Universidad Nacional de Córdoba

Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación

Una experiencia áulica de enseñanza de la función cuadrática a través de la construcción de expresiones algebraicas

Trabajo Final de Prácticas Profesionales Docentes

Judith Alejandra Andrada

Talia Jacqueline Monjes

Supervisión de Práctica Profesional e Informe Final: Anibal Dario Gimenez

Equipo responsable de MyPE: Araceli Coirini, Nicolas Gerez Cuevas, Anibal Dario Gimenez, Silvina Smith.

Carrera: Profesorado en Matemática

Fecha: 24-11-2022

Clasificación

97 Mathematical Education

97D Education and instruction in mathematics

Palabras claves:

Representaciones, Cuadrática, Álgebra, Semirrealidad

RESUMEN

En el presente informe describimos y analizamos nuestra experiencia de práctica, en el marco de la asignatura Metodología y Práctica de la Enseñanza, realizada en 5to año de una escuela de gestión pública de la Ciudad de Córdoba. Para dar inicio, presentamos el contexto institucional y áulico que tuvimos en cuenta para la planificación de las prácticas. Luego, mostramos la secuencia didáctica y su implementación, abordando conceptos de función cuadrática a través de la construcción de expresiones algebraicas y las instancias evaluativas junto a las decisiones tomadas en el proceso de evaluación. Además, incluimos el planteamiento de una problemática que surgió durante el transcurso de las prácticas. Para finalizar comentamos algunas reflexiones de nuestra experiencia.

ABSTRACT

In this report we describe and analyze our internship experience, within the framework of the subject Methodology and Practice of Teaching, carried out in the 5th year of a public school in the city of Córdoba. To begin with, we present the institutional and classroom context that we took into account for the planning of the practicum. Then, we show the didactic sequence and its implementation, approaching quadratic function concepts through the construction of algebraic expressions and the evaluative instances together with the decisions taken in the evaluation process. In addition, we include the approach of a problem that arose during the course of the practices. Finally, we comment on some reflections of our experience.

“Enseñar no es transferir conocimiento, sino crear las posibilidades para su propia producción o construcción. Quien enseña aprende al enseñar y quien enseña aprende a aprender”

Paulo Freire

Índice

Introducción

1.1. La Institución

La Institución en la que realizamos nuestras prácticas, es una Escuela Normal de gestión pública y mixta. Se encuentra ubicada en el barrio Centro de la ciudad de Córdoba.

Por su condición de Escuela Normal, cuenta con cuatro niveles: Nivel Inicial con salas de 4 y 5 años; Nivel Primario; Nivel Secundario con tres orientaciones: Ciencias Naturales, Ciencias Sociales y Lenguas; y Nivel Superior con Profesorados de Educación Inicial y de Educación Primaria.

El Nivel Secundario, se estructura en dos ciclos de tres años de duración cada uno: Ciclo Básico y Ciclo Orientado, conforme al Diseño Curricular vigente en la provincia de Córdoba.

El edificio de la Escuela ocupa la totalidad de la manzana, tiene dos plantas y cada nivel tiene asignado distintos sectores dentro del mismo. En la planta baja, se ubica el Nivel Inicial y el Nivel Primario, cuatro patios (dos para Primario y dos para Secundario), el Gabinete de Física, el Gabinete de Química, Bibliotecas, la cantina y algunas aulas correspondientes al Nivel Secundario (Figura 1). Mientras que en la planta alta, se encuentran las demás aulas del Secundario, el Nivel Superior, Sala de computación y Salón de actos. (Figura 2)

Figura 1: Plano de la planta baja de la Escuela

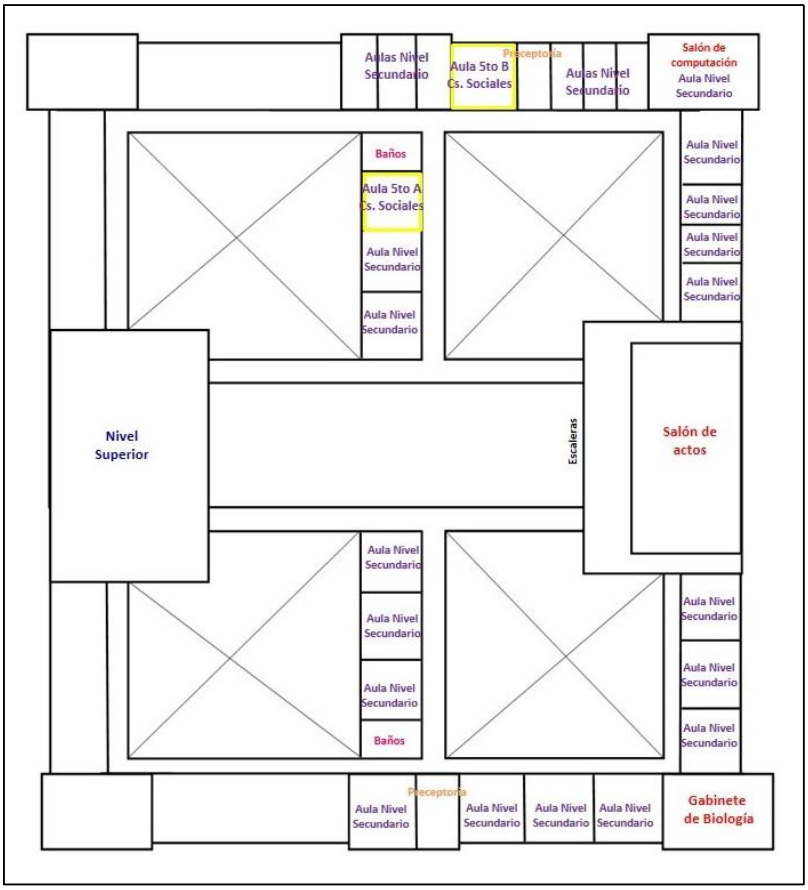


Figura 2: Plano de la planta alta de la Escuela

Durante nuestras prácticas utilizamos la Sala de Computación, que habitualmente es ocupada como aula de 6to año de la orientación Lenguas, es por eso que para su uso se debe avisar a vicedirección y a las/os preceptoras/es. La Sala cuenta con un proyector, notebooks y la instalación eléctrica necesaria. A continuación mostramos la distribución espacial de la sala:

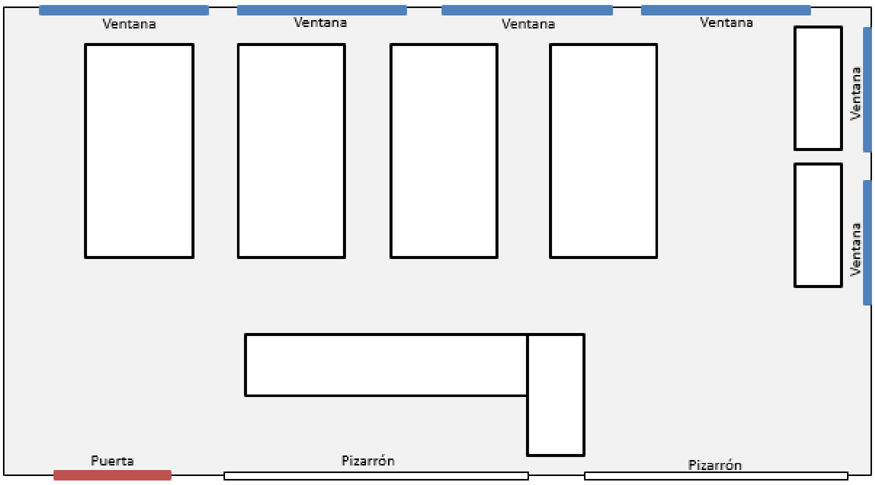


Figura 3: Distribución espacial de la sala de computación

1.2. Los cursos

Desarrollamos nuestras prácticas en 5to año A y 5to año B, de la orientación Ciencias Sociales del turno mañana. Durante el período de observaciones, los cursos no tenían la misma Docente Titular. Luego del receso invernal, ambas divisiones quedaron a cargo de una misma profesora.

Las Docentes trabajaban en conjunto, siguiendo una misma planificación que crearon teniendo en cuenta contenidos a reforzar de años anteriores por la situación post-pandemia. Incorporaron contenidos de 3er año necesarios para poder avanzar con los contenidos básicos de 5to año. Para el desarrollo de las clases no percibimos que las Docentes utilizaran algún libro de texto.

Al momento de nuestras prácticas, quedamos distribuidas de la siguiente manera:

Judith en 5to año A, que contaba con 34 estudiantes (20 mujeres y 14 varones) y Talia en 5to año B que contaba con 29 estudiantes (15 mujeres y 14 varones). Durante las observaciones este último curso contaba con 34 estudiantes que se cambiaron de institución luego del receso invernal.

Ambos cursos tienen una carga horaria de 4 (cuatro) horas cátedra semanales, distribuidas de la siguiente manera:

<table>
<tr><th></th><th>Lunes</th><th>Martes</th><th>Miércoles</th><th>Jueves</th><th>Viernes</th></tr>
<tr><td>7:20 a 8:00</td><td rowspan="2">5to A</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>8:00 a 8:40</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>8:40 a 9:20</td><td></td><td></td><td></td><td>5to A</td><td></td></tr>
<tr><td>Recreo</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>9:30 a 10:10</td><td></td><td></td><td></td><td>5to A</td><td></td></tr>
<tr><td>10:10 a 10:50</td><td>5to B</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Recreo</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>11:00 a 11:40</td><td>5to B</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>11:40 a 12:20</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td rowspan="2">5to B</td></tr>
<tr><td>12:20 a 13:00</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Tabla 1: Distribución de los horarios de Matemática

Las aulas de 5to año se ubicaban en el primer piso de la Institución. Cada estudiante podía elegir su lugar y cambiarse sin inconvenientes, aunque notamos que se sentaban casi siempre de la misma manera, en 5to año B solían cambiar algunos lugares. Las/os estudiantes se sentaban en bancos dobles y algunos simples. En las imágenes que mostramos a continuación, se puede observar la distribución espacial de cada curso.

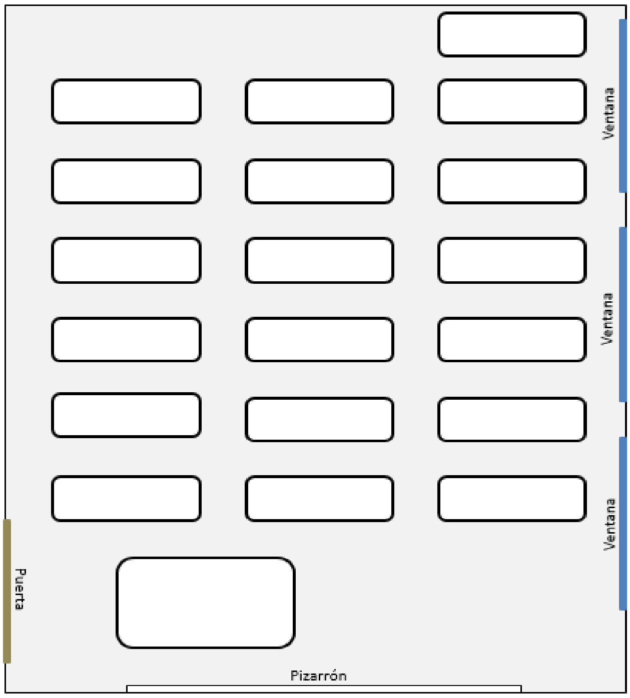


Figura 4: Distribución espacial del aula de 5to A

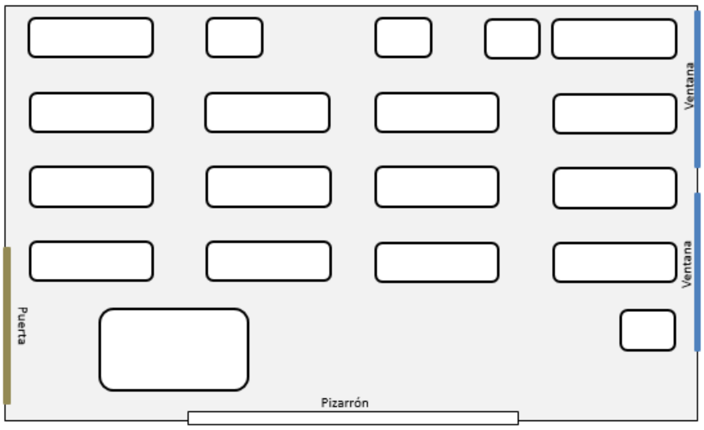


Figura 5: Distribución espacial del aula de 5to B

1.3. Las clases de Matemática

Durante las observaciones las clases de matemática en 5to año A, fueron un tanto particulares, ya que por diversos motivos no pudimos participar de clases en las que se desarrollara algún contenido teórico de Matemática ni que se realizaran puestas en común o correcciones. El modo de trabajo de la Docente consistía en plantear actividades para que las/os estudiantes resolvieran de manera individual o grupal. Notamos que pocas/os estudiantes se involucraban en la resolución de estas actividades y no todas/os las copiaban en sus carpetas. Cabe destacar que en este periodo se encontraban en repaso para el recuperatorio, que pudimos presenciar, de una evaluación que habían desaprobado la mayoría de las/os estudiantes.

Finalizada esta etapa, realizamos una actividad sencilla de diagnóstico y que las/os estudiantes resolvieron en 20 minutos. Incluimos temas necesarios para el desarrollo del contenido asignado por parte de la Docente. Cabe aclarar que dicha actividad la pudimos llevar a cabo sólo en 5to año A (ver Anexo 1).

Mientras que en 5to año B, pudimos observar cómo la Docente guiaba sus clases con actividades que luego permitieron introducir el tema a trabajar, promoviendo la participación activa de las/os estudiantes, que trabajaban de manera grupal. El teórico desarrollado fue en su mayoría para formalizar las conclusiones que se lograban en la puesta en común, en la que se generaban debates interesantes, donde la Docente hacía pasar a las/os estudiantes exponiendo los distintos resultados, asumiendo el papel de guía y gestora de las intervenciones de sus estudiantes para dinamizar la clase, enriquecerla y generar confianza en lo que cada una/o de sus estudiantes producía (Ponte, 2005).

La mayoría de estas actividades hacían referencia a matemática pura y semirrealidad, en relación al paradigma del ejercicio según los ambientes de aprendizaje propuestos por Skovsmose (2000). La Docente copiaba estas actividades en el pizarrón o le dictaba a cada grupo de trabajo una distinta, que luego debían intercambiarse entre los grupos. Al finalizar, las corregía en el pizarrón para toda la clase.

En ambos cursos observamos que la relación entre las profesoras y las/os estudiantes era respetuosa y correcta. Las/os estudiantes se mostraban amigables y no percibimos que hubiera conflictos entre ellas/os. En alguna ocasión, en 5to año B, hubo intercambios entre dos grupos de estudiantes, pero que no interrumpió de manera significativa el desarrollo de la clase.

Para el desarrollo de la clase se necesitaba insistir para que las/os estudiantes realicen las actividades. Por otro lado, notamos que había flexibilidad tanto con el uso del tiempo, para resolver las actividades o entregar trabajos prácticos, como con el uso del celular, por momentos se distraían y no trabajaban en las actividades propuestas. Además observamos que no todas/os las/os estudiantes mantenían el mismo ritmo de trabajo y notamos la carencia en el manejo de algunos contenidos matemáticos, que eran atribuidos al cursado durante los dos años de pandemia.

Durante la observación de la jornada completa de 5to año A, pudimos ver que la modalidad de trabajo en las demás materias fue similar a las clases de Matemática. Las Docentes plantearon guías de preguntas que las/os estudiantes debían responder siguiendo un apunte. En 5to año B, observamos los distintos ambientes que se creaban en cada materia a partir de la modalidad de las Docentes y cómo influye la materia y el horario en que se dicta en el interés de las/os estudiantes.

1.4. Recursos

Los recursos utilizados en las clases de Matemática, durante las observaciones, fueron principalmente el pizarrón, fibrones y carpeta. La Escuela cuenta con Wi-Fi pero debido a la cantidad de estudiantes no siempre era posible la conexión. Observamos que las/os estudiantes hacían uso del celular como calculadora o para buscar alguna información requerida en las clases.

2. Diseño de la práctica e implementación en aula

2.1. Planificación Anual y contenidos desarrollados por las Docentes previo al inicio de nuestras prácticas

Como mencionamos en el apartado 1.2 la planificación realizada por las Docentes incluye contenidos de 5to año, como así también de años anteriores.

Los contenidos desarrollados previo al inicio de nuestras prácticas corresponden al eje temático N° 1: números y álgebra de la planificación anual (ver Anexo 2).

En las observaciones vimos que en 5to año A repasaron el uso de notación científica, intervalos de números reales y la representación en la recta numérica con ejercicios de matemática pura (Skovsmose, 2000). Mientras que en 5to año B observamos que estaban finalizando con el estudio de los distintos campos numéricos e introduciendo a partir de situaciones problemáticas la construcción de ecuaciones para luego concluir con la necesidad de los números complejos, para poder resolver ecuaciones del tipo $x^2+1=0$ y estudiar su representación en el plano cartesiano. Luego, completaron el esquema de los campos numéricos incluyendo los números complejos. Estimamos que 5to año A continuaba con estos contenidos, ya que en la última clase que observamos vimos que comenzaban con este tema también.

Las Docentes nos comentaron que daban números complejos antes que ecuaciones cuadráticas para darle solución a aquellas con soluciones no reales, pero no se llegó antes de nuestras prácticas a desarrollar este tema.

Parte de los contenidos trabajados previamente nos permitieron poder avanzar en nuestras prácticas, simplemente haciendo un repaso, cómo por ejemplo identificar intervalos, números decimales, identificar puntos en el plano.

2.2. Unidad trabajada

Acorde a la planificación, las Docentes nos designaron el tema correspondiente al Eje Temático N° 2: Funciones cuadráticas.

Eje 2: Álgebra y funciones

Funciones

Funciones cuadráticas $y = ax^2 + bx + c$ *en tablas, gráficos y fórmulas:* reconocimiento de variaciones cuadráticas en tablas, gráficos y fórmulas. Interpretación de las características del gráfico de las variaciones cuadráticas a partir de los parámetros de su fórmula apelando a recursos tecnológicos. Relacionar parámetros de la fórmula de variaciones cuadráticas con la representación gráfica (parábola): vértice y puntos de intersección con los ejes. Interpretación de dominio, imagen (codominio), máximo, valor máximo, mínimo, valor mínimo, puntos de intersección con los ejes, intervalos de positividad, negatividad, crecimiento y decrecimiento, en el contexto de las situaciones que modelizan. Elaboración de fórmulas de funciones cuadráticas (polinómica, canónica y factorizada) a partir de tablas, gráficos y/o propiedades de las operaciones de números reales (factor común, cuadrado de un binomio, diferencia de cuadrados).

Figura 6: extracto del eje N°2. Planificación anual

De acuerdo a las variables propuestas por Gvirtz y Palamidessi (2008), a continuación explicitamos aquellas que tuvimos en cuenta a la hora de diseñar nuestra planificación.

2.2.1. Los objetivos y los contenidos

Para abordar el Eje Temático N° 2 nos propusimos los siguientes objetivos:

- Completar datos en tablas.
- Identificar variables y establecer relaciones entre ellas.
- Buscar regularidades lineales y cuadráticas.
- Expresar regularidades mediante el uso del lenguaje algebraico para generalizar.
- Analizar y comparar la representación gráfica de expresiones lineales y cuadráticas.
- Buscar expresiones lineales y cuadráticas como modelo matemático para resolver problemas.
- Analizar el comportamiento de los parámetros de la función cuadrática utilizando GeoGebra.
- Utilizar funciones cuadráticas para resolver problemas extramatemáticos.

A partir de la unidad asignada, seleccionamos los siguientes contenidos teniendo en cuenta la planificación anual de las Docentes y el Diseño Curricular del Ciclo Básico (2011-2015) y del Ciclo Orientado, orientación Ciencias Sociales y Humanidades (2012-2015) de la provincia de Córdoba:

- Producción de fórmulas para representar regularidades.
- Elaboración y comparación de fórmulas para analizar las variaciones de perímetros, áreas y volúmenes, en función de la variación de diferentes dimensiones de figuras.
- Interpretación y análisis de gráficos y fórmulas que representen variaciones lineales y cuadráticas en función del problema a resolver.
- Uso de las funciones cuadráticas como modelo matemático para resolver problemas.
- Interpretación de las características del gráfico de las variaciones cuadráticas a partir de los parámetros de su fórmula apelando a recursos tecnológicos.
- Funciones cuadráticas $y = ax^2 + bx + c$ en tablas, gráficos y fórmulas: reconocimiento de variaciones cuadráticas en tablas, gráficos y fórmulas.

Es importante aclarar que durante nuestras prácticas no alcanzamos a abordar los contenidos referidos al eje de simetría y la expresión factorizada de la función cuadrática y trabajamos la definición de dominio de manera implícita.

2.2.2. Organización y secuenciación de los contenidos

En nuestra planificación decidimos organizar los contenidos teniendo en cuenta el tipo de actividad y secuenciarlos en bloques de la siguiente manera:

❖ Actividades de repaso

Comenzamos con dos actividades para garantizar que las/os estudiantes repasen los conocimientos trabajados en años anteriores. Esto nos permitiría avanzar en los contenidos previstos en nuestra planificación. A partir de éstas, retomamos la definición de función como relación entre variables y reconocimos los elementos necesarios para analizar el gráfico de una función.

❖ Actividades de búsqueda de expresiones discretas.

Luego del repaso, propusimos actividades que generaron la necesidad de buscar expresiones que reflejaran la relación de dependencia entre variables. Dichas expresiones eran lineales o cuadráticas y nos permitieron empezar a analizar las diferencias entre estas funciones, tanto en la fórmula como en las regularidades y en los gráficos. También dieron pie para comenzar a analizar implícitamente el dominio, es decir “qué valores podría tomar la variable x”.

❖ Actividades de búsqueda de expresiones continuas en contextos geométricos.

Las actividades de este apartado fueron similares a las del apartado anterior. Salvo que, al plantearlas dentro de un contexto geométrico, permitieron trabajar expresiones continuas.

A continuación, confeccionamos un cuadro comparativo con todas las expresiones encontradas en las actividades, con el objetivo de destacar las características importantes de cada una. En esta instancia, introdujimos una primera noción de función cuadrática.

❖ Actividades exploratorias en GeoGebra.

Las actividades destinadas en esta parte de la planificación las pensamos haciendo uso de los recursos tecnológicos para facilitar la compresión de los parámetros de la función cuadrática tanto en la expresión polinómica como en la factorizada. Al finalizar esta etapa, explicamos la definición de función cuadrática y sus elementos.

❖ Actividades de aplicación de función cuadrática en contextos extramatemáticos.

Por último, con el fin de afianzar los contenidos trabajados y resaltar la utilidad de la funciones cuadráticas para representar situaciones cotidianas, decidimos incorporar actividades correspondientes a escenarios de semirrealidad, esto dió lugar a que las/os estudiantes apliquen los elementos estudiados reconociendo que estos representan momentos importantes en una situación problemática.

Schoenfeld (1992) sostiene que el aprendizaje de la matemática es una actividad social, cognitiva y esencialmente constrictiva. Siguiendo esta referencia, adoptamos la modalidad de abordar los temas mediante actividades trabajadas en grupo que permitieron sacar conclusiones y crear conjeturas entre todas/os, para luego formalizar con contenidos teóricos.

2.2.3. Cronograma implementado

Es importante aclarar que comenzamos nuestras prácticas desfasadas debido a la renuncia de la Docente Titular de uno de los cursos. Además, planificamos para desarrollarla en cinco semanas, pero se fueron corriendo por distintos imprevistos por parte de la Docente Titular y algunos feriados. Por todos estos motivos, en 5to año B, llegamos a desarrollar únicamente 9 clases, y tanto la evaluación como la actividad 11 (en 5to año B también la 10) quedaron a cargo de la Docente Titular.

A continuación mostramos el cronograma final de las clases y los contenidos abordados en cada una de ellas.

5to año A

Semanas	Clase	Actividad	Contenidos trabajados
Primera semana	Clase 1 01/08	Actividad 1 y 2	● Plano cartesiano. ● Ubicación de puntos en el plano. ● Escritura de puntos como pares ordenados.
	04/08	Sin actividad	
Segunda semana	Clase 2 08/08	Teórico función lineal Actividad 3: expresiones lineales	● Uso de tablas. ● Relaciones entre variables. ● Búsqueda de expresiones lineales discretas. ● Gráfico de puntos.
	11/08	Sin actividad	
Tercera semana	15/08	Feriado	
	Clase 3 18/08	Actividad 4: expresiones lineales/cuadráticas	● Uso de tablas. ● Relaciones entre variables. ● Búsqueda de expresiones lineales y cuadráticas discretas. ● Comprobación de expresiones a partir de las tablas. ● Gráfico de puntos a partir de la tabla. ● Comparación de las expresiones encontradas y sus gráficos.
Cuarta semana	Clase 4 22/08	Actividad 5: expresión cuadrática (contexto geométrico)	● Uso de tablas. ● Búsqueda de expresiones lineales y cuadráticas continuas. ● Comparación de las expresiones encontradas y sus gráficos.
	Clase 5 25/08	Corrección actividad 5	● Uso de tablas. ● Búsqueda de expresiones lineales y cuadráticas continuas. ● Comparación de las expresiones encontradas y sus gráficos.
Quinta semana	Clase 6 29/08	Actividad 6: expresión cuadrática (Canaleta)	● Uso de tablas. ● Búsqueda de expresiones cuadráticas continuas en un contexto geométrico.
	01/09	Sin actividad	

Sexta semana	Clase 7 05/09	Repaso de lo visto hasta el momento Actividad 7: GeoGebra - Deslizadores	• Interpretación de las características del gráfico de las variaciones cuadráticas a partir de los parámetros de su fórmula apelando a recursos tecnológicos.
	Clase 8 08/09	Teórico función cuadrática	• Teórico función cuadrática incluyendo los elementos, vértice, máximo/mínimo. Raíces (Bhaskara).
Séptima semana	Clase 9 12/09	Actividad 9: función cuadrática en contextos de semirrealidad	• Uso de las funciones cuadráticas como modelo matemático para resolver problemas.
	Clase 10 15/09	Actividad 10: función cuadrática en contextos de semirrealidad	• Uso de las funciones cuadráticas como modelo matemático para resolver problemas.

Tabla 2: Cronograma de clases implementado en 5to A

5to año B

Semanas	Clase	Actividad	Contenidos trabajados
Primera semana	Clase 1 12/08	Actividad 1 y 2	• Plano cartesiano. • Ubicación de puntos en el plano. • Escritura de puntos como pares ordenados.
Segunda semana	15/08	Feriado	
	Clase 2 19/08	Teórico función lineal Actividad 3: expresiones lineales	• Uso de tablas. • Relaciones entre variables. • Búsqueda de expresiones lineales discretas. • Gráfico de puntos.
Tercera semana	Clase 3 22/08	Actividad 4: expresiones lineales/cuadráticas	• Uso de tablas. • Relaciones entre variables. • Búsqueda de expresiones lineales y cuadráticas discretas. • Comprobación de expresiones a partir de las tablas. • Gráfico de puntos a partir de la tabla. • Comparación de las expresiones encontradas y sus gráficos.
	Clase 4 25/08	Actividad 4: expresiones lineales/cuadráticas	• Uso de tablas. • Búsqueda de expresiones lineales y cuadráticas discretas.

			● Comprobación de expresiones a partir de las tablas. ● Comparación de las expresiones encontradas y sus gráficos.
Cuarta semana	Clase 5 29/08	Repaso Actividad 5: expresión cuadrática (geometría)	● Uso de tablas. ● Búsqueda de expresiones lineales y cuadráticas continuas en un contexto geométrico.
	02/09	Sin actividad	
Quinta semana	Clase 6 05/09	Actividad 6: expresión cuadrática (Canaleta)	● Uso de tablas. ● Búsqueda de expresiones cuadráticas continuas en un contexto geométrico.
	Clase 7 09/09	Repaso Actividad 7: GeoGebra - Deslizadores	● Interpretación de las características del gráfico de las variaciones cuadráticas a partir de los parámetros de su fórmula apelando a recursos tecnológicos.
Sexta semana	Clase 8 12/09	Teórico función cuadrática	● Teórico función cuadrática incluyendo los elementos, vértice, máximo/mínimo. Raíces (Bhaskara).
	Clase 8 16/09	Actividad 9: función cuadrática en contextos de semirrealidad	● Uso de las funciones cuadráticas como modelo matemático para resolver problemas.

Tabla 3: Cronograma de clases implementado en 5to B

2.2.4. La selección de materiales y recursos

Para el desarrollo de las clases decidimos entregar a las/os estudiantes todas las actividades y teóricos en fotocopias y llevar plasticolas para que las peguen en sus carpetas. De esta manera, agilizamos la realización de las mismas y evitamos que las/os estudiantes demoren en copiar o no copien. Dichas actividades surgieron de la recopilación de ideas de distintos libros que nos brindaron desde la materia MyPE. Algunas fueron tomadas y modificadas, otras fueron creadas por nosotras.

Para la actividad 1, llevamos a cada estudiante media hoja de calcar tamaño Rivadavia.

Para la puesta en común de la actividad 2, utilizamos un afiche.

Para la puesta en común de las actividades 3, 4, 5 y 6 utilizamos un cañón brindado por la facultad y nuestra computadora personal. Además para la actividad 7, llevamos 15 netbooks para las/os estudiantes que nos facilitó la facultad.

2.3. Las actividades y tareas realizadas. La participación de las/os estudiantes

A continuación, comenzaremos mostrando la secuenciación de las actividades y teóricos trabajados, relatando lo sucedido y resaltando aquellas cosas que creemos relevantes. Decidimos adoptar esta metodología, ya que no siempre dábamos las mismas actividades por clase en cada curso.

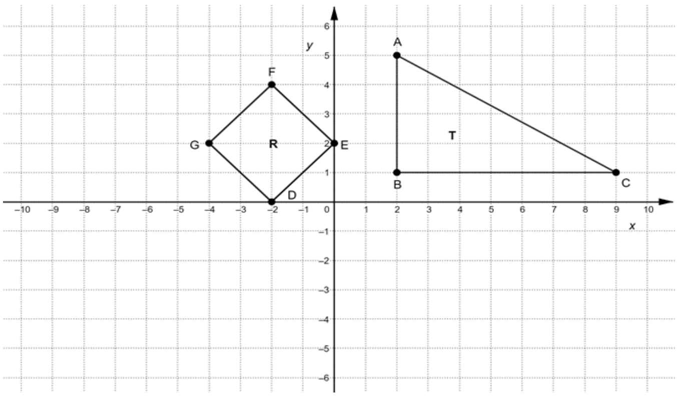
2.3.1. Actividades de repaso

La primera actividad la pensamos teniendo en cuenta que la evaluación diagnóstica era sencilla, sólo la pudimos tomar en un curso y que los resultados obtenidos demostraron que las/os estudiantes tenían ciertas dificultades o confusiones con los contenidos. Decidimos presentar esta actividad para reforzar los temas que son importantes para desarrollar nuestra planificación.

Los objetivos eran que las/os estudiantes pudieran identificar y ubicar puntos en el plano cartesiano y escribir los puntos en forma de par ordenado.

ACTIVIDAD 1

En el siguiente plano de coordenadas cartesianas está dibujado el triángulo T cuyos vértices son los puntos A, B y C y el rombo R cuyos vértices son los puntos D, E, F y G.



a) Escribir las coordenadas de cada vértice

Triángulo	Rombo
A = (.........;.........)	D = (.........;.........)
B = (.........;.........)	E = (.........;.........)
C = (.........;.........)	F = (.........;.........)
	G = (.........;.........)

b) Utilizar el papel de calcar para marcar en el plano cartesiano el triángulo T_1 espejado a T respecto del eje *y*.

Escribir las coordenadas de T_1

A_1 = (.........;.........)

B_1 = (.........;.........)

C_1 = (.........;.........)

- ¿Qué relación encuentran entre las coordenadas de T y T_1?

c) Utilizar el papel de calcar para marcar en el plano cartesiano un rombo R_2 espejado a R respecto del eje *y*.
Escribir las coordenadas R_2

D_2 = (.........;.........)
E_2 = (.........;.........)
F_2 = (.........;.........)
G_2 = (.........;.........)

- ¿Qué relación encuentran entre las coordenadas de los rombos R y R_2?

d) Utilizar el papel de calcar para marcar en el plano cartesiano un triángulo T_2 espejado a T_1 respecto del eje *x*. Recordar que T_1 es el espejado de T.
Escribir las coordenadas de T_2

A_2 = (.........;.........)
B_2 = (.........;.........)
C_2 = (.........;.........)

- ¿Qué relación encuentran entre las coordenadas de T y T_2?

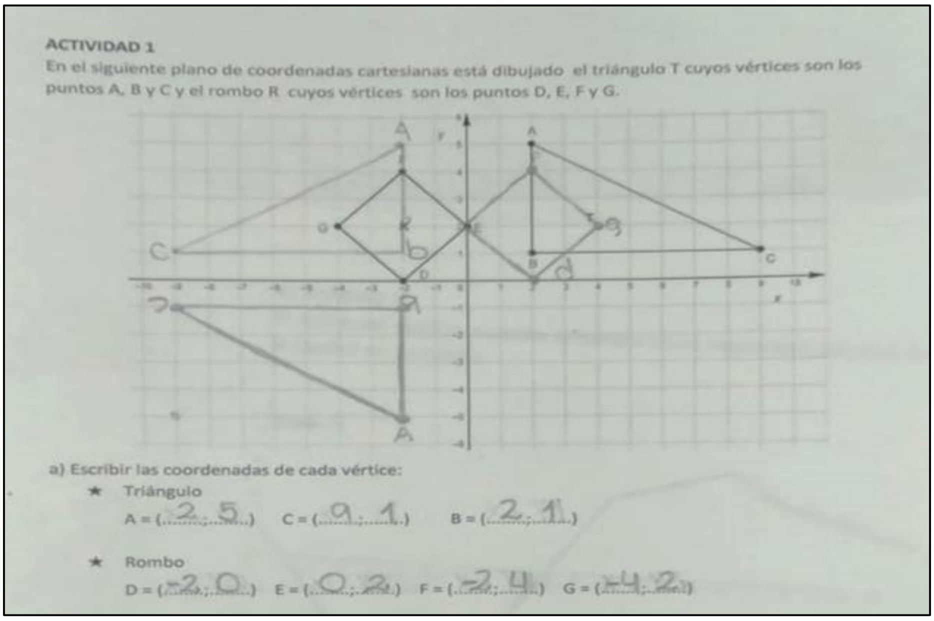
Comenzamos repartiendo la fotocopia de la actividad y el papel de calcar doblado de tal forma que simulara los ejes cartesianos. Las/os estudiantes se mostraron intrigados cuando recibieron el papel de calcar, nos preguntaban qué tenían que hacer. Luego, leímos la actividad para todo el curso. Las preguntas que surgieron fueron: ¿Qué significa espejado? ¿Qué coordenada se pone primero la x o la y? ¿Qué coordenadas tienen los puntos que están sobre los ejes? ¿Cómo uso el papel de calcar?

Para explicar lo de espejado, como primera instancia planteamos una analogía entre un espejo y los ejes, muchas/os estudiantes reconocieron que en realidad debían encontrar un triángulo reflejado. En caso que no se dieran cuenta, les sugerimos que dibujaran algún vértice del triángulo sobre el papel de calcar y observaran qué sucedía si lo doblaban.

Pudimos observar, que algunas/os estudiantes no unían los vértices de las figuras reflejadas, sólo quedaban marcados los puntos espejados.

Para la corrección de esta actividad, distintas/os estudiantes compartieron sus producciones en el pizarrón. En uno de los 5to, una estudiante pasó a hacer el ítem c) que pedía el rombo reflejado respecto del eje y, escribió únicamente las coordenadas y en realidad había hecho la reflexión respecto al eje x, las/os demás estudiantes dijeron no tener las mismas, entonces marcamos los puntos que había puesto en el plano cartesiano y rápidamente pudieron notar que la reflexión que la compañera había hecho era respecto del eje x, pusimos las coordenadas correctas dictadas por las/os estudiantes y aconsejamos a la estudiante que no las cambie y que haga abajo la correctas señalando que lo que había hecho anteriormente era una reflexión respecto a x.

En las siguientes imágenes, compartimos producciones realizadas por las/os estudiantes:



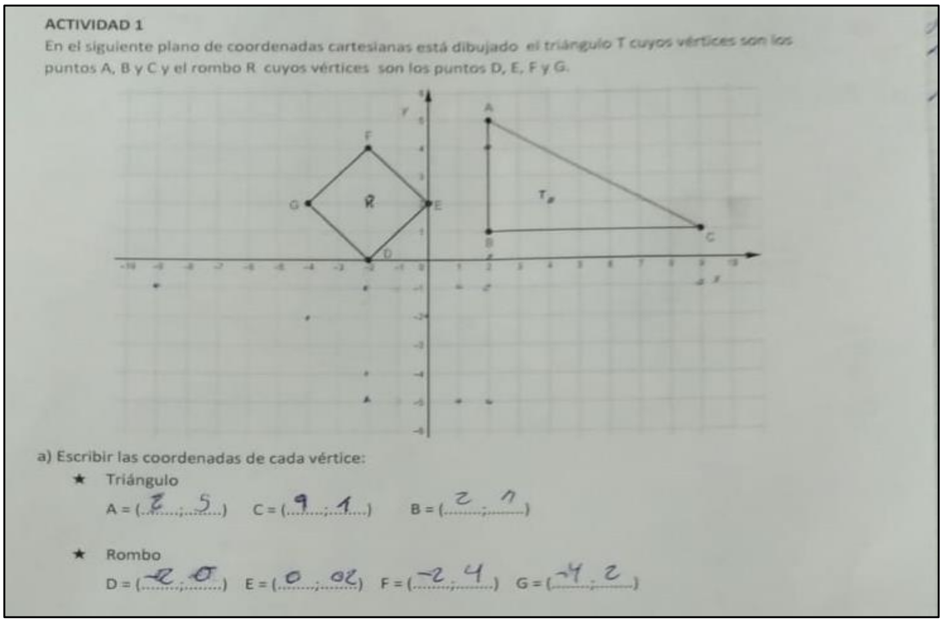
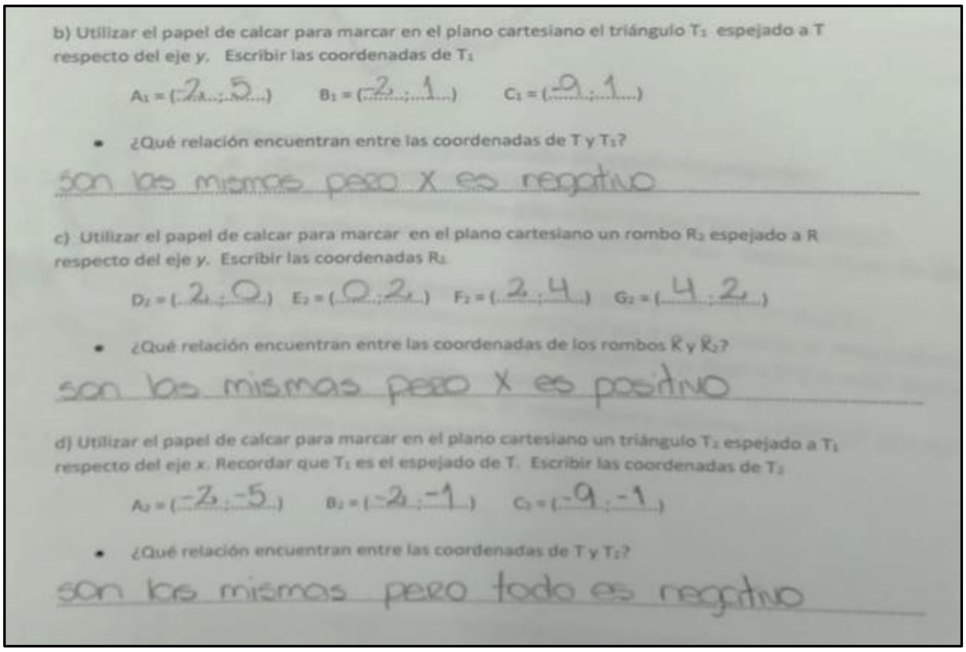


Figura 7: Producciones de dos estudiantes de la actividad 1 inciso a


b) Utilizar el papel de calcar para marcar en el plano cartesiano el triángulo T_1 espejado a T respecto del eje *y*. Escribir las coordenadas de T_1

$A_1 = (2 ; 5)$ $B_1 = (2 ; 1)$ $C_1 = (9 ; 1)$

- ¿Qué relación encuentran entre las coordenadas de T y T_1?

son los mismos pero x es negativo

c) Utilizar el papel de calcar para marcar en el plano cartesiano un rombo R_2 espejado a R respecto del eje *y*. Escribir las coordenadas R_2

$D_2 = (2 ; 0)$ $E_2 = (0 ; 2)$ $F_2 = (2 ; 4)$ $G_2 = (4 ; 2)$

- ¿Qué relación encuentran entre las coordenadas de los rombos R y R_2?

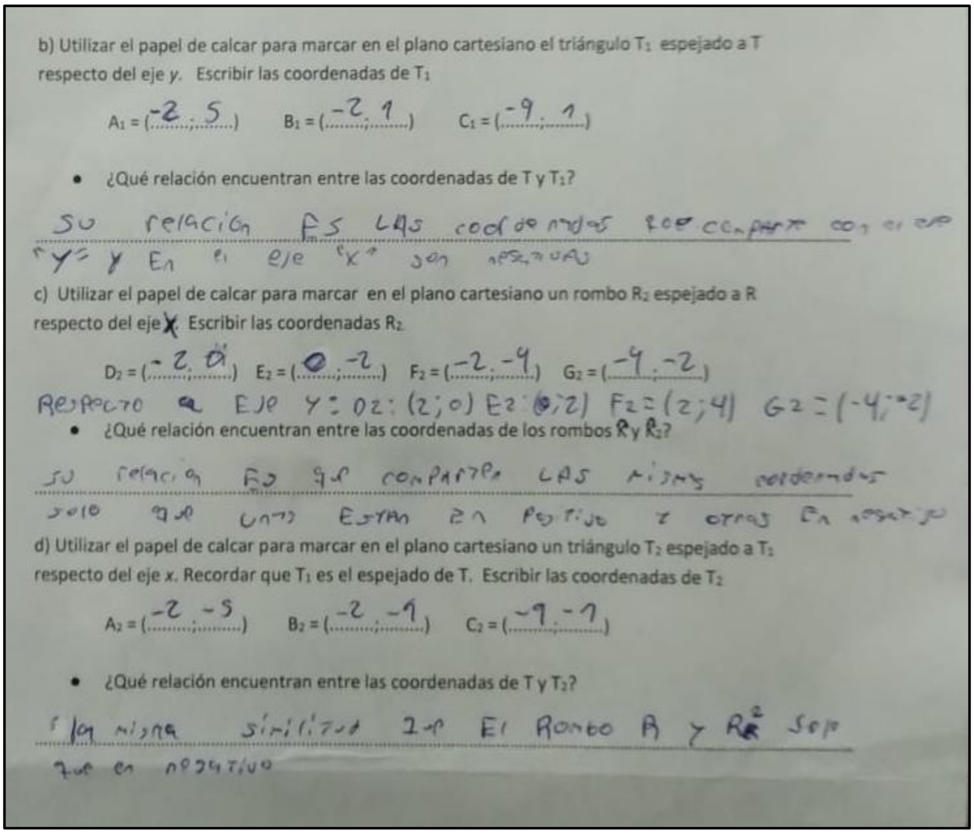
son los mismos pero x es positivo

d) Utilizar el papel de calcar para marcar en el plano cartesiano un triángulo T_2 espejado a T_1 respecto del eje *x*. Recordar que T_1 es el espejado de T. Escribir las coordenadas de T_2

$A_2 = (-2 ; -5)$ $B_2 = (-2 ; -1)$ $C_2 = (-9 ; -1)$

- ¿Qué relación encuentran entre las coordenadas de T y T_2?

son los mismos pero todo es negativo


b) Utilizar el papel de calcar para marcar en el plano cartesiano el triángulo T_1 espejado a T respecto del eje *y*. Escribir las coordenadas de T_1

$A_1 = (-2 ; 5)$ $B_1 = (-2 ; 1)$ $C_1 = (-9 ; 1)$

- ¿Qué relación encuentran entre las coordenadas de T y T_1?

su relación es las coordenadas que comparten con el eje "y" y en el eje "x" son negativas

c) Utilizar el papel de calcar para marcar en el plano cartesiano un rombo R_2 espejado a R respecto del eje X. Escribir las coordenadas R_2

$D_2 = (-2 ; 0)$ $E_2 = (0 ; -2)$ $F_2 = (-2 ; -4)$ $G_2 = (-4 ; -2)$

Respecto a eje y: D2: (2;0) E2: (0;2) F2 = (2;4) G2 = (-4;-2)

- ¿Qué relación encuentran entre las coordenadas de los rombos R y R_2?

su relación es que comparten las mismas coordenadas solo que unas están en positivo y otras en negativo

d) Utilizar el papel de calcar para marcar en el plano cartesiano un triángulo T_2 espejado a T_1 respecto del eje *x*. Recordar que T_1 es el espejado de T. Escribir las coordenadas de T_2

$A_2 = (-2 ; -5)$ $B_2 = (-2 ; -1)$ $C_2 = (-9 ; -1)$

- ¿Qué relación encuentran entre las coordenadas de T y T_2?

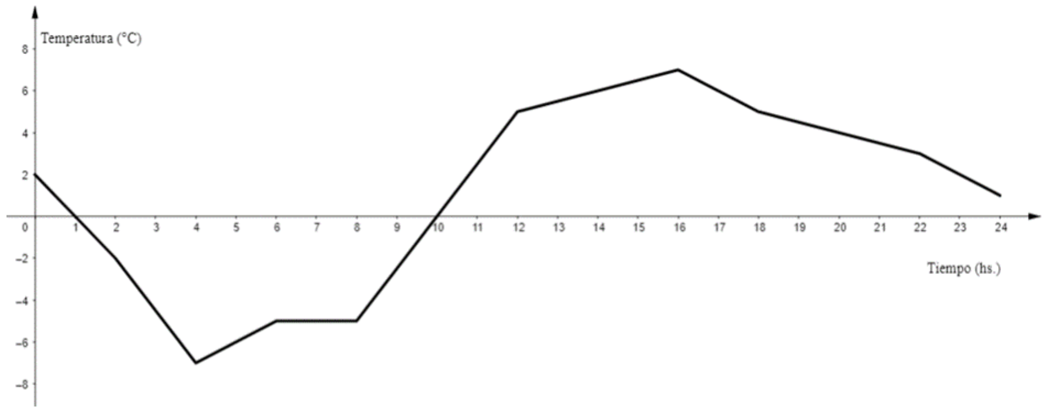
la misma similitud que el Rombo R y R2 solo que en negativo

Figura 8: Producciones de dos estudiantes de la actividad 1 incisos b,c,d

La segunda actividad la pensamos con el objetivo de que las/os estudiantes repasen análisis de gráficos, identifiquen ciertos puntos, reconozcan las variables que se relacionan y a partir de esto recordaran la definición de función.

ACTIVIDAD 2

El siguiente gráfico muestra la temperatura registrada durante un día, en la ciudad de Bariloche.



Observar el gráfico y responder las siguientes preguntas:

a) ¿Qué datos nos brinda el gráfico?
b) ¿Cuál fue la temperatura a las 0 hs.? ¿A las 2 hs?
c) ¿Es verdad que a las 10 hs hizo 2°C? si / no. Explica, ¿cómo te diste cuenta?
d) ¿A qué hora la temperatura era de 6°C? ¿Y de 7°C? ¿Y de 5°C?
e) ¿A las 4 de la mañana hizo -4°C? si / no. Explica, ¿cómo te diste cuenta?
f) ¿En algún momento del día la temperatura llegó a 8°C o más? si /no. Explica, ¿cómo te diste cuenta?
g) ¿Cuáles fueron, ese día, la temperatura máxima y mínima? ¿En qué momento se registraron?

Para esta actividad no hubo inconvenientes, las/os estudiantes la hicieron bastante rápido en ambos cursos. Para la puesta en común, llevamos un afiche que tenía el mismo gráfico de la fotocopia e hicimos pasar a un/a estudiante a que marque los puntos que se pedían en cada ítem.

Notamos que varios/as estudiantes, para responder a las preguntas ¿a qué hora la temperatura era de 6°C? ¿Y de 5°C? (temperaturas que se registraron en dos horarios distintos) solo tenían en cuenta el primer corte de las rectas paralelas al eje x que pasaban por 6°C y 5°C. Durante la puesta en común, trazamos dichas rectas para que observen que intersecan al gráfico en un segundo punto. Identificaron estos puntos sin dificultad.

Algunas producciones de las/os estudiantes fueron las siguientes:

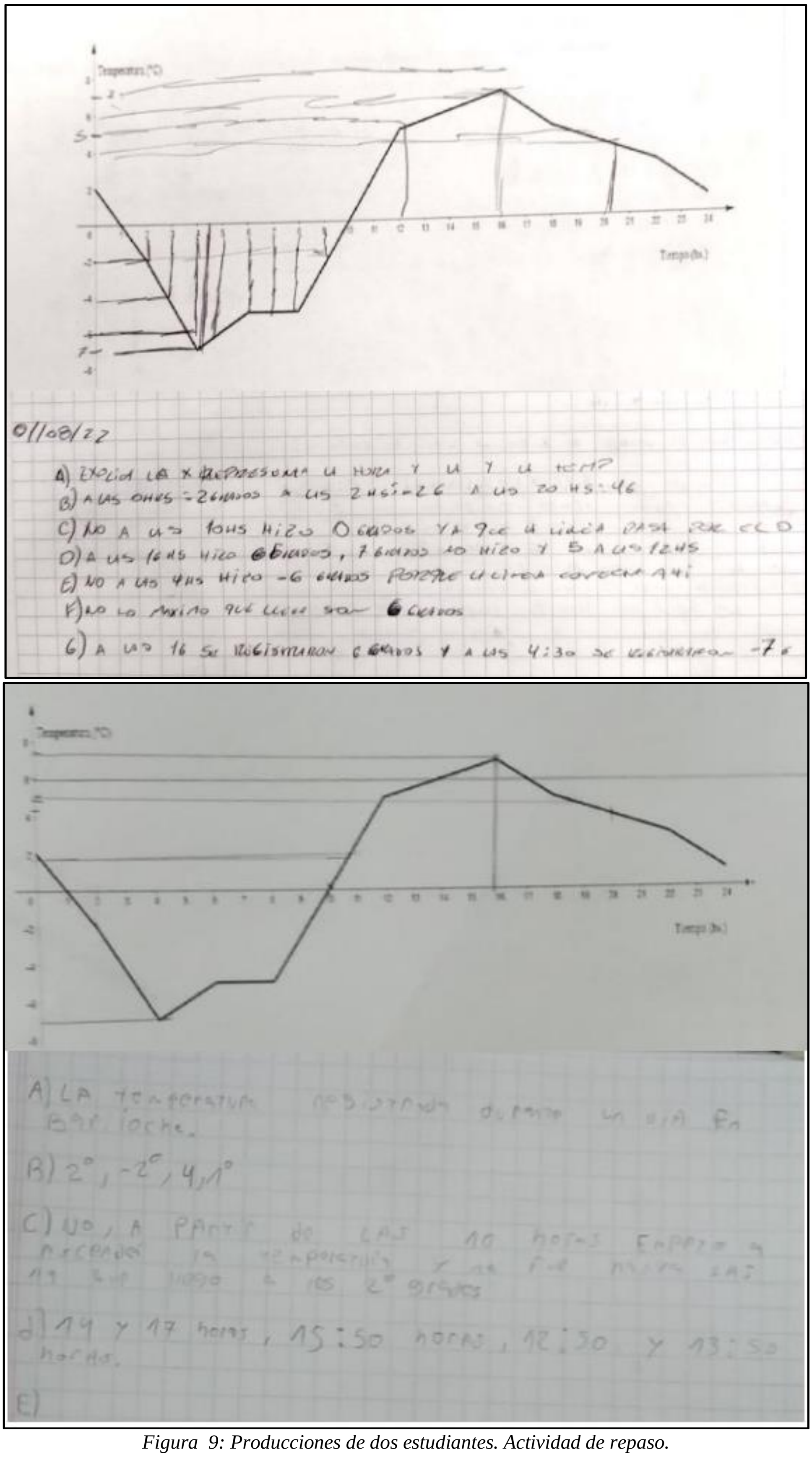


Figura 9: Producciones de dos estudiantes. Actividad de repaso.

.

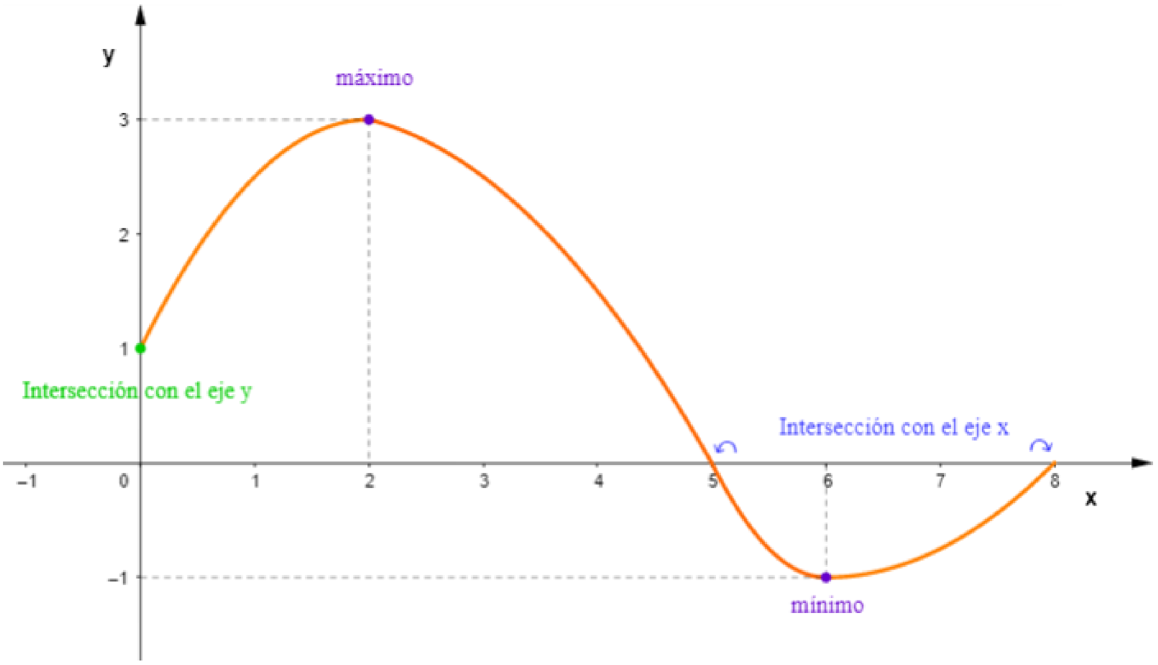
Luego repartimos y leímos una fotocopia que contenía la definición de función, una idea de noción de variable y los elementos para analizar el gráfico de una función junto con un ejemplo.

*Una **función** es una relación entre dos variables en la cual a cada valor de la primera le corresponde un único valor de la segunda. Llamaremos **x** a la variable independiente e **y** a la variable dependiente.*

Noción de variable "una magnitud cuyo valor varía en la medida en que la situación donde se presenta también cambia".

Teórico para analizar el gráfico de una función.
Es necesario tener en cuenta distintos elementos:

- ★ **Intersección con el eje x (ceros o raíces):** son los puntos donde el gráfico de la función interseca al eje x. Es decir, la coordenada **y=0.** En el gráfico las raíces son (5,0) y (8,0).
- ★ **Intersección con el eje y:** es el punto donde el gráfico de la función interseca al eje y. Es decir, la coordenada **x=0.** En el gráfico el corte con el eje es (0,1).
- ★ **Máximo:** punto del gráfico donde la variable **y** toma el mayor valor (2;3).
- ★ **Mínimo:** punto del gráfico en donde la variable **y** toma su menor valor (6;-1).



Hicimos notar, que el gráfico de la Actividad 2 representaba una función, identificamos al tiempo, como la variable independiente y a la temperatura como la dependiente. Además, les pedimos a las/os estudiantes que reconozcan y marquen los distintos elementos en el gráfico de esta actividad.

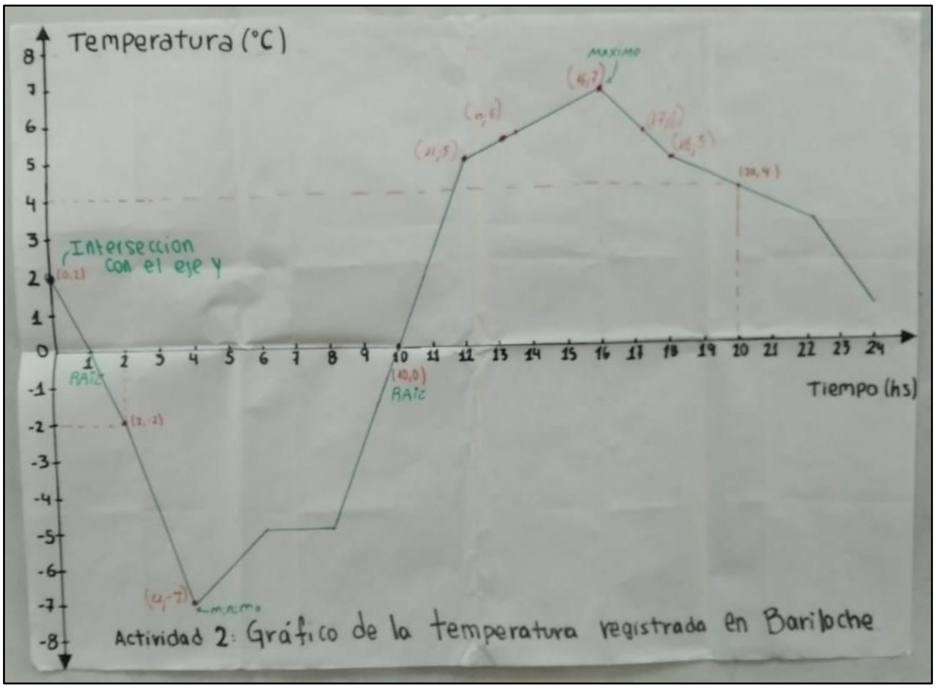


Figura 10: Foto del pizarrón, corrección actividad 2

2.3.2. Actividades de búsqueda de expresiones discretas

La tercera actividad tenía como objetivo principal buscar expresiones lineales que permitan generalizar regularidades. Este tipo de actividades ayudan a las/os estudiantes a dar un nuevo significado a sus producciones (Skovsmose, 2000).

ACTIVIDAD 3

Observar las siguientes figuras formadas con fósforos

Figura1 Figura 2 Figura 3

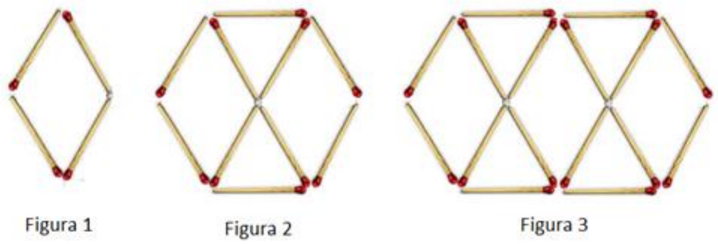
a) Completar la siguiente tabla:

Figura	1	2	...	6	7	8	...	13
Fósforos	4	7	...				...	

b) Hallar la expresión que permita calcular la cantidad de fósforos que se necesitan para la figura x.

c) A partir de la expresión encontrada calcular qué figura se forma con 49 fósforos.

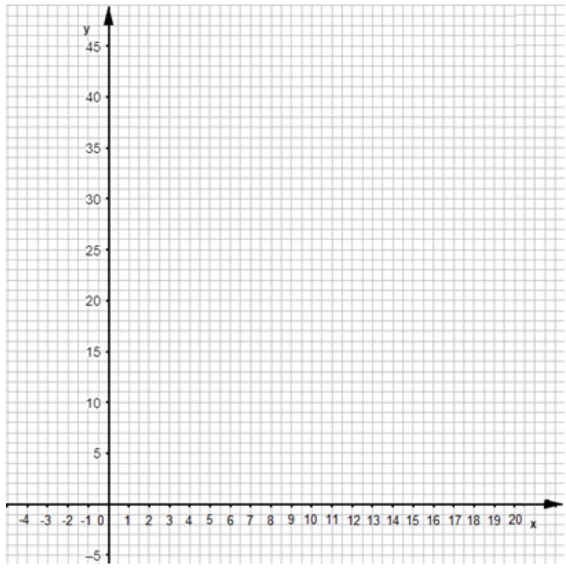
d) Observar la nueva figura formada por fósforos:



e) Completar la siguiente tabla:

Figura	1	2	...	6	7	8	...	13
Fósforos	4	10	...				...	

f) Hallar la expresión que permita calcular la cantidad de fósforos que se necesitan para la figura x.
g) Marcar los puntos de ambas tablas, utilizando un único color para cada una.



h) ¿Tiene sentido unir los puntos? ¿Por qué?

Para la resolución de los incisos a) y e) algunas/os estudiantes utilizaron distintas estrategias: dibujaron las figuras que faltaban, se dieron cuenta que a la figura anterior siempre se sumaba el mismo número o buscaron las expresiones solicitadas en otros incisos.

Debido a que en uno de los cursos hubo algunas dificultades para encontrar las expresiones solicitadas, tuvimos que explicarlo en el pizarrón de manera detallada. A continuación, presentamos un fragmento de la explicación realizada del inciso b) para todo el curso:

(Partiendo que la regularidad encontrada es 3, sucede lo siguiente)

Docente Practicante: Llamemos x al número de figura. Si elegimos la figura 2, que tiene 7 fósforos, ¿cómo puedo escribir el 7 usando el número de figura, que es el 2, y la regularidad que encontramos?

Estudiante 1: $3 \cdot 2+1$

Docente Practicante: ¡Bien! La figura 3, ¿cuántos fósforos tiene?

Estudiante 2: 10

Docente Practicante: ¿Cómo puedo escribir el 10 usando la figura que es la 3 y la regularidad que encontramos?

Estudiante 3: 3·3+1

Docente Practicante: Si tenemos la figura 6, ¿cómo puedo escribir el 19 (cantidad de fósforos de esa figura) usando el 6 y la regularidad?

Estudiante 3: 3·6+1

Docente Practicante: ¡Bien! Si x no tiene un número definido, ¿cómo puedo escribir la cantidad de fósforos de la figura x, usando el número de figura y la regularidad?

Estudiante 4: 3·x+1

Docente Practicante: y esta es la expresión que buscábamos

Estudiantes: Aaaaaaaah!!! (Con asombro)

A partir de la expresión encontrada en este inciso, para dar respuesta al apartado f), observamos que varias/os estudiantes escribieron la expresión solicitada de la siguiente manera, $y=6\cdot x+1$ (el número 6 indica la cantidad de fósforos que se le agregan a cada figura). Les recomendamos que para comprobar si era la correcta, reemplazaran x por alguna figura de la tabla y vieran si les daba la misma cantidad. Al darse cuenta que no correspondía, algunas/os estudiantes propusieron restarle 3, $y=6\cdot x+1-3$ y otras/os directamente reescribirla, $y=6\cdot x-2$.

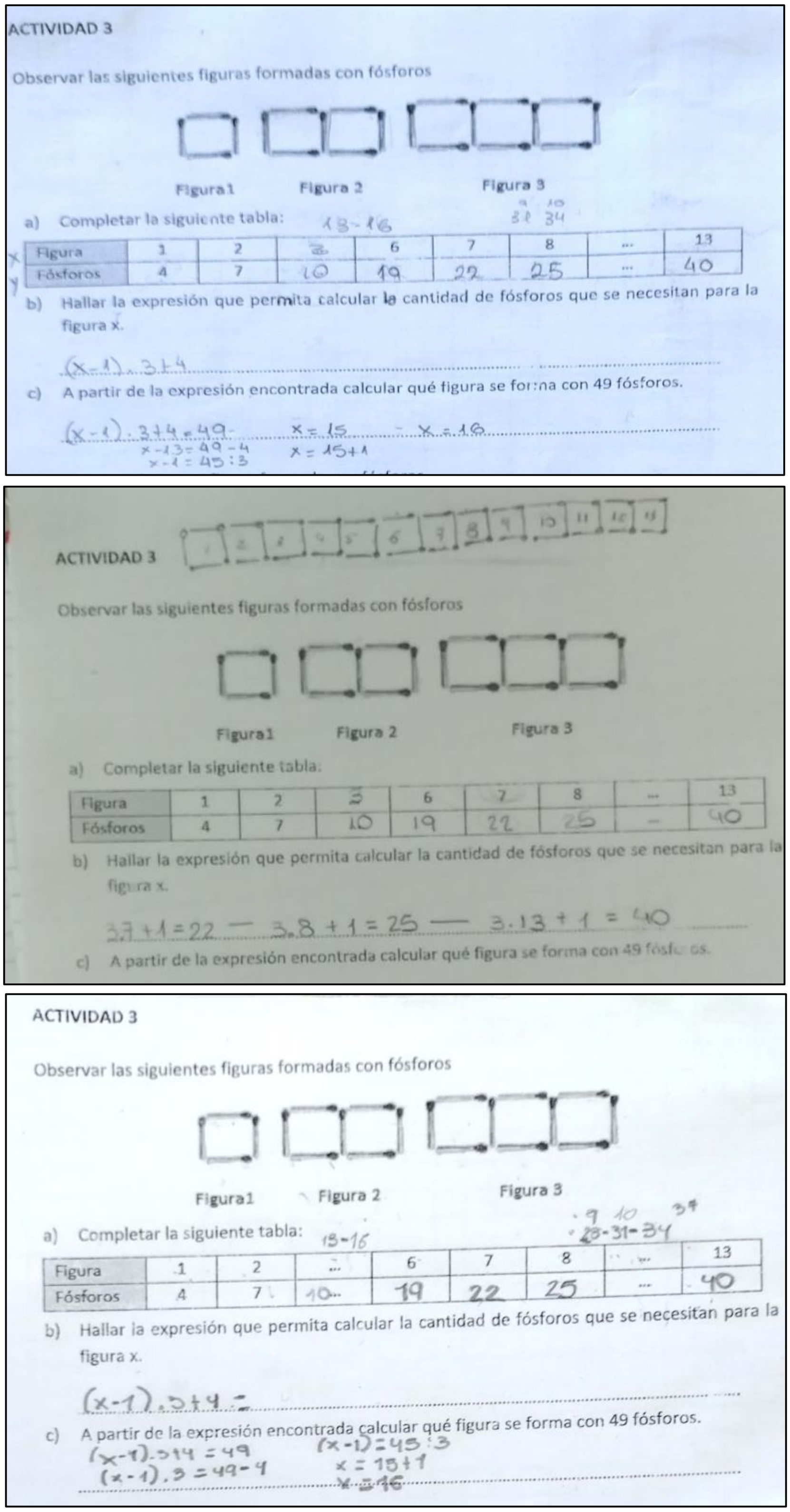
En el otro curso, surgieron dos expresiones, tanto para el ítem b) como para el f). Si bien son equivalentes, fueron planteadas por distintas/os estudiantes:

$$y=(x-1)\cdot 3+4 \quad / \quad y=3\cdot x+1$$

$$y=(x-1)\cdot 6+4 \quad / \quad y=6\cdot x-2$$

Para dar cuenta de que ambas expresiones son equivalentes, además de distribuir el 3 en la primera, reemplazamos con el mismo valor de x en las dos.

Luego de una discusión con todo el curso, concluimos que los puntos marcados en el gráfico solicitado en el apartado g) no se podían unir, ya que para formar una figura completa, debemos utilizar los fósforos enteros. Pusimos como ejemplo, la figura 1,5, que se construye con 5,5 fósforos. Descartamos usar figuras con números decimales, pues no cumplen con la secuencia de imágenes.



ACTIVIDAD 3

Observar las siguientes figuras formadas con fósforos

Figura1 Figura 2 Figura 3

a) Completar la siguiente tabla: 13-16 9 10 31 34

Figura	1	2	3	6	7	8	...	13
Fósforos	4	7	10	19	22	25	...	40

b) Hallar la expresión que permita calcular la cantidad de fósforos que se necesitan para la figura x.

$(x-1).3+4$

c) A partir de la expresión encontrada calcular qué figura se forma con 49 fósforos.

$(x-1).3+4=49$ $x=15$ $x=16$
$x-1.3=49-4$ $x=15+1$
$x-1=45:3$

ACTIVIDAD 3

Observar las siguientes figuras formadas con fósforos

Figura1 Figura 2 Figura 3

a) Completar la siguiente tabla:

Figura	1	2	3	6	7	8	...	13
Fósforos	4	7	10	19	22	25	...	40

b) Hallar la expresión que permita calcular la cantidad de fósforos que se necesitan para la figura x.

$3.7+1=22$ — $3.8+1=25$ — $3.13+1=40$

c) A partir de la expresión encontrada calcular qué figura se forma con 49 fósforos.

ACTIVIDAD 3

Observar las siguientes figuras formadas con fósforos

Figura1 Figura 2 Figura 3

a) Completar la siguiente tabla: 13-16 9 10 37 28-31-34

Figura	1	2	...	6	7	8	...	13
Fósforos	4	7	10...	19	22	25	...	40

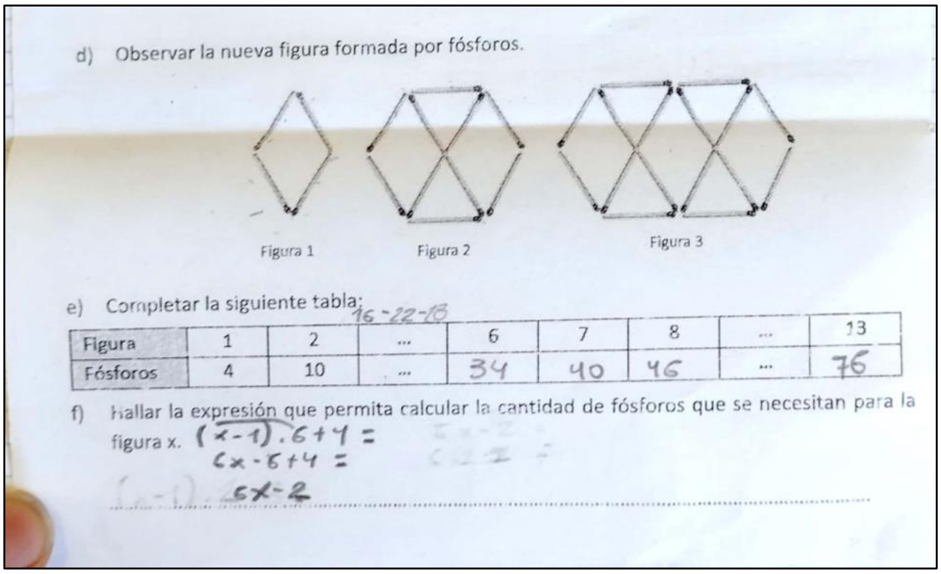
b) Hallar la expresión que permita calcular la cantidad de fósforos que se necesitan para la figura x.

$(x-1).3+4=$

c) A partir de la expresión encontrada calcular qué figura se forma con 49 fósforos.

$(x-1).3+4=49$ $(x-1)=45:3$
$(x-1).3=49-4$ $x=15+1$
$x=16$

Figura 11: Producciones de estudiantes. Incisos a-b-c



d) Observar la nueva figura formada por fósforos.

Figura 1 Figura 2 Figura 3

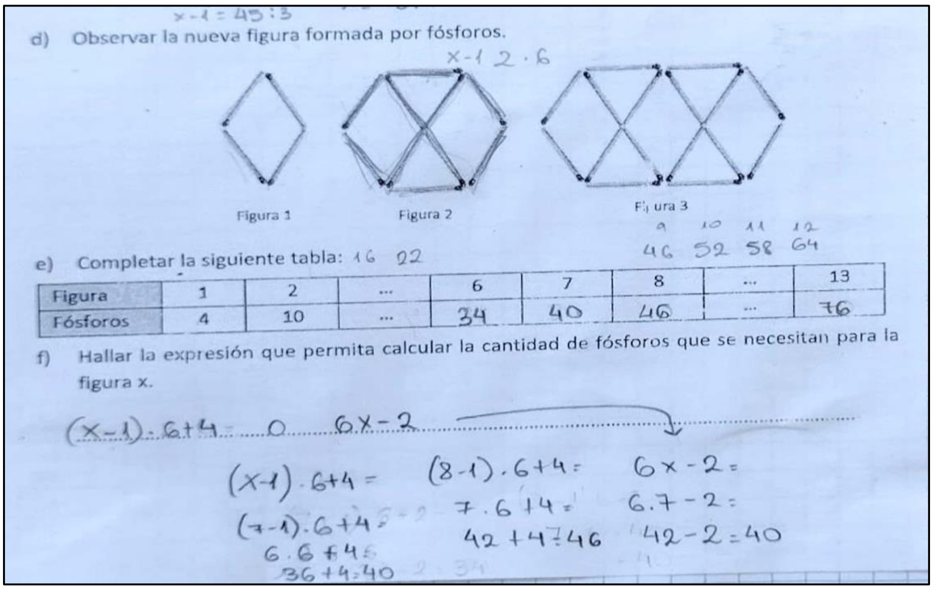
e) Completar la siguiente tabla: 16-22-28

Figura	1	2	…	6	7	8	…	13
Fósforos	4	10	…	34	40	46	…	76

f) Hallar la expresión que permita calcular la cantidad de fósforos que se necesitan para la figura x. $(x-1).6+4 =$

$6x-6+4 =$

$6x-2$



$x-1 = 45:3$

d) Observar la nueva figura formada por fósforos.

$x-1 \quad 2 \cdot 6$

Figura 1 Figura 2 Figura 3

9 10 11 12

46 52 58 64

e) Completar la siguiente tabla: 16 22

Figura	1	2	…	6	7	8	…	13
Fósforos	4	10	…	34	40	46	…	76

f) Hallar la expresión que permita calcular la cantidad de fósforos que se necesitan para la figura x.

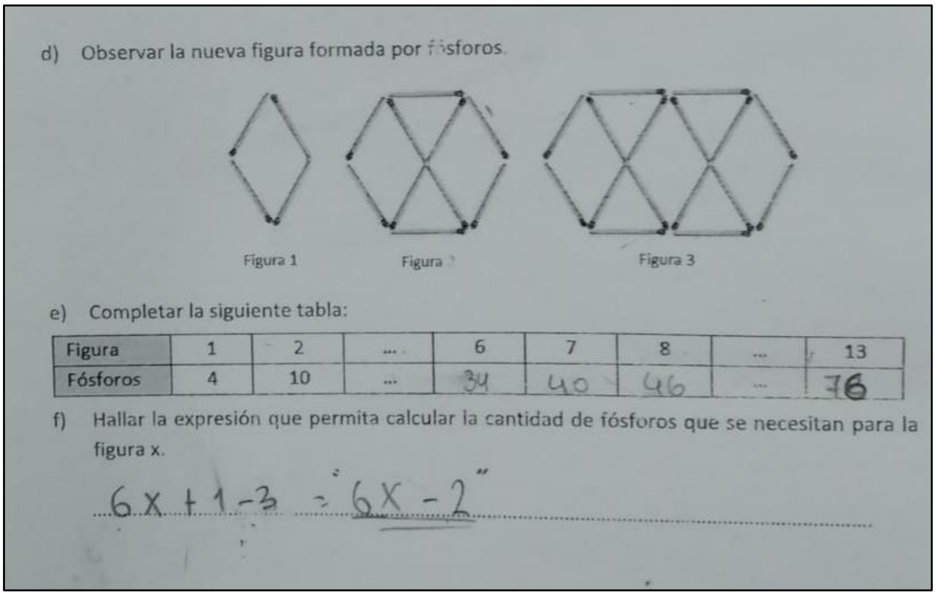
$(x-1).6+4 \quad o \quad 6x-2$

$(x-1).6+4 = \quad (8-1).6+4= \quad 6x-2=$

$(7-1).6+4= \quad 7.6+4= \quad 6.7-2=$

$6.6+4= \quad 42+4=46 \quad 42-2=40$

$36+4=40$



d) Observar la nueva figura formada por fósforos.

Figura 1 Figura 2 Figura 3

e) Completar la siguiente tabla:

Figura	1	2	…	6	7	8	…	13
Fósforos	4	10	…	34	40	46	…	76

f) Hallar la expresión que permita calcular la cantidad de fósforos que se necesitan para la figura x.

$6x+1-3 = 6x-2$

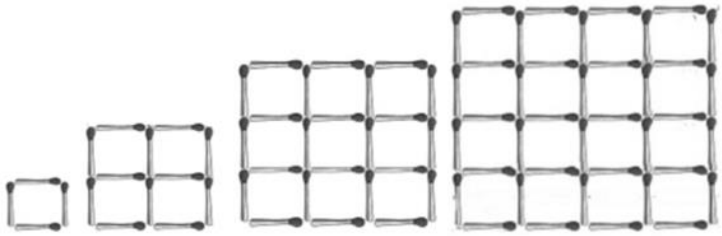
Figura 12: Producciones de estudiantes. Incisos d-e-f

La cuarta actividad era similar a la que trabajamos en la actividad anterior, pero incorporamos la búsqueda de expresiones cuadráticas. El objetivo era empezar a reconocer expresiones cuadráticas y sus características particulares a partir de la comparación con las expresiones lineales, para luego formalizarla.

Planteamos dos versiones, la primera la desarrollamos en 5to año A y generó ciertas dificultades en la resolución por parte de las/os estudiantes. Por esto, decidimos modificar un apartado para que en 5to año B no se presentaran demasiados inconvenientes.

ACTIVIDAD 4

Observar las siguientes figuras:



a) Completar la siguiente tabla teniendo en cuenta los fósforos que forman el perímetro de cada figura.

Figura	1	2	...	6	7	8	...	13
Fósforos	4	8	...				...	

b) Hallar la expresión que permita calcular la cantidad de fósforos que se necesitan para la figura x.

c) Completar la siguiente tabla teniendo en cuenta la cantidad de cuadrados que forman cada figura:

Figura	1	2	...	5	6	7	...	13
Cuadrados	1	4	...				...	

d) Hallar la expresión que permita calcular la cantidad de cuadrados que se necesitan para la figura x.

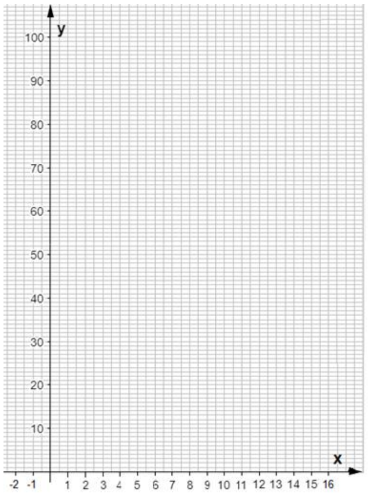
e) Completar la siguiente tabla teniendo en cuenta la cantidad de fósforos que no forman parte del perímetro en cada figura (5to A)

Figura	1	2	...	5	6	7	...	13
Fósforos	0	4	...				...	

e) Completar la siguiente tabla teniendo en cuenta la cantidad de fósforos verticales de cada figura (5to B)

Figura	1	2	...	5	6	7	...	13
Fósforos	2	6	...				...	

f) Hallar la expresión que permita calcular la cantidad de fósforos que no forman parte del perímetro que se necesitan para la figura x. (5to A)
f) Hallar la expresión que permita calcular la cantidad de fósforos que se necesitan para las hileras verticales de la figura x. (5to B)
g) Marcar los puntos de las tablas, utilizando un único color para cada una.



h) ¿Tiene sentido unir los puntos? ¿Por qué?

Para la resolución de los ítems a) b) c) y d) no se presentaron mayores dificultades.

La expresión solicitada en el ítem b) era y= 4x, las/os estudiantes la encontraron rápidamente, manifestando que la regularidad de la tabla reflejaba que se le sumaban 4 fósforos a la figura anterior. A partir de esta actividad, empezamos a incorporar, en la puesta en común, la escritura correcta de la expresión, como y=, ya que antes sólo consideraban la expresión sin igualar.

Para el ítem d) la expresión era $y=x^2$. La mayoría de las/os estudiantes pudieron reconocer que la cantidad de cuadrados de la figura se obtenía multiplicando el número de figura dos veces, pero les costó formalizarla. A continuación, mostramos un diálogo que surgió en un grupo frente a esta situación:

Docente Practicante: ¿Cómo van con las actividades?

Estudiante 1: Bien profe, pero no sabemos cómo hacer la expresión d).

Docente Practicante: A ver ¿qué les pide? ¿Pudieron hacer la tabla?

Estudiante 2: Sí profe, nos dimos cuenta que siempre es el número de figura multiplicado por sí mismo. O sea porque en la figura 2 nos da 4, en la figura 3 nos da 9 y así…

Docente Practicante: Eso está re bien, están muy cerca, piensen cómo pueden escribir el número de cuadrados usando la figura x.

Estudiante 2: ¿Cómo profe? así 4=2·2, 9=3·3…

Docente Practicante: Claro así, pero si ahora en vez de estar en la figura 3 están en la figura x

Estudiante 1: ¡Ay! No sé, profe.

Docente Practicante: Bueno, están muy cerca así que piensen un ratito

(Finalmente escribieron la expresión como x·x)

A la hora de la corrección, en ambos cursos surgió la expresión como y=x·x. A continuación, mostramos un diálogo que surgió en la clase.

La Docente Practicante escribe en el pizarrón 3·3, y pregunta:

Docente Practicante: ¿Cómo lo pueden reescribir?

Estudiante 1: 3 elevado a las 2

Estudiante 2: Eso es 3 a la 2

La Docente Practicante escribe 3^2 y pregunta:

Docente Practicante: Entonces tenemos x·x, ¿cómo lo podemos escribir?

Estudiantes: ¡Aaaaah! Sería x^2…

Por último, escribe en el pizarrón $x \cdot x = x^2 = y$

Notamos que las/os estudiantes de 5to año A, manifestaron inconvenientes para realizar los ítems e) y f). En la siguiente imagen, podemos ver la estrategia que utilizó una estudiante para completar la tabla:

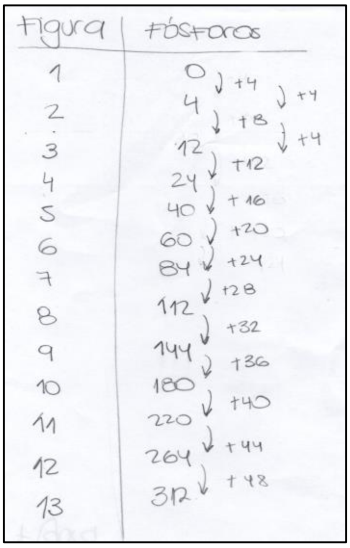


Figura	Fósforos
1	0
2	4
3	12
4	24
5	40
6	60
7	84
8	112
9	144
10	180
11	220
12	264
13	312

Figura 13: Producción de una estudiante

Dicha estudiante explicó para toda la clase, que se dió cuenta que a la figura que seguía en la tabla se le sumaban 4 fósforos más la cantidad que se le había agregado a la anterior, pero que no pudo hallar una expresión. Por ejemplo, la figura 1 tenía 0 fósforos en el interior y la figura 2, tenía 4. Para pasar a la tercera, sumó 4 fósforos más los 4 que ya tenía la figura 2 y obtuvo 8. Para pasar a la cuarta, sumó 4 a los 8 fósforos de la figura 3 y obtuvo 12. Hizo así hasta llegar a la figura 13.

Es claro que encontró una de las características de las funciones cuadráticas, variación de la variación constante, que nosotras no contemplamos como posible resolución en el guión conjetural, por esto decidimos no profundizar, ya que la explicación abordaba contenidos que no planificamos.

A continuación, podemos ver un fragmento de la narrativa de una Docente Practicante, luego de la clase, frente a las dificultades que se presentaron para encontrar la expresión del inciso f):

> "Brindé una ayuda en el pizarrón para toda la clase. Dibujé la secuencia de figuras.

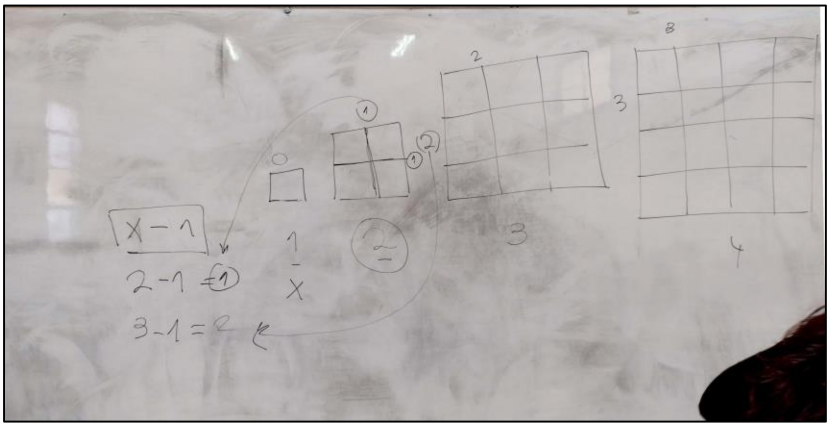
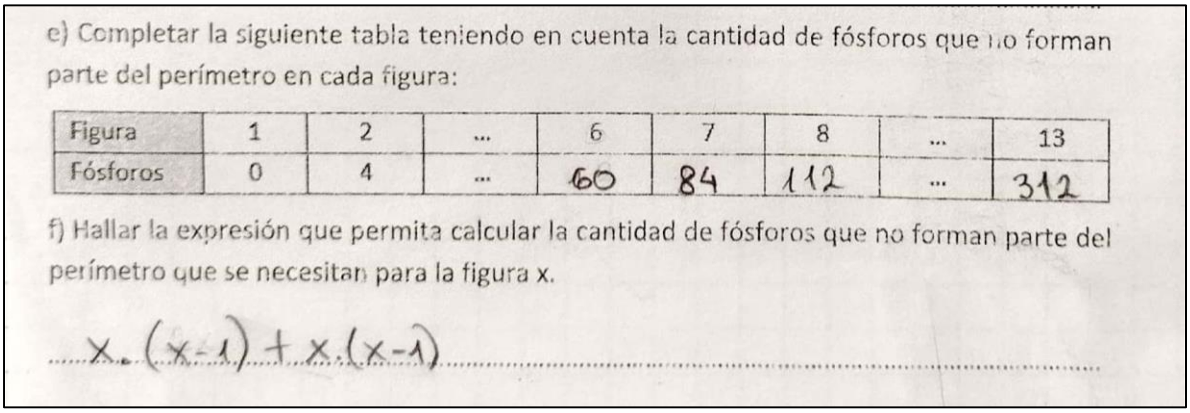


Figura 14: Foto del pizarrón de una ayuda brindada en 5to A

> Minutos antes de que termine la clase, les recomendé a las/os estudiantes que tuvieran en cuenta el número de la figura y la cantidad de columnas/filas que ésta tenía. Por ejemplo, la figura 1, tenía 0 filas y 0 columnas y la figura 2, había 1 fila y 1 columna. Les propuse escribir el 0=1-1 y el 1=2-1. Les hice notar que el primer número nos indicaba el número de figura, y que si llamábamos x a la figura, obteníamos x-1. Por lo tanto, podíamos re escribir el número de filas y columnas, de cada figura, como x-1. Les sugerí que pensaran para la siguiente clase la expresión solicitada". (Autorregistro 18/08)

Una estudiante encontró la expresión solicitada. Le pedimos que la escribiera en el pizarrón y la explicara con sus palabras a toda la clase. Escribió x·(x-1)+x·(x-1), con (x-1) la cantidad de fósforos por columna y x la figura, multiplicó ambas expresiones ya que cada columna tenía x cantidad de fósforos, obteniendo x·(x-1). Sumó lo mismo, ya que la figura tiene la misma cantidad de filas y de columnas. Llegamos a la conclusión de que podíamos afirmar esto último, ya que las figuras geométricas de la secuencia eran cuadrados, y por propiedad, tienen los 4 lados con la misma cantidad de fósforos, por lo tanto, las filas y las columnas también.



e) Completar la siguiente tabla teniendo en cuenta la cantidad de fósforos que no forman parte del perímetro en cada figura:

Figura	1	2	...	6	7	8	...	13
Fósforos	0	4	...	60	84	112	...	312

f) Hallar la expresión que permita calcular la cantidad de fósforos que no forman parte del perímetro que se necesitan para la figura x.

$x.(x-1)+x.(x-1)$

Figura 15: Producción de una estudiante

Tal como mencionamos en el inicio de la actividad 4, en 5to B, cambiamos el enunciado f) por las dificultades que surgieron en el otro curso. Además, utilizamos la palabra hilera, ya que generaron confusiones los términos filas y columnas.

Brindamos una ayuda similar a la que plantamos al otro grupo, pero adaptada a este apartado. Les sugerimos que se fijaran en el número de figuras, en la cantidad de hileras verticales y cuántos fósforos tenía cada hilera, para poder encontrar la expresión solicitada.

A continuación, compartimos un diálogo que sucedió mientras las/os estudiantes trabajaban:

Una estudiante me muestra la expresión que encontró a·a+b=fósforos y me explica:

Estudiante: yo encontré esta expresión figura por figura (a esto lo llamó a·a) + figura (y a esto b). Por ejemplo, en la figura 4 tenemos, 4·4 que es 16 + 4, y me da 20

Docente Practicante: ¡¡Bien!! Fijate, estás multiplicando y sumando siempre la misma cantidad, ¿no te parece mejor ponerles la misma letra?

Estudiante: Emmmm, ¿podría ponerle x? como en estas (señalando las expresiones anteriores)

Docente Practicante: Me parece bien…

La estudiante borra y escribe x·x+x=fósforos.

En la puesta en común salieron dos formas distintas, pero muchos chicos no pudieron encontrarla, se los notaba un poco perdidos. Para corroborar las fórmulas lo hicimos poniendo el número de figura en x y viendo si nos daba la cantidad de fósforos que decía la tabla, luego de ver que ambas servían, aplicamos distributiva para mostrar que eran lo misma.

En la siguiente imagen, tomada del pizarrón de la clase, podemos observar lo antes mencionado:

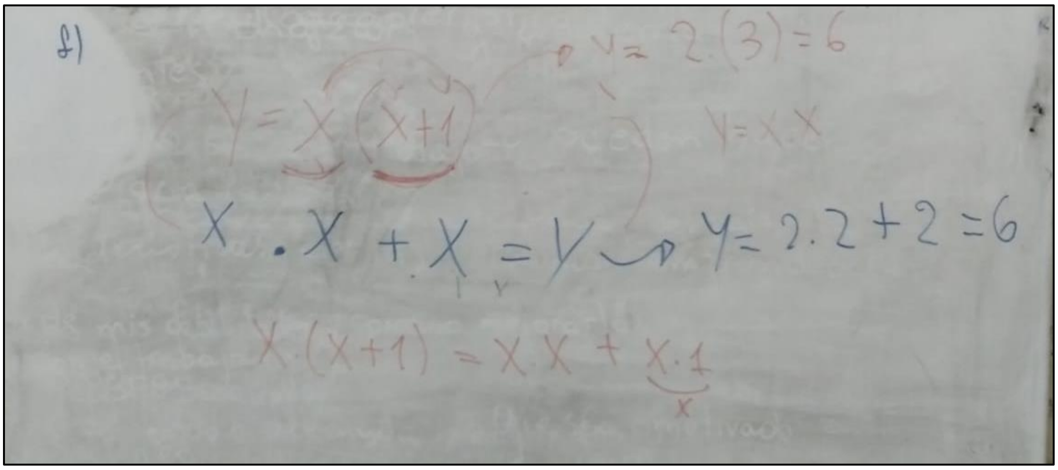


Figura 16: Foto del pizarrón de la puesta en común en 5to B

El último ítem no tuvo dificultad en cuanto al marcado de puntos, si costó hacer entender porque no se podían unir los puntos. La conclusión de este apartado fue similar a la actividad 3.

En 5to B luego de esto decidimos hacer una puesta en común de la actividades 3 y 4 para poner en evidencia el sentido de la mismas, resaltando aquellas cuestiones que ponemos en comparación al hacer estas actividades, para esto utilizamos afiches con los gráficos a escala para que se pueda realmente distinguir las diferencias que buscamos resaltar.

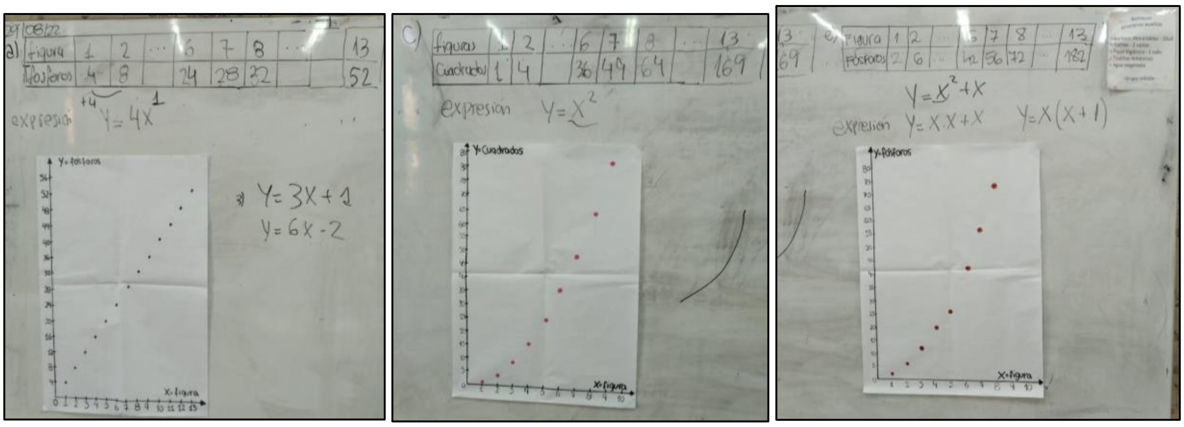


Figura 17: Fotos del pizarrón de la puesta en común 5to B

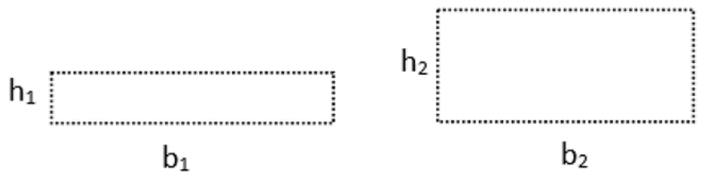
2.3.3. Actividades de búsqueda de expresiones continuas en contextos geométricos

Continuamos con las actividades 5 y 6, que también planteaban encontrar expresiones lineales y cuadráticas. Pero a diferencia de las anteriores las expresiones eran continuas, ya que reflejaban las variaciones del perímetro, del área y del volumen.

De la actividad que mostramos a continuación, decidimos grabar las discusiones que surgieron mientras, un grupo de estudiantes de cada curso, realizaban sus producciones. Ya que como plantea November (2019) “en las clases en que se produce matemática, los alumnos tienen oportunidad de resolver problemas, discutir modos de resolver, elaborar conjeturas, justificar procedimientos y afirmaciones, entre otras” (November; et al, 2019, p. 25).

ACTIVIDAD 5

Juan tiene 24 metros de alambre para cercar un cantero rectangular.

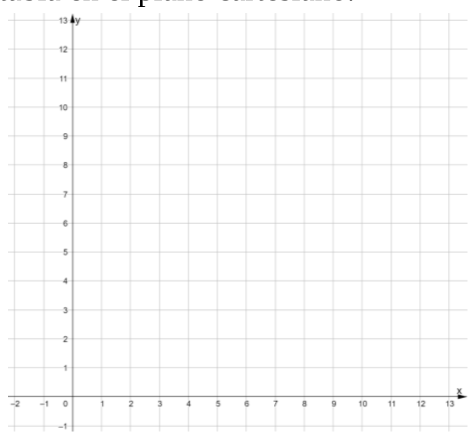


a) Completar la siguiente tabla donde se puedan ver para valores distintos de la base cómo varía la altura.

Base						
Altura						

b) Hallar la expresión que relaciona la base **b** con la altura **h**.

c) Marcar los puntos de la tabla en el plano cartesiano.



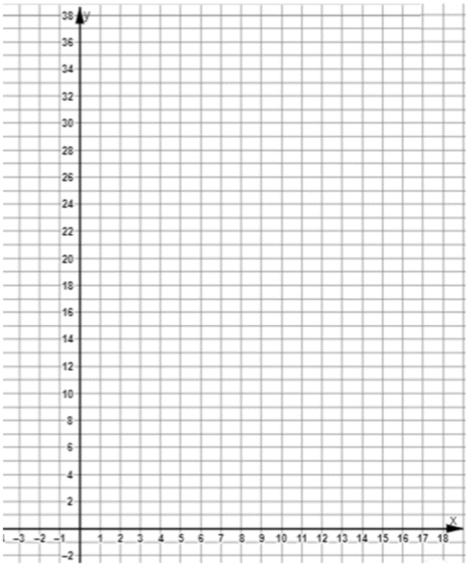
d) Completar la siguiente tabla donde se puedan ver para valores distintos de la base cómo varía el área.

Base						
Área						

e) ¿Qué medidas debe tener el cantero para que tenga la máxima área posible?

f) Hallar la expresión que relacione la base con el área del cantero.

g) Marcar los puntos de la tabla en el plano cartesiano.



h) ¿Tiene sentido unir los puntos?

En los diálogos siguientes podemos ver algunas de las discusiones que se generaron. Para completar la tabla del inciso a), resaltamos la siguiente conversación:

Estudiante 1: Básicamente nuestras hipótesis es que las características de un rectángulo es que b (base) es igual a la base superior y h que vendría a ser la altura es igual a su contraparte y para que sea rectángulo la base tiene que ser de mayor número que la altura es decir por ejemplo la base puede tener un valor de 7 y la altura puede tener un valor de 5 entonces nosotros vamos a ir variando es decir quitándole número a lo que sería la altura para otorgárselo a la base…Entonces el primero sería base 7 y altura 5 y la última sería base 11 y altura 1, pero no sé si podemos tener una altura tan pequeña…

(...)

Estudiante 1: Lo que estamos haciendo es sacando a la altura para agregarle a la base, porque no podemos restarle a la base, porque si le restamos a la base sería un cuadrado.

Estudiante 2: ¿Cómo?

Estudiante 1: Si fuera de 6 y 6, ¿no sería un cuadrado? O bueno puede ser, tipo empezaríamos con 6 y 6 y no con 7 y 5.

Estudiante 2: Se considera un cuadrado, el cuadrado es el que tiene los 4 lados iguales… Si estamos hablando de un rectángulo, el rectángulo tiene los dos lados paralelos y… (Interrumpe)

Estudiante 1: A ver nosotros tenemos 24 cm, para que sea rectángulo yo creo que sería de base 7 y altura 5, pero nos sobra un espacio (haciendo referencia a los lugares para completar en la tabla) porque si acá ponemos 8 y 4; 9 y 3 ; 10 y 2 y acá ponemos 11 y 1 nos falta un cuadro. Ahh si, entonces podría ser 6 y 6.

Estudiante 2: Bueno le pongo coma

Estudiante 1: Nooo, no le vas a aplicar una coma.

Estudiante 2: ¿Por qué? ¿Quién me lo prohíbe?

Estudiante 1: Profe!! Tenemos una duda, ¿podemos aplicar coma? es decir poner por ejemplo 7,5

Profesor Supervisor: ¿podemos medir 7,5?

Estudiante 1: ¡Sí!

Profesor Supervisor: Y bueno…

Estudiante 2: ¡¡Viste te dije!!

Discusión que surgió en el inciso b):

5to año A

Estudiante 1: Nosotras descubrimos una expresión, pero no sabemos si estará bien… $x \cdot 2 + z \cdot 2 = 24$

Docente Practicante: Bien, ¿quién es x?

Estudiante 1: x sería la base y z la altura

Docente Practicante: Si x es la base…

Estudiante 2: Ponemos la b

Docente Practicante: … ¿Por qué no ponemos la b?

Estudiante 2: ¡¡Les dije!!

Docente Practicante: Así sabemos quién es.

Estudiante 1: Entonces, pongamos b y h. Nosotras intentamos, por ejemplo, si b es 10. Nosotras pusimos igual a 24, porque sería todo, para cercar todo.

Docente Practicante: Bien, el perímetro es 24. Cuéntenme qué hicieron.

Estudiante 3: Primero dividimos 24 a la mitad

Estudiante 1: Que es 12…

Estudiante 2: Y supusimos que este iba a ser 2 y este 10, y ahí fuimos viendo…

Docente Practicante: Bien, esta expresión que tienen acá, se utiliza para calcular el perímetro, que es 24…

Estudiante 3: Claro, el 12 me da siempre que sumo la base y la altura

Estudiante 1: Si 12, porque base + altura es 12

Docente Practicante: Bien, piensen cómo reescribir esta expresión usando esto que me dicen (b + h es 12)

Estudiante 2: Aaah! Entonces la fórmula sería b+h=12

5to año B

Estudiante 1: Hallar la expresión que relacione la base y la altura, bueno sería (b+1), (h-1), con diferencia de 2, pero no se representar esto porque no se representaría b+1, h-1 ¿o sí? yo creo que sí pero no se…

(...)

Docente Practicante: ¿A ver qué hicieron?

Las/os estudiantes le cuentan que explicaron cómo lo resolvieron pero que no hallaron una expresión.

Docente Practicante: Claro en este hay que encontrar una expresión que relacione la base con la altura, fijense cuál es la relación que los une. (Las/os estudiantes quedan pensando)

(...)

Docente Practicante: Bien, volvemos... acá no se cumple eso que me dijeron ustedes porque del 8 al 4 hay 4 no hay 2, pero hay otra relación que es más visible que me la están diciendo, qué pasa con esta base más esta altura, ¿cuánto da?

Estudiante 1: 12

Docente Practicante: ¿Está más esta?

Estudiantes: 12

Docente Practicante: Entonces ¿cuál es la relación que hay entre estas dos?

Estudiante 1: Que siempre suma 12

Docente Practicante: Claro, entonces, ¿cómo escribo eso matemáticamente?

Estudiante 1: b+h=perímetro

Estudiante 2: ¡¡¡Igual a 12!!!

Estudiante 1: ¡No a perímetro!

Estudiante 2: Acaba de decir que sí la profe…

Docente Practicante: ¿cuánto da esto?

Estudiante 1: 12

Docente Practicante: ¿Y el perímetro?

Estudiante 1: 24

Docente Practicante: Entonces…

Estudiante 2: Era la respuesta que yo te dije, ¡¡¡visteee!!!

Estudiante 1: ¿Cuál dijiste?

Estudiante 2: b+h =12

Durante la puesta en común de este apartado, concluimos que la expresión que relacionaba la base y la altura era $b+h=12$ y la podíamos despejar $h=12-b$. Además, determinamos que los valores que tomaba b, eran todos los números que cumplían la condición $0<b<12$.

Para responder al inciso e) mostramos las siguientes conversaciones:

5to año A

Estudiante 1: ¿Qué medidas debe tener el cantero para que tenga la mayor área posible?

Estudiante 2: 10·2=20, 9·3=27, 7·5= 35, 6·6=36, 5·7=35, 4·8=32…

(Las estudiantes repiten las distintas áreas posibles: 20, 27, 35, 36, 35…)

Estudiante 1: Ahora, ¿qué medidas debe tener el cantero? O sea se va a cubrir la mayor área posible

Estudiante 3: 6 y 6, si vos seguís lo que pusiste acá, el área de esto, te da 36. El área de los otros da 35, 27, y la mayor es la de 6. Entonces, para que tenga mayor área posible tiene que tener 6 de base y 6 de altura.

Estudiante 1: Aaaaah!!!

Estudiante 2: ¿Cómo te diste cuenta de eso?

Estudiante 3: Porque hice la tabla… 10·2 tanto, 9·3 es 27… y vi que el más grande era 36 y me fije que era 6·6, entonces para que tenga mayor área tiene que ser un cuadrado

Estudiante 2: ¿Cómo lo pusiste?

Estudiante 3: Para que tenga la mayor área posible la base debe tener 6 y la altura 6 también.

5to año B

Leen el inciso e)

Estudiante 1: Yo creo que sería 7 de base y altura 5

Estudiante 2: Siiii

Estudiante 3: ¿Lo ponemos así?

Estudiante 1: Si, para que tenga la mayor área posible sería base 7 y altura 5.

Tal como observamos en estos diálogos, a la hora de responder qué medidas debía tener el cantero para obtener el área máxima tuvimos estas dos respuestas durante la corrección. Parte de los grupos, no reconocían que el cuadrado es un rectángulo. Describimos brevemente las características de ambos para demostrar que el cuadrado es un rectángulo y concluimos que la medida que debía tener el cantero para obtener la mayor área era el cuadrado de lado 6. Notamos asombro en las/os estudiantes.

A continuación, presentamos dos conversaciones que surgieron en torno al inciso f):

5to año A

Estudiante 1: Y la expresión, ¿es la que pensamos?

Estudiante 2: Claro, b·h

Estudiante 3: Es base por altura igual a área, pero no sé si hay que hacerlo con números, como esto de antes que era b+h=12

Estudiante 4: Creo que no, porque tenes que multiplicar, estos dos y ahí te va a dar el área.

5to año B

Estudiante 1: (lee) Hallar la expresión que relacione la base con el área del cantero. Pensamos que la base es equivalente al área dividido la altura (escribieron $b = \frac{A}{h}$).

Si bien ambas expresiones son correctas, el objetivo de esta actividad era que las/os estudiantes utilizaran la expresión encontrada anteriormente y la reemplazaran en la fórmula del área. Durante la puesta en común, les sugerimos a las/os estudiantes que podíamos usar la expresión del inciso b), h=12-b, para hallar la expresión que relacionaba la base con el área. Escribimos en el pizarrón A=b·(12-b).

Para responder al inciso g) las/os estudiantes le consultaron a una Docente Practicante:

Estudiante 1: Profe!! Nos falta la g)... nunca entendemos cómo hacer la g)...

Docente Practicante: Bueno miren antes no podíamos unir los puntos porque no podíamos tomar una figura con 1,5 porque solo teníamos figuras enteras ¿no?

Estudiantes: Siii

Docente Practicante: Bien, ahora en este caso tenemos un alambre, el alambre lo podemos doblar como nosotros queramos, ¿yo puedo doblar el alambre en 0,5?

Estudiante 1: ¡Sí!

Docente Practicante: lo puedo doblar en 3,2?

Estudiante 2: Si

Docente Practicante: Bueno eso es lo que le da sentido a unir o no los puntos, antes no podíamos hacerlo.

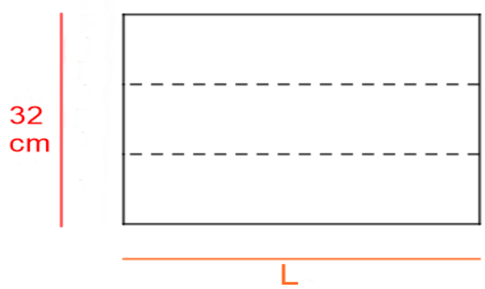
Estudiante 1: ves y vos estabas por poner que no se podía!

Durante la puesta en común, concluimos que podíamos unir los puntos, dado a que tanto la base como la altura podían ser números decimales, por lo tanto, el área también.

La actividad 6 es una de las dos que decidimos llevarnos para corregir, con el fin de ver cómo estaban trabajando y comprendiendo los contenidos desarrollados hasta el momento. Además de poder hacer correcciones que ayuden a mejorar sus producciones. Basándonos en lo dicho por November (2019) “No es posible enseñar sin contar con información sobre cómo se va transformando el estado de saber de los niños y, a su vez [...] tiene sentido para los alumnos y contribuye a la regulación de los propios procesos de aprendizaje” (November; et al, 2019, p. 22).

Al momento que entregamos las fotocopias les remarcamos la importancia de resolver y entregarnos la actividad porque formaba parte de un contenido importante a evaluar.

ACTIVIDAD 6

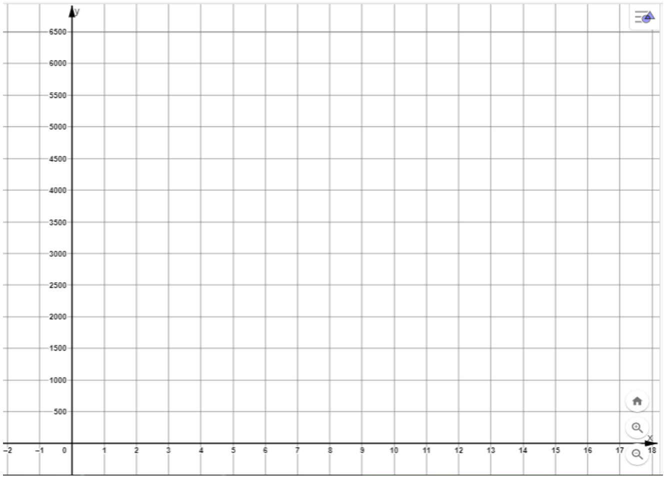


Juan necesita construir, con una plancha de metal, una canaleta para el techo de su casa que desagote el agua de lluvia. Debe doblar hacia arriba los dos bordes laterales, de manera que queden perpendiculares y del mismo alto.

a) Completar la siguiente tabla suponiendo que L mide 50 cm.
Ayuda: fórmula para calcular el volumen: alto * ancho * profundidad.

Cm a doblar									
Ancho									
Volumen									

b) ¿Cuántos centímetros deben doblarse para que la canaleta tenga capacidad máxima?
c) Encontrar una expresión para el volumen que relacione los centímetros que deben doblarse y el ancho de la canaleta.
d) Graficar la expresión encontrada en el inciso anterior.



e) Explicar por qué se pueden unir los puntos.

Antes de que las/os estudiantes se pusieran a trabajar, comenzamos dando una idea visual de la forma de la canaleta utilizando una hoja A4. Además, leímos la fórmula del volumen y explicamos que el alto eran los centímetros que se debían doblar, el ancho los centímetros que quedaban después de doblar ambos lados y la profundidad iba a ser siempre 50 cm. Les propusimos llamar x al alto de la canaleta, es decir, x=alto=cm a doblar,

Decidimos dibujar un ejemplo en el pizarrón, para facilitar la comprensión:

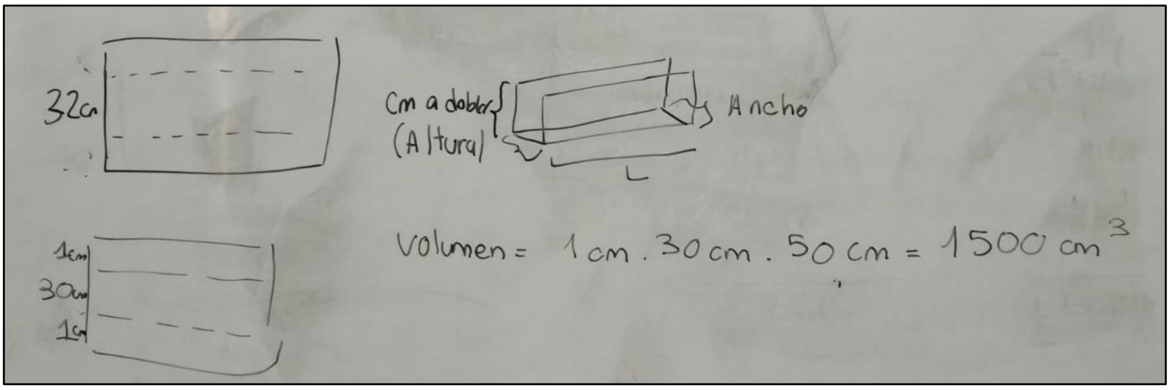


Figura 18: Foto del pizarrón de una ayuda brindada en 5to B

Es importante aclarar que, en actividades anteriores, las/os estudiantes completaron las tablas con números consecutivos y enteros. Por esto pensamos, en un primer momento, proponer una tabla con 15 columnas, para que al momento de graficar, pudiéramos observar la parábola completa. Pero a último momento, reducimos a 9 columnas y los gráficos quedaron incompletos.

La mayoría de las/os estudiantes completaron la tabla asignando valores, a los centímetros a doblar, que iban de 1 al 9. Pudieron identificar, a partir de la tabla, que la capacidad máxima se alcanzaba doblando 8 cm.

Notamos que dimos un salto grande en el inciso c). Pedimos la expresión del volumen sin solicitar previamente la expresión lineal del ancho de la canaleta. Esto generó ciertos inconvenientes en las producciones de las/os estudiantes. Por esto, les aconsejamos que primero buscaran una expresión para el ancho y que utilizaran la actividad anterior. A continuación, presentamos la ayuda de una de las Docentes Practicantes:

"Dibuja en el pizarrón lo siguiente:

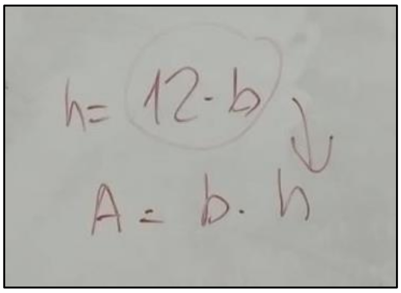
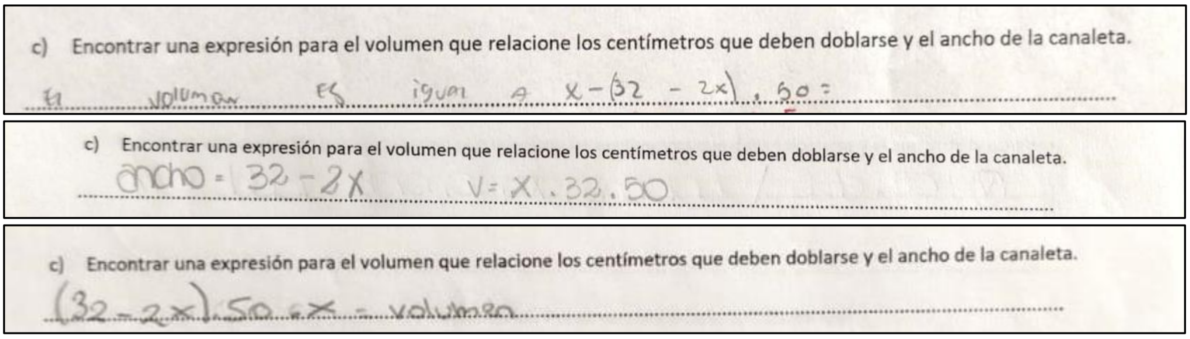


Figura 19: Foto del pizarrón de una ayuda brindada en 5to B

Docente Practicante: se acuerdan que en la actividad 5, primero encontramos la altura, h=12-b, y el área, A=b·h. Después reemplazamos h en la fórmula del área. Algo similar es lo que tienen que hacer, pero usando la fórmula del volumen y teniendo en cuenta que la profundidad siempre va a ser 50 cm3 y que a los cm a doblar los llamamos x". (Registro de observación, 05/09)

Después de brindarles esta ayuda, muchas/os estudiantes encontraron la expresión, ancho=32-2x, pero a la hora de reemplazarla en la fórmula del volumen, la mayoría no lo hizo.

Algunas de las producciones fueron las siguientes:


c) Encontrar una expresión para el volumen que relacione los centímetros que deben doblarse y el ancho de la canaleta.

El volumen es igual a x-(32 - 2x) . 50 =

c) Encontrar una expresión para el volumen que relacione los centímetros que deben doblarse y el ancho de la canaleta.

ancho = 32 - 2x V= x . 32 . 50

c) Encontrar una expresión para el volumen que relacione los centímetros que deben doblarse y el ancho de la canaleta.

(32 - 2x) . 50 . x = volumen

Figura 20: Producciones de estudiantes ítem c

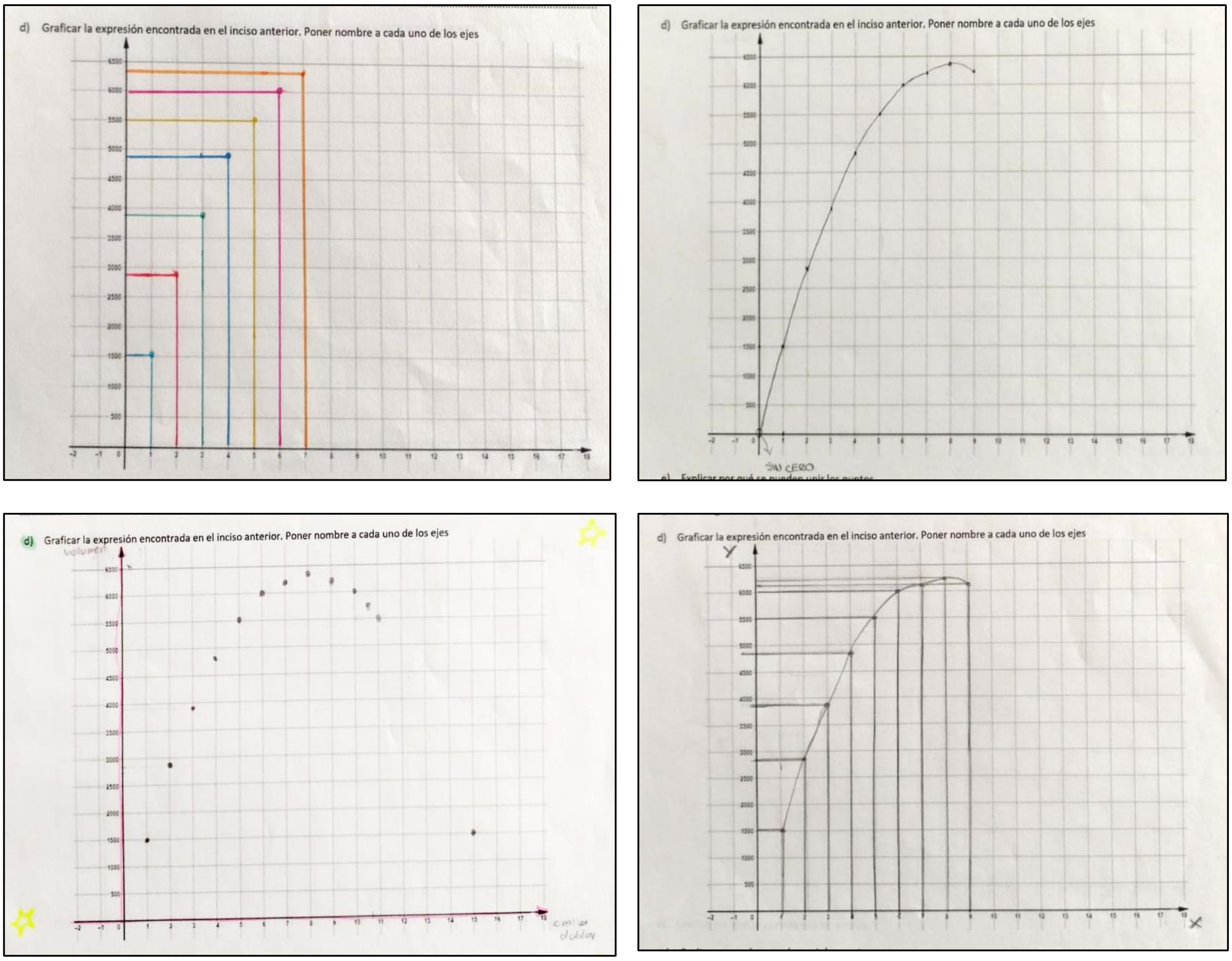
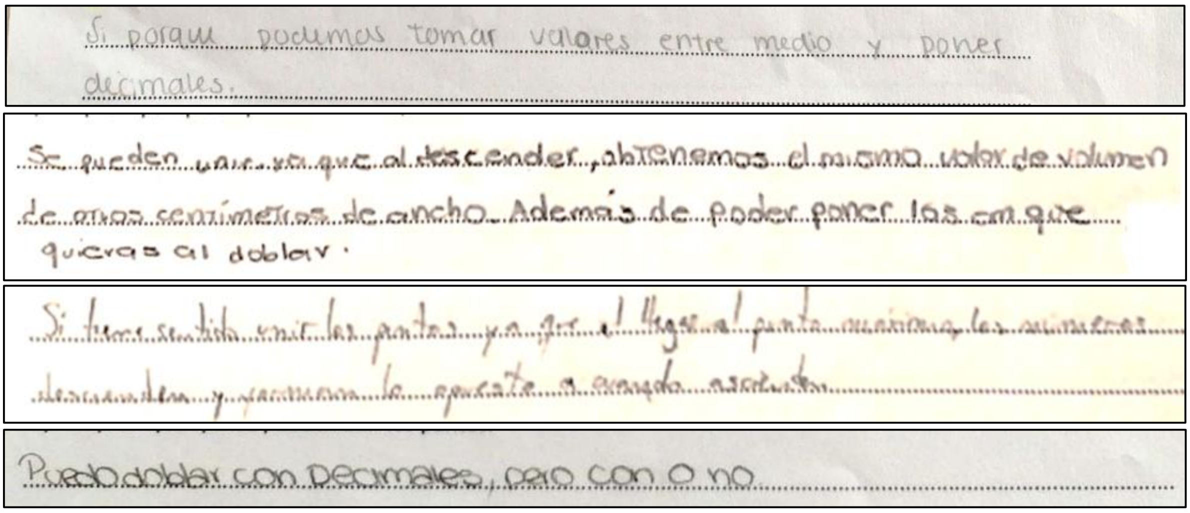


Figura 21: Gráficos realizados por estudiantes. Ítem d


Si porque podemos tomar valores entre medio y poner decimales.

Se pueden unir ya que al descender, obtenemos el mismo valor de volumen de otros centímetros de ancho. Además de poder poner los cm que quieras al doblar.

Si tiene sentido unir los puntos ya que al llegar al punto máximo los números descienden y forman lo opuesto a cuando ascienden

Puedo doblar con decimales, pero con 0 no

Figura 22: Respuestas de estudiantes explicando porque se pueden unir los puntos del gráfico

Después de la actividad 6, hicimos una puesta en común de todas las actividades trabajadas hasta el momento para resaltar las características de las expresiones encontradas. Utilizamos

GeoGebra para hacer los gráficos de cada una para facilitar la visualización. Creemos que hacer esto es importante, ya que "...la matemática del aula debe reflejar este concepto de matemática como una actividad de búsqueda de sentido, si es que los estudiantes deben llegar a comprender y usar la matemática de manera significativa" (Schoenfeld, 1992). En las siguientes imágenes podemos observar los gráficos, que proyectamos con el cañón y las producciones realizadas en cada curso:

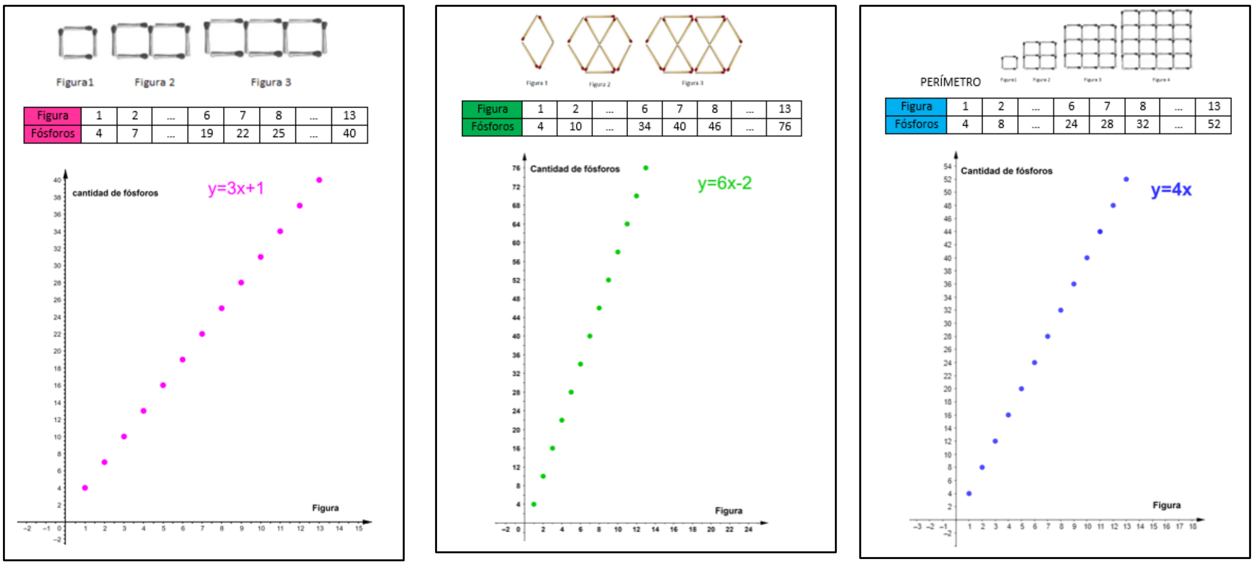


Figura 23: Imágenes proyectadas durante la puesta en común

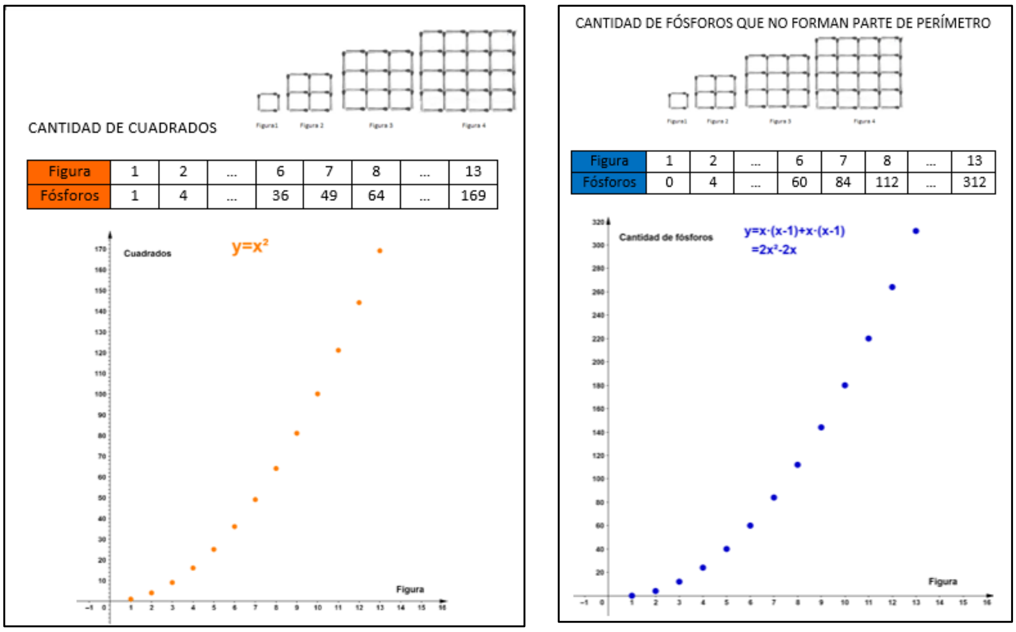


Figura 24: Imágenes proyectadas durante la puesta en común

Altura en función de la base del cantero

Base	Altura
1	11
2	10
3	9
4	8
5	7
6	6
7	5
8	4
9	3
10	2
11	1

Área del cantero en función de la base

Base	Área
1	11
2	20
3	27
4	32
5	35
6	36
7	35
8	32
9	27
10	20
11	11

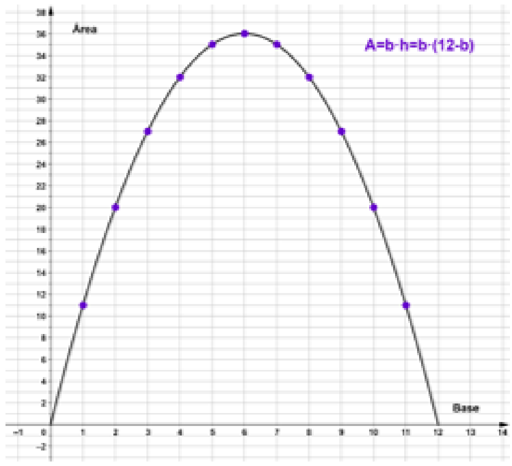
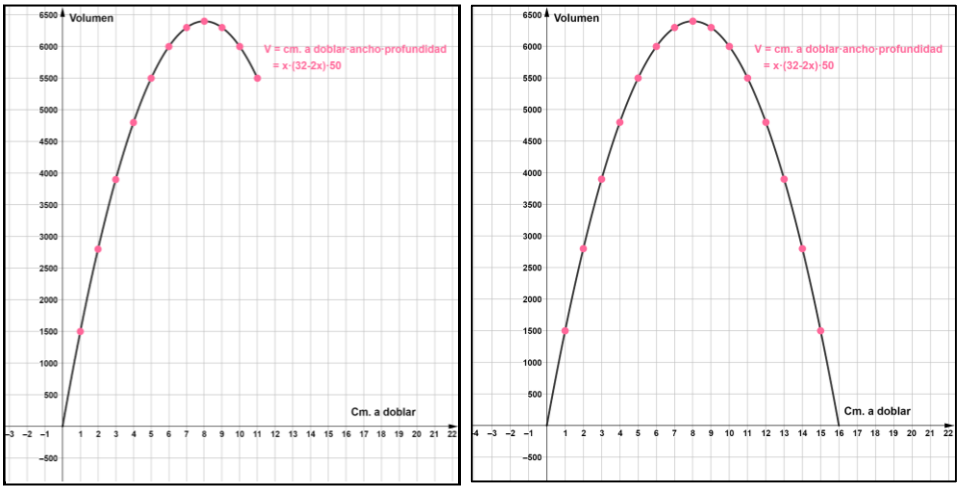


Figura 25: Imágenes proyectadas durante la puesta en común

Volumen de la canaleta



Cm. a doblar	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Volumen	1500	2800	3900	4800	5500	6000	6300	6400	6300	6000	5500	4800	3900	2800	1500

Figura 26: Imágenes proyectadas durante la puesta en común

Actividad	Expresión	Regularidad	Gráfico
3 b)	$y=3x+1$	Siempre se suma un mismo número	• Los puntos están alineados, pero no se pueden unir. • Tanto las figuras como los fósforos deben ser números enteros
3 f)	$y=6x-2$		
4 b)	$y=4x$		
4 d)	$y=x^2$	No hay regularidad	• Los puntos describen una curva, pero no se pueden unir. • Tanto las figuras como los fósforos deben ser números enteros
4 f)	$y=x\cdot(x+1) + x\cdot(x+1)$ $=2x^2-2x$		
5 b)	$h=12-b$	A medida que una variable aumenta, la otra disminuye	• Los puntos están alineados y se pueden unir. • Podemos tomar valores decimales. $0<b<12$
5 e)	$A=b\cdot(12-b)$ $=12b-b^2$	Aumenta hasta llegar a un punto máximo y luego comienza a disminuir. Se repiten los valores	• Los puntos forman una curva y se pueden unir. • Tiene un tramo ascendente y otro descendiente. • Podemos tomar valores decimales.
6 b)	$V=50\cdot x\cdot(32 - 2x)$ $=1600x-100x^2$		

Figura 27: Cuadro de conclusiones en la puesta en común en 5to A

Actividad	Expresión	Regularidad	Gráfico
5b)	$h=12-b$	A medida que la base aumente la altura disminuye	• Los puntos están alineados • Se pueden unir, podemos tomar valores con decimales $0<b<12$
5e)	$A=b\cdot(12-b)$ $=12b-b^2$	Después de llegar a un área máxima comienza a disminuir y se repiten los valores	• Los puntos forman una curva, que asciende hasta un valor máximo y luego descienden • Se pueden unir, podemos tomar valores con decimales $0<b<12$
6b)	$V=50\cdot x\cdot(32-2x)$ $=1600x-100x^2$	Después de llegar a un valor máximo comienza a disminuir y se repiten los valores	• Los puntos forman una curva, que asciende hasta un valor máximo y luego descienden • Se pueden unir, podemos tomar valores con decimales $0<x<16$

Figura 28: Cuadro de conclusiones en la puesta en común en 5to B

Después de esta puesta en común, preguntamos a las/os estudiantes si conocían cuáles eran las funciones en las que la variable x estaba con exponente 1, su gráfico tenía los puntos alineados y su regularidad era constante, supieron responder que eran las funciones lineales. A partir de las características de éstas, resaltamos que las funciones que tenían el x elevado al cuadrado, su gráfico puede representarse mediante una curva que tenía un tramo ascendente (descendente) hasta que llegaba a un punto máximo (mínimo) y luego descendente (ascendente) y no tenían una regularidad, se llaman funciones cuadráticas y su gráfico es una parábola. Luego, les entregamos la definición que armamos de función cuadrática.

> *Una **función cuadrática** es una función cuya expresión puede escribirse de la forma*
>
> $$f(x)=ax^2+bx+c \quad \text{ó} \quad f(x)=a\cdot(x-x_1)\cdot(x-x_2),$$
>
> *donde **a,b,c** se llaman coeficientes y son números reales con $a\neq 0$ y x_1 , x_2 son las raíces.*
>
> *El número a es el término cuadrático; b el término lineal y c el término independiente.*
>
> *El gráfico de una función cuadrática es una **parábola**, que tiene un tramo creciente y otro decreciente.*

Leímos la definición para todo el curso y aclaramos que los coeficientes eran los números que multiplicaban a la variable. Utilizamos la expresión $V=1600x-100x^2$, para identificarlos.

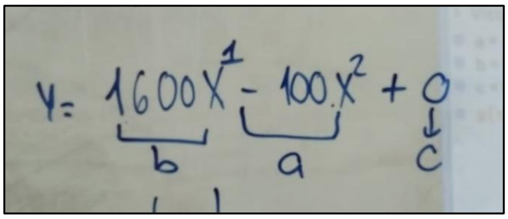


Figura 29: Foto del pizarrón

2.3.4. Actividades exploratorias en GeoGebra

En las actividades 7 y 8 buscamos utilizar recursos tecnológicos para facilitar la comprensión y la importancia que cumplen los coeficientes en el gráfico de la función cuadrática y su fórmula polinómica y factorizada. Nos apoyamos en la idea de que "...los medios transforman y reorganizan los modos de producir matemática y de educar, afectando la selección de contenidos, la gestión de la clase, las producciones de los estudiantes, etc. (Villarreal, 2013, p. 86). Buscamos incentivar a las/os estudiantes proponiendo este tipo de actividades luego de hacer otras que requirieron bastante trabajo algebraico.

ACTIVIDAD 7

1) Abrir el archivo "Actividad 7" de GeoGebra, asignar el valor 0 a los coeficientes b y c, de tal forma que quede la expresión **ax^2:**
   a. Mover el deslizador del coeficiente a, y observar qué sucede con la parábola si:
      - $a>0$
      - $a<0$
      - $a=0$
      - $0<a<1$

- $-1<a<0$
- $a>1$
- $a<-1$

b. La parábola, ¿corta/toca a los ejes x e y? (la parábola toca siempre a ambos ejes en 0 independientemente del valor de a)

2) Luego, mover el deslizador del término independiente ($c\neq 0$), de tal manera que quede la expresión **ax^2+c:**

a. Dejar fijo a y mover el deslizador del coeficiente c, y observar qué sucede con el/los corte/s de la parábola con el eje x, si:
- $c=0$
- $c>0$
- $c<0$

b. ¿Qué pasa si cambiamos el signo de a?

3) Ahora, igualar el coeficiente c a 0, de tal manera que quede la expresión **ax^2+bx:**

a. Dejar fijo a y mover el deslizador del coeficiente b, y observar qué sucede con la parábola si:
- $b>0$
- $b<0$

b. ¿Qué pasa si cambiamos el signo de a?

c. La parábola:
- Corta al eje x
- Interseca al eje y

4) Mover el deslizador c, de tal manera que se observe la expresión de la función cuadrática completa **ax^2+bx+c:**

a. Dejar fijos los coeficientes a y b mover el deslizador del término independiente, y observar qué pasa con la parábola:

Mostramos a continuación la captura de pantalla del archivo de GeoGebra que entregamos a las/os estudiantes para trabajar.

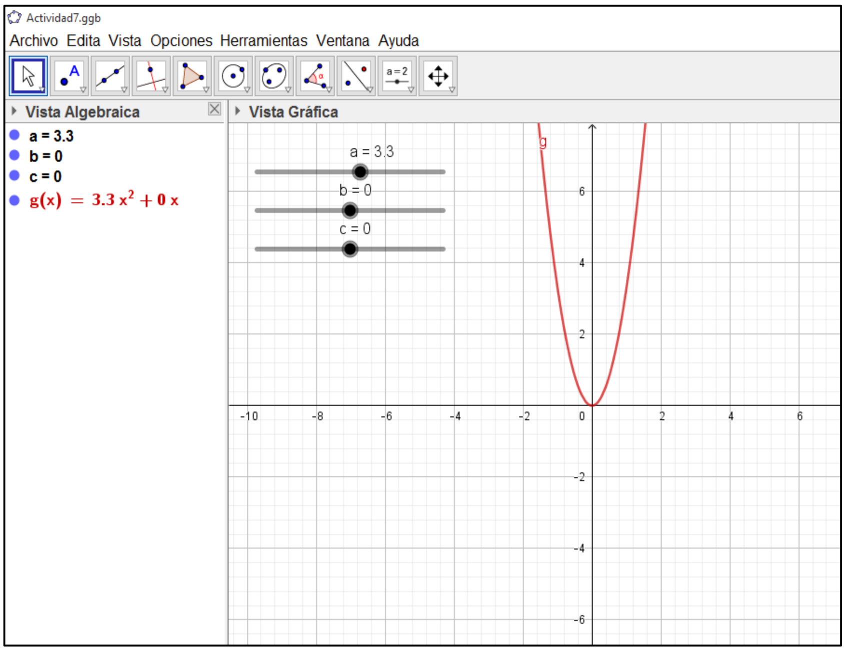


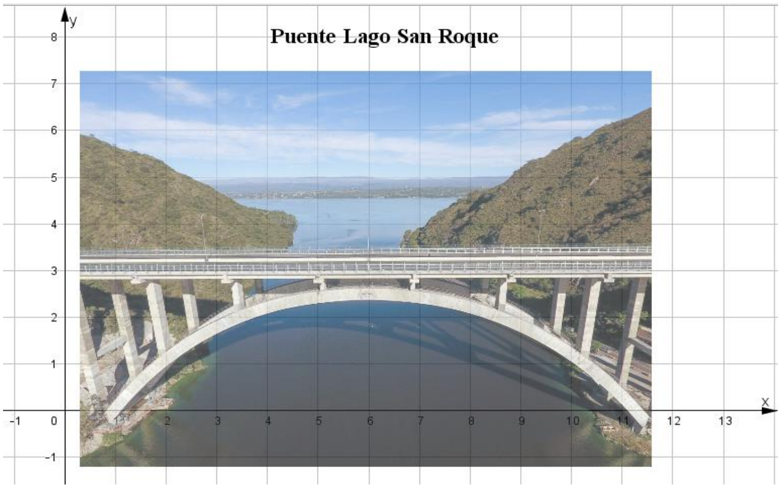
Figura 30: Pantalla de GeoGebra utilizada para la actividad

Lo que sucedió en esta actividad es que las/os estudiantes se veían muy interesadas/os en usar las computadoras pero disponíamos de poco tiempo para hacerlo, por lo cual la experiencia no fue muy buena, podemos ver reflejado esto en nuestros autorregistros.

> "Luego de eso a las 11.40, les pedí que entren a la actividad 7 y leí la primera consigna, les dije como poner los coeficientes y les dimos 20 min para que exploren, los vi entusiasmados, trabajando entretenidos y eso hizo sentir muy bien pero tuvieron poco tiempo para poder explorar y note que no copiaban las conclusiones en la fotocopia.
>
> La mayoría solo había podido explorar en base a lo que se pedía en el ítem a)." (Autorregistro, 09/09)
>
> "Cerca de las 8:30 hs. repartimos las fotocopias de la actividad 7, quedaba poco tiempo, por lo que decidimos hacer la exploración entre todas/os. Leí el primer ítem (deslizar a con b,c=0). Al mismo tiempo que las/os estudiantes manipulaban el archivo de GeoGebra en las netbooks, lo proyecté para toda la clase. Les fui preguntando las distintas posibilidades de a y anoté en el pizarrón lo que ellas/os observaban.
>
> Pasamos al siguiente ítem (deslizar c con a fijo y b=0), moví el deslizador de c y escribí las conclusiones. Ya era la hora, muchas/os estudiantes comenzaron a levantarse para volver a su aula. Algunas/os preguntaron por el último inciso (cambiar el valor de a), por lo que les mostré qué sucedía, particularmente este grupo de estudiantes, mostró interés por la actividad." (Autorregistro, 05/09)

En la actividad 8 las/os estudiantes debían mover los coeficientes y elegir si era mejor trabajar con la forma polinómica o factorizada para poder encontrar una función que describa la forma del puente. Esta actividad estaba planificada para el mismo día que la 7 y por cuestiones de tiempo no se pudo dar, era el único día que llevábamos las netbook para todos, por lo que no pudimos retomarla al día siguiente.

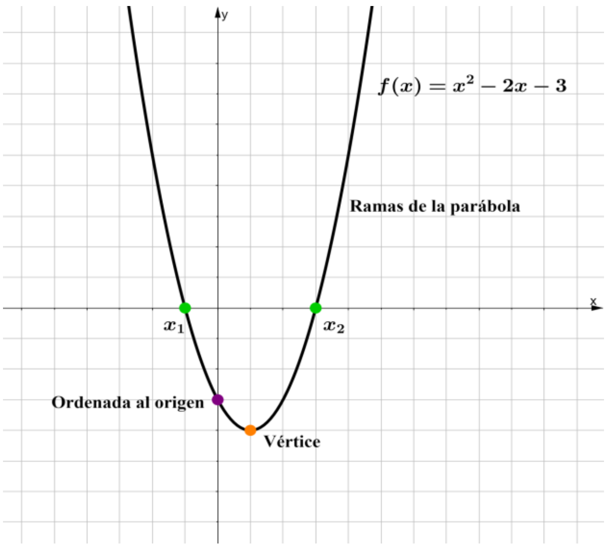
ACTIVIDAD 8 (NO SE LLEVÓ A CABO POR CUESTIONES DE TIEMPO)
Abrir el archivo de GeoGebra *"Actividad 8"*, a partir de la imagen, encontrar la función cuadrática aproximada que describe el arco del puente utilizando las expresiones $f(x)=ax^2+bx+c$ ó $f(x)=a(x-x_1)(x-x_2)$ y la herramienta deslizadores.



Completar con la expresión encontrada:..

Después de la actividad 7 entregamos a las/os estudiantes una fotocopia que llamamos "Elementos para realizar el gráfico de una parábola" en la que pusimos la definición de ordenada al origen, raíces, vértice y como se obtienen. Para mostrar cómo aplicar esto, le pusimos un ejemplo de una función cuadrática con su gráfica, identificamos estos elementos en la parábola y lo calculamos en el pizarrón, además la copia entregada tenía el lugar suficiente para que las/os estudiantes completaran lo que se desarrollaba en el pizarrón.

Para realizar el gráfico de una parábola $f(x) = ax^2+ bx + c$ se pueden calcular sus elementos, para luego dibujarla:



Ordenada al origen: es el punto de intersección de la parábola con el eje y, vale f(0)=c, con c término independiente de la expresión $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Raíces: son los puntos de intersección de la parábola con el eje x, vale f(x)=0 ó y=0.

Se obtienen a partir de la fórmula de Bhaskara: $x_1 ; x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$

Vértice: es el máximo o el mínimo de la parábola. Además, es el punto de intersección de la parábola y su eje de simetría.

- Las coordenadas del vértice: $x_v = -\frac{b}{2 \cdot a}$ ó $x_v = \frac{x_1 + x_2}{2}$; $y_v = f(x_v)$

$V = (x_v, f(x_v)) = (x_v, y_v)$

2.3.5. Actividades de aplicación de función cuadrática en contextos extramatemáticos

Las actividades 9, 10 y 11 fueron actividades de aplicación de los elementos trabajados anteriormente en escenarios de semirrealidad, a partir de esto buscamos dar sentido a los elementos explicados poniendo un contexto en el que las/os estudiantes debían identificar cuál elemento daba respuesta a las preguntas planteadas.

ACTIVIDAD 9

Sara pateó una pelota desde la terraza de un edificio. El movimiento de la pelota puede describirse mediante la función cuadrática $f(x)=-2x^2+4x+6$, donde *y* representa la altura que alcanza la pelota en cada instante *x*, medido en segundos, posterior al lanzamiento.

a) ¿Cuáles son las variables relacionadas en este problema?

b) ¿A partir de qué valores de *x* tiene sentido?

c) ¿Cuál es la altura máxima que alcanza la pelota? ¿En qué momento lo hace?

d) ¿Desde qué altura del edificio se lanzó la pelota?

e) ¿Después de cuánto tiempo cae la pelota al suelo?

Para realizar la actividad 9, decidimos pasar por los diferentes grupos, junto con el Profesor Supervisor, para ayudar a las/os estudiantes a despejar y aclarar sus dudas, ya que era la primera vez que se enfrentaban a este tipo de problemas. Además, decidimos hacer una puesta en común detenida y detallada.

Antes de comenzar a resolver, dibujamos en el pizarrón un esquema de la situación, para lograr una mejor comprensión. El grupo pudo reconocer las variables involucradas: el tiempo, medido en segundos, como la variable independiente, y la altura que alcanza la pelota, medida en metros, como la dependiente.

A continuación, podemos ver las diferentes respuestas, brindadas por estudiantes, para el inciso b):

- "Tienen sentido los x a partir del 0".
- "No hay segundos antes del 0, ya que el tiempo no va para atrás".
- "Lanzó la pelota hacia adelante y no hacia atrás por esto vale que x>0".

Para responder el apartado c), una parte del curso reconoció que debían calcular la ordenada al origen y respondieron la pregunta calculando f(0). Otra, identificó en el gráfico el punto de corte con el eje y, y el resto, el término independiente de la función original como la altura desde donde se lanzó la pelota.

Notamos que las/os estudiantes, tuvieron dificultades en reconocer los coeficientes de la función. Por ejemplo, una planteó lo siguiente:

$$F(x) = \underbrace{-2x^2}_{a} + \underbrace{4x}_{b} + \underbrace{6}_{c}$$

Figura 31: Producción de una estudiante

Fue necesario recordarles que los coeficientes eran los números que multiplicaban a la variable x.

Para indicar la altura máxima y el momento en que la pelota la alcanza, inciso d), se debían calcular las coordenadas del vértice, notamos que costó identificarlo. Les propusimos que dibujaran la situación, si aún no lo habían hecho, y que marcaran cuál les parecía el punto más alto de la parábola. La mayoría pudo señalar y reconocer que era el vértice de la parábola. Les recomendamos que se fijaran en la fotocopia de la clase anterior cómo se calculaba. Otra dificultad que se presentó, fue que parte del curso, no sabía cómo obtener la coordenada y del vértice. Explicamos nuevamente que debían reemplazar en la función $f(x)=x^2-5x+4$, el valor obtenido del x del vértice en todos los lugares donde aparecía la x.

Para determinar en qué momento la pelota caía al suelo, las/os estudiantes debían utilizar la fórmula de Bhaskara. Notamos que tuvieron algunas dificultades para seguir detenidamente cada uno de los pasos que requiere trabajar con esta fórmula, pero finalmente encontraron las 2 raíces. Una de ellas era negativa, la mayoría la descartó indicando que en el inciso b), ya habían determinado que el problema tenía sentido para valores de x>0.

La siguiente actividad sólo la pudimos desarrollar en 5to año A y fue la segunda actividad que las/os estudiantes entregaron para su corrección. Esta instancia fue necesaria, teniendo en cuenta que en la actividad 9 las/os estudiantes tuvieron ciertos inconvenientes para resolverla. Hicimos devoluciones en cada producción reforzando que “el señalamiento del error cobra un sentido particular porque no funciona como punto de llegada inamovible, sino que constituye una nueva situación didáctica para revisar y volver a resolver” (November; et al, 2019, p. 25).

ACTIVIDAD 10

Una nadadora se tira desde un trampolín a una pileta y su trayectoria se describe mediante la parábola $f(x)=x^2-5x+4$, donde x representa la distancia al borde de la pileta e y la altura a la que se encuentra respecto del nivel del agua.

a) ¿Cuáles son las variables relacionadas en este problema? ¿A partir de qué valores tiene sentido la variable x?
b) ¿Desde qué altura se tira?
c) ¿A qué distancia del borde ingresa al agua? ¿A cuántos metros se encuentra del borde cuando sale a la superficie?
d) ¿Cuál es la profundidad máxima que alcanza y a cuántos metros del borde de la pileta se encuentra?

Al momento de realizar la actividad, pasamos por los distintos grupos para reforzar lo trabajado en la actividad anterior y para asegurarnos de que las/os estudiantes comprendían la situación del problema e identificaban qué elementos de la función cuadrática debían tener en cuenta para responder cada ítem.

Mostramos algunas de las producciones realizadas por las/os estudiantes. En la siguiente imagen, observamos los esquemas que dibujaron para poder entender el problema. Es importante destacar que fue el primer “gráfico” que realizaron solas/os.

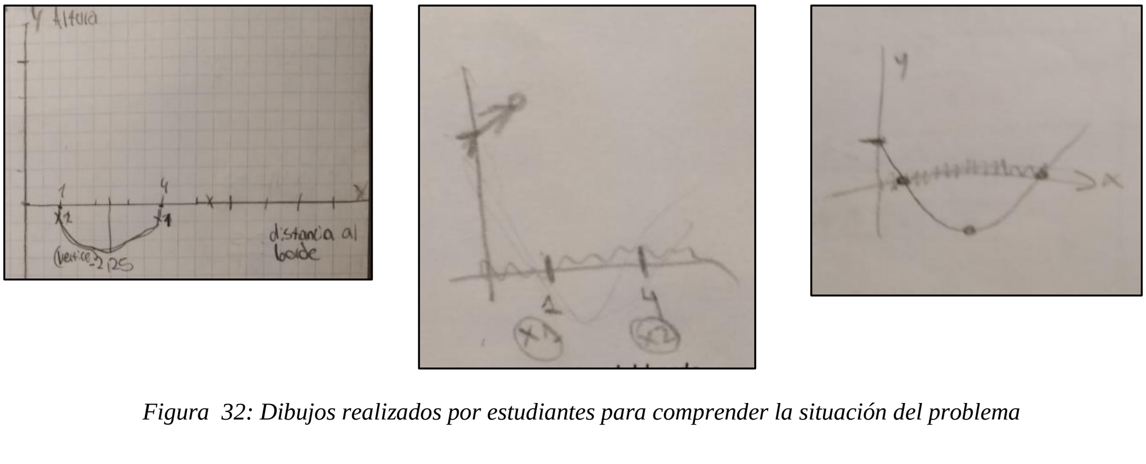
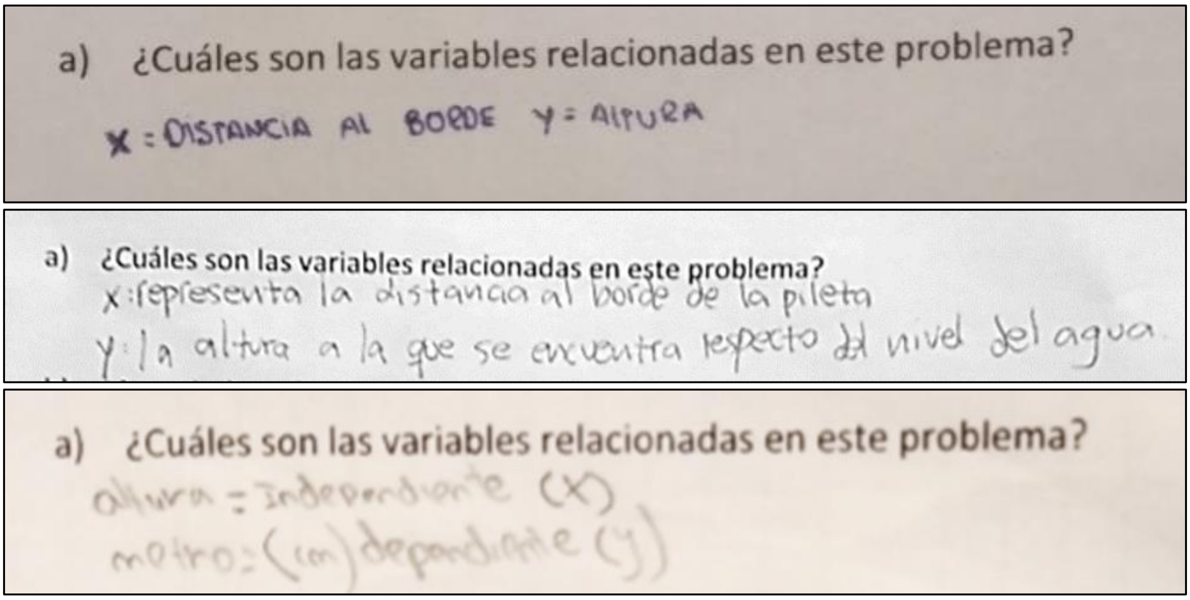


Figura 32: Dibujos realizados por estudiantes para comprender la situación del problema



a) ¿Cuáles son las variables relacionadas en este problema?

X = DISTANCIA AL BORDE Y = ALTURA

a) ¿Cuáles son las variables relacionadas en este problema?

x: representa la distancia al borde de la pileta

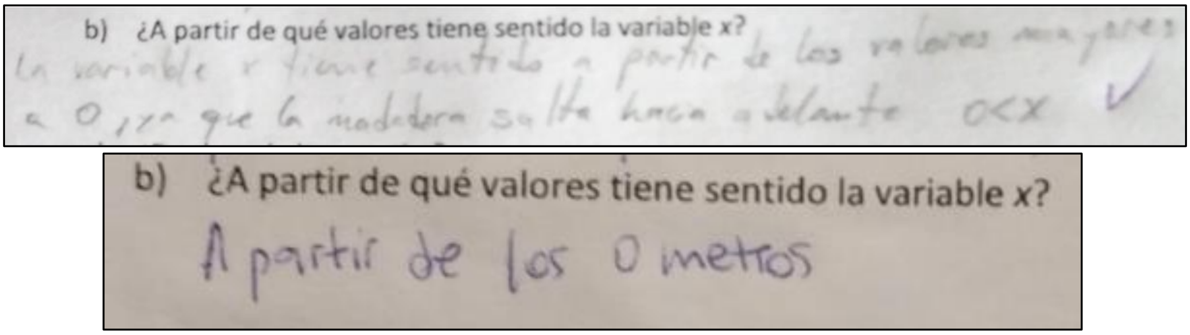
y: la altura a la que se encuentra respecto del nivel del agua

a) ¿Cuáles son las variables relacionadas en este problema?

altura = independiente (x)

metro = (in)dependiente (y)

Figura 33: Producciones de estudiantes. Inciso a)



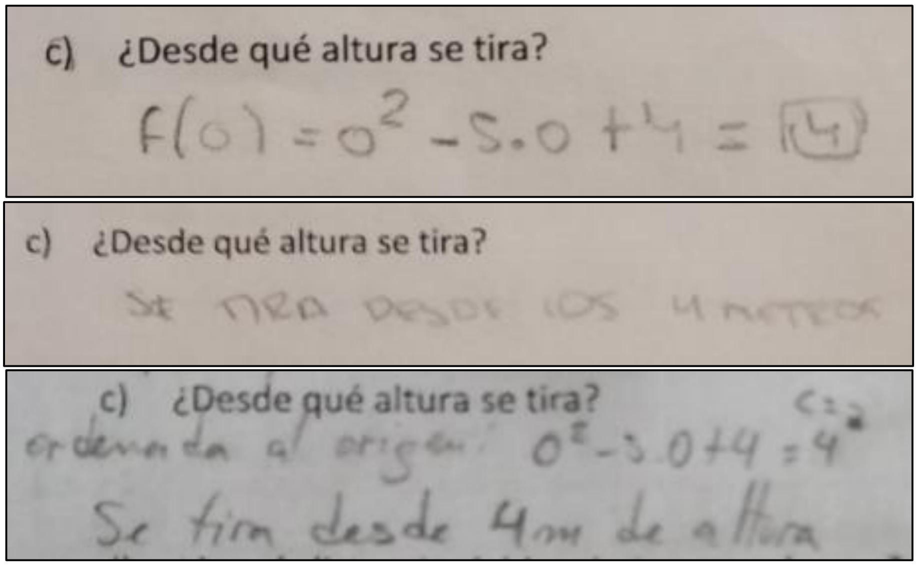
b) ¿A partir de qué valores tiene sentido la variable x?

La variable x tiene sentido a partir de los valores mayores a 0, ya que la nadadora salta hacia adelante $0<x$

b) ¿A partir de qué valores tiene sentido la variable x?

A partir de los 0 metros

Figura 34: Producción de estudiantes. Inciso b)



c) ¿Desde qué altura se tira?

$f(0) = 0^2 - 5 \cdot 0 + 4 = \boxed{4}$

c) ¿Desde qué altura se tira?

SE TIRA DESDE LOS 4 METROS

c) ¿Desde qué altura se tira?

ordenada al origen: $0^2 - 5 \cdot 0 + 4 = 4$

Se tira desde 4m de altura

Figura 35: Producciones de estudiantes para identificar la ordenada al origen

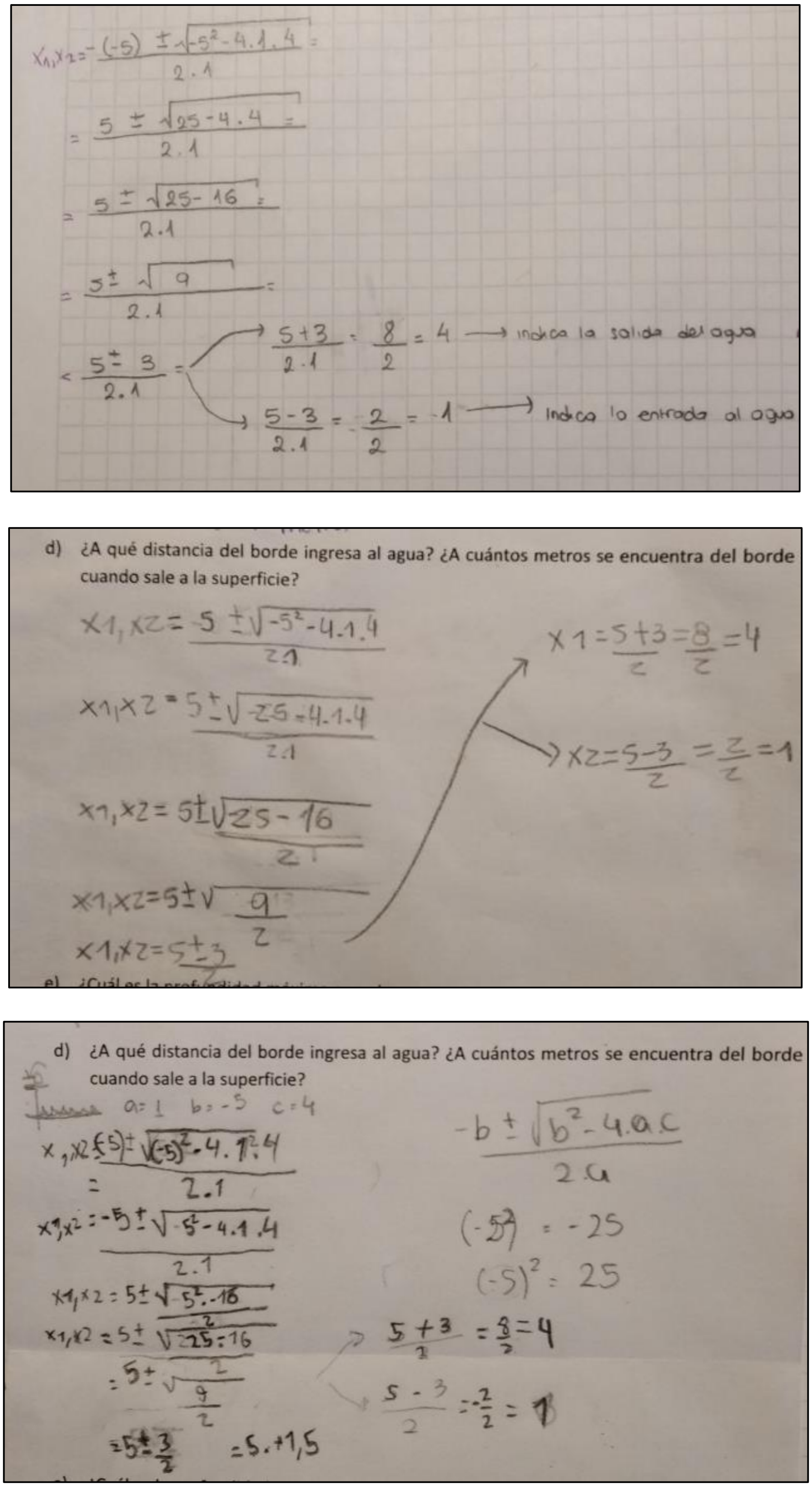
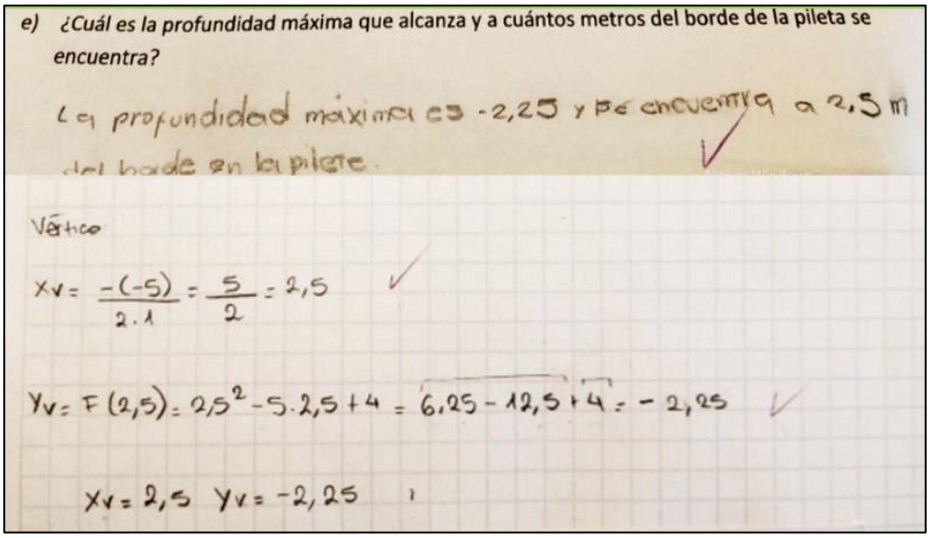


Figura 36: Resoluciones de dos estudiantes para encontrar las raíces de la función



e) ¿Cuál es la profundidad máxima que alcanza y a cuántos metros del borde de la pileta se encuentra?

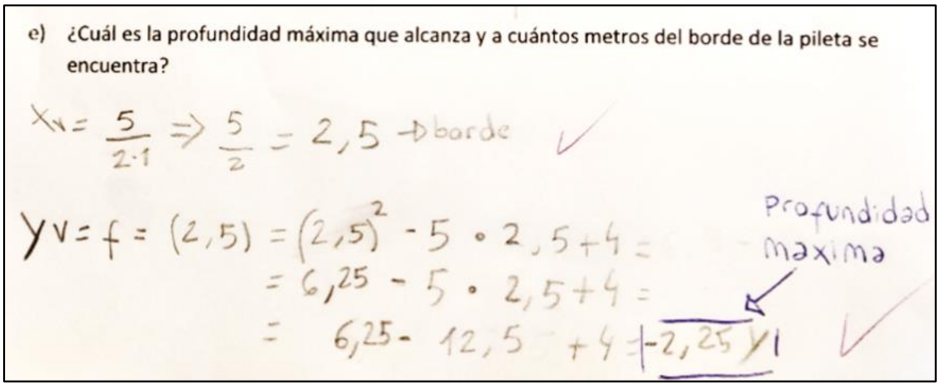
La profundidad máxima es -2,25 y se encuentra a 2,5 m del borde en la pilete.

Vértice

$X_v = \frac{-(-5)}{2.1} = \frac{5}{2} = 2{,}5$

$Y_v = F(2{,}5) = 2{,}5^2 - 5.2{,}5 + 4 = 6{,}25 - 12{,}5 + 4 = -2{,}25$

$X_v = 2{,}5 \quad Y_v = -2{,}25$



e) ¿Cuál es la profundidad máxima que alcanza y a cuántos metros del borde de la pileta se encuentra?

$X_v = \frac{5}{2\cdot 1} \Rightarrow \frac{5}{2} = 2{,}5 \rightarrow$ borde

$Y_v = f = (2{,}5) = (2{,}5)^2 - 5 \cdot 2{,}5 + 4 =$

$= 6{,}25 - 5 \cdot 2{,}5 + 4 =$

$= 6{,}25 - 12{,}5 + 4 = \underline{-2{,}25}\ y_1$

Profundidad máxima

Figura 37: : Resolución de un/a estudiante para encontrar las coordenadas del vértice

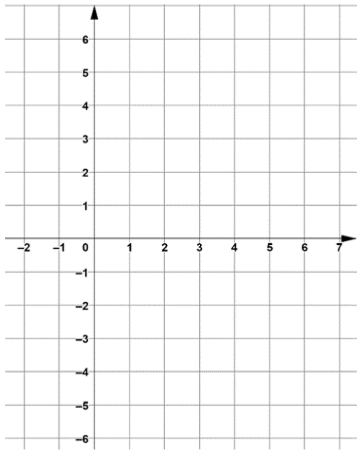
La actividad que mostramos a continuación la desarrolló la Docente Titular en ambos cursos. Por este motivo, no presentamos resoluciones ni las cuestiones que surgieron en las producciones de las/os estudiantes.

ACTIVIDAD 11

Un delfín realiza un salto por encima de la superficie del mar siguiendo la función $f(x)=-x^2+6x-5$, donde **x** que representa el tiempo que tarda en realizarlo (medido en segundos) e **y** representa la altura que alcanzó (medida en metros).

A. ¿Cuáles son las variables relacionadas en este problema?
B. ¿Para qué valores de **x** tiene sentido?
C. Calcular en qué momento el delfín sale a la superficie y cuándo vuelve a sumergirse.
D. ¿A qué profundidad se encontraba al momento de comenzar el salto?
E. ¿En qué momento el delfín alcanza la altura máxima en su salto con respecto a la superficie del agua? ¿Cuál es esa altura?

F. Hacer un gráfico aproximado con los datos encontrados en los ítems anteriores. Poner nombre a cada uno de los ejes, teniendo en cuenta las variables que se relacionan en el problema.



2.4. La evaluación de los aprendizajes

Durante nuestras prácticas desarrollamos dos tipos de evaluaciones, una formativa y otra sumativa.

Para la evaluación formativa, tal como mencionamos anteriormente, decidimos que las/os estudiantes entreguen dos actividades para “[...] recolectar datos del proceso de enseñanza y aprendizaje” (Gvirtz y Palamidessi, 1998, p. 12). Teniendo en cuenta las producciones, realizamos una puesta en común, sobre todo de la primera actividad entregada, para aclarar las dudas que surgieron y para revisar y reforzar algunos contenidos.

Además, implementamos una evaluación de tipo sumativa para “[...] apreciar el grado de apropiación de los contenidos” (Gvirtz y Palamidessi, 1998, p. 9). El objetivo era que la misma se desarrollara dentro del período de prácticas y a cargo nuestro, pero por cuestiones ya aclaradas en el capítulo anterior, la Docente Titular fue la encargada de llevarlas a cabo. Es importante destacar que, debido a asuntos particulares, las/os estudiantes realizaron las evaluaciones varias semanas después de finalizada nuestra práctica.

A partir de los contenidos abordados y la dinámica de las clases, decidimos tomar una evaluación individual y escrita con dos actividades similares a las trabajadas en clases. La primera era común en todas las evaluaciones y la segunda tenía tres versiones, el enunciado era el mismo solo cambiaba la función que representaba la situación planteada.

En la siguiente imagen podemos observar el modelo de evaluación presentada a las/os estudiantes de ambos cursos.

EVALUACIÓN DE MATEMÁTICA

Apellido y nombre:……………………………………………………………………………
Curso:………………………………
Fecha:……………………………………………………….

ACTIVIDAD 1

Paula tiene 16 metros de alambre y quiere hacer una huerta rectangular.

a) Completar la siguiente tabla donde se puedan ver, para valores distintos de la base, cómo varía la altura y el área.

Base								
Altura								
Área								

b) Hallar la expresión de la altura **h** utilizando la base **b**.

c) Hallar la expresión del área utilizando la expresión encontrada en el ítem b).

ACTIVIDAD 2

Martín le arroja, desde la terraza de su casa, una pelota a su perro que se encuentra en el patio. El movimiento de la pelota se puede representar como $\square(\square) = -\square^2 + 2\square + 3$ / $\square(\square) = -\square^2 + 4\square + 5$ / $\square(\square) = -\square^2 + 6\square + 7$ donde **x** representa la distancia que recorre la pelota desde el borde de la casa, medida en metros e **y** representa a qué altura se encuentra, también medida en metros.

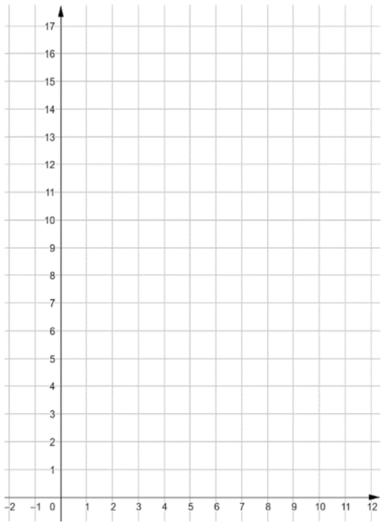
a) Identificar los valores de los coeficientes a, b y c. Hacer un dibujo representativo de la situación.

b) ¿Cuál es la altura máxima que alcanza la pelota? ¿A cuántos metros del borde de la casa?

c) ¿Desde qué altura fue lanzada la pelota?

d) ¿A qué distancia del borde de la casa cae al suelo?

e) Graficar el lanzamiento con los valores encontrados en los incisos anteriores y poner nombre a los ejes, teniendo en cuenta las variables relacionadas en el problema.



Luego de definir la evaluación, diseñamos una rúbrica para la corrección que nos permitió ser equitativas y objetivas al momento de poner la nota (ver Tablas 4 y 5). Además, definimos un puntaje para apartado (ver tabla 6). Es importante aclarar, que asignamos puntajes distintos en cada curso, en función de las producciones generales de las/os estudiantes en las evaluaciones.

Actividad 1			
Inciso	Criterios de evaluación	Puntos 5to A	Puntos 5to B
a	No realiza nada o está mal toda la tabla.	0	0
	Si completa algunas columnas.	0,12 (por columna)	0,24 (por columna)
	Tabla completa y bien.	1	2
b	No encuentra la expresión o está mal la expresión encontrada.	0	0
	Si no despeja h de la expresión b+h=8.	1	0,75
	Si despeja h de la expresión b+h=8.	1,5	1
c	No encuentra la expresión o está mal la expresión encontrada.	0	0
	Si considera la fórmula del área sin reemplazar y tiene el inciso b) correcto.	1	0,75
	Si reemplaza en la fórmula del área la expresión encontrada en b)	1,5	1

Tabla 4: Rúbrica y puntaje de la actividad 1

Actividad 2			
Inciso	Criterios de evaluación	Puntos 5to A	Puntos 5to B
a	No identifica ninguno o están mal.	0	0
	Por cada coeficiente que identifique bien	0,33	0,5
	Identifica correctamente todos.	1	1,5
b	Si no los calcula	0	0
	Identifica las fórmulas que debe usar, pero el resultado es incorrecto	0,5	0,5

	Calcula correctamente el x_v	0,5	0,5
	Identifica la fórmula del x_v, pero el resultado es incorrecto	0,3	0,3
	Identifica las fórmulas y el resultado es correcto para x_v e y_v	1	1
c	Si no lo calcula.	0	0
	Obtiene el resultado correcto, ya sea evaluando la función en 0 o identificando la ordenada al origen.	1	0,5
d	Si no calcula las raíces.	0	0
	Identifica la fórmula de Bhaskara, pero los resultados son incorrectos	0,75	0,75
	Calcula las raíces correctamente, pero no identifica cuál es la que sirve	1	1
	Calcula las raíces correctamente e identifica cuál es la que sirve	1,5	1,5
e	No realice nada	0	0
	Si le pone el nombre correcto a los ejes identificando cual es la variable independiente y dependiente.	0,75	0,75
	Si nombra los ejes con x e y	0,2	0,2
	Gráfica el lanzamiento con los valores encontrados y une los puntos	0,75	0,75
	Gráfica el lanzamiento con valores incorrectos y une los puntos	0,4	0,4
	Gráfica el lanzamiento con los valores encontrados, pero no une los puntos	0,4	0,4
	Gráfica el lanzamiento con valores incorrectos, pero no une los puntos	0,2	0,2

Tabla 5: Rúbrica y puntaje de la actividad 2

Puntaje 5to A	Actividad 1			Actividad 2					Total
	a	b	c	a	b	c	d	e	
	1	1,5	1,5	1	1	1	1,5	1,5	10
Puntaje 5to B	**Actividad 1**			**Actividad 2**					**Total**
	a	b	c	a	b	c	d	e	
	2	1	1	1,5	1	0,5	1,5	1,5	10

Tabla 6: Puntaje por curso

En los siguientes gráficos mostramos la distribución de las notas por curso:

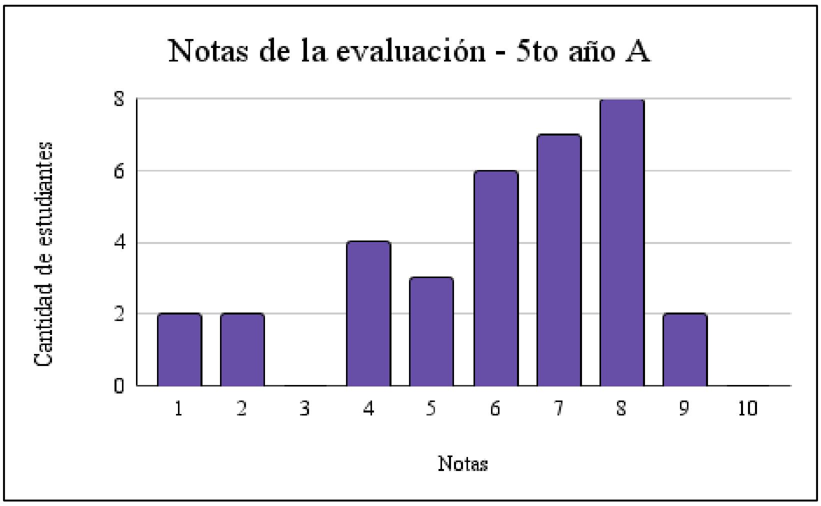


Gráfico 1: Notas obtenidas en las evaluaciones

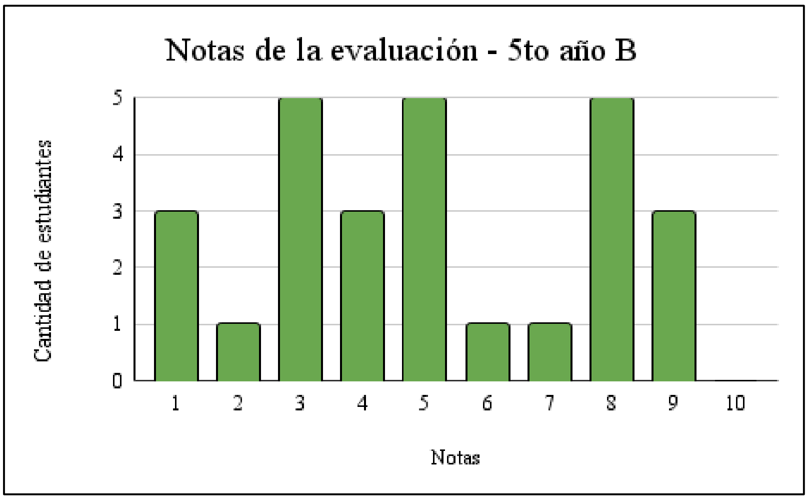


Gráfico 2: Notas obtenidas en las evaluaciones

Los porcentajes de estudiantes aprobadas/os y desaprobadas/os en las evaluaciones en cada división se ven reflejados en los siguientes gráficos circulares:

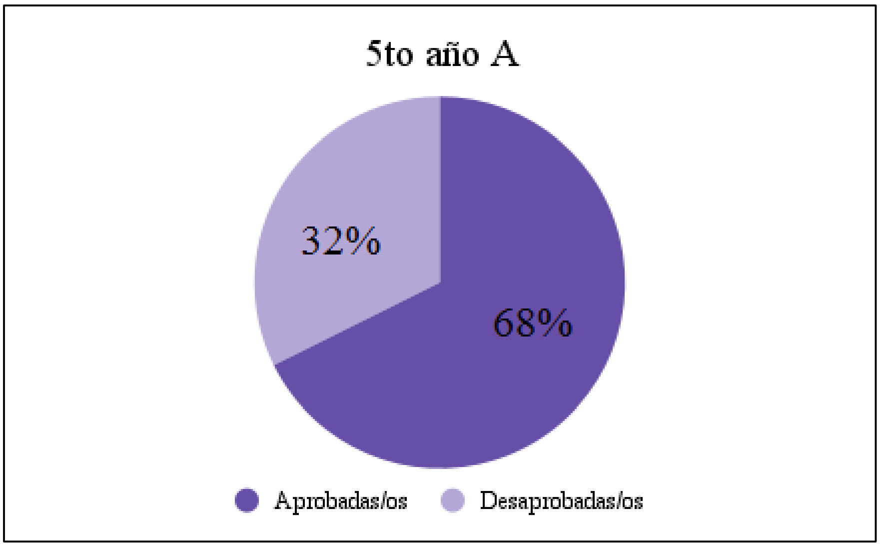


Gráfico 3: Porcentaje de estudiantes aprobadas/os y desaprobadas/os

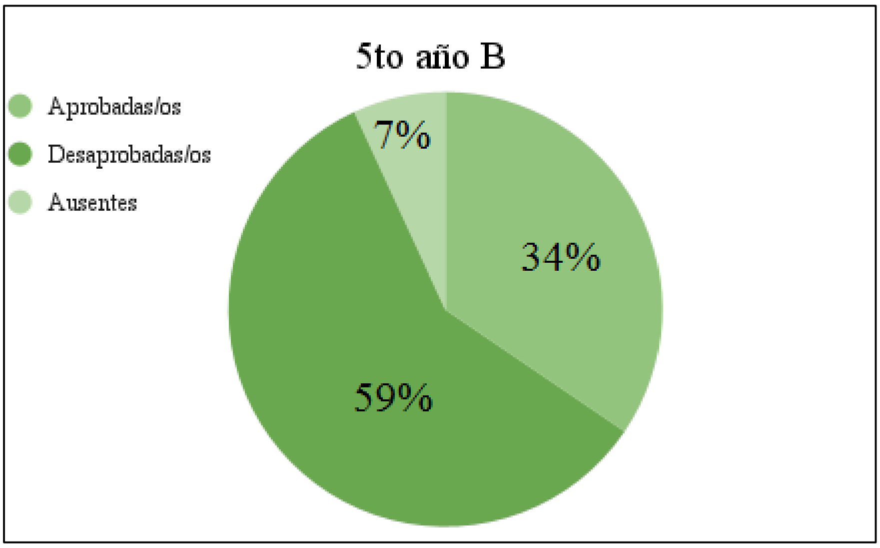


Gráfico 4: Porcentaje de estudiantes aprobadas/os y desaprobadas/os

Como podemos observar en los gráficos y teniendo en cuenta que se aprueba con 6 (seis), en 5to A, aprobó el 68% del curso, mientras que las/os desaprobadas/os representa el 32%. En cambio, en 5to B aprobó el 34% de las/os estudiantes, el 59% desaprobó y además, dos estudiantes no realizaron la evaluación.

3. Elección y análisis de una problemática de estudio

3.1. Introducción a la problemática

Al finalizar nuestras prácticas reflexionamos sobre la secuencia didáctica implementada, con el objetivo de analizar lo que sucedió en cada clase, las dificultades que emergieron y ciertas cuestiones que nos llamaron la atención. Nuestra propuesta estaba orientada a que las/os estudiantes visualicen y descubran la función cuadrática a través de la construcción de expresiones algebraicas e identifiquen sus propiedades mediante la comparación con funciones lineales. Para luego formalizar con la definición de función cuadrática y sus elementos.

Nuestra problemática surge a partir de algunas dificultades de las/os estudiantes, en la representación y producción de expresiones algebraicas mencionadas en el capítulo 2.

A partir de estos inconvenientes, definimos nuestra problemática y nos apoyamos en la siguiente pregunta para abordarla: ¿qué modificaciones podríamos realizar a nuestra propuesta didáctica para un abordaje de la función cuadrática que priorice otros tipos de representaciones que no sea la algebraica?

En esta sección, abordaremos nuestra problemática a partir del análisis de las actividades propuestas en nuestra secuencia didáctica, y a partir de éste, propondremos algunas ideas para mejorar nuestra planificación que contemple las dificultades que tuvieron las/os estudiantes en el desarrollo de las prácticas.

3.2. Aportes teóricos

Para abordar nuestra problemática fue necesario hacer un análisis detallado de las actividades desarrolladas, que nos permitiera encontrar un criterio adecuado para proponer cambios que mejoren nuestra propuesta. Nos basamos en los aportes teóricos de tres autores: la Teoría de Registros de Representaciones Semióticas (TRRS) de Duval (2006), en los distintos tipos de ambientes de aprendizaje de Skovsmose (2000) y en los medios que se utilizan para la producción de conocimiento matemático, Villarreal (2012, 2013).

TRRS: Teoría de Registros de Representaciones Semióticas – Duval (2006)

Para abordar las cuestiones principales de la TRRS de Duval, nos basaremos en lo propuesto por Macías Sánchez (2014) quien destaca que la representación de un objeto matemático hace referencia a ciertas propiedades y su contenido depende más del registro de representación que se utiliza que el objeto que se representa. Por esto, es necesario emplear diversas representaciones de los objetos matemáticos para poder asimilarlos y aprehenderlos en toda su complejidad.

Dicho autor propone los siguientes registros de representaciones para referirnos a los objetos matemáticos:

Tipo de representación	**Abreviatura**	**Descripción**
Registro de la Lengua Natural	RLN	Permite introducir definiciones, así como hacer descripciones o designaciones
Registro Numérico	RN	Permite apreciar algunas de las características y elementos identificados de los objetos matemáticos a los que hace referencia, así cómo vincularlos y relacionarlos con representaciones gráficas y geométricas [sic]. También permite realizar operaciones de cálculo y aplicar propiedades como pueden ser la distributiva, conmutativa, etc. necesarias para la resolución de diversas tareas.
Registro Figural-Icónico	RFI	Engloba dibujos, esquemas, bosquejos, líneas, marcas, etc., que intentan representar el objeto de conocimiento sin dar cuenta de la cualidad de los elementos involucrados.
Registro Tabular	RT	Los datos se presentan a través de un conjunto de filas y de columnas permitiendo visualizar la información de manera global, establecer relaciones y comparaciones entre los diferentes datos que en ella se recogen, así como descubrir

		propiedades y características del objeto de conocimiento representado.
Registro Algebraico		Permiten realizar generalizaciones, modelizaciones y señalar características particulares del objeto que representa.
Registro Gráfico		Posibilita inferir, con un simple vistazo, el comportamiento que va seguir una determinada función, así como efectuar tratamientos propios de su registro como son las traslaciones, reflexiones, simetrías, contracciones, dilataciones, etc. La representación gráfica-cartesiana hace patentes diversos elementos (puntos de corte con los ejes, ejes de simetría, posición en el plano, curvatura, etc.) que permiten apreciar el papel de los parámetros

Tabla 7: Registros de representaciones. Elaboración propia a partir de Macías Sánchez (2014)

Además, Duval (1998) propone que un sistema semiótico puede ser considerado un registro de representación semiótica si permite tres acciones cognitivas:

1. Identificación: consiste en el reconocimiento de las representaciones que se presentan ante el sujeto, lo que implica una selección de rasgos en el contenido a representar.

2. Tratamiento: consiste en la transformación de una representación en otra del mismo sistema.

3 Conversión: consiste en la transformación de una representación en una representación de otro sistema semiótico (Macías Sánchez, 2014, p. 38).

Macías Sánchez (2014) resalta que en la actividad matemática es esencial poder movilizar y coordinar diferentes registros de representación y elegir un registro en lugar de otro, teniendo en cuenta las características y propiedades que se quieran destacar del objeto matemático. Pero lo más importante es no confundir estos objetos matemáticos con sus representaciones. Por esto, es necesario que las/os estudiantes logren:

> […] primero, reconocer el mismo objeto de conocimiento a través de representaciones cuyos contenidos no tienen relación entre sí, y, segundo, reconocer y distinguir dos objetos a través de dos representaciones cuyos contenidos parecen semejantes porque dependen del mismo sistema de representación (Macías Sánchez, 2014, p. 38-39).

Por este motivo, es fundamental proponer actividades que involucren distintos tipos de registros, el *tratamiento* de estos y la *conversión* de un registro en otro. Ya que como plantea Macías Sánchez "[…] la transformación de registros y la capacidad de pasar de un registro de representación a otro ocupa un lugar importante y determinante en el aprendizaje de las matemáticas" (Macías Sánchez, 2014, p. 39).

Ambientes de aprendizaje - Skovsmose (2000)

El autor plantea dos tipos de prácticas educativas que pueden desarrollarse en las aulas de matemática. La primera basada en el *paradigma del ejercicio*, aquí encontramos a la educación matemática tradicional, donde se resuelven ejercicios extraídos de libros de texto y hay una sola respuesta correcta en la resolución de las/os estudiantes. La segunda, se basa en *escenarios de investigación* que invitan a las/os estudiantes a involucrarse como sujetos activos de su propio proceso de aprendizaje y a formularse preguntas y buscar explicaciones mientras realizan sus producciones.

Además, Skovsmose (2000) propone combinar estos dos tipos de prácticas con diferentes tipos de referencias que proveen significado a los conceptos matemáticos y a las actividades que se desarrollan en la clase. Distingue tres tipos de referencias: las actividades que pueden referirse exclusivamente a las matemáticas puras, las que pueden referirse a una semirrealidad y las que refieren a situaciones de la vida real.

A partir de esta combinación, surge la siguiente matriz que define seis ambientes de aprendizaje, que se muestran en la Figura 41:

		Forma de organización de la actividad de los estudiantes	
		Paradigma del ejercicio	Escenario de investigación
Tipo de referencia	Matemática pura	(1)	(2)
	Semirrealidad	(3)	(4)
	Situaciones de la vida real	(5)	(6)

Figura 38: Ambientes de aprendizaje. Skovsmose (2000)

Es importante aclarar que, las líneas verticales de este esquema son, como las describe el autor, bastantes “amplias”, algunas actividades propuestas dentro del paradigma del ejercicio, pueden convertirse en un escenario de investigación. En tanto que las líneas horizontales se vuelven algo “borrosas”, ya que una actividad con un tipo de referencia establecida puede transformarse en otro tipo, por las consignas de la misma y/o por el conocimiento previo de las/os estudiantes. Es importante combinar actividades de los distintos ambientes de aprendizaje, para darle un nuevo significado a las actividades matemáticas (Skovsmose, 2000).

Tecnologías y educación matemática - Villarreal (2012, 2013)

Considerando los avances tecnológicos en la sociedad y que la producción de conocimiento está condicionada por los medios que se utilizan, nos basaremos en dos premisas básicas, para afirmar que la educación matemática no debe estar ajena a la presencia de la tecnología en la escuela:

1. Es fundamental que el acceso a las TIC sea entendido como un derecho de cualquier ciudadano.
2. Es necesario que los alumnos tengan una «alfabetización tecnológica» en las escuelas, integrando el uso de la tecnología en actividades esenciales tales como: leer, escribir, comprender textos, interpretar gráficos, contar, desarrollar nociones espaciales, resolver problemas, crear modelos, etc. (Villarreal, 2012, p. 75).

Es importante destacar que hablar de medios se refiere a cualquier tipo de tecnología y engloba la totalidad de las cosas construidas por el humano, incluido el lenguaje. Estos medios definen las prácticas, los contenidos y la forma de conocer, tanto de profesoras/es como de estudiantes (Villarreal, 2013).

A partir de esto, Villarreal (2013) retoma los planteos de Borba y Villarreal (2005) quienes asumen la posición epistemológica de que el conocimiento es construido por un colectivo construido por humanos-con-medios. Esta noción, presenta dos ideas: la primera, sostiene que el aprendizaje se construye con otras/os y no de manera individual y, la segunda, propone que para aprender, es necesario incluir diferentes herramientas, medios, los cuales se tornan constituyentes de la producción de conocimiento.

Asumiendo que las tecnologías digitales transforman la actividad escolar, definimos a éstas, como los nuevos medios que se hacen presente en las escuelas. Villarreal (2013) distingue los aportes pedagógicos que apoyan el ingreso de estas tecnologías al aula para la construcción de conocimiento matemático:

- Las respuestas provenientes de la computadora influencian el estilo de construcción matemática
- Surgen nuevos abordajes para la resolución de problemas basados en la posibilidad de representaciones múltiples y la generación de conjeturas que pueden ser refutadas y reformuladas o validadas
- La visualización y la experimentación son favorecidas.
- Se desafía la hegemonía de lo algorítmico y lo algebraico que caracteriza la enseñanza matemática tradicional (Villarreal, 2013, p. 119).

Ciertas investigaciones dentro del campo de la educación matemática han demostrado evidencias de las transformaciones que genera el uso de TD para enseñar y aprender matemáticas. En este sentido, es importante resignificar el abordaje de las tecnologías durante las clases de matemática. La autora, retoma de Borba y Penteado (2003) el término uso domesticado de las tecnologías, que refiere a utilizarlas como una herramienta auxiliar en el que se manteniendo inalterados los objetivos, contenidos, tipos de problemas, metodologías de enseñanza o formas de evaluación. Un ejemplo de uso domesticado podría ser utilizar la computadora para simplemente mostrar un gráfico o una pizarra digital para copiar el enunciado de una tarea. En cambio, para potenciar el uso de TD, la autora sostiene que las/os estudiantes deben tener la oportunidad de aprender y pensar matemáticamente con estas tecnologías, creando ambientes de aprendizaje que se constituyan en escenarios de investigación y exploración y que reorganicen el pensamiento matemático, la actividad de las/os estudiantes, el papel del/de la docente, la gestión de la clase, los contenidos, su organización curricular, etc. (Villarreal, 2012).

3.3. Metodología

Basándonos en los aportes teóricos mencionados en el apartado anterior, decidimos hacer un análisis de las actividades de la secuencia didáctica implementada, identificando en cada una los tipos de representaciones desarrolladas por las/os estudiantes al resolverlas y los ambientes de aprendizaje que buscaban promover.

Nuestra planificación contaba con 11 actividades organizadas en 4 bloques propuestos en la sección 2.2.2. del capítulo 2. Para el análisis de la problemática, decidimos quedarnos únicamente con las actividades que van de las 3 a la 10, ya que las primeras dos eran de repaso y la última actividad quedó a cargo de la Docente.

A continuación, mostramos las actividades y su respectivo bloque:

Búsqueda de expresiones lineales y cuadráticas discretas	Actividades 3 y 4
Búsqueda de expresiones lineales y cuadráticas continuas en contextos geométricos	Actividad 5 y 6
Exploración con GeoGebra	Actividad 7
Función cuadrática en contextos extramatemáticos	Actividades 9 y 10

Tabla 8: Bloques de actividades

A partir de esta organización presentamos el análisis mencionado, en esquemas que muestran los distintos pasajes que se hicieron en las actividades que conforman cada uno de estos bloques. En estos esquemas se verán que algunos registros tienen un círculo con borde negro el cual hace referencia a que en ese registro de representación hubo *tratamiento,* las flechas continuas refieren a que hubo una *conversión* de un registro a otro exigido por la actividad, mientras que las flechas punteadas significan que había distintas posibilidades de *conversión* para la resolución. Además, en el último esquema notaran un registro encerrado en un rectángulo, este hace referencia a que no estaba explicitado en la actividad, pero nosotras se lo pedimos oralmente a las/os estudiantes.

También, incorporamos en un rectángulo el *ambiente de aprendizaje* que clasifica la actividad elegida.

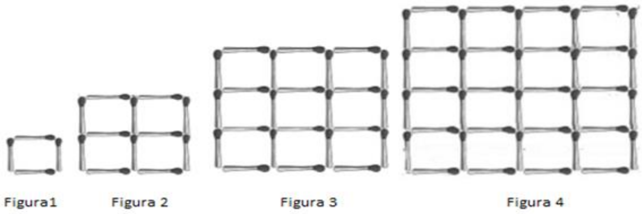
Teniendo en cuenta, que sólo utilizamos tecnologías digitales en el bloque de exploración con GeoGebra, describiremos lo sucedido con los recursos únicamente en esta actividad. En el resto, empleamos tecnologías tradicionales (lápices, lapiceras, carpetas, fotocopias, reglas, pizarrón, fibrones, etc.).

3.4. Análisis

A continuación, mostramos el análisis de las actividades, consideramos sólo una de la correspondiente a cada bloque, pues el esquema de registros y el ambiente de aprendizaje son similares.

- Actividad 4 de búsqueda de expresiones lineales y cuadráticas discretas

Observar las siguientes figuras:



a) Completar la siguiente tabla teniendo en cuenta los fósforos que forman el perímetro de cada figura.

Figura	1	2	...	6	7	8	...	13
Fósforos	4	8	...				...	

b) Hallar la expresión que permita calcular la cantidad de fósforos que se necesitan para la figura x.

c) Completar la siguiente tabla teniendo en cuenta la cantidad de cuadrados que forman cada figura:

Figura	1	2	...	5	6	7	...	13
Cuadrados	1	4	...				...	

d) Hallar la expresión que permita calcular la cantidad de cuadrados que se necesitan para la figura x.

e) Completar la siguiente tabla teniendo en cuenta la cantidad de fósforos que no forman parte del perímetro en cada figura (5to A)

Figura	1	2	...	5	6	7	...	13
Fósforos	0	4	...				...	

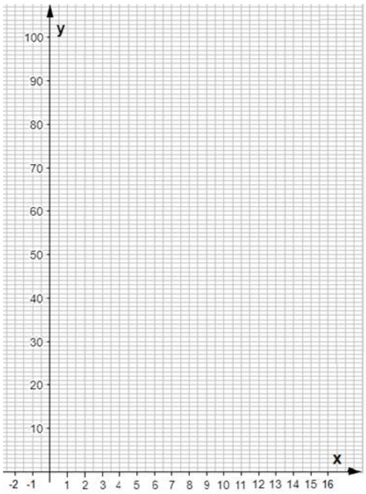
e) Completar la siguiente tabla teniendo en cuenta la cantidad de fósforos verticales de cada figura (5to B)

Figura	1	2	...	5	6	7	...	13
Fósforos	2	6	...				...	

f) Hallar la expresión que permita calcular la cantidad de fósforos que no forman parte del perímetro que se necesitan para la figura x. (5to A)

f) Hallar la expresión que permita calcular la cantidad de fósforos que se necesitan para las hileras verticales de la figura x. (5to B)

g) Marcar los puntos de las tablas, utilizando un único color para cada una.



h) ¿Tiene sentido unir los puntos? ¿Por qué?

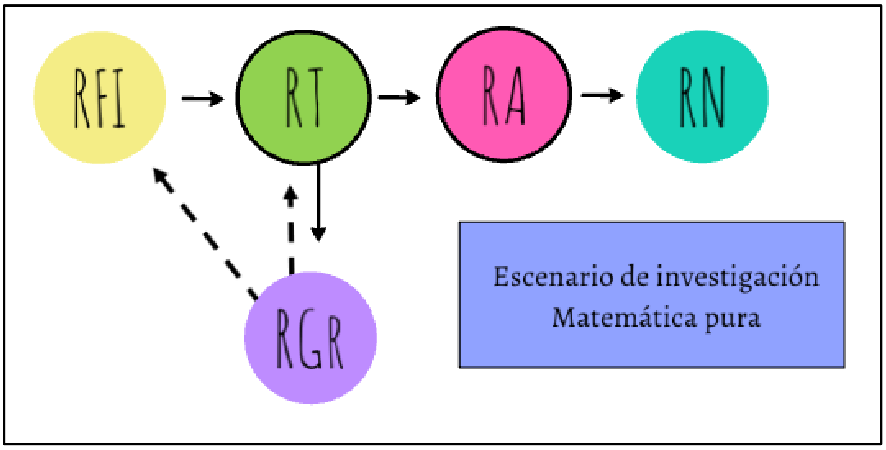


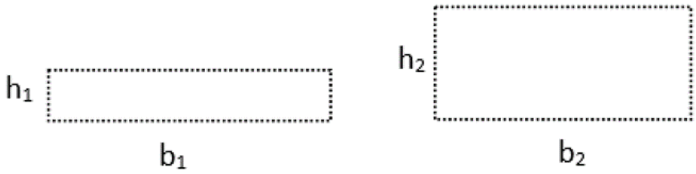
Figura 39: Esquema de registros y tipo de actividad (actividades 3 y 4)

A partir de este esquema podemos ver que en la actividad 4 en los ítems a, c y e hay una *conversión* de un registro figural-icónico a un registro tabular ya que analizando la secuencia de figuras que aparece en la actividad debían completar las tablas pedidas. Luego, utilizando las tablas tenían que encontrar una expresión general que permita describir lo que ocurría en cada una de ellas, por lo que estaban haciendo una *conversión* del registro tabular al registro algebraico (ítem b, d y f). Además, con la tabla obtenida se marcaban los puntos en el plano cartesiano produciendo la *conversión* del registro tabular al registro gráfico (ítem f). Por último, para el ítem h, las líneas punteadas indican que se podía recurrir a dos *conversiones* para responder a la pregunta, una, del registro gráfico al registro icónico porque se recurre a la secuencia dada para ver que las figuras eran cerradas y los fósforos utilizados eran enteros, y otra del registro gráfico al tabular porque tanto las figuras como la cantidad de fósforos se representan con números enteros. También podemos observar que hubo *tratamiento* en el registro tabular, al tener que buscar la forma de completar la tabla y en el registro algebraico ya que manipulaban la expresión encontrada para verificar que fuera la correcta, dando a *x* un valor y viendo que le quedaba lo correspondiente en el valor de *y* de la tabla.

Según Skovsmose podemos clasificar esta actividad dentro del escenario de investigación y con referencia a la matemática pura.

- Actividad 5 de búsqueda de expresiones lineales y cuadráticas continuas en contextos geométricos.

Juan tiene 24 metros de alambre para cercar un cantero rectangular.

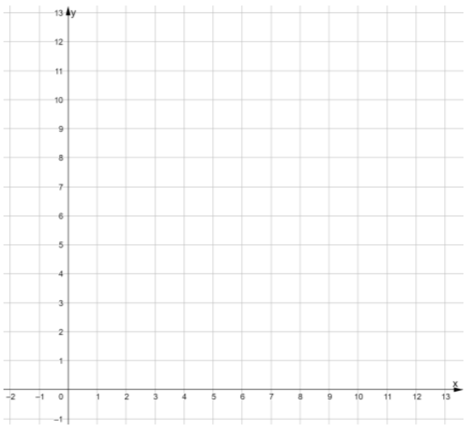


a) Completar la siguiente tabla donde se puedan ver para valores distintos de la base cómo varía la altura.

Base						
Altura						

b) Hallar la expresión que relaciona la base **b** con la altura **h**.

c) Marcar los puntos de la tabla en el plano cartesiano.



d) Completar la siguiente tabla donde se puedan ver para valores distintos de la base cómo varía el área.

Base						
Área						

e) ¿Qué medidas debe tener el cantero para que tenga la máxima área posible?

f) Hallar la expresión que relacione la base con el área del cantero.

g) Marcar los puntos de la tabla en el plano cartesiano.

h) ¿Tiene sentido unir los puntos?

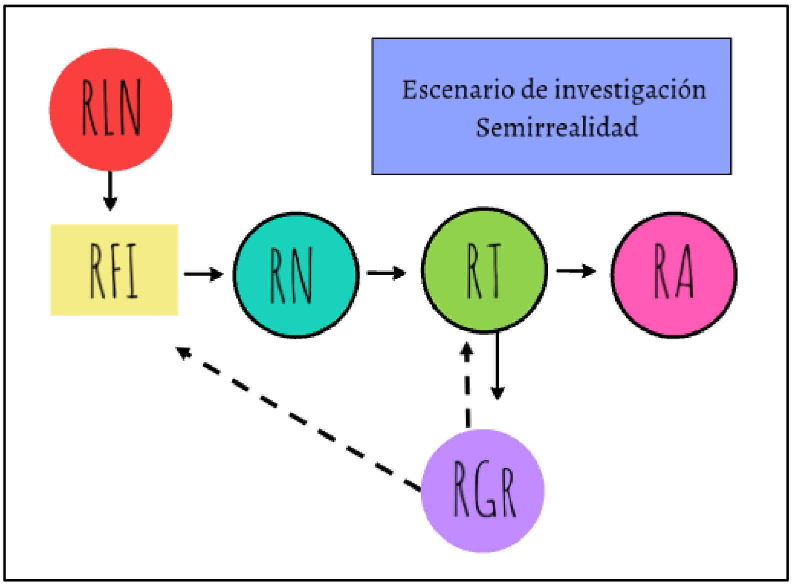


Figura 40: Esquema de registros y tipo de actividad (actividades 5 y 6)

A partir del registro de la lengua natural y de la imagen que se mostraba en la actividad, fue necesario el registro figural-icónico dibujando diferentes rectángulos, para luego hacer una *conversión* al registro numérico. La *conversión* a este registro implicó otorgar distintos valores posibles a la base para obtener la altura y poder calcular el área, para finalmente hacer una *conversión* al registro tabular, completando las tablas solicitadas en los ítems a) y d). Mediante este registro tabular, las/os estudiantes debían hacer dos *conversiones*, una al registro algebraico (ítems b y f) y otra al registro gráfico (ítems c y g). Para realizar la *conversión* al algebraico era necesario identificar lo que sucedía en las tablas o acudir a la fórmula del perímetro y de área, para hallar las expresiones solicitadas. Para efectuar la *conversión* al registro gráfico se utilizaron las tablas confeccionadas anteriormente. Por último, para dar respuesta al inciso h), tal como indican las flechas punteadas, se podía realizar una *conversión* al registro figural-icónico o al registro tabular en caso se hayan tenido en cuenta medidas con números decimales de la base y de la altura.

Según Skovsmose podemos clasificar esta actividad dentro del escenario de investigación con referencia a la semirrealidad.

❖ Actividad 7 exploración en GeoGebra.

1) Abrir el archivo “Actividad 7” de GeoGebra, asignar el valor 0 a los coeficientes b y c, de tal forma que quede la expresión **ax^2:**
   a. Mover el deslizador del coeficiente a, y observar qué sucede con la parábola si:
      - $a>0$

- $a<0$
- $a=0$
- $0<a<1$
- $-1<a<0$
- $a>1$
- $a<-1$

b. La parábola, ¿corta/toca a los ejes x e y? (la parábola toca siempre a ambos ejes en 0 independientemente del valor de a)

2) Luego, mover el deslizador del término independiente ($c\neq0$), de tal manera que quede la expresión $\mathbf{ax^2+c}$**:**

a. Dejar fijo a y mover el deslizador del coeficiente c, y observar qué sucede con el/los corte/s de la parábola con el eje x, si:
- $c=0$
- $c>0$
- $c<0$

b. ¿Qué pasa si cambiamos el signo de a?

3) Ahora, igualar el coeficiente c a 0, de tal manera que quede la expresión $\mathbf{ax^2+bx}$**:**

a. Dejar fijo a y mover el deslizador del coeficiente b, y observar qué sucede con la parábola si:
- $b>0$
- $b<0$

b. ¿Qué pasa si cambiamos el signo de a?

c. La parábola:
- Corta al eje x
- Interseca al eje y

4) Mover el deslizador c, de tal manera que se observe la expresión de la función cuadrática completa $\mathbf{ax^2+bx+c}$**:**

a. Dejar fijos los coeficientes a y b mover el deslizador del término independiente, y observar qué pasa con la parábola:

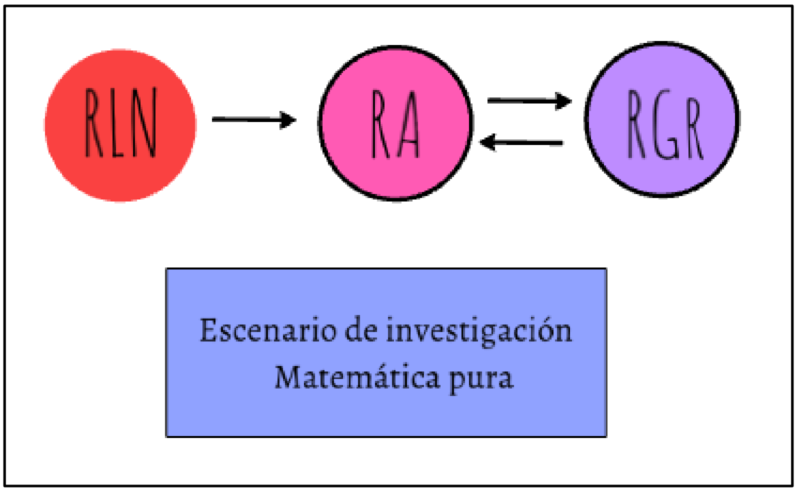


Figura 41: Esquema de registros y tipo de actividad (actividad 7)

En esta actividad a partir del registro de la lengua natural que indicaba cómo posicionar cada uno de los deslizadores, hubo una *conversión* simultánea del registro algebraico y del registro gráfico. A partir de la manipulación de los deslizadores vinculados a los coeficientes de la expresión $f(x)=ax^2+bx+c$, se visualizaban los cambios en la parábola (RG). A partir de lo observado en el gráfico, fue necesario volver al registro algebraico, para identificar el valor de cada coeficiente y registrar lo que sucede cuando adquieren ese valor, observándose de este modo una *conversión.* Los *tratamientos* en esta actividad, se produjeron en simultáneo junto con las *conversiones*, en el momento de manipular las expresiones algebraicas y observar los cambios en los gráficos.

Según Skovsmose podemos clasificar esta actividad dentro del escenario de investigación con referencia a la matemática pura.

En esta actividad hicimos uso de las tecnologías digitales a partir de un archivo de GeoGebra creado con anterioridad por nosotras (ver figura 45), en la cual las/os estudiantes debían hacer uso de los deslizadores ya incorporados en el mismo. La implementación de esta tecnología nos permitió la conversión simultánea anteriormente mencionada que no hubiese sido posible llevarla a cabo en hoja de papel.

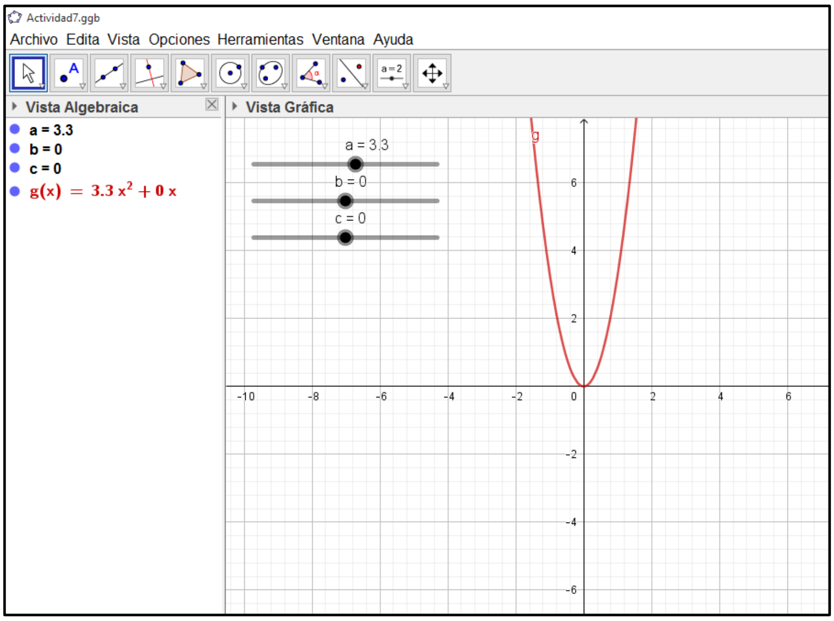


Figura 42: Pantalla de GeoGebra utilizada para la actividad

❖ Actividades 9 función cuadrática en contextos extramatemáticos.

Sara pateó una pelota desde la terraza de un edificio. El movimiento de la pelota puede describirse mediante la función cuadrática $f(x)=-2x^2+4x+6$, donde y representa la altura que alcanza la pelota en cada instante x, medido en segundos, posterior al lanzamiento.

a) ¿Cuáles son las variables relacionadas en este problema?

b) ¿A partir de qué valores de x tiene sentido?

c) ¿Cuál es la altura máxima que alcanza la pelota? ¿En qué momento lo hace?

d) ¿Desde que altura del edificio se lanzó la pelota?

e) ¿Después de cuánto tiempo cae la pelota al suelo?

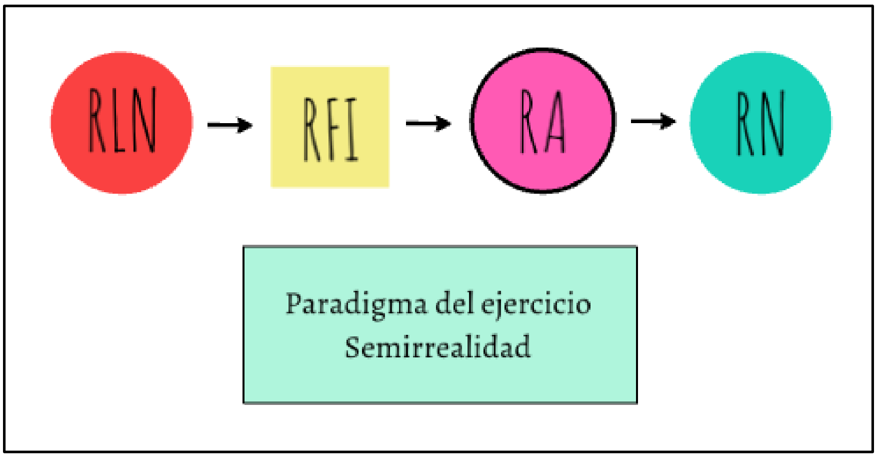


Figura 43: Esquema de registros y tipo de actividad (actividades 9 y 10)

Si bien la actividad no lo solicitaba, pedimos oralmente a las/os estudiantes, que antes de comenzar a resolver hagan un esquema de la situación para identificar qué elemento de la función cuadrática podía responder a cada ítem. Por esto consideramos que hubo una *conversión* del registro de la lengua natural al registro figural-icónico. Cabe aclarar que no utilizaron la expresión algebraica dada en la actividad para realizar el esquema, sino que recurrieron al contexto de la situación real. Para los ítems a) y b) se utilizó el registro de la lengua natural. Luego del registro figural icónico, en los incisos c), d) y e) se retomó el registro algebraico, utilizando las expresiones dadas, para convertirlo en un registro numérico. El *tratamiento* algebraico, consistió en resolver distintas ecuaciones para dar respuesta a lo solicitado en cada apartado. En el ítem c) se calcularon las coordenadas del vértice,

$x_v = -\frac{b}{2a}$ ó $x_v = \frac{x_1+x_2}{2}$; $\quad y_v = f(x_v)$, en el d) la ordenada al origen recurriendo a

$f(0) = c$, y en el e) la fórmula de Bhaskara.

Según Skovsmose podemos clasificar esta actividad dentro del paradigma del ejercicio con referencia a la semirrealidad.

3.5. Interpretación de los resultados

A partir de nuestra experiencia en la práctica y de lo analizado anteriormente, observamos que la propuesta que llevamos a cabo tuvo las siguientes características teniendo en cuenta el marco teórico utilizado.

Según los tipos de registros de representaciones, notamos que en el primer bloque trabajamos con los siguientes tipos de registros: figural-icónico, tabular, algebraico, numérico y gráfico, haciendo *conversiones*, en la mayoría de las veces, en un sólo sentido y *tratamiento* en dos registros: tabular y algebraico. En el segundo bloque de actividades agregamos el registro de la lengua natural a los trabajados anteriormente. Las *conversiones* también fueron en un sentido y hubo *tratamiento* en 3 registros: numérico, tabular y algebraico. En el tercero, los registros implicados fueron el de la lengua natural, el algebraico y el gráfico. El uso de la tecnología digital permitió *conversiones* simultáneas. Mientras que, en el último bloque, los registros trabajados fueron: de la lengua natural, el figural-icónico, el algebraico y el numérico, haciendo *conversiones* de un registro a otro en un solo sentido y *tratamiento* en el algebraico.

Teniendo en cuenta los ambientes de aprendizajes, notamos que los más transitados fueron, el escenario de investigación con referencia a la matemática pura y a la semirrealidad en los primeros tres bloques y en el último actividades dentro del paradigma del ejercicio con referencia a la semirrealidad.

En cuanto al uso de tecnologías digitales, tal como aclaramos anteriormente, sólo trabajamos en un bloque y el uso que le atribuimos a esta actividad no fue domesticado pero por cuestiones de tiempo, debimos concluir la actividad nosotras. Por tal motivo, perdió el objetivo de que sean las/os estudiantes las/os encargadas/os de la exploración y se terminó domesticando el uso de la tecnología.

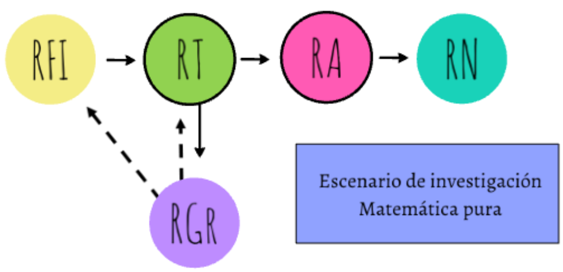
Es por esto que consideramos necesario realizar algunas modificaciones y aportes a nuestra planificación adoptando una nueva estrategia de enseñanza que no estuviera centrada en el trabajo algebraico, además que incorpore actividades que requieran el uso de tecnologías digitales y mayor movimiento entre los diferentes ambientes de aprendizaje.

3.6. Aportes a nuestra propuesta

Nuestro objetivo, en un principio, era que a partir de las primeras actividades las/os estudiantes visualicen las propiedades de la función cuadrática sin tener conocimientos previos, partiendo desde una comparación con la lineal, para luego formalizar dichos contenidos. Tal como mencionamos en el apartado anterior, la manera que elegimos para llevar adelante nuestra idea implicaba mucho manejo algebraico, que no fue favorable en nuestro contexto teniendo en cuenta los conocimientos previos de las/os estudiantes. Esto provocó que las actividades no se desarrollaran correctamente y se pierda el foco.

Por este motivo, proponemos aportes a nuestra secuencia original, contemplando los inconvenientes surgidos y sostenidos por los aportes teóricos y el análisis realizado.

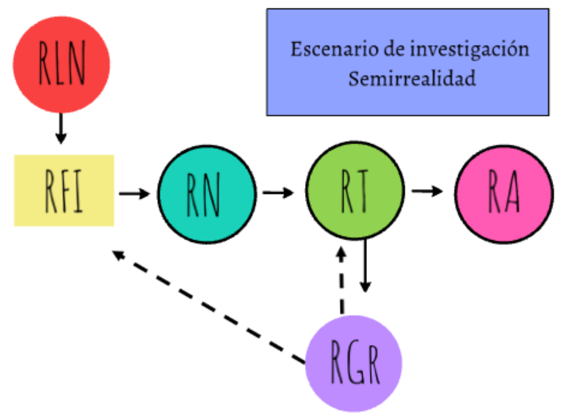
En el cuadro que se presenta a continuación, mostramos los esquemas de registros de representaciones de la propuesta original en comparación con los cambios sugeridos para la nueva propuesta:

<table>
<tr><th colspan="2">Expresiones lineales y cuadráticas discretas</th></tr>
<tr><td>

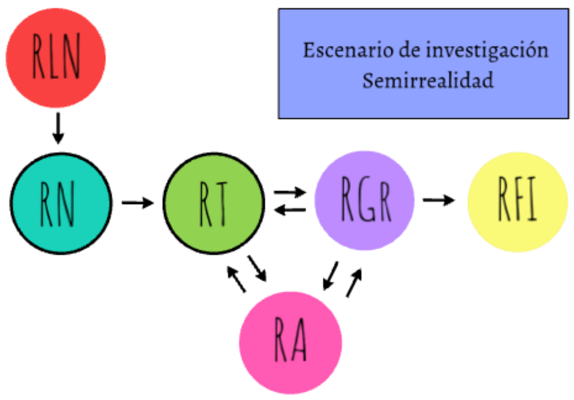
Propuesta original</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Acordamos sacar este bloque, dado a su complejidad y a la respuesta obtenida en las producciones de las/os estudiantes. Aunque consideramos que las actividades son</td></tr>
</table>

interesantes para trabajar con grupos que tengan un trabajo previo con búsqueda de regularidades y expresiones algebraicas.

Expresiones lineales y cuadráticas continuas en contextos geométricos



Propuesta original



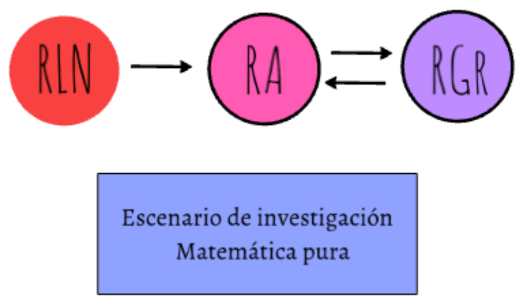
Propuesta con aportes

El principal cambio que sugerimos en estas actividades es quitar los incisos que piden hallar las expresiones algebraicas e incorporar el uso de GeoGebra para que, a partir de las herramientas que ofrece el programa, las/os estudiantes encuentren las expresiones sin la necesidad de una *conversión* algebraica. Un ejemplo de esto sería hacer que las/os estudiantes introduzcan las tablas en GeoGebra (RT) y busquen a partir de ésta el polinomio que las describe (RA) que se mostrará en pantalla (RGr).

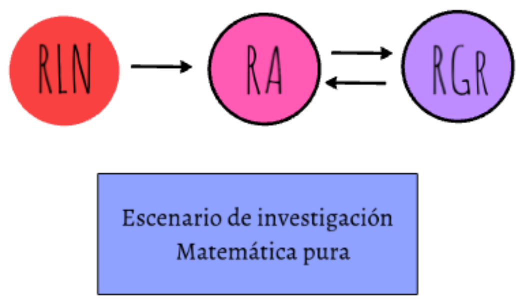
En cuanto al esquema de registros, proponemos incluir el RFI como parte de las actividades y *tratamiento* del registro tabular utilizando el programa. Además, las flechas de ida y vuelta, refieren a las conversiones en simultáneo que ofrece el uso de una tecnología digital.

Luego de este bloque, hacer una puesta en común similar a la dada, donde se comparen y analicen las características de los gráficos y las fórmulas obtenidas.

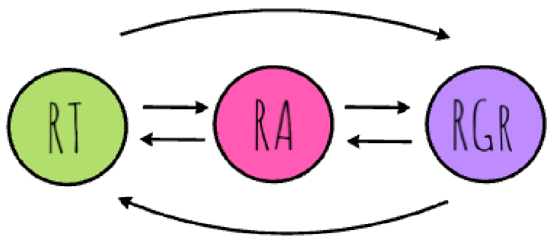
Exploración en GeoGebra



Propuesta original

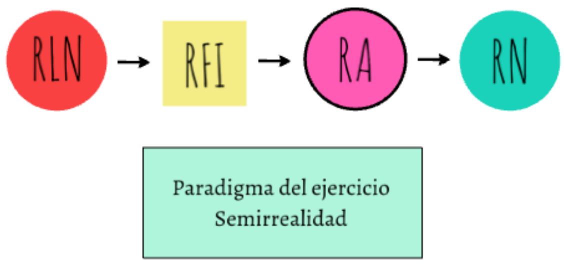


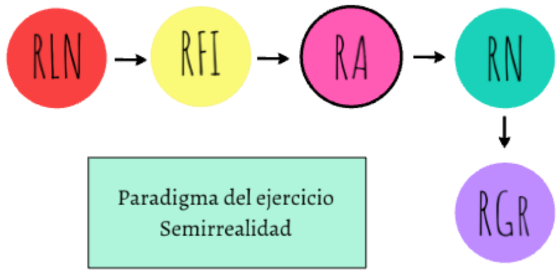
Propuesta con aportes

<table>
<tr><td colspan="2">Incorporar actividades de mayor exploración, no tan guiadas, que favorezcan la producción de las/os estudiantes a partir de las herramientas que brinda el programa. Por ejemplo, proponer preguntas como: ¿qué cambios pueden observar la parábola cuando mueven el deslizador de algún coeficiente? ¿En qué situaciones la parábola interseca al eje *x*? ¿Al eje *y*?
Al igual que en el bloque anterior, se trabajará con actividades que requieran *conversiones* simultáneas de un registro en otro y *tratamientos* utilizando las herramientas que brinda GeoGebra.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Actividades de aplicación</td></tr>
<tr><td></td><td>

Paradigma del ejercicio
Matemática pura

Propuesta con aportes</td></tr>
<tr><td colspan="2">Agregamos este bloque con actividades de aplicación pensadas para que las/os estudiantes pongan en práctica y le den sentido a lo observado en las actividades de exploración del bloque anterior.
En cuanto al esquema de registro, proponer actividades que permitan *conversiones* de un registro a otro y viceversa, y que los *tratamientos* sean simples. Por ejemplo, a partir de una tabla identifiquen qué gráfico lo describe y qué expresión algebraica le corresponde o a partir de la expresión algebraica identifiquen el gráfico y viceversa. En este último ejemplo, podemos ver que para lograr una *conversión* de un registro algebraico a uno gráfico es necesario un *tratamiento* que se produce analizando los coeficientes de la función cuadrática.
Proponemos trabajar este bloque utilizando tecnologías tradicionales.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="2">Función cuadrática en contextos extramatemáticos</th></tr>
<tr><td>

Propuesta original</td><td>

Propuesta con aportes</td></tr>
<tr><td colspan="2">En este bloque de actividades agregaríamos dos incisos: uno que solicite realizar un esquema de la situación previo a la resolución y otro que pida hacer un gráfico aproximado con los datos obtenidos, incorporando el registro figural-icónico y el gráfico como parte de la consigna.</td></tr>
</table>

3.7. Reflexión

Para concluir consideramos que el trabajo emprendido en este capítulo nos permitió analizar en profundidad la propuesta implementada a partir de herramientas teorías analíticas que al momento de crearla no las teníamos. Es por eso que destacamos la importancia de considerar los distintos tipos de registros y sus conversiones y tratamientos, en el momento de realizar secuencias didácticas.

Además, comprendimos cómo las tecnologías digitales, favorecen el aprendizaje de las/os estudiantes si se presentan de forma adecuada. Es decir, no incorporarlas por el simple hecho de utilizar una computadora, sino resignificar su presencia en las clases de matemática, ya que muchas veces, trabajar con actividades y TD facilita la comprensión de ciertos contenidos. Como así también, combinarlas con tareas matemáticas planificadas en los distintos ambientes de aprendizajes, para permitir que las/os estudiantes le den un sentido a las producciones que se realizan en matemática.

Como futuras profesoras, creemos que es importante analizar el contexto y la situación de las/os estudiantes previo a implementar la secuencia o tener alternativas, que permitan que en caso que no esté funcionando, se modifique favoreciendo el aprendizaje.

4. Reflexiones finales

En esta última sección queremos compartir nuestras reflexiones acerca de la experiencia de práctica docente teniendo en cuenta que esta instancia fue nuestro primer acercamiento a las aulas. Consideramos que este año estuvo lleno de desafíos como aprender a enseñar, hacernos responsables de un grupo de estudiantes, planificar y enfrentar los retos que supone su implementación, que muchas veces nos llevaron a replantear lo planificado. Fue un proceso largo, agotador y lleno de experiencias y aprendizajes, que creemos necesario y enriquecedor para nuestro futuro desempeño como profesoras.

Haciendo una reflexión en cuanto a la planificación, este momento nos hizo dar cuenta lo importante que es a la hora de dar clases, ya que para realizarla necesitamos tener en cuenta varias cosas entre ellas la distribución horaria en los cursos y tomar muchas decisiones como la orientación que queremos darle al tema. En la planificación plasmamos todas nuestras ilusiones y expectativas pero nos dimos cuenta que nunca termina siendo fiel a lo que se planifica, requiere una evaluación constante y de hacer modificaciones sobre la marcha.

En relación a la problemática elegida, nos pareció interesante profundizar sobre las diferentes representaciones de los objetos matemáticos que nuestra propuesta de actividades ofrecía, las tecnologías que utilizamos y los ambientes de aprendizaje que abarcaron, a partir de herramientas teóricas y analíticas que al momento de crearla no las teníamos. Además adquirimos habilidades profesionales que nos serán de gran utilidad en un futuro, es por eso que destacamos la importancia de considerar los distintos tipos de registros y sus conversiones y tratamientos, en el momento de realizar secuencias didácticas. Comprendimos cómo las tecnologías digitales, favorecen el aprendizaje de las/os estudiantes si se presentan de forma adecuada. Es decir, no incorporarlas por el simple hecho de utilizar una computadora, sino resignificar su presencia en las clases de matemática, ya que muchas veces, trabajar con actividades y TD facilita la comprensión de ciertos contenidos. Como así también, combinarlas con tareas matemáticas planificadas en los distintos ambientes de aprendizajes, para permitir que las/os estudiantes le den un sentido a las producciones que se realizan en matemática.

Como futuras profesoras, creemos que es importante analizar el contexto y la situación de las/os estudiantes previo a implementar la secuencia o tener alternativas, que permitan que en caso que no esté funcionando, se modifique favoreciendo el aprendizaje.

Por último queremos agradecer a las/os estudiantes y a la Profesora Titular de la Escuela, por darnos el lugar para que desarrollemos nuestras prácticas y, a nuestras/os docentes y compañeras/os de Metodología y Práctica de la Enseñanza, por habernos acompañado y aconsejado durante este período.

5. Bibliografía

Gvirtz, S. & Palamidessi, M. (2008). El ABC de la tarea docente: currículum y enseñanza. Buenos Aires, Argentina. Editorial Aique.

Macías Sánchez, J. (2014). Los registros semióticos en matemáticas como elemento de personalización en el aprendizaje. Revista de Investigación Educativa Conect@2, 4(9), p. 27-57.

Gobierno de la Provincia de Córdoba. Ministerio de Educación. Secretaría de Educación. Subsecretaría de Promoción de Igualdad y Calidad Educativa. Dirección General de Planeamiento e Información Educativa. Diseño Curricular: Ciclo Básico de la Educación Secundaria, versión 2011 – 2015.

Gobierno de la Provincia de Córdoba. Ministerio de Educación. Secretaría de Educación. Subsecretaría de Promoción de Igualdad y Calidad Educativa. Dirección General de Planeamiento e Información Educativa. Diseño Curricular de Educación Secundaria: Orientación Ciencias Sociales y Humanidades, versión 2012 – 2015.

Novembre, A., Escobar, M., Grimaldi, V., Ponce, H. & Sancha, I. (2019). Cuadernos de apoyo didáctico. Evaluar en Matemática. Un desafío de la enseñanza. Avellaneda, Buenos Aires, Argentina. Editorial Santillana.

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. En GTI (Ed.) O professor e o desenvolvimento curricular, p. 11-34. Lisboa, Portugal.

Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition and sense making in mathematics. En Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning, (Ed.) pp. 334-370. Nueva York, EEUU. Traducción para el curso “Didáctica y Taller de Matemática” del Profesorado en Matemática de la FAMAF.

Skovsmose, O. (2000). Escenarios de investigación. Revista EMA, 6(1), p. 3-26.

Villarreal, M. (2012). Tecnologías y educación matemática : necesidad de nuevos abordajes para la enseñanza. Innovación y Experiencias Tecnologías, 5, 73–94.

Villarreal, M. (2013). Humanos-con-medios: un marco para comprender la producción matemática y repensar prácticas educativas. En E. Miranda & N. A. Bryan (Eds.), Formación de Profesores, Curriculum, Sujetos y Prácticas Educativas. La perspectiva de investigación en Argentina y Brasil.

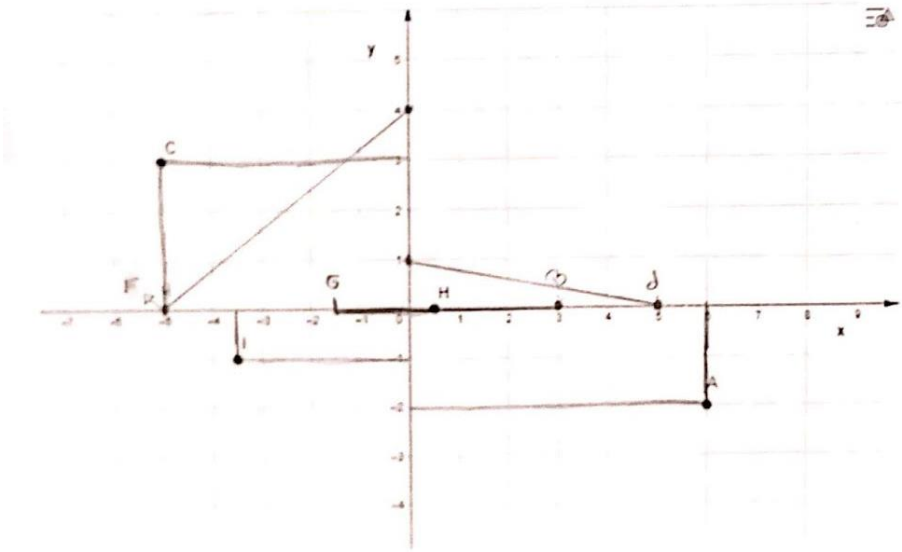
6. Anexo

6.1. Anexo 1: Diagnóstico realizado por las/os estudiantes de 5to A

Actividad diagnóstica para 5to año - E.N.S. "Dr. Alejandro Carbó"

1. Marcar en el plano cartesiano o completar las coordenadas de los siguientes puntos:

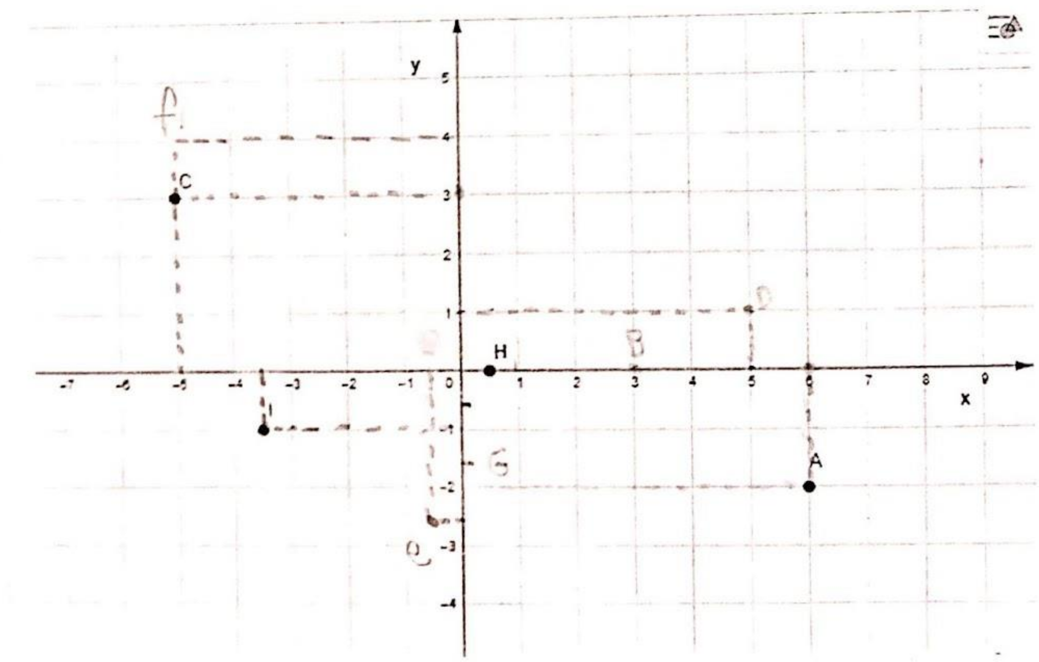
a) A=(6; -2)
b) B=(3;0)
c) C=(-5;3)
d) D=(5;1)
e) E= ($-\frac{1}{2}$; -2,5)
f) F=(-5;4)
g) G=(0; -1,5)
h) H=(0,5; 0)
i) I=(-3,5; -1)



Actividad diagnóstica para 5to año - E.N.S. "Dr. Alejandro Carbó"

1. Marcar en el plano cartesiano o completar las coordenadas de los siguientes puntos:

a) A=(6;-2)
b) B=(3;0)
c) C=(-5;3)
d) D=(5;1)
e) E= $(-\frac{1}{2}; -2,5)$
f) F=(-5;4)
g) G=(0; -1,5)
h) H=(0,5;0)
i) I=(-3,5;-1)



6.2. Anexo: Planificación anual de 5to año

NIVEL SECUNDARIO

PLANIFICACION ACADÉMICA DE LA U.C: MATEMÁTICA

CURSO y SECCIÓN:

5 ° SOCIALES . TURNO MAÑANA

PLANIFICACION ANUAL

- **OBJETIVOS GENERALES:**

→ Conocer y valorar las propias habilidades matemáticas para afrontar las situaciones que requieran su empleo o que permitan comprender los aspectos creativos, estéticos o utilitarios de las matemáticas.

→ Incorporar el lenguaje y modos de argumentación propios de las distintas formas de expresión matemática (numérica, gráfica, lógica, algebraica, probabilística) con el fin de comunicarse de manera precisa y rigurosa.

→ Elaborar estrategias de resolución de problemas intra y extramatemáticos, mediante procedimientos intuitivos y de razonamiento lógico, contrastándolas y reflexionando sobre el proceso realizado.

- **OBJETIVOS ESPECIFICOS:**

→ Reconocer la necesidad de ampliar el campo numérico de los reales (Complejos).

→ Recurrir a distintos tipos de funciones (cuadrática, exponencial, logarítmica y para interpretar y modelizar situaciones problemáticas.

→ Resolver ecuaciones exponenciales y logarítmicas usando propiedades de la potenciación y la logaritmación.

→ Interpretar y comunicar información estadística a través de tablas y gráficos.

→ Reconocer e interpretar medidas de tendencia central y de posición.

→ Formalizar el cálculo de probabilidades y modelizar fenómenos aleatorios.

- **UNIDADES Y/O EJES:**

Eje 1: Número y Álgebra

Números reales

Interpretar el uso de la notación científica para expresar números muy grandes y /o muy pequeños en valor absoluto y facilitar el cálculo

Intervalos de números reales: representación en la recta numérica (abierta, cerrada, semiabierto, infinita).

Números complejos

Utilización de los números complejos en situaciones problemáticas que requieran reconocer la insuficiencia de los números reales para resolver ecuaciones del tipo $x^2 + a = 0, a > 0$

Ampliación del conjunto de números reales a los números complejos a partir de la definición de la unidad imaginaria $i = \sqrt{-1}$ para resolver la ecuación $x^2 + 1 = 0$

Utilización de distintas representaciones de un número complejo: forma binómica (a + bi), representación en el plano (sistema de coordenadas cartesianas) como par ordenado con software educativo GeoGebra.

Álgebra

Resolución de ecuaciones cuadráticas con raíces reales y complejas .Utilización de ecuaciones y expresiones algebraicas en situaciones problemáticas. Determinación de las soluciones de las ecuaciones completas de segundo grado empleando la fórmula de Baskhara.

Eje 2: Álgebra y funciones

Álgebra

Ecuaciones cuadráticas: Transformación de ecuaciones cuadráticas apelando a las propiedades de las operaciones de números reales (cuadrado del binomio, propiedad distributiva de la multiplicación, diferencia de cuadrados). Interpretación de soluciones de las ecuaciones de segundo grado en la gráfica de la función correspondiente (dos raíces reales iguales o distintas, sin raíces reales).

Ecuaciones exponenciales y logarítmicas: Transformar ecuaciones exponenciales y logarítmicas para obtener otras equivalentes a través de las propiedades de la potenciación y la logaritmación.

Funciones

Funciones cuadráticas $y = a\,x^2 + bx + c$ *en tablas, gráficos y fórmulas*: reconocimiento de variaciones cuadráticas en tablas, gráficos y fórmulas. Interpretación de las características del gráfico de las variaciones cuadráticas a partir de los parámetros de su fórmula apelando a recursos tecnológicos. Relacionar parámetros de la fórmula de variaciones cuadráticas con la representación gráfica (parábola): vértice y puntos de intersección con los ejes. Interpretación de dominio, imagen (codominio), máximo, valor máximo, mínimo, valor mínimo, puntos de intersección con los ejes, intervalos de positividad, negatividad, crecimiento y decrecimiento, en el contexto de las situaciones que modelizan. Elaboración de fórmulas de funciones cuadráticas (polinómica, canónica y factorizada) a partir de tablas, gráficos y/o propiedades de las operaciones de números reales (factor común, cuadrado de un binomio, diferencia de cuadrados).

Funciones exponenciales: reconocer funciones de la forma $f(x) = k\,a^x$ con "a" positivo y distinto de 1, en gráficos y fórmulas. Interpretar las características del gráfico de las funciones exponenciales a partir de los parámetros de la fórmula $f(x) = k\,a^x$ (a positivo y distinto de 1) apelando a recursos tecnológicos. Relacionar parámetros de la fórmula de las

Representación gráfica de funciones exponenciales: crecimiento, decrecimiento y punto de intersección con el eje de las ordenadas. Interpretar dominio, imagen (codominio), punto de intersección con el eje de las ordenadas y asíntota, en el contexto de las situaciones que modelizan. Elaborar fórmulas de funciones exponenciales a partir de tablas y gráficos.

Funciones logarítmicas: Análisis en gráficos y fórmulas. Caracterizar la función logarítmica, desde gráficos y fórmulas, como inversa de la función exponencial. Interpretar dominio, imagen (codominio), puntos de intersección con el eje de las ordenadas y asíntota, en el contexto de las situaciones que modelizan.

Eje 3: Probabilidad y estadística

Probabilidad

Probabilidad clásica de eventos que incluya el conteo de casos con reposición de elementos. Uso de fórmulas sencillas de combinatoria con repetición de elementos para el cálculo de probabilidad clásica de eventos.

Estadística

Análisis de tablas y gráficos estadísticos: Interpretación de información contenida gráficos estadísticos (incluidos histogramas). Cálculo y descripción de medidas de tendencia central (media aritmética, mediana y moda) y de posición (cuartiles y percentiles) de un conjunto de datos.

- **METODOLOGÍA DE TRABAJO:**

Se pretende introducir al alumno en el mundo de las Matemáticas a través de la utilización práctica de las mismas. Se dará protagonismo al alumno, basándose en el hecho de que si el escolar descubre los conceptos por sí mismo estos se asientan de manera más duradera en su estructura lógica.

La metodología que se seguirá será activa, con varias exposiciones teóricas y realización de numerosas actividades y ejercicios que permitan que los alumnos de una forma progresiva afiancen los nuevos conceptos y técnicas matemáticas.

Se procurara atender a la diversidad de la clase. Para ello se entregaran ejercicios y actividades de refuerzo o ampliación, los mismos se enviaran de tarea para todos los alumnos y de esta forma abordar las falencias en saberes previos, principalmente en operatoria y geometria.

También se motivara la participación en clase ya que se pretende que los escolares tengan una actitud abierta y critica.

Finalmente, se potenciarán todas las actividades que sirvan para conectar la materia con otras asignaturas que cursen los alumnos, y con su vida cotidiana.

De manera general, el esquema metodológico de las clases serán las siguientes:

- → Realización en la pizarra de las tareas propuestas y aclaración de duda del día anterior.

→ Introducción de los nuevos conceptos de manera intuitiva mediante situaciones que resulten familiares o conocidas por el alumno.

→ Asociación de dichos conceptos intuitivos con sus análogos matemáticos.

→ Presentación de problemas y ejercicios que ejemplifiquen los contenidos a tratar en la clase

→ Uso de notebook u otros recursos tecnológicos o manipulativos para la representación gráfica de las fracciones, así como para la realización de operaciones con las mismas etc.

- **ESTRATEGIAS:**

Las enseñanza de la Matemática proporcionará el trabajo en equipo para facilitar: discusión de estrategias, estimación de resultados por búsqueda alternativas, análisis de resultado en relación a las situaciones planteadas, debate y toma de decisión. Se presentaran situaciones problemáticas donde los alumnos pondrán en juego la observación exploración y análisis de las propiedades de los conceptos a desarrollar. Se emplearan diversidad de recursos.

Método de resolución de problemas. Planteo de situaciones problemáticas. Aplicación de algoritmos. Análisis de casos. Modelización. Interpretación de textos. Interpretación de gráficos.

- **TEMPORALIZACIÓN:**

Total de horas cátedras: 132

Eje 1: 52 horas cátedras
Eje 2: 36 horas cátedras
Eje 3: 44 horas cátedras

- **BIBLIOGRAFÍA OBLIGATORIA**

→ Matemática para resolver problemas IV. Santillana Prácticas.

→ Matemática para resolver problemas IV. Santillana Prácticas.

→ Matemática 1 Activa . Polimodal . Puerto de Palos.

- **WEBGRAFÍA**

www.educ.ar

www.geogebra.com.ar

- **CRITERIOS DE EVALUACIÓN:**

El proceso de evaluación hace referencia al seguimiento y valoración de los aprendizajes del educando, que el profesor realiza en forma sistemática y objetiva. Se evaluará en forma oral los logros alcanzados por el alumno durante el año. Los criterios de evaluación son:

Resolución escrita de ejercicios y problemas. Pertinencia en el Interrogatorio oral. Presentación del material solicitado. Predisposición para realizar las tareas propuestas. Disponibilidad en el examen de los elementos de trabajo. Puntualidad en la presentación. Prolijidad en la presentación del trabajo solicitado. Interpretación de las consignas. Uso adecuado de lenguaje algebraico. Capacidad de razonamiento. Disposición y actitud en el examen para con la materia, el docente y los compañeros

Los abajo firmantes, miembros del Tribunal de Evaluación del Trabajo Final de Prácticas de *Metodología y Práctica de la Enseñanza*, damos Fe que el presente ejemplar impreso se corresponde con el aprobado por el Tribunal.