inventada por Leibniz, la han recuperado todos los eruditos de enterrada que estaba con tal ilustre varón, lo explicaré en esta ocasión; confieso advertir en este gran filósofo lo del testamento de aquel padre de la fábula de Esopo, quien, a punto de expirar declaró a sus hijos haber escondido un tesoro en el campo; mas, antes de indicar el lugar, quedó de repente muerto; dio así a los hijos la ocasión de arar a fondo diligentísimamente el campo y, cavándolo, beneficiarlo, hasta que perdida la esperanza, resultaron más ricos por la fecundidad del campo. Tal es, ciertamente el fruto único de trabajar con tan celebrado artificio que creo han de esperar los que, si algunos hay, sean constantes en dirigirles sus esfuerzos" (p. 83), y sigue en largo e interesante pasaje, hasta decir: "Mas cuando se trate de expresar un conocimiento compuesto con el auxilio de letras, toda la perspicacia del ingenio atáscase de repente cual en escollo, impedida por inextricables dificultades" (p. 84). El tono desesperanzado y hasta despectivo resulta quizás una explicación del texto transcrito en la nota anterior.

(4) Y no incluimos siquiera entre ellos a los lógicos leibnizianos ni a Saccheri que, en muchos sentidos, parcialmente, podemos reconocer hoy que hacían otra cosa. Si bien se han producido numerosísimas obras repetitivas, en algunos casos se han dado aportes que no debieran desconocerse.

(5) Risse (1965).

- (6) Sea en estados autoritarios nostálgicos de pasados remotos o en casos de burocratismo notorio, increíble, de las autoridades escolares. El caso de los benditos inspectores de filosofía ha sido bien frecuente.
- (7) Usamos la expresión 'nueva lógica' o 'lógica nueva', aunque desearíamos utilizar meramente 'lógica' para no emplear por ejemplo 'lógica matemática' o expresiones similares. En general la distinción entre lógica algebraica y lógica de raíz fregeana es suficientemente clara pero frecuentemente se designa a esta vertiente como 'lógica matemática' cuando ambas vertientes lo son; entonces usar la expresión 'lógica matemática' sería confudente.
- (8) Sluga (1980) ha mostrado de forma terminante los antecedentes del pensamiento de Frege.
- (9) Sobre "lógica" de la inducción, Mill, Bentham, ...
- (10) Se ha exagerado mucho la importancia de la cuantificación del predicado a mediados del siglo XIX; en realidad su historia se remonta a los leibnizianos. Su papel real ha sido muy limitado.
- (11) Los casos del *Journal* de Liouville o el de Crelle o el de varias revistas inglesas (entre ellas el *Cambridge and Dublin Mathematical Journal*) son ejemplares, aún sin hablar de las más antiguas revistas no disciplinarias de las grandes academias.
- (12) No consideramos aquí los profundos cambios en matemáticas, hasta ontológicos, que tienen lugar en el siglo XIX, porque se trata de algo muy distinto al giro producido en la lógica.
- (13) Sólo algunos. Elegir otros, Grassman o Bolzano, ya sería tema de una fiesta excesiva y no de un artículo.
- (14) Ver especialmente Lutzen, J. & Purkert, W.(1989).
- (15) Dhombres, J. y Otero, M.H.(1993).
- (16) Aparece como *Neue Darstellung der Logik nach ihren einfachsten Verhältnisse, mit Rücksicht auf Mathematik und Naturwissenschaft*.
- (17) Ver Otero (1997).
- (18) Posteriormente llamada inducción completa.
- (19) Es como se la llama, sin perjuicio de los notorios aportes irlandeses y escoceses.
- (20) Wilkes (1977), Mosconi (1983), Dubbey (1977 y 1984), han considerado distintos aspectos pero faltaría ver su función como organizador, estructurador, en un largo período durante el cual sus preocupaciones centrales variaron.
- (21) Venn, el mismo año 1881, publica una obra cuyos análisis históricos muestran claramente los desarrollos anteriores del tema, y desarrolla su propio esquema diagramático.

## Bibliografía

Dada la extensión de la bibliografía disponible sobre los temas, limito ésta y remito para otros textos a las referencias contenidas en los trabajos aquí enumerados.

- Ashworth, W.(1996), "Memory, efficiency, and symbolic analysis", *Isis*, 87.
- Baltas, A.(1994), "On the harmful effects of excessive antiwhiggism", en Gavroglu, K., Chistianidis, J. & Nicolaidis, E. (eds.) *Trends in the historiography of science*, Kluwer, Dordrecht.
- Boole, G.(1952), "The mathematical analysis of logic (1847), later notes and additions", en Rhees (ed.), *Studies in logic and probability by George Boole*, Watts, London.
- Boole, G. (s.f.), *An investigation of the laws of thought on which are founded the mathematical theories of logic and probability*, Dover, New York. /Edición original de 1854/.
- Boswell, T. (1988), "On the textual authenticity of Kant's logic", *History and Philosophy of Logic*, 9.
- Corcoran, J.(1986), "Essay review: G.C.Smith (ed.) The Boole-De Morgan correspondence (1842-1864)", *History and Philosophy of Logic*, 7.
- Corcoran, J.& Wood, S. (1980), "Boole's criteria for validity and invalidity", *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 21.
- Castillon, G.(1804), "Reflexions sur la logique", *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences et Belles Lettres (Classe de Philosophie Spéculative)*.
- Couturat L. (1901), *La logique de Leibniz d'après des documents inédits*, Alcan, Paris.
- Diagne, S.(1989), *L'oiseau de nuit en plein jour*, Belin, Paris.
- Drobisch, M.(1836), *Neue Darstellung der Logik nach ihren einfachsten Verhältnissen nebst einem logischmathematischen Anhang*, Leipzig.
- Dhombres, J. & Otero, M.H.(1993), "Les Annales de Mathématiques Pures et Appliquées: le journal d'un homme seul au profit d'une communauté enseignante", en Ausejo, E. & Hormigón, M. (eds.), *Messengers of mathematics; european mathematical journals (1800-1946)*, Siglo XXI, Madrid.

- Dubbey, J. (1977), "Babbage, Peacock and modern algebra", *Historia Mathematica*, 4.
- Durand, M. (1990), "Genèse de l'algèbre symbolique en Angleterre: une influence possible de J. Locke", *Revue d'Histoire des Sciences*, 42.
- - - (1995), "L'impact des travaux de l'école algébrique anglaise dans les journaux scientifiques autour de 1830", *Revue d'histoire des Sciences*, S. 2, 3.
- Enros, P. (1983), "The Analytical Society (1812-1813): precursor of the renewal of Cambridge mathematics", *Historia Mathematica*, 10.
- Ferreirós, J. (1996), "Traditional logic and the early history of sets, 1854-1908", *Archive for the History of Exact Sciences*.
- Frege, G. (1881-2), "Boole's logical calculus and the concept-script", en Hermes, H., Kambartel, F. & Kaulbach, F. (eds.), *Gottlob Frege, posthumous writings*, Blackwell, Oxford.
- Frege, G. (1982), "Boole's logical formula-language and my concept-script", en *Gottlob Frege, posthumous writings*.
- Gergonne, J.D. (1811) "Essai de dialectique rationnelle", *Annales de Mathématiques Pures et Appliquées*, 7. /Otros artículos en la misma publicación sobre teoría de la definición, análisis y síntesis en las ciencias matemáticas, dualidad, lenguaje de las ciencias/.
- Grattan-Guinness, I. (1982), "Psychology and the foundations of logic and mathematics: the cases of Boole, Cantor and Brouwer", *History and Philosophy of Logic*, 3.
- - - (1997), "Vida en común, vidas separadas; sobre las interacciones entre matemáticas y lógicas desde la Revolución Francesa hasta la primera guerra mundial", *Theoria*, 12. /Publicado con anterioridad en *Southafrican Journal of Philosophy*, 7/2, 1988/.
- Grattan-Guinness, I. & Bornet, G. (1997), *George Boole; selected manuscripts on logic and its philosophy*, Birkhäuser, Basel.
- Heath, P. (ed.) (1966), *Augustus De Morgan: On the syllogism and other logical writings*, Yale University, New Haven.
- Hesse, M. (1952), "Boole's philosophy of logic", *Annals of Science*, 8.
- Hovens, F. (1997), "Lotze and Frege: the dating of the 'Kernsätze'", *History and philosophy of logic*, 18.
- Kant, I. (1974), *Principium primorum cognitionis metaphysicae nova dilucidatio*, Universidad Central de Venezuela, Caracas.
- Kant, I. (1970), ..., Macmillan.
- Koppelman, E. (1972), "The calculus of operations and the rise of abstract algebra", *Archive for the History of Exact Sciences*, 8.
- Laita, L. (1977), "The influence of Boole's search for a universal method in analysis on the creation of his logic", *Annals of Science*, 34.
- - - (1979), "Influences on Boole's logic: the controversy between William Hamilton and Augustus De Morgan", *Annals of Science*, 36.
- Ledesma, L., Pérez, A. Borrajo, D. & Laita, L. (1994), "La lógica de Boole como consecuencia del método de separación de símbolos de Gregory-Boole; estudio histórico y su emulación por computador", en Garma, S., Flament, D. & Navaro, V. (eds.), *Contra los titanes de la rutina*, Comunidad de Madrid-CSIC, Madrid.
- Lützen, J. & Purkert, W. (1989), *Conflicting tendencies in the historiography of mathematics*, Matematik Institut, Kopenhagen.
- Mosconi, J. (1983), "Charles Babbage: vers une théorie du calcul mécanique", *Revue d'Histoire des Sciences*, 36.
- Otero, M.H. (1997), *Joseph-Diez Gergonne (1771-1859): Histoire et philosophie des sciences*, Centre François Viète (Université de Nantes), Nantes. /Ver además trabajos anteriores allí referidos/
- Panteki, M. (1993), "Thomas Solly (1816-1875): an unknown pioneer of the mathematization of logic in England, 1839", *History and Philosophy of Logic*, 14.

- Peacock, G. (1834), "Report on the progress and present state of certain branches of analysis", *Report of the third meeting of the British Association for the Advancement of Science*.
- Peckhaus, V. (1997), "The way of logic into mathematics", *Theoria*, 12.
- Pycior, H. (1981), "George Peacock and the british origins of symbolical algebra", *Historia Mathematica*, 8.
- (1982), "Early criticism of the symbolical approach to algebra", *Historia Mathematica*, 9.
- Richards, J. (1980), "The art and the science of british algebra: a study on the perception of mathematical truth", *Historia Mathematica*, 7.
- Richards, J. (1992), "God, truth, and mathematics in nineteenth century England", en M. Nye et al. (eds.), *The invention of physical science*, Kluwer, Dordrecht.
- Risse, W. (1965), *Bibliographia logica*, Olms, Hildesheim.
- Sluga, H. (1980), *Gottlob Frege*, Routledge & Kegan Paul, London.
- Solly, T. (1839), *A syllabus of logic, in which the views of Kant are generally adopted and the laws of syllogism symbolically expressed*, Deighton, Cambridge.
- van Evra, J. (1977), "A reassessment of George Boole's theory of logic", *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 18.
- van Evra, J. (1984), "Richard Whately and the rise of modern logic", *History and philosophy of logic*, 8.
- Whately, R. (1826), *Elements of logic, comprising the substance of the article in the Encyclopedia Metropolitana, with additions, etc.*, Mawman, London.
- Wilkes, M. (1977), "Babbage as a computer pioneer", *Historia Mathematica*, 4.