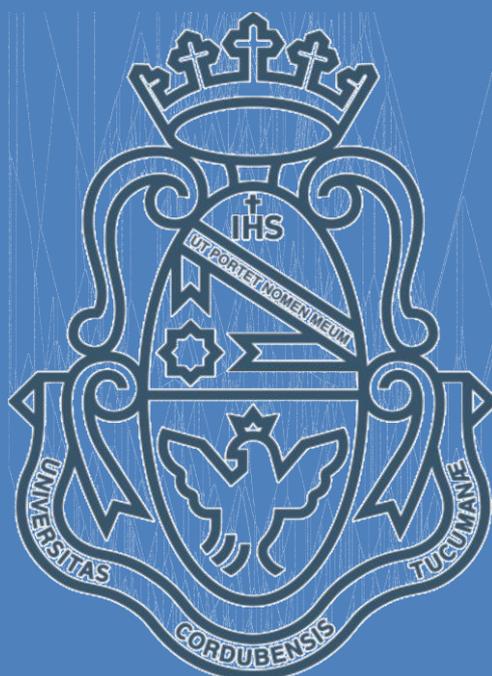


EPISTEMOLOGÍA E HISTORIA DE LA CIENCIA

SELECCIÓN DE TRABAJOS DE LAS XVI JORNADAS

VOLUMEN 12 (2006)

José Ahumada
Marzio Pantalone
Víctor Rodríguez
Editores



ÁREA LOGICO-EPISTEMOLÓGICA DE LA ESCUELA DE FILOSOFÍA
CENTRO DE INVESTIGACIONES DE LA FACULTAD DE FILOSOFÍA Y HUMANIDADES
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons atribución NoComercial-SinDerivadas 2.5 Argentina



El signo de aserción fregeano

Sandra Lazzer*

En el *Tractatus* Wittgenstein formula algunos comentarios acerca de signo de aserción introducido por Frege que derivaron en una serie de polémicas interpretaciones que algunos autores propusieron promediando el siglo XX sobre la naturaleza de este elemento del simbolismo fregeano. En lo que sigue trataré de reseñar algunos de los errores que a mi entender están contenidos en algunas de estas interpretaciones hoy ya clásicas del signo de aserción fregeano.

§1.

Frege reparó tempranamente en que, para poder sustentar la tesis de que la aritmética constituye una extensión de la lógica, importantes mejoras debían introducirse en ésta. Había que poder explicar desde un comienzo todo cuanto pudiera requerirse para la demostración de los teoremas de la aritmética. Era imprescindible entonces, reducir el procedimiento de la deducción a un corto número de pasos, siendo estos además perfectamente controlables, de suerte que no existiera posibilidad alguna de inconsistencias o contradicciones. Para satisfacer estos requisitos de rigor y sistematización de la “nueva” lógica, en 1879 Frege presentó su *Conceptografía*. El lenguaje simbólico debía tener las ventajas y cualidades que Leibniz había pensado para el *calculus philosophicus et ratiocinator*, con lo cual sería posible una emancipación de la “nueva” lógica de la gramática del lenguaje ordinario. Esto podía realizarse si la ambigua terminología sujeto/predicado era sustituida por una distinción más adecuada entre diversas formas proposicionales sobre la base de su *teoría de la función*. Lo que en la *Conceptografía* se presenta es básicamente un lenguaje formal del pensamiento puro, un sistema simbólico provisto de los recursos adecuados que aseguran la precisión de los procesos deductivos.

Uno de los primeros *signos especiales* introducidos por Frege en su *Conceptografía* está destinado a expresar el *juicio* o la *aserción*. El signo en cuestión es “┊” y se antepone al signo o complejo de signos que expresan el *contenido de la aserción*. Se trata en realidad de un signo complejo. Frege denominó *Urteilstrich*, esto es, *signo de aserción*, o como a veces también se lo llama, “trazo de aserción o juicio” (judgment-stroke), solamente a la raya vertical “┊”. Si se omite esta raya queda la raya horizontal, “—”, *Inhalstrich* o “trazo de contenido” (content-stroke), la cual sirve para indicar que el signo o los signos situados a su derecha *están siendo objeto de consideración*, sólo que ni afirmados ni negados. Lo que sigue a esta raya puede leerse como “la proposición de que”, cuyo contenido ha de ser siempre un *contenido judicable o aseverable*, no meramente una idea.

Frege rechaza el dogma de la lógica clásica de que la representación de un juicio o aserción deba siempre hacerse con base en la distinción sujeto/predicado. Lo que una adecuada

* UBA

Epistemología e Historia de la Ciencia, Volumen 12 (2006)

representación deberá poner de manifiesto en el lenguaje de la “nueva” lógica es el *contenido conceptual* del juicio o la aserción. La particularidad del lenguaje ideado por Frege parte de imaginar un análisis donde la *totalidad* de un juicio o aserción ha de ser expresado por lo que *gramaticalmente* reconocemos como *cláusula sujeto*. En un sentido muy especial y sólo si quisiéramos insistir en identificar algún predicado, podríamos tomar a este signo utilizado por Frege “ \vdash ” como un signo predicativo común a toda aserción. Es así como en su nuevo simbolismo, en su *notación conceptual*, Frege por medio de este signo especial indicará que se está haciendo una aserción, esto es, afirmar un pensamiento que se considera *verdadero* y no nada más que se le tiene.

Como dijimos antes, Frege introduce el signo de aserción en su *Conceptografía*, pero no es este el único trabajo donde dicho signo aparece. También está presente en *Las leyes fundamentales de la aritmética*. Hay además algunas otras referencias al signo en cuestión, en las que en términos generales Frege repite lo dicho en sus trabajos principales. Entre estos textos cabe destacar un pasaje muy significativo de “Función y Concepto”, donde Frege afirma lo siguiente:

Quando se escribe una ecuación o inecuación, por ejemplo, $5 > 4$, ordinariamente se quiere expresar con ello al mismo tiempo un juicio: en nuestro caso, se quiere aseverar que 5 es mayor que 4. De acuerdo con la concepción que he explicado aquí, en “ $5 > 4$ ” [...] se tiene sólo expresiones de valores de verdad, *sin que con ello se asevere nada*. Esta separación entre el juzgar y aquello sobre lo que se juzga, *parece indispensable*, pues de lo contrario, una mera suposición, el plantear un caso, no sería expresable sin juzgar, al mismo tiempo, sobre si ha sucedido o no. Necesitamos pues un signo especial, para poder aseverar algo¹

Siguiendo a Wittgenstein, para quien “lógicamente, el signo de aserción de Frege, ‘ \vdash ’, carece por completo de significado; sólo indica en Frege (y en Russell) que estos autores consideran verdaderas las proposiciones a las que se antepone este signo [Tractatus § 4.442]”², muchos autores concuerdan en que dicho *signo es superfluo*, quizás un “deslíz” conceptual y/o notacional en la obra de Frege Victor Dudman³ por ejemplo ha resaltado que “Peano percibió inmediatamente que el signo de aserción de Frege es ocioso y de ese modo anticipa las críticas de Wittgenstein en el *Tractatus*” Este autor piensa que el signo de aserción como operador podría encontrar un lugar en un sistema formal *dialéctico*, pero no en una lógica. Ahora bien, es interesante preguntarse, en primer lugar, si el signo de aserción efectivamente es ocioso desde un punto de vista lógico, si lógicamente carece por completo de significado y si meramente indica que Frege considera la proposición señalada por él como verdadera, y en segundo lugar, si su significación está restringida al ámbito de la dialéctica, entonces cómo y por qué Frege se comprometió en darle a este signo un lugar, ciertamente no menor, en su lógica. En un trabajo tardío de su obra, compilado en su *Escritos Póstumos*⁴, Frege vuelve a insistir en la importancia de este signo señalando que, “debí comenzar estrictamente mencionando el signo de aserción, la disociación de la *fuera asertórica* del predicado”. Puede tratarse, como sugiere en algún pasaje de su trabajo Dudman, de un gesto de obstinación por parte de Frege. O puede en cambio mostrar que no se trata de un signo superfluo, si nos atenemos a la concepción de la lógica propia de Frege.

§2.

En la polémica en torno al signo de aserción fregeano hay por lo menos dos posiciones que involucran interpretaciones contrarias del rol que este signo tiene. Siguiendo el trabajo de Dudman antes mencionado, podemos caracterizar estas dos interpretaciones como la *versión de Geach* (en alusión a la interpretación sostenida por Peter Geach en su trabajo "Assertion"⁵) y la *versión de Black* (en alusión a lo expuesto Max Black en su comentario de las críticas de Wittgenstein a Frege, en su trabajo *A Companion to Wittgenstein's Tractatus*⁶). Resumidamente, podríamos decir que para la primera versión, la *versión de Geach*, el signo de aserción es simplemente un *índice de la aserción*: "señala por su presencia o ausencia, de un modo u otro, que un contenido conceptual dado [...] está *de hecho* siendo presentado como verdadero". En cambio para la *versión de Black* el signo de aserción: "*altera el status semántico*", es decir convierte una designación en algo que no es una designación; el signo convierte las designaciones en aserciones.

A partir de esta distinción se pueden hacer varias consideraciones. La primera, es que en ambas versiones sólo hay aserción si está presente el signo correspondiente. La segunda es que para Dudman las dos versiones están presente en la obra de Frege, lo que, según este autor, marca una tensión interna en ella. En relación con esto, y como han afirmado algunos autores, especialmente N. Smith⁷, esto es erróneo. Según Smith, y creo que con razón, la versión correcta en torno a la naturaleza del signo fregeano de aserción es la propuesta por Geach. La conjetura explicativa que propone es la siguiente. En el análisis ofrecido por Dudman, la *versión Geach* se puede encontrar reflejada en los primeros escritos de Frege, especialmente en la *Conceptografía*, pero a partir de "Función y Objeto" aparece un tratamiento del signo de aserción más ligado a lo que aquí se llamó la *versión Black*. Ambas versiones evidencian maneras alternativas y, según Dudman, incompatibles de entender el signo de aserción, pero a pesar de ello aparecen *fusionadas* en *Las leyes fundamentales de la aritmética*. Sin embargo, Smith cree, en contra de Dudman, y siguiendo la lectura del propio Geach, que a partir de "Función y Objeto" Frege comienza a introducir una terminología asociada con su distinción entre *sentido y referencia* y con su *noción de proposición*, entendida como un *nombre complejo de objetos lógicos* como lo son los valores de verdad. Estos elementos modifican la descripción que Frege ofrece del signo de aserción. Pero este cambio terminológico en la descripción del signo de aserción no implica que la naturaleza atribuida a éste sea radicalmente distinta que la presente en sus escritos anteriores. Además, según Smith más importante es que lo que llevó a Dudman a sostener que hay dos nociones incompatibles en la explicación de la naturaleza del signo de aserción es una *confusión* entre la *oración aseverada* y la *aserción*. " $\vdash 2+3=5$ " es una *aserción*; la *oración aseverada* es " $2+3=5$ ". Uno puede aseverar una oración como esta segunda, pero *no puede aseverar una aseveración*. El signo de aseveración no actúa como una suerte de *operador semántico* que convierte un nombre en otra cosa. No hay modificación alguna del contenido semántico de la proposición u oración de base. Simplemente lo que se genera es una *combinación* que meramente *indica* que se está llevando a cabo el *acto de aseverar* una proposición u oración, esto es un nombre previamente dado.

Por último, vale la pena hacer una aclaración. Aunque inicialmente hayamos presentado al signo " \vdash " como aquel que se antepone al *signo o complejo de signos* que expresan el

contenido de la aserción, la noción de *contenido* puede aquí ser equívoca. Inicialmente Frege, de una manera un tanto vaga, asocia los signos con la noción de contenido. Sin embargo, hace la siguiente aclaración: “No todo contenido puede ser objeto de juicio cuando \vdash es escrito antes de su signo; por ejemplo, la idea de “caballo” no puede serlo. Debemos entonces distinguir entre aquellos contenidos que puede ser objeto de juicio y aquellos que no [...] lo que siempre sigue al trazo de contenido debe ser un contenido que *pueda ser objeto de juicio*”. Este pasaje pertenece a la *Conceptografía*⁸. Es así como el *trazo vertical*, el que propiamente indica la aserción, sólo aparece a la izquierda del trazo horizontal o *de contenido*; en otro términos, sólo cuando el trazo de contenido aparece, el contenido en cuestión puede ponerse en consideración, esto es, puede juzgárselo como siendo verdadero. Esto es lo que conlleva un acto de aserción. En escritos posteriores, Frege abandona la idea de *contenido como aquello asociado con un signo* en favor de la idea de asociar los signos a un *sentido* y una *referencia*. Esto hace que sin “contenidos” el rol del trazo de contenido se deba redefinir. Es así como pasará a ser una *función* que tendrá *como lugar de argumento*, como *objeto*, un *nombre*, esto es una *proposición*. Empero este cambio no implica que el signo de aserción reciba una *explicación alternativa* o empiece a considerarse su naturaleza de manera distinta. Frege modifica o cambia, en todo caso, su noción de “ \vdash ”, pero no la concepción de su “ \mid ”, lo que hace que no modifique su concepción del signo de aserción.

§3.

En la literatura sobre el tema se reconoce que, si bien las primeras críticas al signo de aserción fregeano fueron formuladas por Peano en su comentario crítico de *Las leyes fundamentales de la aritmética*, en varios pasajes del *Tractatus Wittgenstein* formula una serie de comentarios acerca de la aserción y su representación simbólica en Frege, a partir de los cuales se ha generado un importante polémica. Describe al signo de aserción fregeano como *careciendo por completo de significado*, negando que pertenezca a la proposición. Insiste en que la aserción no puede dar sentido a la proposición. “Toda proposición tiene *ya* que tener un sentido; la aserción no puede dársele, puesto que lo que se asevera es el sentido.”[4.064] La aserción sólo indica en Frege (también en Russell) que hay que considerar verdaderas las proposiciones a las que se antepone este signo. Wittgenstein rechazará que el predicado “ser verdadero”, sea predicado de todas las proposiciones afirmadas. “[...] el *verbo* de una proposición no es ‘es verdadero’ o ‘es falso’ – como creía Frege; más bien, eso que es verdadero debe ya contener al verbo”. [4.063].

Hay creo por lo menos dos líneas argumentativas por medio de las cuales se puede mostrar algunos errores interpretativos que los comentarios de Wittgenstein contienen. La primera fue expuesta por D. Jaquette⁹, reconstruyendo las críticas bajo la forma de una secuencia argumentativa que se apoya en dos supuestos básicos que Wittgenstein habría adoptado. El primero es el que Jaquette denomina *principio de significación* y enuncia de esta forma. “Si un signo intenta decir algo que no puede ser dicho, entonces ese signo carece lógicamente de significado”. Pero es el segundo supuesto el que Jaquette cree que es falso, que no puede ser atribuido a Frege y que de hacerlo lleva a interpretar de manera incorrecta el signo de aserción fregeano. Este supuesto se enuncia diciendo que: “El signo complejo ‘ $\vdash p$ ’, que contiene el

signo de aserción de Frege ‘ \vdash ’ intenta decir de sí mismo que es verdadero”. Este signo no intenta decir de sí mismo que es verdadero; simplemente dice que el subcomponente proposicional es verdadero. Aquí hay algo similar a lo que señalábamos antes, esto es, la adopción de una lectura del signo de aserción como si este fuera una especie de operador semántico. Un dato curioso es que para mostrar el error interpretativo de Wittgenstein Jacqueline se vale de un comentario de Max Black efectuado en el mismo texto que Dudman había tomado para su reconstrucción. Este comentario de Black afirma que “la visión de Frege de su signo de aserción *no requiere* que se afirme que una proposición asevera su propia verdad”. Este pasaje refuerza aún más, a mi entender, la impresión que N. Smith insinúa respecto a cierta desvirtuación de las ideas de Black en la reconstrucción de Dudman. Resumiendo: aunque acordemos con Wittgenstein en que una proposición genuina no puede hacer una afirmación sobre sí misma, *no es esto* lo que con el signo de aserción fregeano se hace.

La segunda objeción que se puede ofrecer a la interpretación de Wittgenstein esta relacionada con la idea de presentar el signo de aserción como un predicado. Vuelve haber aquí un error interpretativo. Recordemos algo que dije al principio, en relación al lenguaje de la *Conceptografía*. Entre las particularidades que este lenguaje tiene es la de proponer un análisis donde la *totalidad* de un juicio o aserción que ha de ser expresado por lo que *gramaticalmente* reconocemos como *cláusula sujeto*. Esto hace que, siguiendo a Frege, debamos imaginarnos una variante del lenguaje ordinario donde la aserción: “Arquímedes pereció en la conquista de Siracusa” se exprese ahora diciendo que: “La muerte violenta de Arquímedes durante la conquista de Siracusa *es un hecho*”. Pero entonces en un sentido muy especial y sólo si quisiéramos insistir en identificar algún predicado, podríamos tomar a este signo utilizado por Frege “ \vdash ” como un signo predicativo común a toda aserción. Frege lo expresa del siguiente modo

Sin duda, uno puede distinguir aquí (en el segundo caso del ejemplo de Arquímedes) entre *sujeto y predicado*, si es que uno desea hacerlo, pero el *sujeto incluye el contenido completo*, y el *predicado sólo sirve para tomar al contenido como objeto de juicio*. En un lenguaje como éste debiera de haber sólo un predicado para todos los juicios, llamado “*es un hecho*”.

Pero es igual de importante la aclaración que Frege agrega a continuación:

No hay aquí ninguna cuestión ligada a la noción de sujeto y predicado en un sentido ordinario.¹⁰

Esta forma de presentar el signo de aserción como un predicado fue motivo de muchos comentarios los cuales, con razón, mostraron que hay en ella elementos poco claros que pueden llevar a confusión. De hecho Frege abandona esta presentación en *Las leyes fundamentales de la aritmética*. Sin embargo, y ahora en relación con las críticas de Wittgenstein, es necesario aclarar dos cosas. La primera es que Frege no dice exactamente que el *trazo de aserción* es un predicado. Lo que es un predicado es la combinación de éste con el trazo de contenido. “Nuestra conceptografía es un lenguaje [...] donde el signo “ \vdash ” es el predicado común a todos los juicios”. La segunda y más importante aclaración tiene que ver

con la frase de Frege señalada hace un momento; aún si consideráramos el signo de aserción como un predicado, esto *nada tiene que ver con el uso del concepto predicado en un sentido ordinario*.

Recordemos ahora la crítica de Wittgenstein: “[...] el verbo de una proposición no es ‘es verdadero’ o ‘es falso’ – como creía Frege; más bien, eso que es verdadero debe ya contener al verbo”. [4.063]. Podría argumentarse que hay aquí una suerte de traspaso del signo de aserción, indispensable cuando se trabaja en sistemas formales, al lenguaje natural, donde la distinción ya no vale¹¹. No hay, sin embargo en Frege ningún traspaso del signo de aserción al lenguaje ordinario, porque cuando se lo considera como un predicado, éste en modo alguno tiene el sentido habitual. No hay ninguna evidencia textual para presuponer que Frege haya creído que las dos oraciones antes mencionadas en torno a la muerte de Arquímedes tienen *distinto* contenido conceptual. No hay ningún verbo en “es lo verdadero” o en “es un hecho” cuando se reconstruye la aserción en sentido fregeano que *agregue contenido semántico* alguno, porque no hay una predicación en un sentido habitual. Hay sólo una “marca” que indica que una aserción está siendo hecha, una forma de poner de manifiesto la presencia de un *acto de aserción*. Wittgenstein tiene razón en suponer que toda proposición tiene *ya* un sentido y que la aseveración *no puede dárselo*. En lo que se equivoca es en creer que esto último es lo que Frege quiere hacer con su signo de aserción¹²

§4.

Dejemos, pues, de lado opiniones como las de que se trata meramente de una obstinación por parte de Frege el incluir un signo como este o que Frege le da al signo una importancia que no tiene o que las distinciones conceptuales y las implicaciones filosóficas que extrae de su postulación son erradas. Queda aún pendiente una explicación de cual es el rol y la importancia que este signo tiene en la *concepción de la lógica propia de Frege*. Es justamente en este aspecto o esta perspectiva que, quienes creen que no hay nada de contradictorio ni redundante en el uso del signo en la lógica de Frege, basan sus argumentos. En términos muy generales, estos autores creen que hay elementos propios de la concepción de la lógica de Frege que permiten distinguir entre una *inferencia como proceso justificatorio*, y por lo tanto con una dimensión epistémica, y *leyes de inferencia*. La capacidad justificatoria de una inferencia no estará simplemente garantizada por cuestiones ligadas a la validez o a la corrección de la misma¹³. Hay un aspecto esencial inherente al *reconocimiento efectivo de la verdad de las premisas* en tanto esa inferencia se considera de un proceso de reconstrucción racional y justificación de un cierto conocimiento, *e.g., conocimiento aritmético*, que debe estar presente. En este ámbito el signo de aserción no sólo es un dispositivo adecuado para tal propósito, sino imprescindible¹⁴.

Notas

¹ Frege [1998] en “Función y Concepto” pp 69-70. Aquí es muy pertinente la nota y comentario a pie de página del traductor: “La barra del juicio no puede usarse para formar una expresión de función, pues *no sirve, en conexión con otros signos, para designar un objeto*” nota 7 pág 70.

² Wittgenstein, L [1961] La versión castellana está tomada de la traducción inédita de Alejandro Tomasini Bassols

³ Dudman [1970]

⁴ Frege [1979]

⁵ Geach [1965]

⁶ Black [1964]

⁷ Smith [2000]

⁸ Frege [1967] traducción de pp 11-12

⁹ Jacquette [1985]

¹⁰ Frege [1967] pp 12-13

¹¹ Si tomamos la adecuada reconstrucción que de esta crítica presenta Tomasini Bassols [2003], el error de Wittgenstein se hace evidente (y esto en contra de lo que el propio Tomasini Bassols sostiene):

“Aquí Frege es víctima de su propio espejismo al traspasar tranquilamente su signo de aserción, indispensable cuando se trabaja en sistemas formales, al lenguaje natural, donde la distinción ya no vale. Para el hablante normal la noción de verdad aparece ya en o con las oraciones empleadas, esto es, afirmadas.” Tomasini Bassols [2003]

¹² Una lectura polémica, de naturaleza declaradamente wittgensteniana, cuya afirmaciones lejos de evidenciar un desconocimiento del tema nos introducen en un punto de vista alternativo a lo que podría calificarse como “ortodoxia interpretativa”, se pueden encontrar en el capítulo 4: “The Formal Theory of Assertion” en G.P Baker & P.M.S. Hacker *Frege: Logical Excavations* Oxford 1984. Algunos de los comentarios como los de I. Proops [1997], así como también los de A. Tomasini Bassols reseñados antes, debe reconocerse que tienen, aún cuando no se comparta su punto de vista, el peso interpretativo de esta tradición alternativa.

¹³ Véase Currie [1987] pp 55-56

¹⁴ Para una adecuada reconstrucción del significado inferencial que Frege le otorga a su signo véase Green [2002]

Bibliografía

- Black, M. [1964] *A Companion to Wittgenstein's "Tractatus"*, Ithaca, Cornell University Press
- Currie, G. [1987] “Remarks on Frege's Conception of Inference”, *Notre Dame Journal of Formal Logic*, Vol 28 n° 1, pp 55-68
- Dudman, V [1970]. “Frege's Judgment-Stroke” *The Philosophical Quarterly*, Vol 20.No. 79 pp 150-161
- Frege, G [1967]: *Begriffsschrift, a formula language for pure thought modeled upon that of arithmetic, for pure thought*, en *From Frege to Gödel*, van Heijenoort (ed) Harvard University Press, pp. 1-82
- Frege, G [1979]: *Posthumous Writings*, H. Hermes, F. Kambartel and F. Kaulbach (eds) Blackwell.
- Frege, G. [1998]: *Ensayos de Semántica y Filosofía de la Lógica*, Edición, introducción, traducción y notas de Luis M. Valdés Villanueva, Madrid, Tecnos.
- Geach. P T [1965]: “Assertion” *The Philosophical Review*, Vol.74.No.4 pp 449-465
- Green, M. [2002]: “The Inferencial Significance of Frege's Assertion Sign”, *Facta Philosophica*, vol 4, n°2
- Jacquette, D. [1985]: Wittgenstein on Frege's *Urteilstrich*”, *International Logic Review*, Vol. 16. pp 79-82.
- Proops, I [1997]: “The Early Wittgenstein on Logical Assertion”, *Philosophical Topics*, vol 25, no. 2
- Smith, N [2000]. “Frege's Judgment-Stroke”, *Australasian Journal of Philosophy*, Vol 78. Pp. 153-175
- Tomasini Bassols, A. [2003] “Frege y el *Tractatus*”, en *Estudios sobre las filosofías de Wittgenstein*, México, Plaza y Valdés. pp. 57-75
- Wittgenstein, L. [1961]. *Tractatus Logico-Philosophicus*, Traducción de D. Pears y B F Mc Guinness, Londres y Henley, Routledge & Kegan Paul.