

EPISTEMOLOGÍA E HISTORIA DE LA CIENCIA

SELECCIÓN DE TRABAJOS DE LAS XVI JORNADAS

VOLUMEN 12 (2006)

José Ahumada
Marzio Pantalone
Víctor Rodríguez
Editores



ÁREA LOGICO-EPISTEMOLÓGICA DE LA ESCUELA DE FILOSOFÍA
CENTRO DE INVESTIGACIONES DE LA FACULTAD DE FILOSOFÍA Y HUMANIDADES
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons atribución NoComercial-SinDerivadas 2.5 Argentina



Consecuencia lógica contextual y razonamiento informal

María Inés Crespo, Alba Massolo y Luis A. Urtubey

I.

La aplicación de la lógica de primer orden a la evaluación y justificación de argumentos encuentra severas dificultades frente a algunas de las características del razonamiento informal. Particularmente, es posible observar la limitación que encuentran los sistemas de deducción natural al emplearse sobre el razonamiento con argumentos en el ámbito informal. La noción de consecuencia lógica tras la mayoría de tales sistemas no siempre permite recoger mediante el aparato formal que en ella se maneja algunas inferencias aparentemente correctas o razonables.

En este trabajo nos proponemos explorar nociones de consecuencia lógica y posibles formalizaciones de la misma que reelaboren las reglas deductivas en el marco de lógicas contextuales de manera tal que sea posible aplicarlas a la justificación de deducciones en dominios de información específica.

II.

La información representada informalmente está generalmente situada dentro de un contexto, y usualmente sólo cobra sentido si se considera tal contexto. Sin embargo, en la lógica de primer orden la pertenencia a un contexto no puede ser caracterizada. Así, al no poder plasmarse toda la información con que se cuenta, algunas inferencias que informalmente aparecen como razonables y sugerentes no pueden justificarse en el marco del lenguaje de LPO. En consecuencia, es fundamental al trabajar con dominios informales contar con un lenguaje formal que tome en cuenta el contexto.

Uno de los rasgos centrales de la noción de contexto es la acotación de un universo total de información. Un contexto puede ser caracterizado como un conjunto de pautas que es compartido por quienes forman parte de un ámbito conversacional específico.¹ Este conjunto de pautas constituye un recorte sobre un universo mayor de información. Así, un contexto puede entenderse como un subconjunto de sentencias, conocimientos o información que se recorta de un conjunto mayor, el cual representa la noción clásica de universo completo de información, de sentencias, etc. Sobre éste, el contexto entendido como conversación funciona como una restricción que especifica y aísla determinadas sentencias que generarían inconsistencias bajo una óptica clásica, permitiendo así que tengan sentido.

III.

Tradicionalmente, se han tomado como propiedades semánticas “verdadero” y “falso” a fin de plasmar los valores designado y antidesignado, respectivamente. Decimos que la sentencia ϕ es verdadera para la semántica de teoría de modelos en un sistema S si todo modelo de S asigna

¹ Universidad Nacional de Córdoba
Epistemología e Historia de la Ciencia, Volumen 12 (2006)

verdadero a ϕ . Al no considerar desde esta perspectiva una definición semántica que prescindiera de la palabra "todo", es decir, que sólo contemple algunos de los modelos del sistema, los dos extremos del retículo usual no dan lugar a la posibilidad de que un mismo argumento, por ejemplo, resulte válido en un caso e inválido en otro.

Ahora bien, a partir de la introducción de la dimensión contextual, resulta necesario reconsiderar los valores semánticos, puesto que la carga teórica de la dupla verdad / falsedad impone parámetros elevados que presuponen un universo completo de información y la consideración de todo modelo en cualquier evaluación. Partiendo de considerar como marco teórico la noción de comunicación lingüística, la cual sostiene la concepción de contexto como conversación, puede sugerirse que tras la dupla de valores tradicionales puede en última instancia hablarse con mayor generalidad de valores positivos y negativos.² Los valores positivos son aquellos que se conservan mediante relaciones deductivas como las de consecuencia, validez, etc. Los valores negativos se definen por complemento. Esto permite responder a la introducción de la idea de contexto, haciendo posible el empleo de valores semánticos más adecuados, que tengan en cuenta la particularidad que los caracteriza, pero que a su vez se planteen como complementos y no como rivales de los valores clásicos.

Una dupla alternativa es el par de valores semánticos afirmable / refutable en un contexto. Estos valores se determinan en relación con la pertenencia de las sentencias (de sus componentes) al contexto, que se define según Gauker como el mínimo conjunto de sentencias atómicas y negaciones de sentencias atómicas que están de acuerdo con los cursos de acción que satisfacen el objetivo de la conversación. De esta manera, cuando decimos que una sentencia es afirmable (refutable), siempre se presupone una referencia al contexto respecto del cual la estamos evaluando. Tal referencia halla su anclaje en la partición del universo total de información que podemos hacer con cada contexto, a partir de la consideración del objetivo que en él se persigue. "Afirmable" se inscribe así en el conjunto de valores positivos mientras que "refutable" cae del lado de los negativos. El valor afirmable será el que se buscará preservar en la relación de consecuencia contextualizada. Al ser estos nuevos valores semánticos complementos de los clásicos, los valores semánticos positivos hallan una relación entre sí; cuando una sentencia es afirmable en todo contexto puede también evaluarse como verdadera. Esto sucederá en el caso de una expresión trivial o tautológica.

IV.

La noción de consecuencia lógica para la semántica de teoría de modelos supone que una sentencia ϕ es una consecuencia en un sistema S del conjunto de sentencias Σ si todos los modelos de S que asignan verdadero a cada miembro de Σ asignan también verdadero a ϕ . La relación de deducibilidad o consecuencia sintáctica se monta sobre el aparato modelístico por medio de los teoremas de corrección y completud, garantizando de tal manera el comportamiento parejo o acompasado de la consecuencia semántica y la deducibilidad.

La noción de consecuencia o deducibilidad contextual es la siguiente: una sentencia ϕ es consecuencia lógica de un conjunto de sentencias Σ si y sólo si ϕ es afirmable en algún contexto en el que es afirmable el conjunto de sentencias Σ .

Cabe preguntarse si es esta una correcta definición de consecuencia. P. Blanchette (2001) enumera una serie de condiciones sobre la consecuencia que podemos tomar en cuenta aquí. Primeramente, dice la autora, la consecuencia debe preservar la verdad. En este caso, es claro que no estamos tratando con la dupla de valores verdad / falsedad. Sin embargo, como mostramos antes, afirmable puede ser entendido como un valor semántico positivo, por lo cual podría sostenerse que la preservación de la afirmabilidad puede, *mutatis mutandis*, satisfacer este primer requisito. Por otra parte, Blanchette señala que la relación de consecuencia transmite compromiso epistémico (quien conoce el antecedente, conoce o debe aceptar el consecuente). En este sentido, aquello que es afirmable en un contexto puede verse como el *background* o la información implícita que da sentido, y por ello hace afirmable otra sentencia. Plantear al contexto como conversación sugiere esta imagen del conocimiento implícito de los hablantes como una base deductiva. Por último, la autora se refiere a otras características de esta relación: es epistémicamente inerte (lo que aparece en el consecuente ya está contenido en la información de las premisas) y hay alguna clase de conexión modal entre antecedente y consecuente. La acotación del dominio total de información repercute sobre el contenido de las sentencias a considerar, ya que su evaluación se da sobre un subconjunto de sentencias que constituyen el contexto. Por ello, sólo entre un antecedente y un consecuente que se den dentro de un mismo contexto, puede encontrarse el rasgo de inercia epistémica. En cambio, las inferencias que se presenten entre (conjuntos de) sentencias afirmables en distintos contextos no presentarán esta característica, ya que el aporte informacional del contexto entra en juego en la deducción, sea ésta válida o no. Lo mismo sucede en el caso de la conexión modal entre antecedente y consecuente.

Es necesario señalar que la consecuencia contextual no confronta sino que aparece como noción complementaria de la clásica. Más aun, se pretende abarcar con esta nueva relación el caso clásico, a saber, cuando en todo contexto en el cual el antecedente es verdadero, el consecuente también lo es. En apoyo de esta manera de relacionar distintas nociones de consecuencia, Blanchette plantea que el desacuerdo en la extensión (o naturaleza) de la noción de consecuencia derivada de distintos sistemas deductivos puede verse simplemente como el resultado de tratamientos parciales, en cada sistema o caracterización, de una misma relación.³

V.

La presentación de la lógica libre estilo Kaplan apunta fundamentalmente a plantear una opción contextualista que no abandona los valores semánticos clásicos sino que adopta una matriz trivalente. La exposición de las críticas a este esbozo de sistema deductivo pretende poner de relieve algunos de los rasgos que consideramos destacables en la segunda propuesta.

Lógica libre estilo Kaplan

La lógica libre estilo Kaplan que estudia Gauker⁴ pone el acento en la incompletitud de la información con que se cuenta al razonar. La inclusión del contexto en el concepto mismo de deducción como elemento constitutivo permite representar formalmente su importancia.

A partir de la distinción propia de algunas lógicas libres entre dominios externos e internos (correspondientes respectivamente al dominio que da interpretación a las constantes no lógicas

y al dominio de cuantificación), Gauker propone diferenciar el dominio que da interpretación a las constantes no lógicas del dominio de cuantificación contextualmente dependiente. Son las interpretaciones del lenguaje las que determinan el conjunto de contextos que incidirá sobre los dominios internos de cuantificación.

Gauker se refiere a este sistema con el adjetivo “kaplanesco” a fin de señalar cierto aire de familia en la manera de tratar los contextos con la de Kaplan. Dentro de la tupla que compone una interpretación de un lenguaje, K aparece como el conjunto de contextos, que mediante una función k que asigna valores a palabras contextualmente sensibles permite determinar valores de palabras que, como índices, requieren de un anclaje particular, determinado por la situación inmediata en que se encuentran.

Al interpretar este lenguaje mediante matrices de tres valores, en esta lógica pueden considerarse casos de ausencia, ambigüedad, adquisición y pérdida de valor. Así, la evaluación de sentencias en un contexto puede hacerlas verdaderas, falsas o carentes de valor. Este último caso se da cuando un objeto referido por algún término en la sentencia o bien no está presente en el contexto en cuestión, o simplemente no está presente en el universo total de objetos. Con ello, obtenemos una semántica que evalúa verdad (falsedad)-en-un-contexto.

$\langle \Sigma, \sigma, K, O \rangle$ es una interpretación del lenguaje
 O es un conjunto de objetos (contexto externo)
 $k(\text{"}\exists\text{"})$ es dominio de discurso, $D \subseteq O$ (contexto interno)
 K conjunto de contextos
 k es una función que asigna valores a las palabras que son sensibles al contexto
 σ es un tripto $\langle \sigma^0, \sigma^+, \sigma^- \rangle$
 σ^0 es una función que mapea constantes individuales y variables sobre miembros de O
 σ^+ es una función que varía sobre predicados. Para cada predicado n -ario R^n , $\sigma^+(R^n)$ es un conjunto de n -tuplos de miembros de O , la *extensión* de R^n
 $\sigma^-(R^n)$ es un conjunto de n -tuplos de miembros de O , la *antiextensión* de R^n
 $\sigma^+(R^n) \cap \sigma^-(R^n) = \emptyset$
 Σ es una función que toma como *inputs* un contexto y una fórmula, y arroja un miembro de $\{V, \dot{U}, F\}$
 $\Sigma(k, \varphi) = V$ sii $\sigma^0(t_1) \dots \sigma^0(t_n) \in k(\exists)$ Y $\langle \sigma^0(t_1) \dots \sigma^0(t_n) \rangle \in \sigma^+(R^n)$
 $\Delta \vDash_K \varphi$ sii si $\Sigma(k, \Delta) = V$, entonces $\Sigma(k, \varphi) = V$

Reglas para un sistema deductivo en lógica libre estilo Kaplan

(\neg)
 $\Sigma(k, \neg\varphi) = V$ sii $\Sigma(k, \varphi) = F$
 $\Sigma(k, \neg\varphi) = F$ sii $\Sigma(k, \varphi) = V$

$(\rightarrow)_V$
 $\Sigma(k, \varphi \rightarrow \psi) = V$ sii $\Sigma(k, \varphi) = F$ o $\Sigma(k, \psi) = V$

$\Sigma(k, \varphi) = F$
 O sii $\Sigma(k, \varphi \rightarrow \psi) = V$
 $\Sigma(k, \psi) = V$

En la interpretación $\langle \Sigma(v/o), \sigma(v/o), K, O \rangle$, σ^0 asigna $o \in O$ a v
 Sea c una constante arbitraria

$(\exists)_V$
 si $\Sigma(k, \exists v\varphi) = V$ entonces $\Sigma(k, \varphi c/v) = V$
 sii en $\langle \Sigma(v/c), \sigma(v/c), K, O \rangle$ y $c \in k(\exists), \Sigma v/c (k, \varphi) = V$

$(\exists)_F$
 si $\Sigma(k, \exists v\varphi) = F$ entonces $\Sigma(k, \varphi c/v) = F$
 sii en $\langle \Sigma(v/c), \sigma(v/c), K, O \rangle$ y $c \in k(\exists), \Sigma v/c (k, \varphi) = F$

$\forall v\varphi \equiv_{def} \neg \exists v \neg \varphi$

$(\forall)_V$
 si $\Sigma(k, \forall v\varphi) = V$ entonces $\Sigma(k, \varphi c/v) = V$
 sii en $\langle \Sigma(v/c), \sigma(v/c), K, O \rangle$ y $c \in k(\forall), \Sigma v/c (k, \varphi) = V$

$(\forall)_F$
 si $\Sigma(k, \forall v\varphi) = F$ entonces $\Sigma(k, \varphi c/v) = F$
 sii en $\langle \Sigma(v/c), \sigma(v/c), K, O \rangle$ y $c \in k(\forall), \Sigma v/c (k, \varphi) = F$

Lógica contextual

Tomando como base la estructura general de las evaluaciones de la lógica libre estilo Kaplan, pero con la adopción de los valores semánticos *afirmable* y *refutable*, Gauker desarrolla una lógica contextual. Como vimos anteriormente, esta dupla es tomada para caracterizar los valores semánticos positivos y negativos (respectivamente).

Una sentencia atómica es afirmable en un contexto si las constantes individuales que la constituyen pertenecen al dominio del contexto. Es importante destacar que, según esta propuesta, las sentencias que pertenecen al contexto son aquellas relevantes a los fines de la conversación. Subyacente a esta idea se encuentra también una concepción de contexto como conversación, pero en este caso se la supone dirigida por fines particulares y determinados.

Γ es un conjunto de literales, tal que no puede darse que $\phi \in \Gamma$ y $\neg\phi \in \Gamma$
 N_Γ es el dominio del contexto primitivo: conjunto no vacío de constantes individuales que aparecen en Γ
 $\Delta \vdash_C \phi$ sii si Δ puede afirmarse Γ , entonces ϕ puede afirmarse Γ .

Condiciones de afirmación de las fórmulas

Si $\phi \in \Gamma$, entonces ϕ puede afirmarse en Γ .

(A \rightarrow) Si, o bien puede refutarse ϕ en Γ , o bien puede afirmarse ψ en Γ , entonces puede afirmarse $\phi \rightarrow \psi$ en Γ .

Condiciones de refutación de las fórmulas

Si $\neg\phi \in \Gamma$, entonces ϕ puede refutarse en Γ .

(R \rightarrow) Si puede afirmarse ϕ en Γ y puede refutarse ψ en Γ , entonces puede refutarse $\phi \rightarrow \psi$ en Γ .

Como puede verse a partir de las definiciones presentadas la afirmabilidad de los literales depende de su pertenencia al contexto, es decir, si un determinado literal es parte del conjunto de literales que conforman el contexto, entonces ese literal es afirmable en tal contexto. Por otra parte, una sentencia atómica es refutable en un contexto si ese contexto contiene su negación. La afirmabilidad y refutabilidad de las fórmulas compuestas se define en términos de su relación con el contexto, a partir de las condiciones de refutación y afirmación de las fórmulas. De este modo, todo lo que puede afirmarse en un contexto ya está contenido en él (o al menos lo están las partes constitutivas a partir de las cuales se generan las fórmulas). Es así como puede sostenerse que la relación de consecuencia lógica contextual es epistémicamente inerte, es decir que, como decíamos anteriormente, lo que aparece en el consecuente ya está contenido en la información de las premisas, puesto que todo lo afirmable en un contexto es parte constitutiva del mismo, y por lo tanto, ninguna sentencia con nuevo contenido puede afirmarse en él.

Reglas de afirmabilidad de las fórmulas

Reglas de refutabilidad de las fórmulas

ϕ es ref. en Γ		ϕ es af. en Γ
$\neg\phi$ es af. en Γ		$\neg\phi$ es ref. en Γ
ϕ es ref. en Γ	ψ es af. en Γ	ϕ es af. en Γ
$\phi \rightarrow \psi$ es af. en Γ	$\phi \rightarrow \psi$ es af. en Γ	ψ es ref. en Γ
		$\phi \rightarrow \psi$ es ref. en Γ
$\exists v\phi$ es af. en Γ		$\exists v\phi$ es ref. en Γ

ϕ c/v es af. en Γ , para alguna $c \in N_{\Gamma}$

ϕ c/v es ref. en Γ , para toda $c \in N_{\Gamma}$

$\forall v \phi$ es af. en Γ

$\forall v \phi$ es ref. en Γ

ϕ c/v es af. en Γ , siempre que $c \in N_{\Gamma}$

ϕ c/v es ref. en Γ para alguna $c \in N_{\Gamma}$

Liberalización de la estructura de las demostraciones

Restall propone explorar la estructura de las relaciones inferenciales entre premisas y conclusiones. Esto lleva a una actitud filosófica más liberal frente al tipo de estructura de las demostraciones. La semántica antirrealista plantea algunas alternativas frente a la caracterización de la relación de consecuencia a partir del rol dual de la aceptación y rechazo. Estas opciones permiten articular el comportamiento de la relación de consecuencia, la incompatibilidad, y otras nociones relacionadas.

Analizamos primero la posibilidad de definir consecuencia en términos de incompatibilidad. Brandom propone considerar que la proposición o propiedad Q se sigue de P sólo en el caso que todo lo incompatible con (o excluido por) Q sea incompatible con (o excluido por) P . $A \vdash_{\perp} B$ se define de la siguiente manera:

$\forall C$ (si $\perp B$, C entonces $\perp A$, C)

Resulta de esta caracterización de la relación de consecuencia que la lógica clásica resulta favorecida sobre la intuicionista. A y $\neg\neg A$ son incompatibles exactamente con los mismos enunciados.

También cabe considerar las siguientes definiciones de incompatibilidad en términos de consecuencia. Una primera representación que relaciona incompatibilidad con inconsistencia vincula la incompatibilidad con que cualquier cosa se siga:

$\perp X$ sii $A \vdash C$, para toda C .

Pero esta definición no funciona cuando el lenguaje (o la estructura con que trabajamos) es aumentado. Esto sugiere que hay estructuras en que incompatibilidad y contradicción se separan.

Otra manera de concebir la incompatibilidad supone un enunciado f especial.

$\perp X$ sii $A \vdash f$

Pero esto implica que debe pertenecer al lenguaje. Una alternativa sería permitir que f sea una especie de referencia ideal a una inferencia sin conclusión, lo que podría verse como una refutación de las premisas. Parece coherente considerar de este modo la regla que permite la inferencia de reducción al absurdo. Se considera así una interpretación de la relación de consecuencia que vincule premisas con ninguna conclusión.

Si entendemos $X \vdash Y$ en términos de preservación de garantías para aceptar algo, decimos que si $X \vdash A$, entonces si se tienen garantías para aceptar cada miembro de X , se tienen garantías para aceptar A . En general, habría que aceptar que $X \vdash Y$ si y sólo si no puede haber

garantías para aceptar cada miembro de X y rechazar cada miembro de Y. Es necesario, por tanto, vincular aceptación y rechazo con algunos principios (por ejemplo, negar A no implicará necesariamente afirmar $\neg A$) sostenidos sobre fundamentos antirrealistas.

El inferencialismo de Brandom hace uso de compromisos y derechos de los agentes a fin de establecer el *score* dialéctico en el juego de dar y pedir razones. Se define la incompatibilidad de este modo: $\perp A, B$ si y sólo si los compromisos para A excluyen los derechos para hacer B. Aunque es una imagen sugestiva, es muy difícil dar precisión de las propiedades formales de esta perspectiva.

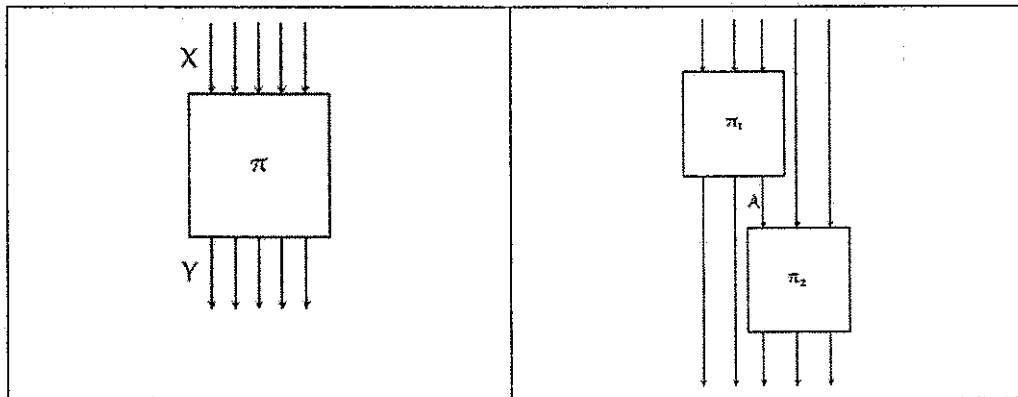
Observemos esta formulación en un enfoque de múltiples premisas y conclusiones: un par $[X:Y]$ de conjuntos de enunciados se entiende como una posición, un momento del juego. También se puede ver como un contexto en un diálogo o discurso en que cada elemento de X es afirmado y cada elemento de Y es negado. Cada elemento de X es explícitamente afirmado y los elementos de Y son explícitamente rechazados (también se puede decir que X es respaldado y Y desafiado). Una posición $[X:Y]$ es coherente si y sólo si $X \not\vdash Y$. Podemos definir compromisos y derechos en relación con posiciones.

Una posición $[X:Y]$ tiene compromisos respecto de A sii $X \vdash A, Y$.

Una posición $[X:Y]$ tiene derechos respecto de A sii $X, A \not\vdash Y$

Los compromisos no pueden rechazarse, a riesgo de incoherencia. Los derechos sobre algo pueden ser sostenidos en forma coherente. El análisis de Brandom en términos de coherencia y autorización es consistente con esta explicación en términos de compromisos y derechos.

Una demostración $X \vdash Y$ tiene cada elemento de X como *input* y cada elemento de Y como *output*. Puede representarse la demostración como un grafo dirigido con fórmulas como rótulos de las líneas y reglas de los nodos.



VI.

Las propuestas formales que hemos analizado constituyen un avance en dirección a la aplicación de herramientas formales para la justificación de deducciones presentes en argumentos informales. Las reglas deductivas que se siguen de estos sistemas, al tener en cuenta el contexto, permiten justificar inferencias válidas propias de estos dominios. Las alternativas alrededor de la noción de consecuencia que contemplan derivaciones sin conclusiones, derivación de múltiples conclusiones e interdefinición de esta noción con otras, favorecen el enriquecimiento de este concepto a fin de poder emplearlo en inferencias no caracterizables a partir del paradigma de teoría de modelos.

En general, si bien las propuestas contextualistas y las opciones teóricas alrededor de la noción de consecuencia que se han explorado han de evaluarse críticamente, teniendo en cuenta no sólo su potencial respecto de la justificación de deducciones en dominios de información específica sino también su solidez y propiedades formales, creemos que la presentación hecha constituye un comienzo en dirección a tales investigaciones.

Notas

¹ Cf. Gauker (2005)

² Cf. Gauker (1997)

³ Blanchette (2001)

⁴ Cf. Gauker (1997)

Bibliografía

Jon Barwise (1989). *The situation in logic*. CSLI Publications, Stanford.

Patricia A. Blanchette (2001). "Logical Consequence" *The Blackwell Guide to Philosophical Logic*, Lou Goble (ed), Blackwell Publishers 2001, pp. 115-135.

Robert B. Brandom (1994). *Making It Explicit*. Harvard University Press.

Robert B. Brandom (2000). *Articulating Reasons: an introduction to inferentialism*. Harvard University Press.

Catarina Dutilh Novaes (2005). "In search of the intuitive notion of logical consequence" *LOGICA Yearbook 2004*, Prague, Filosofía, pp. 109-123.

John Etchemendy (1990). *The Concept of Logical Consequence* (Harvard UP, 1990).

Christopher Gauker (1997). "Universal Instantiation: A Study Of The Role Of Context In Logic" *Erkenntnis* 46. pp. 185-214.

Christopher Gauker (2005). *Conditionals in Context*. MIT Press.

Lauri Karttunen (1998). "Presuposición y contexto lingüístico" En *Textos clásicos de pragmática*, María Teresea Julio and Ricardo Muñoz (eds.), Arco Libros, Madrid pp. 175-192.

Greg Restall (2004). "Assertion, denial, commitment, entitlement, and incompatibility (and some consequence)" Versión 0.51 En <http://www.consequently.org>

Stewart Shapiro (1998). "Logical consequence: models and modality" En M. Schirn (ed.), *Philosophy of Mathematics Today*. Oxford, Oxford University Press, pp. 131-156.