

# EPISTEMOLOGÍA E HISTORIA DE LA CIENCIA

SELECCIÓN DE TRABAJOS DE LAS XVIII JORNADAS

VOLUMEN 14 (2008)

Horacio Faas  
Hernán Severgnini

Editores



ÁREA LOGICO-EPISTEMOLÓGICA DE LA ESCUELA DE FILOSOFÍA  
CENTRO DE INVESTIGACIONES DE LA FACULTAD DE FILOSOFÍA Y HUMANIDADES  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons atribución NoComercial-SinDerivadas 2.5 Argentina



# Las limitaciones de los criterios formales de relevancia

Carlos A. Oller\*

## 1. Introducción: la noción de relevancia en la lógica contemporánea

La noción de relevancia fue central para la lógica hasta que, a partir de la segunda mitad del siglo XIX, la lógica matemática prescindió completamente de esta noción y la relevancia se convirtió en irrelevante para la validez deductiva. Así lo afirman los lógicos de la relevancia Alan Anderson y Nuel Belnap, quienes se propusieron reintroducir la cuestión de la relevancia en la lógica contemporánea y plasmaron los resultados de sus investigaciones —y de las de sus colaboradores— en los dos volúmenes de *Entailment: the Logic of Relevance and Necessity* [1] [2].

El obstáculo principal que presenta el proyecto de construir una lógica deductiva relevante consiste, precisamente, en la dificultad para ofrecer una caracterización satisfactoria de la noción de relevancia. Esta elucidación de una noción de relevancia que pueda ser útil para caracterizar el concepto de deducción relevante deberá tener un carácter formal, teniendo en cuenta la naturaleza formal de la lógica deductiva contemporánea y de la noción de inferencia deductiva que se pretende caracterizar. Sin embargo, como veremos en este trabajo, pareciera que esta noción de relevancia —a la que llamaremos relevancia deductiva— escapa a los estrechos límites de los criterios formales propuestos en la literatura. Argumentaremos en este artículo que las limitaciones de los criterios formales de relevancia no condenan a las investigaciones sobre el tema a la esterilidad filosófica ni, tampoco, a la irrelevancia práctica.

En la segunda sección de este trabajo presentaremos algunos criterios formales de relevancia deductiva clasificados de acuerdo con la propuesta de Gerhard Schurz [9]. La tercera sección mostrará que los criterios formales de relevancia presentan ciertas limitaciones que les impiden lograr el objetivo de caracterizar cabalmente la noción de relevancia deductiva. En la última sección del trabajo extraeremos algunas conclusiones de lo expuesto en las secciones anteriores y evaluaremos las consecuencias de las limitaciones de los criterios formales de relevancia.

## 2. Criterios de relevancia en lógica formal deductiva

En la literatura lógica es posible encontrar diversos criterios de relevancia deductiva, por lo que resulta conveniente contar con una clasificación de estos criterios. Gerhard Schurz propone en [9] una clasificación de los criterios de relevancia fundamentada en las diferentes maneras en las que la relevancia se puede relacionar con la validez deductiva de los argumentos. Esta clasificación tripartita divide a esos criterios en:

a) criterios de relevancia que son anteriores a —e independientes de— las consideraciones acerca de la validez del argumento,

b) criterios de relevancia en los que la relevancia es un componente central de la noción de validez de un argumento, y

---

\* Facultad de Filosofía y Letras, UBA. Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación, UNLP  
coller@ciudad.com.ar

c) criterios de relevancia en los que la relevancia se añade a las consideraciones acerca de validez del argumento y va más allá de ellas.

Schurz, inspirado en la fórmula escolástica “*universalia ante rem, in re et post rem*”, denomina a estos tres tipos de relaciones entre relevancia y validez “relevancia *ante* validez”, “relevancia *in* validez”, y “relevancia *post* validez”.

Los criterios de relevancia *ante* validez suelen formular condiciones necesarias pero no suficientes para la relevancia, ya que las condiciones suficientes suelen presuponer conocimiento acerca de la validez del argumento. Así por el ejemplo, el principio proscriptivo de Parry aplicado a argumentos [6] —que pide que todas las variables proposicionales que aparecen en la conclusión del argumento deben aparecer también en sus premisas— puede considerarse un criterio suficiente de irrelevancia, pero sólo un criterio necesario de relevancia. En efecto, las condiciones necesarias para la relevancia son, sin embargo, condiciones suficientes para la irrelevancia.

El denominado *criterio semántico de relevancia* que Anderson y Belnap ofrecen en [1] es otro ejemplo de criterio de relevancia *ante* validez que tiene en cuenta que en lógica proposicional, según sostienen esos autores, la comunidad de significado queda manifestada por la comunidad de variables proposicionales. Por ello, una condición para que  $A$  resulte relevante para  $B$  es que  $A$  y  $B$  tengan por lo menos una variable proposicional en común. Por lo tanto, y de acuerdo a este criterio, si una fórmula  $A \rightarrow B$  —donde  $\rightarrow$  es el signo de la implicación relevante o entaínamiento (*entailment*)— es un teorema de una lógica relevante, entonces  $A$  y  $B$  deben compartir por lo menos una letra proposicional. Por otra parte,  $A \rightarrow B$  es una paradoja de la relevancia si  $A$  y  $B$  no comparten ninguna letra proposicional y, por consiguiente, su contenido semántico es disjunto.

Los criterios de relevancia *post* validez agregan condiciones adicionales a la validez del argumento para declarar al argumento relevante. Un criterio de relevancia *ante* validez puede añadirse a un criterio de validez para convertirse en un criterio de relevancia *post* validez. Por ejemplo, un criterio de relevancia de este tipo es el que pide que el argumento sea válido y que ningún subconjunto propio del conjunto de sus premisas proporcione un argumento válido con la misma conclusión. Otro criterio de relevancia *post* validez es el criterio de reemplazo defendido por Schurz: una fórmula  $A$  es una consecuencia relevante de un conjunto de premisas  $\Gamma$  —del que es una consecuencia clásica— si ninguna subfórmula de  $A$  puede ser reemplazada en alguna de sus apariciones por otra fórmula *salva validitate*. (Los criterios de relevancia *post* validez funcionan como filtros que intentan desechar las inferencias deductivas válidas pero no relevantes.)

Los criterios de relevancia *in* validez consideran que la relevancia es un componente esencial de una definición de validez deductiva y, por lo tanto, implican un alejamiento radical de la lógica clásica. Las lógicas de la relevancia desarrolladas por Anderson y Belnap —y sus colaboradores— ilustran este tipo de criterio de relevancia. El denominado *criterio sintáctico de relevancia* ofrecido por Anderson y Belnap exige que para que  $A$  resulte relevante para  $B$  debe ser posible usar  $A$  para derivar  $B$  a partir de  $A$ . Una fórmula  $A$  se usa para derivar  $B$  en un sistema de lógica relevante si y sólo si es una premisa en una aplicación de una regla de inferencia del

sistema. Por lo tanto, y de acuerdo a este criterio,  $A \rightarrow B$  es un teorema de una lógica relevante, si  $A$  se usa para derivar  $B$ .

### 3. Las limitaciones de los criterios formales de relevancia

Los criterios formales de relevancia que hemos clasificado en la sección anterior presentan ciertas limitaciones que les impiden lograr el objetivo de caracterizar cabalmente la noción de relevancia deductiva. Mostraremos, tomando como ejemplo algunos de los criterios propuestos en la literatura, en qué consisten en cada caso estas limitaciones.

Los criterios de relevancia *ante* validez que han sido objeto de diversas críticas. Por una parte, José M. Méndez ha argumentado en [4] y [5] que la comunidad de variables no es en realidad una condición necesaria para evitar las paradojas de la relevancia y que, de hecho, Anderson y Belnap utilizan otra definición de paradoja de la relevancia. Por otra parte, el criterio de comunidad de variables de Anderson y Belnap —y el más fuerte de inclusión de variables de Parry— no filtran fórmulas que pueden considerarse paradojas de la relevancia como las siguientes:  $A \& \sim A \& B \vdash \sim B$ , y,  $A \& \sim A \& B \vdash B \& \sim B$ . En efecto, no se ve en estos ejemplos ninguna razón intuitiva para afirmar la relevancia de  $B$  para la derivación de  $\sim B$ . De esta manera, cabría concluir que estos dos criterios de relevancia *ante* validez no establecen ni siquiera condiciones necesarias para la relevancia deductiva.

El criterio de relevancia *in* validez propuesto por Anderson y Belnap hace depender la noción de inferencia deductiva relevante de la definición de derivación o demostración relevante en un sistema lógico dado, y esta última depende de los axiomas y/o reglas del sistema. Por ejemplo, un caso paradigmático de paradoja de la relevancia como el principio del *ex contradictione quodlibet* (*ECQ*) admite por lo menos una derivación clásica en la que su premisa es usada para obtener su conclusión. En efecto, la siguiente derivación del *ECQ* en lógica clásica cumple con ese requisito, ya que los dos conyuntos de la premisa del argumento son usados en la derivación:

1.  $A \& \sim A$  Premisa
2.  $A$  Simplificación, 1
3.  $A \vee B$  Adición, 2
4.  $\sim A$  Simplificación, 1
5.  $B$  Silogismo Disyuntivo, 3, 4

Esto muestra que el uso de las premisas en la derivación de una conclusión no impide, por sí solo, la derivación de paradojas de la relevancia como el *ECQ*. Anderson y Belnap, como es sabido, rechazan la regla del silogismo disyuntivo y de esta manera bloquean la derivación de la conclusión del *ex contradictione quodlibet*. Sin embargo, no resulta fácil defender la posición según la cual la regla del silogismo disyuntivo constituye un error inferencial. Aunque no tenemos espacio aquí para discutir el tema en detalle, existen en la literatura numerosos trabajos —como [3]— que buscan refutar la razones que Anderson y Belnap proporcionan para rechazar esa regla, y para proponer una formalización alternativa de los argumentos matemáticos y del lenguaje ordinario que parecen tener la forma del silogismo disyuntivo.

El criterio de relevancia *post* validez defendido por Schurz —el criterio de reemplazo— evita las siguientes paradojas de la relevancia:  $A \& \sim A \vdash B$ ;  $A \vdash B \vee \sim B$ ;  $A \vdash B \supset A$ , y  $A \vdash \sim A \supset$

*B*. Además, elimina el principio de adición, criticado por Parry por su poder para introducir irrelevancias:  $A \vdash A \vee B$ . Como si esto fuera poco, evita paradojas que ni el principio proscriptivo de Parry ni el de comunidad de variables filtran, como por ejemplo:  $A \& \sim A \& B \vdash \sim B$ .

Sin embargo, la noción de inferencia relevante que queda caracterizada por el criterio de reemplazo de Schurz carece de varias propiedades que suelen considerarse esenciales para una relación de consecuencia deductiva: no es transitiva, no es monótona y tampoco vale para ella el principio de sustitución uniforme. La ausencia de cada una de estas propiedades para esta relación de consecuencia, a la que notaremos con  $\models_{cr}$ , puede demostrarse mediante contraejemplos adecuados. La falla de la transitividad queda evidenciada por el siguiente ejemplo:  $(p \vee q) \& r \models_{cr} p \vee (q \& r)$  y  $p \vee (q \& r) \models_{cr} (p \vee q) \& (p \vee r)$ , pero  $(p \vee q) \& r \not\models_{cr} (p \vee q) \& (p \vee r)$ , ya que la segunda aparición de  $p$  en la conclusión es ahora reemplazable *salva validitate*. El siguiente ejemplo muestra la falla de la propiedad de monotonía para  $\models_{cr}$ :  $p \vee q \models_{cr} p \vee q$ , pero no se da que  $p, p \vee q \models_{cr} p \vee q$  ya que  $q$  es ahora reemplazable *salva validitate* en la conclusión. La falla del principio de sustitución uniforme puede notarse en el siguiente ejemplo:  $p \& q \models_{cr} p$ , pero no se da que  $p \& \sim p \models_{cr} p$  ya que  $p$  es ahora reemplazable *salva validitate* en la conclusión. La ausencia de alguna de estas tres propiedades ya convertiría en problemática la consideración de  $\models_{cr}$  cómo una relación de consecuencia lógica deductiva, pero la ausencia de las tres hace que deba ser rechazada como una candidata para la formalización de la noción de deducibilidad.

#### 4. Conclusiones

Las dos propiedades básicas de la relación de deducibilidad son, según sostienen autores como Anderson y Belnap, la necesidad y la relevancia. La relevancia es, según esos autores, una condición necesaria para que la inferencia de una conclusión  $C$  a partir de un conjunto de premisas  $\Gamma$  sea válida. Por lo tanto, quien adopte esta concepción de la deducibilidad parece estar obligado a proporcionar criterios que permitan determinar si un conjunto de premisas es relevante para su conclusión. Sin embargo, como hemos visto, los criterios de relevancia propuestos en la literatura no logran ser adecuadas para caracterizar satisfactoriamente una noción de inferencia deductiva relevante que, al mismo tiempo, evite las paradojas de la relevancia y tenga las propiedades que cabe esperar de una relación de consecuencia lógica.

Sin embargo, la investigación sobre los criterios de relevancia no resulta estéril desde el punto de vista filosófico. Por una parte, la formulación de criterios que establezcan sólo condiciones necesarias de relevancia deductiva constituye un paso adelante en la comprensión de un concepto que resulta difícil de atrapar formalmente, aunque no se logre el objetivo máximo de proporcionar un criterio definitorio de esta noción. Por otra parte, los problemas para caracterizar formalmente el concepto de relevancia deductiva han servido también para motivar diversas reflexiones filosóficas en torno a la relación entre relevancia y deducibilidad. Por ejemplo, Stephen Read [8] rechaza la idea —subyacente en alguno de los criterios reseñados en este trabajo— de que la aceptación de la relevancia como condición necesaria de la implicación lógica obliga a aceptar que el concepto de relevancia es un componente del concepto de implicación lógica. Sostiene Read que el camino adecuado para caracterizar la noción de consecuencia lógica relevante no consiste en descubrir criterios de relevancia que permitan

separar las inferencias válidas de aquellas que sólo preservan verdad porque, según intenta mostrar, los argumentos que preservan la verdad —en el sentido adecuado— son aquellos en los que las premisas implican relevantemente a su conclusión.

La formulación de criterios que establecen condiciones necesarias de relevancia deductiva tiene también aplicaciones en el campo de la prueba automática de teoremas y de la inteligencia artificial. En efecto, las condiciones necesarias para la relevancia son condiciones suficientes para la irrelevancia. Por ello, estos criterios resultan útiles para eliminar irrelevancias y, de esta manera, reducir la complejidad de las derivaciones. Por ejemplo, Prendinger, Ishizuka y Schurz presentan en [7] un método para compilar una base de conocimiento que utiliza criterios de irrelevancia para reducir el número de cláusulas consideradas al contestar una pregunta (*query*) formulada a la base de conocimiento y, de esta manera, reducir el espacio de búsqueda.

En conclusión, el fracaso de los intentos de formular criterios que establezcan condiciones necesarias y suficientes de relevancia deductiva es un caso, como muchos otros en filosofía y el lógica, en el cual un aparente revés en una línea de investigación no hace que esta sea filosóficamente estéril.

## 5. Referencias

- [1] Anderson, A. R. & Belnap, N. D., (1975), *Entailment. The Logic of Relevance and Necessity*, vol. I, Princeton, Princeton University Press
- [2] Anderson, A. R. & Belnap, N. D., (1992), *Entailment. The Logic of Relevance and Necessity*, vol. II, Princeton, Princeton University Press.
- [3] Burgess, J. P., (1981), "Relevance: A Fallacy?", *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 22, pp. 97-104
- [4] Méndez, J. M., (1986), "Una crítica immanente de la lógica de la relevancia", *Crítica* XVIII (1986), pp. 61-91
- [5] Méndez, J. M., (1995), Lógica de la relevancia, en Alchourrón, C. E., Méndez, J. M. & Moretti, A. (eds), *Lógica, Enciclopedia Iberoamericana de Filosofía*, vol. 7, Madrid, Editorial Trotta, pp. 237-270.
- [6] Parry, W. T., (1989), "Analytic Implication: Its History, Justification and Varieties", en J. Norman y R. Sylvan (eds.), *Directions in Relevant Logic*, Boston, Kluwer, pp.101-118.
- [7] Prendinger, H., Ishizuka, M. & Schurz, G., (2000), "Knowledge Base Reformation: Preparing First-Order Theories for Efficient Propositional Reasoning", *IJRAI*, 14, pp. 35-58.
- [8] Read, S., (2003), "Logical consequence as truth-preservation", *Logique et Analyse*, 183-4, pp. 479-93
- [9] Schurz, G., (1999), Relevance in Deductive Reasoning: a Critical Overview, en G. Schurz & M. Ursic (eds), *Beyond Classical Logic*, St. Augustin, Conceptus-Studien, Academia Verlag, pp. 9-56.