

# Evolución dinámica de sistemas planetarios circumbinarios

por

**Lic. Federico Andrés Zoppetti**

Presentado ante la Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación como parte de los requerimientos para la obtención del grado de

Doctor en Astronomía

de la

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA



©FAMAF – UNC 2020

Director: Dr. Alejandro Martín Leiva



Evolución dinámica de sistemas planetarios circumbinarios por Federico Andrés Zoppetti se distribuye bajo una [Licencia Creative Commons Atribución No comercial-sin derivadas 4.0 Internacional](#).

A Marta M. Ceirano y Vito J. Zoppetti,  
la tierra de estos cielos.



“Se lo he explicado a ustedes diciéndoles que incluso detrás de la demanda más primitiva, la del seno y el objeto que representa al seno materno, está ese desdoblamiento creado en la demanda por el hecho de que la demanda es demanda de amor.”

Jacques Lacan, *Seminario V: Las Formaciones del Inconsciente*.





## RESUMEN

---

En la presente tesis se presenta un estudio dinámico detallado de los diferentes estadios evolutivos de los sistemas planetarios circumbinarios con un planeta, desde la etapa inmediatamente posterior a la formación del planeta, cuando éste se encuentra migrando en el disco protoplanetario, hasta la actualidad, varios miles de millones de años después.

El estudio abarca un análisis y caracterización de los procesos de migración planetaria en discos protoplanetarios circumbinarios, los mecanismos de captura y estabilidad en resonancias de movimientos medios de altos órdenes y la posterior evolución debida a la interacción entre las fuerzas gravitacionales y las fuerzas de marea entre el planeta y la binaria. Dichos procesos son estudiados tanto a partir de simulaciones numéricas como también mediante la construcción de modelos analíticos y semi-analíticos, y son evaluados en el contexto de los planetas circumbinarios observados por la *Misión Kepler*.

Entre los principales resultados, hemos encontrado que la captura en resonancias de movimientos medios de altos órdenes es un mecanismo efectivo en detener la migración planetaria en el disco protoplanetario y, al contrario de lo sugerido por otros autores, la configuración resonante mostró ser estable por escalas de tiempo del orden de la edad del sistema. Las interacciones puramente gravitatorias, por su parte, presentan características peculiares en este contexto debido a la magnitud de la perturbación de la secundaria y, como consecuencia, la dinámica secular del planeta se ve fuertemente afectada por una contribución que es usualmente despreciada en el caso de perturbadores con mucho menor masa que el cuerpo central. Finalmente, la evolución tidal del planeta también presenta características interesantes en el escenario circumbinario, dentro de las cuales quizás las más llamativas resultaron ser la existencia de soluciones rotacionales estacionarias sub-síncronas y, una vez alcanzado este estado, la subsecuente migración orbital planetaria hacia el exterior del sistema.

Se pretende de esta forma realizar un aporte significativo en la comprensión de la compleja interacción entre fuerzas gravitatorias con mecanismos disipativos, tales como la fricción con discos protoplanetarios y las fuerzas de marea, en el peculiar escenario circumbinario donde la masa del cuerpo perturbador es del mismo orden que la masa del cuerpo central. En particular, se evalúa el rol de estos mecanismos en la determinación de la configuración orbital actualmente observada en los sistemas planetarios observados.

## ABSTRACT

---

In this thesis we present a detailed dynamic study of the different evolutionary stages of the circumbinary planetary systems with a single planet, from the stage immediately after the formation of the planet, when it is migrating in the protoplanetary disk, until today, several thousands of millions of years later.

The study covers an analysis and characterization of the planetary migration processes in circumbinary protoplanetary disks, the mechanisms of capture and stability in mean motion resonances and the subsequent evolution due to the interaction between gravitational forces and the tides between the planet and the binary.

These processes are studied both from numerical simulations and also from the construction of analytical and semi-analytical models, and are evaluated in the context of the circumbinary planets observed by the *Kepler* Mission.

Among the main results, we found that the resonant capture in high-order mean motion resonances is an effective mechanism to stall the planetary migration in the protoplanetary disk and, contrary to what was expected by other authors, the resonant configuration showed to be stable by timescales of the order of the age of the system. Purely gravitational interactions, on the other hand, present peculiar characteristics in this context and, due to the magnitude of the secondary perturbation, the secular dynamic of the planet is strongly affected by a contribution that is usually neglected in the case of perturbers with much less mass than the central body. Finally, the tidal evolution of the planet also presents interesting features in the circumbinary scenario, within which perhaps the most striking were the existence of sub-synchronous stationary rotational solutions and, once this state has been reached, the planetary orbital migration outward from the system.

It is intended, in this way, to make a significant contribution in the understanding of the complex interaction between gravitational forces with dissipative mechanisms, such as friction with protoplanetary discs and tidal forces, in the peculiar circumbinary scenario where the mass of the perturbing body is of the same order that the mass of the central body. In particular, we evaluate the role of these mechanisms in determining the current orbital configuration observed in the planetary systems.

## PUBLICACIONES

---

Los principales resultados presentados en esta tesis han sido publicados previamente en las siguientes revistas internacionales, de la manera que se detalla a continuación:

- Los resultados del Capítulo 3 en la revista *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, en julio de 2018 (Zoppetti et al. , 2018).
- Los resultados del Capítulo 4 en la revista *Journal of Physics Conference Series*, en octubre de 2019 (Zoppetti et al., 2019).
- Los resultados del Capítulo 5 en la revista *Astronomy & Astrophysics*, en julio de 2019 (Zoppetti et al., 2019b).
- Los resultados del Capítulo 6 en la revista *Astronomy & Astrophysics*, en febrero de 2020 (Zoppetti et al., 2020).



# ÍNDICE GENERAL

---

<b>i</b>	<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>PLANETAS EN SISTEMAS ESTELARES MÚLTIPLES</b>	<b>3</b>
1.1	Multiplicidad estelar	3
1.2	Configuraciones orbitales de planetas en sistemas binarios	4
1.3	Estabilidad orbital	5
1.4	Descubrimiento y análisis	6
<b>2</b>	<b>LOS PLANETAS CIRCUMBINARIOS</b>	<b>9</b>
2.1	Métodos de detección	10
2.1.1	Peculiaridades del contexto circumbinario	10
2.1.2	Método de tránsitos	12
2.1.3	Método de variación en tiempos de eclipses	13
2.1.4	Método de imagen directa	17
2.1.5	Método de lentes gravitacionales	17
2.1.6	Método de velocidad radial	17
2.2	Los sistemas Kepler	19
2.2.1	Diagrama radio <i>vs.</i> periodo	20
2.2.2	Abundancia	22
2.2.3	Formación y evolución temprana	24
<b>ii</b>	<b>CAPTURA RESONANTE Y EVOLUCIÓN DINÁMICA EN SISTEMAS PLANETARIOS CIRCUMBINARIOS</b>	<b>29</b>
<b>3</b>	<b>CAPTURA RESONANTE Y EVOLUCIÓN TIDAL</b>	<b>31</b>
3.1	El sistema Kepler-38 primordial	31
3.2	Migración y captura resonante en el sistema Kepler-38	37
3.2.1	Estructura resonante	38
3.2.2	Migración planetaria	41
3.3	Evolución tidal hacia el sistema Kepler-38 actual	46
3.4	Resumen y conclusiones del capítulo	52
<b>4</b>	<b>EVOLUCIÓN SECULAR DE LA EXCENTRICIDAD PLANETARIA</b>	<b>55</b>
4.1	Modelo para la dinámica secular	55
4.1.1	De condiciones iniciales osculadoras a medias	58
4.1.2	La excentricidad media	59
4.2	Comparación con simulaciones de N-cuerpos	60
4.2.1	Dinámica disipativa	62
4.3	Resumen y conclusiones del capítulo	64
<b>iii</b>	<b>EVOLUCIÓN TIDAL DE SISTEMAS CIRCUMBINARIOS</b>	<b>67</b>
<b>5</b>	<b>UN MODELO TIDAL AUTO-CONSISTENTE DE FRICCIÓN DÉBIL</b>	<b>69</b>
5.1	El modelo	69
5.1.1	Revisión de las fuerzas de Mignard	69
5.1.2	Las ecuaciones de movimiento	73
5.2	Simulaciones numéricas	76

5.2.1	Evolución dinámica temprana	77
5.2.2	Evolución orbital a largo plazo	79
5.3	Modelo secular analítico	81
5.3.1	Evolución secular del espín planetario	81
5.3.2	Ecuaciones variacionales para la evolución orbital	84
5.4	Comparación con integraciones numéricas	89
5.5	Resumen y conclusiones del capítulo	91
6	MODELO TIDAL PARA SISTEMAS CON EXCENTRICIDADES ARBITRARIAS	95
6.1	Modelo secular analítico	95
6.1.1	Evolución del espín planetario	97
6.1.2	Evolución secular orbital	101
6.2	Aplicación a los sistemas Kepler	102
6.2.1	Escalas de tiempo tidales	104
6.2.2	Una interpretación geométrica de la migración planetaria	105
6.2.3	Evolución tidal pasada	106
6.3	Resumen y conclusiones del capítulo	109
iv	RESULTADOS, CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS	111
	RESULTADOS Y CONCLUSIONES GENERALES	113
	PERSPECTIVAS FUTURAS	119
v	APÉNDICE	123
.1	Coeficientes de la evolución tidal rotacional	125
.2	Coeficientes de la evolución tidal orbital	126
.3	Funciones de excentricidad	129
	BIBLIOGRAFÍA	131
	ÍNDICE DE FIGURAS	139
	ÍNDICE DE TABLAS	140

Parte I

INTRODUCCIÓN





## PLANETAS EN SISTEMAS ESTELARES MÚLTIPLES

---

En general, es bastante conocido que aproximadamente la mitad de las estrellas de tipo solar forman parte de sistemas múltiples y cerca de un tercio de sistemas binarios (Heintz, 1969; Duquennoy & Mayor, 1991; Raghavan et al., 2010; Tokovinin, 2014). Además, diversos estudios muestran que los planetas extrasolares son altamente abundantes, con la mayoría de las estrellas albergando al menos un planeta (Howard et al., 2010; Mayor et al., 2011; Petigura et al., 2013). Si consideramos la ubicuidad de tanto planetas como estrellas binarias en la galaxia, la inquietud sobre su existencia conjunta resulta natural.

En este capítulo se discuten de manera breve algunos aspectos generales sobre la multiplicidad estelar así como la configuración y estabilidad de los planetas observados en sistemas binarios, con especial énfasis en los sistemas planetarios circumbinarios.

### 1.1 MULTIPLICIDAD ESTELAR

El trabajo clásico de Raghavan et al. (2010) presenta un análisis exhaustivo de la multiplicidad de estrellas de tipo solar en nuestra vecindad. Para esto, los autores utilizan una muestra de 454 estrellas, incluido el Sol, seleccionada del catálogo *Hipparcos* (Perryman et al., 1997) y estudian la multiplicidad de las estrellas a partir de varios métodos, tales como interferometría, astrometría y espectrometría.

Entre los principales resultados del relevamiento, los autores encuentran que, si se tienen en cuenta compañeras estelares y enanas marrones, el  $(56 \pm 2)\%$  de las estrellas de tipo solar en nuestra vecindad se encuentran aisladas, mientras que el  $(33 \pm 2)\%$  conforma sistemas binarios.

El tamaño de la muestra de Raghavan et al. (2010) resulta suficientemente grande como para estudiar la dependencia de la multiplicidad estelar con varios parámetros físicos. A modo de ejemplo, la Figura 1 recopila la dependencia de este parámetro con el tipo espectral estelar, encontrado por diferentes autores (ver citas en Raghavan et al. (2010)). En términos generales, los resultados encontrados en este trabajo para estrellas de tipo solar en el rango  $F6 - K3$  son consistentes con la tendencia previamente observada de que estrellas de tipo temprano parecen encontrarse mucho más frecuentemente en sistemas múltiples, respecto de las estrellas de tipo tardío. Las líneas sólidas de la Figura 1 muestran la fracción de la muestra corregida por incompletitud, mientras que las líneas a trazos muestran los resultados de dos submuestras. De las estrellas que componen la sub-muestra azul ( $F6 - G2$ ), aproximadamente el  $(50 \pm 4)\%$  tiene compañeras, mientras que sólo el  $(41 \pm 3)\%$  de la sub-muestra roja ( $G2 - K3$ ) forma parte de un sistema múltiple.

Es importante destacar que precisamente las estrellas de tipo solar cuya multiplicidad se estudia en este trabajo, son los objetivos principales de los relevamientos de búsqueda de exoplanetas.

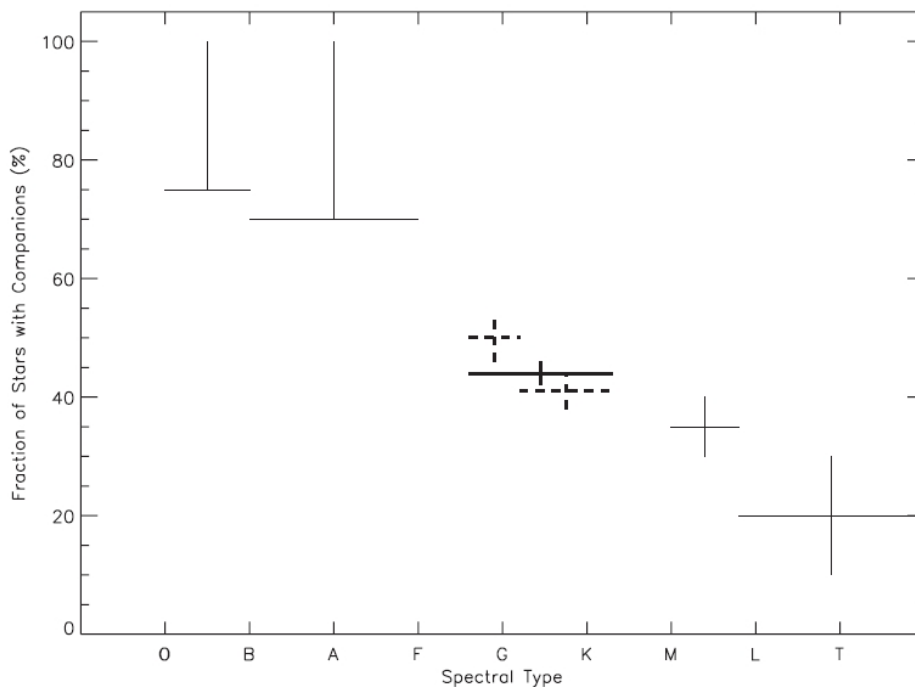


Figura 1: Multiplicidad estelar en función del tipo espectral. La multiplicidad de estrellas de tipo  $F - K$  fue calculada en el trabajo de [Raghavan et al. \(2010\)](#) mientras que las líneas delgadas correspondientes a otros tipos espectrales recopilan los resultados de otros autores. Las incertezas en los porcentajes fueron estimadas a partir de análisis de tipo *bootstrap*. Tomado de [Raghavan et al. \(2010\)](#).

## 1.2 CONFIGURACIONES ORBITALES DE PLANETAS EN SISTEMAS BINARIOS

En el caso particular de sistemas binarios, dos tipos de configuraciones orbitales diferentes han sido observadas para los planetas miembros. Por un lado, el planeta puede estar orbitando una de los componentes del sistema, con semieje mayor  $a_p$  menor al semieje mayor de la binaria  $a_{bin}$  ( $a_p < a_{bin}$ ). En este caso, se denomina *planeta circumestelar* (*circumprimario* o *circumsecundario*, de acuerdo a cual de las componentes estelares orbite) o *planeta Tipo-S*. Por otra parte, si el planeta posee una órbita externa a la binaria ( $a_p > a_{bin}$ ) y orbita en torno al baricentro de la misma, se habla de un *planeta circumbinario* (de aquí en adelante CB) o *planeta Tipo-P*. Dichas configuraciones orbitales se ilustran en la Figura 2.

Inspirado en las órbitas del sistema solar, la clasificación *Tipo-S* o *Tipo-P* fue acuñada por [Dvorak \(1986\)](#), en referencia a *Tipo-Planeta* o *Tipo-Satélite*. Con la misma inspiración, otro tipo de configuraciones orbitales más exóticas han sido propuestas por diferentes autores para los planetas en sistemas binarios. Por ejemplo, órbitas troyanas alrededor de los puntos Lagrangeanos  $L_4$  y  $L_5$  ([Dvorak, 1986](#); [Schwarz et al., 2015](#)) y órbitas halo cercanas a  $L_1$ ,  $L_2$  y  $L_3$  ([Howell, 1984](#)). Sin embargo, hasta el momento ningún planeta ha sido descubierto en este tipo de configuraciones.

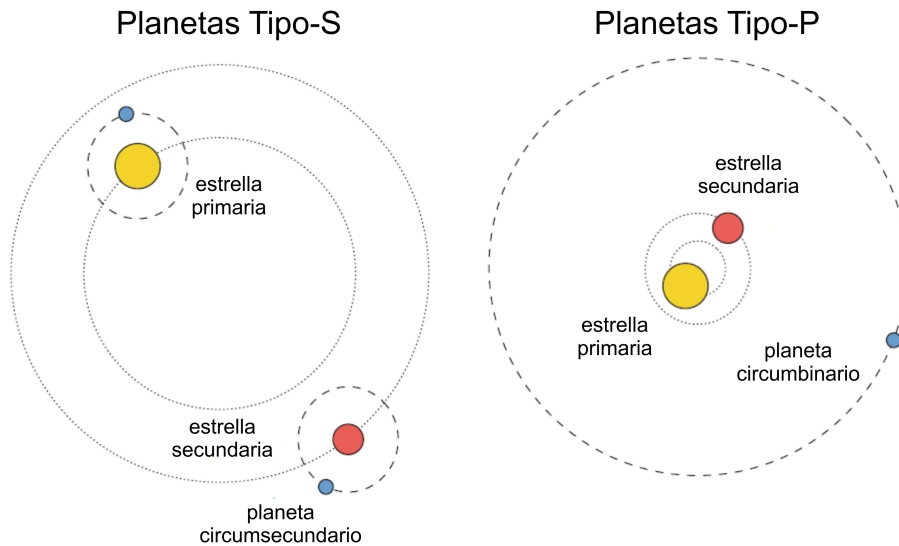


Figura 2: Tipos de configuraciones orbitales de planetas observados en sistemas binarios. Adaptado de [Martin \(2018\)](#).

### 1.3 ESTABILIDAD ORBITAL

Si bien se han encontrado planetas orbitando sistemas binarios en diferentes configuraciones, a diferencia del caso de planetas en torno a estrellas aisladas, las perturbaciones de la estrella secundaria delimitan regiones donde no es posible que éstos sean observados. Naturalmente, a medida que nos acercamos al objeto perturbador, la estabilidad de la órbita se vuelve menos probable. De manera cualitativa, en el marco de las configuraciones anteriormente expuestas, esperamos que en sistemas circumbinarios exista una distancia máxima a la estrella huésped por encima de la cual la órbita del planeta se vuelva inestable mientras que, en sistemas CB, se espera que exista una distancia mínima solo por encima de la cual la estabilidad es posible.

Como consecuencia, a partir de realizar análisis de estabilidad es posible delimitar regiones en sistemas binarios donde un planeta puede ser observado, lo cual resulta de gran importancia a la hora de realizar relevamientos observacionales, ya que restringe de manera considerable el espacio de parámetros donde realizar la búsqueda.

Existen muchos trabajos en la literatura dedicados a determinar la estabilidad de sistemas de 3-cuerpos, incluso anteriores a que los planetas en sistemas binarios hayan sido descubiertos (e.g. [Ziglin, 1975](#); [Dvorak, 1986](#); [Holman & Wiegert, 1999](#); [Mudryk & Wu, 2006](#); [Doolin & Blundell, 2011](#)). En general, la técnica utilizada en estos trabajos consiste en realizar simulaciones numéricas de N-cuerpos sobre una región del espacio de parámetros y determinar dominios estables e inestables sobre ciertas escalas temporales.

El trabajo comúnmente más citado es el de [Holman & Wiegert \(1999\)](#), donde se utiliza este método para obtener de manera empírica límites de estabilidad para planetas circumbinarios y circumbinarios considerados en órbitas circulares. En particular, para el caso de planetas CB, los autores encuentran que los planetas ten-

drán órbitas estables si sus semiejes mayores  $a_p$  superan un semieje mayor crítico  $a_{c,p}$ , dado por

$$\frac{a_{c,p}}{a_{bin}} = 1.6 + 5.1e_{bin} - 2.22e_{bin}^2 + 4.12\bar{\mu}_{bin} - 4.27e_{bin}\bar{\mu}_{bin} - 5.09\bar{\mu}_{bin}^2 + 4.61e_{bin}^2\bar{\mu}_{bin}^2 \quad (1)$$

donde  $a_{bin}$  y  $e_{bin}$  son el semieje mayor y la excentricidad de la binaria y  $\bar{\mu}_{bin} = m_B/(m_A + m_B)$ , con  $m_A$  y  $m_B$  las masas de las estrellas primaria y secundaria, respectivamente.

Una expresión análoga es presentada para planetas circunestelares, donde en este caso el semieje mayor crítico  $a_{c,s}$  corresponde al máximo semieje posible para este tipo de planetas:

$$\frac{a_{c,s}}{a_{bin}} = 0.464 - 3.8\bar{\mu}_{bin} - 0.631e_{bin} + 0.586e_{bin}\bar{\mu}_{bin} + 0.15e_{bin}^2 - 0.198\bar{\mu}_{bin}e_{bin}^2 \quad (2)$$

Es importante destacar que en este trabajo los autores no consideran planetas excéntricos o con inclinación, ni ciertas estructuras dinámicas fundamentales como las resonancias de movimientos medios, las cuales pueden ser capaces de crear islas de estabilidad o inestabilidad (Doolin & Blundell, 2011).

#### 1.4 DESCUBRIMIENTO Y ANÁLISIS

A pesar de que miles de exoplanetas han sido descubiertos a la fecha (por ejemplo, [www.exoplanet.eu](http://www.exoplanet.eu)), sólo una pequeña parte de ellos fueron encontrados en sistemas estelares múltiples. Esto resulta particularmente curioso dada la frecuencia de estrellas con compañeras estelares discutida en la Sección 1.1. Sin embargo, una serie de *bias* observacionales históricos y errores en el diseño de estrategias han conspirado en contra del descubrimiento de planetas en estos sistemas (Eggenberger et al., 2007; Wright et al., 2012).

De acuerdo al catálogo de planetas en sistemas múltiples de R. Schwarz (Schwarz et al. (2016), <http://www.univie.ac.at/adg/schwarz/multiple.html>), al momento en que esta tesis es escrita, 144 planetas han sido descubiertos alrededor de estrellas binarias en 98 diferentes sistemas y 35 planetas en sistemas con más de dos estrellas centrales. En la Figura 3 se muestran todos los sistemas del catálogo de Schwarz (al momento de su construcción) en un diagrama semieje mayor del planeta en función del semieje mayor de la binaria. Diferentes configuraciones orbitales son representadas por diferentes figuras geométricas: planetas CB con rombos y planetas circunestelares con cuadrados. Las técnicas de detección utilizadas están representadas por diferentes colores. En línea recta a trazos, se resaltan los límites de estabilidad de acuerdo a Holman & Wiegert (1999) (Ecuaciones (1) y (2)). Para calcularlos, se ha utilizado en este caso  $m_A = 1m_{\odot}$  y  $m_B = 0.5m_{\odot}$ ,  $e_{bin} = 0.15$  para planetas Tipo-P y  $e_{bin} = 0.5$  para planetas Tipo-S.

La Figura 3 muestra que los planetas CB y los circunestelares se encuentran naturalmente separados por los correspondientes límites de estabilidad. Es posible notar que dos planetas circunestelares parecen ubicarse fuera de su límite de estabilidad. Sin embargo, las órbitas de tales planetas pueden resultar estables si computamos los límites para los valores de masa de las estrellas y excentricidad

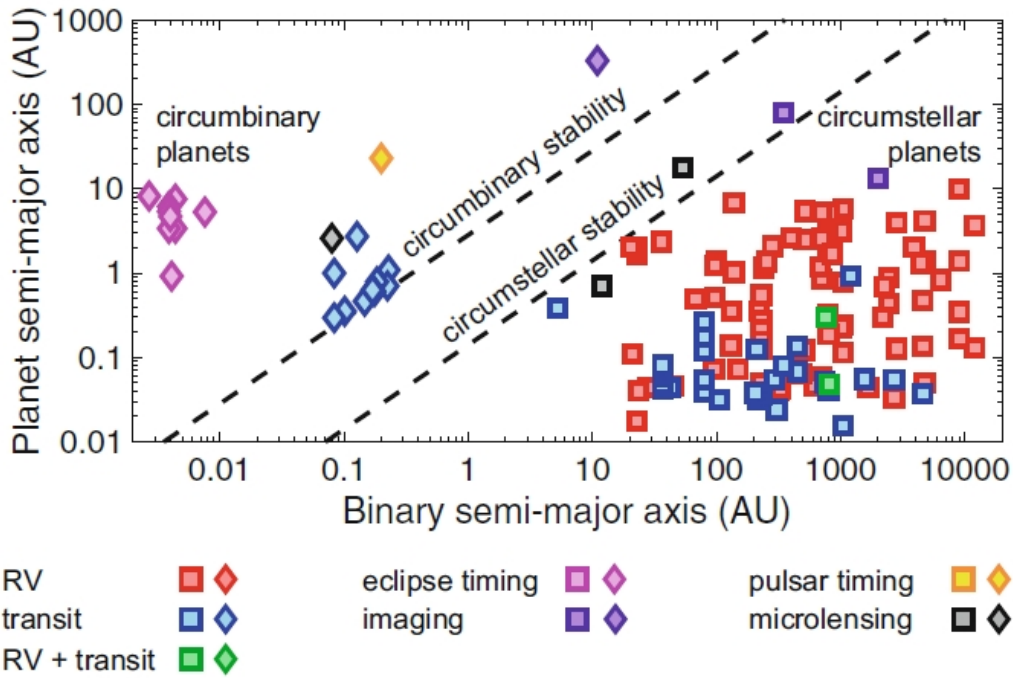


Figura 3: Semieje mayor de planetas en sistemas binarios en función del semieje de la binaria. Tomado de [Martin \(2018\)](#).

de la binarias particulares de cada sistema. Por otra parte, los descubrimientos de planetas circunestelares son mucho más numerosos que los circumbinarios, aproximadamente a razón de 5:1. Sin embargo, la búsqueda específica de planetas de Tipo-P fue desarrollada posteriormente, por lo que esta tendencia no es necesariamente representativa de la verdadera ocurrencia de tales sistemas.

En cuanto a las técnicas de detección, en la Figura 3 es posible notar que dos técnicas han sido las más efectivas en descubrir planetas CB: tránsitos (T) y variaciones en tiempos de eclipse (ETV, por sus siglas en inglés). Los pocos planetas restantes de Tipo-P fueron encontrados utilizando cronometría de púlsares, *microlensing* e imagen directa. Es importante destacar que tres de estos últimos sistemas no son mostrados en la Figura 3 debido a que en el catálogo de Schwarz no se cuenta con el semieje mayor de la binaria  $a_{bin}$ . El método de velocidad radial (RV), el cual ha sido altamente productivo en encontrar planetas alrededor de estrellas simples, aún no ha sido capaz de hallar planetas CB, a pesar de notables esfuerzos (e.g. *TATOOINE*, [Konacki \(2005\)](#)). En cuanto a los planetas circunestelares, la Figura 3 muestra que la mayor parte de ellos han sido descubiertos con la técnica de tránsito y velocidad radial.

Finalmente notamos que, en la Figura 3, sólo parte del espacio de parámetros se encuentra bien poblado. Existe, por ejemplo, un vacío de planetas en órbitas extensas ( $a_p > 10$  UA) el cual puede explicarse naturalmente debido a la dificultad que tienen dichas técnicas en encontrar planetas alejados de las estrellas centrales. Por otra parte, también es reducido el número de planetas circunestelares alrededor de binarias compactas ( $a_{bin} < 50$  UA).



## LOS PLANETAS CIRCUMBINARIOS

---

La mayor parte de lo que conocemos actualmente sobre el tamaño de las estrellas de secuencia principal proviene del estudio y modelización de binarias eclipsantes (EB, por sus siglas en inglés). Equivalentemente, la mayor parte de lo que sabemos sobre el tamaño de planetas extrasolares proviene de sus curvas de tránsito frente al disco estelar al cual orbitan. Los planetas circumbinarios combinan, por lo tanto, lo mejor de ambos mundos y han resultado ser los sistemas planetarios medidos con mayor precisión fuera del sistema solar (Doyle & Deeg, 2018). Esto no sólo se debe a la determinación directa de las razones de tamaño entre el planeta y las estrellas durante los eclipses y tránsitos, sino también a la naturaleza previsible de estos eventos.

El primer astrónomo del que se tiene registro en ocuparse de las estrellas EBs fue el holandés John Goodricke en 1783. Él fue el primero en proponer que las estrellas variables como *Algol* eran en realidad sistemas binarios cuyo plano orbital poseía una inclinación respecto a la línea de la visual, lo cual causaba que regularmente se eclipsen una a la otra (Goodricke, 1784). Por su parte, la idea de que algunos exoplanetas podrían estar orbitando de manera *edge-on* respecto de la visual y, por lo tanto, ser detectados fotométricamente, parece haber sido originalmente propuesta por el astrónomo alemán Otto Struve (Struve, 1952). Finalmente, la idea de que ambas características podrían ser aprovechadas para buscar planetas CB se originó en el trabajo de Borucki & Summers (1984) y, con mayor detalle, en Schneider & Chevreton (1990). Estos autores, sugirieron que el plano orbital de las EBs optimizaría la probabilidad de que cualquier plano orbital de planeta CB también se encuentre “de canto”, en particular citando modelos de discos protoplanetarios coplanares y la cuasi-coplanaridad de los planetas en el sistema solar.

Asimismo, diversos autores (e.g. Schneider, 1994; Schneider & Doyle, 1995) posteriormente señalaron que la precesión de la línea de los nodos de los planetas CB causaría que, aún planetas no coplanares con la EBs, puedan transitar aunque con periodos muy superiores al periodo orbital del planeta CB (Martin & Triaud, 2015; Martin, 2017). También fue reconocido que discos estelares correspondientes a estrellas pequeñas (enanas de tipo tardío), como por ejemplo el sistema binario eclipsante *CM Draconis*, optimizarían cualquier señal de tránsito planetario, ya que la detectabilidad fotométrica depende de la razón entre el disco planetario y el disco estelar. Más aún, estos sistemas de baja masa optimizarían cualquier *offset* temporal causado por la presencia de un tercer cuerpo en órbita circumbinaria (Doyle et al., 1998; Deeg et al., 2000, 2008; Morales et al., 2009). Por estas razones, la binaria eclipsante *CM Draconis*, compuesta por dos estrellas enanas de tipo M4, se convirtió en el primer objetivo de búsqueda global de planetas CB.

Otra de las razones por las que la presencia de planetas CB no fue completamente inesperada, fue la ya previamente conocida existencia de discos de polvo circumbinario, posiblemente asociados a discos protoplanetarios. Para sistemas binarios evolucionados de corto período, la evidencia observacional se había ido



acumulando desde 1970 (e.g. el sistema *V<sub>471</sub> Tau*, Paczynski (1976)), con algunos sistemas con evidencia espectroscópica (*Beta Lyrae*, Kondo et al. (1976)). Evidencia directa de estas envolturas CB fue detectada posteriormente en imágenes tomadas por el *Telescopio Espacial Hubble*, siendo el disco alrededor de *GG Tau* el mejor ejemplo (Krist et al., 2002; McCabe et al., 2002).

En el presente capítulo se describen de manera breve los principales métodos actualmente conocidos de detección de planetas circumbinarios. Además, se presenta una caracterización general de la población de planetas CB detectados, con especial detalle en los observados por la misión *Kepler*. Finalmente, se discuten los principales modelos de formación y evolución temprana de estos sistemas.

## 2.1 MÉTODOS DE DETECCIÓN

### 2.1.1 Peculiaridades del contexto circumbinario

Desde un punto de vista práctico, detectar planetas CB es mucho más complejo que hacerlo alrededor de estrellas simples. El principal obstáculo que surge es causado por los propios eclipses estelares, los cuales pueden esconder los tránsitos planetarios mucho más débiles. Además, la naturaleza intrínseca de las configuraciones CB causa que los tránsitos sean no-periódicos y, por lo tanto, la duración y profundidad de los mismos pueda cambiar sustancialmente. Esta combinación de factores hace que construir un algoritmo automatizado para detectar este tipo de planetas sea muy complejo y en la actualidad resulta en el hecho de que todos los planetas CB *Kepler* hayan sido descubiertos primeramente a partir de una inspección visual de las curvas de luz.

Sin embargo, la dificultad en la detección presenta una contraparte de la que se puede tomar provecho: la apariencia cambiante de los tránsitos provee de evidencia clave para descartar falsos positivos, debido a que la particular sincronidad y duración de los tránsitos difícilmente pueda ser imitada por otro fenómeno astrofísico.

Existen dos diferencias fundamentales respecto del caso de una estrella aislada, las cuales se mencionan a continuación:

1. Variaciones en el momento de los tránsitos (TTV):

En un sistema binario compacto, las estrellas que lo componen describen un amplio y veloz movimiento orbital en torno de su baricentro. Esto crea un efecto de "objetivo móvil" en los tránsitos planetarios, de manera que cuando el planeta CB completa su órbita y regresa al punto de conjunción (definido como la distancia proyectada más cercana desde el baricentro del sistema), la estrella no necesariamente se encuentra detrás del planeta. Por lo tanto, los momentos en los que ocurren los tránsitos pueden variar en tiempos de hasta algunos días. Notemos que éste es un efecto puramente geométrico y no está relacionado con perturbaciones gravitatorias entre los miembros del sistema.

2. Variaciones en la duración de los tránsitos (TDV):

La duración de un tránsito planetario está determinada por el tamaño de

la estrella eclipsada y el movimiento relativo del planeta y dicha estrella. Para el caso de un sistema simple, el movimiento de la estrella central es relativamente pequeño (algunas decenas de metros por segundo, o incluso menos), mientras que para el caso de una binaria las velocidades son típicamente miles de veces mayores. Aún más importante es que la dirección de movimiento de la estrella no es necesariamente opuesta a la del planeta, sino que está determinada por la binaria. Esto significa que algunas veces la estrella y el planeta se mueven en la misma dirección y otras en dirección opuesta. Como consecuencia, la duración de los tránsitos puede variar considerablemente. Por ejemplo, para el modelo que mejor ajusta al sistema CB Kepler-47c (Orosz et al., 2012), el tránsito prógrado dura más de diez veces que el tránsito retrógrado (asumiendo el mismo parámetro de impacto). Los cambios, por supuesto, no son aleatorios sino que dependen de manera precisa de la posición de la estrella en su órbita y por lo tanto, son función de la fase de la binaria. Nuevamente, al igual que los TTVs, los TDVs son eventos de naturaleza puramente cinemática.

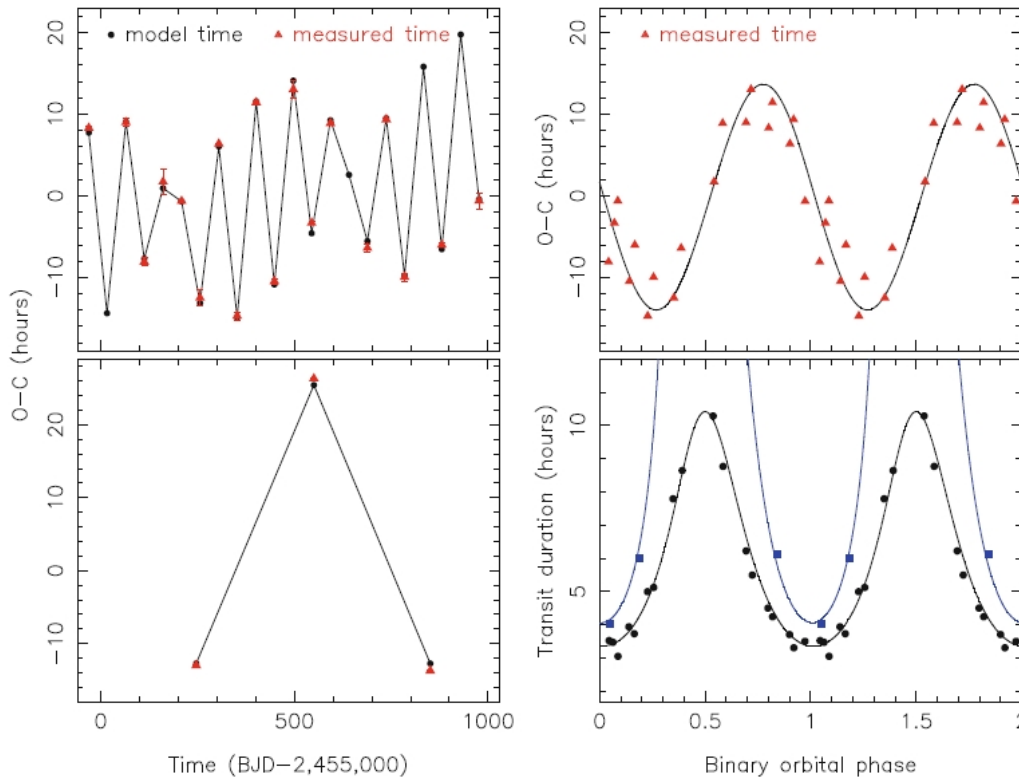


Figura 4: Variaciones en el momento de tránsito (TTV) y variaciones en la duración del tránsito (TDV) para el sistema CB Kepler-47b. *Izq.:* Diagrama O-C de Kepler-47b (panel superior) y Kepler-47c (panel inferior) en función de días julianos. *Der.Sup.:* Diagrama O-C para Kepler-47b en función de la fase de la binaria. *Der.Inf.:* Duración del tránsito para los Kepler-47b (negro) y Kepler-47c (azul), en función de la fase de la binaria. Tomado de [Welsh & Orosz \(2018\)](#).

Para ilustrar las peculiaridades de los tránsitos de planetas CB previamente descritas se muestra la Figura 4. Las variaciones en los momentos de tránsito (TTVs)

son típicamente observadas en los llamados diagrama Observado-Calculado (O-C), donde se computa la diferencia entre el momento observado del eclipse (O) y el calculado (C) (ver Sección 2.1.3). En los paneles de la izquierda de la Figura 4, se muestran estos diagramas para el planeta interno Kepler-47b (panel superior) y para el planeta externo Kepler-47c (panel inferior). En ambos casos el tiempo es medido en días julianos y el diagrama parece bastante irregular. Sin embargo, cuando se grafica el diagrama O-C en función de la fase de la binaria (panel superior derecho, sólo para el caso de Kepler-47b), la dependencia del momento de tránsito con la fase de la binaria es claramente develada.

Las variaciones en la duración de los tránsitos (TDV) pueden ser observadas en el panel inferior derecho de la Figura 4, donde se muestran las duraciones de los tránsitos del planeta interno (en color negro) y del externo (en azul), en función de la fase de la binaria. Como puede verse, la duración puede diferir en una cantidad significativa, en particular si comparamos tránsitos prógrados con retrógrados (especialmente en el planeta interno). Sin embargo, las duraciones son nuevamente una función simple de la fase de la binaria.

Finalmente, remarcamos la extraordinaria información que proveen los TTVs y los TDVs. De manera ilustrativa, en los sistemas de dos cuerpos, uno obtiene *snapshots* de la configuración del sistema sólo en el momento del eclipse. Por eso, los datos proveen de posiciones y velocidades relativas precisas sólo en esa fase. En cambio, en el caso circumbinario, se obtienen *snapshots* en muchas fases, sondeando de esta forma mucho mejor el espacio de fase posición-velocidad. Esta información adicional particular, es la que permite determinaciones muy precisas de masas y radios en los sistemas planetarios CB.

Habiendo expuesto estas peculiaridades del contexto circumbinario y sus diferencias con el caso de una estrella simple, nos adentramos a continuación en los diferentes métodos de detección de planetas CB.

### 2.1.2 Método de tránsitos

Al tiempo en que se escribe esta tesis, el método de detección por tránsito ha sido el más exitoso en encontrar planetas CB, con un total de diez sistemas detectados alrededor de binarias eclipsantes por la sonda *Kepler*.

Como se discutió en la Sección 2.1.1, los tránsitos de planetas CB producen variaciones de brillo únicas, con patrones que dependen principalmente de la fase de la binaria central. La Figura 5 muestra una curva de luz típica de un planeta CB en tránsito, exhibiendo este comportamiento peculiar. En la misma, se puede observar la curva de tránsito de Kepler-16b, el primer planeta CB detectado con este método (Doyle et al., 2011).

Durante el tiempo de observación, se puede ver que el planeta primero transita el disco estelar de Kepler-16A, una estrella de secuencia principal de tipo K, y luego lo hace frente al disco estelar de Kepler-16B, una estrella también de secuencia principal pero tipo M. Seguidamente, la EB cambia su configuración respecto de la línea de la visual y el planeta transita primero Kepler-16B y luego Kepler-16A. El próximo tránsito ocurre nuevamente en la secuencia original: primero Kepler-16A y luego Kepler-16B (ver Figura 5). Tal patrón en la curva de luz, no pudo

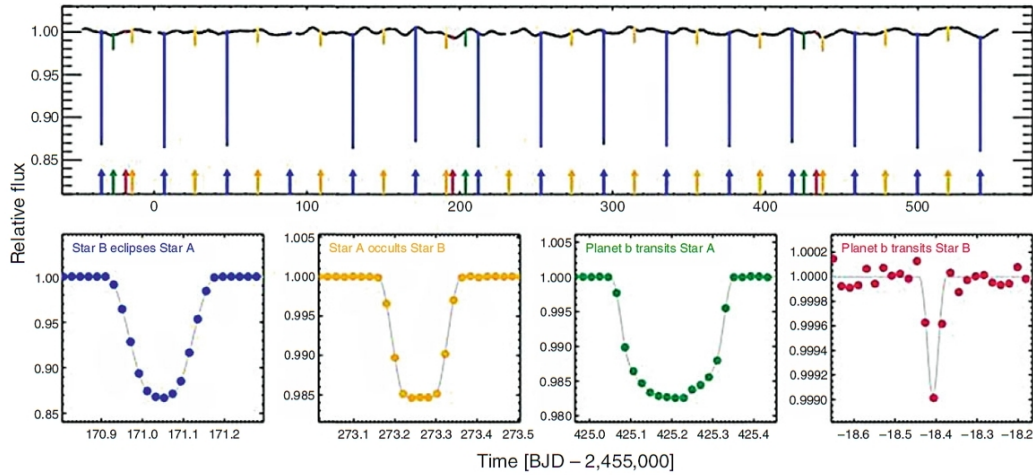


Figura 5: Curva de luz del sistema Kepler-16. Los tránsitos a través de la estrella primaria A (secundaria B) se muestran en verde (rojo) mientras que los eclipses de la estrella B (A) sobre la A (B) se representan en azul (amarillo). El orden de los tránsitos se resalta con flechas de colores respectivos, en el panel superior. Tomado de [Doyle et al. \(2011\)](#).

ser atribuido a ningún otro fenómeno astrofísico, lo cual confirmó la naturaleza circumbinaria del evento.

### 2.1.3 Método de variación en tiempos de eclipses (ETVs)

#### 2.1.3.1 ETVs basados en el Efecto del Tiempo de Luz (LTE)

Además de los tránsitos, los astrónomos también notaron que objetos circundando estrellas binarias podrían ser detectables a partir de pequeñas variaciones periódicas en los momentos de eclipse (ETVs) entre las estrellas, a través del efecto de tiempo de luz (LTE) o efecto Rømer. Este efecto ya era conocido desde el siglo XVII, cuando el astrónomo danés Ole Rømer lo utilizó para medir la velocidad de la luz, a partir de medir el tiempo de ocultación de los satélites jovianos.

En el caso de su aplicación en la detección de planetas CB, consiste básicamente en estimar una variación en la distancia de la EB al observador, a partir de variaciones periódicas en los momentos en los que ocurren los eclipses de la EB. Estas variaciones periódicas están relacionadas al movimiento de la binaria alrededor del baricentro del sistema de tres cuerpos y, por lo tanto, se traducen en incrementos o reducciones del tiempo que tarda la luz en viajar desde el sistema hasta nosotros. De esta forma, los eclipses de un sistema EB pueden pensarse como su propio reloj, en los cuales las ocultaciones mutuas son cronometradas para determinar si existen variaciones entre los momentos observados en los que ocurren (O) y los calculados (C).

Variaciones en los momentos O-C pueden también ser causadas por diversos fenómenos astrofísicos (por ejemplo, transferencia de masa entre las estrellas, manchas estelares, interacciones de un tercer cuerpo con las componentes individuales de la binaria, entre otros). Sin embargo, en los ETVs basados en el efecto del tiempo de luz, los momentos observados de los eclipses estelares son periódicamente

desplazados hacia o desde el observador, por el tiempo que tarda la luz en recorrer la distancia del baricentro de la EB al baricentro del sistema. Por lo tanto, la clave de los LTE reside en el hecho de que las variaciones en los momentos de eclipse son periódicas, mientras el período de la EB permanece esencialmente constante (esto es, el momento entre el eclipse primario y secundario no cambia si se despreja la precesión de la órbita). Esta última es una diferencia fundamental respecto del efecto ETVs de origen dinámico que se desarrollará a continuación (Sección 2.1.3.2), donde las perturbaciones del planeta generan variaciones en el período de la binaria.

De manera cuantitativa, el efecto esperado en el retraso de la luz puede ser aproximado por (Deeg et al., 2008)

$$O - C = \frac{m_p}{m_p + m_A + m_B} \left( \frac{P_p}{P_{AB}} \right)^{2/3} \left( \frac{\mathcal{G}m_A}{2\pi P_{AB}c^3} \right)^{1/3} \sin i \quad (3)$$

donde  $\mathcal{G}$  es la constante de gravitación,  $c$  la velocidad de la luz,  $m_p$  es la masa del planeta CB,  $m_A$  y  $m_B$  las masas de las estrellas,  $P_p$  y  $P_{AB}$  representan el periodo del planeta CB y de la binaria e  $i$  es la inclinación del plano orbital del planeta.

Resulta evidente que la detectabilidad que provee el método se incrementa para planetas CB de largo período y gran masa, mientras que es inversamente proporcional a la masa de las estrellas. Además, respecto del método de tránsito, donde planetas CB de largo período tienen menos probabilidad de estar alineados con el plano orbital de la EB y por lo tanto ser detectados con ese método, esta técnica resulta entonces complementaria. Sin embargo, solo es posible estimar la masa proyectada del planeta (ver Ecuación 3)

Una de las dificultades técnicas al construir los diagramas O-C reside en estimar de manera adecuada el período nominal del sistema. Esto se debe a que el periodo basado en el eclipse primario no es necesariamente el mismo que el periodo basado en el eclipse secundario, debido a la precesión de la órbita de la binaria. Además, debido a que en general el eclipse secundario es mucho más ruidoso, usualmente los eclipses primario y secundario se tratan por separado. Por lo tanto, se cuenta con dos periodos observados y ninguno es constante. El periodo nominal se define entonces como el periodo determinado por cuadrados mínimos pesados, el cual resulta en un periodo común O-C (CPOC).

Asimismo, existen básicamente dos mecanismos conocidos que pueden hacer precesar la órbita de la EB y por lo tanto modificar de manera considerable los diagramas O-C. El primero de ellos está relacionado a la no esfericidad de las componentes estelares, debido a su propia rotación y a las fuerzas de marea, las cuales pueden ser considerables en el caso de una binaria compacta. Por otra parte, los ápsides también precesan si consideramos a la relatividad general como una perturbación a la interacción newtoniana (Richardson & Kelly, 1988). En este último caso, sin embargo, la precesión está completamente determinada por las masas, la excentricidad y el periodo de las estrellas.

La Figura 6 muestra un diagrama CPOC para el sistema circumbinario Kepler-34 (Welsh et al., 2012). En este caso la curva continua negra muestra el tiempo predicho para el eclipse primario, mientras que la roja representa el caso del eclipse secundario. El patrón de cruz se debe a la precesión de las órbitas mientras que

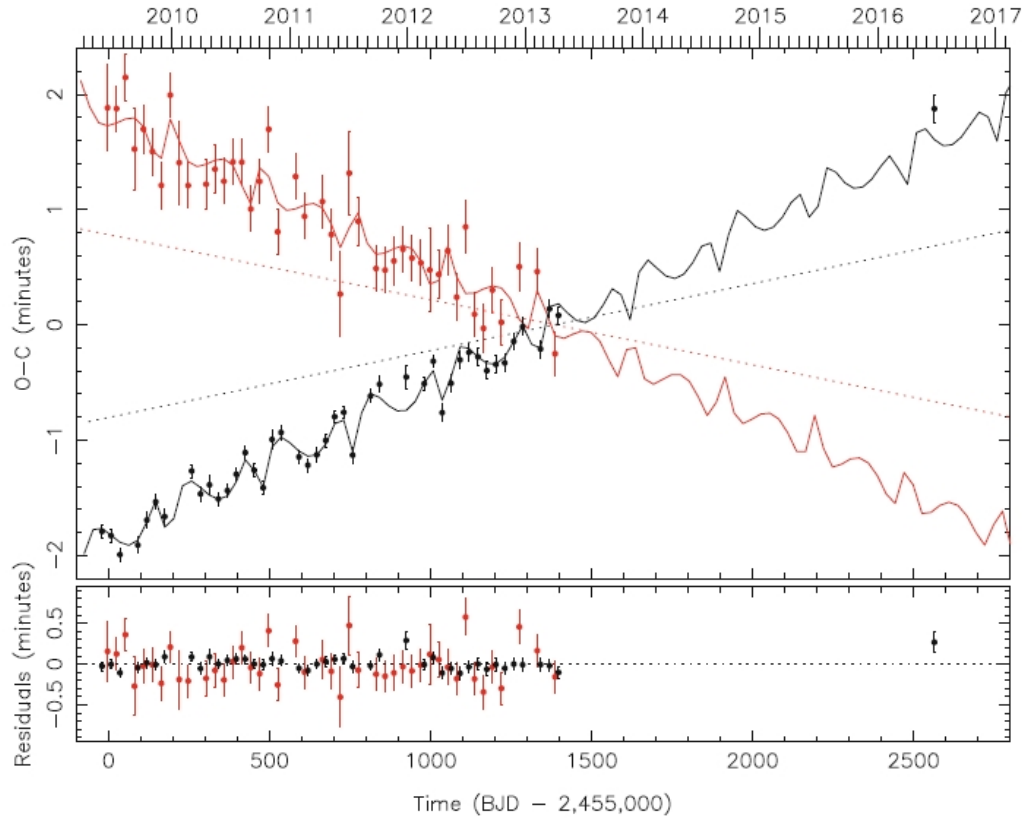


Figura 6: Diagrama CPOC para el sistema circumbinario Kepler-34. Los datos (puntos) y el modelo (curva) para los eclipses primarios se muestran en negro, mientras que los eclipses secundarios se representan en rojo. Las líneas de puntos muestran la precesión de los ápsides por relatividad general y por mareas. El punto aislado en la región superior derecha corresponde a una observación desde Tierra realizada por miembros de la red *KELT*. Tomado de [Welsh & Orosz \(2018\)](#).

las oscilaciones de alta frecuencia son debidas a las perturbaciones del planeta y poseen su mismo periodo ( $\sim 289$  días).

Finalmente mencionamos que los ETVs debido a LTE usualmente requieren altísima precisión en las mediciones (del orden de segundos o incluso menores), para ser capaces de detectar la presencia de planetas CB circundantes. Los planetas actualmente descubiertos con LTE son todos de relativamente largo período, orbitando binarias evolucionadas de corto período, debido a la predisposición propia del efecto para detectar este tipo de planetas. Sin embargo, los planetas descubiertos por esta técnica pueden también pertenecer a una población de naturaleza diferente, la cual puede haber surgido como consecuencia de la evolución de la binaria central.

En contraste con lo que sucede con los planetas CB de *Kepler*, la evidencia de planetas CB alrededor de estrellas evolucionadas es menos directa. De hecho, aún no es completamente claro que alguno de los planetas alrededor de estrellas evolucionadas sea real ([Marsh, 2018](#)). La Tabla 7 resume algunas de las características de los sistemas a los que se les atribuye la presencia de un planeta CB o enana marrón, alrededor de binarias evolucionadas. Sólo se presentan aquellos sistemas donde los eclipses de las EB compactas pudieron ser bien caracterizados. Sin em-



**Table 1** Systems proposed to have circumbinary planets and/or brown dwarfs

System	$\Delta t^a$ [s]	Semimajor axes [au]	Mass(es) [ $M_J$ ]	Period(s) [years]	Reference for the orbital parameters listed
HU Aqr	250	3.6, 6.6, 13	4.7, 20, 80	6.9, 17, 47	Goździewski et al. (2015)
RR Cae	28	5.3	4.2	11.9	Qian et al. (2012a)
V470 Cam	190	3.5	32	8.9	Qian et al. (2013)
UZ For	60	2.8, 5.9	7.7, 6.3	5.2, 16	Potter et al. (2011)
DP Leo	65	8.2	6.0	28	Beuermann et al. (2011)
NN Ser	60	3.4, 5.3	2.3, 7.3	7.9, 15.3	Marsh et al. (2014)
V471 Tau	350	12.0	36.6	30.1	Vaccaro et al. (2015)
HW Vir	100	4.7, 12.8	14.3, 65	12.7, 55	Beuermann et al. (2012b)
NY Vir	50	3.4, 7.5	2.8, 4.5	8.2, 27	Lee et al. (2014)
QS Vir	190	6.0, 7.0	9.0, 56.5	14.4, 17.0	Almeida and Jablonski (2011)

<sup>a</sup>  $\Delta t$  is the approximate spread in eclipse times relative to a linear ephemeris

Figura 7: Sistemas propuestos para albergar planetas CB alrededor de binarias evolucionadas.  $M_J$  en este caso representa la masa de Júpiter. Tomado de Marsh (2018).

bargo, debe tenerse en cuenta que las órbitas propuestas en la Tabla 7 no siempre se encuentran bien definidas, pudiendo ser espúreas e incluso inestables, en algunos casos. Para muchos sistemas, ha habido una historia cambiante de órbitas propuestas seguidas de refutaciones, ya sea por la aparición de nuevos datos o por análisis de estabilidad. En todos los casos considerados en la Tabla 7, por ejemplo, se asume que el planeta comparte el plano orbital con la EB.

### 2.1.3.2 ETVs basados en efectos dinámicos

Aunque aún ningún planeta fue descubierto con este método, este efecto fue esencial para confirmar la presencia de algunos planetas CB, luego de su detección por tránsito (por ejemplo, Kepler-16b).

Para planetas CB de periodo orbital corto, el desplazamiento del baricentro de la EB respecto del baricentro del sistema de tres cuerpos generalmente no es lo suficientemente grande como para detectar variaciones periódicas en los ETVs debido al LTE. Sin embargo, mientras más próximo se encuentre el planeta CB a la binaria, las perturbaciones gravitatorias que este ejercerá sobre las componentes estelares serán mayores. A diferencia del efecto LTE, este efecto dinámico modifica el periodo de la binaria (Leung & Lee, 2013).

El efecto dinámico sobre el diagrama O-C puede ser cuantificado por la siguiente ecuación (Borkovits et al., 2003):

$$O - C = \frac{3}{8\pi} \frac{m_p}{m_p + m_A + m_B} \left( \frac{P_{AB}^2}{P_p} \right) \quad (4)$$

donde las variables representan las mismas cantidades que en la Ecuación (3).

Es posible notar que en este caso, a diferencia del caso LTE, el efecto se incrementa para planetas de corto período y es independiente de la inclinación del plano orbital del planeta CB.

#### 2.1.4 Método de imagen directa

De manera similar al caso de planetas alrededor de estrellas simples, el método de imagen directa sólo permite detectar planetas CB que se encuentran en órbitas distantes respecto de la binaria central, con semiejes del orden de  $\sim 10 - 1000$  UA. Por otro lado, todos los planetas CB observados por imagen forman parte de sistemas jóvenes, donde los planetas CB aún conservan una elevada temperatura interna residual de su formación y son, por lo tanto, importantes emisores de radiación térmica, lo cual permite su detección. La detección directa de planetas CB templados, utilizando la luz reflejada, se espera que sólo sea posible a partir de coronógrafos o interferómetros espaciales.

Se detallan a continuación las características principales de algunos de los sistemas CB que han sido detectados por este método

- *ROXs 42b* (Currie et al., 2014): con una masa de  $m_p \sim 9m_{Jup}$ , alrededor de una binaria compuesta por dos estrellas enanas de tipo M. El planeta CB se encuentra a una distancia proyectada de  $\sim 157$  UA de la binaria central. A partir de fotometría infrarroja y de espectroscopía en la banda K, se pudo inferir la presencia de una atmósfera de polvo alrededor del planeta.
- *Ross 458b* (Burgasser et al., 2010): con una masa estimada de  $m_p \sim 8.5m_{Jup}$ , orbitando una binaria eclipsante también conocida como *DT Virginis* compuesta por dos estrellas enanas rojas. El planeta se encuentra a una distancia aproximada de su binaria de unos  $\sim 1100$  UA.

#### 2.1.5 Método de lentes gravitacionales

Debido a la distorsión del espacio-tiempo, como lo explica la relatividad general, un planeta puede momentáneamente focalizar la luz en la Tierra de una estrella lejana, de manera altamente colimada.

En 2016 *OGLE-2007-BLG-349L(AB)c* se convirtió en el primer planeta CB descubierto con *microlensing* (Bennett et al., 2016). Se trata de un planeta de masa  $m_p \sim 80m_{\oplus}$ , orbitando un par de enanas de tipo M, con masas  $m_A \simeq 0.41m_{\odot}$  y  $m_B \simeq 0.3m_{\odot}$ . La distancia del planeta al baricentro del sistema es aproximadamente 40 veces la distancia entre las componentes de la binaria.

#### 2.1.6 Método de velocidad radial

Las mediciones de la velocidad radial (RV) ha demostrado ser uno de los métodos más efectivos en la detección de planetas orbitando estrellas simples. En contraste, hasta la fecha esta técnica sólo ha jugado un rol menor en el descubrimiento de planetas CB. Esto se debe principalmente a las dificultades en detectar variaciones en RV causadas por un planeta CB, en presencia de las variaciones de RV muchísimo mayores, debidas al movimiento estelar en la binaria.

A modo ilustrativo, si consideramos una binaria con componentes igualmente masivas, y el planeta con igual excentricidad e inclinación que la binaria, la razón de amplitudes de RVs debido a la presencia de un planeta circumbinario  $K_p$ ,



respecto de las provocadas por las variaciones debidas a la binaria  $K_{AB}$ , puede expresarse como (Doyle & Deeg, 2018)

$$\frac{K_p}{K_{AB}} = 2 \left( \frac{P_p}{P_{AB}} \right)^{-1/3} \frac{m_p}{m_A + m_B} \quad (5)$$

Por ejemplo, para una binaria compuesta de dos masas solares  $m_A = m_B = 1m_\odot$  con un planeta CB alrededor de  $m_p = 1m_{Jup}$  y pequeñas razones de períodos, la razón de amplitudes es aproximadamente de  $K_p/K_{AB} \sim 1/2000$ . Incluso para binarias orbitadas por un planeta muy masivo, dicha razón difícilmente supere  $\sim 1/100$ .

A pesar de esta dificultad, considerables esfuerzos se han hecho para utilizar las RVs en la detección de planetas CB. Entre los más destacados podemos nombrar a *TATOOINE* (Konacki et al., 2009, 2010; Hełminiak et al., 2012) y a *BEBOP* (Martin et al., 2019). Hubo un aparente descubrimiento de un planeta CB con esta técnica en el sistema 202206 a cargo de Correia et al. (2005), pero datos astrométricos posteriores han revelado que se trataba de una enana marrón de aproximadamente  $\sim 18m_{Jup}$  (Benedict & Harrison, 2017).

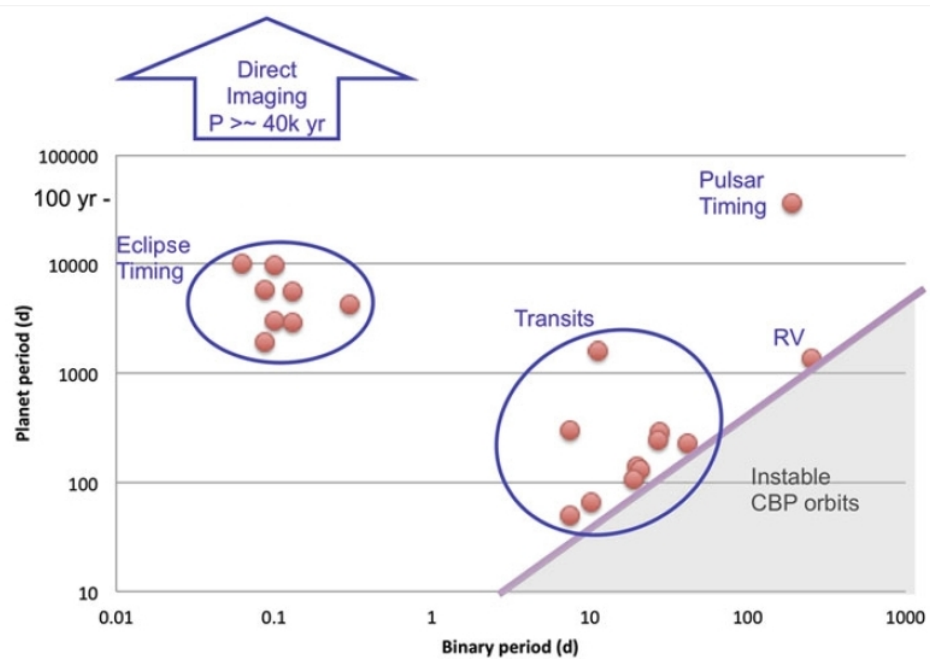


Figura 8: Diagrama periodo orbital del planeta CB *vs.* periodo orbital de la binaria, distinguiendo por técnica de detección. Tomado de Doyle & Deeg (2018).

Para finalizar, la Figura 8 recopila de manera cualitativa la predisposición de cada técnica para detectar planetas CB en una determinada región del diagrama periodo orbital del planeta CB *vs.* periodo orbital de la binaria. En la misma se grafica además la región de inestabilidad de acuerdo a Holman & Wiegert (1999). Como se discutió anteriormente, los planetas detectados con el método de imagen

directa se encuentran a muy largos periodos y caen fuera de los rangos adoptados en la Figura 8.

## 2.2 LOS SISTEMAS KEPLER

Cuando se analizan las tendencias generales de los planetas CB, comúnmente se hace referencia a los sistemas correspondientes al relevamiento *Kepler*. Esto se debe, en parte, a que es la única muestra suficientemente grande como para realizar estudios de población. Además, la muestra está compuesta por descubrimientos altamente confiables, a diferencia de los resultados de la técnica ETV, mucho menos robustos (ver Sección 2.1.3). Finalmente, restringir nuestra atención a una población detectada con la misma técnica requiere que sólo sea necesario tener en cuenta un tipo de *bias* observacional.

En la Tabla 1 se listan los parámetros físicos (masas y radios) de las binarias en torno a las cuales la misión *Kepler* ha descubierto al menos un planeta CB. En el caso del sistema Kepler-47, los parámetros y elementos orbitales no se corresponden con los del artículo en los cuales el primer planeta CB fue encontrado (Orosz et al., 2012) sino con el último ajuste realizado a partir de nuevos datos (Orosz et al., 2019).

	$m_A[m_\odot]$	$m_B[m_\odot]$	$\mathcal{R}_A[\mathcal{R}_\odot]$	$\mathcal{R}_B[\mathcal{R}_\odot]$	$P_B[\text{días}]$	$a_B[\text{UA}]$	$e_B$	Referencia
K-16	0.6897	0.2025	0.6489	0.2262	41.079	0.2243	0.1594	Doyle et al. (2011)
K-34	1.0479	1.0208	1.1618	1.0927	27.7958	0.2288	0.5209	Welsh et al. (2012)
K-35	0.8877	0.8094	1.0284	0.7861	20.7337	0.1762	0.1421	Welsh et al. (2012)
K-38	0.949	0.249	1.757	0.2724	18.8	0.1469	0.1032	Orosz et al. (2012b)
K-47	0.957	0.342	0.936	0.338	7.4484	0.08145	0.0288	Orosz et al. (2019)
K-64	1.528	0.408	1.734	0.378	20.0002	0.1744	0.2117	Schwamb et al. (2013)
K-413	0.820	0.5423	0.7761	0.484	10.1161	0.1015	0.0365	Kostov et al. (2014)
K-453	0.944	0.1951	0.833	0.2150	27.3220	0.1854	0.0524	Welsh et al. (2015)
K-1647	1.2207	0.9678	1.7903	0.9663	11.2588	0.1276	0.1602	Kostov et al. (2016)

Tabla 1: Parámetros y elementos orbitales de las binarias huéspedes de planetas CB, observadas por *Kepler*.

En líneas generales, es posible notar que las estrellas primarias que componen los sistemas binarios tienen masas del orden de  $\sim 1m_\odot$ , mientras las estrellas secundarias típicamente son bastante menos masivas. Los radios respectivos, por su parte, se encuentran dentro de lo esperado de acuerdo a los ajustes clásicos masa-radio para estrellas de secuencia principal (Demircan & Kahraman, 1991), con la notable excepción de la estrella primaria del sistema Kepler-38. Como se verá en el Capítulo 3, este es un indicio de que se trata de una estrella evolucionada que está abandonando la secuencia principal. Finalmente notamos que en todos los casos las binarias forman sistemas compactos con un amplio rango de excentricidades.

La Tabla 2 muestra los parámetros físicos y elementos orbitales jacobianos de los planetas CB descubiertos en torno a los sistemas binarios caracterizados en la Tabla 1.

Notemos que, en muchos casos, las dificultades en determinar las masas de los planetas permite que sólo se disponga de un límite superior, definido por la

	$m_p [m_{\oplus}]$	$\mathcal{R}_p [\mathcal{R}_{\oplus}]$	$P_p [\text{días}]$	$a_p [\text{UA}]$	$e_p$	Método	Referencia
K-16b	105.86	8.449	228.776	0.7048	0.0069	T	<a href="#">Doyle et al. (2011)</a>
K-34b	69.94	8.564	288.822	1.0896	0.182	T + RV	<a href="#">Welsh et al. (2012)</a>
K-35b	40.37	8.160	131.458	0.6035	0.042	T + RV	<a href="#">Welsh et al. (2012)</a>
K-38b	<122.0	4.35	105.595	0.4644	<0.032	T + RV	<a href="#">Orosz et al. (2012b)</a>
K-47b	<26.0	3.05	49.4643	0.2877	0.021	T + RV	<a href="#">Orosz et al. (2019)</a>
K-47d	7-43	7.04	187.366	0.6992	0.024	T + RV	<a href="#">Orosz et al. (2019)</a>
K-47c	2-5	4.65	303.227	0.9638	0.044	T + RV	<a href="#">Orosz et al. (2019)</a>
K-64b	<169	6.18	138.51	0.652	0.0702	T + RV	<a href="#">Schwamb et al. (2013)</a>
K-413b	67.0	4.347	-	0.3553	0.1181	T + RV	<a href="#">Kostov et al. (2014)</a>
K-453b	<16.0	6.204	240.503	0.7903	0.0359	T + RV	<a href="#">Welsh et al. (2015)</a>
K-1647b	483	11.874	1107.5923	2.7205	0.0581	T + RV	<a href="#">Kostov et al. (2016)</a>

Tabla 2: Parámetros y elementos orbitales jacobianos de los planetas CB observados por *Kepler*.

ausencia de perturbaciones gravitatorias en la señal de RV. Al igual que en el caso de planetas alrededor de estrellas simples, la técnica de tránsito en estos sistemas permite estimar los radios y periodos orbitales de los planetas CB con mucha precisión. Los elementos orbitales, por su parte, fueron computados desde el llamado sistema de coordenadas de Jacobi, donde las posiciones y velocidades de los planetas interiores se computan desde el baricentro de la binaria y, para los subsiguientes planetas, se utiliza el baricentro de todos los cuerpos interiores (ver Sección 3.2).

Si bien no se listan las inclinaciones de los planetas, todos los sistemas son prácticamente coplanares a la binaria, siendo los casos extremos los de los sistemas *Kepler-413* y *Kepler-453* con tan solo  $\sim 2.5^\circ$  de inclinación ([Kostov et al., 2014](#); [Welsh et al., 2015](#)).

Finalmente destacamos el caso del sistema *Kepler-47*, el cual es, hasta la fecha, el único sistema CB múltiple, con el tercer planeta encontrado recientemente. El nuevo descubrimiento permitió obtener un ajuste más preciso de los parámetros y elementos orbitales de todo el sistema ([Orosz et al., 2019](#)).

### 2.2.1 Diagrama radio vs. periodo

En la Figura 9 se muestran los planetas CB de *Kepler* en un diagrama periodo orbital vs. radio del planeta (cuadrados azules). A modo de comparación, se muestran en círculos verdes el resto de los sistemas *Kepler* así como los cinco planetas interiores del Sistema Solar (rombos rojos).

Por un lado, respecto del tamaño de los planetas, podemos decir que la mayoría de los *Kepler* CB descubiertos a la fecha son más grandes que Neptuno, con la excepción de *Kepler-47b* ([Orosz et al., 2012](#)). Por su parte, los periodos orbitales de estos sistemas se encuentran entre  $\sim [49, 1108]$  días, de manera aproximadamente análoga a los planetas interiores del Sistema Solar, aunque estos periodos son considerados largos para los relevamientos de tránsito. Ambas características son evidentes en la Figura 9, donde puede observarse que los planetas CB ocupan la región superior derecha del espacio de parámetros.

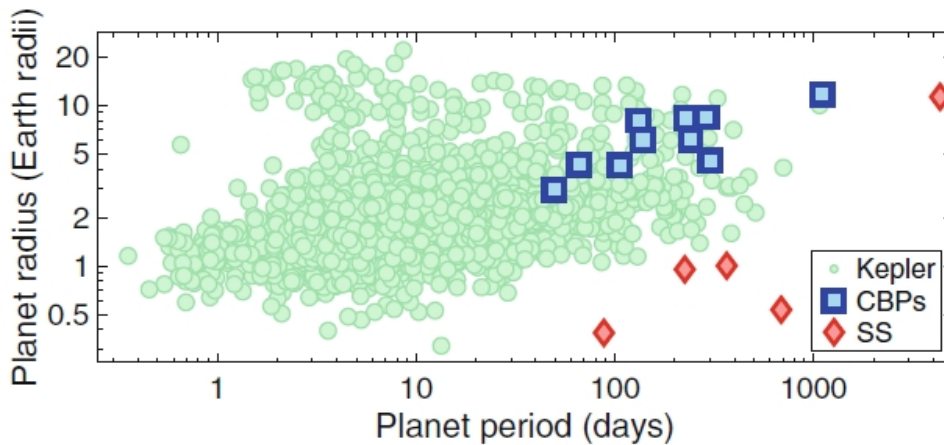


Figura 9: Radio del planeta en función del periodo orbital para los planetas *Kepler* CB (cuadrados azules), comparados con el resto de los sistemas *Kepler* (círculos verdes) y los planetas interiores del Sistema Solar (rombos rojos). Tomado de [Martin \(2018\)](#).

Respecto a la búsqueda de planetas pequeños, es bien conocido que la poca profundidad de los tránsitos disminuye considerablemente la eficiencia en la detección. Sin embargo, como puede observarse en la Figura 9, muchos planetas pequeños han sido descubiertos alrededor de estrellas aisladas. Más aún, estudios observacionales como los de [Petigura et al. \(2013\)](#) demostraron que los exoplanetas de tamaño terrestre a sub-terrestre deberían ser mucho más frecuentes que los planetas de gran tamaño. Esto se debe a que, para planetas alrededor de estrellas simples, es posible plegar en fase los datos obtenidos sobre cierto período de tiempo para superponer varios tránsitos y construir así una estadística significativa. En cambio, para planetas CB, el movimiento del baricentro de la binaria y la variación de la órbita inhiben la posibilidad del plegado en fase. Por lo tanto, no debe sorprender que todos los descubrimientos hasta la fecha se hayan hecho “a ojo”, lo cual es únicamente efectivo cuando cada tránsito individual es altamente significativo, como en el caso de planetas gigantes.

Respecto de la falta de planetas de corto periodo, existen dos cuestiones relevantes. La primera de ellas es la presencia de un límite de estabilidad, determinado por las perturbaciones de la estrella secundaria (ver Ecuación (1)). La segunda, está relacionada con la formación de estrellas binarias compactas y se detalla a continuación.

En la Figura 10 se muestra un histograma de los periodos orbitales de las binarias eclipsantes de los sistemas *Kepler* y se remarca (líneas a trazos rojas) los periodos orbitales de las binarias con planetas CB. La línea llena azul corresponde a la mediana de la distribución y se localiza en aproximadamente  $\sim 2.8$  días. Si los planetas CB se distribuyeran uniformemente en diferentes periodos orbitales de la binaria, la cantidad de sistemas descubiertos sería de al menos el doble de los que se cuenta actualmente ([Martin & Triaud, 2014](#); [Armstrong et al., 2014](#)). Para explicar esto, diferentes autores proponen que las binarias muy compactas no se podrían formar *in situ* sino en órbitas más extensas. La presencia de una tercera estrella en órbita inclinada, sería la responsable de excitar la excentricidad

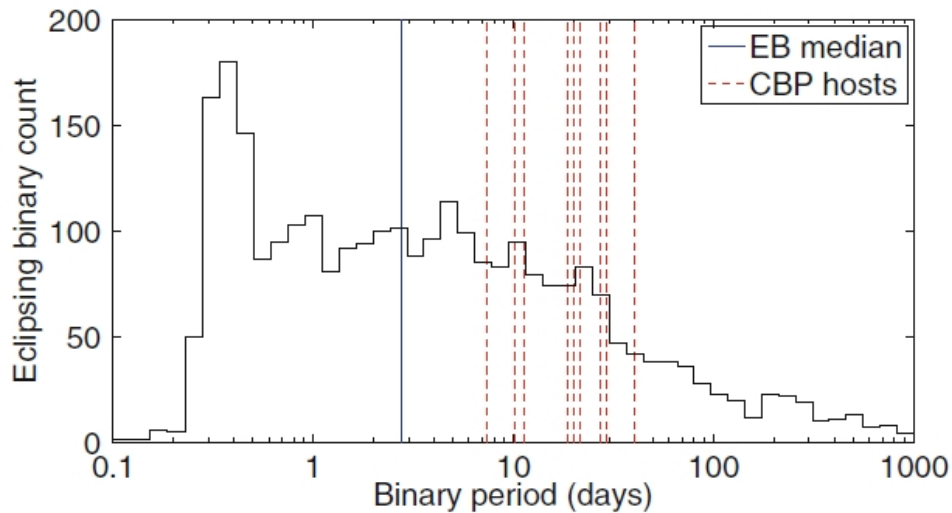


Figura 10: Histograma de periodos orbitales de las binarias de los sistemas *Kepler*. En línea azul se remarca la media de la distribución mientras que en línea a trazos roja se representa el periodo orbital de las binarias con planetas CB. Tomado de [Martin \(2018\)](#).

de la binaria a partir de un mecanismo de tipo Lidov-Kozai ([Lidov, 1962](#); [Kozai, 1962](#)), para finalmente ser sometida a disipación tidal ([Harrington, 1968](#); [Mazeh & Shaham, 1979](#); [Eggleton & Kiseleva-Eggleton, 2001](#); [Tokovinin et al., 2006](#); [Fabrycky & Tremaine, 2007](#); [Naoz & Fabrycky, 2014](#); [Moe & Kratter, 2018](#)). Este proceso de formación de binarias muy compactas ha sido utilizado recientemente para explicar la escasez de planetas observados alrededor de estos sistemas ([Martin & Triaud, 2015](#); [Hamers et al., 2016](#); [Xu & Lai, 2016](#)), ya que la mayoría de los planetas no pueden ser formados en tan hostiles ambientes o se vuelven inestables durante la evolución de la binaria.

### 2.2.2 Abundancia

Los trabajos de [Armstrong et al. \(2014\)](#) y [Martin & Triaud \(2014\)](#) se ocuparon de estudiar la frecuencia de los planetas CB, en particular como función de la distribución subyacente en inclinaciones entre el plano orbital de la binaria y el del planeta CB. Como se mencionó anteriormente, de manera similar a lo que sucede en el sistema solar y en muchos sistemas multi-planetarios alrededor de estrellas aisladas ([Fabrycky et al., 2014](#)), todos los sistemas *Kepler* descubiertos son prácticamente coplanares con su binaria huésped. Sin embargo, la eficiencia en la detección de planetas en órbitas inclinadas se reduce de manera drástica: aunque aún es posible que atraviesen la órbita de la binaria, muchos tránsitos se perderán, lo cual genera eventos muy esparcidos difíciles de identificar. Como consecuencia, cualquier estimación de ocurrencia basada en la muestra coplanar, sólo podría ser una estimación de la abundancia mínima de estos planetas ([Martin & Triaud, 2014](#); [Armstrong et al., 2014](#)).

En el trabajo de [Armstrong et al. \(2014\)](#), los autores utilizaron un algoritmo automatizado para buscar señales de tránsito en las curvas de luz de las binarias

eclipsantes de *Kepler*. Dicho algoritmo fue testado en todas las curvas de luz de las *detached* EB en búsqueda de planetas reales y señales falsamente inyectadas a la curva. Al cuantificar la eficiencia en la detección de planetas en cada curva de luz, los autores encontraron que la tasa mínima de ocurrencia era de aproximadamente el 10%. Este resultado está en correspondencia con lo encontrado por [Martin & Triaud \(2014\)](#) con un método similar.

En el panel superior de la Figura 11 se muestra la frecuencia de ocurrencia que encontraron [Armstrong et al. \(2014\)](#), en diferentes radios orbitales. Para construir la figura se utilizó una distribución gaussiana de inclinaciones mutuas con 5% de desviación estándar.

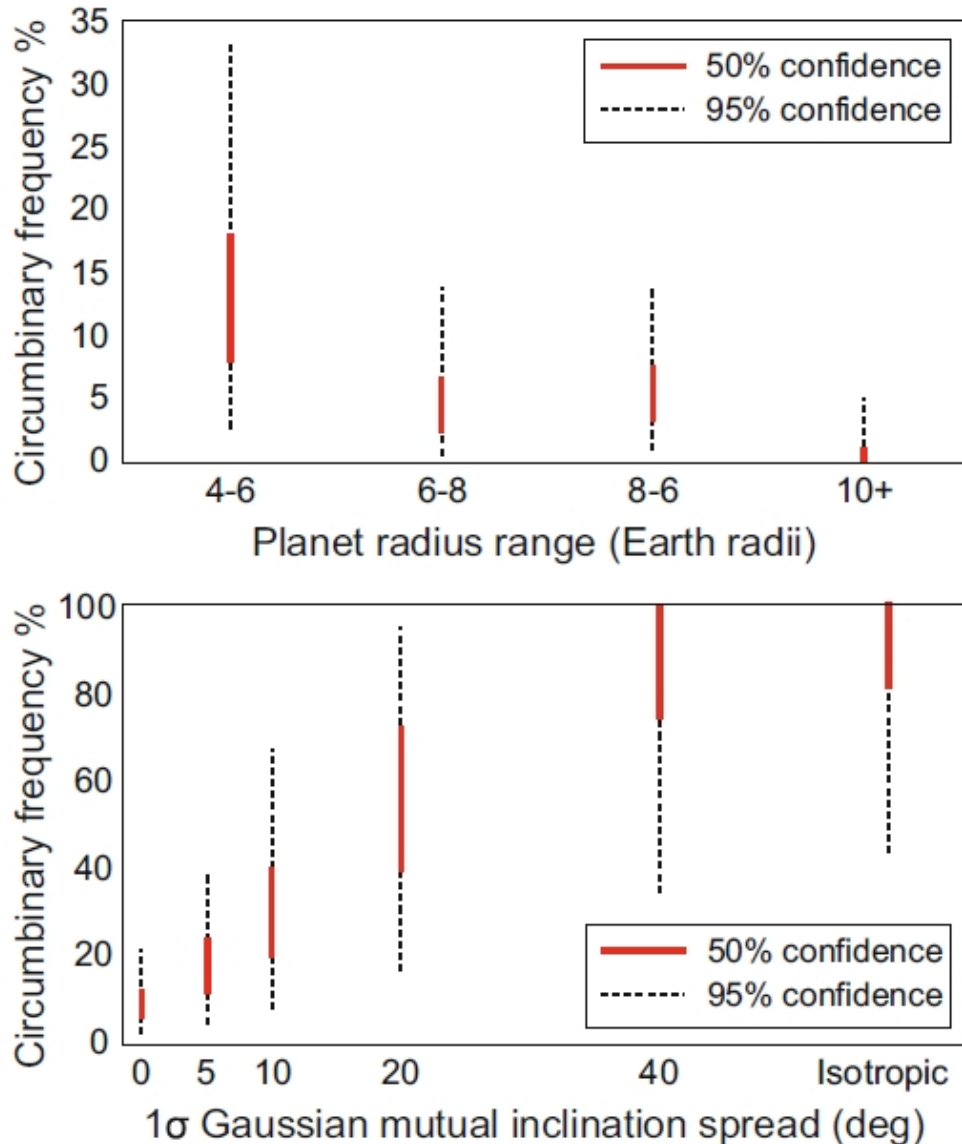


Figura 11: Tasa de ocurrencia de planetas CB dentro de 10.2 veces el periodo orbital de la binaria. *Sup.*: frecuencia en función del radio del planeta, *Inf.*: frecuencia en función de la desviación estándar de la distribución Gaussiana de inclinaciones mutuas, para planetas de entre  $4R_{\oplus}$  y  $10R_{\oplus}$ . Tomado de [Martin \(2018\)](#).



Es posible observar una tendencia de abundancia decreciente hacia planetas de mayor tamaño, de manera análoga a lo que ocurre para planetas alrededor de estrellas simples. Además, la ocurrencia de  $\sim 10\%$  de planetas CB gigantes es compatible con lo que se observa alrededor de estrellas aisladas, a similares periodos orbitales (Howard et al., 2010; Mayor et al., 2011; Petigura et al., 2013). Por tanto, la formación de planetas gigantes parecería ser similar alrededor de una o dos estrellas (Martin, 2018).

El panel inferior de la Figura 11 muestra la dependencia de la abundancia de la población de planetas CB en función de la subyacente distribución en inclinaciones entre los planos orbitales. La existencia de una alta población (respecto al tamaño de la muestra y a la probabilidad de detección) de planetas CB en órbitas inclinadas, sería un indicativo de mayor abundancia respecto a los planetas alrededor de estrellas simples, lo cual impone nuevos desafíos para las teorías de formación planetaria.

### 2.2.3 Formación y evolución temprana

Como puede esperarse, la formación planetaria alrededor de sistemas binarios compactos también es un proceso más complejo que en el caso de estrellas simples. Una de las principales diferencias se debe a la fuerte excitación en excentricidad inducida sobre los planetesimales por parte de la estrella secundaria, lo cual se traduce en altas velocidades relativas y, consecuentemente, en colisiones disruptivas que impiden el aglutinamiento en objetos de mayor tamaño (Paardekooper et al., 2012; Meschiari, 2012; Lines et al., 2014). El disco protoplanetario primordial también se espera que se vea fuertemente afectado por las perturbaciones gravitacionales de la binaria y, como resultado, desarrolle una excentricidad (Müller & Kley, 2012; Marzari et al., 2013; Mutter et al., 2017). Ambos efectos conspiran para hacer que la formación planetaria *in situ* de planetas tan próximos a la binaria (como los sistemas *Kepler*), sea extremadamente difícil.

Sin embargo, ya que la magnitud de la perturbación gravitacional es una función fuertemente dependiente de la razón de semiejes entre los planetesimales y la binaria, la formación de planetas en regiones relativamente alejadas del sistema debería ser más probable, siguiendo los modelos clásicos *core-accretion*. Esto permite inferir que los planetas CB *Kepler* pudieron haberse formado en regiones externas y luego haber migrado hacia el interior por interacción con el disco protoplanetario CB, para finalmente detenerse cerca de la órbita actualmente observada (Dunhill & Alexander, 2013). En este escenario, un mecanismo que detenga la migración es requerido.

Dos mecanismos han sido identificados como capaces de detener la migración de planetas CB, a partir de simulaciones hidrodinámicas:

1. La trampa planetaria generada por la presencia de una cavidad central subdensa en el disco, formada como resultado de las interacciones de marea entre la binaria y el material del mismo (Masset et al., 2006).

A modo ilustrativo la Figura 12 muestra en mapa de colores un perfil de densidad 2-dimensional típico para un disco isoterma en torno a una binaria compacta. Es fácilmente apreciable (tonos azules y verdes) la cavidad interior

que se forma. A su vez, también es posible notar las fuertes perturbaciones que ejerce la binaria central en las regiones internas del disco, las cuales se traducen en patrones espirales que varían con el tiempo. Finalmente, también se observa que en regiones externas el perfil de densidad presenta menos estructura y es relativamente homogéneo.

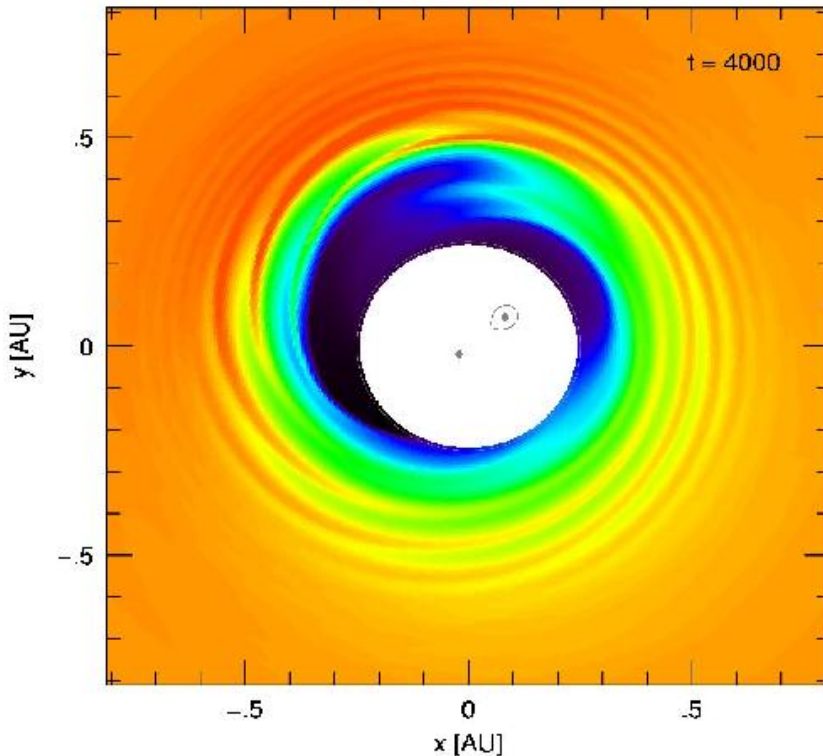


Figura 12: Estructura 2-dimensional de un disco isotermo alrededor de una binaria central. La región blanca se encuentra dentro de la grilla computacional y no es cubierta por la malla. Las posiciones de las estrellas se indican en puntos grises. La escala de colores representa la densidad superficial del disco. Tomado de [Kley & Haghighipour \(2014\)](#).

2. Captura en resonancia de movimientos medios (RMM) de alto orden entre el planeta y la estrella secundaria ([Nelson, 2003](#)).

La Figura 13 muestra, también a modo ilustrativo, la evolución de la razón de periodos entre el planeta CB y la binaria en el sistema Kepler-38, a medida que éste se encuentra migrando en un disco protoplanetario isotermo para finalmente detenerse en un valor aproximadamente constante, sugiriendo una posible captura en la RMM 5/1. Dicha captura fue luego confirmada a partir de un análisis de los ángulos resonantes del sistema ([Kley & Haghighipour, 2014](#))

Numerosos autores han estudiado los mecanismos de migración y captura en sistemas planetarios CB, incluso antes de que el primer planeta sea detectado. En su trabajo pionero sobre planetas CB de tipo joviano, [Nelson \(2003\)](#) encontró a



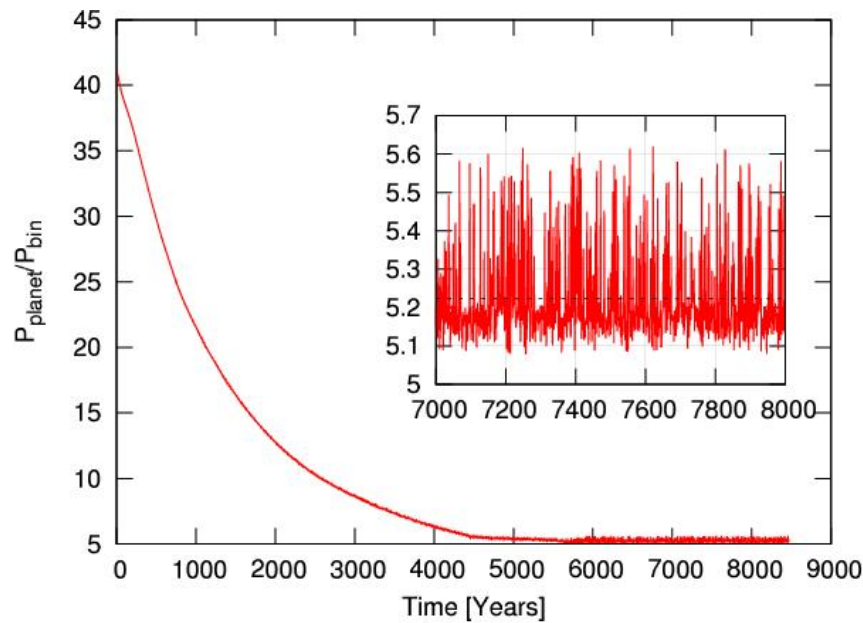


Figura 13: Evolución típica de la razón de periodos entre un planeta CB y la binaria, migrando en un disco protoplanetario isoterma para ser capturado en una RMM de alto orden (en este caso RMM 5/1). El gráfico secundario muestra un *zoom* de la razón de periodos en la etapa final de la evolución. Tomado de [Kley & Haghighipour \(2014\)](#).

partir simulaciones hidrodinámicas que las capturas en RMM de alto orden entre el planeta y la binaria son un mecanismo efectivo para detener la migración, aunque la conmensurabilidad exacta que actuaba como barrera parecía ser fuertemente dependiente de la excentricidad de la binaria. Sin embargo, en todos los casos simulados las resonancias encontradas resultaron ser de alto orden y primer grado (i.e. RMM  $\sim j/1$ ).

En esa misma línea y con un método similar, [Pierens & Nelson \(2007\)](#) extendieron el estudio para planetas CB en el rango de masas super-terrestres y mostraron que estos planetas son usualmente detenidos cerca del borde externo de la cavidad sub-densa. Curiosamente, en este trabajo el semieje mayor en el cual los planetas finalizaban su migración interna se encontraba muy próximo a la RMM 5/1 con la binaria, aunque los autores no pudieron encontrar evidencia de que los protoplanetas estaban efectivamente capturados en resonancia.

Escenarios más sofisticados, en los cuales era considerada también la acreción sobre los protoplanetas, fueron estudiados en [Pierens & Nelson \(2008\)](#). Los autores en este caso encontraron que las RMMs eran el principal mecanismo de captura. Sin embargo, si la acreción sobre el planeta era lo suficientemente importante como para formar un cuerpo con masa joviana o super-joviana, el planeta muy probablemente era eyectado de la conmensurabilidad para terminar colisionando o siendo dispersado por la binaria, por lo que los autores sugieren en ese trabajo que la captura resonante podría resultar en un mecanismo inestable a largo plazo.

Luego del descubrimiento del primer planeta CB gracias a la misión *Kepler*, [Pierens & Nelson \(2013\)](#) intentaron explicar la arquitectura orbital de los sistemas Kepler-16, Kepler-34 y Kepler-35, nuevamente utilizando simulaciones hidrodinámicas.

micas para modelar los procesos de migración. En este trabajo, los autores mostraron que los planetas en estos sistemas eran capaces de migrar y detenerse en órbitas estables próximas a la binaria, pero tuvieron dificultades en reproducir las configuraciones observadas.

Con un objetivo y método similar, [Kley & Haghighipour \(2014\)](#) intentaron explicar la órbita particular del planeta CB Kepler-38b, en este caso utilizando un modelo hidrodinámico extendido y mejorado para el disco protoplanetario, que incluía termodinámica de mayor complejidad y condiciones de borde más realistas. Al igual que en los trabajos anteriores, estos autores encontraron que la binaria produce una cavidad en el interior del disco, cuyo borde exterior es muy sensible a los parámetros elegidos para el disco, pero también a diferentes parámetros propios de las simulaciones, como por ejemplo las condiciones de borde de la malla computacional. Un punto de referencia vital en sus simulaciones fue la posición de la RMM 5/1 con la estrella secundaria. Si el borde externo de la cavidad se encontraba más próximo a la binaria, las simulaciones hidrodinámicas resultaban en capturas en la RMM 5/1. De manera inversa, si el disco de gas se extendía más allá de dicha resonancia, el planeta era detenido sin alcanzarla en el borde externo de la cavidad y permanecía próximo a esta posición a lo largo de toda la simulación.

De los dos escenarios (captura resonante y trampa planetaria), [Kley & Haghighipour \(2014\)](#) claramente fijan su preferencia por el segundo. En particular, ellos encuentran que valores pequeños para el radio interno de la malla computacional reproduce cavidades extensas, localizadas más allá de la RMM 5/1. Por lo tanto, los autores afirman que simulaciones hidrodinámicas realistas deben resultar en trampas planetarias fuera de RMMs con la binaria. Esta conclusión es además alimentada por el hecho de que el semieje mayor actual del planeta CB en Kepler-38 se encuentra bastante alejado de la posición nominal de la resonancia 5/1.

Mientras que en principio parece difícil imaginar un escenario donde la órbita del planeta migre hacia el exterior del sistema luego de la disipación del disco protoplanetario CB, el semieje de la binaria podría haber disminuído en el tiempo, de acuerdo a lo que conocemos actualmente sobre efectos de marea en sistemas binarios (e.g. [Hut, 1980](#)). En particular, como se mencionó en la Sección 2.2, el radio de la estrella primaria Kepler-38A es compatible con el de un sistema considerablemente evolucionado ([Orosz et al., 2012](#)). Este hecho, además de la compactez de la binaria, permite inferir que los efectos de marea pueden haber jugado un rol importante en la evolución pasada de este sistema.

La evolución tidal de planetas resonantes alrededor de estrellas aisladas ha sido estudiada por numerosos autores en los últimos años ([Papaloizou & Terquem, 2010](#); [Papaloizou, 2011](#); [Lithwick & Wu, 2012](#); [Delisle et al., 2012](#); [Batygin & Morbidelli, 2013](#); [Delisle et al., 2014](#)). En todos los casos, los autores observaron que, como resultado de las fuerzas de marea, el sistema lentamente diverge de la conmensurabilidad exacta en función del tiempo. La magnitud de esta divergencia depende de los parámetros del sistema, pero especialmente del monto de energía disipado por mareas en cada cuerpo, pudiendo estos tomar grandes valores para cuerpos altamente viscosos ([Lee et al., 2013](#)).

En particular, la evolución tidal de sistemas planetarios CB ha recibido poca atención y sólo la evolución dinámica de los espines ha sido analizada con cierto detalle ([Correia et al., 2016](#)). Por lo tanto, poco se sabe sobre el rol desempeñado por los

efectos de marea al definir la configuración actual de los sistemas planetarios CB. Los antecedentes anteriormente expuestos nos invitan entonces a reconsiderar el problema de la captura en resonancia y evolución tidal en sistemas circumbinarios y motivan el estudio que se expone en detalle en el próximo capítulo.

## Parte II

### CAPTURA RESONANTE Y EVOLUCIÓN DINÁMICA EN SISTEMAS PLANETARIOS CIRCUMBINARIOS

Es generalmente bastante aceptado que los planetas CB *Kepler* se formaron lejos de la binaria central y luego migraron hacia el interior del sistema por interacción con el disco protoplanetario, para finalmente detenerse próximos a su actual posición, ya sea debido a una trampa planetaria en el disco o bien por captura resonante.

En el primer capítulo de esta Parte [ii](#), exploramos la segunda hipótesis a partir de un estudio numérico detallado del proceso de captura, la dinámica resonante y la posterior evolución por mareas de planetas CB en RMM de alto orden. Para hacerlo, utilizamos como ejemplo de trabajo al sistema Kepler-38, un sistema muy evolucionado con un planeta localizado en relativa proximidad de la RMM 5/1.

En el segundo capítulo, analizamos en detalle la dinámica orbital del planeta CB considerando sólo las interacciones gravitatorias, en este contexto particular donde la masa del perturbador (es decir, la estrella secundaria) es del mismo orden que la estrella central. Siguientemente, consideramos el efecto de incluir fuerzas disipativas al sistema, con el objetivo de establecer el rol que desempeñaron estas fuerzas en la determinación de las configuraciones orbitales observadas actualmente en los sistemas CB *Kepler*.



La mayor parte de los trabajos que intentan explicar la evolución temprana de sistemas CB como los observados por *Kepler*, se basan en la hipótesis de la trampa planetaria (Masset et al., 2006; Kley & Haghighipour, 2014) como el único mecanismo eficaz para detener la migración interior del planeta en el disco CB. Si bien, como se discutió en la Sección 2.2.3, las simulaciones hidrodinámicas de planetas migrantes en discos CB han venido reflejando que las capturas resonantes son también un mecanismo eficiente de captura (desde Nelson (2003) hasta trabajos recientes como Thun & Kley (2018)), este escenario es usualmente descartado debido a la ausencia de sistemas observados próximos a las conmensurabilidades exactas (comparar los periodos de los planetas de la Tabla 2 con los de las binarias de la Tabla 1). Además de esto, algunos autores (por ejemplo, Kley & Haghighipour (2014) citando a Dvorak (1986)) sugieren que la estabilidad de las configuraciones resonantes sólo es posible en presencia de un disco que amortigüe las excentricidades.

Estos antecedentes nos invitan a revisar el problema dinámico de la captura resonante en sistemas CB y a analizar la factibilidad de que un mecanismo disipativo como las fuerzas de marea, sea capaz de desplazar a los planetas desde dichas resonancias hasta las configuraciones actualmente observadas. Esta combinación de procesos es analizada en el sistema particular Kepler-38, un sistema muy evolucionado cuyas características se detallan en la próxima Sección 3.1.

### 3.1 EL SISTEMA KEPLER-38 PRIMORDIAL

Los parámetros físicos (masas y radios) y orbitales (periodos, semiejes mayores y excentricidades orbitales) del sistema Kepler-38 son nuevamente reproducidos en la Tabla 3, de acuerdo a como fueron obtenidos por Orosz et al. (2012b). En el presente capítulo, se denota a las masas estelares de la binaria como  $m_A$  y  $m_B$  (con la convención  $m_A > m_B$ ) mientras que  $m_1$  se reserva para la masa del planeta.

cuerpo	radio	$m [m_\odot]$	$P$ [días]	$a$ [UA]	$e$
$m_A$	$1.757 \mathcal{R}_\odot$	0.949			
$m_B$	$0.272 \mathcal{R}_\odot$	0.249	18.7954	0.1469	0.1032
$m_1$	$4.35 \mathcal{R}_\oplus$	$< 122m_\oplus$	105.595	0.4644	$\leq 0.032$

Tabla 3: Parámetros físicos y orbitales del sistema Kepler-38 (Orosz et al., 2012b). Los elementos orbitales corresponden al referencial jacobiano.

La ausencia de perturbaciones planetarias apreciables sobre las componentes estelares impone un valor máximo para la masa del planeta de  $m_1 < 122m_\oplus$  (Orosz et al., 2012b). Sin embargo, teniendo en cuenta el radio observado para el planeta, su valor real es probablemente muy inferior. Por ejemplo, si aplicamos un ajuste

semi-empírico al radio planetario como el que proponen Mills & Mazeh (2017), obtenemos un valor más probable de masa planetaria  $m_1 \simeq 8m_{\oplus}$ . No obstante, planetas extrasolares con radios similares han sido descubiertos con masas en el rango  $m_1 \in [2, 20]m_{\oplus}$ , debido a la gran diversidad de composiciones químicas y densidades.

Además de los parámetros físicos y orbitales del sistema, Orosz et al. (2012b) estimaron también la metalicidad espectroscópica de las estrellas como  $[Fe/H] = -0.11$  (valor que se asume idéntico para ambas) y la edad del sistema  $T$ . Ésta última fue calculada utilizando la temperatura efectiva  $\mathcal{T}_{eff}$  y la masa de la estrella primaria, y comparando en un diagrama  $\log(g) - \mathcal{T}_{eff}$  ( $g$  es la gravedad superficial) con isócronas de la serie de Dartmouth (Dotter et al., 2008). Los valores obtenidos por estos autores para la edad del sistema se encuentran en el rango  $T \in [7, 13]$  Gyrs.

A partir de la Tabla 3, es posible notar el gran tamaño del radio de la estrella primaria comparado con su masa. Esto permite inferir que la estrella ha sufrido la suficiente evolución como para encontrarse actualmente abandonando la secuencia principal. Por lo tanto, no sólo es de esperar que el sistema sea muy evolucionado sino también que el radio físico de la estrella principal haya cambiado de manera significativa, desde su valor primordial.

Con el objetivo de estimar las variaciones temporales de los radios  $\mathcal{R}_A(t)$  y  $\mathcal{R}_B(t)$  desde estadios muy tempranos próximos a su formación hasta la actualidad, hemos repetido la comparación de los parámetros del sistema con las isócronas de la serie de Dartmouth<sup>1</sup>. Para hacerlo, adoptamos la metalicidad medida  $[Fe/H] = -0.11$  para ambas estrellas y el sistema fotométrico  $UBV(RI)_C+2MASS+Kepler$ , de la misma forma que lo hicieron Orosz et al. (2012b).

Los resultados se muestran en la Figura 14. El panel superior reproduce el panel superior de la Figura 9 de Orosz et al. (2012b), mostrando las posiciones actuales de las estrellas primaria y secundaria (esta última ampliada en un gráfico secundario) en el diagrama masa-radio, donde se han superpuesto las isócronas de la serie de Dartmouth.

Debido a la degeneración de isócronas para estrellas de baja masa (tales como  $m_B$ ), hemos utilizado a la masa primaria  $m_A$  para estimar la edad del sistema. La curva azul de la Figura 14 corresponde a la isócrona que interseca la posición actual de la estrella principal, cuya edad asociada es de  $T = 12.08$  Gyrs. Si tenemos en cuenta los errores en la determinación de  $m_A$ , estimamos la edad del sistema en  $T = 12 \pm 2$  Gyr, obteniendo un buen acuerdo con el valor calculado por Orosz et al. (2012b).

Si se asume, a continuación, que las estrellas no han perdido masa desde su ingreso a la secuencia principal, es posible determinar la evolución de tamaño  $\mathcal{R}_A(t)$  y  $\mathcal{R}_B(t)$ , a partir de la intersección de cada isócrona con la correspondiente masa estelar. A partir del panel superior de la Figura 14, es posible inferir que en el caso de la estrella secundaria, esta evolución debería haber sido completamente despreciable. Este resultado es bien conocido para estrellas de baja masa: sus tiempos de vida en la secuencia principal son muy superiores a la edad del propio sistema

<sup>1</sup> Estas curvas fueron obtenidas de la basa de datos *The Dartmouth Stellar Evolution Database* y son de acceso libre desde la página <http://stellar.dartmouth.edu/models/>.

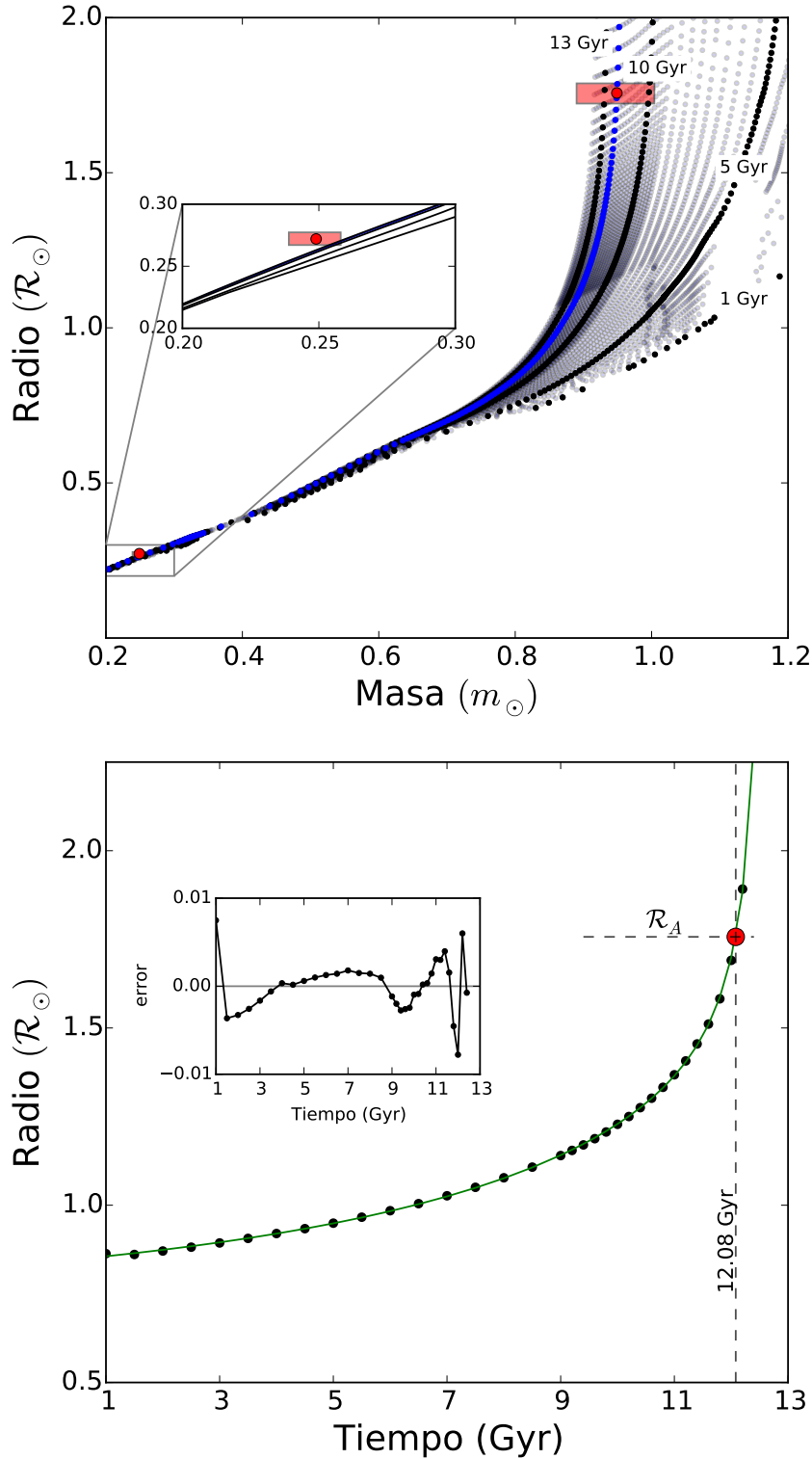


Figura 14: *Sup.*: Diagrama masa-radio mostrando los valores actuales de las estrellas del sistema Kepler-38 (círculos rojos) con sus correspondientes errores (cuadros rojos), superpuestos a las isócronas de la serie de Dartmouth (líneas a trazos) para la metalicidad medida para el sistema. Las isócronas de 1, 5, 10 and 13 Gyrs han sido resaltadas con curvas oscuras, mientras que la isócrona que interseca la posición actual de la primaria se muestra en azul ( $T = 12.08$  Gyr). El gráfico secundario corresponde a un *zoom* en torno a la posición de la secundaria. *Inf.*: Evolución temporal del radio de la primaria  $\mathcal{R}_A(t)$  (puntos negros) y la función racional ajustada (curva verde). La cruz a trazos corresponde al valor actual de  $\mathcal{R}_A$  y al tiempo estimado como edad del sistema. El panel secundario muestra el error del ajuste.



(Bowers & Deeming, 1984) y no se espera ninguna evolución apreciable de tamaño en esta etapa. Por esta razón, en este estudio asumimos  $\mathcal{R}_B(t) = \mathcal{R}_B = 0.272\mathcal{R}_\odot$ .

Por su parte, la estrella primaria sí debería haber sufrido un cambio importante de tamaño, desde un valor inicial  $\mathcal{R}_A(t=0) \simeq 0.84\mathcal{R}_\odot$  (ver Ecuación (6)) hasta su valor actual  $\mathcal{R}_A(t=T) \simeq 1.757\mathcal{R}_\odot$ . Para obtener una forma funcional suave para la evolución de  $\mathcal{R}_A(t)$ , hemos modelado los datos con una función racional de la forma

$$\frac{\mathcal{R}_A(t)}{\mathcal{R}_\odot} = \frac{A + Ct + Et^2}{1 + Bt + Dt^2 + Ft^3}, \quad (6)$$

utilizando la técnica de *máximo likelihood*. Si se expresa el  $t$  en Gyrs, los coeficientes adquieren los siguientes valores

$$\begin{aligned} A &= 8.402 \times 10^{-1} & ; & & B &= -1.205 \times 10^{-1} & ; & & C &= -8.662 \times 10^{-2} \\ D &= 2.837 \times 10^{-3} & ; & & E &= 1.662 \times 10^{-3} & ; & & F &= 3.530 \times 10^{-4}. \end{aligned} \quad (7)$$

El panel inferior de la Figura 14 muestra la evolución radial de la estrella primaria  $\mathcal{R}_A(t)$  obtenida a partir de las isócronas del panel superior y el ajuste racional obtenido a partir de la Ecuación (6). Es posible notar que el radio de esta estrella primaria habría comenzado a evolucionar de manera notable recientemente, hace aproximadamente  $\sim 2 - 3$  Gyrs, cuando la misma comenzó a abandonar la secuencia principal.

Con esta información, es posible inferir la evolución orbital pasada del sistema binario debido a las interacciones de marea. Para esto, asumimos que ambas estrellas evolucionaron químicamente de manera aislada y rápidamente adquirieron espines pseudo-síncronos (Hut, 1980). Adoptando un modelo tidal de fricción débil de Mignard (1979) (ver Subsección 5.1.1), las ecuaciones diferenciales que gobiernan la evolución temporal del semieje mayor medio  $a_B$  y de la excentricidad media  $e_B$  pueden escribirse como

$$\begin{aligned} \frac{1}{a_B} \frac{da_B}{dt} &= -n_B D_a(e_B) \left[ \frac{1}{Q'_A} \left( \frac{m_B}{m_A} \right) \left( \frac{\mathcal{R}_A}{a_B} \right)^5 + \frac{1}{Q'_B} \left( \frac{m_A}{m_B} \right) \left( \frac{\mathcal{R}_B}{a_B} \right)^5 \right] \\ \frac{1}{e_B} \frac{de_B}{dt} &= -n_B D_e(e_B) \left[ \frac{1}{Q'_A} \left( \frac{m_B}{m_A} \right) \left( \frac{\mathcal{R}_A}{a_B} \right)^5 + \frac{1}{Q'_B} \left( \frac{m_A}{m_B} \right) \left( \frac{\mathcal{R}_B}{a_B} \right)^5 \right], \end{aligned} \quad (8)$$

donde los parámetros tidales  $Q'_A$  y  $Q'_B$  cuantifican la cantidad de energía disipada por marea en cada una de las estrellas (Beaugé & Nesvorný, 2012),  $D_a(e)$  y  $D_e(e)$  pueden ser escritos en términos de las funciones de excentricidad clásicas  $f_i(e)$  como

$$\begin{aligned} D_a(e) &= 9 \left( f_3(e) - \frac{f_2^2(e)}{f_1(e)} \right) \\ D_e(e) &= \frac{81}{2} \left( f_5(e) - \frac{11}{18} \frac{f_2(e)f_4(e)}{f_1(e)} \right), \end{aligned} \quad (9)$$

donde las funciones de excentricidad están explícitamente dadas por (Mignard, 1980; Hut, 1981; Correia et al., 2011)

$$\begin{aligned}
f_1(e) &= \frac{1 + 3e^2 + 3e^4/8}{(1 - e^2)^{9/2}} \\
f_2(e) &= \frac{1 + 15e^2/2 + 45e^4/8 + 5e^6/16}{(1 - e^2)^6} \\
f_3(e) &= \frac{1 + 31e^2/2 + 255e^4/8 + 185e^6/16 + 25e^8/64}{(1 - e^2)^{15/2}} \\
f_4(e) &= \frac{1 + 3e^2/2 + e^4/8}{(1 - e^2)^5} \\
f_5(e) &= \frac{1 + 15e^2/4 + 15e^4/8 + 5e^6/64}{(1 - e^2)^{13/2}},
\end{aligned} \tag{10}$$

Es importante enfatizar nuevamente que las expresiones (8) sólo son válidas en el caso en el que ambos cuerpos se encuentran tidalmente anclados (esto es, en pseudo-sincronía).

A continuación, hemos aplicado las ecuaciones de evolución tidal (8) para el caso de la binaria del sistema Kepler-38. A partir de la órbita actual, se estimaron los valores primordiales de  $a_B$  y  $e_B$ , al momento en el que el disco protoplanetario fue dispersado. Dicho evento, asumimos que ocurrió muy próximo a la formación de la binaria, comparado con la edad actual del sistema. Para hacer tal estimación, fue necesario realizar integraciones de las ecuaciones tidales (8) hacia atrás en el tiempo, por un intervalo correspondiente a la edad del sistema. Con este objetivo, asumimos como condiciones iniciales los valores actuales del sistema e incorporamos al integrador la evolución del radio de la estrella primaria.

Poco se conoce en la actualidad sobre los valores de los parámetros tidales  $Q'$  de las estrellas, con estimaciones variando en dos órdenes de magnitud, desde  $\sim 10^5$  (Essick & Weinberg, 2016; Maciejewski et al., 2016) hasta  $\sim 10^7$  (Benítez-Llambay et al., 2011). Por lo tanto, en nuestras simulaciones los valores  $Q'_A$  y  $Q'_B$  fueron considerados parámetros libres.

La Figura 15 muestra la evolución hacia atrás en el tiempo del semieje mayor medio  $a_B$  (panel superior) y la excentricidad media  $e_B$  (panel central) de la binaria, sobre un intervalo de tiempo de 12 Gyrs y para cuatro valores representativos de  $Q'_A$ , indicados en el panel superior. Las líneas continuas muestran los resultados de considerar  $Q'_B = Q'_A$ , mientras que las líneas a trazos corresponden al caso de  $Q'_B = 10^5$  para todos los valores de  $Q'_A$ . Éste último caso explora la posibilidad de que la estrella secundaria (con mayor densidad de masa) pueda haber disipado mucha más energía en su evolución por mareas, respecto de su compañera masiva. Sin embargo, como puede verse en la Figura 15, no existe una dependencia sustancial de los resultados con este parámetro y la evolución tidal del sistema está principalmente determinada por las mareas sobre la estrella primaria.

Como era de esperarse (e.g. Hut, 1980), la evolución tidal hacia atrás de estrellas sincronizadas implica que la órbita primordial de la binaria debió haber sido más extensa y más excéntrica. Por un lado, parámetros disipativos  $Q'_A \lesssim 3 \times 10^5$  conducen a soluciones divergentes y, por lo tanto, parecen inconsistentes con el estado actual de la binaria. Por otra parte, prácticamente ningún cambio orbital es observado para  $Q'_A \gtrsim 10^7$ . En cualquier caso, la mayor parte de la evolución orbital

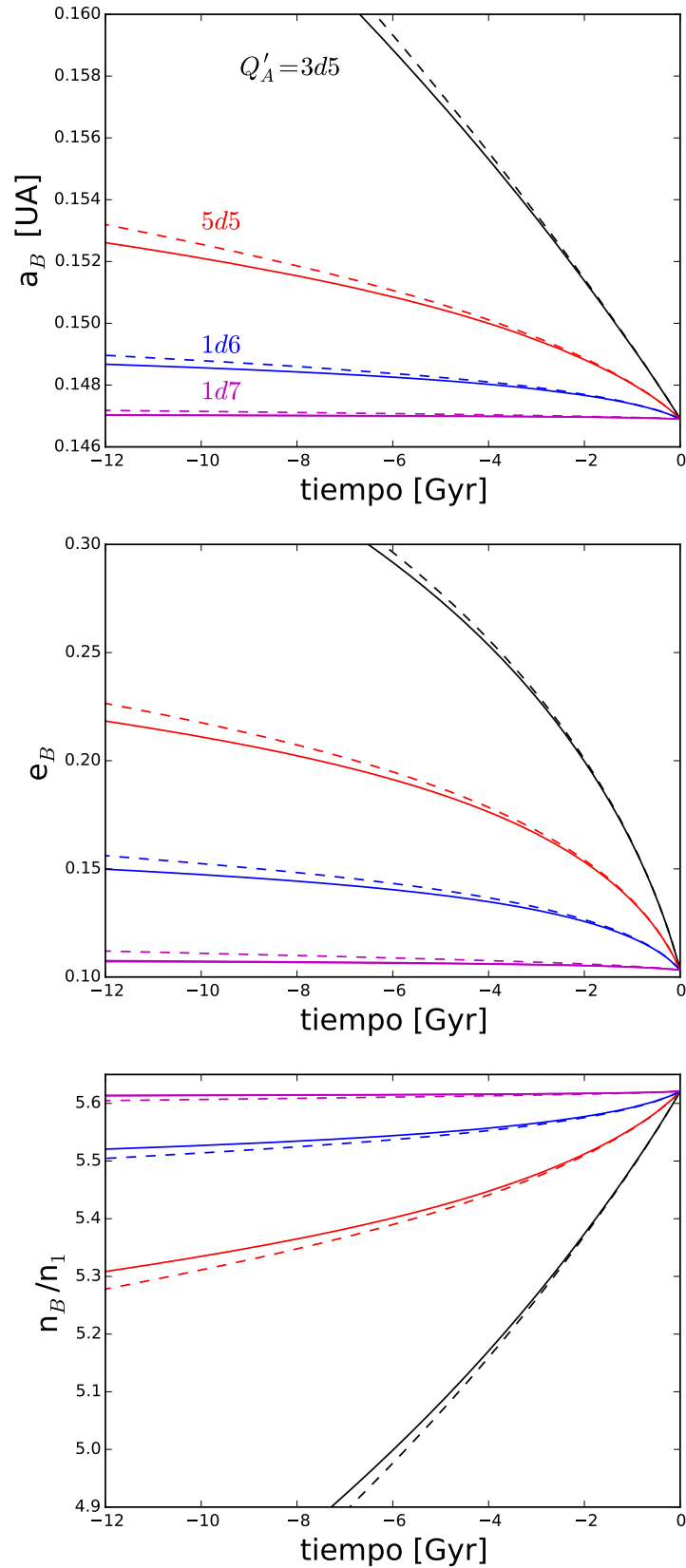


Figura 15: Evolución tidal pasada del semieje mayor medio de la binaria  $a_B$  (panel superior), excentricidad media de la binaria  $e_B$  (panel central), y cociente de movimientos medios  $n_B/n_1$  (panel inferior), para diferentes valores de parámetros tidales de las estrellas. Las líneas continuas corresponden a  $Q'_B = Q'_A$  mientras que las líneas a trazos consideran  $Q'_B = 10^5$ , independientemente del valor de  $Q'_A$ . El movimiento medio del planeta (i.e.  $n_1$ ) se mantuvo constante en su valor actual, para computar la razón de movimientos medios del panel inferior.

del sistema parece haber ocurrido en los últimos Gyrs, principalmente asociada a la inflación del radio físico de la estrella primaria.

El panel inferior de la Figura 15 muestra la evolución de la razón de movimientos medios  $n_B/n_1$  entre la binaria y el planeta, donde para este análisis hemos asumido  $n_1$  fijo. Debido a que una fuerte disipación por marea implica valores primordiales de semieje  $a_B$  mayores, la proximidad del sistema a la RMM 5/1 pudo haber sido mucho más pequeña en el pasado. En particular, para  $Q'_A \sim 4 \times 10^5$  la configuración original del sistema pudo haber estado muy próxima a la resonancia 5/1 exacta y luego haber migrado hasta el valor presente, sólo por causa de las fuerzas de marea entre las componentes de la binaria, sin considerar variaciones en la órbita del planeta. Sin embargo, como se verá en la próxima Sección 3.3, los respectivos valores de excentricidad primordial  $e_B$  asociados a estas configuraciones no son compatibles con eyecciones tidales suaves del sistema completo (binaria + planeta) de la conmensurabilidad.

### 3.2 MIGRACIÓN Y CAPTURA RESONANTE EN EL SISTEMA KEPLER-38

A continuación hemos incorporado un planeta de masa  $m_1$  dentro del sistema dinámico para analizar el escenario de migración y captura resonante, en el sistema Kepler-38 primordial.

Con este objetivo, adoptamos un sistema de referencia jacobiano como el que se muestra en la Figura 16 para las coordenadas y velocidades, de manera que el vector posición  $\mathbf{r}_B$  de la estrella secundaria  $m_B$  está definido como  $m_A$ -céntrico mientras que el vector posición  $\mathbf{r}_1$  del planeta  $m_1$  es medido con respecto al centro de masa de  $m_A$  y  $m_B$ .

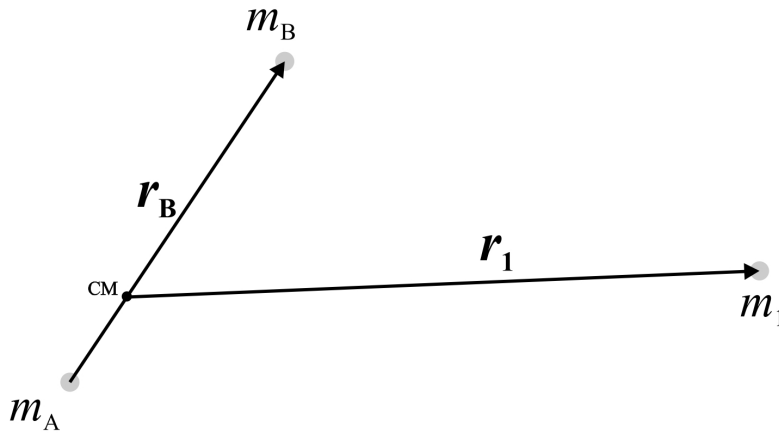


Figura 16: Esquema del sistema de coordenadas de Jacobi adoptado para nuestro sistema.

La órbita del planeta es asumida coplanar con la binaria y se encuentra caracterizada por su semieje mayor  $a_1$ , su excentricidad  $e_1$ , su longitud media  $\lambda_1$  y su longitud de pericentro  $\omega_1$ , todos estos calculados a partir de los vectores de estado jacobianos. Notación completamente análoga, pero con subíndice  $B$  será utilizada para la órbita de la secundaria  $m_B$  alrededor de la primaria  $m_A$ .

### 3.2.1 Estructura resonante

Si asumimos que el planeta  $m_1$  se encuentra en la vecindad de una RMM genérica con una commensurabilidad  $(p+q)/p$  con el perturbador  $m_B$ , la relación entre periodos cumplirá

$$(p+q)n_1 - pn_B \simeq 0, \quad (11)$$

donde tanto  $p$  como  $q$  son números enteros positivos.

Todos los términos resonantes asociados a la forma normal del hamiltoniano (Morbidei, 2002) tendrán entonces la forma general siguiente

$$\phi_{res} = u(p+q)\lambda_1 - up\lambda_B + j_2\omega_B + j_4\omega_1 \quad (12)$$

donde  $u$  es un número entero que define el orden del armónico asociado al término resonante, mientras que la condición de D'Alembert implica que  $j_2 + j_4 = -uq$ . Si consideramos el armónico de más bajo orden ( $u = 1$ ), obtenemos  $j_2 = k - (p+q)$  y  $j_4 = p - k$  con  $k$  entero. Dado que la amplitud de un armónico resonante dado es proporcional a  $e_B^{|j_2|} e_1^{|j_4|}$ , el conjunto de ángulos resonantes independientes de más bajo orden en excentricidad estará asociado a valores de  $k$  en el rango  $k \in [p, p+q]$ . Por lo tanto, el conjunto resonante que caracteriza la resonancia  $(p+q)/p$  estará compuesto por  $(q+1)$  argumentos resonantes independientes de la forma

$$\phi_{(p+q)/p}^{(l)} = (p+q)\lambda_1 - p\lambda_B - q\omega_B - l(\omega_1 - \omega_B) \quad (13)$$

donde  $l = (k-p) \in [0, q]$ .

En particular, para el caso de la RMM  $5/1$ , los términos resonantes de más bajo orden de la función perturbadora contendrán uno de los siguientes posibles argumentos críticos:

$$\begin{aligned} \phi_{5/1}^{(0)} &= 5\lambda_1 - \lambda_B - 4\omega_B \\ \phi_{5/1}^{(1)} &= 5\lambda_1 - \lambda_B - 3\omega_B - \omega_1 \\ \phi_{5/1}^{(2)} &= 5\lambda_1 - \lambda_B - 2\omega_B - 2\omega_1 \\ \phi_{5/1}^{(3)} &= 5\lambda_1 - \lambda_B - \omega_B - 3\omega_1 \\ \phi_{5/1}^{(4)} &= 5\lambda_1 - \lambda_B - 4\omega_1, \end{aligned} \quad (14)$$

los cuales, a partir de la Ecuación (13), pueden ser escritos de manera compacta como

$$\phi_{5/1}^{(l)} = \sigma - l\Delta\omega \quad \text{donde } \sigma = 5\lambda_1 - \lambda_B - 4\omega_B \quad \text{con } l = 0, \dots, 4 \quad (15)$$

siendo  $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_B$  la diferencia entre las longitudes de pericentro.

Mientras las RMMs de alto orden son usualmente despreciables en sistemas planetarios alrededor de estrellas simples, este no debe ser el caso de los sistemas binarios, donde la masa perturbadora es comparable con la masa de la estrella central (Leiva et al., 2013). Más aún, en el caso de planetas circumbinarios, las commensurabilidades del tipo  $j/1$  parecen ser las resonancias más intensas y aisladas

(Gallardo, 2006) y, por lo tanto, un destino muy probable a través de la migración planetaria.

Simulaciones preliminares de N-cuerpos sobre la captura y evolución dinámica del sistema dentro de la RMM 5/1 mostraron que todas las soluciones resonantes estables se encuentran en uno de los dos planos representativos siguientes:

1. Configuraciones alineadas, representadas por valores de ángulos  $(\sigma, \Delta\omega) = (0, 0)$ .
2. Configuraciones anti-alineadas, con ángulos asociados  $(\sigma, \Delta\omega) = (\pi, \pi)$ .

Aunque soluciones asimétricas son esperadas para resonancias exteriores del tipo  $j/1$  (Beaugé, 1994), éstas parecen estar asociadas a altas excentricidades y no han sido encontradas en ninguna de nuestras simulaciones.

La Figura 17 muestra un conjunto de mapas dinámicos en el plano  $(n_B/n_1, e_1)$  en torno a la RMM 5/1 de diferentes sistemas Kepler-38 primordiales. Cada panel muestra una grilla de  $(400 \times 200)$  condiciones iniciales, cada una integrada por un tiempo total de  $10^3$  años ( $\sim 3500$  orbitas planetarias). El código de color indica el máximo cambio en excentricidad sufrido por el planeta durante el tiempo de integración, usualmente referido como indicador  $\max(\Delta e)$ , el cual es generalmente un estimador muy preciso de la estructura del espacio de fases (Ramos et al., 2015).

Para construir los mapas dinámicos de la Figura 17, la masa del planeta fue fijada en  $m_1 = 120m_\oplus$ , aunque no se observaron diferencias significativas en los mapas para masas menores. Los valores iniciales para los ángulos se corresponden con  $(\sigma, \Delta\omega) = (0, 0)$  en los paneles de la izquierda y con  $(\sigma, \Delta\omega) = (\pi, \pi)$  en los de la derecha.

La posición actual del planeta se indica en la Figura 17 con un círculo blanco en los dos paneles superiores, ambos construídos para el valor actual de excentricidad de la binaria  $e_B$ . A pesar de que no existe en la actualidad información confiable sobre el valor de  $\Delta\omega$  en el sistema Kepler-38, el valor máximo de excentricidad para el planeta se encuentra muy próximo al modo secular Modo I (Michtchenko & Malhotra, 2004), correspondiente a órbitas alineadas. La presencia de dicho modo se observa en los paneles de la Figura 17 como una franja azul (débilmente excitada) horizontal, para todas las excentricidades de la binaria consideradas. Sin embargo, se vuelve notablemente distorsionado para excentricidades crecientes, debido a la expansión del dominio de libración de las RMM.

Por otra parte, incluso para valores moderados de  $e_B$  (i.e.  $\sim 0.20$ ), la estructura de la RMM 5/1 es claramente observable con el clásico dominio de libración en forma de V. Una amplia región caótica domina la región a la izquierda de la separatriz interna mientras que una contraparte más débil también puede ser observada a la derecha de la separatriz externa. Sin embargo para  $e_B \gtrsim 0.2$  ambas ramas generan una fuerte región caótica que separa el dominio resonante del no-resonante. No obstante, en todos los casos la región de libración interior muestra un núcleo de movimiento regular, cuya posición exacta respecto de la resonancia nominal se incrementa a medida que consideramos mayores excentricidades de la binaria.



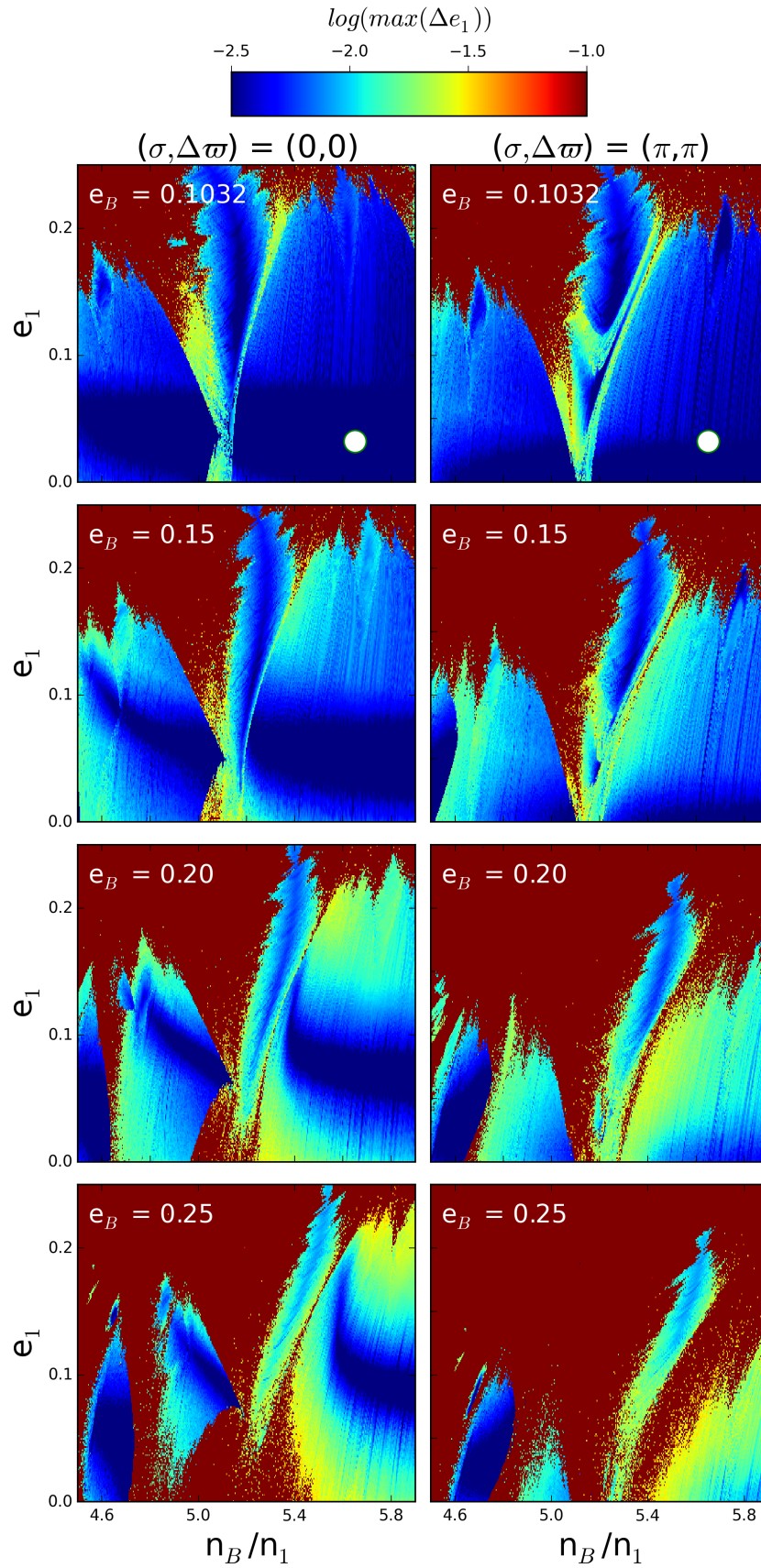


Figura 17: Mapas dinámicos  $\max(\Delta e)$  de la RMM 5/1 en el plano  $(n_B/n_1, e_1)$ , para diferentes valores de la excentricidad de la binaria  $e_B$  y para diferentes configuraciones iniciales:  $(\sigma, \Delta\varpi) = (0, 0)$  (paneles de la izquierda) y  $(\sigma, \Delta\varpi) = (\pi, \pi)$  (paneles de la derecha). La posición actual del planeta se indica en los paneles superiores con un círculo blanco. El tiempo total de integración fue de  $10^3$  años.

### 3.2.2 Migración planetaria

Simular el complejo proceso de migración inducida por el disco protoplanetario se encuentra fuera del alcance de la presente tesis. En cambio, hemos optado por incluir al código N-cuerpos una aceleración externa *ad-hoc* que imita los mecanismos de migración que muestran las simulaciones hidrodinámicas. Esta técnica ha sido muy utilizada por diferentes autores que estudiaron procesos de migración en sistemas planetarios alrededor de estrellas simples (Lee & Peale, 2002; Beaugé et al., 2006; Cresswell & Nelson, 2008) y también más recientemente para el estudio de procesos de *scattering* en sistemas CB (Rodet et al., 2017).

Los discos CB han demostrado ser, al menos en las simulaciones hidrodinámicas, bastante más complejos que los discos alrededor de estrellas simples (Kley & Haghighipour, 2014), por lo que es de esperar que el proceso de migración planetaria inducido en los mismos también lo sea. Sin embargo, ya que el principal objetivo de esta sección es estudiar la dinámica propia de la captura en resonancia así como su estabilidad, hemos optado por utilizar prescripciones estándares para la migración planetaria en discos protoplanetarios circumestelares.

Para esto, hemos asumido para este estudio un disco protoplanetario simétrico con respecto al centro de masa de la binaria. El disco gaseoso fue considerado además delgado y laminar, con una dependencia como ley de potencia para tanto la densidad superficial  $\Sigma(r) = \Sigma_0 r^{-\gamma}$ , como la razón de aspecto  $H_r(r) = H_0 r^f$ . Sus valores a  $r = 1$  fueron fijados en  $\Sigma_0 = 1 \times 10^{-5} m_\odot / \text{AU}^2$  y  $H_0 = 0.05$ , mientras que los exponentes se tomaron como  $\gamma = 1/2$  and  $f = 0$ , siendo este último el valor correspondiente a un disco “chato”.

Siguiendo Cresswell & Nelson (2008), la aceleración que sufre el planeta debido a la interacción con el disco es modelada por un término no conservativo definido por

$$\ddot{\mathbf{r}}_1 = - \left[ \frac{\mathbf{v}_1}{2\tau_a} + 2 \frac{(\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{r}_1) \mathbf{r}_1}{r_1^2 \tau_e} \right] \quad (16)$$

donde  $\mathbf{v}_1$  es el vector de velocidad jacobiano del planeta, mientras que  $\tau_a$  y  $\tau_e$  son los tiempos característicos de amortiguación en semieje mayor y excentricidad, respectivamente. Por su parte, no se asume ningún tipo de migración por disco para la estrella secundaria.

A partir de los modelos lineales (Tanaka & Ward, 2004; Cresswell & Nelson, 2008), en el régimen de baja excentricidad es posible escribir

$$\tau_a = Q_a \frac{t_{wave}}{H_r^2} \quad ; \quad \tau_e = Q_e \frac{t_{wave}}{0.780} \quad (17)$$

donde  $Q_e$  es un parámetro constante introducido *ad-hoc* por Cresswell & Nelson (2006) para ajustar los resultados de las simulaciones hidrodinámicas. Estos autores encontraron que los mejores resultados eran obtenidos para  $Q_e = 0.1$ , por lo que dicho valor también se adoptó en este trabajo. Por otra parte,  $Q_a = Q_a(\gamma)$  es función de la pendiente del perfil de densidad del disco el cual, de acuerdo a Tanaka et al. (2002), está dado por  $Q_a^{-1} \simeq 2.7 + 1.1\gamma$ . Mientras que los ajustes numéricos de las simulaciones hidrodinámicas algunas veces conducen a formas funcionales ligeramente diferentes (D’Angelo & Lubow, 2010), asumiremos aquí estos valores estándares.



Las escalas temporales clásicas  $t_{wave}$  para la migración planetaria están dadas por

$$t_{wave} = \frac{(m_A + m_B)^2 H_r^2}{m_1 n_1 a_1^2 \Sigma(a_1)} \quad (18)$$

Finalmente, también se consideraron las modificaciones de [Goldreich & Schlichting \(2014\)](#) para tener en cuenta la contribución del amortiguamiento de excentricidad sobre los cambios en semieje mayor, asociados con la conservación parcial del momento angular. Por lo tanto, las escalas de tiempo características efectivas para la migración orbital están dadas por

$$\frac{1}{\tau_{a_{eff}}} = \frac{1}{\tau_a} + 2\beta \frac{e_1^2}{\tau_e} \quad (19)$$

donde  $\tau_a$  y  $\tau_e$  mantienen la misma forma que en las Ecuaciones (17) y  $\beta$  es un factor que cuantifica la fracción de momento angular conservada durante el proceso de migración. [Goldreich & Schlichting \(2014\)](#) se refieren a las estimaciones de [Tanaka & Ward \(2004\)](#) quienes proponen un valor de  $\beta = 0.3$  para interacciones planeta-disco de Tipo-I.

Para este trabajo, se han realizado un gran número de simulaciones de N-cuerpos para la migración planetaria en discos CB utilizando las prescripciones analíticas simples que se detallaron anteriormente. Además, se han incluido efectos relativistas introducidos al código N-cuerpos como una perturbación adicional, modelada de acuerdo a la formulación post-newtoniana de [Richardson & Kelly \(1988\)](#).

Respecto de las condiciones iniciales, el semieje mayor del planeta fue elegido considerablemente alejado de la RMM 5/1 con la binaria, la excentricidad inicial del planeta se fijó en  $e_1 = 0.05$  y además se asumieron todos los ángulos iguales a 0. Por otra parte, en todos los casos se asumió que el planeta ya estaba formado cuando comenzó el proceso de migración y que no hubo ningún tipo acreción sobre él durante la misma.

Cada simulación fue continuada por un intervalo de tiempo de  $10^5$  años (aproximadamente  $2 \times 10^6$  periodos de la binaria) para evaluar la evolución de la captura a largo plazo. La densidad superficial del disco fue artificialmente decrecida a cero en el intervalo  $t \in [6 \times 10^4, 8 \times 10^4]$  años, siguiendo una relación lineal. Dicho intervalo resultó ser lo suficientemente largo como para que la transición sea adiabática con respecto a las escalas de tiempo resonantes y seculares. El último 20% de la simulación ocurrió solo en presencia de fuerzas conservativas, para garantizar que la configuración final era estable y representativa de la dinámica en un escenario libre de disco.

Debido a la poca restricción con la que se cuenta para la masa del planeta, se han utilizado valores en el rango  $m_1 \in [1, 120] m_{\oplus}$ . Motivados además por los resultados obtenidos en la Sección 3.1 para la evolución tidal hacia atrás en el tiempo, se consideraron excentricidades primordiales de la binaria en el rango  $e_B \in [0.10, 0.25]$ . Estos valores se asumieron constantes a lo largo de todo el proceso de migración. A pesar de que hemos reportado capturas en la RMM 5/1 para valores mayores de  $e_B$ , la mayoría de las condiciones iniciales resultaron en inestabilidades orbitales cuando el disco fue dispersado. Esto parece imponer un valor mínimo

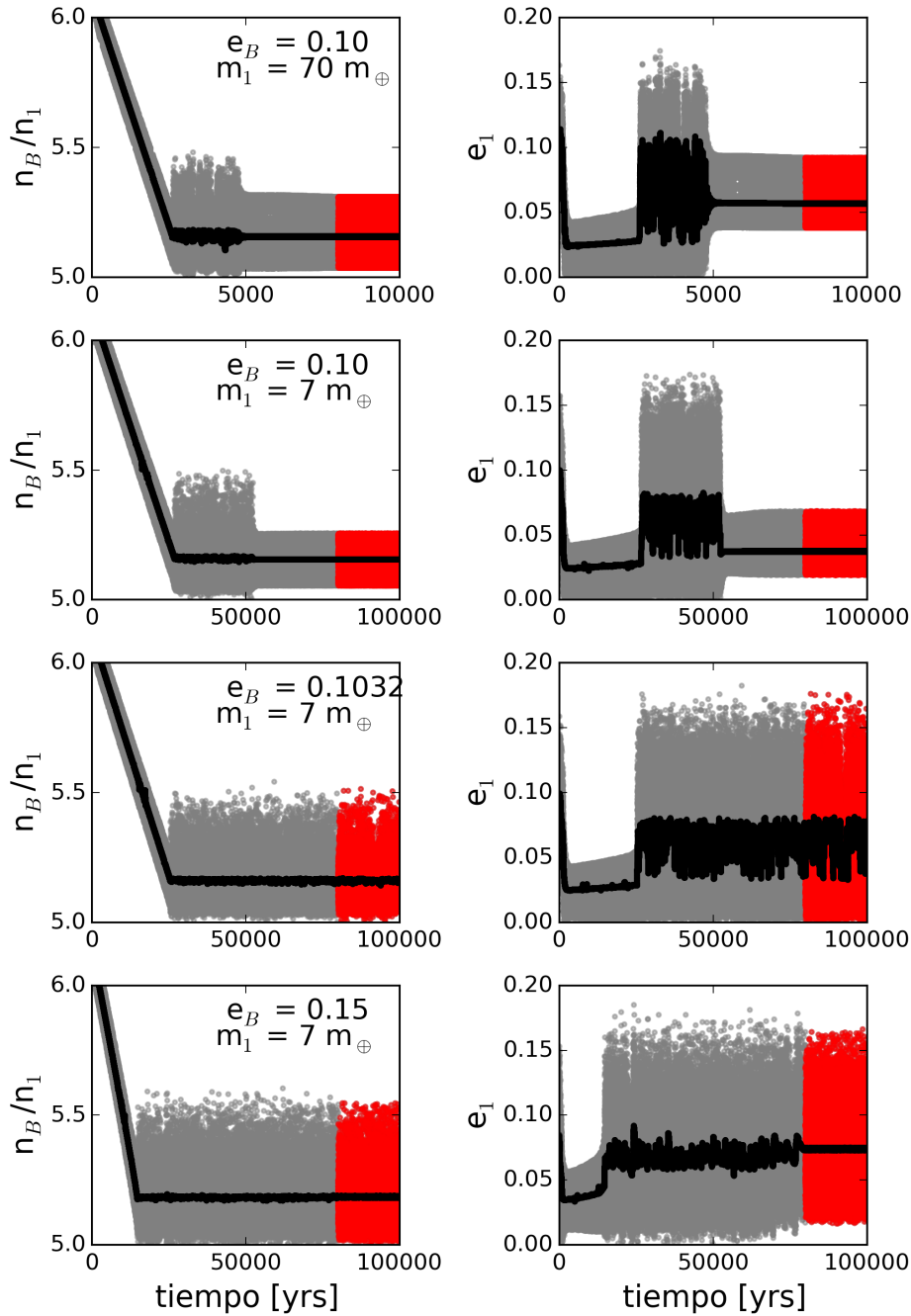


Figura 18: Evolución de la razón de movimientos medios  $n_B/n_1$  (izquierda) y de la excentricidad planetaria (derecha) durante la migración planetaria y posterior captura en la RMM  $5/1$ , para cuatro diferentes valores de  $(e_B, m_1)$ . El intervalo de tiempo en presencia de disco se muestra en puntos grises, mientras que la dinámica resonante debida exclusivamente a interacciones gravitatorias se muestra en rojo. Las curvas negras corresponden a los valores filtrados obtenidos a partir de promediaciones sobre cortos periodos temporales. Con fines ilustrativos, para  $m_1 = 70m_\oplus$  la migración y la disipación del disco fue desacelerada por un factor 10 respecto de las masas menores.

para el parámetro tidal de la estrella primaria del orden de  $Q'_A \gtrsim 5 \times 10^5$ , para que nuestro escenario de captura resonante haya sido probable en la configuración original del sistema Kepler-38.

Dependiendo de los valores de  $e_B$  y  $m_1$ , hemos encontrado tres posibles configuraciones finales para el planeta atrapado en la RMM 5/1; su comportamiento dinámico se resume en las Figuras 18 y 19. La primera presenta la evolución de la razón de movimientos medios  $n_B/n_1$  y de la excentricidad del planeta  $e_1$ , durante el proceso de migración y posterior a la dispersión del disco. Aunque sólo se exhiben cuatro casos, se trata de una muestra representativa de las configuraciones encontradas en el análisis del espacio de parámetros. Las masas planetarias  $m_1$  y las excentricidades de la binaria  $e_B$  adoptadas se especifican en los paneles de la izquierda de la Figura 18. La Figura 19, por su parte, muestra el comportamiento de los ángulos seculares y resonantes (ver Ecuación (15)). Estos se muestran en variables regulares, con la excentricidad del planeta  $e_1$  siendo la distancia radial. Los resultados obtenidos durante la presencia del disco se muestran en gris mientras que aquellos obtenidos luego de la disipación se muestran en rojo.

Es posible notar, a partir de las Figuras 18 y 19, que una vez alcanzada la resonancia 5/1, todas las condiciones iniciales ingresan en una región caótica la cual parece estar asociada a la separatriz exterior de la commensurabilidad (ver Figura 17). Esto es observado en la Figura 18 como grandes amplitudes de oscilación en semieje mayor y excentricidad.

De acuerdo a las simulaciones realizadas, hemos encontrado que para  $e_B \leq 0.10$  esta fase es temporaria y el planeta finalmente logra ingresar a un dominio resonante de naturaleza más regular, dentro del cual todos los ángulos libran. Dependiendo de la masa planetaria, el centro de libración puede corresponder a  $(\sigma, \Delta\omega) = (\pi, \pi)$  (ver el caso  $m_1 = 70m_\oplus$ , paneles superiores de las Figuras) o  $(\sigma, \Delta\omega) = (0, 0)$  (caso  $m_1 = 7m_\oplus$ , paneles en la segunda fila). Este último modo corresponde a la libración de todos los ángulos críticos alrededor de cero, mientras que en el primer modo (anti-alineado) los ángulos libran en torno a cero o  $\pi$ , dependiendo la multiplicidad de la longitud de pericentro. Además, el modo anti-alineado parece estar asociado a grandes masas planetarias mientras que para  $m_1$  pequeñas siempre se encontraron capturas en el modo alineado. Sin embargo, los límites precisos de un régimen u otro parecen ser una función fuerte de la excentricidad de la binaria y un estudio detallado es necesario y queda pendiente para ser abordado en trabajos futuros.

Para  $e_B > 0.10$ , el planeta no parece ser capaz de ingresar al dominio de libración interior de la RMM 5/1 y exhibe grandes (y aparentemente caóticas) oscilaciones en semieje y excentricidad, incluso después de que el disco haya sido dispersado. En la mayoría de los casos este comportamiento está acompañado de una ausencia de libración de los ángulos resonantes, aunque fueron observados algunos casos donde, por ejemplo,  $\phi_{5/1}^{(3)}$  libraba alrededor de cero. Esta libración es similar a la observada por Kley & Haghighipour (2014) en simulaciones hidrodinámicas, aunque en nuestro caso sólo fue hallado para grandes excentricidades de la binaria. Por su parte, la caoticidad de la libración fue verificada en simulaciones adicionales sin efectos relativistas y está probablemente asociada a la superposición de diferentes subresonancias, cada una de ellas asociada a un ángulo crítico diferente (Mudryk & Wu, 2006).

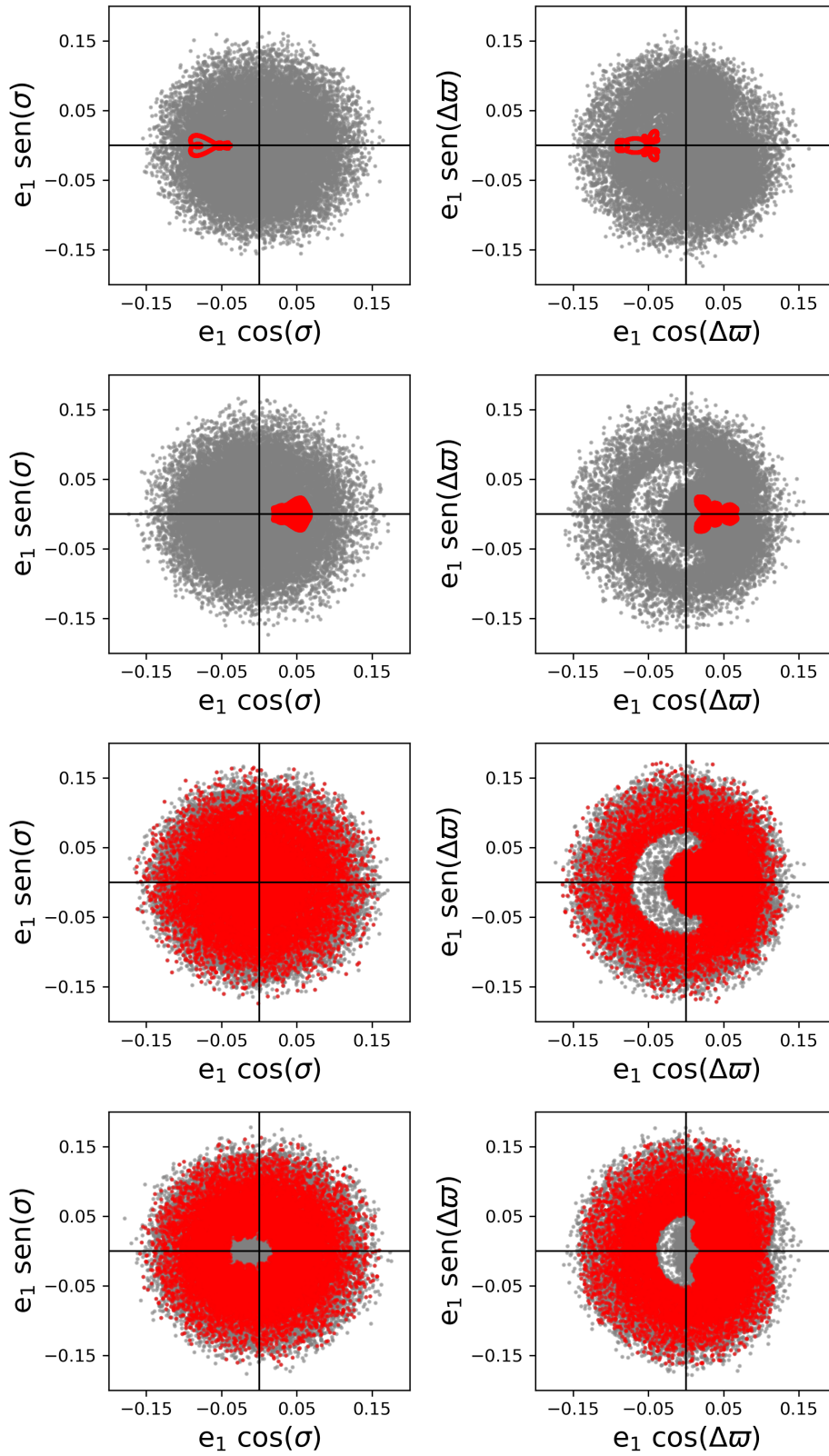


Figura 19: Evolución orbital de las variables regulares ( $e_1 \cos \sigma, e_1 \sin \sigma$ ) (columna izquierda) y ( $e \cos \Delta\varpi, e \sin \Delta\varpi$ ) (columna derecha) para las simulaciones correspondientes de la Figura 18. La convención de colores adoptada es la misma que en esa figura.

A pesar de las diferentes características particulares, todas las simulaciones mostraron ser dinámicamente estables, aún extendiendo el intervalo de tiempo total de integración hasta  $10^9$  periodos orbitales de la binaria. Esto parece indicar que la libración de los ángulos críticos no es una condición necesaria para las capturas en resonancia, al menos para el presente problema.

### 3.3 EVOLUCIÓN TIDAL HACIA EL SISTEMA KEPLER-38 ACTUAL

Habiendo establecido las condiciones para la captura así como las configuraciones orbitales finales para el sistema luego de la disipación del disco protoplanetario primordial, el paso siguiente consistió en estudiar su evolución posterior hasta el presente. En un escenario sin gas, las únicas fuerzas interactuantes son las gravitatorias y las fuerzas de marea entre todos los miembros del sistema (binaria + planeta).

Debido a que, al momento de hacer este estudio, carecíamos de un modelo analítico para la RMM 5/1, hemos optado por un abordaje puramente de tipo N-cuerpos, donde las fuerzas de marea son modeladas de acuerdo a [Mignard \(1979\)](#). La técnica de incorporación fue similar a la que aplicaron [Rodríguez et al. \(2011\)](#) y [Beaugé & Nesvorný \(2012\)](#), donde hemos despreciado las mareas que ejerce el planeta sobre ambas componentes estelares. A partir del ajuste descrito en la Sección 3.1, también se ha considerado en el código la evolución temporal del radio de la primaria, mientras que el radio de la secundaria se ha mantenido constante.

El sistema completo fue entonces integrado por un intervalo de tiempo equivalente a la edad del sistema, fijado como antes en  $T = 12$  Gyrs. Debido a que dicho intervalo de tiempo corresponde a aproximadamente  $10^{12}$  periodos orbitales del planeta, las integraciones numéricas para valores nominales de los parámetros del sistema se vuelven impracticables. Por lo tanto, fue necesario hacer un rescaneo del tiempo de integración total y de los parámetros tidales por un factor idéntico  $\gamma > 1$ , con el objetivo de reducir el tiempo de integración numérica a valores razonables.

En el caso de configuraciones pseudo-síncronas de masas no-interactuantes, el rescaneo del tiempo y los parámetros tidales conduce a la misma evolución orbital, sin importar el valor de  $\gamma$ . Sin embargo, esto no necesariamente sucede cuando se incorporan las interacciones gravitatorias mutuas, potencialmente conduciendo a resultados espureos en el sistema acelerado. Para evitar esto, sólomente hemos considerado valores de  $\gamma$  suficientemente bajos como para que la evolución tidal del sistema acelerado sea adiabática respecto de las escalas de tiempo gravitatorias seculares y resonantes. A partir de pruebas preliminares, hemos adoptado  $\gamma = 10^5$ , aunque, como medida de seguridad adicional para garantizar la confiabilidad de los resultados, hemos repetido varias simulaciones con valores mayores.

La posición actualmente observada del planeta Kepler-38b corresponde a una razón de movimientos medios de  $n_B/n_1 \simeq 5.61$ , considerablemente alejada del valor promedio encontrado en las simulaciones de captura ( $n_B/n_1 \simeq 5.2$ , ver Figura 18). Aunque para altas excentricidades de la binaria es posible encontrar soluciones con valores osciladores cercanos a  $\sim 5.6$ , en estos instantes de tiempo la excentricidad

del planeta adquiere valores máximos ( $e_1 \simeq 0.15 - 0.2$ ) y por lo tanto inconsistentes con la configuración actual del sistema. Parece entonces que la única posibilidad de explicar la posición actual del sistema Kepler-38b luego de la captura en la RMM 5/1 es a través de una fuerte evolución por mareas, la cual debe resultar en una eyección de la resonancia seguido por un desplazamiento secular hasta la posición observada.

Aquí encontramos nuestro primer problema. Una vez que el equilibrio espín-órbita es alcanzado (en escalas de tiempo del orden de Myrs (e.g. [Correia, 2009](#)) y que el planeta abandona el dominio resonante, se espera que la disipación tidal resulte en un decaimiento del semieje mayor del planeta (ver Ecuación (10)). Por lo tanto, para que la razón de movimientos medios  $n_B/n_1$  se incremente hasta los valores actuales, es en principio necesario que el semieje de la binaria decrezca más rápidamente. Como puede verse en el panel derecho de la Figura 15, esta condición impone que el parámetro tidal de la estrella primaria sea  $Q'_A \lesssim 5 \times 10^5$ , o aún menor si la evolución tidal del planeta fue importante. Por su parte, adoptar diferentes valores de  $Q'_B$  no parece modificar de manera significativa el problema.

Aunque tales valores de disipación tidal estelar son consistentes con algunas estimaciones (e.g. [Maciejewski et al., 2016](#)), estos implican que las excentricidades primordiales de la binaria se encontraban en el rango  $e_B \gtrsim 0.25$  (panel central de la Figura 15). En tal caso, no sólo la captura en resonancia es un evento poco probable, sino que además la subsecuente evolución tidal siempre parece resultar en encuentros próximos y eyecciones del planeta del sistema. Esta inestabilidad muy probablemente es causada por el ensanchamiento de la región caótica que delimita los diferentes dominios subresonantes, la cual a su vez es más pronunciada para la separatriz interna de la conmensurabilidad. Aún cuando la región estocástica pueda ser atravesada exitosamente debido a una rápida migración planetaria, la evolución tidal es mucho más lenta, dando suficiente tiempo a las inestabilidades intrínsecas de actuar y conducir al planeta a una órbita cruzadora de la estrella secundaria.

Estas limitaciones dinámicas parecen sugerir un mayor valor para el parámetro tidal para la estrella primaria, del orden de  $Q'_A \gtrsim 10^6$ , los cuales resultan en una excentricidad inicial de la binaria menor y una mucho menos prominente separatriz caótica (ver Figura 17). El problema de este escenario es que el decaimiento en semieje de la binaria no sería suficiente como para explicar el valor actual de  $n_B/n_1$ . Consecuentemente, para que nuestra hipótesis (captura resonante + evolución tidal) sea factible, la migración divergente más importante debería haber venido de la evolución por marea del propio planeta. Esto a su vez plantea dos interrogantes: (i) si la marea sobre el planeta pudo haber sido suficientemente intensa para resultar en el desplazamiento necesario y (ii) si la dirección de migración tidal pudo haber sido hacia el exterior del sistema y no hacia el interior como se espera en el problema de dos cuerpos.

La Figura 20 muestra los resultados de una simulación N-cuerpos, imitando la evolución tidal de un planeta de masa  $m_1 = 2m_\oplus$ , inicialmente capturado en la RMM 5/1, por un intervalo de tiempo equivalente a la edad del sistema. Los parámetros tidales elegidos para las estrellas fueron fijados en  $Q'_A = 10^6$  y  $Q'_B = 10^5$ , lo cual implica que la excentricidad primordial de la binaria fue de  $e_B =$



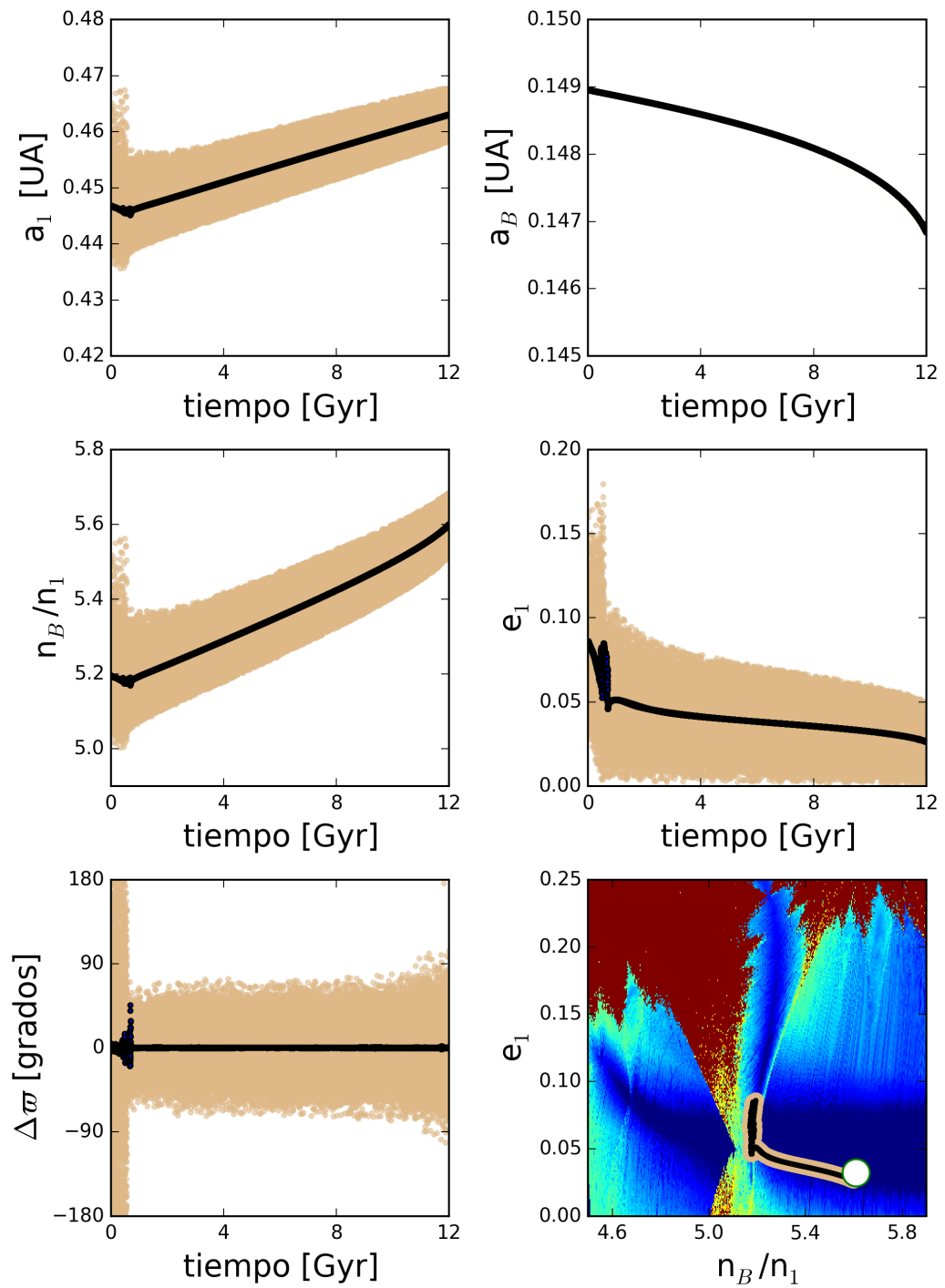


Figura 20: Simulación N-cuerpos de la evolución tidal de un planeta de  $m_1 = 2m_\oplus$  inicialmente capturado en la RMM 5/1 con la binaria ( $e_B = 0.156$ ). Los parámetros tidales elegidos fueron  $Q'_A = 10^6$ ,  $Q'_B = 10^5$  y  $Q'_1 = 10/3$ . Los puntos marrones muestran los elementos orbitales osciladores mientras que las curvas negras muestran los valores filtrados. El círculo blanco en el panel inferior de la derecha corresponde con la posición actual de Kepler-38b en ese plano.

0.156. El parámetro tidal del planeta se asumió como  $Q'_1 = 10/3$  y su radio físico igual al radio observado. Los puntos marrones muestran los elementos orbitales osciladores mientras que la curva negra representa los valores obtenidos luego de aplicar un filtro digital del tipo FIR (Carpino et al., 1987), para eliminar las variaciones de corto periodo.

Los dos paneles superiores de la Figura 20 muestran la evolución temporal del semieje mayor del planeta (izquierda) y de la estrella secundaria (derecha). Mientras  $a_B$  decrece en función del tiempo, como se espera que suceda a partir de las Ecuaciones (8), el semieje del planeta tiene efectivamente un comportamiento inverso y aumenta con el tiempo. En este punto de la investigación, se atribuyó tal comportamiento al efecto de los términos casi-resonantes sobre el modo secular alineado, cuya excentricidad forzada crece considerablemente a medida que nos acercamos a la separatriz interna. Esta hipótesis es sustentada por el comportamiento de  $e_1$  y  $\Delta\omega$  en la Figura 20, mostrando que el planeta rápidamente ingresa al modo secular alineado, tan pronto como es capaz de abandonar la resonancia, y evoluciona hacia órbitas circulares a medida que el cociente de movimientos medios  $n_B/n_1$  crece hasta valores cercanos a la posición actual del planeta. Sin embargo, como se verá en la Parte iii de esta tesis, la migración hacia el exterior del planeta es sólo causada por las fuerzas de marea en el contexto circumbinario.

Finalmente, el panel inferior de la derecha de la Figura 20 muestra la ruta del planeta en el plano  $(n_B/n_1, e_1)$ , escapando de la RMM 5/1, donde ahora la amplitud de las variaciones de corto periodo han sido reducidas para evitar confusión en la figura. Para el conjunto de parámetros elegidos en esta simulación, no sólo el valor final de  $n_B/n_1$  se encuentra muy próximo al valor observado, sino que lo mismo ocurre para la excentricidad del planeta  $e_1$ .

Resulta importante mencionar que no todas las eyecciones tidales resultan en escapes suaves de la comensurabilidad sino que aproximadamente el  $\sim 25\%$  de nuestras simulaciones. Atravesar la separatriz externa, presente aún para bajas excentricidades, introduce comportamiento caótico el cual, en algunos casos, conduce a eyecciones en órbitas hiperbólicas o a colisiones entre el planeta con alguna de las estrellas. Curiosamente, en otros casos, el semieje del planeta experimenta un pequeño salto (del orden de  $\sim 0.1$  UA), permanece ligado al sistema y rápidamente adquiere una órbita circular. Sin embargo, nuestras simulaciones muestran que el destino final de las eyecciones tidales no depende de la masa del planeta  $m_1$  ni del parámetro tidal  $Q'_1$ , pero sí es fuertemente dependiente de la excentricidad de la binaria  $e_B$ .

La Figura 21 muestra los resultados de una segunda simulación N-cuerpos, en este caso haciendo foco en el plano  $(n_B/n_1, e_1)$ . Para esto, hemos adoptado el mismo conjunto de parámetros que para la Figura 20, excepto para el factor de disipación tidal y la masa planetaria, eligiendo en este caso  $Q'_1 = 1$  y  $m_1 = 20/3$ . Aunque estos valores parezcan a primera vista arbitrarios, estos resultan en el mismo factor  $1/(Q'_1 m_1)$  y, por lo tanto, conducen a la misma magnitud de divergencia desde la resonancia que se observa en la primera simulación. La convención de colores para las curvas es idéntica a la adoptada para la Figura 20. Si comparamos ambas figuras, es posible observar que la configuración final es la misma en ambos casos.



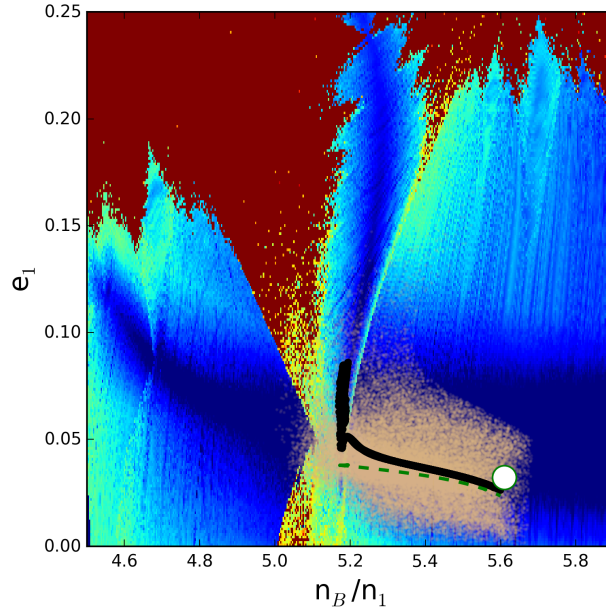


Figura 21: Evolución tidal de un planeta CB en el plano  $(n_B/n_1, e_1)$ , inicialmente capturado en la RMM 5/1. Los parámetros de la simulación son idénticos a los adoptados en la Figura 20, a excepción de  $m_1 = (20/3) m_\oplus$  y  $Q'_1 = 1$ . Los puntos marrones corresponden a elementos osculadores mientras que la curva negra corresponde a valores filtrados. La excentricidad forzada (Ecuación (20)) se representa por la curva verde a trazos, mientras que la posición actual de Kepler-38b con círculo blanco.

Para analizar el camino evolutivo fuera de la RMM, la línea verde a trazos muestra la excentricidad forzada del planeta para cada valor de  $n_B/n_1$ , dada por (Leung & Lee, 2013):

$$e_f = \frac{5}{4} \left( \frac{m_A - m_B}{m_A + m_B} \right) \left( \frac{a_B}{a_1} \right) e_B, \quad (20)$$

donde al superponerlo en la Figura 21 hemos tenido en cuenta los cambios en la excentricidad de la binaria  $e_B$  durante la simulación. Mientras que inicialmente la evolución tidal conduce a valores mayores de  $e_1$ , estos tienden hacia la excentricidad forzada secular a medida que nos alejamos de la RMM. En el Capítulo 4 se analizará en detalle el comportamiento secular de la excentricidad de un planeta CB.

Finalmente, en la Figura 22 se analiza la dependencia del valor final de  $n_B/n_1$ , alcanzado luego de la captura resonante por efectos de marea, con el parámetro  $(Q'_1 m_1)$ . Cada círculo lleno muestra el valor promediado temporalmente de la razón de movimientos medios obtenido a partir de una simulación diferente, mientras que la línea azul corresponde a un ajuste lineal de los datos. Los límites superiores e inferiores representan la extensión de las oscilaciones de corto periodo. Debido a que esta magnitud es principalmente función de las masas estelares, resulta prácticamente independiente de los valores adoptados para los parámetros del planeta así como de las condiciones iniciales.

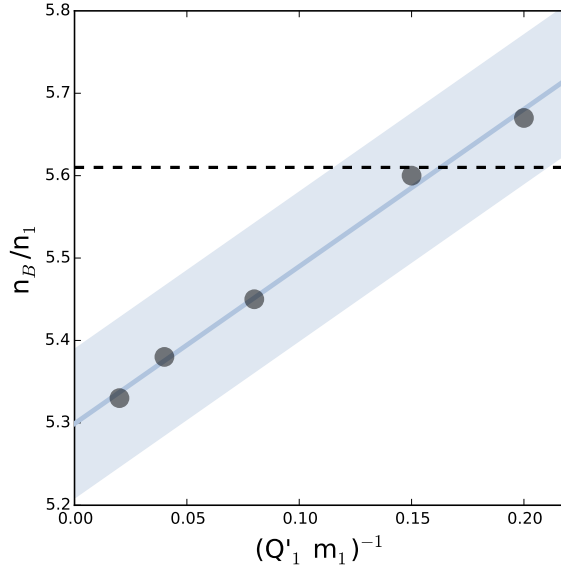


Figura 22: Dependencia de la posición final del planeta CB luego de la evolución tidal con el parámetro  $(Q'_1 m_1)$ . Los círculos indican el valor promediado final de  $n_B/n_1$  alcanzado luego de la evolución tidal, para diferentes valores de  $1/(Q'_1 m_1)$ . La línea azul diagonal corresponde a un ajuste lineal de los datos mientras que los límites superiores e inferiores representan la extensión de las variaciones de corto periodo. La línea a trazos horizontal representa el valor actual de  $n_B/n_1$  para Kepler-38.

Para  $1/(Q'_1 m_1) \rightarrow 0$ , correspondientes a evolución tidal nula del planeta, el valor final del cociente de movimientos medios tiende al valor por las mareas en la estrella. Para los valores adoptados de  $Q'_A$  y  $Q'_B$ , este valor se encuentra próximo a  $n_B/n_1 \simeq 5.3$ . Por lo tanto, para alcanzar el *offset* resonante observado (línea horizontal a trazos), las mareas en el planeta deben haber sido el principal mecanismo de apartamiento de la resonancia, con valores para los parámetros planetarios acotados en  $(Q'_1 m_1) \lesssim 9$ . Valores más altos de este factor (ya sea debidos a masas planetarias o parámetros tidales planetarios mayores), resultarían en  $n_B/n_1$  muy próximos a la resonancia exacta y, por lo tanto, incompatibles con nuestra hipótesis debido a la configuración actualmente observada.

Esta restricción en el factor  $(Q'_1 m_1)$  es muy estricta y difícil de satisfacer. Adoptar  $m_1 \simeq 8m_\oplus$ , como predice la relación masa-radio de Mills & Mazeh (2017), implica  $Q'_1$  del orden de la unidad, mientras que estimaciones clásicas de parámetros tidales para planetas rocosos son del orden de  $10^1 - 10^2$  (e.g. Ferraz-Mello, 2013). Aún cuando la masa del planeta fuera menor del valor más probable de acuerdo a su radio, resulta difícil de imaginar un escenario donde la disipación por mareas en el planeta sea tan alta como para conducir a valores tan pequeños de  $Q'_1$ .

Sin embargo, como señala Papaloizou (2015) citando el trabajo de Ojakangas & Stevenson (1986), valores cercanos a la unidad podrían ser esperados para planetas pequeños próximos a la temperatura de los sólidos, como es esperado durante las primeras etapas de la evolución posterior a la formación. Mas aún, el tamaño del planeta sugiere la posible presencia de una envoltura gaseosa importante, la cual

podría ejercer una fuerza gravitatoria que amplifique la deformación tidal (Remus et al., 2012; Dermott, 1979). Sin embargo, la gran incerteza en la masa del planeta inhibe cualquier especulación sobre su estructura interna así como la posibilidad de incluir una dependencia temporal de  $Q'_1$  en nuestras simulaciones, por lo que nuestra hipótesis tiene aún cierta probabilidad de ser válida.

### 3.4 RESUMEN Y CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO

En este capítulo hemos presentado una serie de mapas dinámicos y simulaciones de N-cuerpos cuyo objetivo fue estudiar la dinámica de la RMM 5/1 en sistemas circumbinarios, haciendo especial énfasis en el proceso de captura a partir de las interacciones planeta-disco y en los posteriores efectos de las fuerzas de marea sobre el movimiento resonante. Hemos encontrado que la conmensurabilidad 5/1 parece tener una estructura muy compleja, con diferentes modos de libración (incluyendo libraciones caóticas), las cuales resultaron ser, sin embargo, estables por escalas de tiempo del orden de Gyrs. Estas estructuras parecen ser una función muy dependiente de la excentricidad de la binaria pero también de la masa del planeta, aunque no es posible descartar cierta dependencia con las masas estelares e, incluso, con las tasas de migración.

Como ejemplo de aplicación, nos concentramos en el sistema Kepler-38 para analizar la posibilidad de que su configuración orbital actual pueda ser explicada a través de la combinación de los procesos de captura resonante y posterior eyección tidal. La razón de la elección del sistema Kepler-38 como ejemplo de trabajo se basa en dos razones fundamentales: (i) capturas en RMM 5/1 habían sido previamente reportadas en este sistema a partir de simulaciones hidrodinámicas (Kley & Haghighipour, 2014), y (ii) el sistema es muy compacto y suficientemente evolucionado (Orosz et al., 2012) como para asumir que los efectos de marea pueden haber jugado un rol importante. En este sentido, nuestro modelo también incluyó el estudio de la evolución tidal pasada del sistema binario en sí.

Para moderadas excentricidades de la binaria, hemos encontrado que la captura resonante es un evento altamente probable en el sistema Kepler-38. Además, la estabilidad de la captura está garantizada por intervalos de tiempo extremadamente largos, independientemente de la masa adoptada para el planeta. Este resultado contrasta con lo que sugieren Kley & Haghighipour (2014), quienes esperan que el planeta sea rápidamente eyectado de la resonancia una vez disipado el disco protoplanetario.

Las simulaciones N-cuerpos de la evolución tidal del sistema, partiendo de la configuración orbital en resonancia, muestran que, contrariamente a lo que se esperaba a partir de resultados del problema de dos cuerpos, el semieje mayor del planeta aumenta con el tiempo, independientemente del valor de  $Q'_1$  elegido.

La migración tidal saliente del planeta, combinada con el decaimiento tidal de la binaria, resultan en un incremento en la razón de movimientos medios  $n_B/n_1$ . Por lo tanto, hemos estimado la combinación de parámetros del sistema que resultan en una configuración orbital actual consistente con la observada. Para masas del planeta similares a las predichas por las relaciones masa-radio clásicas, hemos encontrado que el parámetro tidal del planeta debe ser del orden de la unidad. Mientras que las teorías tidales actuales proponen valores uno o dos órdenes ma-

tores, muy poco se conoce sobre la dependencia de  $Q'$  con la estructura interna del planeta o incluso como función del tiempo. Por lo tanto, aunque este resultado no ayuda a establecer con claridad la probabilidad del escenario captura + escape en el sistema Kepler-38, no es posible descartarlo completamente y modelos tidales más precisos son requeridos.



## EVOLUCIÓN SECULAR DE LA EXCENTRICIDAD PLANETARIA

---

Como se mencionó en el Capítulo 3, una vez disipado el disco protoplanetario, el planeta CB evoluciona por interacción entre las fuerzas de marea y las puramente gravitatorias. Algunos comportamientos exóticos, parecieron resultar de dicha interacción, como por ejemplo la migración planetaria hacia el exterior del sistema (ver Sección 3.3).

En el presente capítulo, hacemos incapié sólo en las interacciones gravitatorias de masas puntuales en el sistema, a partir del Problema de 3 Cuerpos Restringido (P<sub>3</sub>CR) en este marco peculiar de un sistema circumbinario. En particular, estudiamos la evolución orbital del planeta CB con el objetivo de explicar el comportamiento medio y secular de su excentricidad. Construir un modelo analítico para tal evolución permitirá poder explicar en detalle mapas dinámicos de la región CB como los presentados en la Sección 3.3, a partir de distinguir los dominios donde las perturbaciones seculares dominan por sobre las resonantes.

Aislar primeramente la dinámica puramente gravitatoria permite poder identificar la naturaleza de los armónicos responsables de las oscilaciones de mayor amplitud en los elementos orbitales para luego, al incorporar fuerzas disipativas tales como los efectos de marea, ser capaces de predecir caminos evolutivos como los expuestos en la Figura 21.

Como motivación adicional, la Figura 23 muestra un mapa dinámico  $\max(\Delta e)$  construido alrededor de un sistema CB ficticio con  $\bar{\mu} = m_B / (m_A + m_B) = 0.3$  y excentricidad  $e_B = 0.1$ . Aunque los planetas CB observados por *Kepler* se encuentran alrededor de binarias con diferentes razones de masas y excentricidades, sus parámetros típicos son similares a los adoptados en la construcción de este mapa, para una descripción cualitativa. Es por esto que estos sistemas se han superpuesto al mapa, indicados en círculos blancos.

Es posible observar en la Figura 23 que la posición de la mayoría de los sistemas *Kepler* se encuentra muy próxima a la región poco excitada caracterizada por la banda azul oscura, a bajas excentricidades. Además, los planetas se encuentran en general lejos de los valores nominales de las RMM, clásicamente caracterizadas por las estructuras en forma de V con separatrices que generan altas excitaciones en la excentricidad.

### 4.1 MODELO PARA LA DINÁMICA SECULAR

Consideremos la evolución orbital de un planeta CB con masa simbólica  $m$  alrededor de un sistema binario con masas  $m_A$  y  $m_B$ . Supongamos además que el planeta tiene una órbita coplanar con la binaria y masa despreciable (comparado con la masa de las estrellas) de manera que es posible utilizar el P<sub>3</sub>CR para describir la dinámica.

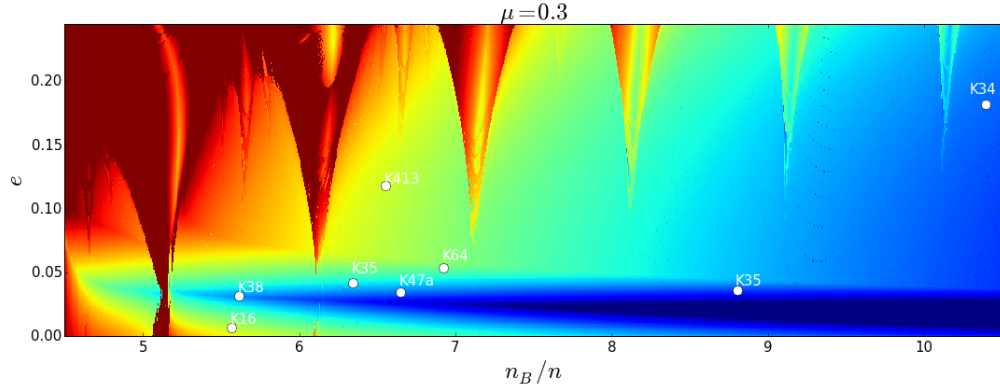


Figura 23: Mapa dinámico  $\max(\Delta e)$  sobre una grilla de  $(10000 \times 200)$  condiciones iniciales en torno a una binaria ficticia con  $\bar{\mu} = 0.3$  y excentricidad  $e_B = 0.1$ . Cada condición inicial fue evolucionada con un integrador N-cuerpos por  $10^3$  años y el código de color indica el máximo cambio en la excentricidad del planeta durante la integración. A modo ilustrativo, se han incluido en este diagrama muchos de los planetas CB descubiertos por la misión *Kepler*.

Nuevamente hemos adoptado un sistema de referencia de Jacobi para las coordenadas y las velocidades, y caracterizado la órbita planetaria con vector de posición  $\mathbf{r}$  por su semieje mayor  $a$ , excentricidad  $e$ , longitud media  $\lambda$  y longitud de pericentro  $\varpi$ . Notación similar, con subíndice  $B$  se utilizó para la órbita de la binaria.

Las ecuaciones de movimiento para el planeta pueden escribirse como (Moriwaki & Nakagawa, 2004)

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} = -\mathcal{G}(m_A + m_B) \frac{\mathbf{r}}{r^3} + \frac{\partial R}{\partial \mathbf{r}}, \quad (21)$$

donde  $\mathcal{G}$  es la constante gravitatoria y  $R$  el potencial perturbador dado por

$$R = \left( \frac{\mathcal{G}m_A}{\left| \mathbf{r} + \frac{m_B}{m_A+m_B} \mathbf{r}_B \right|} + \frac{\mathcal{G}m_B}{\left| \mathbf{r} - \frac{m_A}{m_A+m_B} \mathbf{r}_B \right|} - \frac{\mathcal{G}(m_A + m_B)}{r} \right) \quad (22)$$

Expandiendo en polinomios de Legendre hasta tercer orden en  $\alpha = a_B/a$ , es posible escribir la perturbación como (Lee & Peale, 2003)

$$R = -\frac{\mathcal{G}}{a_B} \sum_{l=2}^3 \mathcal{M}_l \alpha^{l+1} \left( \frac{r_B}{a_B} \right)^l \left( \frac{a}{r} \right)^{l+1} P_l(\cos(\theta)) \quad (23)$$

donde  $P_l$  es el polinomio de Legendre de grado  $l$ ,  $\theta = f + \varpi - f_B - \varpi_B$  es el ángulo entre los vectores de posición del planeta  $\mathbf{r}$  y la secundaria  $\mathbf{r}_B$  y

$$\mathcal{M}_l = m_A m_B \frac{(m_A^{l-1} - (-m_B)^{l-1})}{(m_A + m_B)^l} \quad (24)$$

Es posible escribir la perturbación en función de los elementos orbitales como (Laskar & Boué, 2010)

$$R = \frac{\mathcal{G}}{a_B} \sum_{j_1=-\infty}^{\infty} \sum_{j_2=-\infty}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} D_{j_1, j_2, k}(\alpha, e; e_B) \cos(j_1 M + j_2 M_B + k \Delta \varpi) \quad (25)$$

donde  $M$  and  $M_B$  son, respectivamente, las anomalías medias del planeta y de la binaria,  $\Delta\omega = \omega - \omega_B$  y los coeficientes de los armónicos  $D_{j_1, j_2, k}$  son funciones de  $\alpha$  y  $e$ , mientras que  $e_B$  es un parámetro fijo en el P<sub>3</sub>CR.

Como pretendemos utilizar el formalismo hamiltoniano, hemos introducido las variables canónicas de Delaunay para el problema restringido

$$\begin{aligned} L &= \sqrt{\mu a} & ; & \quad \lambda \\ S &= \sqrt{\mu a}(1 - \sqrt{1 - e^2}) & ; & \quad -\omega \\ \Lambda & & ; & \quad \lambda_B \end{aligned} \quad (26)$$

donde  $\mu = \mathcal{G}(m_A + m_B)$ . Recordemos que, al considerar el P<sub>3</sub>CR, el tercer grado de libertad asociado con  $(\Lambda, \lambda_B)$  aparece cuando pasamos al espacio de fase extendido para eliminar el carácter no-autonómico de la perturbación.

El hamiltoniano del sistema en estas variables, puede expresarse a partir de la Ecuaciones (21) y (25), como:

$$F = \underbrace{-\frac{\mu^2}{2L^2} + n_B \Lambda}_{F_0(L, \Lambda)} + \epsilon \underbrace{\sum_{j_1, j_2 = -\infty}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} D_{j_1, j_2, k}(L, S) \cos\left(j_1(\lambda - \omega) + j_2(\lambda_B - \omega_B) + k\Delta\omega\right)}_{F_1(L, S; \lambda, -\omega, \lambda_B)} \quad (27)$$

donde  $n_B$  es el movimiento medio de la binaria y se define  $\epsilon = \mathcal{G}/a_B$  como un parámetro que sirve de guía sobre el tamaño relativo de la perturbación y el hamiltoniano integrable  $F_0$ .

Contando con una expresión explícita de  $F_1 = F_1(L, S, \Lambda, \lambda, -\omega, \lambda_B)$ , fue posible entonces aplicar el método de Hori (Morbidelli, 2002) para estudiar la dinámica secular. La idea era buscar una transformación canónica del tipo de Lie, con función generatriz asociada  $B = \epsilon B_1 + \epsilon^2 B_2 + \dots$ , hacia un nuevo conjunto de variables  $(L^*, S^*, \Lambda^*, \lambda^*, -\omega^*, \lambda_B^*)$  de manera tal que el hamiltoniano transformado  $F^*$  sea independiente de los ángulos rápidos  $\lambda^*$  and  $\lambda_B^*$ .

A primer orden en el tamaño relativo de la perturbación, el nuevo hamiltoniano puede ser escrito como

$$F^*(S^*, -\omega^*; L^*, \Lambda^*) = F_0^* + \epsilon F_1^* \quad (28)$$

donde

$$F_0^* = F_0(L^*, \Lambda^*) = -\frac{\mu^2}{2L^{*2}} + n_B \Lambda^* \quad ; \quad F_1^* = \langle F_1 \rangle_{\lambda, \lambda_B}(S^*, -\omega^*; L^*) \quad (29)$$

y  $\langle \rangle_{\lambda, \lambda_B}$  denota el promedio respecto de ambas longitudes medias.

Es fácil notar que sólo los términos con  $j_1 = j_2 = 0$  sobreviven al promediar  $F_1$  por lo que una expresión simple, cerrada en las excentricidades puede ser obtenida como

$$F_1^* = \sum_{k=0}^{\infty} D_{0,0,k}(L^*, S^*) \cos(k\Delta\omega^*) \quad (30)$$



La función generatriz de primer orden  $B_1$  puede también ser fácilmente obtenida en términos de la expansión adoptada para la función perturbadora (Ecuación 25)

$$B_1 = - \sum_{\vec{l}=-\infty, \vec{l} \neq \vec{0}}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{D_{l_1 l_2 k}(L^*, S^*)}{l_1 n^* + l_2 n_B} \sin(l_1(\lambda^* - \omega^*) + l_2(\lambda_B^* - \omega_B^*) + k\Delta\omega^*) \quad (31)$$

donde las nuevas variables están relacionadas con las anteriores a través de las derivadas parciales de la función generatriz de primer orden.

Finalmente, en lugar de las variables modificadas de Delaunay, resulta conveniente utilizar variables regulares, definidas como

$$K = \sqrt{2S} \cos(-\Delta\omega) \quad ; \quad H = \sqrt{2S} \sin(-\Delta\omega)$$

Por lo tanto, la transformación entre las variables viejas y nuevas queda finalmente expresada como

$$\begin{aligned} L &= L^* + \epsilon \frac{\partial B_1}{\partial \lambda^*} \quad ; \quad \lambda = \lambda^* - \epsilon \frac{\partial B_1}{\partial L^*} \\ K &= K^* + \epsilon \frac{\partial B_1}{\partial H^*} \quad ; \quad H = H^* - \epsilon \frac{\partial B_1}{\partial K^*} \\ \Lambda &= \Lambda^* + \epsilon \frac{\partial B_1}{\partial \lambda_B^*} \quad ; \quad \lambda_B = \lambda_B^* \end{aligned} \quad (32)$$

donde, por su parte, las derivadas parciales respecto de las variables regulares pueden ser calculadas a partir de las derivadas parciales respecto de las variables modificadas de Delaunay, utilizando la regla de la cadena, explícitamente como

$$\begin{aligned} \frac{\partial B_1}{\partial H^*} &= \frac{K^*}{2S^*} \frac{\partial B_1}{\partial(-\omega^*)} + H^* \frac{\partial B_1}{\partial S^*} \\ \frac{\partial B_1}{\partial K^*} &= -\frac{H^*}{2S^*} \frac{\partial B_1}{\partial(-\omega^*)} + K^* \frac{\partial B_1}{\partial S^*}. \end{aligned} \quad (33)$$

#### 4.1.1 De condiciones iniciales osculadoras a medias

Consideremos ahora el caso particular en el cual todos los valores iniciales de los ángulos osculadores, tanto del planeta como de la binaria, son cero:  $\lambda(0) = \lambda_B(0) = \omega(0) = \omega_B(0) = 0$ . Puede demostrarse fácilmente que los nuevos ángulos también serán nulos ( $\lambda^*(0) = \lambda_B^*(0) = \omega^*(0) = \omega_B^*(0) = 0$ ) y la transformación de variables en este instante se reduce a

$$\begin{aligned} L_{ini} &= L_{ini}^* + \epsilon \left( \frac{\partial B_1}{\partial \lambda^*} \right) \Big|_{ini} \quad ; \quad \lambda_{ini} = \lambda_{ini}^* - \epsilon \left( \frac{\partial B_1}{\partial L^*} \right) \Big|_{ini} = 0 \\ K_{ini} &= K_{ini}^* \left( 1 + \frac{\epsilon}{2S_{ini}^*} \left( \frac{\partial B_1}{\partial(-\omega)^*} \right) \Big|_{ini} \right) \quad ; \quad H_{ini} = H_{ini}^* \left( 1 - \frac{\epsilon}{2S_{ini}^*} \left( \frac{\partial B_1}{\partial(-\omega)^*} \right) \Big|_{ini} \right) = 0 \\ \Lambda_{ini} &= \Lambda_{ini}^* + \epsilon \left( \frac{\partial B_1}{\partial \lambda_B^*} \right) \Big|_{ini} \quad ; \quad \lambda_{B,ini} = \lambda_{B,ini}^* = 0 \end{aligned} \quad (34)$$

donde el subíndice *ini* indica que la variable debe ser evaluada en  $t = 0$ .

Simulaciones preliminares muestran que es posible despreciar la corrección en semieje mayor. Es por eso que, en lo que sigue, podemos aproximar  $L \sim L^*$  y focalizarnos principalmente en la evolución de la excentricidad del planeta. Por otro lado, en el régimen de baja excentricidad planetaria, tenemos que  $2S \sim Le^2$  y podemos definir la variable regular no-canónica como

$$k = \frac{1}{\sqrt{L}}K = e \cos(-\Delta\varpi) \quad ; \quad h = \frac{1}{\sqrt{L}}H = e \sin(-\Delta\varpi) \quad (35)$$

Debido a la elección de ángulos osculadores iniciales nulos tenemos finalmente que

$$k_{ini} = k_{ini}^* \left( 1 + \frac{\epsilon}{L_{ini}^* k_{ini}^{*2}} \left( \frac{\partial B_1}{\partial (-\varpi)^*} \right) \Big|_{ini} \right). \quad (36)$$

Por lo tanto, para este caso particular de ángulos osculadores, dada una excentricidad inicial osculadora, es posible transformar a la variable regular asociada y numéricamente resolver la Ecuación (36) para obtener la variable media. Esta se corresponderá con la condición inicial de nuestro hamiltoniano secular  $F^*$ .

#### 4.1.2 La excentricidad media

El hamiltoniano secular de un planeta CB con masa despreciable puede calcularse a partir de la Ecuación (30). Hasta tercer orden en  $\alpha$  y hasta segundo orden en  $e$ , puede escribirse como (Moriwaki & Nakagawa, 2004)

$$F_1^*(k^*, h^*; L^*) = -\mathcal{A}(k^{*2} + h^{*2}) - \mathcal{B}k^* \quad (37)$$

donde

$$\mathcal{A} = \frac{3}{8}\alpha^3 \mathcal{M}_2 \left( 1 + \frac{3}{2}e_B^2 \right) \quad ; \quad \mathcal{B} = \frac{3}{8}\alpha^4 \mathcal{M}_3 \left( -\frac{5}{2}e_B - \frac{15}{8}e_B^3 \right) \quad (38)$$

La solución general puede encontrarse resolviendo las ecuaciones planetarias de Lagrange (Murray & Dermott, 2000) y puede ser expresada como (Moriwaki & Nakagawa, 2004)

$$k^*(t) = e_p \cos(gt) - e_f \quad ; \quad h^*(t) = e_p \sin(gt) \quad (39)$$

donde  $e_f = \frac{\mathcal{B}}{2\mathcal{A}}$  es lo que comúnmente se denomina *excentricidad forzada*, determinada por la configuración de la binaria y la posición del planeta, mientras que  $e_p$  es lo que usualmente se denomina *excentricidad propia*, la cual depende de las condiciones iniciales del planeta, y  $g = \frac{2\mathcal{A}}{n^* a^{*2}}$  es la *frecuencia secular*.

En el límite de bajas excentricidades planetarias se cumple que  $2S \sim Le^2$  y  $2S^* \sim L^* e^{*2}$ , y obtenemos a partir de la Ecuación (32) la evolución temporal de la excentricidad del planeta como

$$e(t)^2 = e_f^2 + e_p^2 + 2e_f e_p \cos(gt) + \frac{2\epsilon}{L^*} \frac{\partial B_1}{\partial (-\varpi^*)} + \epsilon^2 \frac{T}{L^*} \quad (40)$$

donde hemos utilizado la solución secular  $e^{*2}(t) = k^{*2}(t) + h^{*2}(t)$  dada por la Ecuación (39) y

$$T = \left( \frac{\partial B_1}{\partial H^*} \right)^2 + \left( \frac{\partial B_1}{\partial K^*} \right)^2 = \frac{1}{2S^*} \left( \frac{\partial B_1}{\partial (-\varpi^*)} \right)^2 + 2S^* \left( \frac{\partial B_1}{\partial S^*} \right)^2 \quad (41)$$

Este último término está asociado a la amplitud de las oscilaciones de corto período en la excentricidad del planeta causadas por la perturbación de la estrella secundaria. Además, notemos que debido a la forma de  $B_1$  (ver Ecuación (31)), la derivada parcial  $\partial B_1 / \partial(-\varpi^*)$  no tiene contribución secular y la excentricidad cuadrática media puede ser calculada como

$$\langle e(t)^2 \rangle = e_f^2 + e_p^2 + \epsilon^2 \left\langle \frac{T}{L^*} \right\rangle \quad (42)$$

Para obtener una expresión para la excentricidad media, proponemos una solución de Fourier para la Ecuación (42) como

$$e(t) = \langle e \rangle + e_1 \cos(\phi(t)) \quad (43)$$

donde  $\langle e \rangle$  y  $e_1$  deben ser calculadas satisfaciendo la Ecuación (40). La solución con sentido físico es

$$\langle e \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{e_f^2 + e_p^2 + \epsilon^2 \left\langle \frac{T}{L^*} \right\rangle + \sqrt{\left( e_f^2 + e_p^2 + \epsilon^2 \left\langle \frac{T}{L^*} \right\rangle \right)^2 - 2e_f^2 e_p^2}} \quad (44)$$

Paardekooper et al. (2012) encontraron una expresión analítica simple para  $\langle T/L^* \rangle$ , al promediar la función perturbadora sólo sobre la longitud media de la binaria y retener términos hasta orden 2 tanto en  $e_1$  como en  $e$ . Explícitamente, esta solución se puede escribir como

$$\epsilon^2 \left\langle \frac{T}{L^*} \right\rangle = e_{\text{paar}}^2 = \frac{9}{16} \frac{m_A^2 m_B^2}{(m_A + m_B)^4} \left( \frac{a_B}{a} \right)^4 \left( 1 + \frac{34}{3} e_B^2 \right) \quad (45)$$

#### 4.2 COMPARACIÓN CON SIMULACIONES DE N-CUERPOS

En una simulación de N-cuerpos la excentricidad media del planeta CB puede ser calculada integrando por largos periodos de tiempo las ecuaciones de movimiento exactas y aplicando un filtro “pasa bajo” FIR (Carpino et al., 1987) para remover cualquier variación temporal. En un sistema dinámico en órbitas regulares, la aplicación de este filtro es equivalente a promediar el hamiltoniano sobre los ángulos.

En la Figura 24 se compara la excentricidad media  $\langle e \rangle$  de un planeta CB calculada filtrando las simulaciones N-cuerpos (puntos negros) con la que predice nuestro modelo (Ecuación 44) representada por curvas rojas, en función de la razón de movimientos medios  $n_B/n$ . Cabe recordar que  $n$  es constante en la dinámica secular y  $n_B$  es constante en el P<sub>3</sub>CR. Hemos considerado en diferentes columnas tres tipos de binarias diferentes caracterizadas por diferentes valores de masas reducidas:  $\bar{\mu} = 0.1$  (columna izquierda),  $\bar{\mu} = 0.3$  (columna central) y  $\bar{\mu} = 0.5$  (columna derecha). La excentricidad de la binaria fue fijada en  $e_B = 0.1$ , como caso estándar.

Como muestra la Ecuación (44), la excentricidad media depende de las condiciones iniciales a través de  $e_p$ . Por esta razón, se contemplaron en diferentes filas de la Figura 24, diferentes valores para la excentricidad inicial del planeta:  $e_{ini} = 0$  (paneles superiores),  $e_{ini} = 0.05$  (paneles centrales) y  $e_{ini} = 0.1$  (paneles inferiores).

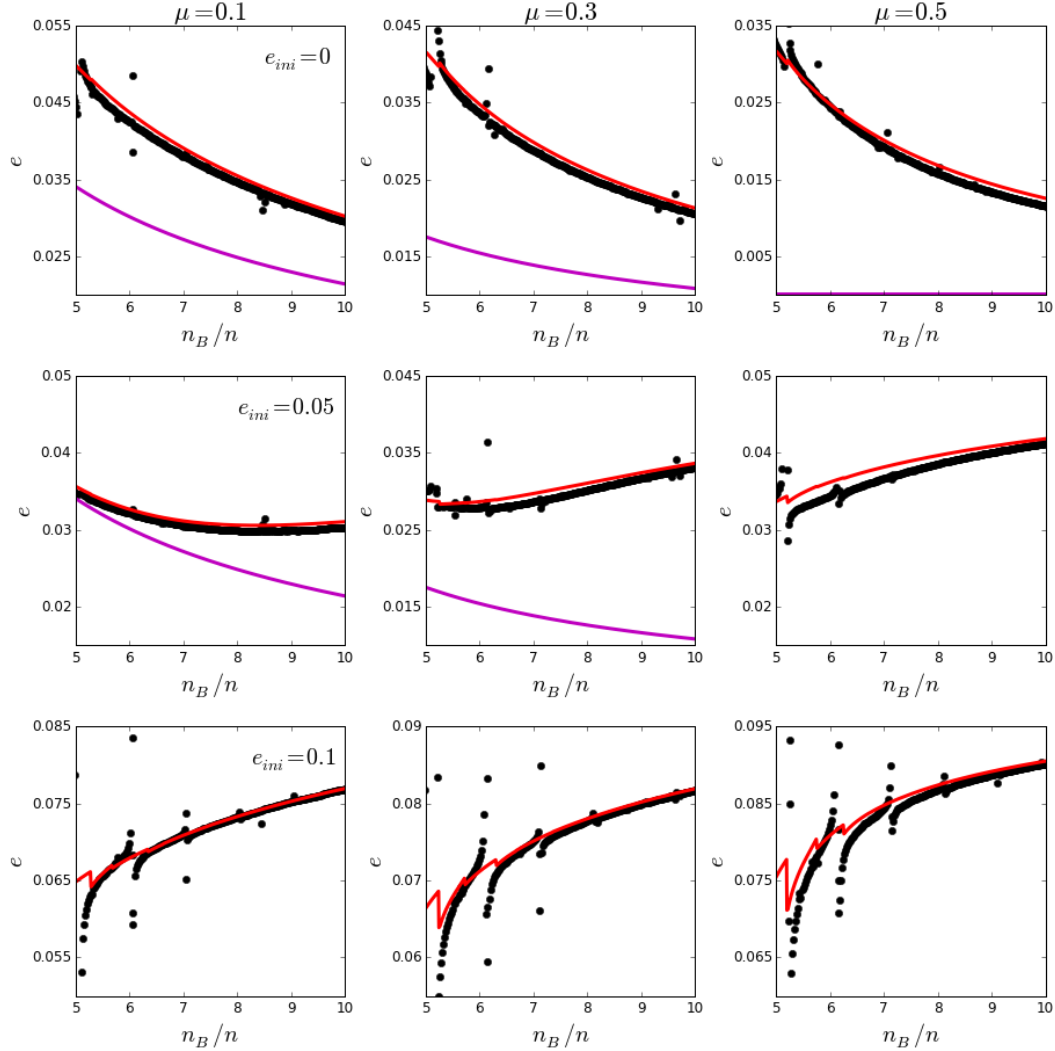


Figura 24: Excentricidades medias  $\langle e \rangle$  de un planeta CB en el P<sub>3</sub>CR con diferentes excentricidades iniciales  $e_{ini}$  (diferentes filas), en función de la razón de movimientos medios  $n_B/n$ , orbitando binarias con diferentes  $\mu$  (diferentes columnas). Las  $\langle e \rangle$  calculadas filtrando las simulaciones numéricas exactas se representan en puntos negros mientras que las obtenidas a partir de nuestro modelo analítico en curvas rojas. A modo comparativo, cuando fue posible, se graficó la excentricidad forzada (curvas magenta).

A modo comparativo, además hemos incluido cuando fue posible la excentricidad forzada  $e_f$  (Moriwaki & Nakagawa, 2004).

Como puede observarse en la Figura 24, el modelo analítico presentado en la Sección 4.1 ajusta muy bien el comportamiento medio de las simulaciones, fuera de las resonancias de movimientos medios, y aún en regiones muy próximas a la binaria. La excentricidad media, por otro lado, está lejos de parecerse a la excentricidad forzada, en particular para valores altos de  $\bar{\mu}$ , donde las amplitudes de las oscilaciones de corto periodo se vuelven mucho más grandes, y para altas excentricidades iniciales, donde la excentricidad propia se incrementa notablemente.

#### 4.2.1 Dinámica disipativa

El caso en el cual alguna fuerza no conservativa está presente en el sistema, además de las interacciones gravitacionales puras, puede ser considerado de manera simple en nuestro modelo. Si asumimos que la disipación que genera dicha fuerza no es lo suficientemente fuerte como para remover los términos de corto periodo, el único efecto de considerar dicha fuerza es anular la excentricidad propia  $e_p = 0$ . La excentricidad media de captura  $\langle e \rangle_{cap}$  está dada entonces por

$$\langle e \rangle_{cap} = \sqrt{e_f^2 + \epsilon^2 \left\langle \frac{T}{L^*} \right\rangle} \quad (46)$$

En este capítulo, hemos considerado la interacción planeta-disco CB como fuerza disipativa. Dicha interacción es modelada por medio de la inclusión de una aceleración externa *ad-hoc* a nuestro integrador N-cuerpos, como se aplicó en la Sección 3.2.2. Resultados completamente análogos se esperan cuando la fuerza disipativa considerada sea la fricción por mareas.

La Figura 25 muestra la evolución completa de la excentricidad (curvas gris claro) de un planeta CB migrando hacia la binaria debido a la disipación provocada por un disco protoplanetario ficticio, y se compara con el valor de excentricidad media de captura  $\langle e \rangle_{cap}$  que predice nuestro modelo (Ecuación 46) con la corrección de Paardekooper et al. (2012) (Ecuación 45) en curvas rojas y también con la excentricidad forzada clásica (curvas magenta). Los resultados de aplicar un filtro “pasa-bajo” a la evolución de la excentricidad se muestran en curvas grises oscuras.

Es posible observar en la Figura 25 que la excentricidad de captura  $\langle e \rangle_{cap}$  coincide muy bien con la excentricidad media del planeta migrante, para todos los valores de  $\bar{\mu}$  considerados. En el límite de masa secundaria baja ( $\bar{\mu} = 0.1$ , panel superior), la evolución de la excentricidad del planeta CB está principalmente dominada por el modo secular clásico, mientras que para el caso de estrellas de igual masa ( $\bar{\mu} = 0.5$ , panel inferior) las oscilaciones de corto periodo son las únicas con contribución secular neta. En el caso intermedio, la interacción de ambos modos determina la evolución de la excentricidad del planeta CB.

En los diferentes mapas dinámicos construidos en el Capítulo 3 hemos identificado la presencia de una banda horizontal de movimiento regular, a bajas excentricidades planetarias, la cual fue asociada al modo forzado secular. La Figura 26 muestra dos mapas completamente similares a los construidos en la Sección 3.2.1, pero ahora considerando sistemas binarios con excentricidad  $e_B = 0.1$  y diferentes

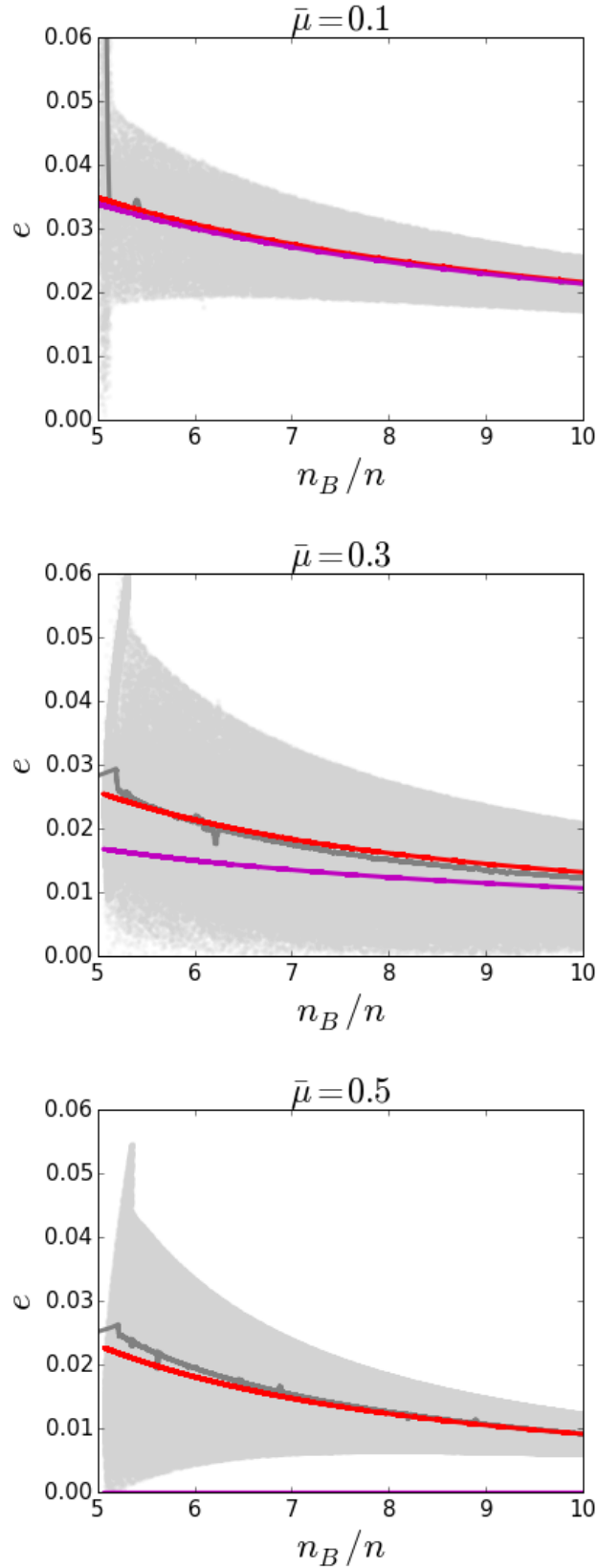


Figura 25: Evolución de la excentricidad (completa en gris claro y filtrada en gris oscuro) de un planeta CB migrando hacia la binaria como resultado de la interacción con un disco protoplanetario CB ficticio. La curva roja representa la excentricidad media de captura  $\langle e \rangle_{cap}$  (Ecuación (46)) mientras que la curva magenta representa la excentricidad forzada clásica. Diferentes filas consideran diferentes parámetros de masa de la binaria.

parámetros de masa:  $\bar{\mu} = 0.1$  (panel izquierdo) y  $\bar{\mu} = 0.5$  (panel derecho). Como puede notarse la franja horizontal de movimiento regular se encuentra aún presente a bajas excentricidades en el mapa dinámico con  $\bar{\mu} = 0.5$ , donde la excentricidad forzada predicha por el modo secular es nula (Moriwaki & Nakagawa, 2004). Este comportamiento puede ser explicado cuando se incluyen en los mapas dinámicos de la Figura 26 las excentricidades medias de captura  $\langle e \rangle_{cap}$  (curvas blancas), calculadas con nuestro modelo (Ecuación 46), utilizando la Ecuación 36 para transformar las condiciones iniciales medias a osculadoras. Como puede observarse, los centros de la región azul asociados con mínimas variaciones para la excentricidad del planeta CB se corresponden perfectamente con las excentricidades de captura.

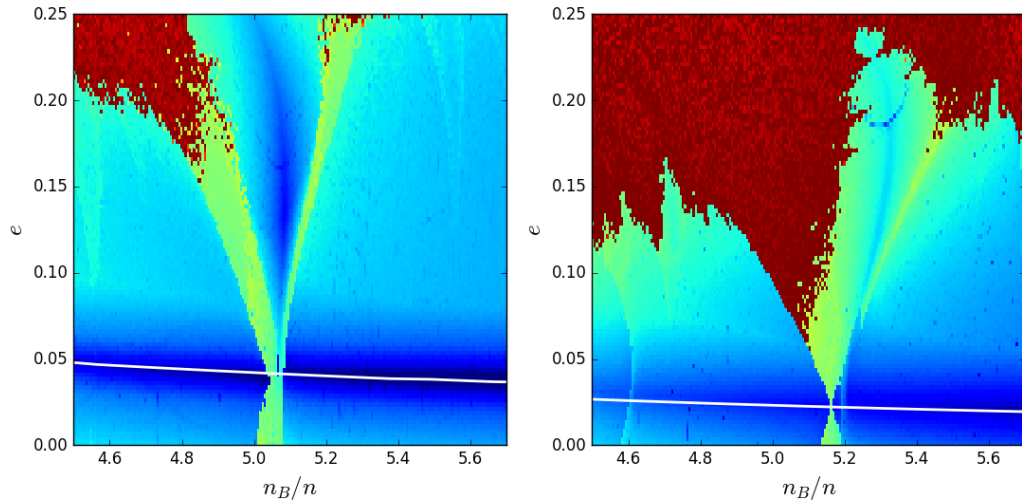


Figura 26: Caracterización de mapas dinámicos  $\max(\Delta e)$  alrededor de la RMM 5/1 de un sistema CB, para diferentes valores de  $\bar{\mu}$ . Las curvas blancas corresponden a  $\langle e \rangle_{cap}$  (ver Ecuación 46).

### 4.3 RESUMEN Y CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO

En este capítulo hemos presentado un modelo simple para describir la evolución orbital secular de un planeta CB, en el marco del P<sub>3</sub>CR. Para hacerlo, hemos aplicado una técnica de promediación de primer orden con el objetivo de remover las variaciones de corto periodo pero conservar la contribución secular de los términos asociados a la perturbación de la secundaria, en este contexto particular donde la masa del perturbador es del mismo orden que la masa de la estrella central. Como resultado, hemos encontrado que la evolución secular de la excentricidad de un planeta CB está determinada por la interacción entre estos términos (usualmente despreciados, en el marco de perturbadores mucho menos masivos) y el modo secular clásico de Moriwaki & Nakagawa (2004).

El modelo fue validado a partir de una comparación con simulaciones N-cuerpos filtradas, encontrando un muy buen acuerdo, para condiciones iniciales suficientemente alejadas de las RMM entre el planeta CB y la binaria.

Por otra parte, el caso donde fuerzas disipativas están presentes, además de las interacciones gravitatorias puras, fue también considerado. Esta condición es

fácilmente implementada en el modelo anulando la excentricidad propia. La excentricidad media de captura obtenida reprodujo de manera muy precisa la evolución de la excentricidad de un planeta CB migrando hacia la binaria debido a la interacción con el disco protoplanetario en el cual se encuentra inmerso.

Finalmente, como última aplicación, nuestro modelo nos permitió caracterizar una serie de mapas dinámicos en la región CB y ser capaces de distinguir dominios seculares de dominios resonantes, en las inmediaciones de una RMM de alto orden dentro de un sistema CB, donde la estructura de la dinámica es muy compleja.





## Parte III

### EVOLUCIÓN TIDAL DE SISTEMAS CIRCUMBINARIOS

En la Parte [ii](#) de esta tesis, se estudió la posibilidad de que algunos planetas circumbinarios puedan haber detenido su migración hacia el interior del sistema (causada por interacciones con el disco protoplanetario) debido a una captura en una RMM de alto orden con la binaria y, una vez disipado el disco, lentamente escapen de la comensurabilidad debido a la interacción de las fuerzas de marea con los diferentes modos seculares propios de la dinámica conservativa.

En particular, esta hipótesis fue evaluada en el sistema Kepler-38, modelando las interacciones de marea a partir del trabajo de [Mignard \(1979\)](#) e incorporándolas a nuestro integrador N-cuerpos siguiendo [Rodríguez et al. \(2011\)](#). Con esa técnica, hemos observado que una vez considerando cuerpos con espines sincronizados con su movimiento medio, mientras la órbita de la binaria se encogía por las interacciones de marea, el planeta incrementaba su semieje mayor. Sin embargo, no fuimos capaces de explicar este comportamiento, el cual en principio podía haber sido causado por el tratamiento no autoconsistente de las interacciones tidales entre los diferentes cuerpos del sistema dinámico.

En el Capítulo [5](#), presentamos y discutimos un modelo tidal autoconsistente para un sistema multi-cuerpos, en el cual todas las fuerzas tidales entre pares son consideradas siguiendo [Mignard \(1979\)](#). Aunque el modelo es general, nos concentramos principalmente en la evolución de la órbita y del espín del planeta CB, y desarrollamos un modelo analítico expandido en excentricidades y razón de semiejes para describirlas. Nuevamente utilizamos al sistema Kepler-38 como ejemplo de trabajo, lo cual nos permite comparar con los resultados obtenidos en la Parte [ii](#). No obstante, un amplio rango de parámetros del sistema es explorado.

En el Capítulo [6](#) presentamos una versión extendida del modelo analítico presentado en el Capítulo [5](#), a partir de construir un desarrollo para las ecuaciones variacionales orbitales y de espín planetario, basado en expansiones elípticas de alto orden en razón de semieje pero de forma cerrada en las excentricidades tanto de la binaria como del planeta. La validez del desarrollo para excentricidades arbitrarias permite que pueda ser aplicado a todos los sistemas CB de *Kepler*, varios de los cuales son considerablemente excéntricos. El modelo también permite realizar importantes aportes en la comprensión de la evolución dinámica pasada de estos sistemas para así develar los mecanismos responsables de determinar su configuración orbital y rotacional actual.



## UN MODELO TIDAL AUTO-CONSISTENTE DE FRICCIÓN DÉBIL

---

### 5.1 EL MODELO

Consideremos el sistema de tres cuerpos formado por las masas  $m_0$ ,  $m_1$  y  $m_2$ , donde los cuerpos comparten un mismo plano orbital común y rotan con vectores de espín perpendiculares a este. Además, asumimos que todos los cuerpos son masas extendidas con radios físicos  $\mathcal{R}_i$  y sujetos a deformación debido a las mareas ejercidas entre ellos.

En este caso, para las interacciones tidales entre cada par de cuerpos, adoptamos también el modelo clásico de fricción débil de (Mignard, 1979). Sin embargo, como la deformación tidal de cada cuerpo es causada por el potencial gravitatorio generado debido ambos compañeros, es necesario primero abordar dos cuestiones:

1. Identificar cuáles son las deformaciones tidales que tienen un efecto neto en la evolución dinámica a largo plazo del sistema.
2. Comprender de qué manera las diferentes fuerzas deben ser incorporadas para construir un modelo físico auto-consistente.

La Secciones 5.1.1 y 5.1.2 abordan respectivamente estos dos problemas.

#### 5.1.1 Revisión de las fuerzas de Mignard

Comencemos nuestro estudio considerando nuestro sistema de tres cuerpos con dos simplificaciones. Primero, despreciamos las perturbaciones gravitatorias generadas por  $m_2$  sobre los otros dos cuerpos, así como los efectos de  $m_1$  sobre  $m_2$ . Segundo, en esta Sección, sólo  $m_0$  es asumido como cuerpo extenso mientras que  $m_1$  y  $m_2$  se consideran masas puntuales. Como consecuencia de estas aproximaciones la dinámica de  $m_1$  y  $m_2$  alrededor de  $m_0$  estará definida por el problema de dos cuerpos perturbado sólo por la deformación tidal de  $m_0$  generada por  $m_1$ . El rol de  $m_2$  en este caso, se reduce a monitorear los efectos dinámicos del bulbo tidal sobre cualquier órbita genérica en el plano de configuraciones. Un esquema de este escenario se presenta en la Figura 27, donde  $\mathbf{r}_i$  son los vectores posición  $m_0$ -céntricos de las otras masas.

De acuerdo a Mignard (1979), el bulbo tidal generado en  $m_0$  se encuentra rotado con respecto a la posición instantánea de  $m_1$ , por un retraso temporal constante  $\Delta t_0$ . Además, se asume que la fricción interna en  $m_0$  es débil lo cual se traduce en valores suficientemente pequeños de  $\Delta t_0$  como para expandir el potencial gravitatorio  $U$  generado por  $m_0$  en cualquier punto del espacio, hasta primer orden en  $\Delta t_0$ , de la siguiente forma

$$U(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1) = U^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1) + U^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1) + \mathcal{O}(\Delta t_0^2) \quad (47)$$

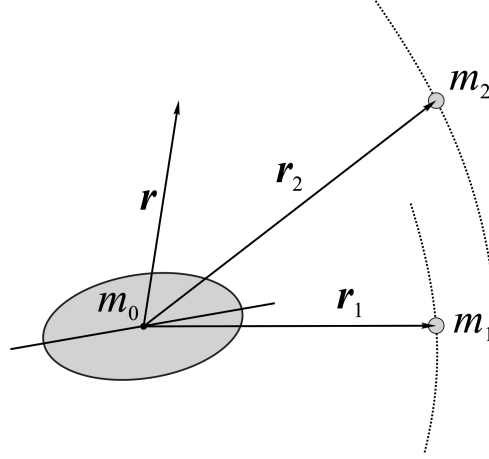


Figura 27: Bulbo tidal retardado generado sobre  $m_0$  debido a  $m_1$  y sus efectos en un cuerpo de prueba  $m_2$ , desde un sistema de coordenadas  $m_0$ -céntrico.

donde  $U^{(0)}$  y  $U^{(1)}$  son los potenciales tidales expandidos de orden  $\mathcal{O}(0)$  y  $\mathcal{O}(\Delta t_0)$ , respectivamente.

En particular, si evaluamos (47) sobre la posición de  $m_2$  (i.e.  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_2$ ), obtenemos

$$\begin{aligned} U^{(0)}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1) &= \frac{\mathcal{G}m_1\mathcal{R}_0^5}{2r_1^5r_2^5}k_{2,0}\left[3(\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{r}_1)^2 - r_2^2r_1^2\right] \\ U^{(1)}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1) &= \frac{3\mathcal{G}m_1\mathcal{R}_0^5}{r_1^5r_2^5}k_{2,0}\Delta t_0\left[\frac{(\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_1)}{2r_1^2}[5(\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{r}_1)^2 - r_2^2r_1^2] \right. \\ &\quad \left. - (\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{r}_1)[\mathbf{r}_1 \cdot (\boldsymbol{\Omega}_0 \times \mathbf{r}_2) + \mathbf{r}_2 \cdot \dot{\mathbf{r}}_1]\right] \end{aligned} \quad (48)$$

donde  $\mathcal{G}$  es la constante gravitatoria,  $\boldsymbol{\Omega}_0$  es el vector de espín de  $m_0$  y  $k_{2,0}$  su número de Love de segundo grado.

La fuerza tidal por unidad de masa  $\mathbf{f}$ , generada por  $m_0$  en una posición genérica  $\mathbf{r}$ , puede ser obtenida tomando el gradiente, como

$$\mathbf{f} = \nabla_{\mathbf{r}}(U^{(0)} + U^{(1)}) = \mathbf{f}^{(0)} + \mathbf{f}^{(1)} \quad (49)$$

donde las expresiones explícitas evaluadas sobre  $m_2$  están dadas por

$$\begin{aligned} \mathbf{f}^{(0)} &= \frac{3\mathcal{G}m_1\mathcal{R}_0^5}{2r_2^5r_1^5}k_{2,0}\left[2(\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{r}_1)\mathbf{r}_1 + \left(r_1^2 - \frac{5}{r_2^2}(\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{r}_1)^2\right)\mathbf{r}_2\right] \\ \mathbf{f}^{(1)} &= \frac{3\mathcal{G}m_1\mathcal{R}_0^5}{r_2^5r_1^5}k_{2,0}\Delta t_0\left[\frac{(\mathbf{r}_1 \cdot \dot{\mathbf{r}}_1)}{r_1^2}[5\mathbf{r}_1(\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{r}_1) - \mathbf{r}_2r_1^2] \right. \\ &\quad \left. - [\mathbf{r}_1 \cdot (\boldsymbol{\Omega}_0 \times \mathbf{r}_2) + \mathbf{r}_2 \cdot \dot{\mathbf{r}}_1]\mathbf{r}_1 - (\mathbf{r}_1 \times \boldsymbol{\Omega}_0 + \dot{\mathbf{r}}_1)(\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{r}_1) \right. \\ &\quad \left. + \frac{5\mathbf{r}_2}{r_2^2}\left[(\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{r}_1)[\mathbf{r}_1 \cdot (\boldsymbol{\Omega}_0 \times \mathbf{r}_2) + \mathbf{r}_2 \cdot \dot{\mathbf{r}}_1] \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{(\mathbf{r}_1 \cdot \dot{\mathbf{r}}_1)}{2r_1^2}[5(\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{r}_1)^2 - r_2^2r_1^2]\right]\right]. \end{aligned} \quad (50)$$

Finalmente, los torques por unidad de masa pueden ser calculados, de acuerdo a su definición, como

$$\mathbf{T}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1) \simeq \mathbf{r} \times (\mathbf{f}^{(0)} + \mathbf{f}^{(1)}) = \mathbf{T}^{(0)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1) + \mathbf{T}^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1) \quad (51)$$

Como antes, al evaluar en la posición de  $m_2$  se obtiene

$$\begin{aligned} \mathbf{T}^{(0)}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1) &= \frac{3\mathcal{G}m_1k_{2,0}\mathcal{R}_0^5}{r_2^5r_1^5}(\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{r}_1)(\mathbf{r}_2 \times \mathbf{r}_1) \\ \mathbf{T}^{(1)}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1) &= \frac{3\mathcal{G}m_1k_{2,0}\mathcal{R}_0^5}{r_2^5r_1^5}\Delta t_0 \left[ 5\frac{(\mathbf{r}_1 \cdot \dot{\mathbf{r}}_1)}{r_1^2}(\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{r}_1)(\mathbf{r}_2 \times \mathbf{r}_1) \right. \\ &\quad - [\mathbf{r}_1 \cdot (\boldsymbol{\Omega}_0 \times \mathbf{r}_2) + \mathbf{r}_2 \cdot \dot{\mathbf{r}}_1](\mathbf{r}_2 \times \mathbf{r}_1) \\ &\quad \left. - (\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{r}_1)[(\mathbf{r}_2 \cdot \boldsymbol{\Omega}_0)\mathbf{r}_1 - (\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{r}_1)\boldsymbol{\Omega}_0 + \mathbf{r}_2 \times \dot{\mathbf{r}}_1] \right]. \end{aligned} \quad (52)$$

En el problema tidal clásico de dos cuerpos, la aceleración  $\mathbf{f}$  y el torque  $\mathbf{T}$  se calculan sobre la posición misma del cuerpo deformador  $m_1$ . Es fácil ver que, en este caso, los torques de orden cero se anulan (i.e.  $\mathbf{T}^{(0)}(\mathbf{r} = \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1) = \mathbf{0}$ ) y la única contribución neta a la evolución orbital y rotacional (a menos de un término de precesión) proviene de las expresiones de primer orden  $\mathbf{f}^{(1)}$  and  $\mathbf{T}^{(1)}$  (ver Ecuaciones (5) y (6) de Mignard (1979)). Sin embargo, no resulta inmediato saber que ocurre si  $\mathbf{r} \neq \mathbf{r}_1$ . En otras palabras, se pretende analizar cuáles son los efectos dinámicos (a largo plazo) del bulbo generado sobre  $m_0$ , debido al potencial perturbador de  $m_1$ , sobre la órbita de otro cuerpo  $m_2$ .

Para abordar este asunto, caracterizamos primero las órbitas  $m_0$ -céntricas de las masas  $m_i$  por sus semiejes mayores  $a_i$ , excentricidades  $e_i$ , longitudes medias  $\lambda_i$  y longitudes de pericentro  $\varpi_i$ , y llamemos  $n_i$  el movimiento medio de cada cuerpo. Siguientemente, calculamos los torques seculares netos ( $\langle \mathbf{T}^{(0)}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1) \rangle$  y  $\langle \mathbf{T}^{(1)}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1) \rangle$ ) para diferentes valores de  $a_2$ , asumiendo valores fijos de  $(a_1, e_1, e_2, \varpi_1, \varpi_2)$ , a partir de una promediación de los términos de corto periodo asociados a  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$ .

Como pretendemos incluir en nuestro análisis a configuraciones resonantes entre  $m_1$  y  $m_2$ , no es posible asumir que las longitudes asociadas a estos cuerpos varíen de manera independiente. Por lo tanto, sustituiremos la clásica doble promediación en  $\lambda_i$  por un promedio temporal, dado por

$$\langle \mathbf{T}^{(i)}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1) \rangle = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \mathbf{T}^{(i)}(\mathbf{r}_2(t), \mathbf{r}_1(t)) dt, \quad (53)$$

con  $i = 0, 1$ . Esta técnica permite evaluar la contribución secular neta tanto en configuraciones resonantes como seculares de ambos cuerpos. En particular, las expresiones clásicas de Mignard se pueden obtener asumiendo órbitas iguales e iguales frecuencias para  $m_1$  y  $m_2$ .

Los resultados se muestran en la Figura 28 para  $m_0 = 1m_\odot$ ,  $a_1 = 1UA$ , y  $\varpi_1 = \varpi_2$  y  $e_1 = e_2$ . Los valores de los torques promediados son normalizados respecto de  $m_1$  y  $\Delta t_0$ , y graficados en función de la razón de movimientos medios  $n_1/n_2$ . Los paneles de la izquierda corresponden a los torques de orden cero  $\langle \mathbf{T}^{(0)} \rangle$ , mientras que las contribuciones de primer orden  $\langle \mathbf{T}^{(1)} \rangle$  son representadas en los gráficos de la derecha. En los paneles superiores, se analiza el caso circular ( $e_1 = e_2 = 0$ )

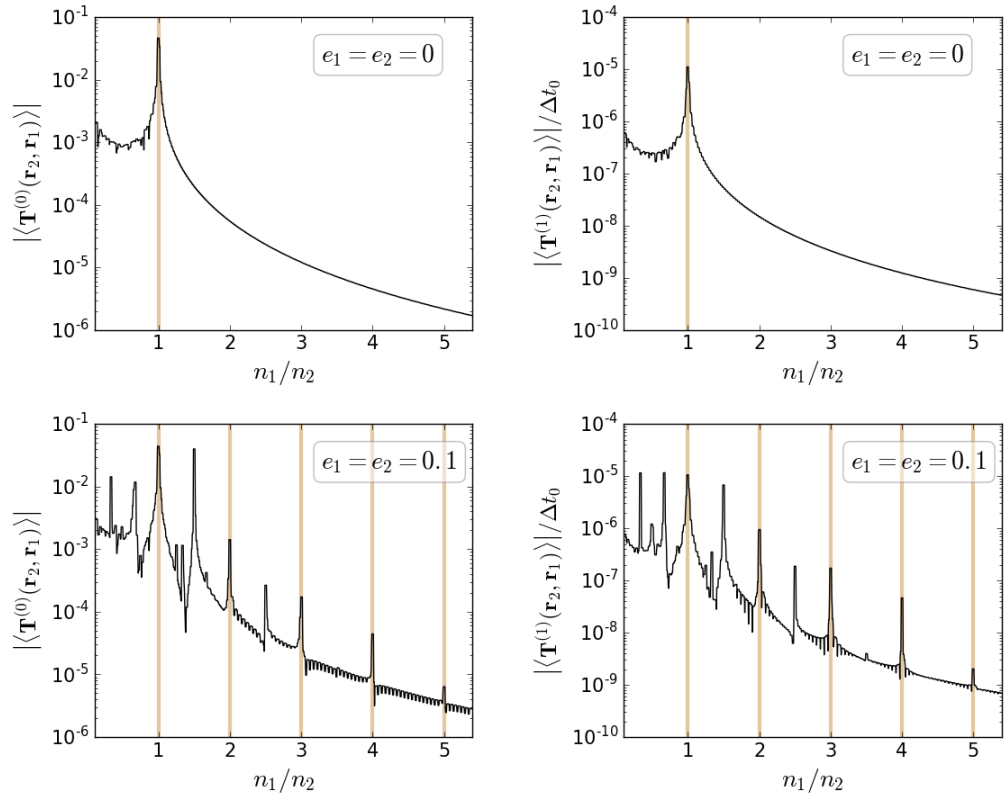


Figura 28: Torques normalizados seculares a orden 0  $|\langle \mathbf{T}^{(0)}(\mathbf{r}_2) \rangle|$  (columna izquierda) y a orden 1  $|\langle \mathbf{T}^{(1)}(\mathbf{r}_2) \rangle|$  (columna derecha), calculados sobre  $m_2$  debido a la deformación tidal de  $m_0$  inducida por  $m_1$ , graficados en función de la razón de movimientos medios  $n_1/n_2$ . Los paneles superiores corresponden a órbitas circulares ( $e_1 = e_2 = 0$ ) mientras que para los paneles inferiores asumimos órbitas con excentricidades  $e_1 = e_2 = 0.1$ . Las líneas verticales marrones resaltan la posición de algunas RMMs importantes. Notemos que los torques de primer orden de los paneles de la derecha fueron además normalizados respecto de  $\Delta t_0$ .

mientras que en los paneles inferiores el caso de órbitas excéntricas ( $e_1 = e_2 = 0.1$ ). Las excentricidades se asumen fijas a lo largo de toda la promediación numérica.

Todos los paneles muestran diferentes picos, donde el torque neto es diferente de cero, superpuesto a valores de fondo que decrecen suavemente  $n_1/n_2 \rightarrow \infty$ . Esta tendencia es una consecuencia directa de la aproximación numérica empleada para evaluar la integral temporal (53), la cual básicamente consiste en una suma discreta sobre intervalos finitos de tiempo correspondientes a 500 periodos orbitales del cuerpo externo.

Para órbitas circulares, se observa en la Figura 28 que el único valor de  $a_2$  para el cual  $m_2$  recibe un torque neto no nulo, corresponde con RMMs 1/1, esto es con configuraciones coorbitales con el cuerpo deformador  $m_1$ . En particular, como se mencionó anteriormente, el caso en el cual la posición de ambas masas coincide (i.e.  $\lambda_1 = \lambda_2$ ) resulta completamente análogo al que se obtiene con el modelo de dos cuerpos. Diferentes valores iniciales de longitudes medias permitirían, en principio, estimar los torques en configuraciones coorbitales, como por ejemplo el caso en el que  $m_2$  esté ubicada en una órbita tipo-troyana con las otras masas. Finalmente, aunque  $|\langle \mathbf{T}^0(\mathbf{r}_2) \rangle|$  sea diferente de cero en la RMM 1/1, su efecto dinámico en la órbita solo se reduce a un termino de precesion tidal (e.g. Correia et al. (2011)) y no contribuye a ningún cambio secular en las orbitas o en las velocidades de rotación.

El caso excéntrico, exhibido en los paneles inferiores de la Figura 28, muestra mayor complejidad. Los torques diferentes de cero se encuentran ahora en muchas RMMs y no únicamente en la región coorbital. Esto parece implicar que la deformación tidal generada sobre  $m_0$  debido a  $m_1$  afecta la evolución dinámica de  $m_2$ , siempre y cuando exista commensurabilidad entre las frecuencias orbitales de los cuerpos. Este es un resultado importante, el cual implica que los modelos tidales para cuerpos resonantes deberían considerar la deformación tidal completa sobre cada cuerpo, generada por todos los otros cuerpos del sistema.

Los resultados numéricos descriptos arriba fueron confirmados a partir de expansiones elípticas de los vectores de posición y velocidad, en las Ecuaciones (50) y (52), truncadas hasta cuarto orden en razón de semiejes y excentricidades, e integrando las expresiones resultantes de manera analítica, con la ayuda de un manipulador algebraico.

Concluimos entonces que, en la ausencia de cualquier RMM entre  $m_1$  y  $m_2$ , la única fuerza tidal que necesita ser considerada sobre  $m_i$  es aquella que proviene de la deformación que  $m_i$  genera sobre  $m_j$  y  $m_k$  (con  $i \neq j \neq k$ ). Como la deformación tidal generada sobre  $m_j$  por  $m_k$  puede ser despreciada, un modelo tidal para múltiples cuerpos puede construirse simplemente incluyendo las fuerzas y los torques entre los pares deformador-deformado como se presenta en las Ecuaciones (5) y (6) de Mignard (1979). El efecto de los torques tidales sobre órbitas resonantes queda pendiente para trabajos futuros.

### 5.1.2 Las ecuaciones de movimiento

Habiendo identificado las fuerzas tidales que afectan la evolución secular a largo término del sistema, a continuación discutimos cómo deben ser incorporadas en las ecuaciones de movimiento del sistema CB de manera auto-consistente.



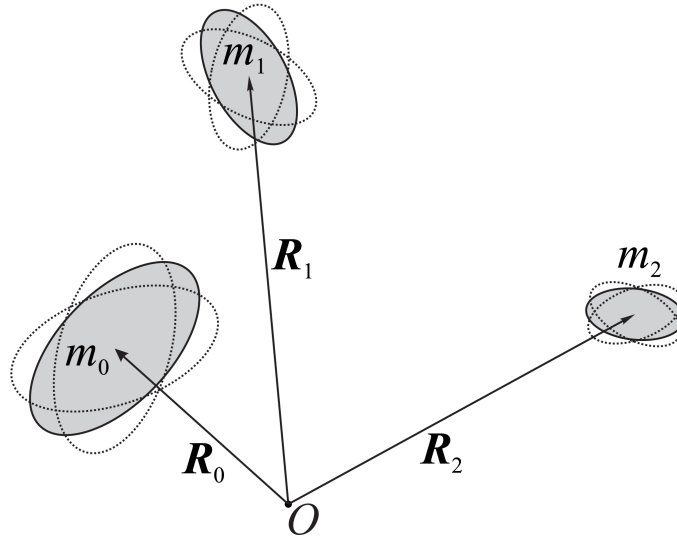


Figura 29: Sistema de tres cuerpos extensos interactuando tidalmente. El bulbo tidal generado sobre cada cuerpo (elipsoides grises llenos) es el resultado de la suma de las deformaciones generadas por cada uno de sus compañeros.  $\mathbf{R}_i$  denota los vectores posición respecto de una sistema de referencia inercial.

Para esto retomamos nuestro sistema CB completo, donde ahora todos los cuerpos son extensos y están interactuando gravitacionalmente. Como se muestra en la Figura 29, la deformación de equilibrio del cuerpo  $m_i$  es la suma de dos elipsoides, cada uno generado por el potencial gravitatorio de las otras dos masas. De acuerdo a [Folonier & Ferraz-Mello \(2017\)](#), la suma de dos bulbos elipsoidales puede ser aproximada por un único bulbo con su propio achatamiento y orientación. Sin embargo, como se demostró en la Sección 5.1.1, sólo es necesario considerar la distorsión directa entre pares.

Denotemos por  $\mathbf{R}_i$  a los vectores posición de las masas  $m_i$  desde un sistema de referencias inercial. Las ecuaciones de movimiento completas, incluyendo los términos tidales y los de masas puntuales, pueden expresarse como:

$$\begin{aligned}
 m_0 \ddot{\mathbf{R}}_0 &= \frac{\mathcal{G} m_0 m_1}{|\Delta_{10}|^3} \Delta_{10} + \frac{\mathcal{G} m_0 m_2}{|\Delta_{20}|^3} \Delta_{20} + \mathbf{F}_0 \\
 m_1 \ddot{\mathbf{R}}_1 &= -\frac{\mathcal{G} m_0 m_1}{|\Delta_{10}|^3} \Delta_{10} + \frac{\mathcal{G} m_1 m_2}{|\Delta_{21}|^3} \Delta_{21} + \mathbf{F}_1 \\
 m_2 \ddot{\mathbf{R}}_2 &= -\frac{\mathcal{G} m_0 m_2}{|\Delta_{20}|^3} \Delta_{20} - \frac{\mathcal{G} m_1 m_2}{|\Delta_{21}|^3} \Delta_{21} + \mathbf{F}_2,
 \end{aligned} \tag{54}$$

donde por compacticidad hemos denotado a los vectores de posición relativos como  $\Delta_{ij} \equiv \mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j$ . Notamos que, estos vectores de posición se relacionan con los  $m_0$ -céntricos como  $\Delta_{10} = \mathbf{r}_1$ ,  $\Delta_{20} = \mathbf{r}_2$  y  $\Delta_{21} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ .

Los últimos términos de las ecuaciones de movimiento corresponden a las fuerzas tidales completas actuando sobre cada masa. Siguiendo [Ferraz-Mello et al.](#)

(2008), debemos considerar también las fuerzas de reacción, por lo que las fuerzas totales quedan expresadas como

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_0 &= \mathbf{F}_{0,1} + \mathbf{F}_{0,2} - \mathbf{F}_{1,0} - \mathbf{F}_{2,0} \\ \mathbf{F}_1 &= \mathbf{F}_{1,0} + \mathbf{F}_{1,2} - \mathbf{F}_{0,1} - \mathbf{F}_{2,1} \\ \mathbf{F}_2 &= \mathbf{F}_{2,0} + \mathbf{F}_{2,1} - \mathbf{F}_{0,2} - \mathbf{F}_{1,2},\end{aligned}\quad (55)$$

donde  $\mathbf{F}_{i,j}$  es la fuerza actuando sobre  $m_i$  debido a la deformación en  $m_j$ . Notemos que las contribuciones con signo positivo en  $\mathbf{F}_i$  corresponden a los efectos directos de la deformación de los otros cuerpos mientras que los términos negativos están asociados a las fuerzas de reacción. Cada uno de ellos tiene la siguiente forma explícita (Mignard, 1979)

$$\mathbf{F}_{i,j} = -\frac{\mathcal{K}_{i,j}}{|\Delta_{ij}|^{10}} \left[ 2(\Delta_{ij} \cdot \dot{\Delta}_{ij})\Delta_{ij} + \Delta_{ij}^2(\Delta_{ij} \times \Omega_j + \dot{\Delta}_{ij}) \right] \quad (56)$$

donde  $\mathcal{K}_{i,j}$  es una medida de la magnitud de la fuerza tidal dada por

$$\mathcal{K}_{i,j} = 3\mathcal{G}m_i^2\mathcal{R}_j^5k_{2,j}\Delta t_j. \quad (57)$$

Recordamos que  $\Omega_j$  es la velocidad angular de rotación de  $m_j$ , la cual se asume paralela al momento angular orbital. Como se mencionó en la Sección 5.1.1 la contribución del potencial tidal a orden 0 en  $\Delta t$  solo resulta en una precesión de los pericentros y no introduce ningún cambio en los espines, semiejes mayores ni excentricidades, por lo que ha sido despreciada en este estudio.

#### 5.1.2.1 La dinámica rotacional

Mientras que la dinámica orbital puede ser obtenida resolviendo las ecuaciones de movimiento (54), la variación temporal de los espines de los cuerpos se pueden deducir a partir de la conservación del momento angular total  $\mathbf{L}_{\text{tot}}$ , la cual se deriva de la ausencia de torques externos al sistema.

Con la suposición de espines perpendiculares al plano orbital común tenemos que

$$\mathbf{L}_{\text{tot}} = \mathbf{L}_{\text{orb}} + \sum_{i=0}^2 \mathcal{C}_i \Omega_i = \text{const.}, \quad (58)$$

donde  $\mathcal{C}_i$  es el momento de inercia principal de  $m_i$ . Desde el referencial inercial, el momento angular orbital está dado por

$$\mathbf{L}_{\text{orb}} = \sum_{i=0}^2 m_i (\mathbf{R}_i \times \dot{\mathbf{R}}_i). \quad (59)$$

Diferenciando esta Ecuación con respecto al tiempo y sustituyendo las expresiones (54) para las aceleraciones  $\ddot{\mathbf{R}}_i$ , obtenemos

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{L}}_{\text{orb}} &= \Delta_{10} \times \mathbf{F}_{1,0} + \Delta_{20} \times \mathbf{F}_{2,0} \\ &+ \Delta_{01} \times \mathbf{F}_{0,1} + \Delta_{21} \times \mathbf{F}_{2,1} \\ &+ \Delta_{02} \times \mathbf{F}_{0,2} + \Delta_{12} \times \mathbf{F}_{1,2}.\end{aligned}\quad (60)$$

A continuación, se asume que la variación en el momento angular de espín del cuerpo  $m_j$  es solamente debida a los términos en  $\dot{\mathbf{L}}_{\text{orb}}$  asociados con su propia deformación. Esto permite desacoplar la Ecuación (60) para obtener

$$C_j \dot{\boldsymbol{\Omega}}_j = - \sum_{i \neq j} \boldsymbol{\Delta}_{ij} \times \mathbf{F}_{i,j}. \quad (61)$$

Notemos que, con esta suposición, en el límite donde los radios físicos de  $m_j$  se reducen a cero, los términos tidales  $\mathbf{F}_{i,j}$  también se anulan para  $i \neq j$ , y la Ecuación (61) se satisface automáticamente.

Finalmente, utilizando la expresión (56) para las fuerzas de marea, la evolución de los vectores de espín puede ser calculada como

$$\frac{d\boldsymbol{\Omega}_j}{dt} = \frac{1}{C_j} \sum_{i \neq j} \frac{\mathcal{K}_{i,j}}{|\boldsymbol{\Delta}_{ij}|^6} \left[ \frac{\boldsymbol{\Delta}_{ij} \times \dot{\boldsymbol{\Delta}}_{ij}}{|\boldsymbol{\Delta}_{ij}|^2} - \boldsymbol{\Omega}_j \right]. \quad (62)$$

Contrariamente al caso de dos cuerpos (e.g. Ferraz-Mello et al., 2008), la derivada temporal del espín está ahora dada por la suma de dos términos diferentes. En función de la magnitud de cada uno de ellos quedará determinada la frecuencia de rotación de equilibrio asociada con las soluciones estacionarias.

## 5.2 SIMULACIONES NUMÉRICAS

Aunque el modelo desarrollado en la Sección 5.1 puede, en principio, ser aplicado a cualquier sistema de tres cuerpos, a los fines de esta tesis en el presente Capítulo nuevamente será aplicado a un sistema CB con un planeta.

Al igual que en el Capítulo 3, hemos elegimos como *caso testigo* al sistema Kepler-38. Los valores de los parámetros físicos y de los elementos orbitales que adoptaremos en nuestras simulaciones están inspirados en los de este sistema y se listan en la Tabla 4. Las masas y radios estelares fueron tomadas de Orosz et al. (2012b), mientras que el valor para  $m_2$  fue estimado usando el ajuste masa-radio semi-empírico de Mills & Mazeh (2017). Los elementos orbitales de la secundaria respecto a  $m_0$  son aquellos esperados durante las etapas tempranas del sistema, antes de que las interacciones de marea tuvieran tiempo de actuar (ver Sección 3.1), asumiendo parámetros tidales y momentos de inercia como los que se presentan en la Tabla 4. Por su parte, respecto del planeta, los parámetros orbitales son similares a los presentados por Orosz et al. (2012), mientras que el valor del parámetro de disipación tidal  $Q'_2$  es consistente con cuerpos rocosos (Ferraz-Mello et al., 2008). Sin embargo, recordamos la poca restricción que existe sobre los valores de este parámetro, por lo que el valor adoptado aquí debe ser considerado sólo a fines ilustrativos. Finalmente, los asteriscos de la Tabla 4 resaltan los parámetros que fueron variados en nuestras exploraciones numéricas.

A continuación, enfocaremos nuestras simulaciones numéricas en dos escalas temporales diferentes: (i) estadio temprano (hasta  $\sim 1 - 2$  Gyr), donde la dinámica está dominada por la evolución de los espines hacia la solución estacionaria, y (ii) la subsecuente evolución orbital a largo plazo principalmente del planeta CB, a partir de su migración orbital en semieje y amortiguamiento de excentricidad.

cuerpo	$m_0$	$m_1$	$m_2$
masa	$0.949 m_\odot$	$0.249 m_\odot$	$10 m_\oplus$
radio	$0.84 R_\odot$	$0.272 R_\odot$	$4.35 R_\oplus$
$C_i / (m_i R_i^2)$	0.07	0.25	0.25
$Q'_i$	$1 \times 10^6$	$1 \times 10^6$	$1 \times 10^1 (*)$
$\Omega_i$	$10 n_1 (*)$	$10 n_1 (*)$	$10 n_2 (*)$
$a_i$ [UA]		0.15	0.48
$e_i$		0.15	0.05 (*)

Tabla 4: Condiciones iniciales de nuestra simulación numérica de referencia, inspiradas en el sistema Kepler-38 primordial (ver [Orosz et al. \(2012\)](#) y Sección 3.1). Los elementos orbitales están dados en el referencial de Jacobi. Los parámetros resaltados con un asterisco fueron variados en diferentes conjuntos de simulaciones como se indica en el texto.

Las siguientes Subsecciones 5.2.1 y 5.2.2 se ocupan, respectivamente, de estos problemas.

### 5.2.1 Evolución dinámica temprana

La Figura 30 muestra la evolución rotacional y orbital temprana de las estrellas binarias y del planeta. Excepto por las tasas de rotación, todas las condiciones iniciales y parámetros del sistema fueron tomados de los valores de referencia de la Tabla 4.

Comencemos nuestro análisis con las componentes estelares, mostradas en los paneles de la izquierda de la Figura 30. La curva azul corresponde a espines iniciales correspondientes a  $\Omega_0 = \Omega_1 = n_1/10$ , mientras que las curvas negras representan el caso donde las estrellas son consideradas inicialmente en rápida rotación con velocidades  $\Omega_0 = \Omega_1 = 10n_1$ . Respecto de los espines, es posible notar en la figura que ambas estrellas alcanzan el estado de pseudo-sincronización en unos pocos Gyrs, con una frecuencia de rotación final igual al valor predicho por los modelos tidales de dos cuerpos:  $\Omega_0/n_1 = \Omega_1/n_1 = 1 + 6e_1^2$  (e.g. [Ferraz-Mello et al., 2008](#)).

Si las estrellas fueron inicialmente consideradas super-síncronas, la tasa de cambio de espín es negativa ya que se produce una entrega momento angular a la órbita (Ecuación 61), la cual se traduce en un incremento de su semieje mayor  $a_1$  y excentricidad  $e_1$ . El comportamiento opuesto se observa si las estrellas fueron inicialmente fijadas como sub-síncronas: en este caso es la órbita la que entrega momento angular a las estrellas incrementando sus velocidades de rotación. En cualquiera de los casos, una vez que la solución rotacional estacionaria es alcanzada, el subsecuente efecto sobre la dinámica orbital producto de las mareas conduce a un decaimiento del semieje mayor y una amortiguación de la excentricidad, hasta lograr la circularización ([Hut, 1980](#); [Correia et al., 2016](#)). Debido a su baja masa, la presencia del planeta CB no parece tener ninguna influencia en la evolución tidal del sistema binario.

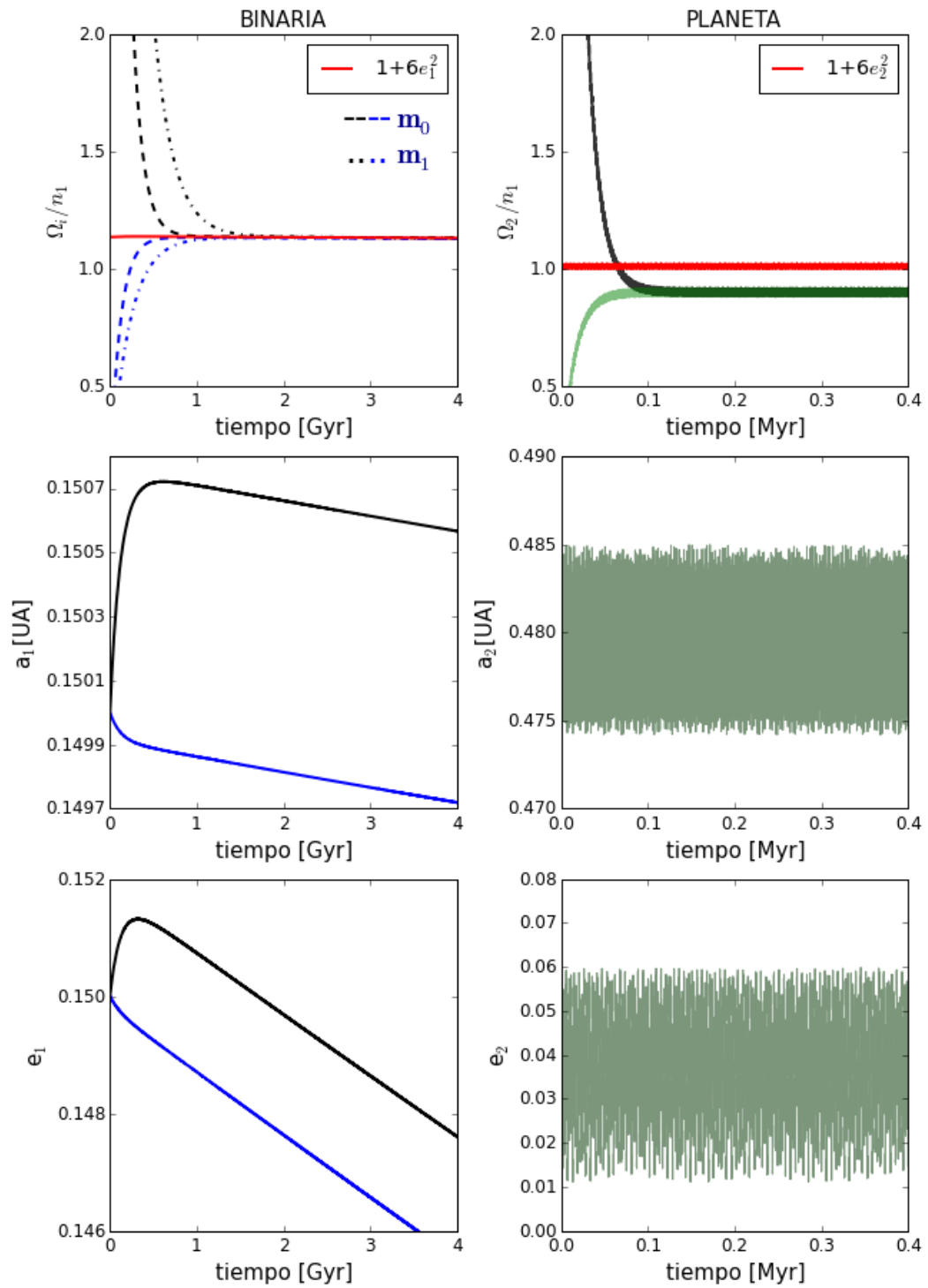


Figura 30: Evolución tidal temprana de un sistema CB. En todos los paneles, las curvas negras representan los resultados de nuestra simulación de referencia (Tabla 4). *Izq.*: Evolución dinámica de la binaria, mostrando las variaciones temporales de los espines (panel superior), el semieje mayor (panel central) y la excentricidad (panel inferior). En azul se considera el caso de estrellas inicialmente rotando con  $\Omega_0/n_1 = \Omega_1/n_1 = 0.1$ . *Der.*: Evolución dinámica del planeta CB. En verde se considera el caso de un planeta inicialmente rotando con  $\Omega_2/n_2 = 0.1$ . La variación temporal de  $a_2$  y de  $e_2$  son prácticamente indistinguibles en ambos casos (paneles central e inferior).

Los paneles de la derecha de la Figura 30 muestran la evolución dinámica temprana del espín planetario (panel superior) y de la órbita planetaria (paneles central e inferior). Como antes, se consideraron dos diferentes tasas de rotación iniciales:  $\Omega_2/n_2 = 10$  en curvas negras mientras que  $\Omega_2/n_2 = 0.1$  en verdes. Los espines de las estrellas, en este caso, fueron fijados en los valores de referencia. Sin embargo, no es posible percibir ninguna variación en la evolución temporal del semieje mayor o la excentricidad con los espines iniciales y, como se puede ver en los paneles central e inferior, ambas curvas son prácticamente indistinguibles.

Respecto de la evolución del espín planetario, las simulaciones correspondientes a ambos conjuntos de condiciones iniciales alcanzan valores estacionarios en escalas de tiempo mucho más cortas que las estrellas (típicamente en pocos Myrs). Además, el valor de equilibrio observado es sub-síncrono y se encuentra significativamente desplazado respecto del valor predicho en el modelo de dos cuerpos (curva roja horizontal). Este comportamiento será discutido en detalle en la Sección 6.1.1 y constituye un nuevo descubrimiento: el sistema binario induce un estado sub-síncrono estable en el espín del planeta, el cual no cambia aún después de que las estrellas evolucionen hacia sus propios espines estacionarios.

### 5.2.2 Evolución orbital a largo plazo

La Figura 31 muestra tres simulaciones a largo plazo del sistema, integradas por escalas de tiempo comparables con la edad estimada del sistema Kepler-38 (ver Sección 3.1). Todos los parámetros del sistema y las condiciones iniciales fueron elegidos iguales a los valores nominales (Tabla 4), excepto aquellos que se especifican en los paneles de la izquierda de cada conjunto de simulaciones. En todos los casos explorados, el espín planetario alcanza solución estacionaria tempranamente en la simulación; por lo tanto en esta subsección nos concentramos en la evolución de los elementos orbitales: semieje mayor  $a_2$  (paneles a la izquierda), excentricidad  $e_2$  (paneles centrales) y diferencia entre longitudes de pericentro  $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$  (paneles a la derecha). Los resultados obtenidos luego de la aplicación de un filtro “pasa bajo” se muestran en curvas oscuras para  $a_2$  y  $e_2$ .

Las curvas negras en los paneles superiores corresponden a los resultados de nuestra simulación de referencia (ver Tabla 4) mientras que las curvas cyan representan el caso de un planeta más disipativo con  $Q'_2 = 1$ . Los paneles centrales muestran órbitas inicialmente más excéntricas  $e_2(0) = 0.1$ , ahora para los mismos valores de parámetro tidal. Finalmente, en los paneles inferiores, se analiza el caso en el cual las estrellas no están ejerciéndose mareas entre ellas, mientras que la curva cyan repite los resultados de nuestra simulación con efectos tidales entre las componentes estelares.

Independientemente de los parámetros tidales adoptados, a partir de la Figura 31 es posible observar que el planeta CB siempre migra hacia el exterior del sistema, marcando una segunda diferencia muy importante respecto de lo que se espera de los modelos clásicos de dos cuerpos. Este resultado ya fue encontrado en la Sección 3.3, aunque en ese caso a partir de un modelo tidal más simple no auto-consistente. Como es de esperarse, valores menores de  $Q'_2$  (curvas cyan en los paneles superiores y medios) conducen a mayores apartamientos en semieje mayor, terminando eventualmente en *scatterings* resonantes con alguna RMM de alto

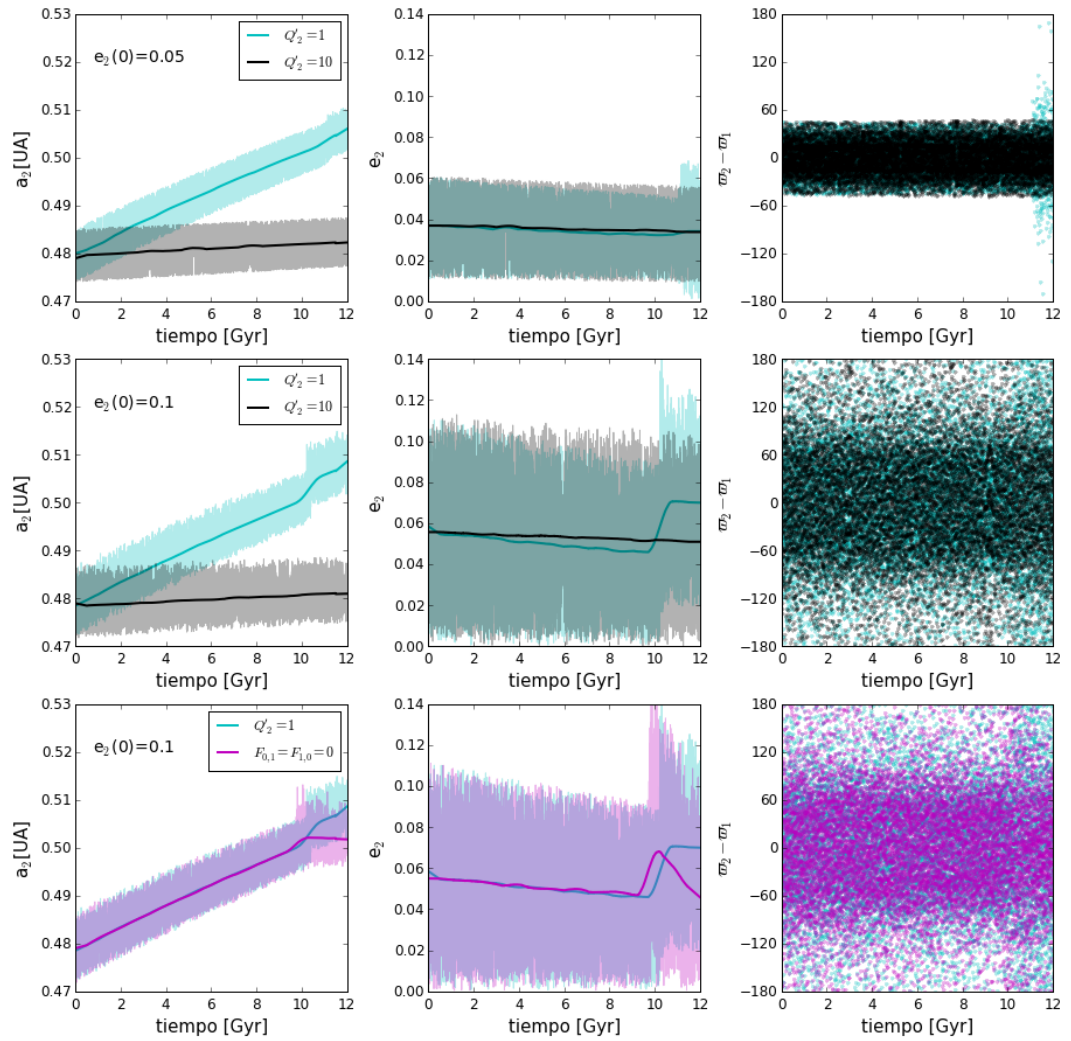


Figura 31: Evolución tidal a largo plazo del planeta CB en nuestro sistema tipo Kepler-38. Excepto por los especificados en los paneles de la izquierda, todos los parámetros y condiciones iniciales fueron tomadas de la Tabla 4. Las curvas claras para  $a_2$  y  $e_2$  muestran valores osciladores mientras que las curvas oscuras corresponden a valores medios. La curvas magentas en los paneles inferiores son los resultados de una simulación que no considera la interacción por mareas entre las componentes estelares.



orden con su consecuente excitación en excentricidad (ver curvas cyan y magenta de la columna central). La curva magenta en los paneles inferiores demuestra que la migración del planeta CB hacia el exterior del sistema no es una consecuencia indirecta de los efectos de marea entre las estrellas, sino, en principio, independiente de su evolución tidal.

Finalmente notamos que la excentricidad del planeta CB siempre parece amortiguarse, al menos lejos de las RMM principales. Para valores iniciales bajos de  $e_2$  (paneles superiores de la Figura 31), el planeta y la estrella secundaria entran en el modo secular alineado (Michtchenko & Malhotra, 2004) en el cual  $\Delta\omega$  libra alrededor de cero. Tal comportamiento es propio de la dinámica gravitacional pura y ya había sido reportado en la Sección 3.3. Sin embargo, la amplitud de las oscilaciones se incrementa para excentricidades iniciales mayores hasta que  $\Delta\omega$  es observado circular para  $e_2(0) = 0.1$ . A pesar de esto, remarcamos que la libración y circulación son puramente cinemáticas y la diferencia de comportamiento está relacionada con la amplitud de las oscilaciones en excentricidad. Independientemente de su naturaleza, estos resultados parecen indicar que un modelo analítico para la evolución tidal de este tipo de sistemas debe incluir los términos que involucran al ángulo secular  $\Delta\omega$ , aún cuando los tiempos característicos de evolución por marea sean mucho más largos que los asociados con la precesión de los pericentros  $\omega_1$  y  $\omega_2$ .

### 5.3 MODELO SECULAR ANALÍTICO

Con el objetivo de construir un modelo analítico de las ecuaciones de movimiento (54) y (62), primero introduciremos el sistema referencial de Jacobi. En términos de las coordenadas inerciales  $\mathbf{R}_i$ , los vectores de posición de las masas desde el sistema jacobiano están definidos por:

$$\begin{aligned}\rho_0 &= \frac{1}{\sigma_2}(m_0 \mathbf{R}_0 + m_1 \mathbf{R}_1 + m_2 \mathbf{R}_2) \\ \rho_1 &= \mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_0 \\ \rho_2 &= \mathbf{R}_2 - \frac{1}{\sigma_1}(m_0 \mathbf{R}_0 + m_1 \mathbf{R}_1),\end{aligned}\tag{63}$$

donde  $\sigma_i = \sum_{k=0}^i m_k$ . Expresiones completamente análogas pueden encontrarse para la relación entre los vectores velocidad en los dos sistemas, a partir de tomar derivada temporal en ambos miembros del sistema de ecuaciones (63).

#### 5.3.1 Evolución secular del espín planetario

La tasa de cambio en la frecuencia rotacional del planeta puede obtenerse expandiendo los vectores posición y velocidad en la Ecuación (62) en potencias de  $\alpha = a_1/a_2$  y las excentricidades, y promediando respecto de ambas longitudes medias. A segundo orden en  $\alpha$ , tenemos que:

$$\left\langle \frac{d\Omega_2}{dt} \right\rangle = \frac{1}{2\mathcal{C}_2 a_2^6} \sum_{i,j,k=0}^2 A_{i,j,k}^{(s)} (\gamma_0^i \mathcal{K}_{0,2} + \gamma_1^i \mathcal{K}_{1,2}) \alpha^i e_1^j e_2^k,\tag{64}$$



donde los coeficientes no nulos están dados por

$$\begin{aligned} A_{0,0,0}^{(s)} &= 2(n_2 - \Omega_2) & ; & & A_{2,0,0}^{(s)} &= 6(4n_2 - n_1 - 3\Omega_2) \\ A_{0,0,2}^{(s)} &= 3(9n_2 - 5\Omega_2) & ; & & A_{2,2,0}^{(s)} &= 3(12n_2 + n_1 - 9\Omega_2) \\ A_{1,1,1}^{(s)} &= 9(8n_2 - 5\Omega_2) \cos(\Delta\omega) & ; & & A_{2,0,2}^{(s)} &= 12(44n_2 - 7n_1 - 21\Omega_2) \end{aligned} \quad (65)$$

con  $\gamma_0 = \frac{m_1}{\sigma_1}$  y  $\gamma_1 = -\frac{m_0}{\sigma_1}$ .

La velocidad de rotación estacionaria  $\langle \Omega_2 \rangle_{\text{stat}}$  que predicen estas ecuaciones puede ser fácilmente calculada, anulando la expresión (64) a cero. La forma explícita de la frecuencia rotacional de equilibrio obtenida es

$$\begin{aligned} \langle \Omega_2 \rangle_{\text{stat}} &= n_2(1 + 6e_2^2) + \frac{27}{2} \frac{\gamma_0 \gamma_1 (\gamma_0 + \gamma_1)}{\gamma_0^2 + \gamma_1^2} \left[ n_2 e_1 e_2 \cos(\Delta\omega) \right] \alpha \\ &+ 3 \frac{\gamma_0^2 \gamma_1^2}{\gamma_0^2 + \gamma_1^2} \left[ -2(n_1 - n_2) + (n_1 + 3n_2)e_1^2 - (13n_1 - 41n_2)e_2^2 \right] \alpha^2 \end{aligned} \quad (66)$$

Notemos que, en el caso límite en el cual la masa de una de las estrellas se reduce a cero, recuperamos la solución estacionaria clásica super-síncrona del problema de dos cuerpos  $\langle \Omega_2 \rangle_{\text{stat}} = (1 + 6e_2^2) n_2$  (Ferraz-Mello et al. (2008)). Por otro lado, para bajas excentricidades de la binaria y del planeta ( $e_1, e_2 \rightarrow 0$ ), el espín estacionario del planeta CB es sub-síncrono, por un factor que decrece como  $\alpha^2$  a medida que nos alejamos de la binaria y es máximo para componentes estelares de igual masa  $m_1 = m_0$ .

La Figura 32 muestra dos gráficos de color donde se muestra el valor de  $\langle \Omega_2 \rangle_{\text{stat}}$  como función de diferentes parámetros del sistema y condiciones iniciales.

El panel superior muestra la dependencia del espín de equilibrio del planeta CB con la distancia a la binaria y la masa de la estrella secundaria. Excepto por las condiciones iniciales muy próximas a la binaria o para el caso  $m_1/m_0 \lesssim 0.1$ , el valor estimado para  $\langle \Omega_2 \rangle_{\text{stat}}$  es siempre sub-síncrono respecto de la frecuencia orbital media. La curva negra a trazos corresponde al valor de equilibrio del espín como se obtiene a partir del problema de dos cuerpos ( $\langle \Omega_2 \rangle_{\text{stat}}/n_2 = 1 + 6e_2^2$ ). En comparación, nuestro modelo predice valores menores para prácticamente todos los parámetros del sistema, al menos para las excentricidades nominales consideradas. Esto parece implicar que aún en el caso de una estrella secundaria poco masiva o incluso un planeta interior de gran tamaño, el estado super-síncrono predicho por la solución de dos cuerpos es contrarrestado, generando importantes diferencias en la evolución de la dinámica rotacional.

La dependencia de  $\langle \Omega_2 \rangle_{\text{stat}}$  con las excentricidades de las órbitas es analizada en el panel inferior de la Figura 32. Primeramente, notamos que el estado de equilibrio sub-síncrono en el contexto CB sólomente es observado para excentricidades bajas del planeta CB, típicamente  $e_2 \lesssim 0.1 - 0.15$ , mientras que estados super-síncronos pueden obtenerse para planetas excéntricos. Sin embargo, a partir de las simulaciones de la Subsección 5.2.2 se espera que los efectos de marea amortigüen la excentricidad, por lo que  $\langle \Omega_2 \rangle_{\text{stat}} < n_2$  debería ser probablemente el estado rotacional más común en los planetas CB reales. Finalmente, notamos poca dependencia de los espines de equilibrio con respecto a la excentricidad de la binaria, la cual se comprende a partir de la Ecuación 66, donde se observa que

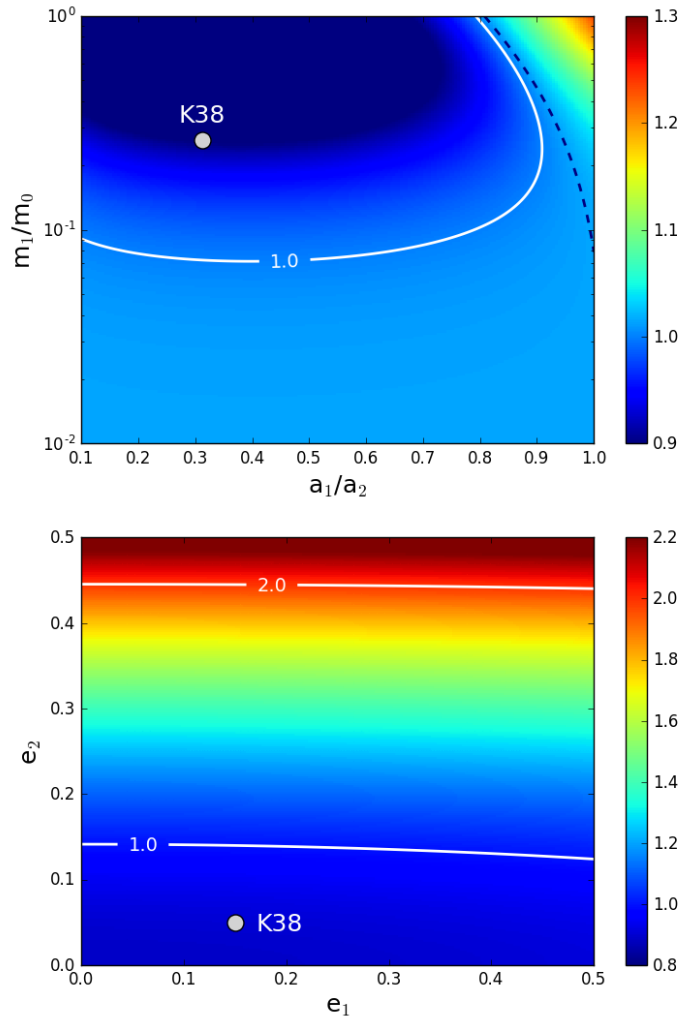


Figura 32: Espín estacionario de un planeta CB  $\langle \Omega_2 \rangle_{\text{stat}}/n_2$  como función de la razón de semiejes  $\alpha$  y de la masa de la estrella secundaria (panel superior), y como función de las excentricidades de la binaria y del planeta (panel inferior). Todos los otros parámetros se tomaron de la Tabla 4. La curva a trazos en el gráfico superior corresponde a  $\langle \Omega_2 \rangle_{\text{stat}}/n_2 = 1 + 6e_2^2$ . Los parámetros nominales de Kepler-38 se representan con un círculo blanco y la marca “K38”.

el espín planetario depende a  $\mathcal{O}(\alpha^0)$  de la excentricidad planetaria mientras que lo hace recién a partir de  $\mathcal{O}(\alpha^1)$  de la excentricidad de la binaria.

Para validar y evaluar la precisión de nuestro modelo analítico, la Figura 33 muestra cuatro conjuntos de simulaciones numéricas N-cuerpos diferentes, para la evolución del espín del planeta CB, considerando binarias con diferentes razones de masas y planetas en órbitas con diferentes excentricidades iniciales. Todos los resultados fueron filtrados digitalmente para remover variaciones de corto periodo.

La simulación correspondiente al panel superior derecho de la Figura 33 utiliza las condiciones iniciales de la Tabla 4 mientras que el panel inferior derecho considera un planeta CB inicialmente más excéntrico. Por su parte, los paneles de la izquierda exploran el caso en el cual la masa de la estrella secundaria es un orden de magnitud menor que el valor nominal. En todos los casos, las curvas negras corresponden a planetas CB inicialmente super-síncronos mientras que las curvas verdes corresponden a condiciones iniciales sub-síncronas. La curva a trazos amarilla, muestra el espín estacionario predicho por nuestro modelo (Ecuación (66)) mientras que la curva roja representa la solución estacionaria de 2-cuerpos.

En acuerdo con las simulaciones iniciales presentadas en la Subsección 5.2.1, el espín del planeta alcanza su estado estacionario muy tempranamente, en el orden de  $10^5$  años, y nuestro modelo parece reproducir el comportamiento de equilibrio extremadamente bien en todos los casos simulados. Además, en el caso de una estrella secundaria de baja masa (paneles de la izquierda), el espín de sincronización se encuentra muy próximo al predicho por el modelo de 2-cuerpos. Sin embargo, cuando consideramos binarias con razones de masa similares a las del sistema Kepler-38 (y de los sistemas *Kepler* en general, ver Sección 2.2), el espín de sincronización es muy diferente: sub-síncrono por una magnitud que puede ser muy importante para binarias de masa comparable. Debido a que las interacciones gravitatorias puras causan variaciones seculares de largo término en la excentricidad del planeta (ver Capítulo 4), el valor de  $\Omega_2$  también reproduce estas oscilaciones periódicas.

Finalmente, como puede observarse en la Ecuación (66), notamos que las soluciones estacionarias para los espines no son funciones de la masa planetaria  $m_2$  ni del radio físico  $\mathcal{R}_2$ . Por lo tanto, si asumimos que todos los planetas CB observados han alcanzado espines de equilibrio, es posible predecir su periodo de rotación simplemente a partir de las masas estelares y de las órbitas planetarias. Como ejemplo, considerando la máxima excentricidad posible para Kepler-38b (Orosz et al., 2012) y que dicho planeta se encuentra en el modo secular alineado (ver Subsección 5.2.2), estimamos el periodo de rotación planetario en  $P_{K38} \simeq 118$  días, alrededor de un 12% mayor que el predicho por el modelo de sincronización clásico 2-cuerpos.

### 5.3.2 Ecuaciones variacionales para la evolución orbital

Habiendo desarrollado un modelo analítico para la dinámica rotacional, ponemos ahora nuestra atención en la evolución temporal de la órbita. Como antes, nos

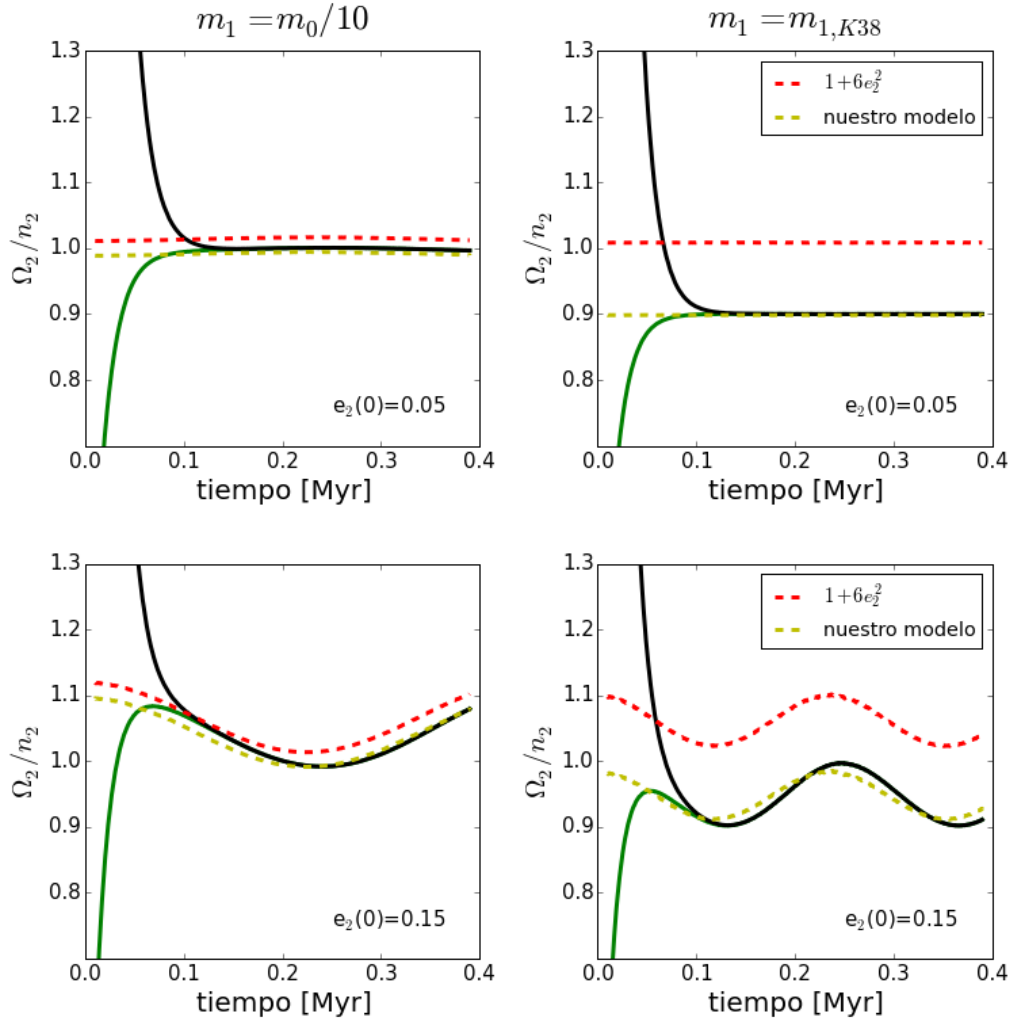


Figura 33: Simulaciones N-cuerpos de la evolución del espín de planetas CB ficticios, considerando binarias con diferentes razones de masa (diferentes columnas) y diferentes excentricidades planetarias iniciales (diferentes filas). En todos los paneles, las curvas negras corresponden a la evolución de un planeta inicialmente super-síncrono mientras que las curvas verdes representan el caso inicialmente sub-síncrono. Las curvas a trazos amarillos corresponden a los espines estacionarios predichos por nuestro modelo (Ecuación 66) mientras que las curvas a trazos rojas son las soluciones estacionarias de 2-cuerpos.

concentraremos en el planeta CB, aunque expresiones completamente análogas pueden deducirse para la binaria.

Siguiendo a [Beutler \(2005\)](#), las ecuaciones variacionales para el semieje planetario en el sistema de Jacobi pueden escribirse como

$$\frac{da_2}{dt} = \frac{2a_2^2}{\mathcal{G}\sigma_2}(\dot{\boldsymbol{\rho}}_2 \cdot \delta\mathbf{f}_2), \quad (67)$$

donde  $\delta\mathbf{f}_2$  denota la fuerza tidal total (por unidad de masa) perturbando el movimiento de 2-cuerpos del planeta alrededor del centro de masa de  $m_0$  y  $m_1$ , y tiene la forma:

$$\delta\mathbf{f}_2 = \frac{\mathbf{F}_2}{m_2} - \frac{1}{\sigma_1}(\mathbf{F}_0 + \mathbf{F}_1). \quad (68)$$

Sustituyendo en la Ecuación (55) para expresar la fuerza total en términos de las interacciones individuales de marea entre dos cuerpos, se obtiene

$$\delta\mathbf{f}_2 = \frac{1}{\beta_2} \left[ (\mathbf{F}_{2,0} - \mathbf{F}_{0,2}) + (\mathbf{F}_{2,1} - \mathbf{F}_{1,2}) \right], \quad (69)$$

donde  $\beta_i = \frac{m_i\sigma_{i-1}}{\sigma_i}$  es la masa reducida (e.g. [Beaugé et al., 2007](#)).

La expresión (69) muestra que la fuerza tidal total  $\delta\mathbf{f}_2$  puede descomponerse en términos de las diferencias del tipo  $(\mathbf{F}_{2,j} - \mathbf{F}_{j,2})$ , donde  $j = 0, 1$ . A partir de las Ecuaciones (56), cada una de estas diferencias puede explícitamente obtenerse como

$$\mathbf{F}_{2,j} - \mathbf{F}_{j,2} = -\frac{\mathcal{K}_j^{(+)}}{|\Delta_{2j}|^{10}} \left[ 2(\Delta_{2j} \cdot \dot{\Delta}_{2j})\Delta_{2j} + \Delta_{2j}^2(\Delta_{2j} \times \bar{\Omega}_2^{(j)} + \dot{\Delta}_{2j}) \right], \quad (70)$$

donde hemos definido  $\mathcal{K}_j^{(+)} = \mathcal{K}_{2,j} + \mathcal{K}_{j,2}$  y la nueva "frecuencia rotacional promedio" es

$$\bar{\Omega}_2^{(j)} = \frac{\mathcal{K}_{2,j}\Omega_j + \mathcal{K}_{j,2}\Omega_2}{\mathcal{K}_{2,j} + \mathcal{K}_{j,2}}. \quad (71)$$

Notemos que la expresión (70) tiene la misma forma funcional que la fuerza tidal en el problema de 2-cuerpos (Ecuación 56) con magnitud dada por  $\mathcal{K}_j^{(+)}$  y frecuencia rotacional definida por  $\bar{\Omega}_2^{(j)}$ . En el límite donde  $m_1 \rightarrow 0$  y  $\mathcal{R}_1 \rightarrow 0$ , el término en la fuerza tidal asociado con  $\mathcal{K}_1^{(+)}$  se reduce a cero y recuperamos la expresión que en el caso clásico de 2-cuerpos.

Expresando las fuerzas tidales en términos de las coordenadas de Jacobi a partir de  $\Delta_{2j} = \boldsymbol{\rho}_2 + \gamma_j\boldsymbol{\rho}_1$  ( $j = 0, 1$ ), sustituyendo en la Ecuación de Gauss (67) para expandir en serie de potencias de  $\alpha$ ,  $e_1$  y  $e_2$  y, finalmente, promediando sobre las longitudes medias, obtenemos:

$$\left\langle \frac{da_2}{dt} \right\rangle = \frac{n_2}{\mathcal{G}m_2\sigma_2a_2^4} \sum_{i=0}^4 \sum_{j,k=0}^2 \sum_{l=0}^1 A_{i,j,k,l}^{(a)} \mathcal{K}_1^{(+)} \gamma_1^i \alpha^i e_1^j e_2^k, \quad (72)$$

donde los coeficientes no nulos están explícitamente dados por

$$\begin{aligned}
A_{0,0,0,l}^{(a)} &= 2 \left[ \bar{\Omega}_2^{(l)} - n_2 \right] \\
A_{0,0,2,l}^{(a)} &= \left[ 27\bar{\Omega}_2^{(l)} - 46n_2 \right] \\
A_{1,1,1,l}^{(a)} &= 6 \left[ 12\bar{\Omega}_2^{(l)} - 19n_2 \right] \cos(\Delta\omega) \\
A_{2,0,0,l}^{(a)} &= 2 \left[ 12\bar{\Omega}_2^{(l)} + 5n_1 - 17n_2 \right] \\
A_{2,2,0,l}^{(a)} &= \left[ 36\bar{\Omega}_2^{(l)} - 5n_1 - 51n_2 \right] \\
A_{2,0,2,l}^{(a)} &= \left[ 528\bar{\Omega}_2^{(l)} + 220n_1 - 1135n_2 \right] \\
A_{3,1,1,l}^{(a)} &= \frac{25}{2} \left[ 96\bar{\Omega}_2^{(l)} + 32n_1 - 193n_2 \right] \cos(\Delta\omega) \\
A_{4,0,0,l}^{(a)} &= 20 \left[ 6\bar{\Omega}_2^{(l)} + 5n_1 - 11n_2 \right] \\
A_{4,2,0,l}^{(a)} &= 100 \left[ 6\bar{\Omega}_2^{(l)} + n_1 - 11n_2 \right] \\
A_{4,0,2,l}^{(a)} &= 10 \left[ 390\bar{\Omega}_2^{(l)} + 325n_1 - 1008n_2 \right].
\end{aligned} \tag{73}$$

La Figura 34 muestra el valor normalizado de  $\langle da_2/dt \rangle$  en el plano  $(\alpha, m_1/m_0)$  para un planeta CB con espín sincronizado (Ecuación (66)), para tres diferentes valores de excentricidades de la binaria y del planeta. Para cada valor de  $m_1$ , el radio físico de la estrella fue modificado de acuerdo a  $\mathcal{R}_1 \simeq (m_1/m_\odot)^{0.9} \mathcal{R}_\odot$  (Demircan & Kahraman (1991)). Todas las condiciones iniciales y parámetros físicos que resultan en migración tidal planetaria hacia el interior del sistema se colorean en tonos azules, mientras que el caso de migración hacia el exterior en tonos de rojo. El límite entre ambos comportamientos, se muestra con una curva blanca. Las condiciones iniciales y parámetros empleados en el panel superior corresponden a los valores nominales del sistema donde además se señala la posición en este diagrama de Kepler-38 con un círculo blanco.

Aunque todas las figuras muestran diferencias cuantitativas en función de las excentricidades, en todos los casos parece existir un valor mínimo de  $m_1/m_0$  a partir del cual las interacciones de marea del sistema resultan en una migración hacia el exterior del sistema para el planeta. El valor crítico de  $m_1$  parece ser mayor cuanto más excéntrica es la binaria y menor para estrellas en órbitas casi circulares. Como se esperaba, a medida que  $m_1 \rightarrow 0$  la migración tiende a ser hacia el interior del sistema, en acuerdo con los resultados del caso de 2-cuerpos.

Es necesario señalar que nuestro modelo analítico fue obtenido a partir de una expansión de Legendre de las funciones elípticas, truncadas a orden cuatro en  $\alpha$ . Consecuentemente, no se espera que los resultados obtenidos en la Figura 32 sean apropiados (o incluso válidos) para  $\alpha \rightarrow 1$ . Sin embargo, con fines ilustrativos, hemos optado por incluir el rango completo. Similarmente, esperamos que nuestro modelo pierda precisión para el caso de altas excentricidades.

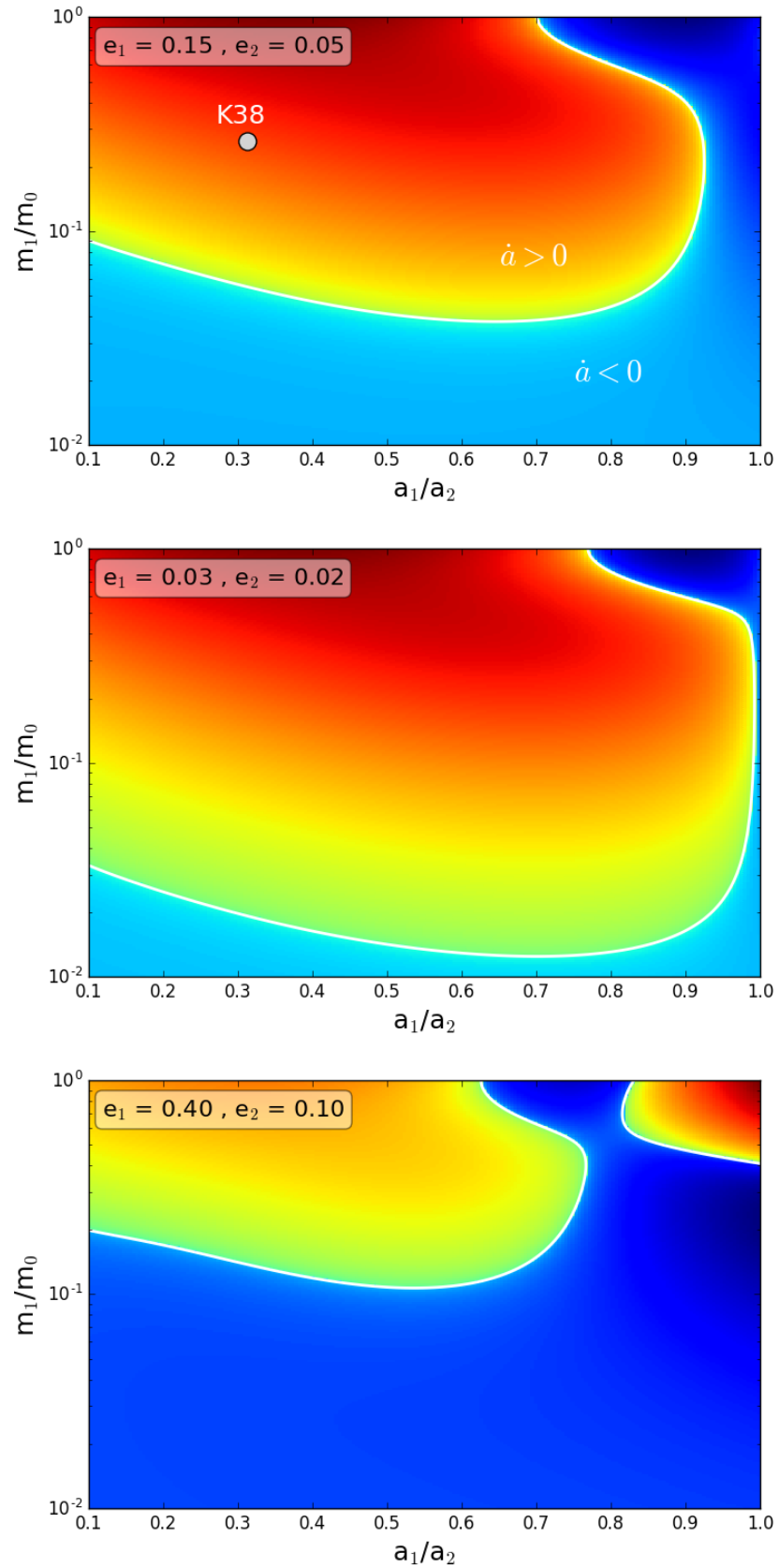


Figura 34: Variación secular normalizada del semieje de un planeta CB sincronizado respecto del tiempo, como función de la razón de masas entre las estrellas y  $\alpha$ . Cada panel muestra resultados de diferentes excentricidades de las órbitas, las cuales se asumen fijas para este análisis. Los tonos azules representan regiones donde el planeta migra hacia el interior del sistema, mientras que los tonos rojos señalan regiones donde la migración es hacia el exterior. Los parámetros de Kepler-38 se resaltan en el panel superior.

La variación temporal de la excentricidad  $e_2$  puede encontrarse a partir del momento angular orbital, expresado en el referencial de Jacobi  $\mathbf{L}_2$ . En el caso planar que estamos considerando, tenemos que

$$L_2 = \sqrt{\mathbf{L}_2 \cdot \mathbf{L}_2} = \beta_2 \sqrt{\mathcal{G}\sigma_2 a_2 (1 - e_2^2)}, \quad (74)$$

cuya variación temporal debido a las fuerzas de marea resulta en

$$\frac{1}{\beta_2} \dot{L}_2 = \frac{\mathcal{G}\sigma_2 \beta_2}{2L_2} \left( (1 - e_2^2) \frac{da_2}{dt} - a_2 \frac{de_2^2}{dt} \right) = (\boldsymbol{\rho}_2 \times \delta \mathbf{f}_2) \cdot \hat{\mathbf{z}}_2. \quad (75)$$

donde  $\hat{\mathbf{z}}_2$  es el versor paralelo al momento angular orbital. Despejando el término asociado a la excentricidad, finalmente obtenemos:

$$\frac{d}{dt}(e_2^2) = \frac{1}{a_2} \left[ (1 - e_2^2) \frac{da_2}{dt} - \frac{2L_2}{\mathcal{G}\sigma_2 \beta_2} \left( (\boldsymbol{\rho}_2 \times \delta \mathbf{f}_2) \cdot \hat{\mathbf{z}}_2 \right) \right]. \quad (76)$$

Si ahora introducimos expansiones elípticas y promediamos sobre términos de corto periodo, de manera similar a como lo hicimos para obtener la Ecuación (72), obtenemos:

$$\left\langle \frac{de_2^2}{dt} \right\rangle = \frac{n_2}{4\mathcal{G}m_2\sigma_2 a_2^5} \sum_{i=0}^4 \sum_{j,k=0}^2 \sum_{l=0}^1 A_{i,j,k,l}^{(e)} \mathcal{K}_l^{(+)} \gamma_l^i \alpha^j e_1^k e_2^k, \quad (77)$$

donde ahora los coeficientes no nulos están dados por

$$\begin{aligned} A_{0,0,2,l}^{(e)} &= 4 \left[ 11\bar{\Omega}_2^{(l)} - 18n_2 \right] \\ A_{1,1,1,l}^{(e)} &= 2 \left[ 39\bar{\Omega}_2^{(l)} - 54n_2 \right] \cos(\Delta\omega) \\ A_{2,0,2,l}^{(e)} &= 20 \left[ 36\bar{\Omega}_2^{(l)} + 15n_1 - 74n_2 \right] \\ A_{3,1,1,l}^{(e)} &= 10 \left[ 102\bar{\Omega}_2^{(l)} + 34n_1 - 185n_2 \right] \cos(\Delta\omega) \\ A_{4,0,2,l}^{(e)} &= 40 \left[ 139\bar{\Omega}_2^{(l)} + 95n_1 - 282n_2 \right]. \end{aligned} \quad (78)$$

Contrariamente al caso de la variación de semieje  $da_2/dt$ , como veremos a continuación, la excentricidad de un planeta cuyo espín ha alcanzado el estado estacionario siempre es amortiguada, al menos para el gran número de condiciones iniciales y parámetros explorados en este Capítulo.

#### 5.4 COMPARACIÓN CON INTEGRACIONES NUMÉRICAS

La precisión de nuestro modelo analítico es estudiada a partir de seleccionar un conjunto de condiciones iniciales y comparar la variación temporal en el semi-eje mayor y la excentricidad del planeta CB predichas por las Ecuaciones (72) y (77), con los resultados numéricos que se obtienen utilizando las ecuaciones originales sin expandir (67) y (76). Nuevamente para este análisis hemos considerado los parámetros de referencia del sistema detallados en la Tabla 4 pero variamos la excentricidad planetaria y la razón de semiejes  $\alpha$  para explorar diferentes escenarios. En cada caso calculamos  $da_2/dt$  y  $de_2/dt$  como función de la masa reducida



$\tilde{\mu} = \frac{m_1}{m_0+m_1}$ , a partir de variar el valor de  $m_1$ . Debido a las cortas escalas de tiempo de sincronización rotacional observadas en la simulaciones (ver Subsección 5.2.1), hemos considerado espines estacionarios tanto para las estrellas como para el planeta, de acuerdo a la Ecuación (66).

Los resultados se muestran en la Figura 39. En todos los paneles, los colores representan diferentes excentricidades planetarias ( $e_2 = 0.01$  en azul,  $e_2 = 0.05$  en verde y  $e_2 = 0.1$  en rojo) mientras que el tipo de curva hace referencia al método de cálculo de la variación temporal (línea continua para numérico, a partir de las Ecuaciones (67) y (76), y línea a trazos para analítico, utilizando (72) y (77)). Diferentes filas corresponden a diferentes valores de  $\alpha$ : el valor de referencia en los paneles inferiores ( $\alpha = 5/16$ , ver Tabla 4) y la mitad de dicho valor en los paneles superiores.

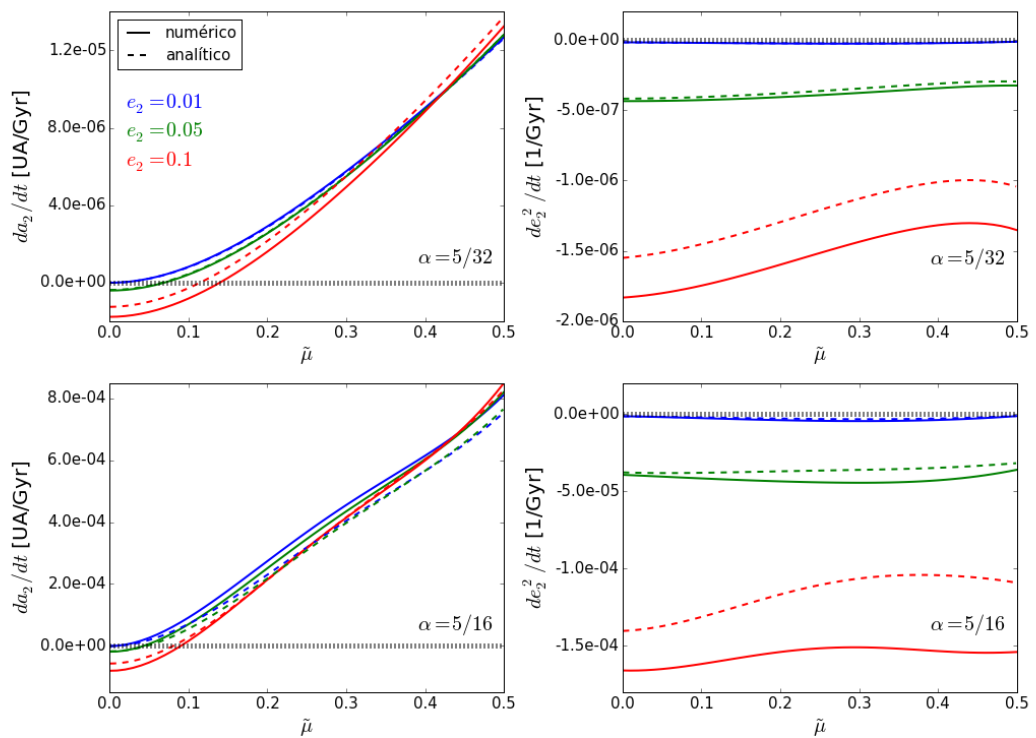


Figura 35: Derivada temporal del semieje mayor (paneles de la izquierda) y de la excentricidad (paneles de la derecha) de un planeta CB sincronizado, a diferentes distancias de la binaria:  $\alpha = 5/32$  (paneles superiores) y  $\alpha = 5/16$  (paneles inferiores). Diferentes colores representan diferentes excentricidade para el planetas ( $e_2 = 0.01$  en azul,  $e_2 = 0.05$  en verde y  $e_2 = 0.1$  en rojo) y diferentes tipos de curvas representan diferentes métodos de cálculo: numérico (línea llena) y analítico (línea a trazos). En este gráfico las componentes estelares también se asumen sincronizadas.

A partir de los paneles derechos es posible notar que, una vez que los cuerpos del sistema han adquirido espines estacionarios, como resultado de las fuerzas de marea la excentricidad del planeta CB siempre decrece, a una tasa que parece ser

poco dependiente de la masa de la estrella secundaria. Sin embargo, como en el caso de 2-cuerpos,  $e_2$  decae más rápidamente para planetas excéntricos. Por lo tanto, en resumen, el efecto tidal sobre la excentricidad del planeta CB es muy similar al caso en el que los cuerpos orbitan una estrella simple: en ausencia de fuerzas adicionales, se espera que el sistema evolucione hacia órbitas cuasi-circulares. Debido a que nuestro modelo sólo incluye términos hasta segundo orden en excentricidades  $e_i$ , la precisión del mismo decrece sustancialmente para excentricidades grandes, resultando en un error relativo del orden de 20 % para  $e_2 \sim 0.1$ . Este inconveniente es resuelto en el Capítulo 6, a partir de la construcción de un modelo secular analítico válido para excentricidades arbitrarias de la binaria y el planeta.

La tasa de cambio en semieje mayor (paneles izquierdos de la Figura 39) muestra un mejor acuerdo entre nuestro modelo expandido y las ecuaciones promediadas completas, resultando en prácticamente la misma magnitud en las derivadas temporales, incluso para excentricidades moderadas. En particular, el valor de masa reducida crítica  $\bar{\mu}_{crit}$  asociado al límite entre la migración orbital hacia el interior o hacia el exterior del sistema es muy bien reproducido.

Finalmente, en la Figura 36 mostramos la dependencia del valor crítico  $\bar{\mu}_{crit}$  con la distancia del planeta a la binaria  $\alpha$ , para diferentes excentricidades. Como antes, los cálculos realizados con las ecuaciones completas se muestran en líneas continuas, mientras que las curvas a trazo representan los resultados obtenidos con el modelo analítico expandido, incluyendo términos hasta orden cuatro en  $\alpha$ . Para evaluar la necesidad de tan altos órdenes en este parámetro, las líneas punteadas muestran resultados análogos, pero esta vez truncando la expansión hasta tercer orden en razón de semiejes. Mientras la precisión del modelo analítico orden 4 es muy buena hasta  $\alpha \sim 0.3$ , la versión truncada a orden 3 muestra una región de validez mucho menor, reducida sólo hasta  $\alpha \sim 0.1$ . Por lo tanto, sistemas como Kepler-38 donde los planetas CB se encuentran muy próximos a la binaria, requieren un modelo de alto orden en  $\alpha$  para reproducir la dinámica de manera precisa.

## 5.5 RESUMEN Y CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO

En este capítulo hemos presentado un modelo para tratar las mareas en sistemas CB con un planeta, en el cual todos los cuerpos se asumen extensos y tidalmente interactuantes. Para construirlo, se consideró el régimen de fricción débil, donde las fuerzas tidales pueden ser aproximadas por las expresiones clásicas de [Mignard \(1979\)](#) y se procedió en dos pasos:

Primeramente, hemos realizado una revisión de la teoría de Mignard a partir de estudiar cuáles son las fuerzas tidales que tienen un efecto neto en la evolución dinámica del sistema. En el problema clásico de 2-cuerpos, donde los torques se computan sobre el mismo cuerpo que ejerce la deformación, los torques de orden-0 en el tiempo de retardo  $\Delta t$  de Mignard tienen efecto secular neto nulo. En este trabajo demostramos que estos torques también tienen efectos seculares nulos cuando se computan sobre un tercer cuerpo, siempre y cuando no existan resonancias de movimientos medios entre los cuerpos que forman el sistema. Por tanto, en el problema CB no-resonante, las únicas fuerzas que deben ser tenidas

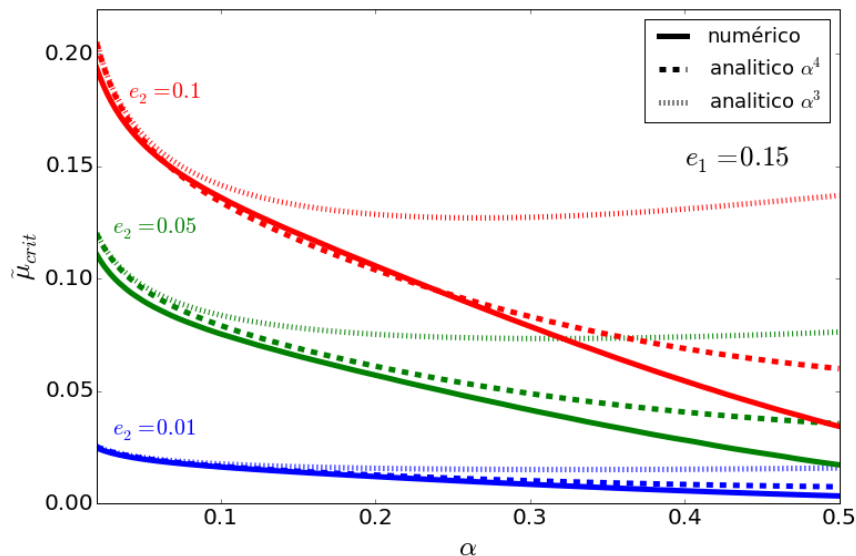


Figura 36: Valor crítico  $\bar{\mu}$  por encima del cual los efectos de marea sobre el planeta conducen a que migre hacia el exterior del sistema. Diferentes colores representan diferentes excentricidades para el planeta CB (igual que en la Figura 39) y diferentes tipos de curvas refieren a diferentes métodos de cálculo: numérico (curvas continuas), analítico orden-4 en  $\alpha$  (líneas a trazos) y analítico orden-3 (línea punteada).

en cuenta son aquellas que están aplicadas sobre el mismo cuerpo que ejerce la deformación. En el caso resonante, en cambio, los torques de orden 0 pueden tener efectos importantes y sus consecuencias serán investigadas en un trabajo próximo.

En segundo lugar, hemos incorporado las fuerzas tidales a las ecuaciones de movimiento gravitatorias con una abordaje auto-consistente. Esto significa que hemos considerado que cada uno de los cuerpos es deformado por los otros dos y que, además, existe una fuerza de reacción a cada fuerza de marea aplicada. Como resultado, se obtuvieron ecuaciones de evolución de los espines para todos los cuerpos y ecuaciones de evolución orbital para el planeta CB.

Una serie de simulaciones numéricas fueron realizadas, considerando al sistema Kepler-38 como ejemplo de prueba, para poder comparar los resultados de este modelo con los obtenidos en el Capítulo 3 de esta tesis. Dichas simulaciones muestran que en los estadios tempranos del sistema, la dinámica está dominada por la sincronización de los espines de los cuerpos: el planeta, asumido como cuerpo rocoso, se sincroniza muy rápidamente (en algunos Myrs) en un espín estacionario por debajo del movimiento medio orbital. Por otro lado, las estrellas alcanzan espines super-síncronos en algunos Gyrs, cuyos valores son predichos por el problema clásico de 2-cuerpos. La subsecuente evolución orbital de la binaria es muy poco afectada por el planeta y resulta en un decaimiento del semieje mayor  $a_1$  y de la excentricidad  $e_1$ .

El evolución orbital a largo plazo del planeta, una vez adquirido su espín estacionario, es muy peculiar: como resultado de las interacciones de marea migra hacia el exterior del sistema y la dirección de migración no depende de la excentricidad

planetaria inicial ni del parámetro tidal asumido para éste. Más aún, la migración mostró no ser el resultado indirecto de la migración tidal de la binaria, ya que aún fue observada cuando las interacciones de marea entre las componentes estelares era artificialmente anulada.

Durante la migración tidal, la excentricidad del planeta oscila alrededor de la excentricidad media, la cual decrece a medida que nos alejamos de la binaria, de acuerdo a lo que encontramos en el Capítulo 4. Para algunas condiciones iniciales, se encontró que la diferencia de pericentros entre la órbita del planeta y la de la binaria  $\Delta\omega$  libra alrededor de cero. Por lo tanto, remarcamos que al estudiar la evolución tidal secular de los planetas CB, el procedimiento usual de promediar sobre las longitudes de pericentro puede no ser apropiado.

Para comprender mejor los resultados numéricos, hemos construido un modelo secular analítico, al expandir las ecuaciones orbitales y rotacionales y promediar sobre las longitudes medias. Respecto de los espines, la simplicidad de las ecuaciones completas, nos permite obtener muy buen acuerdo con las simulaciones N-cuerpos, expandiendo sólo hasta segundo orden en  $\alpha$  y en las excentricidades  $e_1$  y  $e_2$ . Al hacerlo, obtuvimos una ecuación simple para estimar el espín estacionario de planetas CB, la cual no depende de la masa ni del radio planetario. En este caso, la aproximación analítica fue validada por medio de una comparación de los espines planetarios estacionarios obtenidos con simulaciones numéricas.

Contrariamente al caso de los espines, el modelo analítico para la evolución orbital requirió una expansión hasta orden 4 en  $\alpha$ . Aunque hemos encontrado buenos resultados manteniendo las excentricidades hasta orden 2, el modelo no es capaz de reproducir la dinámica de sistemas con excentricidades moderadas y altas (como las que exhiben varios de los sistemas CB *Kepler*), lo cual motivó el desarrollo de un modelo analítico cerrado en excentricidades, como el que se presentará en el Capítulo 6.

Respecto de la evolución de la excentricidad, hemos encontrado que las fuerzas de marea sobre los planetas CB sincronizados siempre parecen conducir a una circularización de las órbitas. Además, al igual que en el caso de 2-cuerpos, hemos observado una fuerte dependencia con las excentricidades pero sólo una contraparte débil con la razón de masas entre las componentes estelares. Por otro lado, la compleja dependencia de la evolución del semieje del planeta con la masa de las estrellas se refleja en el hecho de que la dirección de migración depende de la razón de masas de la binaria: para sistemas en los cuales la secundaria es muy poco masiva, incluso en el caso en el que la compañera secundaria es un planeta, la dirección de migración tidal es hacia el interior. Sin embargo, cuando las masas de ambas estrellas se consideran del mismo orden, el planeta migra hacia el exterior del sistema. El valor crítico de razón de masas para el cual se observa el cambio en la dirección de migración depende a su vez de la excentricidad planetaria pero también de la distancia del planeta a la binaria, aunque puede ser muy bien estimado con nuestro modelo.

Finalmente mencionamos que la magnitud de migración en semieje del planeta es sensible tanto a su excentricidad planetaria como a la proximidad en la que se encuentra respecto de la binaria. Sin embargo, está principalmente dominada por la cantidad de energía que disipa debido a las mareas, caracterizada por el parámetro tidal  $Q_2'$ . Poco se conoce sobre el valor que puede alcanzar este paráme-

tro, especialmente en planetas extrasolares donde la incerteza sobre la estructura interna es tan grande. Sin embargo, la inesperada migración hacia el exterior del planeta CB parece ser sólo función de las masas estelares y de la configuración orbital del sistema.

## MODELO SECULAR ANALÍTICO DE EVOLUCIÓN TIDAL DE SISTEMAS CON EXCENTRICIDADES ARBITRARIAS

En el Capítulo 5, hemos presentado un modelo tidal autoconsistente de fricción débil para sistemas CB. Utilizando al sistema Kepler-38 como ejemplo de aplicación, encontramos varios comportamientos interesantes para el planeta: por ejemplo, sincronización en un estado sub-síncrono y, sobre largas escalas de tiempo, migración hacia el exterior del sistema. Además, hemos derivado expresiones analíticas para las ecuaciones variacionales rotacionales y orbitales, a partir de expansiones elípticas de bajo orden en razón de semiejes y excentricidades. Si bien la aproximación analítica reproducía muy bien el resultado de simulaciones analíticas de órbitas poco excéntricas, el modelo no podía ser aplicado a sistemas como Kepler-34 (Welsh et al., 2012) y Kepler-413 (Kostov et al., 2014), con excentricidades moderadas o altas.

En el presente trabajo presentamos y discutimos una versión extendida del modelo analítico expandido (Sección 5.3), el cual es válido para cualquier excentricidad de la binaria y del planeta CB.

### 6.1 MODELO SECULAR ANALÍTICO

Nuevamente consideramos el problema CB planar con masas estelares  $m_0$  y  $m_1$ , y planeta con masa  $m_2$ . Todos los cuerpos son extensos con radios  $\mathcal{R}_i$  y deformables por las mareas de ambos compañeros de acuerdo a las fuerzas de Mignard (1979). De acuerdo a la Sección 5.1.1, en ausencia de RMM entre los cuerpos, los *torques cruzados* pueden despreciarse y las únicas fuerzas tidales que deben ser tenidas en cuenta sobre cada cuerpo  $m_i$  son las que causa la propia deformación de  $m_i$  sobre sus compañeras.

Desde un sistema inercial con origen arbitrario donde la posición de cada cuerpo  $m_i$  se denota por  $\mathbf{R}_i$ , las ecuaciones de evolución orbital pueden ser expresadas como la suma de las interacciones de masa puntual con las fuerzas de marea, como (ver Ecuación (54))

$$m_i \ddot{\mathbf{R}}_i = \sum_{j=0, j \neq i}^2 \left( \frac{\mathcal{G} m_i m_j}{|\Delta_{ij}|^3} \Delta_{ji} + (\mathbf{F}_{ij} - \mathbf{F}_{ji}) \right), \quad i = 0, 1, 2 \quad (79)$$

donde  $\mathcal{G}$  es la constante gravitatoria,  $\Delta_{ij} \equiv \mathbf{R}_i - \mathbf{R}_j$  y  $\mathbf{F}_{ij}$  denota la fuerza de marea actuando sobre  $m_i$  debido a la deformación que ésta induce en  $m_j$  cuya expresión explícita está dada en la Ecuación (56).

La dinámica rotacional puede ser deducida a partir de la conservación del momento angular total. Asumiendo que la variación en el momento angular de espín del cuerpo  $m_i$  es solamente debido a la contribución asociada a su propia deformación, es posible desacoplar las ecuaciones de evolución de los espines de cada cuerpo para obtener (ver Ecuación (62))

$$\frac{d\boldsymbol{\Omega}_i}{dt} = \frac{1}{\mathcal{C}_i} \sum_{j \neq i} \frac{\mathcal{K}_{ji}}{|\Delta_{ji}|^6} \left[ \frac{\Delta_{ji} \times \dot{\Delta}_{ji}}{|\Delta_{ji}|^2} - \boldsymbol{\Omega}_i \right], \quad i = 0, 1, 2 \quad (80)$$

donde  $\boldsymbol{\Omega}_i$  y  $\mathcal{C}_i$  son, respectivamente, la velocidad angular y el momento principal de inercia de  $m_i$  y  $\mathcal{K}_{ji}$  es la amplitud de la fuerza de marea  $\mathbf{F}_{ji}$  explícitamente dada por la Ecuación (57).

Para construir el modelo analítico de las ecuaciones de evolución orbital (79) y rotacional (80), primeramente adoptamos el referencial de Jacobi para las posiciones y velocidades de los cuerpos. La relación entre los vectores de posición jacobianos  $\boldsymbol{\rho}_i$  en términos de su contraparte inercial puede encontrarse en el sistema (63).

A continuación, con el objetivo de desarrollar un modelo válido para cualquier excentricidad de la binaria y el planeta, notamos que las Ecuaciones (79) y (80) dependen de potencias de la inversa de las distancias relativas, es decir  $|\Delta_{ij}|^{(-n)} \equiv |\mathbf{R}_j - \mathbf{R}_i|^{(-n)}$ , con  $n$  un entero positivo. Asumiendo momentáneamente que  $t = R_i/R_j < 1$ , podemos escribir

$$g^{(n)}(t, x) \equiv \left( \frac{R_j}{|\Delta_{ij}|} \right)^n = (1 + t^2 - 2tx)^{-n/2} \quad (81)$$

donde  $x$  es el coseno del ángulo entre ambos vectores de posición. La expansión de  $g^{(1)}(t, x)$  en serie de potencias de  $t$  es bien conocida

$$g^{(1)}(t, x) = \sum_{k=0}^{\infty} t^k P_k(x) \quad (82)$$

con  $P_k(x)$  el polinomio de Legendre de grado  $k$ . De manera similar, para  $n > 1$  es posible introducir polinomios "generalizados"  $Z_k^{(n)}(x)$  de manera que

$$g^{(n)}(t, x) = \sum_{k=0}^{\infty} t^k Z_k^{(n)}(x) \quad (83)$$

con  $Z_k^{(0)}(x) = 1$  y  $Z_k^{(1)}(x) = P_k(x)$  para todos los valores de  $k \geq 0$ . Para  $n > 1$ , estos nuevos polinomios pueden obtenerse de las funciones de Legendre a partir de relaciones de recurrencia. Escribiendo  $g^{(n)}(t, x) = g^{(n-1)}(t, x) \cdot g^{(1)}(t, x)$ , reemplazando cada función por su expansión en serie e igualando cada potencia de  $t$ , encontramos

$$Z_k^{(n)}(x) = \sum_{j=0}^k P_{k-j}(x) Z_j^{(n-1)}(x). \quad (84)$$

Finalmente introduciendo estas expresiones en las Ecuaciones de movimiento, transformando los vectores de posición y velocidad a variables de Jacobi para luego promediar sobre las longitudes medias  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$ , encontramos expresiones analíticas cerradas en término de las excentricidades  $e_1$  y  $e_2$ . El procedimiento es análogo al adoptado por Mignard (1980) en el caso de dos cuerpos, con dos importantes excepciones:

1. En el problema de 3-cuerpos es necesario realizar expansiones en  $\alpha = a_1/a_2$ . En nuestro caso, de acuerdo a la experiencia de Capítulo 5 (Especialmente, Sección 5.4) hemos optado por un desarrollo hasta cuarto orden (i.e.  $k = 4$ ) pero
2. No hemos promediado sobre  $\omega_1$  y  $\omega_2$ . Mientras que esto hubiera simplificado mucho las ecuaciones resultantes, en la Sección 5.2 hemos observado que, en algunas simulaciones típicamente asociadas a baja excentricidad planetaria, el planeta y la secundaria entraban en el modo secular alineado donde  $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 \sim 0$ . Como consecuencia, los términos dependientes de  $\Delta\omega$  pueden tener una contribución neta en la dinámica a largo plazo, al menos para algunas condiciones iniciales.

El procedimiento completo fue llevado adelante con la ayuda de un manipulador algebraico. Algunas expresiones intermedias necesitaron ser expandidas a quinto orden en  $t = R_i/R_j$  para evitar pérdida de precisión en los resultados finales. El proceso fue muy complejo, especialmente para  $k > 2$ , donde encontramos poco beneficio en trabajar explícitamente con las funciones  $Z_k^{(n)}(x)$ . Sin embargo, mantenemos su definición y relaciones de recurrencia ya que pueden ser útiles para teorías a orden cuadrupolar.

### 6.1.1 Evolución del espín planetario

La técnica descrita arriba fue aplicada tanto a las ecuaciones variacionales orbitales como a las rotacionales. En este último caso, hasta cuarto orden en razón de semiejes  $\alpha = a_1/a_2$ , obtenemos

$$\left\langle \frac{d\Omega_2}{dt} \right\rangle = \frac{3\mathcal{G}\mathcal{R}_2^5 k_{2,2} \Delta t_2}{2\mathcal{C}_2 a_2^6} \sum_{i=0}^4 K_i^{(s)} \left( A_i^{(s)} n_1 + B_i^{(s)} n_2 + C_i^{(s)} \Omega_2 \right) \alpha^i, \quad (85)$$

donde  $\Delta t_2$  y  $k_{2,2}$  son el tiempo de retardo y el segundo número de love del planeta CB,  $n_1$  y  $n_2$  los movimientos medios de la binaria y el planeta, y

$$K_i^{(s)} = \gamma_0^i m_0^2 + \gamma_1^i m_1^2, \quad \gamma_0 = \frac{m_1}{\sigma_1}, \quad \gamma_1 = -\frac{m_0}{\sigma_1}. \quad (86)$$

Los coeficientes  $A_i^{(s)}$ ,  $B_i^{(s)}$  y  $C_i^{(s)}$ , son funciones de las excentricidades de las órbitas y de la diferencia entre longitudes de pericentros, como se listan en el Apéndice .1.

Para evaluar la precisión de este nuevo modelo analítico, hemos considerado un sistema CB genérico, con masa primaria  $m_0 = 1m_\odot$  y radio físico  $\mathcal{R}_0 = 1\mathcal{R}_\odot$ , junto a una estrella secundaria con masa  $m_1 = m_0/3$  y radio físico  $\mathcal{R}_1 = (m_1/m_\odot)^{0.9}\mathcal{R}_\odot$  (Demircan & Kahraman, 1991). El parámetro de masa resultante de la binaria es entonces  $\bar{\mu} = m_1/(m_0 + m_1) = 0.25$ . El semieje mayor de la binaria se fijó en  $a_1 = 0.15$  UA. Respecto del planeta, elegimos  $m_2 = 10m_\oplus$  y  $\mathcal{R}_2 = 4\mathcal{R}_\oplus$ , con momento principal de inercia dado por  $\mathcal{C}_2 = 0.25m_2\mathcal{R}_2^2$  y parámetro de disipación tidal  $Q'_2 = 3/(2n_2k_{2,2}\Delta t_2) = 10$ .

La Figura 37 muestra la derivada temporal de  $\Omega_2$  como función de  $\alpha$  para tres diferentes conjuntos de excentricidades. Diferentes curvas resultan de diferentes



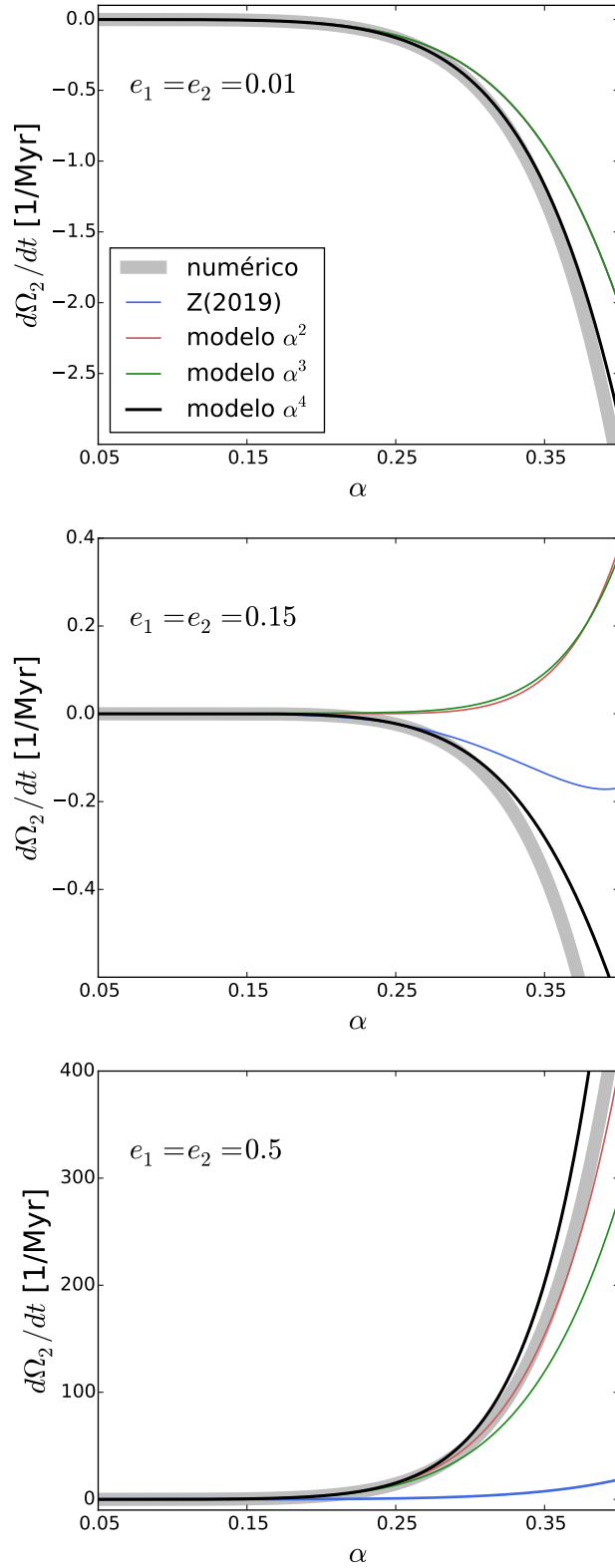


Figura 37: Derivada temporal del espín planetario  $\Omega_2$  en nuestro sistema binario genérico, en función de  $\alpha = a_1/a_2$ . Cada panel asume diferentes excentricidades para las órbitas. En curvas grises gruesas se representa el caso en que la derivada se calculó numéricamente a partir de la Ecuación (80) mientras que en curva azul los valores obtenidos con el modelo expandido de la Sección 5.3. El resto de colores representa diferentes órdenes en  $\alpha$  de nuestro nuevo modelo cerrado en excentricidades (ver referencia en el panel superior).

modelos para computar la derivada. Los valores obtenidos numéricamente al promediar la Ecuación (80) se muestran en curvas grises gruesas, el modelo analítico expandido en excentricidades presentado en la Sección 5.3 se representa en curvas azules, mientras que diferentes variantes del modelo actual se presentan en los otros colores (ver referencia en el panel izquierdo de la Figura 37)

Es posible notar que nuestro nuevo modelo a orden  $\alpha^4$  ajusta los resultados numéricos muy bien hasta  $\alpha \sim 0.35$ . La precisión de nuestra forma cerrada en las excentricidades es evidente cuando analizamos casos en los cuales al menos una de las órbitas es moderadamente o áltamente excéntrica. Estos escenarios eran imposibles de reproducir con nuestro modelo anterior. Sin embargo, el régimen de baja excentricidad es bien reproducido por todos los modelos, aunque, como es de esperarse, se alcanza mayor precisión con la forma cerrada.

Curiosamente, debido a la complejidad de la serie de potencias, los resultados obtenidos con  $\alpha^3$  no son siempre mejores que los obtenidos en la aproximación cuadrupolar. Más aún, en algunos casos (e.g. panel central) ambos modelos son aún menos precisos comparados con los que predice el modelo expandido. Estos resultados muestran la importancia de utilizar expansiones a altos órdenes en razón de semiejes, aún para sistemas que no son particularmente compactos.

Los valores de los espines estacionarios  $\langle \Omega_2 \rangle^{(st)}$  que predice nuestro nuevo modelo pueden calcularse al igualar la Ecuación (85) a cero, lo cual resulta en :

$$\langle \Omega_2 \rangle^{(st)} = - \frac{\sum_{i=0}^4 K_i^{(s)} D_i^{(s)} \alpha^i}{\sum_{i=0}^4 K_i^{(s)} C_i^{(s)} \alpha^i} \quad (87)$$

donde hemos denotado  $D_i^{(s)} = A_i^{(s)} n_1 + B_i^{(s)} n_2$ . Expandiendo estas expresiones en serie de potencias de  $\alpha$  hasta cuarto orden obtenemos

$$\langle \Omega_2 \rangle^{(st)} = \sum_{i=0}^4 \langle \Omega_2 \rangle_i^{(st)} \alpha^i, \quad (88)$$

donde los coeficientes  $\langle \Omega_2 \rangle_i^{(st)}$  nuevamente se listan en el Apéndice .1.

La Figura 38 muestra los espines estacionarios (normalizados a  $n_2$ ), como función de  $\alpha$ , calculados con los mismos modelos analíticos considerados en la Figura 37. Para evitar confusión hemos omitido los resultados del modelo nuevo a orden  $\alpha^3$ . Dos valores diferentes de parámetro de masa fueron considerados: los resultados de  $\bar{\mu} = 0.1$  se muestran en los paneles de la izquierda mientras los que se obtienen de  $\bar{\mu} = 0.5$  se grafican en los paneles derechos.

Las comparaciones con las estimaciones numéricas (curvas grises gruesas) muestran que nuestro modelo nuevo es capaz de predecir los estados estacionarios para cualquier excentricidad de la binaria y el planeta, hasta  $\alpha \sim 0.35$ . Curiosamente, mayores razones de masa entre las componentes estelares parecen requerir menos sofisticados modelos dinámicos, mientras que al menos un modelo de orden  $\alpha^4$  es necesario para estrellas secundarias poco masivas. Es posible notar también de la Figura 38 que la razón de masa compite contra la excentricidad planetaria en establecer la naturaleza de la solución estacionaria: secundarias con masa mayor (respecto de su primaria) conducen a soluciones sub-síncronas para los espines planetarios mientras que, como en el problema de 2-cuerpos, mayores excentricidades planetarias conducen a soluciones super-síncronas. Este hecho ya fue observado en la Sección 6.1.1 para sistemas de baja excentricidad.

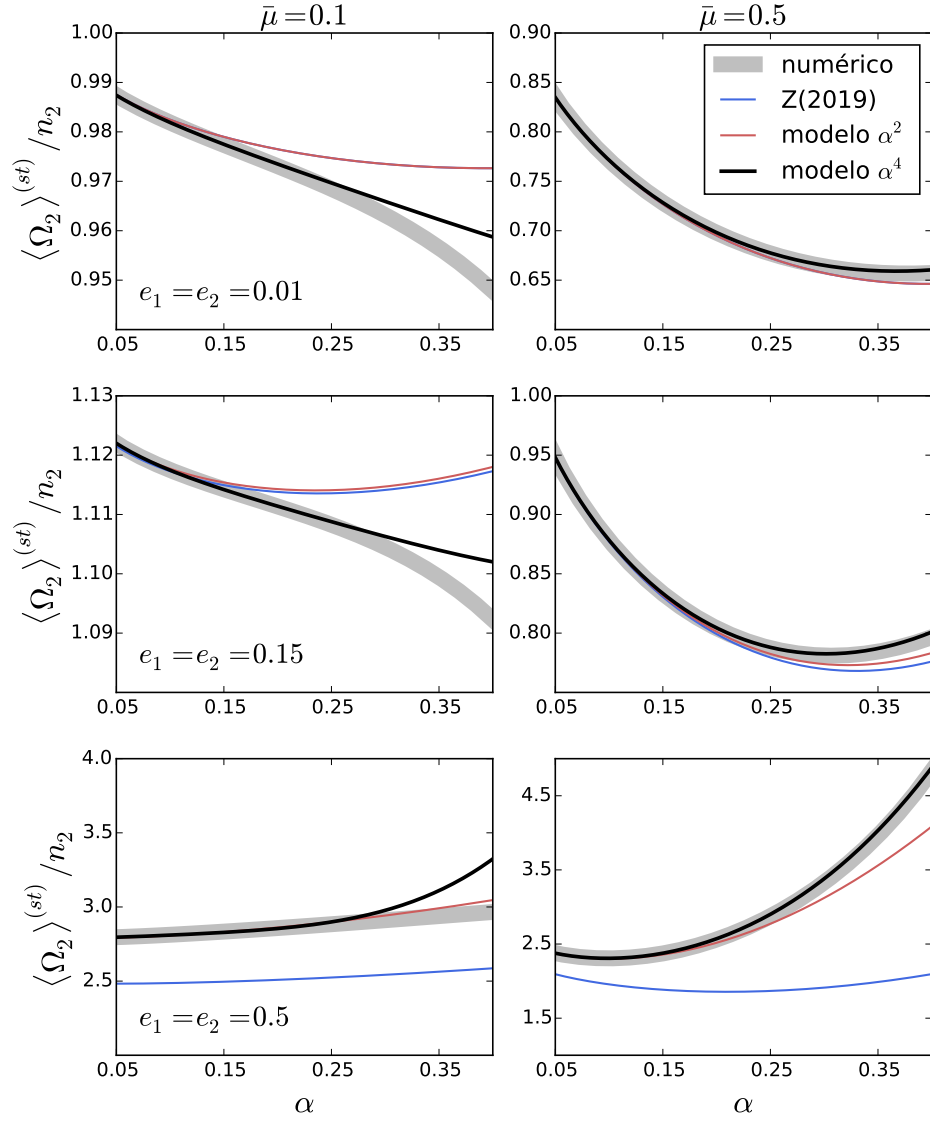


Figura 38: Espines estacionarios de un planeta CB en función de  $\alpha$ . Diferentes columnas consideran diferentes excentricidades de las órbitas (asumidas iguales. Diferentes columnas corresponden a diferentes masas reducidas de la binaria:  $\bar{\mu} = 0.1$  (paneles izquierdos) y  $\bar{\mu} = 0.5$  (paneles derechos). El tipo de curva representa lo mismo que en la Figura 37.

## 6.1.2 Evolución secular orbital

Como mencionamos en la Subsección 5.3.2, la ecuación variacional para el semieje del planeta CB en el referencial de Jacobi puede calcularse como (Beutler, 2005)

$$\frac{da_2}{dt} = \frac{2a_2^2}{\mathcal{G}\sigma_2} (\boldsymbol{\rho}_2 \cdot \delta \mathbf{f}_2) \quad (89)$$

donde  $\delta \mathbf{f}_2$  es la fuerza total por unidad de masa que perturba el movimiento de 2-cuerpos del planeta en torno al baricentro del sistema binario. Explícitamente, está dado por

$$\delta \mathbf{f}_2 = \frac{1}{\beta_2} \left[ (\mathbf{F}_{2,0} - \mathbf{F}_{0,2}) + (\mathbf{F}_{2,1} - \mathbf{F}_{1,2}) \right] \quad (90)$$

donde  $\beta_2 = m_2\sigma_1/\sigma_2$  es la masa reducida jacobiana del planeta.

A continuación repetimos el procedimiento empleado en la Subsección 6.1.1, para obtener expresiones promediadas para la evolución orbital, ahora cerradas respecto de las excentricidades. Hasta orden cuatro en  $\alpha$ , la variación secular del semieje está dada por

$$\left\langle \frac{da_2}{dt} \right\rangle = \frac{n_2}{\mathcal{G}m_2\sigma_1 a_2^4} \sum_{i=0}^4 K_i^{(a)} \left( A_i^{(a)} n_1 + B_i^{(a)} n_2 + C_i^{(a)} \bar{\Omega}_i^* \right) \alpha^i \quad (91)$$

donde

$$K_i^{(a)} = \mathcal{K}_0^{(+)} \gamma_0^i + \mathcal{K}_1^{(+)} \gamma_1^i, \quad \mathcal{K}_j^{(+)} = \mathcal{K}_{2,j} + \mathcal{K}_{j,2} \quad (92)$$

Los coeficientes  $A_i^{(a)}$ ,  $B_i^{(a)}$  y  $C_i^{(a)}$  se listan en el Apéndice 2. Finalmente, la dependencia de la Ecuación 91 con los espines es más compleja, a través de los nuevos parámetros

$$\bar{\Omega}_i^* = \frac{(\mathcal{K}_{2,0}\Omega_0 + \mathcal{K}_{0,2}\Omega_2)\gamma_0^i + (\mathcal{K}_{2,1}\Omega_1 + \mathcal{K}_{1,2}\Omega_2)\gamma_1^i}{\mathcal{K}_0^{(+)}\gamma_0^i + \mathcal{K}_1^{(+)}\gamma_1^i}. \quad (93)$$

La evolución temporal de la excentricidad, a partir del momento angular orbital  $L_2 = \beta_2 \sqrt{\mathcal{G}\sigma_2 a_2 (1 - e_2^2)}$ , puede obtenerse (ver Subsección 5.3.2) como

$$\frac{d}{dt}(e_2^2) = \frac{1}{a_2} \left[ (1 - e_2^2) \frac{da_2}{dt} - \frac{2L_2}{\mathcal{G}\sigma_2\beta_2} \left( (\boldsymbol{\rho}_2 \times \delta \mathbf{f}_2) \cdot \hat{\mathbf{z}}_2 \right) \right]. \quad (94)$$

donde  $\hat{\mathbf{z}}_2$  es un versor paralelo al momento angular orbital.

Empleando el mismo procedimiento que para la Ecuación (103), la tasa de cambio en la excentricidad planetaria puede aproximarse como

$$\left\langle \frac{de_2^2}{dt} \right\rangle = \frac{n_2}{\mathcal{G}m_2\sigma_1 a_2^5} \sum_{i=0}^4 K_i^{(a)} \left( A_i^{(e)} n_1 + B_i^{(e)} n_2 + C_i^{(e)} \bar{\Omega}_i^* \right) \alpha^i \quad (95)$$

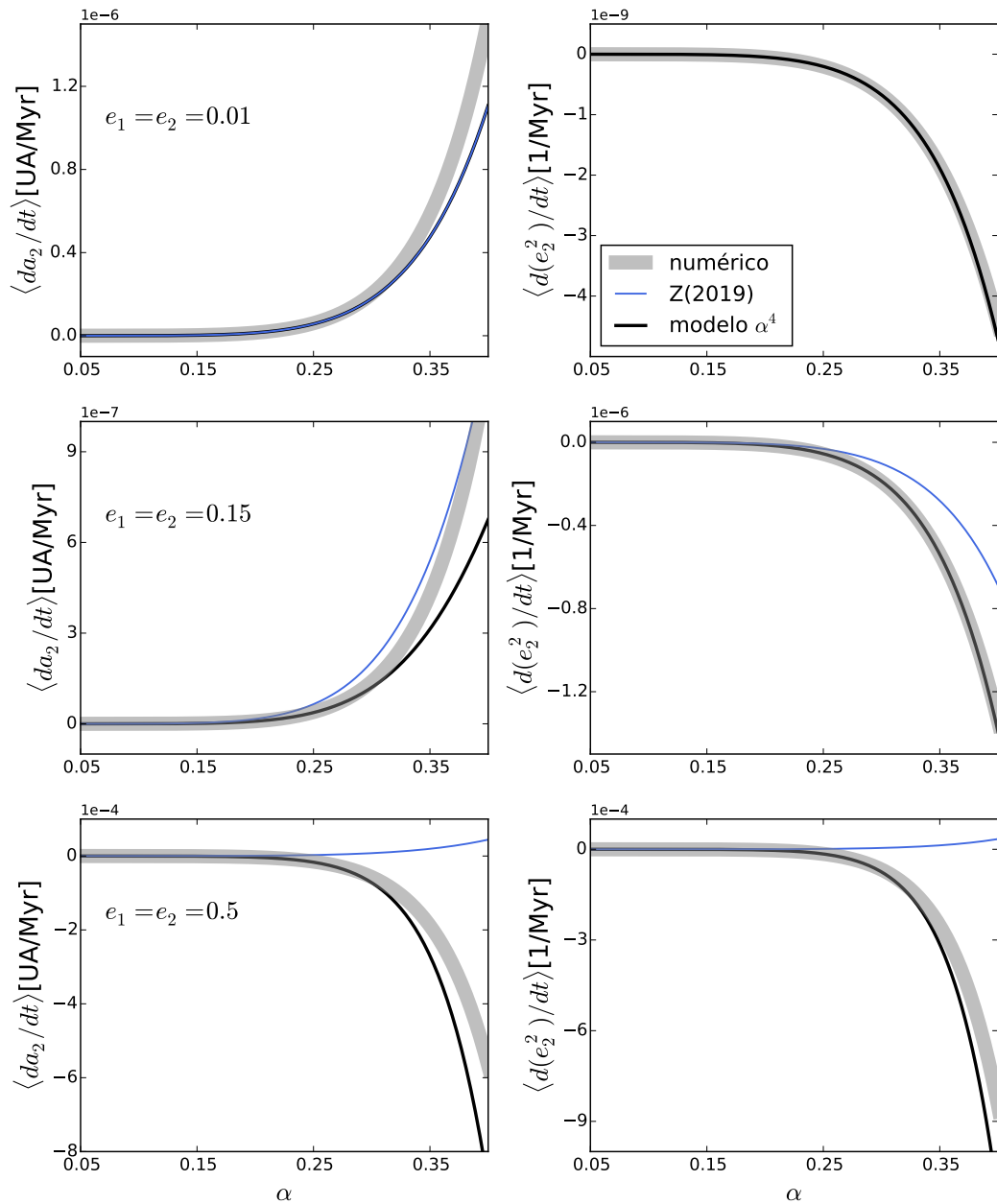


Figura 39: Derivada temporal del semieje (paneles izquierdos) y la excentricidad (paneles derechos), en función de  $\alpha$ , para un planeta CB sincronizado alrededor de nuestro sistema binario genérico. Como antes, los resultados de diferentes métodos de cálculo se muestran en diferentes curvas de colores: numérico en curvas grises gruesas, modelo expandido de la Subsección (5.3.2) en azul y nuestro nuevo modelo cerrado a orden  $\alpha^4$  en negro.

Notemos que tanto los coeficientes de magnitud de las mareas  $K_i^{(a)}$  como las funciones de los espines  $\bar{\Omega}_i^*$  son las mismas que las deducidas para el semieje mayor. Los coeficientes  $A_i^{(e)}$ ,  $B_i^{(e)}$  y  $C_i^{(e)}$  se listan en el Apéndice .2.

La Figura 39 muestra las derivadas del semieje mayor (paneles izquierdos) y de la excentricidad (paneles derechos), como función de  $\alpha$ , de un planeta CB orbitando nuestro sistema binario genérico. Para este estudio, los espines de las estrellas y del planeta han sido fijados en sus valores estacionarios  $\Omega_0 = \Omega_1 \simeq n_1(1 + 6e_1^2)$  (Hut, 1980) y  $\Omega_2 = \langle \Omega_2 \rangle^{(st)}$  (Ecuación (88)).

Nuevamente observamos que nuestro modelo a cuarto orden, cerrado en excentricidades, es muy preciso en estimar la evolución orbital del planeta CB, hasta  $\alpha \sim 0.35$ . Una vez más, la necesidad de un desarrollo cerrado en excentricidades resulta evidente particularmente en el régimen de alta excentricidad de los paneles inferiores de la Figura 39, donde nuestro modelo expandido anterior no solo falla en estimar la magnitud de variación sino también la dirección de migración, para valores grandes de  $\alpha$ .

Respecto de las implicancias dinámicas, observamos que, independientemente de la excentricidad de las órbitas, el efecto de las mareas sobre el planeta es siempre el de amortiguar su excentricidad, con una magnitud que es función fuerte de la excentricidad planetaria y de la proximidad del planeta al sistema binario. Por su parte, el efecto de las fuerzas tidales en el semieje mayor planetario es más diverso: para planetas en el régimen de excentricidad bajo a moderado, las mareas conducen a una migración hacia el exterior del planeta mientras que una migración hacia la binaria se espera para el caso de alta excentricidad. Estos resultados confirman las predicciones de la Sección 5.3.2 para órbitas de baja excentricidad y una explicación geométrica simple de dicho comportamiento se presenta en la Subsección 6.2.2.

## 6.2 APLICACIÓN A LOS SISTEMAS KEPLER

Habiendo desarrollado un modelo tidal válido para excentricidades arbitrarias de la binaria y del planeta CB, podemos ahora estudiar su aplicación a la evolución dinámica de los sistemas CB *Kepler*. Para esto consideramos nuevamente los parámetros físicos y dinámicos de los sistemas *Kepler*, listados en la Tabla 1 para el caso de las binarias y en la Tabla 2 para los planetas CB.

De los parámetros físicos planetarios de la Tabla 2, es posible observar que la mayor parte de los planetas CB están comprendidos en el rango de masas de Neptuno hasta Júpiter, con valores esperados de disipación tidal  $Q'_2 = 10^3 - 10^5$  (Ferraz-Mello, 2013; Lainey, 2016). Para estos planetas, un modelo usualmente llamado *Constant Time lag* como el adoptado hasta aquí, debería ser una buena aproximación. Sin embargo, existen por otra parte algunos planetas como Kepler-47b y Kepler-47c que poseen una estructura interna probablemente más similar a la de las super-tierras. En tales sistemas, la aplicación directa de nuestro modelo no garantiza resultados confiables (Efroimsky, 2012, 2015).

Respecto de las estrellas de la Tabla 1, aunque abarcan un amplio rango de masas y de densidades medias, en la siguientes secciones asumiremos el mismo valor para el parámetro tidal:  $Q'_0 = Q'_1 = 1 \times 10^6$ .

## 6.2.1 Escalas de tiempo tidales

Para comenzar a analizar la importancia que los efectos de marea pueden haber tenido en los sistemas *Kepler*, definimos las escalas temporales características de la evolución rotacional ( $\tau_s$ ), evolución en semieje ( $\tau_a$ ) y evolución en excentricidad ( $\tau_e$ ) de manera estándar, de acuerdo a:

$$\frac{1}{\tau_s} = \frac{1}{\Omega_2} \left\langle \frac{d\Omega_2}{dt} \right\rangle ; \quad \frac{1}{\tau_a} = \frac{1}{a_2} \left\langle \frac{da_2}{dt} \right\rangle ; \quad \frac{1}{\tau_e} = \frac{1}{e_2} \left\langle \frac{de_2}{dt} \right\rangle \quad (96)$$

En el caso del espín del planeta, la simplicidad de la Ecuación (85) nos permite una estimación precisa de las escalas temporales características de evolución de un planeta CB por mareas, como

$$\tau_s = \frac{2\mathcal{C}_2 a_2^6}{3\mathcal{G}\mathcal{R}_2^5 k_{2,2} \Delta t_2} \left( \sum_{i=0}^4 K_i^{(s)} C_i^{(s)} \alpha^i \right)^{-1} \quad (97)$$

Los resultados se muestran en la Tabla 5, donde la primera columna con valor numérico corresponde al valor actual de  $\alpha = a_1/a_2$  de los planetas CB. Las dos columnas siguientes corresponden a las escalas de tiempo característico necesarias para que el planeta alcance el estado estacionario (i.e.  $\tau_s$ ) y el correspondiente valor de equilibrio  $\langle \Omega_2 \rangle^{(st)}$ , expresado de manera normalizada respecto de la frecuencia orbital  $n_2$ . El momento principal de inercia adoptado para el planeta fue  $\mathcal{C}_2 = 0.25m_2\mathcal{R}_2^2$ .

	$\alpha$	$\tau_s$ (yr)	$\frac{\langle \Omega_2 \rangle^{(st)}}{n_2}$	$\left\langle \frac{da_2}{dt} \right\rangle \frac{\text{UA}}{\text{yr}}$	$\tau_a$ (yr)	$\left\langle \frac{de_2}{dt} \right\rangle \frac{1}{\text{yr}}$	$\tau_e$ (yr)
K-16	0.318	$2.2 \times 10^7$	0.849	$4.1 \times 10^{-16}$	$1.7 \times 10^{15}$	$-1.9 \times 10^{-16}$	$3.7 \times 10^{13}$
K-34	0.210	$2.6 \times 10^7$	0.947	$2.0 \times 10^{-16}$	$5.6 \times 10^{15}$	$-4.5 \times 10^{-16}$	$4.1 \times 10^{14}$
K-35	0.292	$2.0 \times 10^6$	0.683	$9.7 \times 10^{-15}$	$6.2 \times 10^{13}$	$-3.2 \times 10^{-15}$	$1.3 \times 10^{13}$
K-38	0.316	$1.4 \times 10^6$	0.875	$2.3 \times 10^{-15}$	$2.0 \times 10^{14}$	$-3.3 \times 10^{-15}$	$9.6 \times 10^{12}$
K-47b	0.283	$4.5 \times 10^5$	0.818	$8.0 \times 10^{-15}$	$3.6 \times 10^{13}$	$-6.6 \times 10^{-15}$	$3.2 \times 10^{12}$
K-47c	0.116	$5.4 \times 10^6$	0.880	$9.7 \times 10^{-16}$	$7.2 \times 10^{14}$	$-5.8 \times 10^{-16}$	$4.2 \times 10^{13}$
K-47d	0.085	$9.5 \times 10^6$	0.905	$1.4 \times 10^{-16}$	$6.8 \times 10^{15}$	$-1.4 \times 10^{-16}$	$3.2 \times 10^{14}$
K-64	0.267	$1.9 \times 10^6$	0.902	$2.0 \times 10^{-15}$	$3.2 \times 10^{14}$	$-4.3 \times 10^{-15}$	$1.2 \times 10^{13}$
K-413	0.286	$2.4 \times 10^6$	0.767	$3.6 \times 10^{-15}$	$9.9 \times 10^{13}$	$-6.0 \times 10^{-15}$	$2.0 \times 10^{13}$
K-453	0.235	$9.7 \times 10^6$	0.926	$2.6 \times 10^{-16}$	$3.4 \times 10^{15}$	$-3.6 \times 10^{-16}$	$1.1 \times 10^{14}$
K-1647	0.047	$5.4 \times 10^9$	0.865	$8.3 \times 10^{-19}$	$3.3 \times 10^{18}$	$-2.3 \times 10^{-19}$	$2.5 \times 10^{17}$

Tabla 5: Espines estacionarios y escalas de tiempo característico de evolución tidal de los sistemas CB *Kepler*, asumiendo  $Q'_2 = 1000$ .

En acuerdo con los experimentos numéricos hechos para Kepler-38 en la Subsección 5.2.1, la pseudo-sincronización parece ser alcanzada rápidamente, incluso para grandes valores de  $Q'_2$ . Con la posible excepción de Kepler-1647, esperamos entonces que todos los planetas CB de *Kepler* se encuentren actualmente en configuraciones espín-órbita estacionarias. Además, como puede verse en la siguiente columna de la Tabla 5, todos los espines estacionarios se espera sean sub-síncronos, algunos bastante alejados (como Kepler-35) y otros casi en perfecta sincronía con su propio movimiento medio (como Kepler-34).

Las cuatro últimas columnas de la Tabla 5 proveen las derivadas temporales promediadas y las escalas de tiempo característico del semieje mayor planetario y de la excentricidad. Para calcularlas, asumimos valores estacionarios de  $\Omega_2$  y los valores actuales de  $a_2$  y  $e_2$ . Debido a la complicada dependencia funcional de la derivada con las condiciones iniciales, los valores numéricos mostrados en la Tabla deben ser considerados locales y no necesariamente indicativos de las magnitudes primordiales. Sin embargo, ellos proveen de una idea cualitativa de la magnitud de los efectos de marea y, particularmente, el sentido de migración orbital actual.

Para los parámetros físicos y orbitales observados, nuestro modelo predice que todos los planetas CB de *Kepler* deben estar migrando hacia el exterior del sistema, como consecuencia de las interacciones de marea con la binaria central. Sin embargo, las escalas de tiempo necesarias para una migración orbital significativa son típicamente mucho más largas que la edad de la binaria huesped. aún adoptando valores pequeños de  $Q'_2$ . Por su parte, como mencionamos anteriormente, las mareas de las estrellas intentan amortiguar la excentricidad del planeta CB, en escalas de tiempo un poco más cortas que para el semieje mayor.

Comentamos finalmente el caso del sistema Kepler-1647. Debido a la distancia a la que se encuentra de su binaria (como expresa su pequeño valor de  $\alpha$ ), las escalas de tiempo tidal característico son aproximadamente tres órdenes de magnitud mayores que en los otros sistemas. No obstante, aún es posible que el planeta se encuentre próximo de la solución estacionaria espín-órbita, aún para parámetros disipativos  $Q'_2$  moderados.

### 6.2.2 Una interpretación geométrica de la migración planetaria

La predicción de que todos los planetas CB de *Kepler* deberían estar experimentando una migración hacia el exterior del sistema debido a las mareas, invita a cuestionarnos la razón física por la que esto sucede. Aunque una explicación completa queda aún pendiente, se presenta una interpretación geométrica simple que puede dar alguna idea de lo que está sucediendo.

Para esto, consideramos el más simple en el cual tanto la binaria como el planeta se encuentran en órbitas circulares  $e_1 = e_2 = 0$ . Además, asumimos que el planeta se encuentra localizado suficientemente lejos de la binaria como para desprestigiar todos los términos de la Ecuación (91) que dependen explícitamente de  $\alpha$ . Bajo esta aproximación, los estados estacionarios de los espines son trivialmente iguales a su movimiento medio orbital:  $\langle \Omega_0^{(st)} \rangle = \langle \Omega_1^{(st)} \rangle = n_1$  y  $\langle \Omega_2^{(st)} \rangle = n_2$ .

En este caso, a partir de las expresiones del Apéndice .2, encontramos que las derivadas temporales del semieje del planeta adquieren la forma simple:

$$\frac{1}{a_2} \left\langle \frac{da_2}{dt} \right\rangle = \frac{6n_2 m_2}{m_0 + m_1} \left[ k_{2,0} \Delta t_0 \left( \frac{\mathcal{R}_0}{a_2} \right)^5 + k_{2,1} \Delta t_1 \left( \frac{\mathcal{R}_1}{a_2} \right)^5 \right] (n_1 - n_2). \quad (98)$$

Podemos comparar esta expresión con la obtenida en el problema de 2-cuerpos para un planeta de masa despreciable  $m_2$  en órbita circular alrededor de una estrella  $m_0$  rotando con velocidad angular arbitraria  $\Omega_0$ . En este caso, como puede verse por ejemplo en Hut (1980), el semieje del planeta evoluciona de acuerdo a



$$\frac{1}{a_2} \frac{da_2}{dt} = \frac{6n_2m_2}{m_0} \left[ k_{2,0} \Delta t_0 \left( \frac{\mathcal{R}_0}{a_2} \right)^5 \right] (\Omega_0 - n_2) \quad (99)$$

La similitud entre las Ecuaciones (98) y (99) ayuda a entender por qué los planetas CB sincronizados en órbitas baja/moderadas migran hacia el exterior del sistema, alejándose de la binaria. En la geometría circumbinaria, el efecto tidal del sistema binario puede ser sustituido por el de un sólo cuerpo con frecuencia rotacional igual al movimiento medio de la binaria  $n_1$ . Debido a que esta cantidad es siempre mayor que el movimiento medio del planeta  $n_2$ , el semieje mayor del planeta crece. Esta situación es completamente análoga al problema de 2-cuerpos con la estrella central rotando más rápido que el movimiento medio del planeta.

### 6.2.3 Evolución tidal pasada

Nuestro paso siguiente es intentar reconstruir el pasado tidal de los sistemas CB *Kepler*, así como estimar su futura evolución. Para esto, asumimos nuevamente que todos los cuerpos (estrellas y planeta) se encuentran en estados rotacionales estacionarios y analizamos sólo los cambios en semiejes y excentricidades. Debido a que la masa de algunos planetas CB es poco conocida (ver Tabla 2), utilizamos en esos casos el ajuste masa-radio empírico propuesto por Mills & Mazeh (2017).

La Figura 40 muestra, para cada planeta CB de *Kepler*, el campo de velocidades de la evolución tidal alrededor de la posición actual del planeta en el plano  $(\alpha, e_2)$ , despreciando la evolución por mareas en la binaria. Por lo tanto, las flechas representan la dirección de evolución orbital y su tamaño fue mantenido constante con fines ilustrativos.

Las curvas verdes muestran las condiciones iniciales que resultan en  $\langle da_2/dt \rangle = 0$ . Todos los puntos en el plano por debajo de este valor muestran casos donde la migración es hacia el interior del sistema ( $da_2/dt < 0$ ) mientras aquellos por encima de la curva exhiben migración hacia el exterior. El sistema Kepler-34 muestra una segunda curva verde para grandes valores de  $\alpha$  que también es observada para algunos otros sistemas para regiones del espacio de parámetros que caen fuera del rango adoptado en la Figura 40. Sin embargo, para condiciones iniciales por encima de esta curva, nuestro modelo predice un incremento en la excentricidad de los planetas CB sincronizados. Sospechamos que esto podría deberse a un efecto espúreo consecuencia del truncamiento a cuarto orden en  $\alpha$  cuando estimamos los estados rotacionales estacionarios (ver Ecuación (88)).

Las curvas magenta muestran la excentricidad de captura  $e_{2,\text{cap}}$  en función de  $\alpha$  para cada sistema. Este valor fue obtenido en la Subsección 4.2.1 y está dado por la raíz cuadrada de la suma de la excentricidad forzada (Moriwaki & Nakagawa, 2004) y la excentricidad media calculada para variaciones seculares de amplitud cero (Paardekooper et al., 2012). En palabras simples, esta excentricidad de captura define el valor esperado promedio de la excentricidad del planeta cuando una fuerza disipativa exterior actúa sobre el sistema, en adición a las interacciones gravitatorias puras.

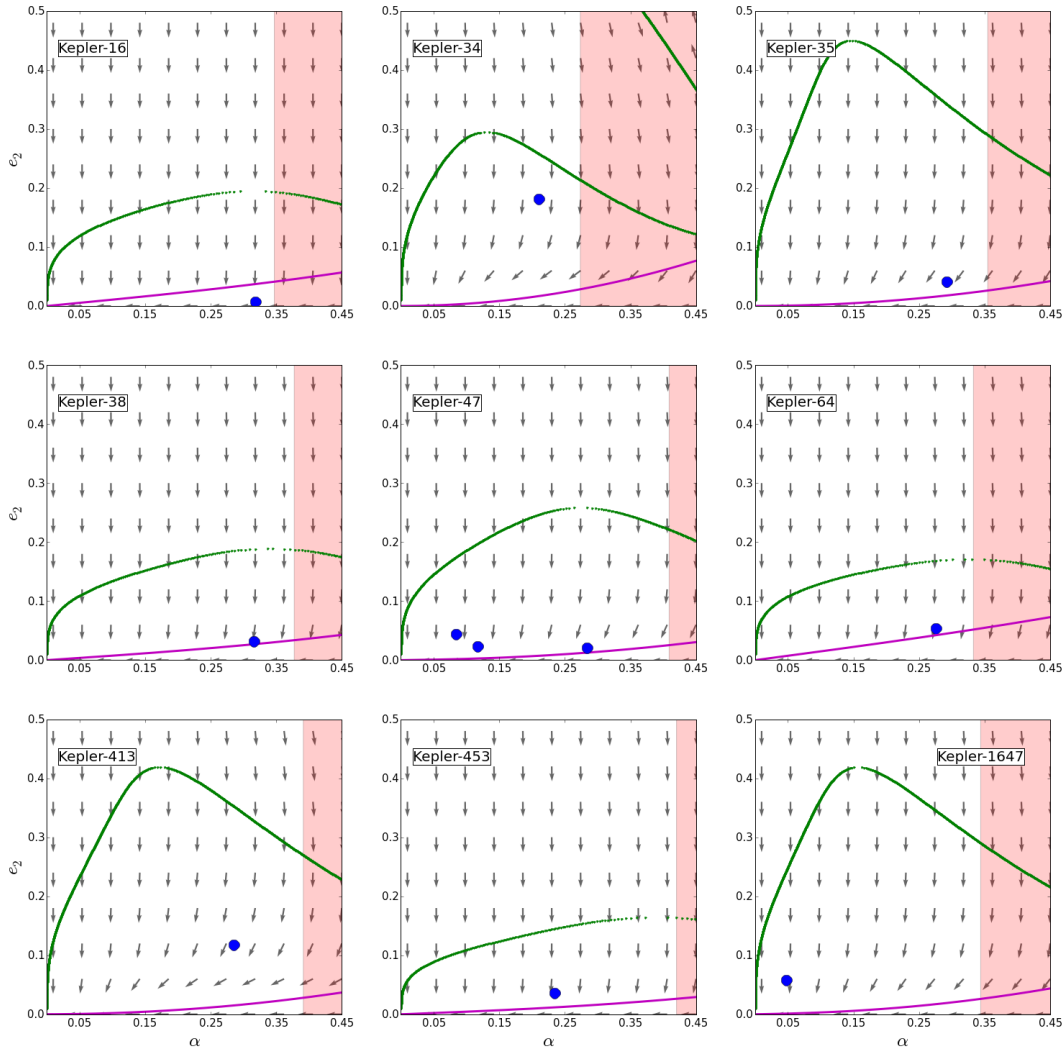


Figura 40: Campo de velocidades de evolución tidal en el plano  $(\alpha, e_2)$  en la vecindad de cada planeta CB de *Kepler*. Las flechas muestran la dirección de evolución orbital, cuyo tamaño fue mantenido constante para fines ilustrativos y no es, entonces, representativo de la magnitud de las derivadas. Las curvas verdes corresponden a  $\langle da_2/dt \rangle = 0$ , mientras que las curvas magenta indican la posición de la excentricidad de captura  $e_{2,\text{cap}}$  (ver Subsección 4.2.1). La región rosa pálido corresponde a condiciones iniciales orbitales inestables de acuerdo a [Holman & Wiegert \(1999\)](#). Las posiciones actuales de los planetas CB de *Kepler* se muestran en círculos azules.

Finalmente, hemos pintado de rosa pálido, las regiones en el plano que se corresponden con condiciones iniciales orbitales inestables de acuerdo al criterio empírico de [Holman & Wiegert \(1999\)](#). Notemos, sin embargo, que este criterio es solamente válido para planetas de baja masa y órbitas circulares, por lo que su alcance debe ser considerado de manera más bien cualitativa.

Analizando el campo vectorial de velocidades de la Figura 40, notamos primeramente que la excentricidad parece siempre verse más afectada que el semieje mayor debido a las mareas en los planetas CB, excepto para órbitas cuasi-circulares donde ocurre lo opuesto. Cuando las perturbaciones gravitatorias debido a las interacciones de masas puntuales se incluye en el modelo, es posible observar que la evolución orbital del planeta sigue la ruta marcada por la  $e_{2,\text{cap}}$  en función de  $\alpha$ , como se observó en la Sección 3.3 para Kepler-38.

En algunos sistemas la Figura 40 muestra que el dominio asociado a migración exterior puede alcanzar altas excentricidades (por ejemplo: Kepler-35, Kepler-413 y Kepler-1647) mientras que otros están restringidos a trayectorias más circulares (tales como Kepler-16, Kepler-38 y Kepler-64). Una explicación a este resultado puede encontrarse en la Subsección 5.3.2, donde encontramos que para sistemas poco excéntricos, el tamaño de la región de migración hacia afuera del sistema era directamente proporcional a la masa reducida  $\bar{\mu}$  e inversamente proporcional a  $e_2$ . Es directo comprobar en las Tablas 1 y 2 que los sistemas Kepler-35, Kepler-413 y Kepler-1647 satisfacen estas condiciones mientras que, por ejemplo, en el resto de las binarias tienen parámetros de masa  $\bar{\mu}$  significativamente menores.

La proximidad de los planetas CB observados por *Kepler* al límite de estabilidad definido por la binaria ha sido sujeto de varios estudios recientes (e.g., [Quarles et al., 2018](#)). Mientras algunos autores sugieren que esta acumulación es difícilmente debida a un *bias* observacional ([Li et al., 2016](#)), el descubrimiento reciente de un planeta en Kepler-47 ([Orosz et al., 2019](#)) parece indicar que estamos solamente detectando la cola de la distribución. Sin embargo, aun así debemos ocuparnos de la población actualmente observada y su evolución orbital pasada.

Al respecto, un asunto clave es la evolución tidal del sistema binario y, particularmente, cuáles fueron la separación inicial y la excentricidad de la binaria al momento en el que el planeta se encontraba interactuando con el disco protoplanetario. En la Sección 3.1, mostramos que aún para valores de parámetros tidales estelares moderados, la excentricidad original de la binaria pudo haber sido mucho más grande y, como resultado, la barrera de inestabilidad mucho más próxima al planeta. Una migración hacia el exterior del sistema por parte del planeta CB habría contribuido en la misma dirección, implicando una configuración primordial potencialmente más inestable.

Como consecuencia, estos resultados podrían ser interpretados como una evidencia de que la posición original de los planetas CB se encontraba muy próxima a la frontera de inestabilidad, quizás en la forma de *gaps* subdensos en las regiones internas del disco protoplanetario. De ser este el caso, las trampas planetarias como las propuestas por [Kley & Haghighipour \(2014\)](#) y [Thun & Kley \(2018\)](#), serían un mecanismo de estancamiento más probable para la migración planetaria que la captura resonante.

Como comentario final, es interesante notar que la mayoría de los planetas CB próximos a la binaria, tienen excentricidades también muy próximas a la excentrici-

dad de captura  $e_{2,\text{cap}}$ , con las excepciones de Kepler-34y Kepler-413. Recientemente, Thun & Kley (2018) sugirieron que planetas CB de baja masa son fuertemente influenciados por el disco protoplanetario y, como consecuencia, sus excentricidades pueden haber sido muy excitadas en el proceso de migración. Si esta hipótesis se confirma, una fuerza no conservativa es necesaria para explicar las configuraciones actuales. Las interacciones de marea parecen ser una posibilidad, aunque estas debieron haber sido muy acentuadas, de acuerdo a lo que actualmente conocemos sobre disipación tidal en cuerpos del sistema solar. Curiosamente, Kepler-35b y Kepler-38b, dos planetas CB con  $e_2 \sim e_{2,\text{cap}}$ , pertenecen a sistemas muy evolucionados con edades estimadas del orden de  $\sim 10$  Gyrs (Welsh et al., 2012; Orosz et al., 2012). Quizás, los efectos de mareas acumulados en tan largas escalas de tiempo pudieron ser, al menos en parte, responsables de tal amortiguación en excentricidades. De confirmarse este resultado, los parámetros de disipación tidal en las estrellas y el planeta quedarían mucho más acotados.

### 6.3 RESUMEN Y CONCLUSIONES DEL CAPÍTULO

En este capítulo hemos presentado una versión extendida del modelo tidal analítico para sistemas CB introducido en el Capítulo 5. Una vez más, hemos asumido que todos los cuerpos son extensos y viscosos de manera que todas las interacciones entre pares son consideradas pero bajo el régimen de fricción débil, en el cual las fuerzas de marea pueden ser aproximadas por las expresiones clásicas de Mignard (1979).

A partir de las ecuaciones variacionales de evolución rotacional y orbital para el planeta, hemos construido la aproximación analítica promediando en las longitudes medias. En todos los casos, utilizamos expansiones hasta orden cuatro en razón de semiejes  $\alpha$  pero retuvimos expresiones cerradas en excentricidades de la binaria y el planeta. El desarrollo resultante fue comparado con simulaciones numéricas mostrando un muy buen acuerdo para excentricidades arbitrarias y para razones de semiejes hasta  $\alpha \sim 0.35$ .

La aproximación analítica cerrada en excentricidades nos permitió aplicar nuestro modelo a los bien caracterizados sistemas CB de *Kepler*. Su evolución tidal pasada ha sido investigada en dos pasos. Primeramente, hemos calculado las escalas de tiempo tidal características y encontramos que el tiempo típico requerido para que un planeta CB adquiera el estado estacionario de su rotación es en general mucho menor que la edad del sistema, aún para valores moderados/grandes de  $Q'$ . Consecuentemente, la mayoría de los sistemas actualmente observados deberían encontrarse en este estado con frecuencia rotacional sub-síncrona. Respecto de la evolución orbital, hemos encontrado que las escalas de tiempo tidal características de los sistemas *Kepler* son mucho más largas que las escalas de tiempo rotacionales, y esperamos que sólo una débil evolución orbital por marea haya ocurrido en ellos, asumiendo los parámetros disipativos clásicos, inspirados en los cuerpos del sistema solar. Las escalas de tiempo de amortiguamiento de las excentricidades, sin embargo, son uno o dos órdenes de magnitud menores que las del semieje mayor, por lo que las interacciones tidales pueden haber causado alguna circularización en las órbitas de los planetas CB desde su formación.

En la segunda parte del trabajo, se obtuvo un panorama sobre las historias evolutivas tidales de los sistemas, a partir de estudiar el campo de velocidades alrededor de cada planeta. Hemos encontrado que todos los planetas CB de *Kepler* se encuentran en una corriente tidal asociada a una migración exterior que los aleja de la binaria central. Más aún, con la excepción de Kepler-34, todos los otros sistemas se encuentran lejos de la curva separatriz entre migración hacia el exterior y hacia el interior. Esto parece indicar que la mayor parte del tiempo de vida de los planetas CB de *Kepler* (una vez alcanzado el pseudo-sincronismo) lo transcurrieron en la región de migración exterior y, como consecuencia, la separación con la binaria central debe haber sido aún menor en el pasado.

Thun & Kley (2018) recientemente sugirieron que los planetas CB de baja masa pueden haber sufrido fuerte excitación por parte del disco protoplanetario, resultando en órbitas finales muy excéntricas luego de la migración. Esto contrasta con los valores actualmente observados los cuales, en la mayoría de los casos se encuentran próximos a la excentricidad de captura. Es posible que, si tal excitación del disco es confirmada, los efectos de marea hayan jugado algún papel en amortiguar el valor primordial, lo cual a su vez establece ciertas cotas para los valores numéricos de los parámetros tidales de los sistemas.

Finalmente mencionamos que la mayoría de los planetas CB descubiertos por la misión *Kepler* se encuentran en el rango de masa comprendido entre Neptuno y Júpiter, donde los modelos *Constant Time Lag* deberían ser válidos. No obstante, poco se conoce sobre la estructura interna de estos cuerpos y, por lo tanto, una estimación precisa de los valores de  $Q'_2$  se vuelve una tarea difícil.

## Parte IV

# RESULTADOS, CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS



## RESULTADOS PRINCIPALES Y CONCLUSIONES GENERALES

---

A lo largo de esta tesis se han explorado de manera detallada diferentes etapas en la evolución dinámica de sistemas planetarios circumbinarios con un único planeta. A continuación se detallan los principales resultados obtenidos así como las conclusiones más relevantes que de ellos se derivan.

### ESTADÍOS TEMPRANOS

Las simulaciones hidrodinámicas de discos protoplanetarios en torno a sistemas binarios muestran que estos presentan una complejidad mucho mayor a la que se observa en discos alrededor de estrellas simples, siendo quizás el mejor ejemplo la presencia de una cavidad interior sub-densa en discos circumbinarios causada por las interacciones tidales de la binaria (e.g. [Kley & Haghighipour, 2014](#); [Mutter et al., 2017](#)). Esto se traduce en que los procesos de migración planetaria probablemente también lo sean (e.g. [Thun & Kley, 2018](#)).

La mayor parte de los trabajos que intentan ofrecer un mecanismo para detener la migración planetaria en discos circumbinarios están basados en simulaciones hidrodinámicas y apelan al gradiente de densidad abrupto en el disco que encuentra el planeta cuando alcanza la cavidad interior sub-densa, el cual a su vez genera un torque que detiene su migración.

En este trabajo, en cambio, hemos optado por evaluar la eficiencia de las capturas en resonancias de movimientos medios de altos órdenes entre el planeta y la binaria, como mecanismo de frenado de la migración. Debido a que estábamos especialmente interesados en la dinámica de la captura y no en los procesos propios de la interacción planeta-disco, en este trabajo hemos simulado tal interacción de manera simplificada. La técnica adoptada consistió en incorporar al código N-cuerpos una aceleración externa que imita los mecanismos de migración que muestran las simulaciones hidrodinámicas la cual ha sido muy utilizada por diferentes autores en sistemas planetarios alrededor de estrellas simples (e.g. [Lee & Peale, 2002](#); [Beaugé et al., 2006](#); [Cresswell & Nelson, 2008](#)).

Un gran número de simulaciones de captura han sido realizadas considerando diferentes parámetros del disco así como también diferentes configuraciones orbitales de la binaria central. En nuestro modelo simplificado, la dependencia de los procesos de captura con los parámetros del disco se refleja fundamentalmente en diferentes velocidades de migración del planeta circumbinario. En general, parámetros que resultan en altas velocidades de migración (como por ejemplo, altos valores de razón de aspecto del disco  $H_r$ ) resultan en que el planeta atraviesa las RMMs de muy alto orden, aproximándose mucho a la secundaria y, muy probablemente, acaba siendo dispersado del sistema por algún encuentro cercano con alguna de las componentes estelares. Respecto de la órbita de la binaria, la excentricidad de la misma resulta determinante en la captura: al igual que en las RMMs de primer orden clásicas, el ancho de separatriz es directamente proporcional a la excentricidad del perturbador, por lo que es más probable la captura del planeta



CB en binarias excéntricas. Sin embargo, el caos de separatriz también aumenta considerablemente con la excentricidad de la binaria, por lo que, si bien la captura resonante es altamente probable en estos casos, la estabilidad de la misma sólo está garantizada para excentricidades moderadas.

En este trabajo, si bien se han variado un gran número de parámetros, los procesos de captura se estudiaron principalmente en el sistema Kepler-38. En tal caso, las capturas más probables observadas ocurrieron en la RMM 5/1 y en tres tipos diferentes de configuraciones resonantes: (i) libraciones alineadas, para excentricidades de la binaria bajas y planetas poco masivos ( $m_p \sim$  algunas masas terrestres), (ii) libraciones anti-alineadas, para excentricidades de la binaria bajas pero planetas masivos ( $m_p \sim$  decenas de masas terrestres) y (iii) soluciones caóticas donde los ángulos resonantes no libran, para binarias excéntricas. Sin embargo, todas mostraron ser dinámicamente estables luego de haber disipado el disco protoplanetario, por escalas de tiempo del orden de la edad del sistema. La caoticidad del tercer tipo de configuraciones resonantes fue verificada con diferentes indicadores de caos y es muy posiblemente causada por la superposición de diferentes sub-resonancias dentro de la propia RMM (Mudryk & Wu, 2006). Esto parece indicar, al menos en este problema, que la libración de los ángulos no es una condición necesaria para la captura resonante.

#### ESTADÍOS INTERMEDIOS

Una vez disipado el disco, se espera que el planeta evolucione sólomente debido a las interacciones gravitatorias con la binaria, con la particularidad de que, en este contexto, la masa del cuerpo perturbador (i.e. la estrella secundaria) es del mismo orden que la de la estrella central.

En el Capítulo 4 de este trabajo hemos presentado un modelo simple para la evolución orbital secular de planetas circumbinarios, en el marco del Problema de 3 Cuerpos Restringido. Para construirlo, consideramos al planeta suficientemente alejado de cualquier RMM y aplicamos un método de promediación de primer orden clásico, pero reteniendo la contribución secular de los términos de corto periodo debidos a las perturbaciones de la binaria. Esta contribución es usualmente despreciada, basándose en el problema estándar de una única estrella central con un perturbador mucho menos masivo (por ejemplo, de la masa de Júpiter). Sin embargo, en el contexto circumbinario, la evolución secular de la excentricidad del planeta mostró ser dominada por la interacción de estos términos con la contribución secular clásica (Moriwaki & Nakagawa, 2004). En particular, en el caso de dos estrellas centrales de igual masa (el cual tiene una contraparte observacional, por ejemplo, en el sistema Kepler-35), la excentricidad forzada del planeta es nula y la evolución secular es únicamente dominada por la contribución secular de los términos de corto periodo asociados a la perturbación de la binaria.

Sobre escalas temporales del orden de varios millones de años, nuestro modelo de evolución tidal sugiere que los planetas circumbinarios deberían adquirir el estado estacionario de sus espines, típicamente sub-síncrono respecto de su propio movimiento medio. Sin embargo, debido a que el momento angular de espín planetario es despreciable frente a su momento angular orbital, este proceso de sincronización no muestra ninguna contraparte en la evolución orbital del planeta,

por lo que, en estos estadíos, la dinámica rotacional (puramente gobernada por las fuerzas de marea de la binaria) está desacoplada de la evolución orbital (debida a las interacciones gravitatorias de masas puntuales).

La aparición de soluciones estacionarias sub-síncronas para los espines de planetas circumbinarios fue posiblemente uno de los resultados más inesperados de los encontrados en este trabajo. Como muestran las soluciones estacionarias expuestas en el Capítulo 5 para bajas excentricidades y en el Capítulo 6 para excentricidades arbitrarias, la magnitud de la sub-sincronía es directamente proporcional a la masa de la estrella secundaria la cual, a su vez, compite principalmente con la excentricidad del planeta que, al igual que en el problema de dos cuerpos, tiende a generar estados rotacionales estacionarios super-síncronos. Sin embargo, el espín planetario de equilibrio está únicamente determinado por la configuración orbital del sistema y es independiente de los parámetros físicos del planeta tales como su masa y radio, pero incluso también de cantidades que caractericen la disipación de energía tidal en el planeta. Como se discute brevemente en la Sección Perspectivas Futuras, es de esperar que en un modelo tidal más realista, los estados estacionarios dependan también de parámetros que caractericen la reología del planeta (Ferraz-Mello, 2013; Correia et al., 2014).

#### ESTADÍOS EVOLUCIONADOS

Quizás los resultados más interesantes de este trabajo se encuentren relacionados a la evolución dinámica orbital a largo plazo de los sistemas planetarios circumbinarios, especialmente de los planetas.

Como es de esperarse, la dinámica de las estrellas prácticamente no se ve afectada por la presencia de un planeta circundante, y su evolución tanto rotacional como orbital está principalmente dominada por las interacciones entre las dos componentes estelares. Considerando tasas de disipación por mareas estándares para las estrellas (Benítez-Llambay et al., 2011; Maciejewski et al., 2016), en el Capítulo 5 encontramos que, debido a las mareas mutuas, las estrellas en binarias compactas como las observadas en los sistemas circumbinarios de *Kepler* sincronizan sus espines en los valores super-síncronos, en escalas de tiempo de algunos pocos Gyrs. Una vez alcanzado este estado, la órbita evoluciona decreciendo su excentricidad y disminuyendo su semieje. Ambos resultados se corresponden perfectamente con lo esperado en los modelos tidales de fricción débil de dos cuerpos (e.g. Hut, 1980). A diferencia de los sistemas planetarios alrededor de una estrella aislada, la presencia de una estrella secundaria cercana de masa comparable conduce al estado estacionario de los espines estelares y, como resultado, la dinámica rotacional queda únicamente determinada por la evolución tidal y es independiente de los espines iniciales luego de su formación.

Sin embargo, como consideramos en el Capítulo 3, en sistemas binarios muy evolucionados como el caso de Kepler-38, la propia evolución química de las componentes estelares puede generar importantes variaciones en su tamaño. Estas variaciones deben ser tenidas en cuenta en los modelos tidales ya que, debido a la fuerte dependencia de este tipo de interacciones con el radio de los cuerpos, son capaces de acelerar los procesos de evolución orbital por mareas de manera considerable. No obstante, los cambios de estructura interna y de tamaño de las

componentes estelares se espera que repercutan en la cantidad de energía disipada en ellas a lo largo del tiempo, lo cual no ha sido tenido en cuenta en nuestro modelo y puede modificar la evolución orbital tardía.

Sobre los efectos de las fuerzas de marea sobre el planeta circumbinario es donde este trabajo hizo probablemente su principal aporte. Utilizando un modelo tidal *Constant Time Lag* basado en el trabajo de Mignard (1979), construimos una extensión auto-consistente para el problema de tres cuerpos general, donde todas las mareas entre pares fueron tenidas en cuenta así como también las fuerzas de reacción. Si bien, en el caso general, se espera que las mareas que ejerce el planeta sobre las componentes estelares sea despreciable frente a las que las estrellas ejercen sobre él, la construcción de un modelo auto-consistente permite evitar situaciones particulares (como, por ejemplo, las que se encuentran en el problema de dos cuerpos para órbitas circulares) donde las mareas planetarias pueden ser importantes y, además, permite considerar de manera natural la posibilidad que el cuerpo circumbinario sea de masa comparable con las componentes de la binaria central, como en sistemas estelares triples.

En un modelo tidal auto-consistente de más de dos cuerpos, la deformación por mareas que sufre cada cuerpo es causada por el potencial gravitatorio generado debido a todos sus compañeros. Por lo tanto, fue necesario identificar cuáles son las deformaciones tidales que tienen un efecto neto en la evolución dinámica a largo plazo del sistema. En el Capítulo 5 hemos presentado una revisión de las fuerzas de Mignard (1979) y demostramos que, en el caso del problema de tres cuerpos lejos de cualquier RMM, la única fuerza tidal que necesita ser considerada sobre cada masa  $m_i$  es aquella que proviene de la deformación que la propia masa  $m_i$  genera sobre  $m_j$  y  $m_k$  y, como consecuencia, los llamados *torques cruzados* pueden ser despreciados ya que no generan un torque neto.

Si bien por un lado nuestro modelo predice que sobre escalas de tiempo de algunos Myrs el planeta circumbinario adquiere rotación estacionaria, una vez alcanzado este estado, para parámetros del sistema circumbinario estándares como los observados por la misión *Kepler*, las fuerzas de marea ejercidas por las estrellas sobre el planeta generan que éste migre hacia el exterior del sistema, en tiempos característicos del orden de Gyrs. Este comportamiento se espera que sea independiente del modelo tidal ya que pudo ser interpretado de la siguiente forma: en la geometría circumbinaria, el efecto tidal del sistema binario puede ser sustituido por el de un solo cuerpo con frecuencia rotacional igual al movimiento medio de la binaria. Debido a que esta cantidad es siempre mayor que el movimiento medio del planeta, el semieje mayor del planeta aumenta, de manera análoga al problema de 2-cuerpos donde la estrella central se encuentra rotando más rápidamente que el movimiento medio del planeta. Además, este resultado se opone a la migración orbital hacia el interior que encuentran otros autores (Correia et al., 2016) con modelos más simples, donde las fuerzas de marea causadas por las dos componentes estelares son modeladas por una fuerza de marea equivalente, generada desde el centro de masa de la binaria.

Respecto del efecto tidal sobre la excentricidad del planeta, encontramos que como resultado de las mareas los planetas circumbinarios sincronizados siempre tienden a amortiguar su excentricidad, al igual que en el caso de dos cuerpos. Sin embargo, a diferencia de en este último caso, la excentricidad propia de la binaria

induce, a través de las interacciones puramente gravitatorias, una excentricidad de captura no nula que puede ser reproducida por el modelo presentado en el Capítulo 4. En órbitas con estas excéntricas, y no en órbitas circulares como en el problema de dos cuerpos, deberían encontrarse los planetas circumbinarios sometidos a intensas fuerzas disipativas como las mareas.

Finalmente mencionamos que en algunas simulaciones numéricas generadas con nuestro modelo, típicamente asociadas a baja excentricidad planetaria, hemos observado que durante la evolución orbital el planeta y la estrella secundaria ingresan en el modo secular alineado (Michtchenko & Malhotra, 2004), donde la diferencia de sus longitudes de pericentro oscila en torno a cero. Como consecuencia, en la construcción de aproximaciones seculares analíticas del Capítulo 5 y 6 hemos omitido las promediaciones sobre los pericentros, ya que los términos asociados a éstas pueden tener una contribución neta en la dinámica secular, al menos para algunas condiciones iniciales.

#### APLICACIÓN A SISTEMAS PARTICULARES

En el Capítulo 3, nuestros resultados sobre captura resonante y evolución tidal fueron aplicados al sistema Kepler-38, un sistema circumbinario con el planeta relativamente próximo a la RMM 5/1. En particular, hemos analizado la posibilidad de que la configuración orbital actual de este sistema pueda ser explicada por la combinación de ambos mecanismos. La elección de este sistema particular como ejemplo de trabajo se basó en dos razones: (i) capturas en la RMM 5/1 habían sido previamente reportadas en este sistema con simulaciones hidrodinámicas (Kley & Haghighipour, 2014) y (ii) el sistema es muy compacto y suficientemente evolucionado (Orosz et al., 2012b) como para asumir que las mareas debieron haber jugado un rol importante en su historia evolutiva.

Primeramente, el escenario fue evaluado a partir de considerar diferentes sistemas binarios primordiales, los cuales fueron obtenidos al integrar hacia atrás en el tiempo las ecuaciones de evolución tidal de la binaria. Sobre las configuraciones orbitales primordiales que de esto surgieron, realizamos simulaciones del proceso de captura en la RMM 5/1 y encontramos que, para parámetros tidales de las estrellas estándares, la captura en la resonancia era altamente probable y estable por muy largos periodos de tiempo, incluso considerando efectos relativistas (Richardson & Kelly, 1988) y la evolución de tamaño de la estrella primaria.

A partir de las órbitas resonantes, hemos evaluado la subsecuente evolución orbital del sistema por mareas. Si bien nuestro resultado de que, una vez sincronizados, los planetas circumbinarios como Kepler-38b migran hacia el exterior del sistema favorece nuestra hipótesis de captura resonante seguida evolución tidal en este sistema, en el Capítulo 3 encontramos que este escenario sólo puede explicar la configuración orbital actual en el caso en que la disipación por mareas sobre el planeta haya sido aproximadamente dos órdenes por encima de lo que usualmente se espera, teniendo como referencia a los planetas de masa similar en el sistema solar.

Sin embargo, la gran incerteza con la que se cuenta para la masa de Kepler-38b se traduce en una incerteza aún mayor sobre su estructura interna y, por lo tanto, sobre la cantidad de energía disipada por mareas en dicho planeta y, en particu-

lar, la evolución de esta tasa de disipación en el tiempo. Como consecuencia, si bien nuestra hipótesis parece poco probable en este sistema, nuevas observaciones y posiblemente un modelo tidal más realista podrían aportar luz sobre la viabilidad de estos mecanismos en el sistema Kepler-38 en particular y en los sistemas planetarios circumbinarios en general.

La construcción del modelo secular analítico para la evolución tidal expandido en excentricidades del Capítulo 5 fue fundamental para comprender y generalizar los resultados que obteníamos con la resolución numérica de las ecuaciones de movimiento. Por su parte, el desarrollo de un modelo analítico válido para excentricidades arbitrarias presentado en el Capítulo 6 permitió evaluar el rol que posiblemente desempeñaron las mareas en establecer la configuración orbital y rotacional actual de los sistemas circumbinarios *Kepler*.

Por un lado, las escalas de tiempo características para la evolución rotacional resultaron ser lo suficientemente cortas como para sugerir que todos los planetas circumbinarios *Kepler* muy probablemente se encuentren con espines estacionarios, aún en el caso de que los planetas disipen mucha menos energía tidal de la esperada. Además, nuestro modelo predice que la configuración rotacional de equilibrio debería ser sub-síncrona respecto a su propio movimiento medio, en todos los planetas circumbinarios de *Kepler*.

Por otra parte, los tiempos característicos de evolución tidal orbital que predice nuestro modelo son muy superiores a los rotacionales y, por lo tanto, se espera que la órbita de los planetas circumbinarios de *Kepler* haya sido sólo débilmente afectada por las mareas, nuevamente considerando las tasas de disipación tidal estándares basadas en planetas del sistema solar. Sin embargo, algunos estudios recientes (Thun & Kley, 2018) sugieren que los discos protoplanetarios circumbinarios podrían excitar fuertemente las excentricidades planetarias durante el proceso de migración, especialmente en el caso de planetas poco masivos. Esto se contrapone con la curiosa proximidad que presentan las excentricidades de varios planetas circumbinarios de *Kepler* respecto de la excentricidad de captura (de acuerdo al modelo presentado en el Capítulo 4). Una vez más, la gran incerteza sobre las tasas de disipación por marea en los planetas inhibe cualquier análisis riguroso pero, de confirmarse los resultados de Thun & Kley (2018), la amortiguación de las excentricidades por marea en estos sistemas parece ser uno de los mecanismos más probables.

Si bien una gran cantidad de aspectos sobre la evolución dinámica de sistemas planetarios circumbinarios han sido discutidos en esta tesis, muchas cuestiones quedan aún por resolver y deben ser objeto de futuras investigaciones.

Respecto de los estadios tempranos en la evolución de sistemas planetarios circumbinarios, si bien es bastante aceptado que los planetas del tipo *Kepler* deben formarse lejos de la binaria donde el ambiente circumbinario se asemeja al de una estrella simple, no son aún completamente comprendidos los procesos de migración planetaria en el disco y tampoco los mecanismos de captura.

En el contexto circumbinario, a las dificultades propias de la complejísima magnetohidrodinámica de los discos protoplanetarios y su interacción con un planeta embebido en él, se le agregan las perturbaciones gravitatorias que ejerce la estrella secundaria, la cual induce patrones espirales dependientes del tiempo además de la ya mencionada cavidad sub-densa en el interior del disco.

La mayor parte de los autores atribuyen la detención de la migración del planeta a la presencia de dicha cavidad, por lo que la mayoría de los trabajos intentan generar cavidades cuya extensión se ajuste a la posición actualmente observada para los planetas circumbinarios. Esta técnica presenta una cantidad de dificultades, debido a que la estructura de la cavidad es muy sensible no sólo a la configuración orbital de la binaria central sino también a la termodinámica asumida para el disco. Más aun, todavía existe mucha discusión sobre aspectos puramente numéricos de las simulaciones, como por ejemplo sobre el tamaño adecuado de la grilla computacional y sobre que condiciones de borde son las más representativas del problema real (Thun et al., 2017). Por lo tanto, aún queda mucho por comprender sobre los estadios tempranos de evolución de estos sistemas, en particular en relación a la interacción y el efecto de estos discos sobre los planetas migrantes y respecto de la estructura de la cavidad sub densa interior y su eficacia en detener la migración interior. Lo primero permitiría especular con una prescripción numérica más realista que imite la fricción que experimentan los planetas en los discos circumbinarios y lo segundo permitiría evaluar la preponderancia de esta trampa planetaria respecto de las capturas en RMM de alto orden, como mecanismo de captura.

En este mismo sentido, un estudio detallado sobre la estructura dinámica de las RMMs de altos órdenes en el contexto circumbinario también se vuelve muy necesario. Características relativas a la posición de la rama asintótica, el ancho de separatriz, los modos de libración y la estabilidad de dichas estructuras resultan fundamentales para comprender su rol en la evolución de sistemas circumbinarios, no solo en los estadios tempranos donde las fuerzas disipativas más importantes son las debidas al disco protoplanetario, sino también en etapas evolucionadas donde otro tipo de fuerzas no conservativas como las mareas puede estar actuando con la dinámica puramente gravitatoria. En este punto, basados en la experiencia con la que se cuenta en el grupo en el estudio de este tipo de estructu-



ra dinámica, pretendemos realizar un aporte significativo posiblemente a partir de un modelo analítico.

A lo largo de esta tesis se han estudiado las interacciones de mareas en sistemas planetarios circumbinarios, basándonos en el modelo de fricción débil de Mignard (1979). Este modelo es un caso particular de los llamados *modelos lineales de Darwin*, donde los retardos tidales se asumen pequeños y linealmente proporcionales a las frecuencias tidales (e.g. Ferraz-Mello et al., 2008). Dentro de las ventajas del modelo podemos destacar que quizás se trate del modelo tidal que ha sido más estudiado en la literatura, debido probablemente a su relativamente sencilla interpretación física. Más importante aún, es la eficacia que ha demostrado tener en reproducir las interacciones de marea entre cuerpos poco viscosos, tales como estrellas o planetas con grandes componentes gaseosas (Efroimsky, 2015).

Sin embargo, el modelo de Mignard (1979) presenta una serie de dificultades, las más importantes surgiendo cuando se lo aplica en el estudio de cuerpos viscosos en configuraciones próximas a resonancias espín-órbita: todos los modelos tidales del tipo de Darwin aplicados al problema de dos cuerpos muestran, consistentemente, la existencia de soluciones estacionarias para los espines síncronas con el movimiento medio, cuando los dos cuerpos se encuentran en órbita circular o super-síncronas en otro caso. En particular, en el modelo de Mignard el apartamiento de la sincronía está dado por un término  $\sim 6ne^2$ , el cual es independiente de la naturaleza del cuerpo. Sin embargo, esta predicción no es confirmada para un cuerpo rocoso como Titán, donde el exceso predicho por la teoría es de  $\sim 38^\circ$  por año mientras que la misión Cassini, utilizando mediciones de radar, no ha encontrado discrepancia del movimiento síncrono mayor a  $\sim 0.02^\circ$  por año (Meriggiola et al., 2016)

Recientemente, una nueva teoría tidal para cuerpos viscosos ha sido presentada en Ferraz-Mello (2013, 2015) y desarrollada y extendida luego en Folonier et al. (2018); Gomes et al. (2019). Básicamente, se utiliza un modelo de *creep* newtoniano que resulta de una solución esférica aproximada de las ecuaciones de Navier-Stokes para fluidos con muy bajo número de Reynolds para calcular la deformación de la superficie debido a una marea anelástica. Esta deformación se asume proporcional a la tensión aplicada, siendo la constante de proporcionalidad el llamado *factor de relajación*  $\gamma$  el cual es inversamente proporcional a la viscosidad del cuerpo. En la teoría *creep* el exceso en la rotación síncrona es efectivamente dependiente de la reología del cuerpo y está aproximadamente dado por  $\sim 6\gamma^2 ne^2 / (n^2 + \gamma^2)$ . Es posible ver que, por un lado, para cuerpos muy poco viscosos,  $\gamma \rightarrow \infty$  y se recupera la super-sincronía de Mignard mientras que, para el caso de alta viscosidad, el apartamiento de la sincronía tiende asintóticamente a 0. Una teoría similar utilizando reología viscoelástica de Maxwell para los cuerpos fue presentada en Correia et al. (2014), obteniendo resultados virtualmente equivalentes (Ferraz-Mello, 2015b).

En un futuro cercano, pretendemos ampliar el modelo *creep* al caso de tres masas interactuantes. A partir del mismo, pretendemos corroborar los resultados obtenidos con el modelo de fricción débil de Mignard y extender estos resultados al rango de viscosidades altas.

En especial, a partir de un modelo analítico para las RMMs de altos órdenes en el contexto circumbinario y de un modelo tidal válido para cualquier viscosidad de los cuerpos, se pretende estudiar el efecto de los torques tidales sobre la dinámica resonante. De acuerdo a lo discutido en la primera parte del Capítulo 5 en el marco del modelo de Mignard, estos torques pueden tener un efecto importante en la dinámica secular ya que, además de los *torques cruzados*, los términos de orden 0 en el retardo temporal mostraban tener una contribución neta.

Finalmente mencionamos que el sistema de satélites de Plutón resulta ser un escenario ideal para estudiar en detalle estos mecanismos. En particular, entre las principales características de interés del sistema podemos nombrar:

- El satélite principal de Plutón, Caronte, tiene aproximadamente la mitad de su tamaño y  $\sim 12\%$  de su masa (Stern et al., 2015). Además, se encuentra en órbita casi perfectamente circular cuyo periodo orbital coincide con su periodo rotacional y también con el periodo rotacional de Plutón, formando la llamada *sincronía doble*. Esta configuración dinámica constituye el estadio final de evolución por mareas de un sistema de dos cuerpos.
- Los satélites menores de Plutón, Styx, Nix, Kerberos e Hydra, tienen solo algunas decenas de kilómetros de diámetro (Porter et al., 2016) y son altamente elongados. Curiosamente todas sus órbitas son aproximadamente coplanares y circulares, con periodos muy cercanos a múltiplos enteros (3, 4, 5 y 6) del periodo de Caronte (Showalter & Hamilton, 2015)

Entre los principales objetivos, se pretende estudiar y caracterizar la compleja cadena multi-resonante de los satélites menores. Además, se espera comprender los procesos que la formaron y sus consecuencias en la evolución dinámica del sistema. Finalmente, se prevee aplicar el modelo *creep* para estudiar la evolución tidal del sistema, incluyendo algunas características peculiares del sistema tales como el achatamiento por rotación de Plutón y Caronte, así como la forma elongada de los satélites menores y su oblicuidad.





Parte V

APÉNDICE



.1 COEFICIENTES DE LA EVOLUCIÓN TIDAL ROTACIONAL

Las ecuaciones variacionales para el espín del planeta CB, hasta orden cuarto en  $\alpha$ , están dados en la Ecuación (85), la cual se repite aquí por convenciencia:

$$\left\langle \frac{d\Omega_2}{dt} \right\rangle = \frac{3\mathcal{G}\mathcal{R}_2^5 k_{2,2} \Delta t_2}{2C_2 a_2^6} \sum_{i=0}^4 K_i^{(s)} \left( A_i^{(s)} n_1 + B_i^{(s)} n_2 + C_i^{(s)} \Omega_2 \right) \alpha^i,$$

Los coeficientes  $A_i^{(s)}$ , multiplicando al movimiento medio de la binaria  $n_1$ , adquieren la forma

$$\begin{aligned} A_0^{(s)} &= 0 \\ A_1^{(s)} &= 0 \\ A_2^{(s)} &= -\frac{6\sqrt{1-e_1^2}}{(1-e_2^2)^{13/2}} X_1 \\ A_3^{(s)} &= -\frac{168\sqrt{1-e_1^2}}{(1-e_2^2)^{15/2}} X_3 e_1 e_2 \cos(\Delta\omega) \\ A_4^{(s)} &= -\frac{6\sqrt{1-e_1^2}}{(1-e_2^2)^{17/2}} \left( 8Y_1 X_5 + 175X_6 e_1^2 e_2^2 \cos(2\Delta\omega) \right), \end{aligned} \tag{100}$$

donde las funciones de excentricidad  $Y_i(e_1)$  y  $X_i(e_2)$  están explícitamente dadas en el Apéndice .3.

Los coeficientes  $B_i^{(s)}$  que multiplican al movimiento medio del planeta  $n_2$ , resultaron ser

$$\begin{aligned} B_0^{(s)} &= \frac{2}{(1-e_2^2)^6} X_1 \\ B_1^{(s)} &= \frac{72}{(1-e_2^2)^7} X_3 e_1 e_2 \cos(\Delta\omega) \\ B_2^{(s)} &= \frac{3}{(1-e_2^2)^8} \left( 8Y_1 X_5 + 175X_6 e_1^2 e_2^2 \cos(2\Delta\omega) \right) \\ B_3^{(s)} &= \frac{50e_1 e_2}{(1-e_2^2)^9} \left( 24Y_2 X_8 \cos(\Delta\omega) + 49X_9 e_1^2 e_2^2 \cos(3\Delta\omega) \right) \\ B_4^{(s)} &= \frac{15}{(1-e_2^2)^{10}} \left( 8Y_3 X_{11} + 756Y_4 X_{12} e_1^2 e_2^2 \cos(2\Delta\omega) + \frac{9261}{16} X_{13} e_1^4 e_2^4 \cos(4\Delta\omega) \right). \end{aligned} \tag{101}$$

Finalmente, los coeficientes que acompañan al espín planetario  $\Omega_2$ , son

$$\begin{aligned}
C_0^{(s)} &= -\frac{2}{(1-e_2^2)^{9/2}} X_2 \\
C_1^{(s)} &= -\frac{45}{(1-e_2^2)^{11/2}} X_4 e_1 e_2 \cos(\Delta\omega) \\
C_2^{(s)} &= -\frac{9}{(1-e_2^2)^{13/2}} \left( 2Y_1 X_1 + 25X_7 e_1^2 e_2^2 \cos(2\Delta\omega) \right) \\
C_3^{(s)} &= -\frac{35e_1 e_2}{(1-e_2^2)^{15/2}} \left( 18Y_2 X_3 \cos(\Delta\omega) + \frac{175}{8} X_{10} e_1^2 e_2^2 \cos(3\Delta\omega) \right) \\
C_4^{(s)} &= -\frac{9}{(1-e_2^2)^{17/2}} \left( 8Y_3 X_5 + 490Y_4 X_6 e_1^2 e_2^2 \cos(2\Delta\omega) + \frac{3675}{16} X_{14} e_1^4 e_2^4 \cos(4\Delta\omega) \right).
\end{aligned} \tag{102}$$

Notemos que todos los coeficientes son funciones de las excentricidades, mientras algunos de ellos también depende de la diferencia entre longitudes de pericentro.

Respecto de los espines estacionarios (Ecuación (88)), las soluciones predichas por nuestro modelo pueden escribirse como

$$\langle \Omega_2 \rangle^{(st)} = \sum_{i=0}^4 \langle \Omega_2 \rangle_i^{(st)} \alpha^i.$$

Los términos a diferente orden  $\langle \Omega_2 \rangle_i^{(st)}$  están dados por

$$\begin{aligned}
\langle \Omega_2 \rangle_0^{(st)} &= -\frac{1}{C_0^{(s)}} D_0^{(s)} \\
\langle \Omega_2 \rangle_1^{(st)} &= -\frac{K_1^{(s)}}{K_0^{(s)} C_0^{(s)}} \left( D_1^{(s)} + C_1^{(s)} \langle \Omega_2 \rangle_0^{(st)} \right) \\
\langle \Omega_2 \rangle_2^{(st)} &= -\frac{K_2^{(s)}}{K_0^{(s)} C_0^{(s)}} \left( D_2^{(s)} + C_2^{(s)} \langle \Omega_2 \rangle_0^{(st)} + \frac{K_1^{(s)}}{K_2^{(s)}} C_2^{(s)} \langle \Omega_2 \rangle_1^{(st)} \right) \\
\langle \Omega_2 \rangle_3^{(st)} &= -\frac{K_3^{(s)}}{K_0^{(s)} C_0^{(s)}} \left( D_3^{(s)} + C_3^{(s)} \langle \Omega_2 \rangle_0^{(st)} + \frac{K_2^{(s)}}{K_3^{(s)}} C_2^{(s)} \langle \Omega_2 \rangle_1^{(st)} + \frac{K_1^{(s)}}{K_3^{(s)}} C_1^{(s)} \langle \Omega_2 \rangle_2^{(st)} \right) \\
\langle \Omega_2 \rangle_4^{(st)} &= -\frac{K_4^{(s)}}{K_0^{(s)} C_0^{(s)}} \left( D_4^{(s)} + C_4^{(s)} \langle \Omega_2 \rangle_0^{(st)} + \frac{K_3^{(s)}}{K_4^{(s)}} C_3^{(s)} \langle \Omega_2 \rangle_1^{(st)} + \frac{K_2^{(s)}}{K_4^{(s)}} C_2^{(s)} \langle \Omega_2 \rangle_2^{(st)} \right. \\
&\quad \left. + \frac{K_1^{(s)}}{K_4^{(s)}} C_1^{(s)} \langle \Omega_2 \rangle_3^{(st)} \right),
\end{aligned}$$

donde, por compactidad, hemos definido  $D_i^{(s)} = A_i^{(s)} n_1 + B_i^{(s)} n_2$ .

## .2 COEFICIENTES DE LA EVOLUCIÓN TIDAL ORBITAL

Como vimos en la Ecuación (91), la derivada temporal del semieje del planeta CB puede escribirse como

$$\left\langle \frac{da_2}{dt} \right\rangle = \frac{n_2}{\mathcal{G}m_2\sigma_1 a_2^4} \sum_{i=0}^4 K_i^{(a)} \left( A_i^{(a)} n_1 + B_i^{(a)} n_2 + C_i^{(a)} \bar{\Omega}_i^* \right) \alpha^i,$$

donde las definiciones de  $K_i^{(a)}$  y  $\bar{\Omega}_i^*$  están explícitamente dadas en (92) y (93). Los coeficientes son:

$$\begin{aligned} A_0^{(a)} &= 0 \\ A_1^{(a)} &= 0 \\ A_2^{(a)} &= \frac{10\sqrt{1-e_1^2}}{(1-e_2^2)^8} X_5 \\ A_3^{(a)} &= \frac{400\sqrt{1-e_1^2}}{(1-e_2^2)^9} X_8 e_1 e_2 \cos(\Delta\varpi) \\ A_4^{(a)} &= \frac{25\sqrt{1-e_1^2}}{8(1-e_2^2)^{10}} \left( 32Y_1 X_{11} + 9 \left( 120X_{12} - 184e_1^2 X_{21} + 127e_1^4 X_{22} \right) \cdot \frac{e_1^2 e_2^2 \cos(2\Delta\varpi)}{(1-e_1^2)^2} \right) \end{aligned} \quad (103)$$

$$\begin{aligned} B_0^{(a)} &= -\frac{2}{(1-e_2^2)^{15/2}} X_{15} \\ B_1^{(a)} &= -\frac{114}{(1-e_2^2)^{17/2}} X_{16} e_1 e_2 \cos(\Delta\varpi) \\ B_2^{(a)} &= -\frac{1}{(1-e_2^2)^{19/2}} \left( 34Y_1 X_{17} + 1195X_{18} e_1^2 e_2^2 \cos(2\Delta\varpi) \right) \\ B_3^{(a)} &= -\frac{25}{8(1-e_2^2)^{21/2}} \left( 772Y_2 X_{19} e_1 e_2 \cos(\Delta\varpi) + 2415X_{20} e_1^3 e_2^3 \cos(3\Delta\varpi) \right) \\ B_4^{(a)} &= -\frac{5}{32(1-e_2^2)^{23/2}} \left( 1408Y_3 X_{23} + 195300Y_4 X_{24} e_1^2 e_2^2 \cos(2\Delta\varpi) \right. \\ &\quad \left. + 222075X_{25} e_1^4 e_2^4 \cos(4\Delta\varpi) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_0^{(a)} &= \frac{2}{(1-e_2^2)^6} X_1 \\ C_1^{(a)} &= \frac{72}{(1-e_2^2)^7} X_3 e_1 e_2 \cos(\Delta\varpi) \\ C_2^{(a)} &= \frac{3}{(1-e_2^2)^8} \left( 8Y_1 X_5 + 175X_7 e_1^2 e_2^2 \cos(2\Delta\varpi) \right) \\ C_3^{(a)} &= \frac{50}{(1-e_2^2)^9} \left( 24Y_2 X_8 e_1 e_2 \cos(\Delta\varpi) + 49X_9 e_1^3 e_2^3 \cos(3\Delta\varpi) \right) \\ C_4^{(a)} &= \frac{5}{16(1-e_2^2)^{10}} \left( 384Y_3 X_{11} + 36288Y_4 X_{12} e_1^2 e_2^2 \cos(2\Delta\varpi) + 27783X_{13} e_1^4 e_2^4 \cos(4\Delta\varpi) \right). \end{aligned} \quad (104)$$

De la misma manera, la evolución de la excentricidad del planeta CB hasta cuarto orden en  $\alpha$  está dada por

$$\left\langle \frac{de_2^2}{dt} \right\rangle = \frac{n_2}{\mathcal{G}m_2\sigma_1 a_2^5} \sum_{i=0}^4 K_i^{(e)} \left( A_i^{(e)} n_1 + B_i^{(e)} n_2 + C_i^{(e)} \bar{\Omega}_i^* \right) a^i$$

donde  $K_i^{(e)} = K_i^{(a)}$  y los coeficientes se listan a continuación:

$$\begin{aligned} A_0^{(e)} &= 0 \\ A_1^{(e)} &= 0 \\ A_2^{(e)} &= \frac{75\sqrt{1-e_1^2}}{(1-e_2^2)^7} X_3 e_2^2 \\ A_3^{(e)} &= \frac{85\sqrt{1-e_1^2}}{(1-e_2^2)^8} X_{30} e_1 e_2 \cos(\Delta\omega) \\ A_4^{(e)} &= \frac{25\sqrt{1-e_1^2}}{8(1-e_2^2)^9} \left[ 304Y_1 X_8 e_2^2 + (380X_{34} - 256e_1^2 X_{35} + 443e_1^4 X_{36}) \frac{e_1^2 e_2^2 \cos(2\Delta\omega)}{(1-e_1^2)^2} \right] \\ B_0^{(e)} &= -\frac{18}{(1-e_2^2)^{13/2}} X_3 e_2^2 \\ B_1^{(e)} &= -\frac{27}{(1-e_2^2)^{15/2}} X_{26} e_1 e_2 \cos(\Delta\omega) \\ B_2^{(e)} &= -\frac{5}{4(1-e_2^2)^{17/2}} \left( 296Y_1 X_8 e_2^2 + 361X_{28} e_1^2 e_2^2 \cos(2\Delta\omega) \right) \\ B_3^{(e)} &= -\frac{25}{8(1-e_2^2)^{19/2}} \left( 148Y_2 X_{31} e_1 e_2 \cos(\Delta\omega) + 1141X_{32} e_1^3 e_2^3 \cos(3\Delta\omega) \right) \\ B_4^{(e)} &= -\frac{15}{8(1-e_2^2)^{21/2}} \left( 1504Y_3 X_{37} e_2^2 + 5187Y_4 X_{38} e_1^2 e_2^2 \cos(2\Delta\omega) \right. \\ &\quad \left. + 10017X_{39} e_1^4 e_2^4 \cos(4\Delta\omega) \right) \\ C_0^{(e)} &= \frac{11}{(1-e_2^2)^5} X_4 e_2^2 \\ C_1^{(e)} &= \frac{39}{2(1-e_2^2)^6} X_{27} e_1 e_2 \cos(\Delta\omega) \\ C_2^{(e)} &= \frac{45}{(1-e_2^2)^7} \left( 4Y_1 X_3 e_2^2 + 5X_{29} e_1^2 e_2^2 \cos(2\Delta\omega) \right) \\ C_3^{(e)} &= \frac{85}{16(1-e_2^2)^8} \left( 48Y_2 X_{30} e_1 e_2 \cos(\Delta\omega) + 145X_{33} e_1^3 e_2^3 \cos(3\Delta\omega) \right) \\ C_4^{(e)} &= \frac{285}{8(1-e_2^2)^9} \left( \frac{2224}{57} Y_3 X_8 e_2^2 + 112Y_4 X_{34} e_1^2 e_2^2 \cos(2\Delta\omega) + 147X_{40} e_1^4 e_2^4 \cos(4\Delta\omega) \right). \end{aligned} \tag{105}$$

## .3 FUNCIONES DE EXCENTRICIDAD

Las funciones de excentricidad  $Y_i(e_1)$  y  $X_i(e_2)$  a las cuales nos hemos referido en las ecuaciones anteriores resultan ser combinaciones de los coeficientes de Hansen. Explícitamente, las dependientes de la excentricidad de la binaria son:

$$\begin{aligned} Y_1 &= 1 + \frac{3}{2}e_1^2 & ; & \quad Y_2 = 1 + \frac{3}{4}e_1^2 & (106) \\ Y_3 &= 1 + 5e_1^2 + \frac{15}{8}e_1^4 & ; & \quad Y_4 = 1 + \frac{1}{2}e_1^2, \end{aligned}$$

mientras que las funciones de la excentricidad del planeta CB se listan en la [Tabla 6](#):



Tabla 6: Funciones de excentricidad planetaria

$i$	$X_i$
1	$1 + \frac{15}{2}e_2^2 + \frac{45}{8}e_2^4 + \frac{5}{16}e_2^6$
2	$1 + 3e_2^2 + \frac{3}{8}e_2^4$
3	$1 + \frac{15}{4}e_2^2 + \frac{15}{8}e_2^4 + \frac{5}{64}e_2^6$
4	$1 + \frac{3}{2}e_2^2 + \frac{1}{8}e_2^4$
5	$1 + 14e_2^2 + \frac{105}{4}e_2^4 + \frac{35}{4}e_2^6 + \frac{35}{128}e_2^8$
6	$1 + \frac{5}{2}e_2^2 + \frac{15}{16}e_2^4 + \frac{1}{32}e_2^6$
7	$1 + e_2^2 + \frac{1}{16}e_2^4$
8	$1 + 7e_2^2 + \frac{35}{4}e_2^4 + \frac{35}{16}e_2^6 + \frac{7}{128}e_2^8$
9	$1 + \frac{15}{8}e_2^2 + \frac{9}{16}e_2^4 + \frac{1}{64}e_2^6$
10	$1 + \frac{3}{4}e_2^2 + \frac{3}{80}e_2^4$
11	$1 + \frac{45}{2}e_2^2 + \frac{315}{4}e_2^4 + \frac{525}{8}e_2^6 + \frac{1575}{128}e_2^8$
12	$1 + \frac{14}{3}e_2^2 + \frac{35}{8}e_2^4 + \frac{7}{8}e_2^6 + \frac{7}{384}e_2^8$
13	$1 + \frac{3}{2}e_2^2 + \frac{3}{8}e_2^4 + \frac{1}{112}e_2^6$
14	$1 + \frac{3}{5}e_2^2 + \frac{1}{40}e_2^4$
15	$1 + \frac{31}{2}e_2^2 + \frac{255}{8}e_2^4 + \frac{185}{16}e_2^6 + \frac{25}{64}e_2^8$
16	$1 + \frac{287}{38}e_2^2 + \frac{385}{38}e_2^4 + \frac{1645}{608}e_2^6 + \frac{175}{2432}e_2^8$
17	$1 + \frac{406}{17}e_2^2 + \frac{6013}{68}e_2^4 + \frac{5285}{68}e_2^6 + \frac{33355}{2176}e_2^8 + \frac{175}{544}e_2^{10}$
18	$1 + \frac{2373}{478}e_2^2 + \frac{18865}{3824}e_2^4 + \frac{7973}{7648}e_2^6 + \frac{175}{7648}e_2^8$
19	$1 + \frac{2277}{193}e_2^2 + \frac{22239}{772}e_2^4 + \frac{58065}{3088}e_2^6 + \frac{72639}{24704}e_2^8 + \frac{315}{6176}e_2^{10}$
20	$1 + \frac{679}{184}e_2^2 + \frac{1071}{368}e_2^4 + \frac{749}{1472}e_2^6 + \frac{7}{736}e_2^8$
21	$1 + \frac{91}{23}e_2^2 + \frac{70}{23}e_2^4 + \frac{175}{368}e_2^6 + \frac{21}{2944}e_2^8$
22	$1 + \frac{609}{127}e_2^2 + \frac{2345}{508}e_2^4 + \frac{1925}{2032}e_2^6 + \frac{329}{16256}e_2^8$
23	$1 + \frac{755}{22}e_2^2 + \frac{2205}{11}e_2^4 + \frac{28455}{88}e_2^6 + \frac{221025}{1408}e_2^8 + \frac{54873}{2816}e_2^{10} + \frac{1575}{5632}e_2^{12}$
24	$1 + \frac{242}{31}e_2^2 + \frac{3521}{248}e_2^4 + \frac{1827}{248}e_2^6 + \frac{3787}{3968}e_2^8 + \frac{7}{496}e_2^{10}$
25	$1 + \frac{1379}{470}e_2^2 + \frac{721}{376}e_2^4 + \frac{215}{752}e_2^6 + \frac{7}{1504}e_2^8$
26	$1 + \frac{829}{36}e_2^2 + \frac{3515}{72}e_2^4 + \frac{3305}{192}e_2^6 + \frac{5}{9}e_2^8$
27	$1 + \frac{25}{2}e_2^2 + \frac{85}{8}e_2^4 + \frac{5}{8}e_2^6$
28	$1 + \frac{7707}{722}e_2^2 + \frac{90335}{5776}e_2^4 + \frac{49147}{11552}e_2^6 + \frac{1295}{11552}e_2^8$
29	$1 + \frac{35}{6}e_2^2 + \frac{55}{16}e_2^4 + \frac{5}{32}e_2^6$
30	$1 + \frac{91}{4}e_2^2 + \frac{385}{8}e_2^4 + \frac{1085}{64}e_2^6 + \frac{35}{64}e_2^8$
31	$1 + \frac{1341}{37}e_2^2 + \frac{21147}{148}e_2^4 + \frac{74445}{592}e_2^6 + \frac{115227}{4736}e_2^8$
32	$1 + \frac{8911}{1304}e_2^2 + \frac{19887}{2608}e_2^4 + \frac{17605}{10432}e_2^6 + \frac{49}{1304}e_2^8$
33	$1 + \frac{15}{4}e_2^2 + \frac{27}{16}e_2^4 + \frac{1}{16}e_2^6$
34	$1 + \frac{21}{2}e_2^2 + \frac{245}{16}e_2^4 + \frac{133}{32}e_2^6 + \frac{7}{64}e_2^8$
35	$1 + \frac{1113}{64}e_2^2 + \frac{14455}{512}e_2^4 + \frac{8225}{1024}e_2^6 + \frac{889}{4096}e_2^8$
36	$1 + \frac{4431}{443}e_2^2 + \frac{6370}{443}e_2^4 + \frac{27475}{7088}e_2^6 + \frac{5761}{56704}e_2^8$
37	$1 + \frac{45}{4}e_2^2 + \frac{105}{4}e_2^4 + \frac{525}{32}e_2^6 + \frac{315}{128}e_2^8 + \frac{21}{512}e_2^{10}$
38	$1 + \frac{4114}{247}e_2^2 + \frac{89257}{1976}e_2^4 + \frac{60459}{1976}e_2^6 + \frac{152579}{31616}e_2^8 + \frac{329}{3952}e_2^{10}$
39	$1 + \frac{1589}{318}e_2^2 + \frac{5719}{1272}e_2^4 + \frac{711}{848}e_2^6 + \frac{329}{20352}e_2^8$
40	$1 + \frac{11}{4}e_2^2 + e_2^4 + \frac{1}{32}e_2^6$

## BIBLIOGRAFÍA

---

- Armstrong, D. J., Osborn, H. P., Brown, D. J. A., et al. 2014, *MNRAS*, 444, 1873
- Backer, D. C., Foster, R. S., & Sallmen, S. 1993, *Nat*, 365, 817
- Batygin, K., & Morbidelli, A. 2013, *AJ*, 145, 1.
- Beaugé, C. 1994, *CeMDA*, 60, 225.
- Beaugé, C., Michtchenko, T. A., & Ferraz-Mello, S. 2006, *MNRAS*, 365, 1160.
- Beaugé, C., Ferraz-Mello, S., & Michtchenko, T. A. 2007, *Extrasolar Planets. Formation, Detection and Dynamics*, 1
- Beaugé, C., & Nesvorný, D. 2012, *ApJ*, 751, 119.
- Benedict, G. F., & Harrison, T. E. 2017, *AJ*, 153, 258
- Benítez-Llambay, P., Masset, F., & Beaugé, C. 2011, *A&A*, 528, A2.
- Bennett, D. P., Rhie, S. H., Udalski, A., et al. 2016, *AJ*, 152, 125
- Beuermann, K., Hessman, F. V., Dreizler, S., et al. 2010, *A&A*, 521, L60
- Beuermann, K., Buhlmann, J., Diese, J., et al. 2011, *A&A*, 526, A53
- Beutler, G. 2005, *Methods of celestial mechanics. Vol. I / Gerhard Beutler. In cooperation with Leos Mervart and Andreas Verdun. Astronomy and Astrophysics Library. Berlin: Springer, ISBN 3-540-40749-9, 2005, XVI, 464 pp. 99 figures, 11 in colour, 32 tables and a CD-ROM., I, 99*
- Borkovits, T., Érdi, B., Forgács-Dajka, E., et al. 2003, *A&A*, 398, 1091
- Borkovits, T., Csizmadia, S., Forgács-Dajka, E., et al. 2011, *A&A*, 528, A53
- Borkovits, T., Rappaport, S., Hajdu, T., et al. 2015, *MNRAS*, 448, 946
- Borucki, W. J., & Summers, A. L. 1984, *Icarus*, 58, 121
- Bowers, R. L., & Deeming, T. (1984). *Astrophysics. Volume 1-Stars. Research supported by the University of Texas, Los Alamos National Laboratory, and Digicon Geophysical Corp. Boston, MA, Jones and Bartlett Publishers, Inc., 1984, 378 p.*
- Burgasser, A. J., Simcoe, R. A., Bochanski, J. J., et al. 2010, *ApJ*, 725, 1405
- Carpino, M., Milani, A., & Nobili, A. M. 1987, *A&A*, 181, 182.
- Copperwheat, C. M., Morales-Rueda, L., Marsh, T. R., et al. 2011, *MNRAS*, 415, 1381
- Correia, A. C. M., Udry, S., Mayor, M., et al. 2005, *A&A*, 440, 751

- Correia, A. C. M. 2009, *ApJ*, 704, L1
- Correia, A. C. M., Laskar, J., Farago, F., & Boué, G. 2011, *CeMDA*, 111, 105.
- Correia, A. C. M., Boué, G., Laskar, J., et al. 2014, *A&A*, 571, A50
- Correia, A. C. M., Boué, G., & Laskar, J. 2016, *CeMDA*, 126, 189.
- Cresswell, P., & Nelson, R. P. 2006, *A&A*, 450, 833.
- Cresswell, P., & Nelson, R. P. 2008, *A&A*, 482, 677.
- Currie, T., Burrows, A., & Daemgen, S. 2014, *ApJ*, 787, 104
- D'Angelo, G., & Lubow, S. H. 2010, *ApJ*, 724, 730.
- Deca, J., Marsh, T. R., Østensen, R. H., et al. 2012, *MNRAS*, 421, 2798
- Deeg, H. J., Doyle, L. R., Kozhevnikov, V. P., et al. 2000, *A&A*, 358, L5
- Deeg, H. J., Ocaña, B., Kozhevnikov, V. P., et al. 2008, *A&A*, 480, 563
- Delisle, J.-B., Laskar, J., Correia, A. C. M., & Boué, G. 2012, *A&A*, 546, A71.
- Delisle, J.-B., Laskar, J., & Correia, A. C. M. 2014, *A&A*, 566, A137.
- Demircan, O., & Kahraman, G. 1991, *Ap&SS*, 181, 313
- Dermott, S. F. 1979, *Icarus*, 37, 310
- Doolin, S., & Blundell, K. M. 2011, *MNRAS*, 418, 2656
- Dotter, A., Chaboyer, B., Jevremović, D., et al. 2008, *ApJS*, 178, 89-101.
- Doyle, L. R., Deeg, H., Jenkins, J. M., et al. 1998, *Brown Dwarfs and Extrasolar Planets*, 224
- Doyle, L. R., Carter, J. A., Fabrycky, D. C., et al. 2011, *Science*, 333, 1602
- Doyle, L. R., & Deeg, H. J. 2018, *Handbook of Exoplanets*, 115
- Dunhill, A. C., & Alexander, R. D. 2013, *MNRAS*, 435, 2328.
- Duquennoy, A. & Mayor, M. 1991, *A&A*, 500, 337
- Dvorak, R. 1986, *A&A*, 167, 379
- Efroimsky, M. 2012, *ApJ*, 746, 150
- Efroimsky, M. 2015, *AJ*, 150, 98
- Eggenberger, A., Udry, S., Chauvin, G., et al. 2007, *A&A*, 474, 273
- Eggleton, P. P., & Kiseleva-Eggleton, L. 2001, *ApJ*, 562, 1012
- Essick, R., & Weinberg, N. N. 2016, *ApJ*, 816, 18.
- Fabrycky, D., & Tremaine, S. 2007, *ApJ*, 669, 1298

- Fabrycky, D. C., Lissauer, J. J., Ragozzine, D., et al. 2014, *ApJ*, 790, 146
- Ferraz-Mello, S., Rodríguez, A., & Hussmann, H. 2008, *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 101, 171
- Ferraz-Mello, S. 2013, *CeMDA*, 116, 109.
- Ferraz-Mello, S. 2015, *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 122, 359
- Ferraz-Mello, S. 2015, *A&A*, 579, A97
- Folonier, H. A., & Ferraz-Mello, S. 2017, *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 129, 359
- Folonier, H. A., Ferraz-Mello, S., & Andrade-Ines, E. 2018, *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 130, 78
- Gallardo, T. 2006, *Icarus*, 184, 29.
- Goldreich, P., & Schlichting, H. E. 2014, *AJ*, 147, 32.
- Gomes, G. O., Folonier, H. A., & Ferraz-Mello, S. 2019, *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 131, 56
- Goodricke, J. 1784, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series I*, 74, 287
- Hamers, A. S., Perets, H. B., & Portegies Zwart, S. F. 2016, *MNRAS*, 455, 3180
- Harrington, R. S. 1968, *AJ*, 73, 190
- Heintz, W. D. 1969, *JRASC*, 63, 275
- Hełminiak, K. G., Konacki, M., Muterspaugh, M. W., et al. 2012, *MNRAS*, 419, 1285
- Holman, M. J., & Wiegert, P. A. 1999, *AJ*, 117, 621
- Howard, A. W., Marcy, G. W., Johnson, J. A., et al. 2010, *Science*, 330, 653
- Howell, K. C. 1984, *Celestial Mechanics*, 32, 73
- Hut, P. 1980, *A&A*, 92, 167
- Hut, P. 1981, *A&A*, 99, 126.
- Ivanova, N., Justham, S., Chen, X., et al. 2013, *A&A Rev.*, 21, 59
- Jain, C., Paul, B., Sharma, R., et al. 2017, *MNRAS*, 468, L118
- Kley, W., & Haghighipour, N. 2014, *A&A*, 564, A72.
- Konacki, M. 2005, *ApJ*, 626, 431
- Konacki, M., Muterspaugh, M. W., Kulkarni, S. R., et al. 2009, *ApJ*, 704, 513
- Konacki, M., Muterspaugh, M. W., Kulkarni, S. R., et al. 2010, *ApJ*, 719, 1293

- Kondo, Y., Parsons, S. B., Henize, K. G., et al. 1976, *ApJ*, 208, 468
- Kostov, V. B., McCullough, P. R., Carter, J. A., et al. 2014, *ApJ*, 784, 14
- Kostov, V. B., Orosz, J. A., Welsh, W. F., et al. 2016, *ApJ*, 827, 86
- Kozai, Y. 1962, *AJ*, 67, 591
- Krist, J. E., Stapelfeldt, K. R., & Watson, A. M. 2002, *ApJ*, 570, 785
- Lainey, V. 2016, *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 126, 145
- Laskar, J., & Boué, G. 2010, *A&A*, 522, A60
- Lee, M. H., & Peale, S. J. 2002, *ApJ*, 567, 596.
- Lee, M. H., & Peale, S. J. 2003, *ApJ*, 592, 1201
- Lee, M. H., Fabrycky, D., & Lin, D. N. C. 2013, *ApJ*, 774, 52.
- Lee, J. W., Hinse, T. C., Youn, J.-H., et al. 2014, *MNRAS*, 445, 2331
- Leiva, A. M., Correa-Otto, J. A., Beaugé, C. 2013, *MNRAS*, 436, 3772.
- Leung, G. C. K., Lee, M. H. 2013, *ApJ*, 763, 107.
- Li, G., Holman, M. J., & Tao, M. 2016, *ApJ*, 831, 96
- Lidov, M. L. 1962, *Planet Space Sci.*, 9, 719
- Lines, S., Leinhardt, Z. M., Paardekooper, S., Baruteau, C., & Thebault, P. 2014, *ApJ*, 782, L11.
- Lithwick, Y., & Wu, Y. 2012, *ApJ*, 756, L11.
- Maciejewski, G., Dimitrov, D., Fernández, M., et al. 2016, *A&A*, 588, L6.
- Mardling, R. A., & Lin, D. N. C. 2002, *ApJ*, 573, 829
- Marsh, T. R. 2018, *Handbook of Exoplanets*, 96
- Martin, D. V., & Triaud, A. H. M. J. 2014, *A&A*, 570, A91
- Martin, D. V., & Triaud, A. H. M. J. 2015, *MNRAS*, 449, 781
- Martin, D. V. 2017, *MNRAS*, 465, 3235
- Martin, D. V. 2018, *Handbook of Exoplanets*, 156
- Martin, D. V., Triaud, A. H. M. J., Udry, S., et al. 2019, *A&A*, 624, A68
- Marzari, F., Thebault, P., Scholl, H., Picogna, G., & Baruteau, C. 2013, *A&A*, 553, A71.
- Masset, F. S., Morbidelli, A., Crida, A., & Ferreira, J. 2006, *ApJ*, 642, 478.
- Maxted, P. F. L., Heber, U., Marsh, T. R., et al. 2001, *MNRAS*, 326, 1391

- Mayor, M., Marmier, M., Lovis, C., et al. 2011, arXiv e-prints, arXiv:1109.2497
- Mazeh, T., & Shaham, J. 1979, *A&A*, 77, 145
- McCabe, C., Duchêne, G., & Ghez, A. M. 2002, *ApJ*, 575, 974
- Meriggiola, R., Iess, L., Stiles, B. W., et al. 2016, *Icarus*, 275, 183
- Meschiari, S. 2012, *ApJ*, 752, 71.
- Mignard, F. 1979, *Moon and Planets*, 20, 301.
- Mignard, F. 1980, *Moon and Planets*, 23, 185.
- Mills, S. M., & Mazeh, T. 2017, *ApJ*, 839, L8.
- Michtchenko, T. A., Malhotra, R. 2004, *Icarus*, 168, 237.
- Moe, M., & Kratter, K. M. 2018, *ApJ*, 854, 44
- Morales, J. C., Ribas, I., Jordi, C., et al. 2009, *ApJ*, 691, 1400
- Morbidelli, A. 2002, *Modern celestial mechanics : aspects of solar system dynamics*
- Moriwaki, K., & Nakagawa, Y. 2004, *ApJ*, 609, 1065
- Mudryk, L. R., & Wu, Y. 2006, *ApJ*, 639, 423
- Müller, T. W. A., & Kley, W. 2012, *A&A*, 539, A18.
- Murray, C. D., & Dermott, S. F. 2000, *Solar System Dynamics*
- Mustill, A. J., Marshall, J. P., Villaver, E., et al. 2013, *MNRAS*, 436, 2515
- Mutter, M. M., Pierens, A., & Nelson, R. P. 2017, *MNRAS*, 469, 4504
- Naoz, S., & Fabrycky, D. C. 2014, *ApJ*, 793, 137
- Nelson, R. P. 2003, *MNRAS*, 345, 233.
- Ojakangas, G. W., Stevenson, D. J. 1986, *Icarus*, 66, 341.
- Orosz, J. A., Welsh, W. F., Carter, J. A., et al. 2012, *Science*, 337, 1511
- Orosz, J. A., Welsh, W. F., Carter, J. A., et al. 2012, *ApJ*, 758, 87
- Orosz, J. A., Welsh, W. F., Haghighipour, N., et al. 2019, *AJ*, 157, 174
- Paardekooper, S.-J., Leinhardt, Z. M., Thébault, P., & Baruteau, C. 2012, *ApJ*, 754, L16.
- Paczynski, B. 1976, *Structure and Evolution of Close Binary Systems*, 75
- Papaloizou, J. C. B., & Terquem, C. 2010, *MNRAS*, 405, 573.
- Papaloizou, J. C. B. 2015, *International Journal of Astrobiology*, 14, 291.
- Papaloizou, J. C. B. 2011, *CeMDA*, 111, 83.

- Perryman, M. A. C., Lindegren, L., Kovalevsky, J., et al. 1997, *A&A*, 500, 501
- Petigura, E. A., Howard, A. W., & Marcy, G. W. 2013, *Proceedings of the National Academy of Science*, 110, 19273
- Pierens, A., & Nelson, R. P. 2007, *A&A*, 472, 993.
- Pierens, A., & Nelson, R. P. 2008, *A&A*, 483, 633.
- Pierens, A., & Nelson, R. P. 2013, *A&A*, 556, A134.
- Porter, S. B., Showalter, M. R., Weaver, H. A., et al. 2016, *Lunar and Planetary Science Conference*, 2402
- Qian, S.-B., Liu, L., Zhu, L.-Y., et al. 2012, *MNRAS*, 422, L24
- Quarles, B., Satyal, S., Kostov, V., et al. 2018, *ApJ*, 856, 150
- Raghavan, D., McAlister, H. A., Henry, T. J., et al. 2010, *ApJS*, 190, 1
- Ragozzine, D., & Wolf, A. S. 2009, *ApJ*, 698, 1778
- Ramos, X. S., Correa-Otto, J. A., & Beaugé, C. 2015, *CeMDA*, 123, 453.
- Remus, F., Mathis, S., Zahn, J.-P., & Lainey, V. 2012, *A&A*, 541, A165
- Richardson, D. L., & Kelly, T. J. 1988, *Celestial Mechanics*, 43, 193
- Rodet, L., Beust, H., Bonnefoy, M., et al. 2017, *A&A*, 602, A12.
- Rodriguez, A., Ferraz-Mello, S., Michtchenko, T.A., Beaugé, C., & Miloni, O. 2011, *MNRAS*, 415, 2349.
- Schleicher, D. R. G., & Dreizler, S. 2014, *A&A*, 563, A61
- Schneider, J., & Chevreton, M. 1990, *A&A*, 232, 251
- Schneider, J. 1994, *planss*, 42, 539
- Schneider, J., & Doyle, L. R. 1995, *Earth Moon and Planets*, 71, 153
- Schwamb, M. E., Orosz, J. A., Carter, J. A., et al. 2013, *ApJ*, 768, 127
- Schwarz, R., Bazsó, Á., Funk, B., et al. 2015, *MNRAS*, 453, 2308
- Schwarz, R., Funk, B., Zechner, R., et al. 2016, *MNRAS*, 460, 3598
- Showalter, M. R., & Hamilton, D. P. 2015, *Nat*, 522, 45
- Sigurdsson, S., Richer, H. B., Hansen, B. M., et al. 2003, *Science*, 301, 193
- Stern, S. A., Bagenal, F., Ennico, K., et al. 2015, *Science*, 350, aad1815
- Struve, O. 1952, *The Observatory*, 72, 199
- Tanaka, H., Takeuchi, T., & Ward, W. R. 2002, *ApJ*, 565, 1257.
- Tanaka, H., & Ward, W. R. 2004, *ApJ*, 602, 388.

- Thorsett, S. E., Arzoumanian, Z., & Taylor, J. H. 1993, *ApJ*, 412, L33
- Thun, D., Kley, W., & Picogna, G. 2017, *A&A*, 604, A102
- Thun, D., & Kley, W. 2018, *A&A*, 616, A47
- Tokovinin, A., Thomas, S., Sterzik, M., et al. 2006, *A&A*, 450, 681
- Tokovinin, A. 2014, *AJ*, 147, 87
- Völschow, M., Banerjee, R., & Hessman, F. V. 2014, *A&A*, 562, A19
- Vos, J., Østensen, R. H., Degroote, P., et al. 2012, *A&A*, 548, A6
- Vos, J., Østensen, R. H., Németh, P., et al. 2013, *A&A*, 559, A54
- Welsh, W. F., Orosz, J. A., Carter, J. A., et al. 2012, *Nat*, 481, 475
- Welsh, W. F., Orosz, J. A., Short, D. R., et al. 2015, *ApJ*, 809, 26
- Welsh, W. F., & Orosz, J. A. 2018, *Handbook of Exoplanets*, 34
- Wright, J. T., Marcy, G. W., Howard, A. W., et al. 2012, *ApJ*, 753, 160
- Xu, W., & Lai, D. 2016, *MNRAS*, 459, 2925
- Ziglin, S. L. 1975, *Soviet Astronomy Letters*, 1, 194
- Zoppetti, F. A., Beaugé, C., & Leiva, A. M. 2018, *MNRAS*, 477, 5301
- Zoppetti, F. A., Beaugé, C., & Leiva, A. M. 2019, *Journal of Physics Conference Series*, 012029
- Zoppetti, F. A., Beaugé, C., Leiva, A. M., et al. 2019, *A&A*, 627, A109
- Zoppetti, F. A., Leiva, A. M., & Beaugé, C. 2020, *A&A*, 634, A12





## ÍNDICE DE FIGURAS

---

Figura 1	Multiplicidad estelar en función del tipo espectral.	4
Figura 2	Configuraciones orbitales de planetas observados en sistemas binarios.	5
Figura 3	Semieje mayor de planetas en sistemas binarios en función del semieje de la binaria.	7
Figura 4	TTV y TDV para los planetas circumbinarios de Kepler-47	11
Figura 5	Curva de tránsito del sistema Kepler-16.	13
Figura 6	Diagrama CPOC para Kepler-34.	15
Figura 7	Sistemas propuestos para albergar planetas CB alrededor de binarias evolucionadas.	16
Figura 8	Conjunto de planetas CB descubiertos, distinguidos por técnica de detección	18
Figura 9	Diagrama radio planetario vs periodo orbital de los planetas CB <i>Kepler</i> .	21
Figura 10	Histograma de periodos orbitales de las binarias de los sistemas <i>Kepler</i>	22
Figura 11	Ocurrencia de planetas CB	23
Figura 12	Estructura de un disco protoplanetario CB	25
Figura 13	Evolución del periodo de planeta migrando en un disco protoplanetario CB	26
Figura 14	Diagrama masa-radio y evolucion temporal del tamaño de las estrellas en Kepler-38	33
Figura 15	Evolución tidal pasada del sistema binario en Kepler-38	36
Figura 16	Esquema del sistema de coordenadas de Jacobi	37
Figura 17	Mapas dinámicos $max(\Delta e)$ de la RMM 5/1 en diferentes sistemas Kepler-38 primordiales	40
Figura 18	Evolución de $n_B/n_1$ y de $e_1$ durante la migración y posterior captura en la RMM 5/1	43
Figura 19	Evolución orbital de las variables regulares durante la migración y posterior captura en la RMM 5/1	45
Figura 20	Simulación N-cuerpos de la evolución tidal de un planeta CB desde RMM 5/1	48
Figura 21	Ruta de escape tidal de un planeta CB desde la RMM 5/1	50
Figura 22	Dependencia de la posición final del planeta CB luego de la evolución tidal con el parámetro $(Q'_1 m_1)$	51
Figura 23	Mapa dinámico $max(\Delta e)$ en torno a una binaria con $\mu = 0.3$ y $e_B = 0.1$	56
Figura 24	Excentricidades medias $\langle e \rangle$ de un planeta CB	61
Figura 25	Evolución de la excentricidad de un planeta CB migrando por interacciones planeta-disco	63

Figura 26	Caracterización de mapas dinámicos $max(\Delta e)$ alrededor de la RMM 5/1 de un sistema CB	64
Figura 27	Efecto del bulbo tidal retardado en $m_0$ , debido a $m_1$ sobre $m_2$	70
Figura 28	Torques normalizados seculares del bulbo tidal retrasado en $m_0$ , debido a $m_1$ sobre $m_2$ .	72
Figura 29	Sistema de tres cuerpos extensos interactuando tidalmente.	74
Figura 30	Evolución tidal temprana de un sistema CB	78
Figura 31	Evolución tidal a largo plazo del planeta CB en nuestro sistema tipo Kepler-38	80
Figura 32	Espín estacionario de un planeta CB	83
Figura 33	Simulaciones N-cuerpos de la evolución del espín de un planeta CB	85
Figura 34	Mapa de variación temporal por mareas del semieje de un planeta CB sincronizado	88
Figura 35	Variación temporal del semieje y de la excentricidad del planeta CB sincronizado	90
Figura 36	Valor crítico $\bar{\mu}$ en función de $\alpha$ en un sistema CB	92
Figura 37	Derivada temporal del espín planetario	98
Figura 38	Espines estacionarios de un planeta CB en función de $\alpha$	100
Figura 39	Derivada temporal del semieje y la excentricidad de un planeta CB sincronizado, en función de $\alpha$	103
Figura 40	Campo de velocidades de evolución tidal de los planetas CB de <i>Kepler</i>	107

## ÍNDICE DE TABLAS

---

Tabla 1	Parámetros y elementos orbitales de las binarias huéspedes de planetas CB, observadas por <i>Kepler</i>	19
Tabla 2	Parámetros y elementos orbitales de los planetas CB observados por <i>Kepler</i>	20
Tabla 3	Parámetros físicos y orbitales del sistema Kepler-38	31
Tabla 4	Parámetros y condiciones iniciales de referencia basados en el sistema Kepler-38 primordial	77
Tabla 5	Espines estacionarios y escalas de tiempo característico de evolución tidal de los sistemas <i>Kepler</i>	104
Tabla 6	Funciones de excentricidad planetaria	130