

Universidad Nacional de Córdoba
Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación



TESINA PARA OBTENER EL TÍTULO DE LICENCIATURA EN FÍSICA

Levitación acústica: principios básicos del funcionamiento de un levitador acústico

AUTOR: JORGE FEDERICO BUSTILLOS RAVA

Director: Marco Aurélio Brizzotti Andrade

Co-Director: Gabriela Grad

Córdoba Argentina

2022

Esta obra está bajo una licencia [Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)



Agradecimientos

Agradecimientos:

A mi madre que siempre estuvo allí para apoyarme en los momentos complicados animándome siempre a seguir adelante. A mi hermana, que a pesar de la distancia siempre estuvo cerca para escucharme. A mis amigos, que llenaron esta experiencia de risas y buena compañía y que estuvieron siempre en los momentos más complicados.

Resumen

Resumen:

El método de levitación de objetos utilizando ultrasonido es un método versátil que permite levitar muestras en independencia de su composición, de forma estable y dinámica. En el presente trabajo se estudiará el principio de funcionamiento de estos dispositivos partiendo desde una descripción física de las ondas generadas acústicamente, la fuerza de radiación acústica responsable de la levitación de los objetos, el potencial de Gor'kov y el patrón de radiación producido por un pistón plano circular que es el modelo matemático de emisor de ondas utilizado. Se da una breve clasificación de estos dispositivos y se describen algunas aplicaciones. Se construye el dispositivo de levitación acústica TinyLev, el cual es un dispositivo diseñado por Asier Marzo, que utiliza componentes electrónicos simples y de bajo costo. Se estudia los campos acústicos y fuerza generados por este dispositivo desde un punto de vista experimental y teórico-predictivo donde se utilizan algoritmos numéricos creados en base a la teoría vista para los fenómenos acústicos pero aplicados al caso particular de TinyLev. Finalmente se contrastan los resultados teóricos y experimentales para dar validez a los modelos teóricos vistos.

Índice

1	Introducción y Objetivos	4
1.1	Introducción	4
1.2	Objetivo General	5
1.3	Objetivos Específicos	6
2	Introducción Teórica	8
2.1	Descripción Euleriana del fluido	8
2.2	Ecuaciones que gobiernan el movimiento del fluido	9
2.2.1	La Ecuación de Continuidad	9
2.2.2	La Ecuación de Navier-Stokes-(Ecuación de Euler)	10
2.2.3	La ecuación de estado	12
2.3	Estudio de las perturbaciones a primer y segundo orden de las ecuaciones que gobiernan el movimiento de fluidos	13
2.3.1	Aproximación a primer orden	13
2.3.2	Ecuación de estado lineal	14
2.3.3	Ecuación de continuidad linealizada	14
2.3.4	Ecuación de Euler Linealizada	14
2.3.5	Ecuación de onda para la presión y potencial de velocidad	15
2.4	Aproximación a segundo orden- Presión de Radiación acústica	16
2.4.1	Fuerza de radiación acústica	17
2.4.2	Cálculo de la Fuerza de radiación acústica	18
2.4.3	Significado de los coeficientes f_1 y f_2	21
2.5	El Potencial de Gor'kov	22
2.5.1	Ejemplo de Aplicación teórica en un modelo simple de levitador Acústico	23
2.5.2	Análisis de la estabilidad de una partícula levitada utilizando el Potencial de Gor'kov	25
2.6	Radiación emitida desde un pistón plano circular	26
2.6.1	La fuente simple	27
2.6.2	Impedancia acústica de la fuente simple	28
2.6.3	Presión emitida por una fuente simple	28
2.6.4	Pistón en placa Deflectora	29
2.7	Modelo teórico de los Transductores piezoeléctricos	31
2.7.1	Relaciones constitutivas de los materiales Piezoeléctricos	32
2.8	Apéndice	33

2.8.1	Contribuciones a la Fuerza de radiación acústica	33
2.8.2	Cálculos de la Fuerza de radiación acústica	33
3	Clasificación de los métodos de levitación acústica	35
	y aplicaciones	
3.1	Levitadores Resonantes y no Resonantes	35
3.1.1	Levitador Resonante	35
3.1.2	Levitador No resonante	36
3.2	Otros métodos de Levitación acústica	37
3.3	Tipos de emisores	39
3.3.1	Transductores Langevin	39
3.3.2	Arreglos de Transductores y arreglos de Fase	39
3.4	Configuración de emisores y reflectores	41
3.5	Clasificación del levitador acústico TinyLev[1]	42
3.6	Aplicaciones	43
3.6.1	Dinámica de gotas levitadas acústicamente	43
3.6.2	Forma en equilibrio de una gota levitada en un campo acústico	43
3.6.3	Inestabilidad de gotas levitadas acústicamente	44
4	Métodos computacionales para simular campos acústicos	46
4.1	Elaboración de un método numérico para el análisis de los campos acústicos	49
4.1.1	Descripción del algoritmo	50
4.2	Implementación de los métodos numéricos para elaborar simulaciones de los campos acústicos	52
4.2.1	Estudio de la levitación estable de una partícula en un nodo de la onda de presión en un levitador acústico no resonante	55
4.2.2	Emisores emitiendo a distintas fases, efecto sobre el perfil del campo de presión y potencial de Gor'kov	57
5	Elaboración del levitador acústico TinyLev[1]. Experimentos de Estabilidad y caracterización de los puntos de levitación estable y campo de presión	59
5.1	Materiales y Construcción	60
5.2	Levitación de partículas en un punto de equilibrio estable	65
5.2.1	Determinación experimental de la constante elástica K para el modelo de oscilador armónico	68

5.3 Caracterización del campo de presión estacionario entre los emisores del levitador	75
5.4 Estudio de las inestabilidades en una gota de agua	76
5.5 Análisis de resultados	78
6 Conclusiones	81
Referencias	82
Lista de tablas	84
Lista de figuras	85

1 Introducción y Objetivos

1.1 Introducción

La acústica es una ciencia encargada del estudio de la producción, propagación y recepción del sonido [2] que se considerarán como ondas propagándose en un medio (ondas mecánicas) con una determinada frecuencia.

Por levitación acústica de un objeto (en un campo gravitatorio) entendemos la capacidad que tiene éste de vencer la fuerza gravitatoria, debido a la transferencia de momento por parte de las ondas acústicas al objeto. La presión de radiación acústica es el mecanismo por el cual le es posible a las ondas de sonido ejercer fuerzas sobre un objeto.

El primero en tratar con el concepto de presión de Radiación Acústica fue Rayleigh. En una serie de publicaciones, en 1902, llegó al concepto de presión de radiación acústica que lleva su nombre.

En 1934, King [3] realizó un estudio detallado de la levitación de una esfera rígida en un campo acústico conformado por ondas de presión planas estacionarias o progresivas. En este estudio King asumió que el fluido era adiabático, no viscoso y calculo la fuerza de presión de radiación acústica sobre la esfera. En 1955 Yosioka y Kawasima extendieron el estudio para incluir efectos de compresibilidad al estudiar la presión de radiación acústica sobre una esfera pequeña compresible [4].

En 1962 Gor'kov, presentó un método alternativo al de King para calcular las fuerzas actuantes sobre una partícula en un campo acústico arbitrario [5]. El método de Gor'kov consiste en el cálculo del potencial que lleva su nombre y que está asociado a la Fuerza de Radiación acústica mediante la relación $\mathbf{F} = -\nabla U$. Esta expresión permite calcular la fuerza de radiación acústica sobre un objeto de forma esférica que puede ser compresible o incompresible y que se encuentra en un fluido no viscoso. Gor'kov logró demostrar que, para el caso de ondas planas, su expresión de la fuerza era equivalente a la de King.

Un levitador acústico es un dispositivo que permite lograr la levitación acústica de objetos de un determinado tamaño y densidad. Por lo general estos dispositivos logran la levitación acústica de objetos a través de establecer un patrón de onda estacionaria, en lo que se denomina método de levitación de onda estacionaria. Sus componentes consisten en emisores (transductores ultrasónicos) y reflectores. Además del método de levitación de onda estacionaria, existen múltiples métodos para lograr la levitación acústica de objetos como el de levitación de campo cercano y el de rayo tractores.

Un dispositivo de levitación acústica eficiente tiene como objetivo lograr la levitación estable de objetos. Para esto se requiere una intensidad apropiada de las ondas acústicas convergentes. Esto puede ser logrado a través del empleo de transductores más potentes o bien el diseño de emisores y reflectores con geometrías diferentes de la plana, como ser superficies cóncavas que ayudan a concentrar los rayos.

Por otro lado, se han generado avances en cuanto a la manipulación de las muestras levitadas acústicamente y en ausencia de contacto, mediante dispositivos que puedan generar entornos acústicos dinámicos que permiten desplazar las muestras en tiempo real. Entre estos dispositivos destaca el desarrollo de arreglos de transductores, en particular los arreglos de fase, que permiten el control individual de la fase de la onda emitida por cada emisor para generar entornos que pueden capturar partículas en distintas zonas del espacio.

En años recientes se han estado desarrollando e implementando nuevos tipos de levitadores acústicos hechos con componentes de bajos costo permitiendo que esta tecnología sea accesible al público común. Uno de estos dispositivos es el levitador acústico TinyLev[1], desarrollado por Asier Marzo. Este dispositivo utiliza transductores acústicos de 40 kHz en conjunto con otros componentes electrónicos de bajo costo, los cuales están montados en una base de acrílico. El dispositivo puede levitar muestras de hasta 4 mm de diámetro de forma estable y en un amplio rango de temperaturas. Este dispositivo también permite el traslado de partículas en el eje vertical del levitador, así como la colocación de varias partículas en el mismo eje. Esto hace del levitador acústico TinyLev[1] un dispositivo versátil, eficiente y accesible que puede utilizarse como dispositivo de estudio de la levitación acústica y sus aplicaciones.

Los dispositivos de levitación acústica se han utilizado en una gran variedad de aplicaciones por su capacidad de levitar muestras sin importar su composición, aunque por lo general existen restricciones en cuanto a el tamaño de las mismas.

1.2 Objetivo General

El objetivo principal de este trabajo es realizar una descripción general del fenómeno de la levitación acústica. Se propone hacer un estudio teórico de la física involucrada en el fenómeno, caracterizar los distintos dispositivos de levitación acústica y sus usos. Se examina y estudia el caso particular de un levitador acústico, conocido como TinyLev[1], desde su construcción hasta la caracterización de los campos acústicos generados por el mismo y experiencias de levitación que puedan poner a prueba los modelos teóricos vistos.

1.3 Objetivos Específicos

1) Descripción física-teórica del fenómeno y otros elementos presentes en el levitador acústico.

- Estudio y caracterización de la Fuerza de Radiación acústica, fenómeno no lineal responsable de la transferencia de momento que permite levitar a objetos inmersos en un medio y en un campo gravitatorio.
- Definición del potencial de Gor'kov y estudio de la estabilidad de una muestra levitada en las inmediaciones de un punto de levitación estable utilizando el modelo de aproximación de oscilador armónico.
- Caracterización de la presión emitida por un pistón plano circular que sirve de modelo teórico de los emisores comúnmente encontrados en un levitador acústico.
- Establecimiento de la relación existente entre voltaje entregado y la intensidad de la fuerza existente en un punto de levitación estable.
- Caracterización de los métodos de levitación acústica y distintas configuraciones de levitador acústico existentes. Repaso de aplicaciones que utilizan levitadores acústicos, caso de estudio particular: Inestabilidades en una gota de agua levitada acústicamente.

2) Construcción y estudio del levitador acústico TinyLev[1].

- Construcción del levitador a partir de sus partes (Transductores, electrónica, base-soporte)
- Descripción y desarrollo de métodos numéricos para la descripción de los campos acústicos producidos por el levitador.
- Estudio de la estabilidad en la vecindad de un punto de equilibrio estable mediante la implementación de los algoritmos desarrollados para el cálculo numérico de la constante del resorte en la aproximación de oscilador armónico utilizando el Potencial de Gor'kov.

3) Puesta en funcionamiento del levitador y actividades experimentales:

- Cálculo de la constante de resorte, en el modelo de oscilador armónico en la vecindad de un punto de equilibrio estable, a partir del estudio de las oscilaciones de una partícula levitada utilizando una cámara de alta velocidad.

- Caracterización del campo de presión real dentro del levitador acústico utilizando un micrófono de presión.
 - Estudio de la inestabilidad de una gota de agua utilizando una cámara de alta velocidad.
- 4) Comparación de los resultados simulados y experimentales para la puesta a prueba de los modelos teóricos vistos.
- Comparación de los resultados obtenidos para el campo de presión por medio de la simulación del mismo y por el método experimental utilizando el micrófono de presión.
 - Comparación de las constantes de resorte del modelo de aproximación de oscilador armónico obtenidas tanto por simulación como por el estudio de la oscilación utilizando una cámara de alta velocidad.

2 Introducción Teórica

El sonido es un fenómeno que se extiende y depende de un medio, el cual se considera como un conjunto de partículas de un mismo tipo, como puede ser el agua o bien, el caso del presente estudio, el aire.

Se estudia el medio como un fluido, lo cual implica considerar al medio como deformable ante la aplicación de tensiones de cizallamiento[6] sobre el mismo y donde sus partículas individuales pueden tener valores distintos en su posición y velocidad al pasar el tiempo. Se considera que el fluido está compuesto por elementos de fluido, que son volúmenes infinitesimales que contienen millones de moléculas de manera de que el fluido puede ser considerado como un continuo.

Las ondas acústicas se consideran un tipo de fluctuación de presión que existe en un fluido. Elementos individuales de fluido se mueven de un lado a otro y en la dirección de las fuerzas, lo que produce regiones adyacentes de compresión y rarefacción. Las ondas se propagan gracias a los cambios de presión que ocurren cuando el fluido se comprime y se expande.

Para caracterizar los campos acústicos, mediante una descripción clásica de campo continuo, se utilizarán tres variables físicas:

- Densidad
- Presión
- Velocidad del sonido en el medio

2.1 Descripción Euleriana del fluido

En esta descripción consideramos a las coordenadas fijas en el espacio y para cada punto \mathbf{r} fijo del mismo observamos, para un determinado tiempo t , las propiedades del campo en ese punto [6],[7].

El movimiento de un fluido como el aire puede ser descrito utilizando los campos de velocidad y aceleración [6]:

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}, t) = (u(\mathbf{r}, t), v(\mathbf{r}, t), w(\mathbf{r}, t)) \quad (1)$$

$$\mathbf{a}(\mathbf{r}, t) = \frac{d\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)}{dt} = \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \quad (2)$$

El valor de cualquier campo en un determinado volumen (elemento de fluido) Ω alrededor de \mathbf{r} es el promedio del valor del campo para las moléculas contenidas dentro de ese volumen [7]:

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}, t) = \langle \mathbf{v}_{\text{mol}}(\mathbf{r}', t) \rangle_{\mathbf{r}' \in \Omega} \quad (3)$$

La densidad y la presión se pueden representar de la misma manera que 3.

2.2 Ecuaciones que gobiernan el movimiento del fluido

Las ecuaciones que gobiernan el movimiento de los fluidos son:

- i) La ecuación de continuidad
- ii) La ecuación de Navier Stokes
- iii) La ecuación de estado
- iv) La ecuación de transferencia de calor

Se hará un pequeño desarrollo de las ecuaciones i) a iii) en un contexto de un medio fluido como el aire con el objetivo de ver como intervienen y se combinan los campos de presión p , densidad ρ y velocidad \mathbf{v} , y bajo que principios físicos lo hacen para poder describir propiedades fundamentales del mismo.

La ecuación de transferencia de calor no será considerada en el modelo ya que los procesos acústicos son isentrópicos [8] y por lo tanto se considera la conductividad térmica como nula para estos procesos.

2.2.1 La Ecuación de Continuidad

Esta ecuación representa la conservación de la masa. Si consideramos un volumen Ω fijo en el espacio tendremos que la masa contenida en el mismo solo puede variar debido al flujo de masa a través de su superficie $\partial\Omega$ [7].

Considerando un fluido compresible, esto es, un fluido donde la densidad puede variar en el espacio y en el tiempo, la masa contenida en un volumen Ω está representada por:

$$M(\Omega, t) = \int_{\Omega} \rho(\mathbf{r}, t) d^3r \quad (4)$$

donde $\rho(\mathbf{r}, t)$ es la densidad. Entonces la variación de la masa en el tiempo es:

$$\partial_t M(\Omega, t) = \int_{\Omega} \partial_t \rho(\mathbf{r}, t) d^3r \quad (5)$$

Por otro lado si definimos la corriente de masa como la densidad por el flujo de masa por area orientada por tiempo [7].

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}, t) = \rho(\mathbf{r}, t) \mathbf{v}(\mathbf{r}, t) \quad (6)$$

La variación de masa en Ω se puede cuantificar como el flujo total de masa entrante por la superficie de Ω [7]:

$$\partial M(\Omega, t) = \int_{\partial\Omega} \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) \cdot (-\hat{n}) dS = - \int_{\Omega} \nabla \cdot (\rho(\mathbf{r}, t) \mathbf{v}(\mathbf{r}, t)) d^3r \quad (7)$$

Igualando 5 y 7:

$$\boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0} \quad (8)$$

La ecuación 8 se denomina Ecuación de Continuidad.

2.2.2 La Ecuación de Navier-Stokes-(Ecuación de Euler)

Esta ecuación está relacionada con la conservación del momento. Empezamos considerando un elemento infinitesimal de volumen $d\Omega$ de fluido que contiene una masa dM del mismo y que viaja con este. Estudiamos como es que el momento dentro del mismo puede cambiar. A diferencia del caso de la masa, vista en la ecuación de continuidad, donde la misma puede cambiar solamente por el flujo de materia que pasa a través de la superficie del volumen que la encierra, el momento del volumen infinitesimal, denotado por $d\Omega$ puede cambiar por dos factores [6]:

- i) Fuerzas de cuerpo
- ii) Fuerzas superficiales

Las fuerzas de cuerpo son las que se distribuyen sobre todo el volumen de fluido y se considera solamente la gravitatoria, mientras que las fuerzas superficiales son las que actúan sobre la superficie del volumen de fluido. Estas engloban elementos como el flujo de momento y presión.

El cambio total en el momento del diferencial de fluido se debe a la combinación de estas dos fuerzas expresadas como la contribución de sus respectivos momentos [6]:

$$\partial_t \mathbf{P} = \partial_t \mathbf{P}^{\text{cuerpo}} + \partial_t \mathbf{P}^{\text{superficie}} \quad (9)$$

Donde, utilizando 2:

$$\partial_t \mathbf{P} = \partial M \mathbf{a} = dM \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) \quad (10)$$

En 10 el término de la izquierda representa el cambio local de momento $\partial_t \mathbf{P}$ en un punto y el término de la derecha es un término convectivo que simboliza el cambio de momento debido al cambio de posición de las partículas del fluido.

Para las fuerzas de cuerpo solo interviene la gravedad:

$$\partial_t \mathbf{P}^{\text{cuerpo}} = \partial \mathbf{F}^{\text{cuerpo}} = dM \mathbf{g} \quad (11)$$

Para examinar las fuerzas superficiales introducimos el tensor de tensiones, un tensor simétrico de rango 2:

$$T = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \quad (12)$$

Para una dada componente del tensor τ_{ij} se tendrá que el subíndice i indicara la dirección normal al plano donde se aplica la tensión, mientras que el segundo subíndice, j , indica la dirección donde se aplica la tensión. Las componentes σ_{ii} simbolizan tensiones aplicadas de forma normal a la superficie.

Cualquier fuerza aplicada sobre una cara del elemento de volumen $d\Omega$ se puede siempre descomponer en una componente normal y componentes paralela a la superficie donde se aplica la fuerza. De esta manera las componentes σ que son las componentes diagonales de T representan la presión (fuerza normal al área) aplicada sobre el cuerpo, esta presión que supondremos uniforme la representamos por $-p$ con el signo menos indicando que la fuerza se ejerce hacia adentro del cuerpo.

En cambio, las componentes fuera de la diagonal, representan el estrés de cizalla y este está vinculado a la viscosidad del fluido.

Tomando $\hat{n} = (e_1, e_2, e_3)$ entonces podemos expresar:

$$T \cdot \hat{n} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_j T_{xj} e_j \\ \sum_j T_{yj} e_j \\ \sum_j T_{zj} e_j \end{pmatrix} \quad (13)$$

Se puede demostrar [6] que la fuerza superficial es:

$$\partial_t \mathbf{P}^{\text{superficie}} = \partial \mathbf{F}^{\text{superficie}} = \nabla \cdot (T \hat{n}) d\Omega = \sum_j \left(\frac{\partial T_{xj}}{\partial x} + \frac{\partial T_{yj}}{\partial y} + \frac{\partial T_{zj}}{\partial z} \right) e_j d\Omega \quad (14)$$

Igualando las ecuaciones 10,11,14 y tomando $dM = \rho d\Omega$ tenemos:

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) = \rho \mathbf{g} + \nabla \cdot (T \hat{n}) \quad (15)$$

Ahora hacemos dos simplificaciones. La primera es que consideraremos que el fluido es no viscoso. Esto sucede con el aire, que es el medio a examinar, donde el coeficiente de viscosidad es despreciable [6]. Esto tiene el efecto de considerar el estrés de cizalla como despreciable. Entonces despreciamos las componentes no diagonales del tensor de tensiones, esto es, tomamos $\tau_{ij} \approx 0$ para $i \neq j$. Con esto nos quedamos únicamente con la componente de presión del tensor (componentes diagonales), siendo esta uniforme tendremos $-p = \sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{zz}$ y entonces:

$$\nabla \cdot (T \hat{n}) = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} e_x + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} e_y + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} e_z = -\nabla p$$

Con esto obtenemos la ecuación de movimiento de Euler [6]:

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) = \rho \mathbf{g} - \nabla p \quad (16)$$

Como segunda simplificación consideramos como despreciable la acción del campo gravitatorio sobre el fluido [9]. Con esto se obtiene la versión final de la Ecuación de Navier-Stokes, conocida también como ecuación de Euler:

$$\boxed{\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) = -\nabla p} \quad (17)$$

2.2.3 La ecuación de estado

Para el medio fluido la ecuación de estado relaciona cantidades que describen de forma macroscópica, el comportamiento termodinámico del fluido. En este caso analizamos la presión en dependencia de la densidad del fluido que consideramos, el aire. Los procesos acústicos son isentrópicos [8], por lo cual no hay transferencia de calor. Puede hacerse una descripción de la relación entre la presión y la densidad en forma de una expansión de Taylor [9]:

$$\boxed{p(\rho) = p_0 + \left(\frac{\partial p(\rho_0)}{\partial \rho} \right) (\rho - \rho_0) + \left(\frac{\partial^2 p(\rho_0)}{\partial \rho^2} \right) (\rho - \rho_0)^2 + \dots +} \quad (18)$$

Se considerara esta ecuación como la ecuación de estado del fluido.

2.3 Estudio de las perturbaciones a primer y segundo orden de las ecuaciones que gobiernan el movimiento de fluidos

Se estudia el conjunto de ecuaciones diferenciales no lineales 8,17 y 18 utilizando perturbaciones de primer y segundo orden de los campos acústicos:

i) Para primer orden se construye la ecuación de ondas acústica para la presión y potencial de velocidad. Esta ecuación es importante porque permite hacer una descripción de la perturbación del campo de presión a primer orden como solución de la ecuación de ondas. Entonces una perturbación de la presión en el medio, se propaga como una onda por el mismo.

ii) Para que un objeto pueda levitar en presencia del campo gravitatorio se requiere una fuerza que se oponga a este. Esta fuerza se denomina Fuerza de radiación acústica y es un fenómeno no lineal que se origina de la dispersión de las ondas acústicas incidentes por presencia de una partícula [10]. La teoría de la fuerza de radiación acústica se basa en la perturbación a segundo orden de los campos acústicos [9],[10].

2.3.1 Aproximación a primer orden

Para realizar la aproximación a primer orden asumimos que la velocidad, presión y densidad están expandidos a primer orden donde el valor de orden cero simboliza el valor de sus respectivas cantidades en el equilibrio. Por otro lado, asumimos variación armónica de los campos.

$$p(\mathbf{r}, t) = p_0 + p_1(\mathbf{r}, t) = p_0 + p_1(\mathbf{r})e^{-i\omega t} \quad (19)$$

$$\mathbf{v}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}_1(\mathbf{r}, t) = \mathbf{v}_1(\mathbf{r}, t) = \mathbf{v}_1(\mathbf{r})e^{-i\omega t} \quad (20)$$

Donde asumimos que el fluido esta en el equilibrio y por lo tanto $\mathbf{v}_0 = 0$.

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \rho_0 + \rho_1(\mathbf{r}, t) = \rho_0 + \rho_1(\mathbf{r})e^{-i\omega t} \quad (21)$$

El objetivo de esta aproximación es obtener expresiones lineales para las ecuaciones 8,17 y 18 a partir de las cuales se puede obtener la ecuación de ondas para la presión y potencial de velocidad.

2.3.2 Ecuación de estado lineal

La ecuación de estado linealizada es la ecuación 18 manteniendo el desarrollo a primer orden de la presión 19. Se implementa la definición de módulo de Bulk [6]:

$$B = \rho \left(\frac{dp}{d\rho} \right) = \rho v_0^2 \quad (22)$$

En el último paso se ha utilizado la definición de velocidad del sonido: $v_0 = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}}$.

El módulo de Bulk nos da una medida de la compresibilidad del fluido. Valores grandes de B indican que el fluido es prácticamente incompresible, lo que significa que se requiere un gran cambio de presión para lograr un cambio de volumen mínimo. Utilizando esta definición podemos escribir la ecuación de estado como [9],[8]:

$$p(\rho) \approx p_0 + \left(\frac{\partial p(\rho_0)}{\partial \rho} \right) (\rho - \rho_0) = p_0 + B \frac{(\rho - \rho_0)}{\rho_0} \Leftrightarrow p - p_0 = B \frac{(\rho - \rho_0)}{\rho_0}$$

$$\boxed{p_1 \approx v_0^2 \rho_1} \quad (23)$$

La ecuación 23 se conoce como Ecuación de estado linealizada [9].

2.3.3 Ecuación de continuidad linealizada

Empleamos las ecuaciones 20 y 21, despreciando los productos de términos a primer orden y aplicado a la ecuación de la continuidad 8, [9],[11]:

$$\frac{\partial(\rho_0 + \rho_1)}{\partial t} + \nabla \cdot ((\rho_0 + \rho_1)\mathbf{v}_1) = 0$$

$$\boxed{\partial_t \rho_1 + \rho_0 \nabla \cdot \mathbf{v}_1 = 0} \quad (24)$$

La ecuación 24 se conoce como Ecuación de continuidad Linealizada.

2.3.4 Ecuación de Euler Linealizada

Aplicando 19,20 y 21 a 17:

$$(\rho_0 + \rho_1) \left(\frac{\partial \mathbf{v}_1}{\partial t} + (\mathbf{v}_1 \cdot \nabla) \mathbf{v}_1 \right) + \nabla(p_0 + p_1) = 0$$

$$\boxed{\rho_0 \partial_t \mathbf{v}_1 + \nabla p_1 = 0} \quad (25)$$

La ecuación 25 se conoce como Ecuación de Euler Linealizada

Como observación de esta ecuación tenemos que debido a la variación armónica de los campos:

$$\begin{aligned}\rho_0 \partial_t \mathbf{v}_1 &= \rho_0 (-i\omega) \mathbf{v}_1 = -\nabla p_1 \\ \nabla p_1 &= i\omega \rho_0 \mathbf{v}_1\end{aligned}\quad (26)$$

Debido a que el rotacional del gradiente de un campo es nulo, se define un potencial de velocidad (no se utiliza el signo menos en el gradiente por convención):

$$\nabla \phi_1 = \mathbf{v}_1 \quad (27)$$

2.3.5 Ecuación de onda para la presión y potencial de velocidad

Utilizando las ecuaciones 23, 24 y 25 se obtiene la ecuación de ondas, tanto para la presión como para el potencial de velocidad:

Partiendo de la ecuación 25:

$$\nabla \cdot (\rho_0 \partial_t \mathbf{v}_1) = -\nabla \cdot (\nabla p_1) \Rightarrow \rho_0 \partial_t (\nabla \cdot \mathbf{v}_1) = -\nabla^2 p_1$$

Reemplazando 24:

$$-\partial_t (\partial_t p_1) = -\nabla^2 p_1$$

Reemplazando 23, se obtiene la ecuación de onda para la presión:

$$\boxed{\frac{1}{v_0^2} \partial_t^2 p_1 = \nabla^2 p_1} \quad (28)$$

También es posible definir esta ecuación de ondas para el potencial de velocidad [9]:

$$\frac{1}{v_0^2} \partial_t^2 \phi_1 = \nabla^2 \phi_1 \quad (29)$$

En muchas situaciones es útil resolver esta ecuación y obtener la presión a primer orden a partir de la velocidad 25:

$$\begin{aligned}\rho_0 \partial_t \mathbf{v}_1 + \nabla p_1 &= \rho_0 \partial_t (\nabla \phi_1) + \nabla p_1 = 0 \\ \rho_0 \partial_t \phi_1 + p_1 &= 0\end{aligned}\quad (30)$$

2.4 Aproximación a segundo orden- Presión de Radiación acústica

Las ecuaciones 8, 17 y 18 son ecuaciones diferenciales no lineales. Las aproximaciones lineales de las mismas junto con la ecuación de ondas, no son suficientes para explicar fenómenos no lineales como la presión de radiación acústica. Con una expansión a segundo orden de la presión, densidad y campo de velocidad es posible dar cuenta de este fenómeno. Estos se representarán como el promedio temporal de la presión $\langle p_2 \rangle$ y velocidad $\langle \mathbf{v}_2 \rangle$ a segundo orden. Este promedio temporal se toma para considerar la totalidad de los efectos ejercidos por los mismos.

Se considera una expansión a segundo orden de la densidad, presión y velocidad:

$$\rho = \rho_0 + \rho_1 + \rho_2 \quad (31)$$

$$p = p_0 + p_1 + p_2 \quad (32)$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 \quad (33)$$

El análisis toma en cuenta los promedios temporales a lo largo de un periodo. Ante una dependencia armónica de los campos y considerando el promedio temporal de los mismos, los términos de productos de los campos a primer orden tienen un aporte no nulo, $\langle p_1 \rangle^2 \neq 0$, mientras que los términos en solitario a primer orden son nulos, $\langle p_1 \rangle = 0$ de manera que los términos $\langle p_2 \rangle$ y $\langle \mathbf{v}_2 \rangle$ no son despreciables comparados con $\langle p_1 \rangle$ y $\langle \mathbf{v}_1 \rangle$ para este caso [11].

Reemplazando 31,32 y 33 en la ecuación de Euler 16, y promediando en un periodo se obtiene [11]:

$$\langle p_2 \rangle = \frac{1}{2\rho_0 v_0^2} \langle p_1^2 \rangle - \frac{\rho_0}{2} \langle \mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_1 \rangle \quad (34)$$

Como puede verse la presión de radiación acústica es un fenómeno no lineal pero que puede ser calculado a partir de los términos de presión y velocidad a primer orden. Por otro lado $\langle p_2 \rangle$ es un valor de la presión a segundo orden, lo que significa que es dos órdenes menos intenso que p_0 , de manera que la presión de radiación acústica es apreciable solo en campos acústicos de gran intensidad.

2.4.1 Fuerza de radiación acústica

La Fuerza de Radiación acústica es un fenómeno no lineal que surge de la interacción entre la onda acústica y un objeto ubicado en el camino de propagación de esta. La combinación de la presión incidente y dispersada permite levitar al objeto inmerso en el medio. La Fuerza se calcula a partir de la presión ejercida sobre el objeto y promediada temporalmente.

La Fuerza de radiación acústica se define entonces como el promedio temporal de la presión perturbativa actuando sobre la superficie de un obstáculo inmerso en un campo acústico. Para calcular esta fuerza es necesario considerar la perturbación de la presión (hasta segundo orden)[12],[13] , que se considerara como una desviación δp de la presión estática p_0 :

$$\delta p = p_1 + p_2 \quad (35)$$

Entonces de acuerdo a la definición la Fuerza de radiación acústica actuando sobre una un objeto compresible, cuya superficie $\partial\Omega$ (Que encierra un volumen Ω) varía en el tiempo a partir de su forma en equilibrio $\partial\Omega_0$, puede calcularse como:

$$\langle \mathbf{F} \rangle = - \left\langle \int_{\partial\Omega(t)} \delta p \mathbf{n} dS \right\rangle = - \left\langle \int_{\partial\Omega(t)} p_1 \mathbf{n} dS \right\rangle - \left\langle \int_{\partial\Omega_0} p_2 \mathbf{n} dS \right\rangle \quad (36)$$

Aquí $\partial\Omega(t)$ representa una variación respecto de la posición de equilibrio $\partial\Omega_0$ de la superficie. \mathbf{n} es la normal exterior de la superficie y la fuerza es entrante hacia el volumen Ω . Para la contribución a segundo orden de la presión, es suficiente utilizar la superficie de equilibrio $\partial\Omega_0$ [13]. Una observación referente a la naturaleza del objeto levitado es que si el mismo es incompresible la contribucion a la fuerza por parte de la presión se reduce solamente al termino de segundo orden de la presión en 36 debido a que $\langle p_1 \rangle = 0$ sobre la superficie $\partial\Omega_0$ [12],[13].

Si bien la contribución del término de presión a segundo orden es facil de calcular se requiere hacer algunas modificaciones al termino de primer orden de la presión:

$$\left\langle \int_{\partial\Omega(t)} p_1 \mathbf{n} dS \right\rangle = \left\langle \int_{\Omega(t)} \nabla p_1 dV \right\rangle = - \left\langle \int_{\Omega(t)} \partial_t(\rho_0 \mathbf{v}_1) dV \right\rangle \quad (37)$$

Donde en la primera igualdad se ha utilizado el teorema de Gauss, mientras que en la segunda igualdad se ha utilizado la ecuación 25.

Para terminar de reescribir la contribución de la presión a primer orden, se utiliza el Teorema de transporte de Reynolds, el cual afirma que, para una determinada propiedad dependiente del tiempo $f(t)$ de un fluido contenido en un volumen $V(t)$ y campo de velocidad \mathbf{v} se cumple:

$$\frac{d}{dt} \left[\int_{V(t)} f(t) dV \right] = \int_{V(t)} \partial_t f(t) dV + \int_{S(t)} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}) f(t) dS \quad (38)$$

Por otro lado si se considera el promedio temporal en 38 se tendrá que el promedio de la derivada temporal será nulo, lo que significa que al tomar el promedio temporal el termino a la izquierda de la igualdad en 38 será nulo. Finalmente tomando $f(t) = \rho_0 \mathbf{v}_1$ y aplicando el promedio temporal en 38 se obtiene:

$$\left\langle \int_{V(t)} \partial_t (\rho_0 \mathbf{v}_1) dV \right\rangle = - \left\langle \int_{S(t)} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}) \rho_0 \mathbf{v}_1 dS \right\rangle \quad (39)$$

Donde finalmente, reemplazando 39 en 37 y la misma en 36 y reemplazando $\partial\Omega(t) \rightarrow \partial\Omega_0$, lo cuál es permisible para una aproximación a segundo orden [13], se obtiene la expresión final para la Fuerza de radiación acústica.

$$\boxed{\langle \mathbf{F} \rangle = - \left\langle \int_{\partial\Omega_0} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}) \rho_0 \mathbf{v}_1 dS \right\rangle - \left\langle \int_{\partial\Omega_0} p_2 \mathbf{n} dS \right\rangle} \quad (40)$$

2.4.2 Cálculo de la Fuerza de radiación acústica

Se calcula la fuerza de radiación acústica sobre un objeto esférico que se considera compresible de radio $a \ll \lambda$, donde λ es la longitud de onda del campo acústico, y que actúa como un dispersor puntual de las ondas acústicas de un fluido no viscoso. Para realizar la descripción de la fuerza de radiación acústica se implementa la teoría de dispersión a primer orden [10].

Las ondas acústicas que provienen de una determinada fuente con una determinada velocidad de incidencia $\mathbf{v}_{in} = \nabla \phi_{in}$ chocan y se dispersan en el objeto, originando una onda dispersada. Como consecuencia el campo total ϕ_1 es una superposición de los campos ϕ_{in} y ϕ_{sc} [9],[10], que denotan el potencial de velocidad de la onda incidente y dispersada respectivamente:

$$\phi_1 = \phi_{in} + \phi_{sc} \quad (41)$$

$$\mathbf{v}_1 = \nabla \phi_1 = \nabla \phi_{in} + \nabla \phi_{sc} \quad (42)$$

Utilizando 26:

$$p_1 = i\rho_0\omega\phi_1 = i\rho_0\omega(\phi_{in} + \phi_{sc}) \quad (43)$$

La fuerza de radiación acústica está dada por la suma total de las fuerzas sobre la superficie del cuerpo, cuya normal saliente esta denotada por \mathbf{n} . Las fuerzas de presión son entrantes al cuerpo por lo que se agrega el signo menos (Figura 1).

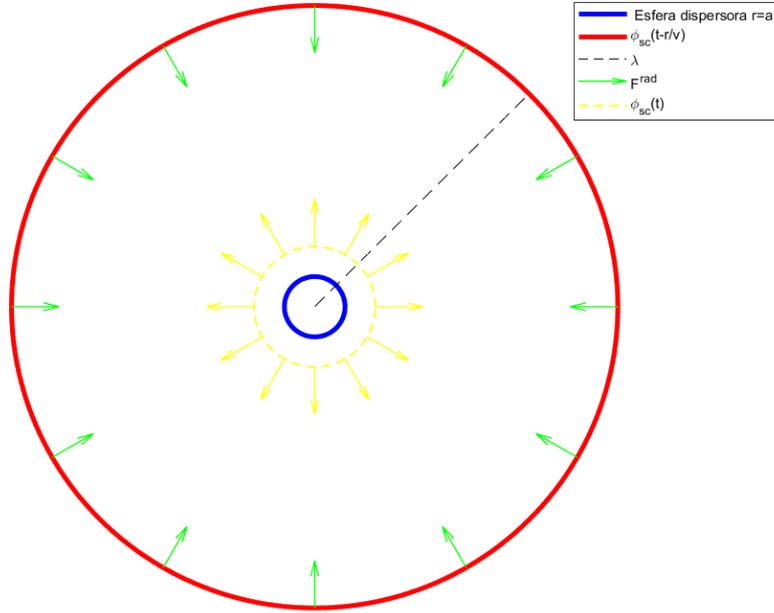


Figura 1. Esquema de una esfera dispersora, compresible, de radio $r = a$ ubicada en un medio no viscoso. En la vecindad de la misma, esto es $r < \lambda$, se genera un potencial dispersado $\phi_{sc}(t)$ instantáneo. El límite rojo indica el fin del campo cercano, para la región por fuera del mismo el potencial de velocidad dispersado es $\phi_{sc}(t - r/v)$ donde v es la velocidad del sonido en el medio. La fuerza con dirección entrante al objeto se evalúa en cualquier superficie, en este caso el límite de campo lejano (en rojo) y es la misma que la fuerza evaluada en la superficie del objeto dispersor, debido a que como se dijo, no existen fuerzas de cuerpo en el fluido[10].

El sistema se analiza en la región de campo lejano ($r \gg \lambda$), donde r es la distancia entre un punto en el espacio y la esfera dispersora, ϕ_{sc} se representa como una expansión multipolar a tiempo retardado [10]. La expansión multipolar tiene como términos relevantes el monopolo y el dipolo:

$$\phi_{sc} = \phi_{mp} + \phi_{dp} \quad (44)$$

Ambas componentes, ϕ_{mp} y ϕ_{dp} deben satisfacer 29. Entonces estas componentes se pueden expresar como [10]:

$$\phi_{mp} = -f_1 \frac{a^3}{3\rho_0} \frac{1}{r} \partial_t \rho_{in} \left(t - \frac{r}{v_0} \right) \quad (45)$$

$$\phi_{dp} = -f_2 \frac{a^3}{2} \frac{1}{r} \nabla \cdot \mathbf{v}_{in} \left(t - \frac{r}{v_0} \right) \quad (46)$$

Para encontrar la Fuerza el problema se resuelve en coordenadas esféricas, con origen en el centro instantáneo de la esfera dispersora. El eje polar apunta en la dirección de la velocidad entrante $\mathbf{v}_{in} || \hat{e}_z$. El sistema tiene simetría azimutal, y por lo tanto las velocidades dependen de θ y r y carecen de componente azimutal v_φ , entonces las expresiones de las velocidades incidente y de la partícula son [10]:

$$\mathbf{v}_{in} = v_{in} e_z = v_{in} \cos\theta e_r - v_{in} \sin\theta e_\theta \quad (47)$$

$$\mathbf{v}_p = v_p e_z = v_p \cos\theta e_r - v_p \sin\theta e_\theta \quad (48)$$

Para obtener una expresión de la fuerza de radiación \mathbf{F}^{rad} en términos de la onda acústica de presión entrante evaluada en la posición de la partícula, se reemplaza 34 y 42 en 40 teniendo en cuenta las definiciones vistas en 44. Al hacer esto puede verse que hay tres tipos de contribuciones a la fuerza \mathbf{F}^{rad} :

i) $\partial_i \phi_{in} \partial_j \phi_{in}$ esta expresión tiene información de la onda incidente solamente y no posee información alguna sobre la dispersión, de manera que su contribución a la fuerza de radiación es nula.

ii) $\partial_i \phi_{sc} \partial_j \phi_{sc} \propto a^6$ (Ecuación 44,45 y 46) termino que resulta despreciable en comparación a a^3 que es el termino dominante.

iii) $\partial_i \phi_{in} \partial_j \phi_{sc} + \partial_i \phi_{sc} \partial_j \phi_{in} \propto a^3$ resulta el termino dominante en contribución a la fuerza de radiación acústica.

El término $\langle p_2 \rangle = \frac{1}{2\rho_0 v_0^2} \langle p_1^2 \rangle - \frac{\rho_0}{2} \langle \mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_1 \rangle = \frac{1}{2\rho_0 v_0^2} \langle (i\rho_0 \omega (\phi_{in} + \phi_{sc}))^2 \rangle - \frac{\rho_0}{2} \langle \mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_1 \rangle$ por lo cual también tienen incorporados los términos i),ii) y iii).

Solamente consideraremos entonces el termino iii) en el análisis de la fuerza de radiación acústica. Combinando entonces las expresiones 23,34 y 42:

$$\langle F_i \rangle = - \int_{\partial\Omega_0} n_j \left\{ \left[\frac{v_0^2}{\rho_0} \langle \rho_{in} \rho_{sc} \rangle - \rho_0 \sum_{j=1}^3 \langle \partial_j \phi_{in} \partial_j \phi_{sc} \rangle \right] \delta_{ij} + \sum_{j=1}^3 \rho_0 \langle \partial_j \phi_{in} \partial_i \phi_{sc} + \partial_j \phi_{sc} \partial_i \phi_{in} \rangle \right\} dS \quad (49)$$

Aplicando sucesivos pasos algebraicos explicitados en 2.8 se obtiene la expresión final para la Fuerza:

$$\begin{aligned} \langle F_i \rangle &= - \int_{\Omega_0} \sum_{j=1}^3 \rho_0 \langle \partial_j^2 \phi_{sc} \partial_i \phi_{in} \rangle + \langle v_{in} \partial_t \rho_{sc} \rangle dV = \\ &= - \rho_0 \int_{\Omega_0} \sum_{j=1}^3 \left\langle v_{in} \left(\partial_j^2 \phi_{sc} - \frac{1}{v_0^2} \partial_t^2 \phi_{sc} \right) \right\rangle dV \end{aligned} \quad (50)$$

Se incorporan las definiciones 45 y 46 en 50 , [10]:

$$\mathbf{F}^{\text{rad}} = -\frac{4\pi}{3}a^3\nabla\left[\frac{1}{2}\text{Re}[f_1]\kappa_0\langle p_{\text{in}}^2\rangle - \frac{3}{4}\text{Re}[f_2]\rho_0\langle v_{\text{in}}^2\rangle\right] \quad (51)$$

Con el objetivo de conocer la fuerza en la vecindad del dispersor puntual, se examinan los términos de potencial de velocidad 41,45 y 46 en la vecindad $r \ll \lambda$ del centro dispersor. En esta región el tiempo retardado $t - r/c$ puede reemplazarse por una expresión de tiempo instantáneo t en el potencial ϕ_{sc} . Aplicando 47 en 46 a tiempo instantáneo para el Dipolo:

$$\phi_{\text{dp}}(t, r, \theta) = f_2 \frac{a^3}{2} \frac{1}{r} v_{\text{in}}(t) \frac{\cos\theta}{r^2} \quad (52)$$

Mientras que para el Monopolo:

$$\phi_{\text{mp}}(t, r) = -f_1 \frac{a^3}{3\rho_0} \frac{1}{r} \partial_t \rho_{\text{in}}(t) \quad (53)$$

2.4.3 Significado de los coeficientes f_1 y f_2

Coefficiente monopolar f_1

El termino monopolar ϕ_{mp} corresponde al potencial de dispersión de una esfera estacionaria para una onda de fluido entrante de densidad ρ_{in} . Al incidir la onda de fluido sobre la partícula, ocurre una dispersión de fluido desde esta. Es posible cuantificar la cantidad de masa dispersada utilizando el flujo de masa dispersada en la superficie de la esfera [10]:

$$\partial_t m = \int_{\partial\Omega} e_r \cdot (\rho_0 \nabla \phi_{\text{mp}}) dS = f_1 V_p \partial_t \rho_{\text{in}} \quad (54)$$

Donde $V_p = \frac{4\pi}{3}a^3$ es el volumen de la esfera.

Por otro lado, el cambio de masa también se puede calcular como[10]:

$$\partial_t m = \partial_t \rho_{\text{in}} V_p \left(1 - \frac{\kappa_p}{\kappa_0}\right) \quad (55)$$

Donde se tiene en cuenta que: $\partial_t V_p = (\partial_p V_p) \partial_t p_{\text{in}} = -V_p \kappa_p \partial_t p_{\text{in}} = -V_p \kappa_p v_0^2 \partial_t \rho_{\text{in}}$, $\kappa_p = -\frac{1}{V_p} \frac{\partial V_p}{\partial p_{\text{in}}}$ es la compresibilidad de la partícula. Igualando 54 y 55:

$$\boxed{f_1 = 1 - \frac{\kappa_p}{\kappa_0} = 1 - \frac{\rho_0 c_0^2}{\rho_p c_p^2}} \quad (56)$$

donde $\kappa_i = \frac{1}{\rho_i c_i^2}$

Coefficiente dipolar f_2

Este coeficiente esta relacionado con el movimiento traslacional de la partícula . Para un fluido no viscoso solo se considera una condición de borde en la dirección radial [10]:

$$e_r \cdot \mathbf{v}_p = e_r \cdot \nabla (\phi_{\text{in}} + \phi_{\text{dp}}) \quad (57)$$

Teniendo en cuenta las ecuaciones 52 y 53:

$$e_r \cdot \nabla (\phi_{\text{in}} + \phi_{\text{dp}})|_{r=a} = v_{\text{in}} \cos \theta (1 - f_2)$$

Entonces:

$$v_p = v_{\text{in}} (1 - f_2) \quad (58)$$

Otra manera de hacer este calculo es utilizando la segunda ley de Newton para la partícula:

$$m \partial_t v_p = \rho_p V_p (-i\omega) v_p = F_p \quad (59)$$

Donde F_p es la presión actuando sobre la superficie de la esfera:

$$F_p = - \int_0^{2\pi} \int_0^\pi (p_{\text{in}} + p_{\text{dp}}) \cos \theta a^2 \sin \theta d\theta d\varphi$$

Donde:

$$p_{\text{in}} + p_{\text{dp}} = i\omega \rho_0 v_{\text{in}} a \cos \theta \left(1 + \frac{f_2}{2} \right)$$

Entonces:

$$F_p = -a^2 2\pi (i\omega \rho_0 v_{\text{in}} a) \left(1 + \frac{f_2}{2} \right) \int_0^\pi \cos^2 \theta \sin \theta d\theta = -V_p (i\omega \rho_0 v_{\text{in}}) \left(1 + \frac{f_2}{2} \right) \quad (60)$$

Juntando 58,59 y 60:

$$\boxed{f_2 = \frac{2(\rho_p - \rho_0)}{(\rho_0 + 2\rho_p)}} \quad (61)$$

2.5 El Potencial de Gor'kov

Utilizando la expresión 44 en conjunto con las expresiones 56 y 61 podemos escribir la versión final del potencial de Gor'kov como el potencial asociado a la fuerza de radiación acústica:

$$\boxed{U = V_p \left[\frac{1}{2} f_1 \kappa_0 \langle p_{\text{in}}^2 \rangle - \frac{3}{4} f_2 \rho_0 \langle v_{\text{in}}^2 \rangle \right]} \quad (62)$$

Donde:

$$f_1 = 1 - \frac{\kappa_p}{\kappa_0} \text{ y } f_2 = \frac{2(\rho_p - \rho_0)}{(\rho_0 + 2\rho_p)}$$

Estos valores pueden variar en un rango de $-\infty < f_1 \leq 1$ y $-2 \leq f_2 \leq 1$ [14], con el caso $f_1 \approx f_2 \approx 1$ que se da para un objeto rígido incompresible, para el cual se cumple que $\rho_p \gg \rho_0$ y $\kappa_p \ll \kappa_0$ [14].

Se define el factor de Contraste acústico de la partícula en el aire como [10]:

$$\phi\left(\frac{\kappa_p}{\kappa_0}, \frac{\rho_p}{\rho_0}\right) = \frac{1}{3}f_1 + \frac{1}{2}f_2 = \frac{1}{3}\left[\frac{5\frac{\rho_p}{\rho_0} - 2}{2\frac{\rho_p}{\rho_0} + 1} - \frac{\kappa_p}{\kappa_0}\right] \quad (63)$$

Si el contraste acústico de una partícula es positivo ($\rho_p \gg \rho_0$, $\kappa_p \ll \kappa_0$), la misma será atraída hacia los nodos de la onda de presión. En cambio, si es negativo la misma será atraída a los antinodos de presión [10]. Las partículas rígidas suelen moverse hacia los nodos, mientras que partículas no rígidas suelen dirigirse hacia los anti nodos.

En resumen, este es el potencial de la Fuerza de presión de radiación actuando sobre un objeto bajo las hipótesis:

- i) El objeto es de forma esférica
- ii) Tiene un radio mucho menor a la longitud de onda de la onda incidente. En concreto se utiliza el régimen de Rayleigh donde el tamaño (Diámetro en caso de un objeto esférico) de la partícula es menor a la mitad de la longitud de onda.
- iii) El objeto levita en un medio de viscosidad despreciable, que en este caso es el aire.
- vi) El objeto tiene contraste acústico positivo
- v) El medio no es conductor de calor.

2.5.1 Ejemplo de Aplicación teórica en un modelo simple de levitador Acústico

Se analiza un ejemplo básico de aplicación de la ecuación 62, el mismo, por simplicidad se analiza en una dimensión.

Se tiene un levitador acústico de un solo eje y que posee un emisor, que emite una onda plana, enfrentado a una superficie reflectora, siendo que estos están separados por una distancia d en la dirección z (el emisor y reflector están ubicados en el plano x, y). En este arreglo estará levitando un objeto de radio $a \ll \lambda$ donde λ es la longitud de onda emitida por el emisor, que puede ser pensado como un único transductor.

Al ser la presión a primer orden una solución de la ecuación de ondas en el medio, la misma será influenciada por la geometría de los alrededores. Para un ambiente con paredes de una determinada geometría la solución de la ecuación de ondas, junto con sus correspondientes condiciones de borde, dan como resultado los modos de oscilación de la onda de presión que permiten dar una expresión para la onda de presión incidente sobre un objeto posicionado dentro de dicho ambiente [14].

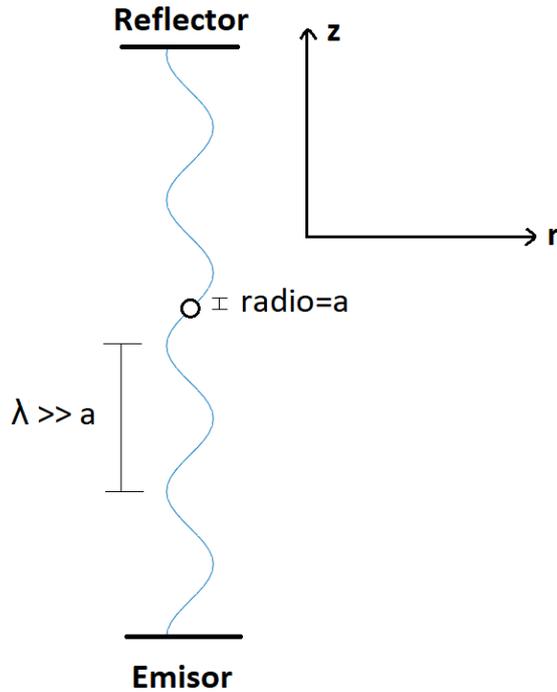


Figura 2. Objeto de forma esférica que levita en el campo de presión generado por un emisor y un reflector enfrentado a este. El objeto tiene un radio $a \ll \lambda$ donde λ es la longitud de la onda de presión.

Para este caso se considera un sistema de ejes cilíndricos con origen en el emisor. En la dirección z se consideran como condiciones de borde a las de pared rígida [11].

$$\hat{n} \cdot \nabla p_1 = 0 \Rightarrow \frac{dp_1}{dz} = 0 \quad (64)$$

Resolver la ecuación de onda con estas condiciones, junto con la parte real de la exponencial dependiente del tiempo, nos da la siguiente expresión para la presión incidente:

$$p_{in}(z, t) = p_0 \cos(k_z z) \cos(\omega t) \quad (65)$$

Con $k_z = \frac{\omega}{v_0}$ es la relación de dispersión para ondas planas.

Reemplazando 66 en 25 ($\rho_0 \partial_t \mathbf{v}_1 + \nabla p_1 = 0$):

Tenemos: $\nabla p_1 = -p_0 k_z \text{sen}(k_z z) \cos(\omega t) = -p_0 k_z \text{sen}(k_z z) \partial_t \left[\frac{1}{\omega} \text{sen}(\omega t) \right] = -\rho_0 \partial_t \mathbf{v}_1$

$$v_{\text{inz}}(z, t) = \frac{p_0}{v_0 \rho_0} \text{sen}(k_z z) \text{sen}(\omega t) \quad (66)$$

Se calcula el promedio temporal de 65 y 66 [9]:

$$\langle p_{\text{in}}^2 \rangle = \frac{p_0^2}{2} \cos^2(k_z z) \quad (67)$$

$$\langle v_{\text{in}}^2 \rangle = \frac{1}{2} \left(\frac{p_0}{v_0 \rho_0} \right)^2 \text{sen}^2(k_z z) \quad (68)$$

Reemplazando 67 y 68 en 62 obtenemos el potencial de Gor'kov

$$U = V_p \left(\frac{p_0^2}{4\rho_0 v_0^2} \right) \left[f_1 \cos^2(k_z z) - \frac{3}{2} f_2 \text{sen}^2(k_z z) \right] \quad (69)$$

Utilizando que $F_z = -d_z U$ obtenemos la expresión para la fuerza en el eje z .

$$F_z = V_p k_z \left(\frac{p_0^2}{4v_0^2 \rho_0} \right) \left[f_1 + \frac{3}{2} f_2 \right] \text{sen}(2k_z z) \quad (70)$$

Donde $E_{ac} = \frac{p_0^2}{4v_0^2 \rho_0}$ es la densidad de energía acústica[10]. Los levitadores del tipo resonante, operan de manera eficiente en el modo resonante. Este modo de oscilación es el que contiene la mayor cantidad de energía y que proporciona las mayores fuerzas de captura debido a que es la configuración que genera la onda estacionaria de mayor amplitud. Para que el levitador opere en resonancia, para un modelo de ondas planas, es necesario ajustar la distancia que hay entre el emisor y el reflector a un múltiplo entero de la mitad de la longitud de onda, tal como se puede deducir de 65:

$$|p_{\text{in}}|_{\text{max}} = p_0 \Rightarrow k_z z = \frac{2\pi}{\lambda} z = \pi n \Leftrightarrow z_n = \frac{\lambda}{2} n \quad (71)$$

La afirmación de que las resonancias corresponden a una separación entre el emisor y reflector separados una distancia $\lambda n/2$ implica un modelo de ondas planas que no es totalmente verdadero para el caso práctico de un levitador acústico, se ha demostrado [15] que la distancia de separación óptima entre emisor y reflector no es exactamente $\lambda n/2$ en una práctica real.

Por otro lado, la posición en la que levita una partícula es aquella donde se encuentra algún nodo de la onda de presión. Sin embargo, en presencia de la gravedad las partículas se ven desplazadas una cantidad Δz respecto de la posición de un nodo [9].

2.5.2 Análisis de la estabilidad de una partícula levitada utilizando el Potencial de Gor'kov

Se define como estabilidad de levitación de una partícula en un determinada posición del campo acústico a la eficacia que tienen las fuerzas acústicas en ese punto para permitir que una partícula permanezca levitando ante la perturbación de fuerzas aleatorias débiles. Para un determinado modo de oscilación de la onda de presión, los puntos de equilibrio estable se dan en la posición de los mínimos del potencial de Gor'kov U . En las cercanías de un mínimo de potencial, tanto el potencial como la Fuerza pueden modelarse como un sistema de oscilador armónico, anisotrópico, tridimensional [14].

$$U \approx \frac{1}{2}K_i(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)^2 \quad , \quad \mathbf{F} \approx -K_i(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \quad (72)$$

Donde i indica un mínimo de potencial en particular.

El grado de estabilidad de la muestra en esos puntos, depende de la fuerza restauradora acústica que existe cerca de un mínimo de potencial [14]. Con distintos valores de K_i es posible comparar la capacidad para levantar objetos de forma estable para distintos mínimos.

Para el caso estudiado de un levitador acústico compuesto de un emisor y un reflector la constante K_z puede obtenerse utilizando 69 en la posición $z_m = \frac{\lambda}{4}(2m + 1)$ de un nodo de la onda de presión.

$$K_z = \frac{d^2U}{dz^2} = V_p k_z \left(\frac{p_0^2}{4v_0^2 \rho_0} \right) \left[f_1 + \frac{3}{2}f_2 \right] \quad (73)$$

Si se examina el ejemplo en tres dimensiones (geometría cilíndrica para este caso) la estabilidad en la región radial también es importante, una expresión del potencial puede encontrarse en [14], aunque para problemas más complejos es recomendable utilizar un método numérico para encontrar los valores de K_r , esto puede hacerse mediante un ajuste cuadrático cerca de un mínimo de potencial.

2.6 Radiación emitida desde un pistón plano circular

Uno de los elementos más importantes en un levitador acústico son los emisores ultrasónicos. Estos son transductores de diferentes tipos y geometrías, pero el modelo más común es el de un pistón cilíndrico. Muchas de las expresiones vistas anteriormente que caracterizan el potencial de Gor'kov y la Fuerza de radiación

acústica se determinan a partir de un valor de campo incidente. El objetivo es determinar cómo son los patrones de las ondas radiadas por los emisores de manera que pueda caracterizarse el campo acústico incidente y determinar cuáles son los parámetros relevantes que pueden modificar la intensidad del mismo.

2.6.1 La fuente simple

La fuente simple constituye el modelo más básico de fuente emisora de ondas acústicas y la misma consiste en un monopolo radiante. Si bien el modelo de fuente simple no tiene gran utilidad práctica, es un bloque de construcción para modelos de fuentes más complejos. Se analiza el modelo de la esfera pulsante, que es el modelo primigenio de fuente simple.

Partiendo de la ecuación 28 la misma se resuelve para una onda con simetría esférica:

$$\partial_r^2 p + \frac{2}{r} \partial_r p = \frac{1}{v_0} \partial_t^2 p \quad (74)$$

Las soluciones para esta ecuación son conocidas y corresponden al perfil de una onda esférica:

$$p = \frac{f\left(t - \frac{r}{v_0}\right)}{r} + \frac{g\left(t + \frac{r}{v_0}\right)}{r} \quad (75)$$

El primer término de la izquierda, corresponde a una onda viajera que se expande radialmente alejándose de la fuente mientras que el segundo término corresponde a una onda que se contrae radialmente convergiendo hacia un punto. El término v_0 es la velocidad a la que se propaga la onda en el medio.

Se considera al modelo de la esfera pulsante como una fuente esférica, de radio a , que expande su radio de forma armónica desde a a $r > a$. Esta fuente está ubicada en un medio como el aire y en ausencia de superficies que puedan producir reflexiones. De esta manera la onda es netamente divergente. Por otro lado, asumimos que en $r = a$ la amplitud de la onda es $Ae^{i\omega t}$.

$$p(a) = Ae^{i\omega t} = \frac{f\left(t - \frac{a}{v_0}\right)}{r_0} \Rightarrow f\left(t - \frac{r}{v_0}\right) = Aae^{i\omega(t+r/v_0)} = Aae^{i(\omega t + kr)} \quad (76)$$

Donde $k = \frac{\omega}{v_0}$ es la relación de dispersión.

Entonces el perfil de la onda de presión esférica puede expresarse como:

$$\boxed{p(r, t) = \frac{A}{r} ae^{i(\omega t + kr)}} \quad (77)$$

2.6.2 Impedancia acústica de la fuente simple

La impedancia acústica se define como la resistencia que ofrece un medio al movimiento longitudinal de una onda de sonido. La misma está caracterizada por el cociente entre la presión actuante y la consecuente velocidad resultante de un objeto inmerso en ese medio.

Se utiliza 25 para calcular la velocidad:

$$\mathbf{v} = \frac{Aa}{\omega\rho_0 r} e^{i(\omega t - kr)} \left[\frac{1}{r} + ik \right] \hat{r} = \frac{p(r, t)}{\omega\rho_0 r} [1 + ikr] \hat{r} = v\hat{r} \quad (78)$$

Se utiliza 77 y 78 para definir la impedancia acústica de la onda como:

$$Z = \frac{p}{v} = \omega\rho_0 r \left(\frac{1 - ikr}{1 + k^2 r^2} \right) = v_0\rho_0 kr \left(\frac{1 - ikr}{1 + k^2 r^2} \right) \quad (79)$$

Tomando $\cot\theta = kr \Rightarrow 1 - ikr = \sqrt{1 + k^2 r^2} e^{i\theta}$ expresamos la impedancia de forma polar:

$$Z = v_0\rho_0 \frac{kr}{\sqrt{1 + k^2 r^2}} e^{i\theta} = v_0\rho_0 \cos\theta e^{i\theta} \quad (80)$$

Se tienen en cuenta las siguientes observaciones sobre la impedancia como cantidad compleja:

i) Existe una diferencia de fase entre la onda de presión y la velocidad de la partícula.

ii) Como $kr = \frac{2\pi}{\lambda} r = \cot\theta$ tendremos que a distancias grandes $r \gg \lambda$, $\theta \rightarrow 0$ y tendremos un perfil de onda plana:

$$Z = v_0\rho_0 \Rightarrow p = (v_0\rho_0)v \quad (81)$$

Un análisis similar puede hacerse para $r = a$, con $r \gg \lambda$ de esta manera la impedancia de la fuente es la de la onda plana de manera que es fácil radiar potencia al fluido[16].

iii) En particular el caso $a \ll \lambda$ nos indica que la impedancia de la fuente es prácticamente imaginaria. En general la fuente no debe ser pequeña en comparación a la longitud de onda para tener un buen radiador [16].

2.6.3 Presión emitida por una fuente simple

Al oscilar, la superficie de la fuente desplaza un volumen de fluido que da lugar a un flujo del mismo dado por[16],[8]:

$$Q(t) = 4\pi a^2 v(a, t) \quad (82)$$

Esta cantidad se conoce como fuerza de la fuente. La presión radiada por una fuente simple con esta fuerza está dada por[16],[8]:

$$p(r, t) = \frac{\rho_0 \partial_t Q(t - r/v_0)}{4\pi r} \quad (83)$$

El término $\rho_0 \partial_t Q$ representa el flujo de masa por unidad de tiempo. La presión en cualquier punto r está determinada por el flujo de masa de la fuente simple mientras que r/v_0 representa el tiempo que requiere la onda para viajar desde la fuente al punto r .

Si la fuente no es pequeña y si se encuentra distribuida en un área S , la misma se la puede considerar como una combinación de fuentes puntuales, cada una de fuerza q , entonces:

$$p(\mathbf{r}, t) = \rho_0 \int_S \frac{\partial_t q(\mathbf{r}' - R/v_0)}{4\pi R} dS \quad (84)$$

Donde: $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$. \mathbf{r} : es el punto donde se quiere analizar la presión. \mathbf{r}' : punto que compone la fuente.

2.6.4 Pistón en placa Deflectora

Consideramos una superficie plana de gran área. Toda la superficie permanece fija, excepto una sección central que vibra normal a la superficie.

La sección central es el pistón, que consiste en un área circular de radio a y la región fija que lo rodea es la placa deflectora. La presencia de la placa deflectora restringe el campo acústico a la sección frontal solamente.

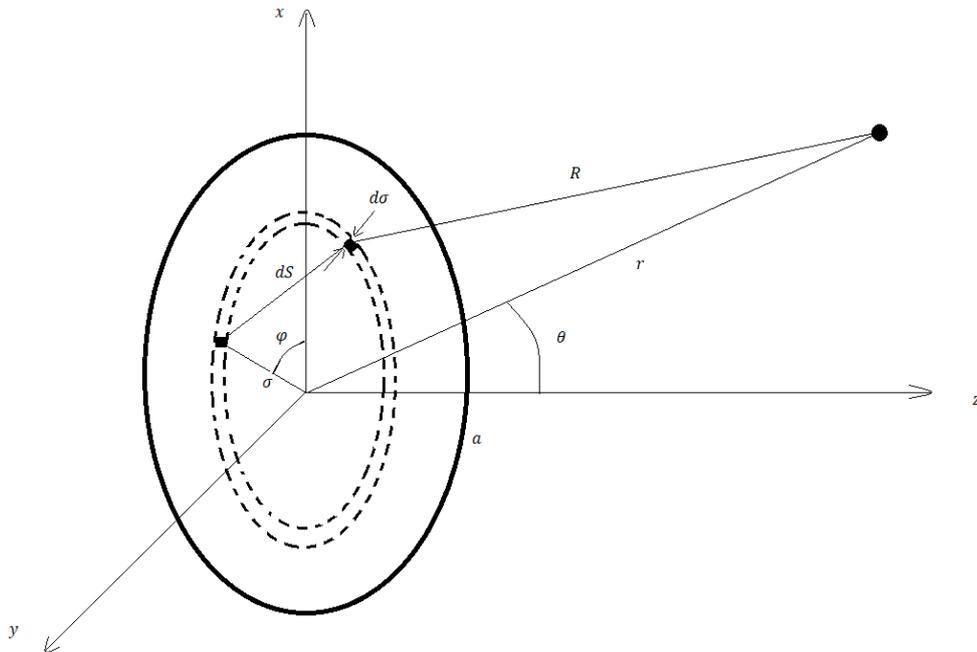


Figura 3. Esquema de un Pistón plano circular de radio a . La contribución total de la presión radiada en un punto ubicado a una distancia r del origen se calcula como las contribuciones individuales de presión generados por elementos infinitesimales en forma de aros de anchura radial $d\sigma$.

Para construir una expresión de la presión radiada por el pistón en placa defletores, que de ahora en adelante se denominara pistón deflector, se utiliza el modelo visto en 84. En esta última ecuación se utilizó que una perturbación actúa como una fuente simple que radia en todas las direcciones del espacio, mientras que en el pistón deflector la radiación está dada solo para la mitad delantera del mismo. Puede pensarse que la presión de la parte trasera se refleja en el deflector, dando como resultado el doble de la presión radiada en la dirección frontal. De esta manera la presión emitida por el pistón deflector está dada por el doble de la expresión 84.

En el modelo del pistón deflector se supone que la totalidad de la superficie del mismo oscila de forma armónica con una velocidad u_p en una dirección normal a la superficie del mismo. En consecuencia, se toma $\partial_t q = \partial_t u_p$, donde: $u_p = u_0 e^{i\omega t}$.

La expresión de la presión radiada en un punto \mathbf{r} , debida a un pistón plano circular y montado sobre un plano reflector (expresada en coordenadas esféricas) es [16] :

$$p(\mathbf{r}, t) = \frac{i\omega u_0 \rho_0 e^{i\omega t}}{2\pi} \int_0^a \int_0^\pi \frac{e^{-ikR}}{\sqrt{r^2 - \sigma^2 - 2r\sigma \sin\theta \cos\varphi}} 2\sigma d\sigma d\varphi = \frac{ia\rho_0 v_0 u_0}{2r} \frac{2J_1(ka \sin\theta)}{ka \sin\theta} e^{i(\omega t - kr)} \quad (85)$$

Aquí $d\sigma$ es un diferencial del radio del pistón.

El factor: $D(\theta) = \frac{2J_1(ka \sin\theta)}{ka \sin\theta}$ se denomina directividad del pistón. La amplitud del factor de directividad D se define en general como el valor de la presión a un ángulo relativo que hay respecto al valor de la presión máxima que hay en $\theta = \theta_{\max}$. Por lo general $\theta_{\max} = 0$, esto ocurre en el caso particular del pistón plano circular.

$$D = \frac{p(r, \theta)}{p(r, 0)} \quad (86)$$

La directividad da una medida de la direccionalidad de la onda de presión emitida. Indica si hay una dirección privilegiada donde se concentre una mayor cantidad de poder radiado. Si por ejemplo $D = 1$ (que puede darse en el caso $ka \ll 1$) para todo valor de θ , tenemos una directividad que indica una potencia radiada por igual en todas las direcciones, que es justamente la del modelo de la onda esférica visto anteriormente (Si se reemplaza $D = 1$ en 85 obtenemos una onda esférica) Figura 4.

Si se examina el argumento de la función J_1 , teniendo que la misma puede tener múltiples ceros ubicados en:

$$ka \sin\theta = x_{1n} \quad (87)$$

donde $J_1(x_{1n}) = 0$.

Si los valores de ka son grandes ($ka \gg 1$) entonces existirán múltiples valores de θ , tales que $0 \leq \theta \leq \pi/2$ que darán origen a varios ceros. Esto da como resultado un patrón de radiación con un lóbulo central de mayor intensidad en $\theta = 0$ y múltiples lóbulos en distintos valores de θ . Entonces un buen radiador direccional se da para el caso $a \gg \lambda$.

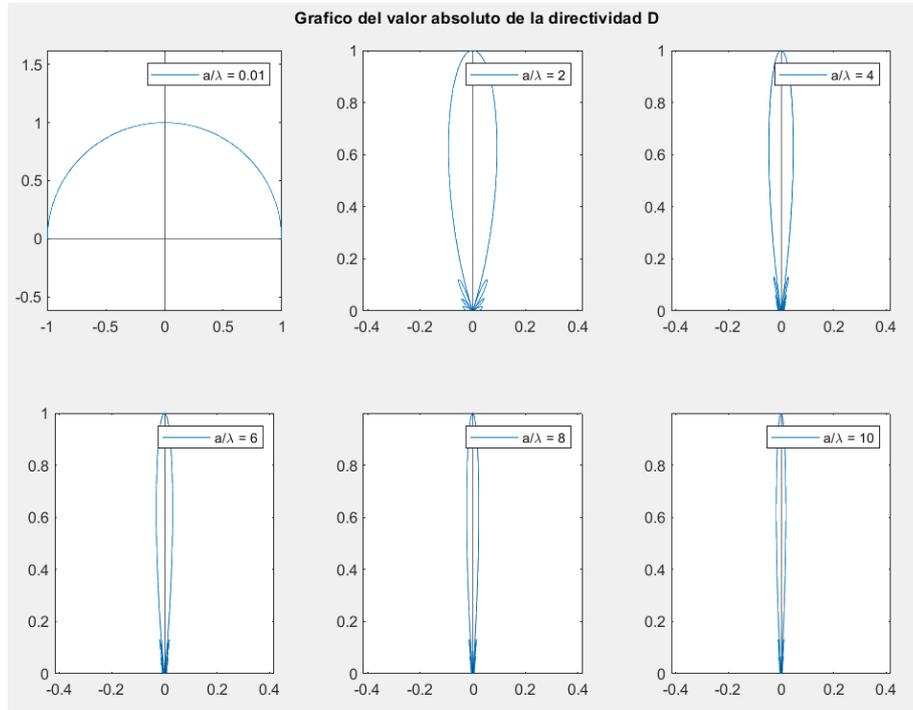


Figura 4. Valores de $|D(\theta)| = \left| \frac{2J_1(ka \sin \theta)}{ka \sin \theta} \right|$ para distintos valores de $ka = 2\pi \frac{a}{\lambda}$

2.7 Modelo teórico de los Transductores piezoeléctricos

Un transductor es un dispositivo que convierte una forma de energía en otra [17]. En el ámbito de los dispositivos ultrasónicos, los transductores están hechos con materiales piezoeléctricos. Los materiales piezoeléctricos convierten el estrés mecánico en carga eléctrica y de forma inversa, al inducir carga sobre el material se obtiene una respuesta mecánica del mismo. De esta manera en los materiales piezoeléctricos el estrés mecánico es proporcional al campo eléctrico aplicado.

El modelo básico de un transductor consta de un material piezoeléctrico unido a electrodos. En algunos casos, como en el del transductor Langevin, este arreglo puede estar unido a un material de respaldo con el fin de aumentar la amplitud de las oscilaciones de la cara radiante.

2.7.1 Relaciones constitutivas de los materiales Piezoeléctricos

En los materiales piezoeléctricos las propiedades eléctricas y elásticas están acopladas. En este acople participan las siguientes cantidades:

E_i	Campo Electrico
D_i	Desplazamiento Electrico
S_{ij}	Deformacion Mecanica
T_{ij}	Estres Mecanico
s_{ijkl}^E	Rigidez Mecanica a campo electrico constante
d_{ijk}	Constante de carga Piezoelectrica
ε_{ij}^S	Permitividad a deformacion constante

Tabla 1. Propiedades que son parte de las relaciones constitutivas de los piezoeléctricos. El índice superior en algunas propiedades indica las cantidades que permanecen constantes bajo condiciones de borde [17].

Aquí T_{ij} es el tensor de tensiones examinado anteriormente, mientras que S_{ij} es el tensor de deformaciones, que describe la deformación de un material ante las fuerzas aplicadas, ambos son tensores simétricos. Las deformaciones son desplazamientos desde la posición de equilibrio de los elementos de volumen infinitesimales en una cantidad \mathbf{u} , donde:

$$S_{ij} = \frac{1}{2}(\partial_i u_j + \partial_j u_i) \quad (88)$$

Las ecuaciones acopladas que describen las relaciones constitutivas de los materiales piezoeléctricos son [17],[18]:

$$S_\lambda = s_\mu^E T_\mu + d_{k\lambda} E_k \quad (89)$$

$$D_i = d_{i\mu} T_\mu + \varepsilon_{ik}^S E_k \quad (90)$$

Las ecuaciones 89 y 90 están escritas en la notación reducida de Voigt (aplicada en los índices griegos μ, λ que toman valores entre 1 y 6), donde los tensores se expresan en términos de sus variables independientes utilizando un solo índice [18].

Si el voltaje de excitación $V = \text{Re}(V_0 e^{i\omega t})$ tiene dependencia armónica, entonces el resto de las cantidades tiene el mismo tipo de dependencia temporal debido a la linealidad de las ecuaciones [18].

Utilizando las ecuaciones 89 y 90 junto con las condiciones de borde apropiadas es posible demostrar que la presión p es proporcional al voltaje aplicado a partir de establecer una relación con el desplazamiento mecánico \mathbf{u} de la superficie del transductor y el campo eléctrico aplicado (que puede describirse en términos del potencial V aplicado) [10], [18]:

$$p \propto V \quad (91)$$

Utilizando la expresión del potencial de Gor'kov 62 , en conjunto con 26:

$$U = V_p \left[\frac{1}{2} f_1 \kappa_0 |p|^2 - \frac{3}{4} \frac{f_2}{\omega} \sum_{i=1}^3 |(\partial_i p)^2| \right] \quad (92)$$

De manera que se puede afirmar que $U \propto V_0^2$, donde V_0 es la amplitud de el voltaje de excitación. Si se tiene en cuenta que en la vecindad de un punto de equilibrio estable el potencial puede aproximarse por el de un oscilador armónico entonces se tendrá $U = \frac{1}{2} K x^2 \Rightarrow K \propto V_0^2$. Esta relación se investigara con los experimentos realizados.

2.8 Apéndice

2.8.1 Contribuciones a la Fuerza de radiación acústica

Teniendo en cuenta las definiciones vistas de velocidad, potencial incidente y dispersado:

$$a) \mathbf{v}_1 = (v_1, v_2, v_3) \leftrightarrow (v_x, v_y, v_z)$$

$$b) \nabla \phi_1 = \nabla \phi_{in} + \nabla \phi_{sc} = \sum_{i=1}^3 \hat{e}_i (\partial_i \phi_{in} + \partial_i \phi_{sc}) = \mathbf{v}_1 = \sum_{i=1}^3 \hat{e}_i (v_{i_{in}} + v_{i_{sc}})$$

Entonces:

$$(\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}_1) \cdot \mathbf{v}_1 = \sum_{j=1}^3 \sum_{i=1}^3 n_i v_i v_j e_j = \sum_{j=1}^3 \sum_{i=1}^3 n_i e_j (\partial_i \phi_{in} + \partial_i \phi_{sc}) (\partial_j \phi_{in} + \partial_j \phi_{sc}) =$$

$$(\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}_1) \cdot \mathbf{v}_1 = \sum_{j=1}^3 \sum_{i=1}^3 n_i e_j [\partial_i \phi_{in} \partial_j \phi_{in} + (\partial_i \phi_{in} \partial_j \phi_{sc} + \partial_i \phi_{sc} \partial_j \phi_{in}) + \partial_i \phi_{sc} \partial_j \phi_{sc}]$$

Obteniendose así las contribuciones mencionadas.

2.8.2 Cálculos de la Fuerza de radiación acústica

Partiendo de la expresión para la fuerza:

$$\langle \mathbf{F} \rangle = - \left\langle \int_{\partial \Omega_0} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}) \rho_0 \mathbf{v}_1 dS \right\rangle - \left\langle \int_{\partial \Omega_0} p_2 \mathbf{n} dS \right\rangle$$

Reemplazando la expresión vista para la presión a segundo orden:

$$\langle p_2 \rangle = \frac{1}{2 \rho_0 v_0^2} \langle p_1^2 \rangle - \frac{\rho_0}{2} \langle \mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_1 \rangle$$

Se obtiene:

$$\langle \mathbf{F} \rangle = - \int_{\partial \Omega_0} \langle (\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}_1) \rho_0 \mathbf{v}_1 \rangle dS - \int_{\partial \Omega_0} \left(\frac{1}{2 \rho_0 v_0^2} \langle p_1^2 \rangle - \frac{\rho_0}{2} \langle \mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_1 \rangle \right) \mathbf{n} dS$$

Para el primer término a la derecha de la igualdad solo se considera la contribución $(\partial_i \phi_{\text{in}} \partial_j \phi_{\text{sc}} + \partial_i \phi_{\text{sc}} \partial_j \phi_{\text{in}})$ del desarrollo $(\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}_1) \rho_0 \mathbf{v}_1$. Por otro lado, se expresa la presión en términos de la densidad:

- a) $p_1 = v_0^2 \rho_1 = v_0^2 (\rho_{\text{in}} + \rho_{\text{sc}})$
- b) $p_1^2 \approx v_0^4 2 \rho_{\text{in}} \rho_{\text{sc}}$
- c) $\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_1 = \sum_i \partial_i (\phi_{\text{in}} + \phi_{\text{sc}}) \partial_i (\phi_{\text{in}} + \phi_{\text{sc}}) \approx \sum_i 2 \partial_i \phi_{\text{in}} \partial_i \phi_{\text{sc}}$

Reemplazando estos en la Fuerza, se puede expresar una componente de la misma como:

$$\langle F_i \rangle = - \int_{\partial \Omega_0} n_j \left\{ \left[\frac{v_0^2}{\rho_0} \langle \rho_{\text{in}} \rho_{\text{sc}} \rangle - \rho_0 \langle \sum_{j=1}^3 \partial_j \phi_{\text{in}} \partial_j \phi_{\text{sc}} \rangle \right] \delta_{ij} + \rho_0 \left[\sum_{j=1}^3 \langle \partial_j \phi_{\text{in}} \partial_i \phi_{\text{sc}} + \partial_j \phi_{\text{sc}} \partial_i \phi_{\text{in}} \rangle \right] \right\} dS$$

Aplicando el teorema de Gauss y teniendo en cuenta que:

$$\begin{aligned} \partial_i \langle \partial_j \phi_{\text{in}} \partial_j \phi_{\text{sc}} \rangle &= \langle \partial_i \partial_j \phi_{\text{in}} \partial_j \phi_{\text{sc}} \rangle + \langle \partial_j \phi_{\text{in}} \partial_i \partial_j \phi_{\text{sc}} \rangle = \langle \partial_j \partial_i \phi_{\text{in}} \partial_j \phi_{\text{sc}} \rangle + \langle \partial_j \phi_{\text{in}} \partial_j \partial_i \phi_{\text{sc}} \rangle \\ \partial_j \langle \partial_j \phi_{\text{in}} \partial_i \phi_{\text{sc}} + \partial_j \phi_{\text{sc}} \partial_i \phi_{\text{in}} \rangle &= \langle \partial_j^2 \phi_{\text{in}} \partial_i \phi_{\text{sc}} \rangle + \langle \partial_j \phi_{\text{in}} \partial_j \partial_i \phi_{\text{sc}} \rangle + \langle \partial_j^2 \phi_{\text{sc}} \partial_i \phi_{\text{in}} \rangle + \\ &\langle \partial_j \phi_{\text{sc}} \partial_j \partial_i \phi_{\text{in}} \rangle \end{aligned}$$

Entonces:

$$- \rho_0 \sum_{j=1}^3 \langle \partial_j \phi_{\text{in}} \partial_j \phi_{\text{sc}} \rangle + \sum_{j=1}^3 \rho_0 \langle \partial_j \phi_{\text{in}} \partial_i \phi_{\text{sc}} + \partial_j \phi_{\text{sc}} \partial_i \phi_{\text{in}} \rangle = \rho_0 \sum_{j=1}^3 \langle \partial_j^2 \phi_{\text{in}} \partial_i \phi_{\text{sc}} \rangle + \langle \partial_j^2 \phi_{\text{sc}} \partial_i \phi_{\text{in}} \rangle$$

Por otro lado, utilizando 23 y 25:

$$\begin{aligned} \partial_i \frac{v_0^2}{\rho_0} \langle \rho_{\text{in}} \rho_{\text{sc}} \rangle &= \frac{v_0^2}{\rho_0} (\langle \partial_i \rho_{\text{in}} \rho_{\text{sc}} \rangle + \langle \rho_{\text{in}} \partial_i \rho_{\text{sc}} \rangle) = \frac{1}{\rho_0} (\langle \partial_i p_{\text{in}} \rho_{\text{sc}} \rangle + \langle \rho_{\text{in}} \partial_i p_{\text{sc}} \rangle) = - \langle \partial_t v_{i \text{in}} \rho_{\text{sc}} \rangle - \\ &\langle \rho_{\text{in}} \partial_t v_{i \text{in}} \rangle \end{aligned}$$

Teniendo en cuenta que el promedio temporal de las derivadas temporales es nulo:

$$0 = \langle \partial_t (v\rho) \rangle = \langle \partial_t v\rho \rangle + \langle \partial_t \rho v \rangle \Rightarrow - \langle \partial_t v_{\text{in}} \rho_{\text{sc}} \rangle - \langle \rho_{\text{in}} \partial_t v_{\text{sc}} \rangle = \langle v_{\text{in}} \partial_t \rho_{\text{sc}} \rangle + \langle v_{\text{sc}} \partial_t \rho_{\text{in}} \rangle$$

Utilizando 24:

$$\partial_t \rho_{\text{in}} = - \rho_0 \sum_{j=1}^3 \partial_j v_{j \text{in}} \Rightarrow \langle v_{\text{sc}} \partial_t \rho_{\text{in}} \rangle = - \sum_{j=1}^3 \rho_0 \langle v_{\text{sc}} \partial_j v_{j \text{in}} \rangle$$

Entonces:

$$\langle v_{\text{in}} \partial_t \rho_{\text{sc}} \rangle + \langle v_{\text{sc}} \partial_t \rho_{\text{in}} \rangle = \langle v_{\text{in}} \partial_t \rho_{\text{sc}} \rangle - \sum_{j=1}^3 \rho_0 \langle v_{\text{sc}} \partial_j v_{j \text{in}} \rangle$$

y utilizando 30:

$$\rho_0 \partial_t \phi_1 + v_0^2 \rho_1 = 0 \Leftrightarrow - \frac{\rho_0}{v_0^2} \partial_t^2 \phi_1 = \partial_t \rho_1$$

Se obtiene:

$$\langle F_i \rangle = - \int_{\Omega_0} \sum_{j=1}^3 \rho_0 \langle \partial_j^2 \phi_{\text{sc}} \partial_i \phi_{\text{in}} \rangle + \langle v_{\text{in}} \partial_t \rho_{\text{sc}} \rangle dV = - \rho_0 \int_{\Omega_0} \sum_{j=1}^3 \left\langle v_{i \text{in}} \left(\partial_j^2 \phi_{\text{sc}} - \frac{1}{v_0^2} \partial_t^2 \phi_{\text{sc}} \right) \right\rangle dV$$

3 Clasificación de los métodos de levitación acústica y aplicaciones

Existen muchas formas de lograr levitar partículas utilizando ultrasonido. Hay una gran variedad de dispositivos y métodos que se han desarrollado a lo largo de los años y es posible hacer una clasificación de los mismos según su geometría, tipo de emisores y patrones acústicos distintos que pueden capturar y manipular partículas.

El método más común para levitar partículas es el de onda estacionaria, como se vió, este método consiste en establecer una onda de presión estacionaria cuyos nodos se constituyen en una trampa acústica que puede capturar partículas cuya dimensión es mucho menor a la longitud de onda.

El arreglo de levitador más común para establecer este tipo de trampa es el del levitador de un solo eje. Este tipo de configuración consta de un emisor y un reflector o bien de un par de emisores enfrentados.

Existen dos tipos principales de levitadores de onda estacionaria los cuales son los Levitadores Resonantes y los levitadores No resonantes [9].

3.1 Levitadores Resonantes y no Resonantes

Para los levitadores de onda estacionaria existe una clasificación que atiende a el tipo de método que permite establecer la onda estacionaria. Esta clasificación atiende al grado de resonancia del levitador, siendo resonante un levitador que opera bajo condiciones estrictas de resonancia y no resonante un levitador que puede operar de forma eficiente sin tener un grado alto de resonancia.

3.1.1 Levitador Resonante

A la hora de establecer una onda estacionaria la resonancia es una propiedad clave para establecer intensidades altas del campo acústico a través de tener la mayor amplitud de la onda de presión posible. Las ondas emitidas por un emisor se reflejan en toda aquella superficie reflectora que se encuentre en los alrededores. Para un levitador acústico de un solo eje que consta de un emisor y un reflector, la onda resultante que existe entre el emisor y el reflector es una superposición de las ondas

emitidas y reflejadas. Para establecer la condición de resonancia se requiere una separación determinada entre el emisor y el reflector. Para un modelo de onda estacionaria la distancia de separación debe ser un múltiplo entero de la mitad de la longitud de onda.

Se debe tener en cuenta que al incorporar un objeto entre el emisor y el reflector el mismo, al actuar como una fuente dispersora de rayos, altera también la condición de resonancia, en [19] fue necesario por ejemplo, cambiar la distancia entre el emisor y el reflector para volver a alcanzar la condición de resonancia luego de introducir el insecto utilizado como objeto a levitar. Esto provoca que los levitadores resonantes sean dispositivos altamente sensibles a los cambios del entorno. Cambios en el emisor, cuya frecuencia puede variar debido al calentamiento del mismo, pueden también alterar el estado de resonancia.

El diseño de la geometría del emisor y del reflector juega un papel importante a la hora de mejorar la eficiencia de un levitador resonante. Se ha demostrado [15] que determinados radios de curvatura para un reflector cóncavo, en lugar de uno plano, resultan en una mayor fuerza acústica lo cual permite capturar objetos de mayor densidad.

3.1.2 Levitador No resonante

Para que un dispositivo no opere de forma estricta en resonancia es necesario lograr minimizar las reflexiones de segundo orden de manera que, considerando un arreglo de un emisor y un reflector, la onda estacionaria establecida esté principalmente conformada por la superposición de la onda emitida y la primera onda reflejada [20].

Los dispositivos no resonantes no poseen una restricción en cuanto a la distancia que debe existir entre un emisor y un reflector. En [20] se diseña un levitador no resonante que utiliza un emisor de radio pequeño (en relación al del reflector) y un reflector cóncavo, que provee mayor estabilidad a las partículas levitadas. Esta configuración permite manipular las partículas a través de la variación continua de la posición del reflector.

Nuevamente la geometría tanto del emisor como del reflector juega un papel importante a la hora de mejorar las fuerzas acústicas, el emisor al ser de pequeño radio por ejemplo, posee una directividad similar al de una onda esférica, lo cual permite una radiación omnidireccional que en última instancia permite un mayor rango de movimiento del reflector.

3.2 Otros métodos de Levitación acústica

Existen otros métodos de levitación acústicos como la Levitación de campo cercano, Levitación de campo cercano invertida y Levitación de campo lejano [9].

Levitación de campo cercano: Este método utiliza la superficie de un objeto plano como reflector, de manera que el objeto es levitado a corta distancia (mucho menor a la longitud de onda) del emisor. A diferencia del método de onda estacionaria, donde objetos más pequeños que la longitud de onda levitan en los nodos de la misma, en la levitación de campo cercano, debido a que el objeto levitado está tan cerca de la superficie del emisor no puede establecerse una onda estacionaria. En lugar de la onda estacionaria existe una fina capa de aire cuya presión varía de acuerdo a la superficie radiante. Puede verse en [21] que es posible la levitación de objetos de varios kilogramos a una distancia de cientos de micrómetros de la superficie emisora.

Se ha demostrado en [22] que la distancia de levitación h respecto del emisor es directamente proporcional a la amplitud de la oscilación e inversamente proporcional a la raíz cuadrada del peso por unidad de área del objeto levitado. Por otro lado, la distancia no depende de la frecuencia de oscilación de manera que cualquier objeto pesado puede ser levitado para h suficientemente pequeño.

Levitación de campo cercano invertida: Una variante de la Levitación de campo cercano es la levitación de campo cercano invertida. En este método se coloca un objeto, plano y de pequeñas dimensiones, por debajo de un transductor ultrasónico, a una determinada distancia muy cercana a la superficie emisora, la corriente acústica (acoustic streaming) que consiste en un componente no lineal de la velocidad y densidad a segundo orden del campo acústico independientes del tiempo [13], aleja el aire del espacio entre el emisor y el objeto, creando una zona de presión reducida de manera que sobre el objeto se ejerce la presión atmosférica que resulta en una fuerza atractiva hacia la cara del emisor. Por otro lado, se ha observado [23] que existe un fenómeno de auto centrado del objeto donde si el centro de este es ubicado a una distancia (40% de su diámetro) del eje del emisor, sobre el objeto se ejerce una fuerza restauradora que atrae el objeto hacia el centro de forma horizontal [23].

Levitación de campo lejano: Consiste en utilizar la superficie de un objeto plano como reflector para que el mismo levite a una distancia igual a un múltiplo de la mitad de la longitud de onda, sin embargo, la fuerza ejercida sobre el objeto dismi-

nuye al aumentar su distancia respecto del emisor. El tamaño de los objetos levitados con esta técnica no está restringido por la longitud de onda pues el objeto esta levitado por encima del campo estacionario total. En general los objetos levitados pueden tener una dimensión de varias veces la longitud de onda del emisor. En [24] se levita un CD (120[mm] de diámetro y 1.3 [mm] de grosor) sobre un emisor circular de la misma dimensión que oscila a una frecuencia de 19[kHz] ($\lambda \sim 18.4$ [mm]). La placa emisora tiene un tornillo central para proveer estabilidad en la dirección horizontal (plano paralelo al CD) y alinear el objeto con el emisor, esto es necesario puesto que el arreglo solo provee de una fuerza vertical. En [25] se logra levitar un objeto esférico de 50 [mm] utilizando tres transductores de 25 [kHz] colocados como trípode, de manera que este arreglo resuelve el problema de la inestabilidad radial.

Levitación acústica es el de rayo único: Estos utilizan arreglos de transductores de un solo lado los cuales, mediante la variación individual de la fase de la onda emitida por cada uno de estos, generan trampas acústicas como la trampa de pinza, trampa de botella y trampa de vórtice [26],[27], que capturan objetos . Estas trampas permiten trasladar, manipular y rotar objetos atrapados. Estos métodos consisten en moldear la presión de radiación acústica en estructuras acústicas que originan un mínimo del campo de presión en algún punto focal y donde se puede capturar la partícula[27]. Este tipo de arreglos requieren una electrónica compleja que permita controlar la excitación de cada uno de los transductores de forma independiente.

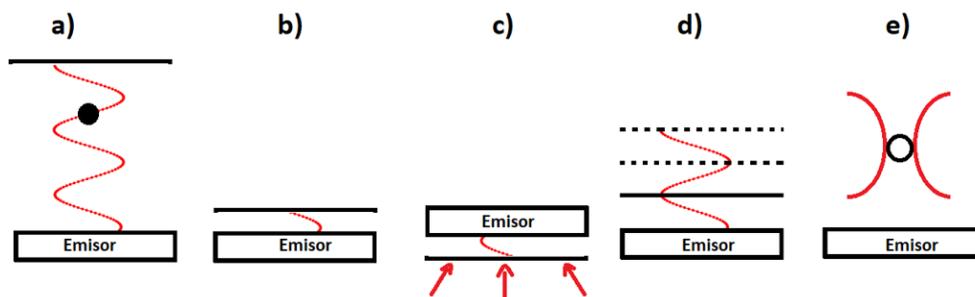


Figura 5. : Métodos de Levitación acústica. a) Método de onda estacionaria, el objeto levita capturado en un nodo de la onda de presión estacionaria establecida entre el emisor y el reflector. b) Método de campo cercano, el objeto levita a una distancia, mucho menor a la longitud de onda, cercana al emisor. c) Método de campo cercano invertido, el objeto levita por debajo del emisor a una distancia muy cercana a este, entre el emisor y reflector se establece una zona de baja presión de manera que la presión atmosférica del ambiente ejerce una fuerza que empuja al objeto reflector hacia el emisor. d) Levitación de campo lejano, entre el emisor y el objeto reflector se establece una onda estacionaria donde el objeto levita en un múltiplo de $\lambda/2$. e) Levitación de rayo único, el objeto levita en una zona de baja presión focalizada.

3.3 Tipos de emisores

Los tipos de emisores que se pueden utilizar a la hora de elaborar un levitador acústico son los transductores Langevin, transductores ultrasónicos simples o bien arreglos de transductores.

3.3.1 Transductores Langevin

Los transductores Langevin consisten en un par de discos piezoeléctricos polarizados de forma opuesta y que están unidos a electrodos [17]. La estructura en sándwich se coloca entre un material de soporte y un amplificador mecánico que se utiliza para aumentar la amplitud de las ondas. Un tipo usual de transductor de este tipo es el transductor Langevin sujetado por Tornillo, que utiliza un tornillo para acoplar las piezas y generar estrés mecánico en las mismas [28], [17]. Las piezas cerámicas más comúnmente utilizadas son las de PZT del tipo 4 u 8, estas son piezas de baja pérdida dieléctrica y otras propiedades de estabilidad [17]. Los amplificadores mecánicos pueden ser de diversos tipos y son normalmente diseñados según determinados requerimientos, por ejemplo, en [29] se elabora un emisor cuya superficie es cóncava en lugar de plana, este arreglo en conjunto con la utilización de un reflector cóncavo mejora la eficiencia del levitador.

En general los transductores Langevin son muy eficientes en cuanto a la intensidad acústica obtenida vs el poder (voltaje) entregado. Con este tipo de transductores se pueden alcanzar grandes intensidades de campo. Sin embargo son muy difíciles de ajustar a una frecuencia de oscilación determinada además de que el uso prolongado provoca que el transductor se caliente y modifique su frecuencia de emisión[1].

3.3.2 Arreglos de Transductores y arreglos de Fase

Otro tipo de emisor consiste en arreglos de transductores. Mediante el empleo de electrónica compleja se pueden transformar a estos arreglos en arreglos de fase, en donde dos arreglos de transductores enfrentados generan una onda estacionaria en

un determinado punto focal [30].

Existen arreglos de fase que consisten en transductores alineados de forma horizontal en una determinado arreglo, como una placa horizontal[30]. Para lograr la máxima intensidad en un determinado punto, se modifican las fases electrónicas individuales de cada uno de los transductores[26]. Esto puede lograrse utilizando electrónica compleja que permite variar esta fase de forma individual.

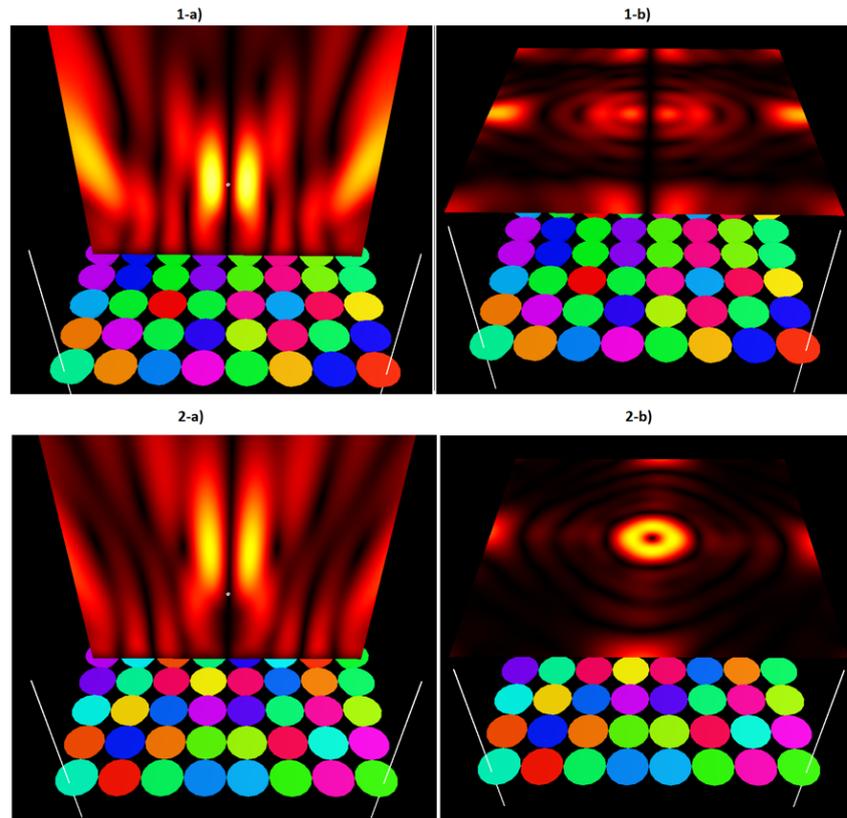


Figura 6. Simulación de un Arreglo de Fase de 8x8 Transductores Murata (10 [mm] de diámetro, 40 [kHz]) hecho utilizando el Software de Ultraino. Los transductores se encuentran alineados en el plano $x - z$ y la fase a la que emite cada uno está representada por un color. El punto focal de la trampa se encuentra en $(0, y = 4[\text{cm}], 0)$. 1-a) Vista del campo de presión de una trampa de pinza en el plano $y - x$. 1-b) Vista del campo de presión de la trampa de pinza en el plano $x - z$, $y = 4[\text{cm}]$. 2-a),2-b) Vistas del campo de presión de una trampa de vórtice.

Por otro lado, también es posible lograr generar un punto focal de máxima intensidad mediante la asignación de fases distintas logradas a través de la modificación de las distancias de los distintos emisores a un determinado punto. En particular si se quiere obtener la mayor intensidad en un punto utilizando la geometría se puede recurrir a utilizar una superficie esculpida, donde cada transductor se coloca y se

alineada de una determinada manera para lograr la máxima intensidad en un punto focal dado [26].

3.4 Configuración de emisores y reflectores

Para los levitadores de un solo eje, los distintos tipos de emisores permiten que el levitador tenga distintas cualidades en cuanto a la captura y manipulación de objetos.

En la configuración más básica de emisor y reflector, solamente se podrá levitar objetos en los nodos de la onda de presión estacionaria sin poder manipular estos en ausencia de contacto. No así es el caso de utilizar dos emisores enfrentados, en los cuales, si es posible variar la fase de los mismos, de manera que se puede desplazar la onda estacionaria de forma vertical. Para este caso pueden emplearse arreglos de transductores que conformen un emisor que emita a una determinada fase (es decir que todos los transductores que están en un mismo emisor emiten a la misma fase) de esta manera variando la fase que hay entre cada emisor se puede movilizar la partícula de forma vertical. Con una mayor complejidad esto puede ser logrado también utilizando arreglos de fase.

En particular, utilizar arreglos de fase permite una mayor manipulación del objeto levitado. Puede utilizarse por ejemplo un arreglo de fase más un reflector para generar múltiples ondas estacionarias y levitar distintas muestras, así como también desplazarlas en la dirección vertical. Sin embargo, con esta configuración no se pueden desplazar los objetos de forma perpendicular al eje principal.

Para lograr una manipulación tridimensional de los objetos se puede utilizar dos arreglos de fase enfrentados. También puede utilizarse otro método para generar trampas acústicas que no implican utilizar ondas estacionarias. Estos métodos se conocen como rayos tractores y utilizan métodos acústicos holográficos [27]. Estos permiten generar una variedad de trampas acústicas, entre las que se encuentra la trampa en forma de pinza que consiste en dos regiones de campo de presión intenso entre las cuales puede ubicarse un objeto que es sostenido como si de un par de pinzas se tratara [27]. Este tipo de trampas puede lograrse utilizando un arreglo de fase de un solo lado, lo que constituye un método totalmente distinto al de la levitación de onda estacionaria generada por un levitador de un solo eje.

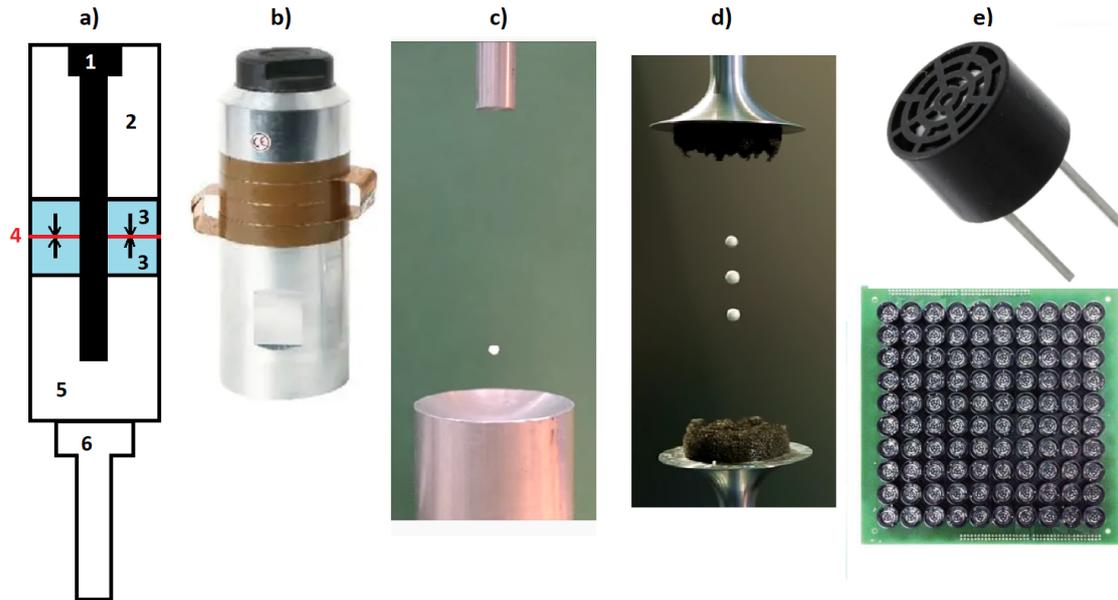


Figura 7. Tipos de emisores utilizados para los distintos métodos de levitación acústica y métodos de levitación acústica. a) Esquema de un transductor Langevin. 1-a) Tornillo de acople, 2-a) Masa trasera, 3-a) Cerámicas piezoeléctricas, 4a) Electrodo, 5-a) Masa delantera, 6-a) Amplificador mecánico. b) Transductor Langevin(THORLABS PKT40B). c) Arreglo Emisor-Reflector cóncavos[20]. d) Arreglo Emisor-Emisor de dos transductores Langevin (Argonne National Laboratory). e) Transductor Ultrasónico (Murata) y arreglo 10x10 de transductores en placa plana cuadrada[31].

3.5 Clasificación del levitador acústico TinyLev[1]

El levitador acústico analizado en este trabajo es el levitador acústico TinyLev[1]. Este es un levitador de un solo eje y que utiliza el método de onda estacionaria para levitar objetos. El levitador consta de dos emisores los cuales consisten en arreglos de 36 transductores que están ubicados sobre la base de una superficie esculpida impresa en una impresora 3D. Cada uno de los transductores tiene la normal de su superficie alineada hacia un punto focal central, de manera que, la directividad (para $\theta=0$) tiene el máximo de intensidad en ese punto. Este levitador es no-resonante y las reflexiones secundarias no tienen gran relevancia a la hora de disminuir el poder acústico[1]. Tanto la separación de los emisores como la orientación de los mismos está pensada para proveer el máximo de intensidad en el punto focal sin tener que utilizar arreglos de fase que empleen electrónica compleja para concentrar los rayos[1],[26]. De esta manera este levitador no se considera un arreglo de fase. Sin embargo, es posible variar la fase de los transductores de un solo emisor (todos los transductores siempre emiten con la misma fase) de manera que es posible desplazar objetos atrapados a lo largo del eje principal como se verá.

3.6 Aplicaciones

Los dispositivos de levitación acústica se han utilizado a lo largo del tiempo en diversas aplicaciones que implican la manipulación de objetos sin contacto, transporte de muestras sin contacto [32], farmacia [33], levitación de pequeños animales [19], formación de cristales de Hielo [34] o bien para aplicaciones conjuntas como la espectroscopia Raman de células sanguíneas [35]. Otras experiencias utilizan arreglos de fase para mover objetos a gran velocidad. Esto permite generar a través del movimiento continuo y rápido de un objeto esférico, imágenes tridimensionales, sonido y sensaciones táctiles [36].

Los experimentos de levitación acústica utilizan los métodos vistos anteriormente, especialmente el de la levitación acústica por el método de onda estacionaria.

La levitación acústica posee como ventaja que puede levitar muestras sin tener en cuenta su composición, como ocurre en otros tipos de levitación como la magnética donde es necesario que los materiales sean ferromagnéticos.

3.6.1 Dinámica de gotas levitadas acústicamente

La levitación de gotas de líquido es otra aplicación de la levitación acústica. La misma se utiliza tanto para física de fluidos[37], farmacia[33], como para análisis bioquímico[34],[35]. La dinámica de gotas levitadas acústicamente comprende distintos tópicos como la forma de equilibrio de las gotas [38], la oscilación [39],[40], las inestabilidades que pueden presentarse en la gota al ser levitada en un levitador acústico [38] y la manipulación de las mismas.

En esta sección se hace énfasis brevemente en la forma de la gota en equilibrio y las inestabilidades en particular la de Plateau-Rayleigh y la inestabilidad de arco (Buckling).

3.6.2 Forma en equilibrio de una gota levitada en un campo acústico

Cuando las gotas de algún material son levitadas en un campo acústico su forma es dependiente de la presión de radiación P_a , tensión superficial σ y presión interna de la gota P_i [38].

$$P_i - P_a = \sigma \nabla \cdot \hat{n} \quad (93)$$

En ausencia de campo acústico la gota tendrá forma esférica. Al incluir el campo acústico la gota presentará una forma no esférica debido a la distribución dispar de la presión sobre la gota. En principio la gota tendrá una forma de elipse. En general para describir la deformación de una gota se utiliza el cociente entre los ejes de la elipse, denominado cociente de aspecto:

$$\text{Cociente de aspecto} = b/a$$

Aquí b es la longitud del eje mayor de la elipse mientras que a es la longitud del eje menor. Una forma simple para calcular la forma de una gota en equilibrio se da en [41]:

$$R(\theta) = R_L \left[1 - \frac{3R_L P_A^2}{64\sigma\rho c_0^2} \left(1 + \frac{7}{5}(k_0 R_L)^2 \right) (3\cos^2\theta - 1) \right] \quad (94)$$

Esta ecuación es útil para calcular formas de gotas con una relación de cociente de aspecto de hasta 2.

Existen métodos numéricos capaces de calcular la deformación de la gota sin importar el grado de deformación de la misma [42].

Al aumentar la presión ejercida sobre la gota, el cociente de aspecto de la misma se incrementa lo cual resulta en una gota con aspecto de disco plano. Al aumentar más la presión la forma del centro de la gota puede cambiar a una forma cóncava o convexa[38].

3.6.3 Inestabilidad de gotas levitadas acústicamente

La deformación de la gota en una lámina delgada plana puede dar lugar a múltiples inestabilidades que derivan en comportamientos extremos de la misma.

Inestabilidad Plateau-Rayleigh (PR)

Cuando el campo acústico es lo suficientemente fuerte la forma de la gota hace una transición a la de una capa delgada de fluido la cual se vuelve inestable y que puede producir una atomización de la gota (proceso de división de la gota en gotas satélite más pequeñas.). En [38]se encontró que el campo acústico genera ondas capilares en el centro de la gota aplanada. Estas ondas capilares aumentan en amplitud al aumentar la intensidad del campo. Una vez que la amplitud de las ondas capilares son comparables a las del grosor de la gota aplanada, esta se desestabiliza y atomiza.

Inestabilidad de arco (Buckling)

La importancia de esta inestabilidad es que la misma se constituye en un medio por el cual es posible formar burbujas

Este tipo de inestabilidad puede surgir cuando una gota laminar es sujeta a el incremento de la presión de radiación acústica[38].

Solamente con líquidos de suficiente viscosidad se puede hacer una transición de gota a burbuja [40]

Este tipo de inestabilidad tiene diferentes estadios:

- i) Deformación leve

- ii) Aplanamiento rápido
- iii) Aplanamiento de desaceleración
- iv) Arqueamiento
- v) Expansión rápida y cerradura

La dirección del arqueamiento depende de la superficie equipotencial del campo de sonido[43]. El fenómeno se genera debido a la diferencia de presión existente entre las caras de la gota aplanada. Si la superficie equipotencial del campo es cóncava el arqueamiento es hacia arriba, mientras que si la superficie equipotencial es convexa el arqueamiento es hacia abajo.

En este trabajo se hará un estudio, sobre una gota de agua, de los procesos de deformación e inestabilidad PR e inestabilidad de arco.

4 Métodos computacionales para simular campos acústicos

En el modelo teórico visto se estudiaron las variables físicas Presión, Densidad y velocidad del campo de sonido y se estudió el modelo que explica la física del fenómeno de la Levitación Acústica, en base a la aproximación lineal de los campos de presión y potencial de velocidad que da como resultado la Ecuación de ondas, para la presión y potencial de velocidad y la aproximación a segundo orden del campo de presión que resulta en la Fuerza de Radiación acústica. También se estudió el modelo analítico de la onda de presión generada por un pistón plano circular, que es el modelo básico de presión emitida por un transductor.

Para estudiar las distintas características presentes en el fenómeno de la Levitación acústica, es necesario disponer de una herramienta computacional que implemente los resultados vistos en la teoría y que permita realizar predicciones bajo unos determinados parámetros de entrada que simbolizan las condiciones a las que puede operar un levitador acústico.

El objetivo es elaborar predicciones de los campos de Presión, Velocidad, Potencial de Gor'kov y Fuerza que puedan ser posteriormente contrastados con resultados experimentales para poner a prueba y validar la teoría elaborada en secciones anteriores. Para esta tarea se elaborará un software numérico basado en el software de simulación computacional de Ultraino[44].

Ultraino[44] es una plataforma abierta para el control de arreglos de fase [44]. Entre sus componentes Ultraino[44] incluye un software de simulación abierto que permite simular el campo de presión producido por arreglos geométricos construidos o preexistentes de transductores. El Software de simulación de Ultraino[44] permite generar distintas geometrías de transductores de forma tridimensional, así como manipular determinadas constantes, como la fase y poder emitido por cada transductor [44]. También permite elaborar esquemas de los campos generados en gráficos que si bien son cortes 2D del campo 3D [44], permiten acceder de forma rápida a la información del campo y a bajo costo computacional.

En su conjunto, Ultraino[44] permite controlar las fases individuales a las que emiten los transductores de un arreglo. Ultraino[44] permite determinar de forma dinámica las fases necesarias a la que debe emitir cada transductor [44], esto permite

por ejemplo, crear trampas específicas (vórtice, pinza o trampa gemela) [26] .

El objetivo principal de Ultraino[44] no es el de elaborar modelos de los campos y aunque permite realizar predicciones acerca de los campos de Fuerza [44] , no es en general útil para estudiar otros campos (Como el Potencial de Gor'kov). Por ello se ha elaborado un algoritmo que permite acceder a todos los parámetros físicos de interés (Campos de Presión, Velocidad, Potencial de Gor'kov y Fuerza) y que está elaborado en base a la teoría vista en el presente trabajo. El mismo se implementa en Matlab y comparte ciertas similitudes con Ultraino, como la presentación de los campos en laminas 2D.

En una simulación en Ultraino[44] es posible cambiar la fase de cada uno de los transductores individualmente, así como la amplitud, diámetro y frecuencia para estudiar el campo generado por alguna configuración determinada.

En principio se requiere construir una geometría (arreglo de transductores) , esto puede hacerse colocando cada transductor de forma individual, esto implica establecer una ubicación del mismo en el espacio así como establecer la orientación de la normal de la superficie emisora. También es posible agregar algún arreglo preconstruido.

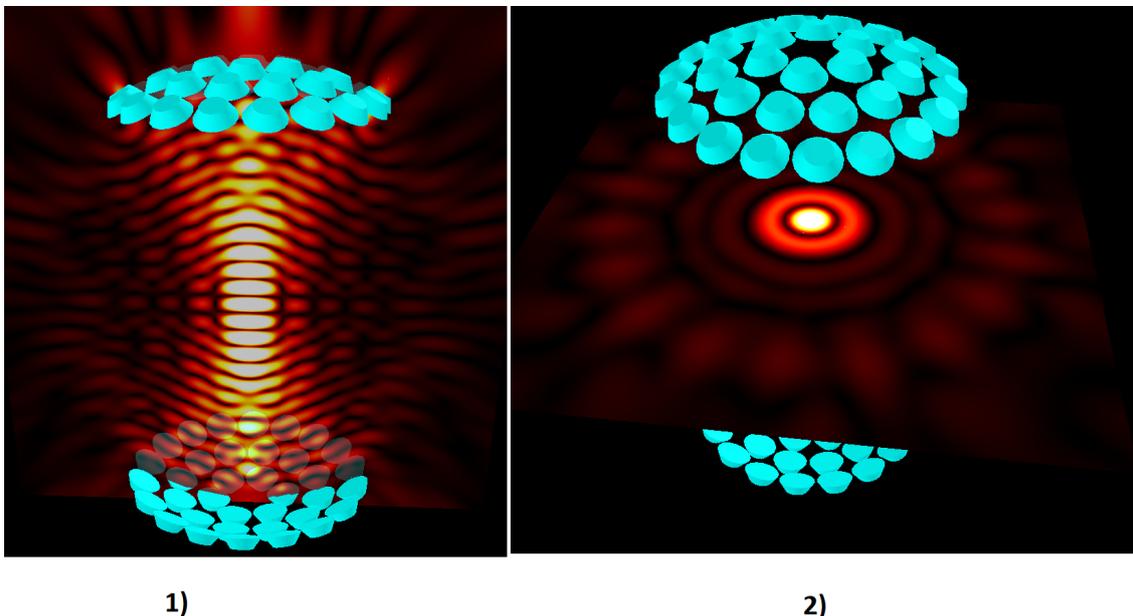


Figura 8. Esquema de campo de presión generado con el software de simulación de Ultraino[44]. El campo se presenta en laminas 2D. En 1) se tiene una vista frontal $(x, y, z) = (x, 0, z)$ del campo de presión con los transductores presentes en un corte 2D. En 2) se tiene un corte horizontal en el plano x-y a una altura $z=0.0155$ [m]. Cada uno de los transductores tiene diámetro 0.0090 [m] y está emitiendo a la misma fase ($\phi=0$) , 40 kHz. La sensibilidad del transductor es de 2.4 [Pa]/[m] para un voltaje de 15Vpp.

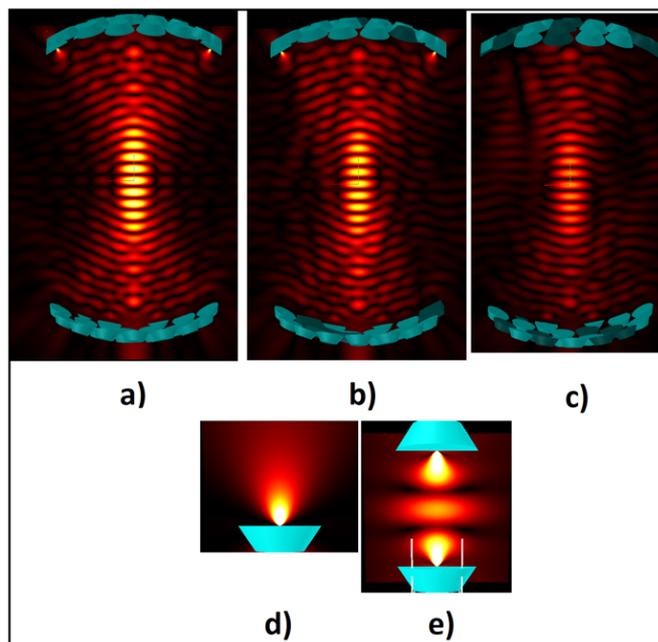


Figura 9. Simulación del campo de presión elaborado en el software de simulación de Ultraino[44] donde determinados Transductores, elegidos al azar, tienen amplitud de onda nula (no emiten-color azul oscuro). a) Perfil Original. b) 5 transductores del arreglo superior y 7 del arreglo inferior están apagados. c) 16 transductores en cada arreglo están apagados. d) Simulación de la emisión de cada transductor. e) Dos transductores enfrentados emitiendo a la misma frecuencia generando un patrón de onda estacionaria. El modelo de Transductores en este caso son de marca Murata y de 10 [mm] de diámetro.

En la Figura 9 se examinan los patrones emitidos por arreglos donde puede haber varios componentes defectuosos presentes. Puede verse la ventaja que existe al utilizar arreglos de transductores en comparación con la utilización de transductores Langevin. Para los casos b) y c), a pesar de que varios componentes de los arreglos no están emitiendo, se mantiene en su mayoría el perfil de onda estacionaria y los nodos centrales. Sin embargo, la amplitud se ve afectada, de manera que esta disminuye, por lo cual partículas más densas que antes podían levitarse podrían dejar de ser posibles de levitar. Por otro lado, un análisis similar puede hacerse para transductores que emiten a fases distintas, esto ocurre por ejemplo debido al uso prolongado o bien a cambios de temperatura y humedad en el laboratorio. Sin embargo, se destaca [1] que arreglos como este operan adecuadamente ante estas condiciones.

4.1 Elaboración de un método numérico para el análisis de los campos acústicos

Con el objetivo de acceder a datos numéricos como los perfiles de los campos de presión, potencial de Gor'kov, campos de velocidad y fuerza para el estudio posterior de la constante elástica del modelo de aproximación del resorte en la vecindad de un punto de equilibrio estable, se ha elaborado un código que se implementa en Matlab.

El código toma la geometría de TinyLev[1] obtenida de una geometría prefabricada para Ultraino[44], la misma contiene la posición en el espacio de cada transductor así como la dirección de la normal de la superficie emisora de cada uno.

Para hacer las simulaciones, se implementa los modelos vistos para: Campo de presión, Campo de velocidad, Campo de Fuerza y Potencial de Gor'kov. Además se implementa el modelo visto del piston simple para simular el campo de presión emitido por cada pistón.

Las simulaciones permiten representar los campos de presión en laminas 2D parecidas a las del software de Ultraino, así como también se puede elaborar gráficos 1D del campo de presión, velocidad y potencial de Gor'kov.

Para elaborar una simulación se requieren los siguientes datos:

Propiedad	Descripcion
(x_t, y_t, z_t)	Vector posicion en el espacio de cada transductor
(n_x, n_y, n_z)	Vector normal de la superficie emisora del transductor
φ	Vector con las fases a la que emite cada transductor
V_a	Amplitud V_{pp} del voltaje aplicado
c_0	Velocidad del sonido en el aire en $[m/s]$
ρ_0	Densidad del aire en $[kg/m^3]$
c_p	Velocidad del sonido en el material del objeto a levitar en $[m/s]$
ρ_p	Densidad del material del objeto en $[kg/m^3]$
R	Radio de la particula a levitar en $[m]$
f	Frecuencia de oscilacion del transductor en $[Hz]$
a	Radio del transductor en $[m]$
T_s	Sensibilidad del transductor *

Tabla 2. Propiedades utilizadas para elaborar el código de simulación de levitación acústica. Estas propiedades constituyen las variables de entrada para el algoritmo y como salida obtendremos, para cada punto del espacio especificado, la presión, velocidad de la onda, potencial de Gor'kov y fuerza.

*Presión acústica a un metro de la superficie del transductor.

La siguiente tabla incluye los valores de las propiedades necesarias y que se utilizaron para realizar las simulaciones.

Propiedad	Valor
c_0 a 26.1 °C	346.7 [m/s]
ρ_0 a 26.1 °C y 1 atm	1.179 [kg/m ³]
c_p (EPS)	$\sqrt{\frac{Y}{\rho_p}}$ [m/s]
c_p (Polipropileno)	2740 [m/s]
ρ_p (EPS)	[11, 32] [kg/m ³]
ρ_p (Polipropileno)	875 [kg/m ³]
R (EPS – Polipropileno)	1.5 [mm]
f	40 [kHz]
a	4.9 [mm]
T_s	0.4575 [Pa/V]

Tabla 3. Valores utilizados para realizar las simulaciones. Determinados valores como la velocidad del sonido y la densidad del aire se calcularon utilizando calculadoras teniendo en cuenta las condiciones de laboratorio presentes al elaborar la practica: Temperatura en el laboratorio: $T_{\text{lab}} = 26.1$ [°C] ; Presión: 92.9 [kPa] ($\simeq 0.91$ [atm]) ; Humedad: 58.6%. Y denota el Módulo de Young del Poliestireno Expandido.

Para el poliestireno Expandido, dado que hay un amplio rango de densidades posibles y como las esferas utilizadas no tienen una clasificación particular, la velocidad del sonido en la partícula de Poliestireno se calcula utilizando el Módulo de Young y la densidad.

$$c_p = \sqrt{\frac{Y}{\rho_p}} \quad (95)$$

Para calcular el Módulo de Young se utiliza la siguiente relación lineal como referencia [45]:

$$Y = (0.82\rho_p - 4.9)[\text{MPa}] \quad (96)$$

Donde $\rho_p \in (11, 32)[\text{kg}/\text{m}^3]$

Densidad ρ_p [kg/m ³]	Velocidad del sonido c_p [m/s]
11	612
15	702
20	758
25	790
30	810

Tabla 4. Valores de la velocidad del Sonido calculados para la partícula de Poliestireno Expandido utilizando la ecuación 96.

4.1.1 Descripción del algoritmo

En el algoritmo desarrollado, se aplican los conceptos vistos para describir los campos de presión, velocidad, Potencial de Gor'kov y Fuerza. El algoritmo calcula el valor

de cada uno de estos campos en un punto determinado del espacio. Para elaborar un perfil 2D de algún campo, se establece una grilla donde en cada punto de la misma se calcula el valor absoluto del campo. Con estos datos se puede elaborar un mapa de intensidades de campo (Figura 12). Los valores de presión incidente se toman a partir del modelo de presión emitida por un pistón plano circular. Es necesario ingresar las posiciones en el espacio así como la orientación de la normal de los pistones. Esta tabla de datos puede obtenerse de una geometría de TinyLev[1] prefabricada de Ultraino[44].

Se presenta una breve descripción del algoritmo desarrollado para elaborar las simulaciones.

Presión:

Para el cálculo de la presión se utiliza el modelo del pistón simple, pero con modificaciones para la implementación práctica[1].

$$P(r, \theta_i) = V_a T_s \frac{D(\theta)}{r} e^{i(kr - \varphi)} \quad (97)$$

Aquí r es el módulo del vector de posición donde se quiere examinar la presión. El vector de onda se obtiene a partir de la longitud de onda como: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, por otro lado $D(\theta) = \frac{2J_1(ka \sin \theta)}{ka \sin \theta}$ (a es el radio del pistón), es la función de directividad. T_s es la sensibilidad del Transductor.

La ecuación 97 debe ser computada para cada transductor. El total del perfil de presión se obtiene a partir de la suma discreta de las componentes de presión provenientes de cada pistón [1]:

$$P_{\text{Total}}(r) = \sum_i P(r, \theta_i) \quad (98)$$

Para el cálculo de la Presión en un punto se utiliza el valor absoluto de la Presión compleja. Para visualizar la onda de presión en 1D utilizamos la parte real de la misma (Figuras 10 y 11).

Velocidad:

Para el cálculo de la velocidad utilizamos el potencial de velocidad. En particular utilizamos la relación:

$$p = -\rho_0 \frac{\partial \phi}{\partial t} \rightarrow \phi = \phi_0 e^{i\omega t} / p = p_0 e^{i\omega t} \Rightarrow \phi_0 = \frac{p_0}{i\omega \rho_0} \quad (99)$$

Se calculan las componentes:

$$\phi_{0\pm x} = -\frac{p_0(x \pm \Delta x, y, z)}{i\omega \rho}; \phi_{0\pm y} = -\frac{p_0(x, y \pm \Delta y, z)}{i\omega \rho}; \phi_{0\pm z} = -\frac{p_0(x, y, z \pm \Delta z)}{i\omega \rho} \quad (100)$$

Y a partir de estas expresiones se calcula la velocidad:

$$u_{r_i} = \frac{\phi_{+r_i} - \phi_{-r_i}}{2\Delta r_i} \quad (101)$$

En todos los casos $\Delta r_i = \frac{\lambda}{D_f}$ donde D_f es un factor de discretización.

Potencial de Gor'kov:

Se utiliza el modelo visto del potencial de Gor'kov:

$$U = 2\pi a \left(\frac{f_1}{3\rho_0 c_0^2} \left[\frac{|p|^2}{2} \right] - \frac{f_2 \rho_0}{2} \left[\frac{|u|^2}{2} \right] \right) \quad (102)$$

$$\text{Con: } f_1 = 1 - \frac{\rho_0 c_0^2}{\rho_p c_p^2}, \quad f_2 = 2 \left(\frac{\rho_p - \rho_0}{2\rho_p + \rho_0} \right)$$

Los valores de las constantes f_1 y f_2 suelen ser ambos muy próximos a 1 (En el límite donde la densidad de la partícula $\rho_p \gg \rho_0$ que es la densidad del aire, en este caso se dice que la partícula es incompresible). Para las simulaciones hechas con las partículas de Polipropileno y Poliestireno expandido (los valores de f_1 y f_2 se encontraban entre 0.99 y 1). Esto hace que las simulaciones del Potencial de Gor'kov y la fuerza calculada a partir de este, no sean cantidades afectadas fuertemente por las elecciones de ρ_p y c_p . Se espera que el valor del potencial de Gor'kov para ambas partículas sea similar.

Fuerza:

Para calcular la fuerza se utiliza el potencial de Gor'kov: $F = -\nabla U$

$$F_x = - \left(\frac{U(x + \Delta x, y, z) - U(x - \Delta x, y, z)}{2\Delta x} \right) \quad (103)$$

De manera similar se define F_y, F_z

4.2 Implementación de los métodos numéricos para elaborar simulaciones de los campos acústicos

Se realizan simulaciones 1D de la Presión, Velocidad, Potencial de Gor'kov y Fuerza que actúan sobre una de las partículas levitadas a un determinado voltaje de la Fuente. Se distinguen el voltaje de la Fuente y el voltaje V_{pp} debido a que el voltaje de la fuente es una variable que se puede controlar en el ámbito experimental,

mientras que el voltaje V_{pp} es el voltaje resultante que llega a los transductores luego de circular por el Arduino y Puente H. La equivalencia entre el voltaje de la fuente y el voltaje V_{pp} se ha establecido experimentalmente (Ecuación 96 del apartado experimental).

Las simulaciones están elaboradas con la partícula de Polipropileno (es necesario especificar las características de densidad y velocidad del sonido de la ecuación 102), debido a que simulaciones elaboradas para la partícula de Poliestireno Expandido (EPS) arrojan valores de Potencial de Gor'kov y Fuerza similares, esto se debe a que ambas partículas se consideran incompresibles en comparación al aire, entonces puede considerarse $f_1 = f_2 \approx 1$ para ambas partículas. Por otro lado, la Presión y la velocidad no requieren especificaciones particulares del objeto levitado en cuestión. (Ecuación 97 y 99).

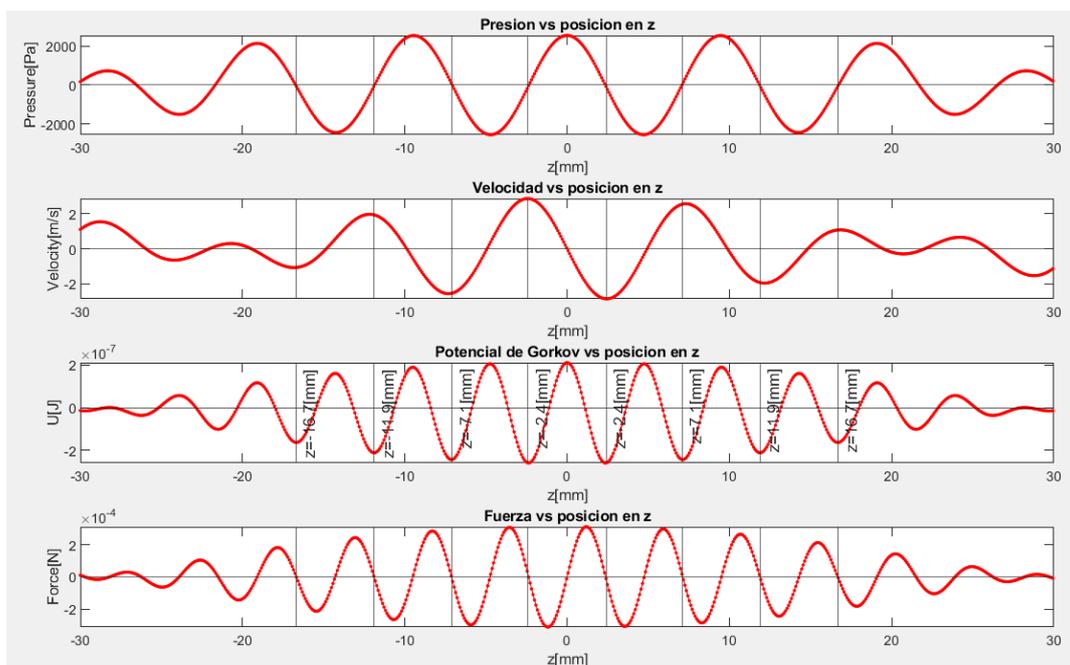


Figura 10. Esquemas de Presión(parte real), Velocidad(parte real), Potencial de Gor'kov y Fuerza en el eje z , simulados con un voltaje de la fuente de 7V. Las líneas verticales indican la posición de cada nodo de presión donde puede levitarse una partícula.

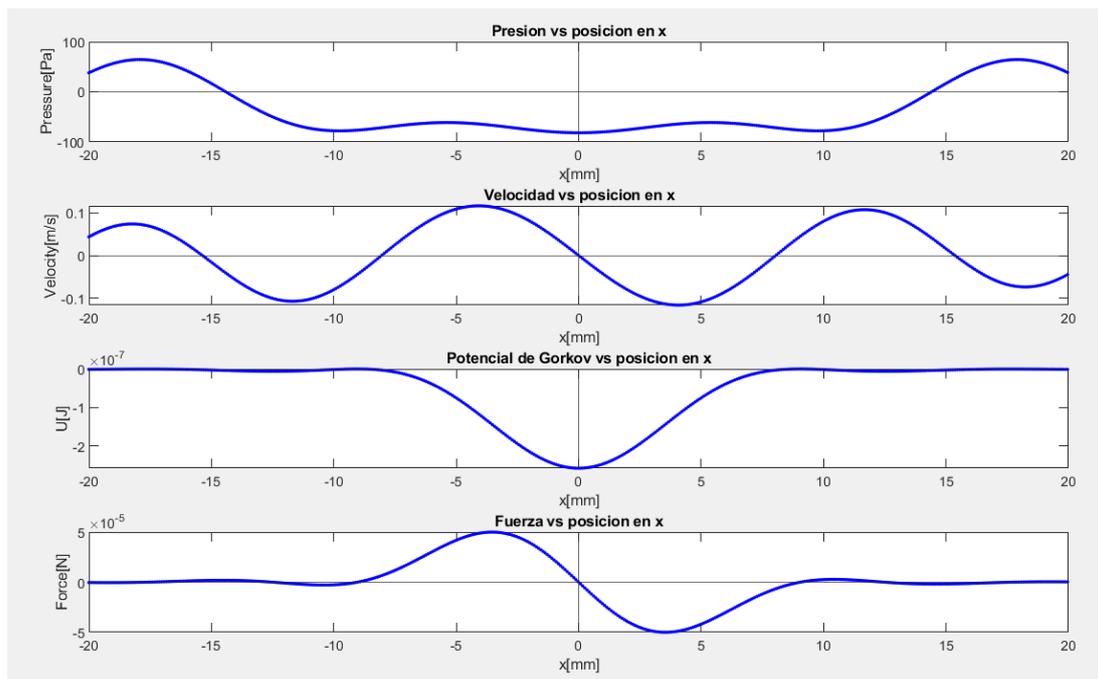


Figura 11. Esquemas de la Presión(parte real), Velocidad(parte real), Potencial de Gor'kov y Fuerza en el eje radial, simulados con un voltaje de la fuente de $7V$, en el punto de equilibrio estable ubicado en $z = 2.4$ [mm]

La Figura 10 y la Figura 11, representan perfiles 1D de la Presión, Velocidad, Potencial de Gor'kov y Fuerza simulados tanto para el eje longitudinal z , de dominio $(0, 0, z)$ como para el eje radial, de dominio $(x, 0, z = 2.4$ [mm]). Donde z representa la posición en el eje longitudinal de un punto de levitación estable para una partícula. Debido a que hay simetría entre las propiedades para cada mínimo, los mismos se catalogan como $z_{(\min+k)}$ y $z_{(\min-k)}$ y están ubicados a la derecha y a la izquierda del máximo central del potencial de Gor'kov respectivamente(Figura 10).

Para el caso de la Presión, Velocidad y Potencial de Gor'kov, el grafico corresponde a la parte real. Los gráficos de la Figura 10 y la Figura 11 permiten determinar, mediante la comparación de la Presión, Velocidad, Potencial de Gor'kov y Fuerza, lo que ocurre alrededor de un punto de equilibrio estable.

Si se examina la Presión en la Figura 10, se observa que en cada punto de equilibrio tenemos un nodo de la onda estacionaria de Presión. Esto da como resultado que al haber presión nula tendremos que la fuerza ejercida sobre la partícula será nula mientras se encuentre en este punto. Esto puede verse también en el gráfico de la Fuerza de la Figura 10, donde en cada punto de equilibrio estable la Fuerza es nula.

En el eje longitudinal z , esta fuerza debe ser lo suficientemente fuerte como para contrarrestar la acción de la gravedad. En la Tabla 5 se compara la fuerza gravitatoria ejercida sobre cada uno de los cuerpos levitados en el experimento con

la amplitud mínima de la Fuerza asociada a un punto de equilibrio estable (Es decir, para cada punto de equilibrio, tendremos Fuerza nula, sin embargo si la partícula se desplaza en la dirección vertical z , entonces sobre la partícula se ejercerá una fuerza, que puede pensarse como una fuerza restauradora en un modelo de oscilador armónico, esto puede también verse en el gráfico de Fuerza de la Figura 10, donde a cada lado del punto de equilibrio estable hay una amplitud de fuerza en alguna dirección que restaura a la partícula a su posición de equilibrio.

Para la Tabla 5, las simulaciones se elaboraron para un voltaje de la Fuente de 6V (que es el mínimo valor de voltaje utilizado para levitar las muestras en el experimento de oscilación), y muestran que para los primeros cuatro mínimos la fuerza es suficiente para contrarrestar la fuerza gravitatoria.

El Potencial de Gor'kov se corresponde con el de un punto de equilibrio estable. La curvatura del mínimo de potencial es en general distinta para cada mínimo no simétrico como ser vera.

Finalmente puede verse que las amplitudes máximas de la onda de Presión se encuentran en el centro, debido a que el diseño del levitador concentra las ondas de presión en un punto central.

	$(F_g = mg \pm 3 \times 10^{-6})[N]$	$F_{p1}[N]$	$F_{p2}[N]$	$F_{p3}[N]$	$F_{p4}[N]$
EPS	5×10^{-6}	20×10^{-4}	19×10^{-4}	16×10^{-4}	14×10^{-4}
Polipropileno	1.22×10^{-4}	20×10^{-4}	19×10^{-4}	16×10^{-4}	14×10^{-4}

Tabla 5. Fuerza gravitatoria F_g ejercida sobre las partículas de Poliestireno Expandido y Polipropileno comparada con la amplitud máximo de la fuerza F_p , para un voltaje de la fuente de 6V, asociada a los primeros cuatro puntos de levitación estables presentes en la Figura 10.

4.2.1 Estudio de la levitación estable de una partícula en un nodo de la onda de presión en un levitador acústico no resonante

Para este estudio, cada simulación se realiza para una de las dos partículas (esfera de poliestireno expandido de 3[mm] de diámetro y esfera de polipropileno de 3[mm] de diámetro), para distintos voltajes (entre 6[V] y 9[V]). Utilizando el potencial de Gor'kov (z vs $U_z - x$ vs U_x) calculado para cada caso (Figura 10) se hará un ajuste cuadrático en distintos mínimos de ese potencial de acuerdo al modelo visto del oscilador armónico. A partir de este ajuste se calcula la constante K de oscilación del resorte.

Para realizar los cálculos se determina una grilla 2D donde cada una de las propiedades (presión, velocidad, potencial de Gor'kov y fuerza) se calcula para cada uno de los puntos que constituyen la misma. Las dimensiones de la grilla utilizada

son: $-20[\text{mm}] \leq x \leq 20[\text{mm}]$; $-30[\text{mm}] \leq z \leq 30[\text{mm}]$ donde en el punto $z = 0$ se encuentra el máximo de presión de mayor amplitud. La separación entre elementos de la grilla fue de $0.5[\text{mm}]$ en ambas direcciones.

La razón por la cual se trabaja con cortes 2D es por el coste computacional que puede tener elaborar cálculos en 3D. Los voltajes con los que se elaboran las simulaciones son los voltajes $V_{pp}/2$ asociados a los voltajes provistos por la fuente. La relación lineal existente entre estos se presenta en la ecuación 105.

Se destaca que al ser el potencial U una función radialmente simétrica (Figura 12-b) es suficiente hacer el cálculo correspondiente en los mínimos de potencial ubicados a la derecha (o a la izquierda) del máximo central del perfil z vs U_z (Figura 10).

Posicion eje z (± 0.05)[mm]	$z = 2.4$	$z = 7.1$	$z = 11.9$	$z = 16.7$
$(K \pm 0.03)[N/m]$	K_{z1}	K_{z2}	K_{z3}	K_{z4}
6V	0.27	0.25	0.22	0.17
7V	0.40	0.38	0.33	0.25
8V	0.55	0.52	0.45	0.35
9V	0.76	0.71	0.62	0.48
Polipropileno eje x	$K_{x1} \pm 0.001$	K_{x2}	K_{x3}	K_{x4}
6V	0.015	0.014	0.012	0.009
7V	0.023	0.021	0.019	0.014
8V	0.031	0.029	0.025	0.019
9V	0.043	0.040	0.035	0.026

Tabla 6. Valores de la constante elástica del resorte obtenidos en la simulación de la levitación una partícula de Polipropileno de $1.5 [\text{mm}]$ de radio. En la parte superior (eje z) se presentan las constantes correspondientes a cada mínimo del potencial z vs U_z con coordenadas $x = 0$, $y = 0$. con sus respectivas posiciones en z . En la parte inferior se presentan las constantes del resorte calculadas para el mínimo de potencial x vs U con $y = 0$ y z ubicada en cada mínimo de potencial.

La Tabla 6 muestra los valores obtenidos para la constante por aproximación de un resorte K , tanto en el eje longitudinal z como en el eje radial. Estos valores se obtienen a partir de un ajuste cuadrático de puntos cercanos al mínimo del potencial de Gor'kov.

Mediciones realizadas con la partícula de Poliestireno expandido, utilizando las distintas densidades de la Tabla 4, muestran valores similares a los de la Tabla 6. Las simulaciones de partículas de Poliestireno Expandido de mayor densidad dieron como resultados valores para K_z semejantes a las de la de Polipropileno, que por lo general son $0.2[N/m]$ menores o bien iguales. Para densidades menores esta diferencia puede ser de hasta $0.4[N/m]$. Para los valores de K_x las diferencias existentes pueden ser de hasta $0.004[N/m]$ para las densidades más bajas. Estas diferencias en

los valores de K para las distintas partículas no se consideran relevantes, nuevamente puede verse que la similaridad de los resultados se debe a que ambas partículas se consideran incompresibles. Se toman los valores de la Tabla 6 como representativos de los valores de K_z y K_x para ambas partículas.

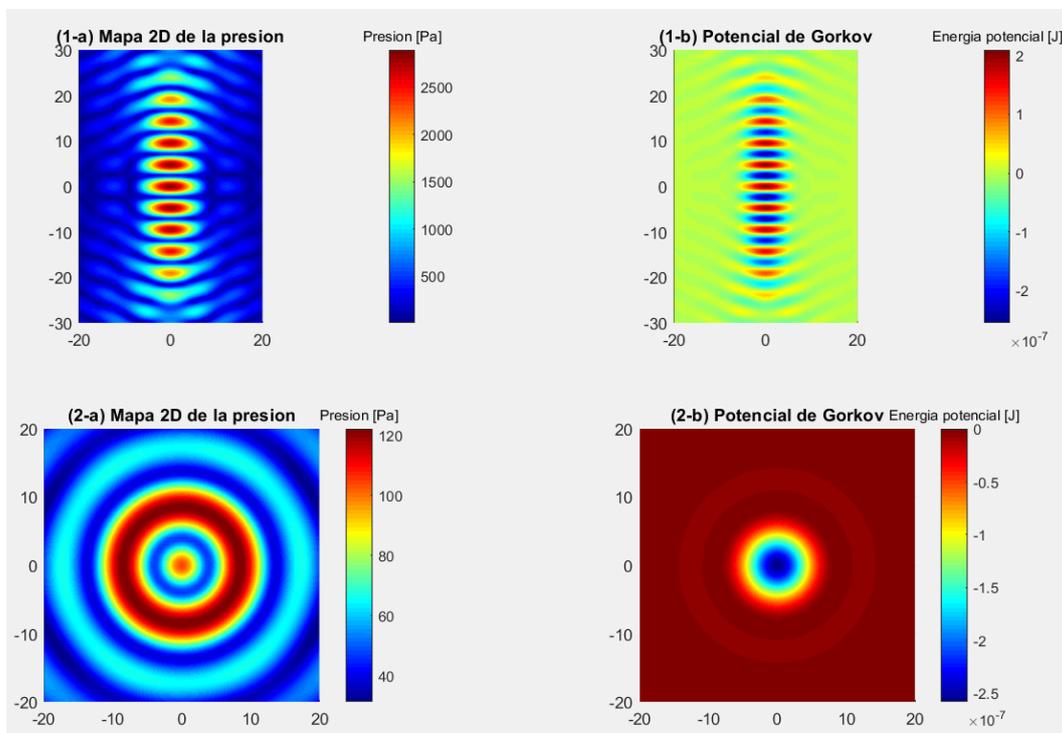


Figura 12. Simulación del campo de Presión(valor absoluto) y potencial de Gor'kov para una partícula de Polipropileno. La simulación corresponde a un voltaje de la fuente 7 [V]. 1-a, muestra un corte 2D vertical (Eje z vertical en [mm]) del campo de Presión. 1-b potencial de Gor'kov. Las figuras 2 muestran un corte horizontal (plano radial, x en [mm]) en la ubicación del primer mínimo de presión ubicado en $z = 2.4$ [mm], 2-a campo de presión ; 2-b potencial de Gor'kov.

Las simulaciones se realizaron con los transductores emitiendo con fase nula, por lo cual no existe diferencia de fase entre los emisores, por lo tanto, los mínimos del potencial de Gor'kov U_z ocupan la misma posición en todos los casos.

Por otro lado, la amplitud de presión aumenta al aumentar el voltaje, dando como resultado una curvatura distinta en el potencial de Gor'kov. Puede verse que la constante elástica aumenta al aumentar el voltaje en cada caso.

4.2.2 Emisores emitiendo a distintas fases, efecto sobre el perfil del campo de presión y potencial de Gor'kov

Si hay una diferencia de fase a la que emite cada emisor del levitador, entonces el efecto que se observará en el levitador es el del desplazamiento de los puntos de equilibrio debido al desplazamiento del perfil de la onda estacionaria, en consecuencia

cualquier partícula atrapada en alguno de los nodos será desplazada. El desplazamiento es para este caso en la dirección longitudinal z y para lograrla es necesario que todos los transductores que componen alguno de los arreglos de los emisores emitan a una determinada fase distinta a la del resto de los otros transductores que componen el otro emisor.

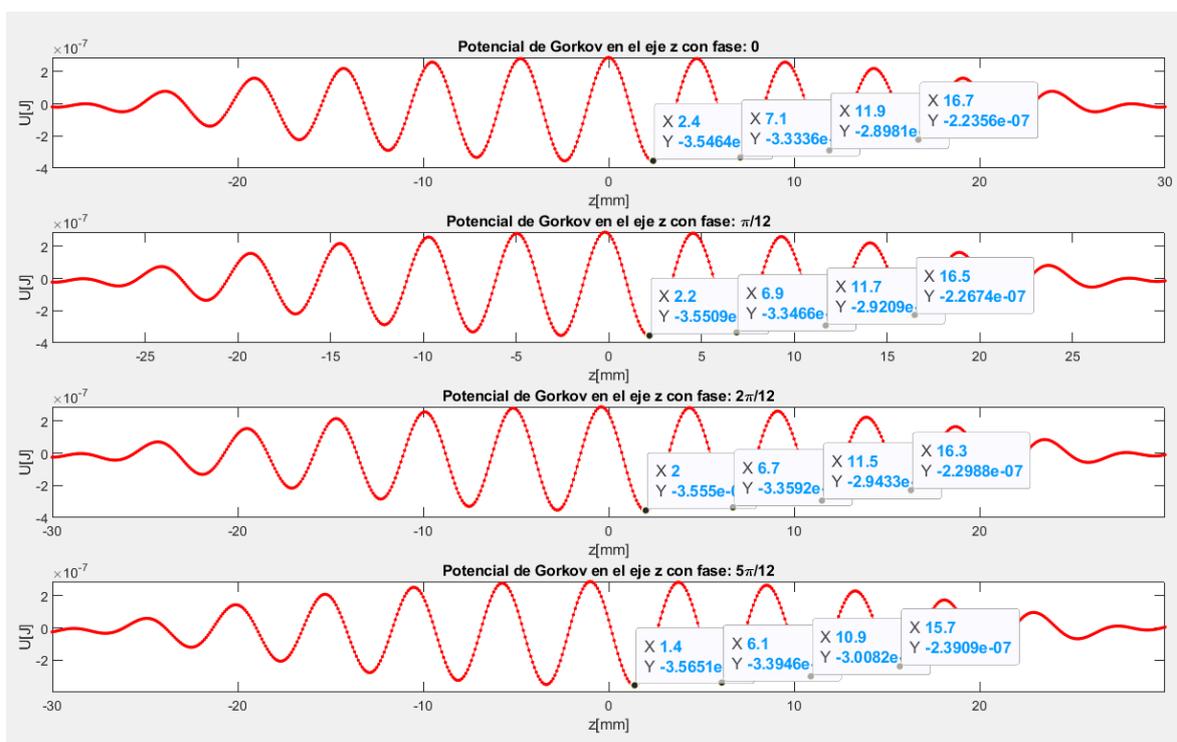


Figura 13. Potencial de Gor'kov para distintas fases del emisor superior (El emisor inferior está emitiendo a fase cero) para las fases $\varphi = 0, \pi/12, 2\pi/12, 5\pi/12$. Las simulaciones corresponden para un voltaje de la fuente de 8[V]. Las posiciones x indican la posición del mínimo de potencial en el eje longitudinal z .

La Figura 13, muestra que para un cambio de fase de $\pi/12$ hay un desplazamiento del perfil de onda estacionaria de 0.2[mm] en relación a la posición inicial. Para una fase de $5\pi/12$ un objeto atrapado en un punto de equilibrio estable se habrá desplazado 1[mm] en la dirección vertical z .

5 Elaboración del levitador acústico TinyLev[1]. Experimentos de Estabilidad y caracterización de los puntos de levitación estable y campo de presión

Un levitador acústico es un dispositivo electrónico que permite la levitación y manipulación de objetos, utilizando la presión de radiación acústica generada por transductores, en un determinado medio y sin hacer contacto con el objeto levitado. El levitador acústico analizado en el presente trabajo es el levitador TinyLev[1]. Este es un levitador acústico no resonante y de un solo eje. La electrónica que se utiliza para elaborar este levitador es simple y consta de componentes de muy bajo costo y que pueden conseguirse fácilmente.

El montaje del levitador es simple, aunque requiere cautela a la hora de ubicar los transductores. Con TinyLev[1] se pueden levitar muestras de diversos materiales en los denominados puntos de equilibrio estable que están ubicados en los nodos del campo de presión estacionario. Existen múltiples puntos donde pueden ubicarse las muestras y es posible variar la fuerza en los máximos de presión, entre los cuales se hallan los puntos de equilibrio estable, para que la fuerza de captura sea mayor o menor. El incremento de esta fuerza de captura puede visualizarse, como se verá, en la levitación de una gota de agua la cual no puede mantener su forma esférica y colapsa al incrementar la fuerza lo suficiente.

La levitación de las muestras puede hacerse de forma estable y por prolongados periodos de tiempo [1]. Por otro lado, es posible la manipulación de muestras en una dimensión (desplazamiento de las mismas en el eje vertical z).

El modelo físico que utiliza el Potencial de Gor'kov junto con el modelo de la presión emitida por los transductores, se ponen a prueba en la realización de experimentos como el estudio de la oscilación de una partícula atrapada en un nodo de presión, así como la determinación empírica del campo de presión generado por los emisores del levitador.

Tareas propuestas:

i) Análisis de la estabilidad del Levitador. Se levitan distintas partículas (Partículas de Poliestireno Expandido, Polipropileno, Agua y un capacitor), de distintos tamaños, formas y composición a diferentes voltajes para determinar las condiciones en las cuales una partícula puede levitar establemente.

ii) Perturbación de partículas de Poliestireno expandido y Polipropileno levitadas en un punto de equilibrio estable. Las perturbaciones se realizan con diferentes intensidades de campo de presión, para estudiar la aproximación de oscilación de resorte de la misma mientras se halla atrapada en las vecindades de un nodo de presión.

iii) Utilización de un micrófono de presión para determinar el perfil del campo de presión generado por el levitador TinyLev[1].

5.1 Materiales y Construcción

Como se vió, éste modelo de levitador fue desarrollado por A.Marzo [1]. Es un levitador acústico no resonante de un solo eje. Consta de dos emisores enfrentados y cada uno de ellos está formado por 36 transductores montados en una base de acrílico formando tres anillos concéntricos de 6, 12 y 18 transductores (desde el centro al exterior). La conexión entre los elementos de cada emisor se hace de tal manera que todos los transductores emitan con la misma fase, de esta manera solamente puede haber diferencia de fases entre los emisores y no entre los transductores individuales.

Este levitador permite levantar objetos en general con una simetría esférica y cuyo diámetro sea menor a la mitad de la longitud de onda emitida. En este caso, esa longitud es la correspondiente a la de la frecuencia emitida por cada transductor (estos emiten a una frecuencia de aproximadamente 40 kHz). Siendo la velocidad del sonido 346.3[m/s] a 25 C (en el laboratorio se trabajó a 26.1 C) entonces:

$$\lambda = \frac{u_{\text{sonido(aire)}}}{f} = \frac{346.3}{40000} \left[\frac{m}{\text{Hz s}} \right] \approx 8.66 \times 10^{-3} [m] = 8.66 \text{ [mm]} \quad (104)$$

Podrán levitarse entonces objetos de aproximadamente 4 [mm] de diámetro.

Componentes	Cantidad
Transductor de 40 kHz Manorshi	72
Arduino Nano	1
Doble puente H Driver L298n	1
Conector Hembra DC	1
Cables Jumper	
Cables 12AWG Negro y Rojo	
Conector Banana Negro y Rojo	2
Cable de cobre	
Soporte Tiny Lev[1]	1
Base de Soporte Tiny Lev[1]*	1

Tabla 7. Lista de componentes para la elaboración del Levitador Acústico TinyLev[1].

*Indica que el componente es opcional.

A continuación, se describe brevemente el proceso de construcción del levitador tal y como se hizo en el laboratorio.

1) Colocación de los transductores en el soporte de TinyLev[1].

En esta parte se colocan los 72 transductores en el soporte de TinyLev[1]. Este soporte que se imprimió en una impresora 3D tiene 72 sockets circulares de 10 [mm] de diámetro donde se encajan los transductores. Imprimir el soporte es indispensable debido a que cuenta con la ubicación y colocación exacta en la que debe colocarse cada transductor. Tener una orientación correcta es fundamental para que la presión de radiación pueda concentrarse sin tener que utilizar un arreglo de fase. El soporte representa la alternativa geométrica para la concentración de la intensidad de las ondas de presión de radiación [26]. Para este procedimiento se realiza un paso previo de marcación de la polaridad de los transductores.

Marcar la polaridad de los transductores es indispensable debido a que la misma es completamente aleatoria(a pesar de lo dicho por el fabricante). Para marcar la polaridad de los transductores se utilizó el siguiente arreglo experimental.

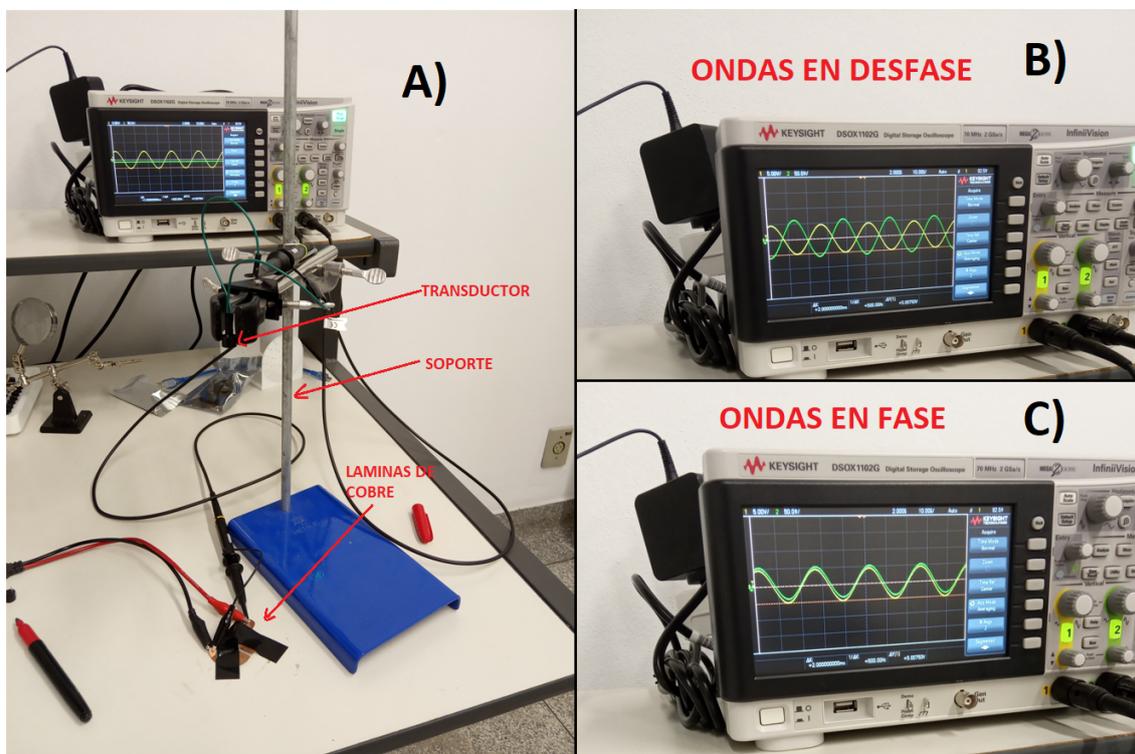


Figura 14. Montaje experimental utilizado para marcar la polaridad de los transductores. A) Soporte que sostiene un transductor y cintas de cobre por donde pasa la señal del osciloscopio. B) Ondas recibidas (verde) y emitidas (amarilla) en desfase. C) Ondas emitidas y recibidas en fase.

Para identificar la polaridad de los transductores y el resto de experiencias se utilizó el siguiente equipo:

Elemento	Marca y serial
Osciloscopio	KEYSIGHT DSOX1102G
Generador de onda	KEYSIGHT 33500B Series

Tabla 8. Equipamiento utilizado en el experimento.

Otros elementos utilizados son: Soporte y nuez para sostener el transductor, dos cintas de cobre, cinta aislante.

El montaje experimental consta de un generador de ondas, que genera una onda senoidal de 40 kHz de frecuencia y 5 V_{pp} de amplitud, y alimenta dos láminas de cobre por medio de conectores cocodrilo unidas a cada una de ellas. Esta señal se visualiza en el osciloscopio como la señal de color amarillo en la Figura 14.

Enfrentado a las láminas de cobre y en posición vertical se coloca otro transductor del mismo tipo que hará de receptor y dará una lectura de la señal del transductor a probar. Esto se visualiza como la línea verde en la Figura 14.

Se coloca un transductor haciendo contacto con ambas patas sobre la lámina de cobre. Entonces el mismo comienza a emitir. Se marca entonces la pata que hace contacto en la lámina de salida de corriente si se observa ambas señales en fase. Caso contrario se marca la pata opuesta.

Los transductores se colocan sobre el soporte, con cada una de las patas marcadas apuntando hacia el centro del arreglo circular de huecos como muestra la Figura 15.



Figura 15. Esquema de colocación de los transductores en la base de acrílico. Las patas de los transductores con polaridad positiva se colocan apuntando hacia el centro del arreglo (puntos rojos).

2) Conexión de las partes y armado del circuito.

Como siguiente paso se utiliza alambre de cobre para conectar las patas de cada emisor del levitador en forma de círculos concéntricos. Con esto lo que hacemos es unir todas las patas de una determinada polaridad y en un determinado anillo de la misma forma. Para cada emisor se conectan los círculos con las patas marcadas con un cable de color rojo. Los círculos restantes se conectan con un cable negro. El cable rojo proporcionará la entrada de la señal y el cable negro servirá de salida.

La siguiente imagen muestra un esquema del circuito.

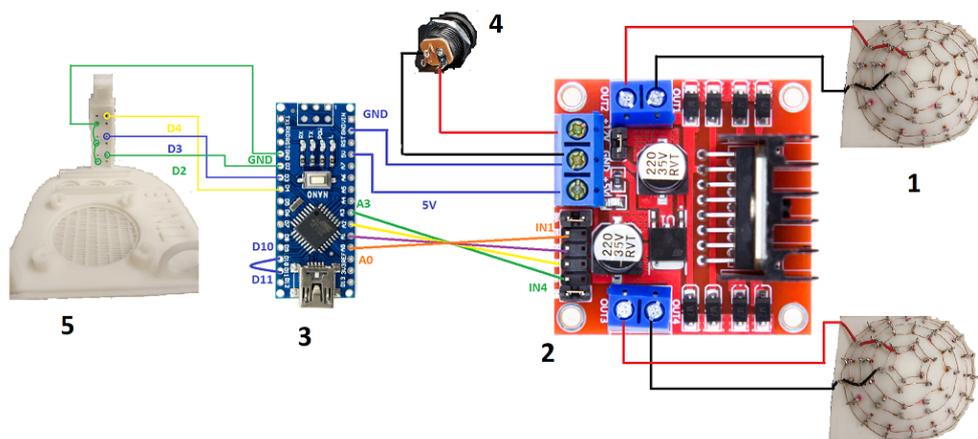


Figura 16. Esquema del circuito. El diagrama muestra las conexiones entre los emisores del levitador. 1) Par de emisores del levitador. 2) Doble puente H Driver L298N. 3) Arduino Nano. 4) Conector Jack Hembra 2.1 mm. 5) Base TinyLev[1] con 3 botones.

Los elementos principales utilizados para hacer funcionar el circuito son:

Arduino Nano. Dispositivo utilizado para generar ondas cuadradas que alimentaran a los transductores en los emisores. A este dispositivo se le carga un código para la generación de ondas cuadradas. Si bien se requiere de ondas senoidales, los propios transductores funcionan como un filtro elimina banda [1]. Este dispositivo también permite controlar la fase de las ondas cuadradas en el emisor y el reflector, con una resolución de $\pi/12$ [1].

Se realizaron mediciones del voltaje de entrada, tomado como el voltaje proveniente de la fuente, y del voltaje de salida que es el voltaje saliente desde el Driver de motor puente H, con el objetivo de determinar la relación existente entre el voltaje proveniente de la fuente y el voltaje en los transductores. Es necesario tener esta conversión para saber qué voltaje V_{pp} se está entregando a los transductores en función del voltaje de la Fuente. Se debe tener en cuenta que el voltaje V_{pp} de salida y que ingresa a los transductores nunca debe ser mayor a 20 V pues podría causar daños en los transductores.

Para medir el voltaje de la fuente se utilizó la lectura provista por la misma mientras que para determinar el voltaje de salida se utilizó un Osciloscopio que mide el voltaje pico a pico V_{pp} en los transductores, cada transductor recibe la mitad de este voltaje.

La relación obtenida es la siguiente:

$$V_{pp} = p_1V + p_2 \quad (105)$$

Donde: $p_1 = 1.88 \pm 0.02$ y $p_2 = -2.5 \pm 0.2$

El voltaje de entrada nunca debe ser menor a los 4V, dado que el Arduino Nano dejara de funcionar y las muestras caerán automáticamente.

Es posible controlar la fase que hay entre los emisores de forma manual. Uno de los emisores permanece a fase constante mientras es posible variar la fase del otro emisor. La electrónica empleada permite variar la fase con una resolución de $\pi/12$

[1] y para hacer esto utilizamos los botones incorporados en la base, el botón GND-D2 (Botón inferior Figura 16) permite subir la partícula hacia arriba, el botón GND - D3 la mueve abajo y el botón GND - D4 restaura el patrón de onda estacionaria centrado, esto provoca un cambio abrupto del campo.

El efecto que tiene variar la fase de uno de los arreglos es transportar el patrón de onda estacionaria de presión en la dirección vertical z (Como se vió en la Sección 4.2.2). Al estar la partícula atrapada en un nodo y al estar este cambiando su posición, se tendrá que la partícula va cambiando su posición en la dirección vertical.

La electrónica utilizada para la construcción del levitador permite solamente que la totalidad de los transductores que componen el emisor (o reflector) tomen la misma fase, por lo cual no es posible realizar un transporte de la partícula en una dirección radial (perpendicular al eje z).

En la siguiente sección se detallan las mediciones hechas para determinar las capacidades del levitador y determinar la constante elástica del modelo de resorte.

5.2 Levitación de partículas en un punto de equilibrio estable

En esta sección se detalla el procedimiento utilizado para caracterizar la levitación de una partícula en un punto de equilibrio estable ubicado en un nodo del campo de la onda estacionaria de presión.

Para levitar una partícula y caracterizar las propiedades del mínimo donde se ubica la misma, primero es necesario determinar una región en el aparato en el cual colocar la muestra. El levitador superpone las ondas de sonido en una región espacial central y el campo de presión es simétrico con respecto a esta región central, donde se encuentra el máximo de presión principal (Figura 17-d). Los emisores emiten a la misma fase en toda la experiencia. La región central del levitador alberga los valores de presión más grandes y para dados dos máximos ubicados en esta región, existe un nodo donde se coloca la partícula para que esta levite de forma estable.

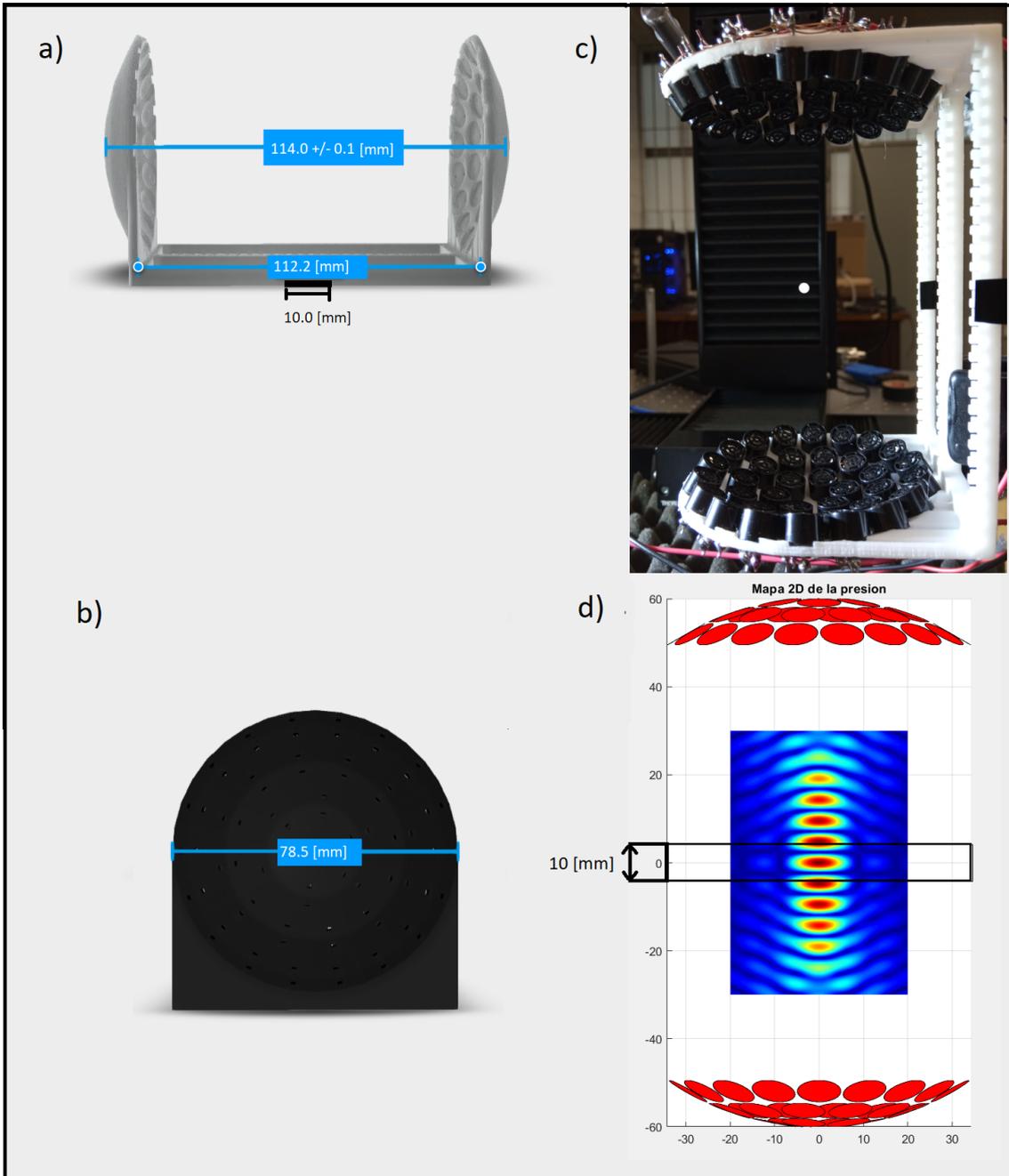


Figura 17. Medidas del levitador acústico TinyLev[1] y delimitación de los nodos de presión para levitar la partícula. a) Medidas del perfil vertical del levitador (z), la región importante es la que se encuentra entre los emisores, esta región mide aproximadamente 11.2[mm]. En esta región se delimita una subregión de 10[mm] que debería contener los primeros nodos. b) Vista desde arriba del levitador. c) Partícula levitada de polipropileno que esta levitada en la región dentro de las marcas de aproximadamente 10[mm]. d) Esquema simulado del campo de presión del levitador, puede observarse que la región de 10[mm] alberga los dos primeros nodos de presión.

Distintas mediciones elaboradas con partículas de diverso tamaño y forma muestran que solo es posible levitar partículas con ciertos requisitos de tamaño forma y densidad. La siguiente tabla muestra distintas partículas, con sus características de tamaño y densidad identificando para cada una de ellas si es posible hacerla levitar o no según la experiencia realizada. En el experimento una partícula ubicada en un nodo de presión se mantiene en el mismo mientras se hace variar el voltaje en pasos de $0.1V$ de la fuente. El voltaje más alto registrado es de $9.4V$ y a partir de este se iba disminuyendo el voltaje. El mínimo voltaje posible fue de $4V$ donde todas las partículas caen debido a que el Arduino deja de funcionar.

Particula	Forma	Medidas[mm] ± 0.05	Densidad [kg/m ³]	Se puede levitar
EPS*	Esferica	d=4.48	(11 a 32)	si
EPS	Esferica	3.02		si
EPS	Esferica	8.20		no
EPS	Esferica	1.94		si
Polipropileno	Esferica	3.00	875	si
Capacitor	Cubica	$V=1.25 \times 1.25 \times 2.15$	5.06×10^4	no

Tabla 9. Lista de objetos que se intentaron levitar en el levitador acústico TinyLev.

*EPS= Poliestireno Expandido

d = diámetro

V = volumen

Las partículas de poliestireno fueron más fáciles de colocar y levitar en los nodos de presión para otros voltajes, exceptuando la partícula que media más de $8[\text{mm}]$. Para colocar una partícula pequeña, aunque de mayor densidad como la del Polipropileno, fue necesario elevar el voltaje del levitador al máximo.

A medida que se varía el voltaje mientras alguna partícula está siendo levitada, se observa que a veces esta puede empezar a oscilar. En esta situación se espera hasta que la misma termine de oscilar para seguir variando el voltaje. Otro fenómeno observado es la rotación de las partículas ubicadas en el nodo de presión, esta rotación es para todos los casos alrededor del eje longitudinal z pero podía variar

de velocidad y cambiar el sentido de la misma.

5.2.1 Determinación experimental de la constante elástica K para el modelo de oscilador armónico

Como se vio en 2.5.2, en las vecindades de un nodo de presión la oscilación de una partícula atrapada en el mismo puede aproximarse por la oscilación de la misma unida a un resorte de constante K . Para determinar K utilizaremos el periodo asociado a pequeñas oscilaciones que resultaron de una perturbación leve de la partícula levitada en alguno de los nodos.

Si bien no es posible determinar exactamente cuál era el nodo en el cual la partícula estaba levitando, el valor encontrado para K junto con una comparación numérica por simulación podrán determinar la posición relativa del mismo (no podrá distinguir entre la levitación entre los primeros dos nodos, alrededor del máximo central (Figura 17-d), pues por simetría deberían tener la misma constante elástica K asociada, pero si se puede distinguir entre la levitación en nodos posteriores.)

Partículas individuales de poliestireno expandido de (3.04 ± 0.01) [mm] de diámetro y de Polipropileno de (3.00 ± 0.01) [mm] de diámetro se hacen levitar en la vecindad de un nodo de presión y a un determinado voltaje (6[V], 7[V], 8[V]) para el Poliestireno y (6[V], 7[V], 8[V], 9[V]) para el Polipropileno.

Al perturbar la partícula con un golpe leve, esta oscila en una combinación de una oscilación vertical (en el eje z) y horizontal (eje radial). Cada una de estas oscilaciones entonces está caracterizada por una constante K_z para las oscilaciones en z y K_r para las oscilaciones en una dirección radial.

Para determinar K se requiere el periodo/frecuencia de dichas oscilaciones de manera que puede obtenerse K como:

$$K = \omega^2 m \tag{106}$$

Donde m es la masa de cada una de las partículas y $\omega = 2\pi f = (2\pi)/T$ donde T es el periodo de las oscilaciones y f la frecuencia de las mismas.

El arreglo experimental utilizado consiste en el levitador situado entre una cámara de alta velocidad (FASTCAM Mini UX50 type 160K-M-8G) y una pantalla constituida por un papel blanco (Figura 18 –a, b) con una fuente de iluminación por detrás.

La cámara graba la oscilación de la partícula en contraste con el fondo blanco de manera que se obtiene la imagen oscura del objeto levitado contrastada con un

fondo blanco (Figura 18).

Se utiliza un algoritmo, implementado en Matlab, que convierte la imagen en escala de grises (Figura 18-c) a una imagen en blanco y negro. Luego calcula la posición del centro de la imagen de color negro a partir del conjunto de píxeles negros para cada cuadro del video. Esto permite elaborar un gráfico de la oscilación del objeto a partir de los datos de la posición en dependencia del tiempo (Cada uno de los videos de aproximadamente 4 segundos tiene un total de 4365 cuadros , la cantidad de cuadros por segundo (fps) es de 1000 , por lo tanto se tiene $t \approx 4.3[s]$ y

$$dt = \frac{1[\text{cuadro}]}{\text{fps}} = 0.001[s] , \text{ por otro lado se estableció que } 1 [\text{mm}] \leftrightarrow 31.63 [\text{pixel}])$$

Las Tablas 10 y 11 muestran los resultados obtenidos para los periodos de oscilación y el correspondiente valor de K de las partículas.

Polipropileno

voltaje	$T_z [s]$	$T_x [s]$	$(K_z \pm 0.05)[N/m]$	$(K_x \pm 0.0007)[N/m]$
6V	0.045	0.218	0.24	0.0103
7V	0.036	0.175	0.38	0.0160
8V	0.033	0.156	0.45	0.0202
9V	0.028	0.136	0.63	0.0265

Tabla 10. Valores del periodo T y constante K del resorte para la partícula de Polipropileno.

Poliestireno expandido.

		$\rho = 11$	$\rho = 15$	$\rho = 20$	$\rho = 25$	$\rho = 30$
Voltaje	$(T_x \pm 0.001)[s]$	$K_x \pm 0.009$				
6V	0.042	0.004	0.005	0.007	0.008	0.010
7V	0.036	0.005	0.006	0.009	0.011	0.013
8V	0.032	0.006	0.008	0.011	0.014	0.017

Tabla 11. Valores de T_x y constante K_x del resorte para la partícula de Poliestireno expandido para distintas densidades del Poliestireno.

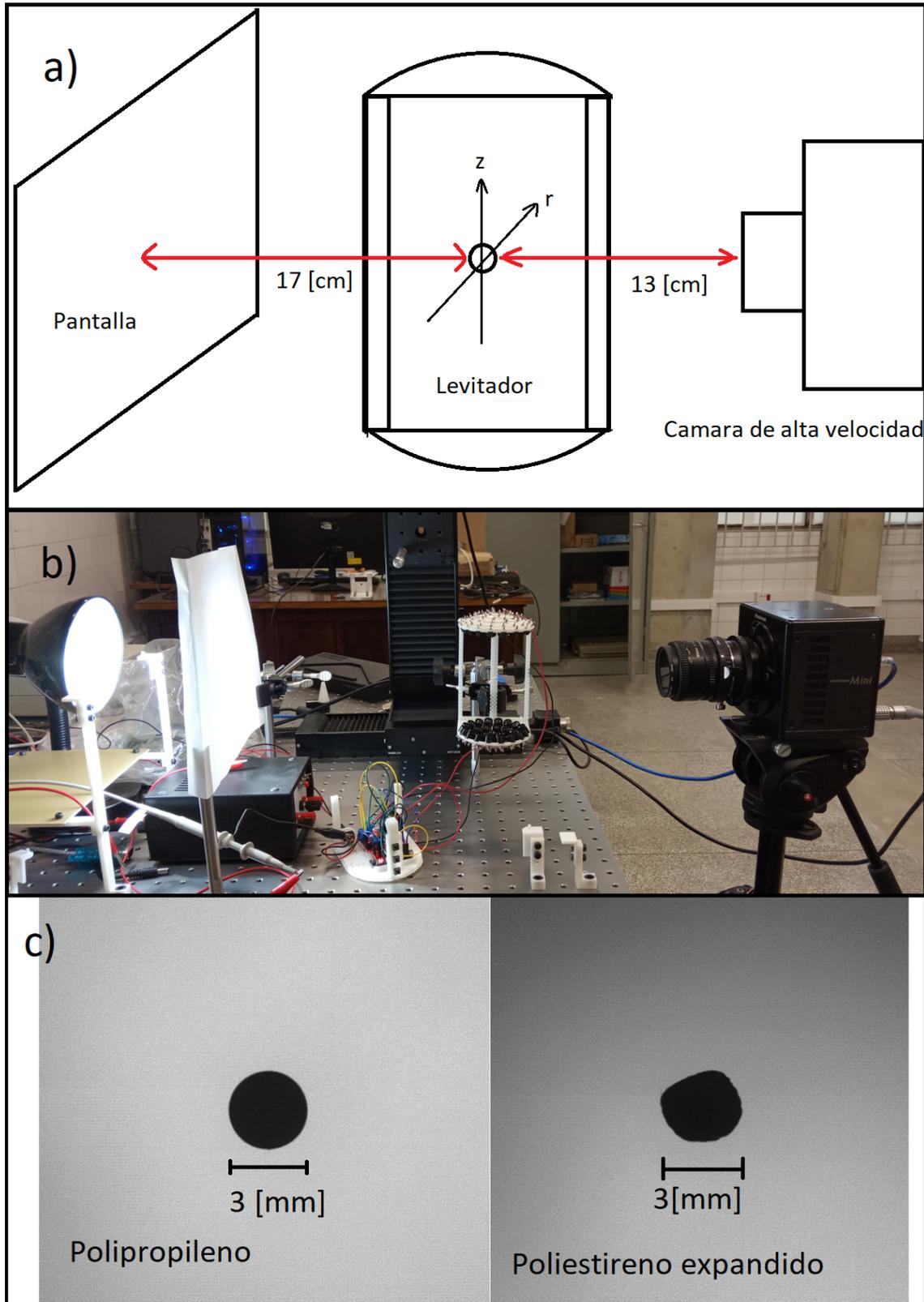


Figura 18. Arreglo experimental utilizado para el cálculo del periodo de las oscilaciones. a)-b) Esquema del arreglo y arreglo respectivamente. c) Imagen de un cuadro del video obtenido. En el video cada una de estas partículas se encuentra oscilando.

		$\rho = 11$	$\rho = 15$	$\rho = 20$	$\rho = 25$	$\rho = 30$
Voltaje	$(T_z \pm 0.0001)[s]$	$K_z \pm 0.09$				
6V	0.0088	0.08	0.11	0.14	0.18	0.22
7V	0.0078	0.10	0.14	0.18	0.23	0.28
8V	0.0068	0.14	0.18	0.25	0.31	0.37

Tabla 12. Valores de T_z y constante K_z del resorte para la partícula de Poliestireno expandido para distintas densidades del Poliestireno.

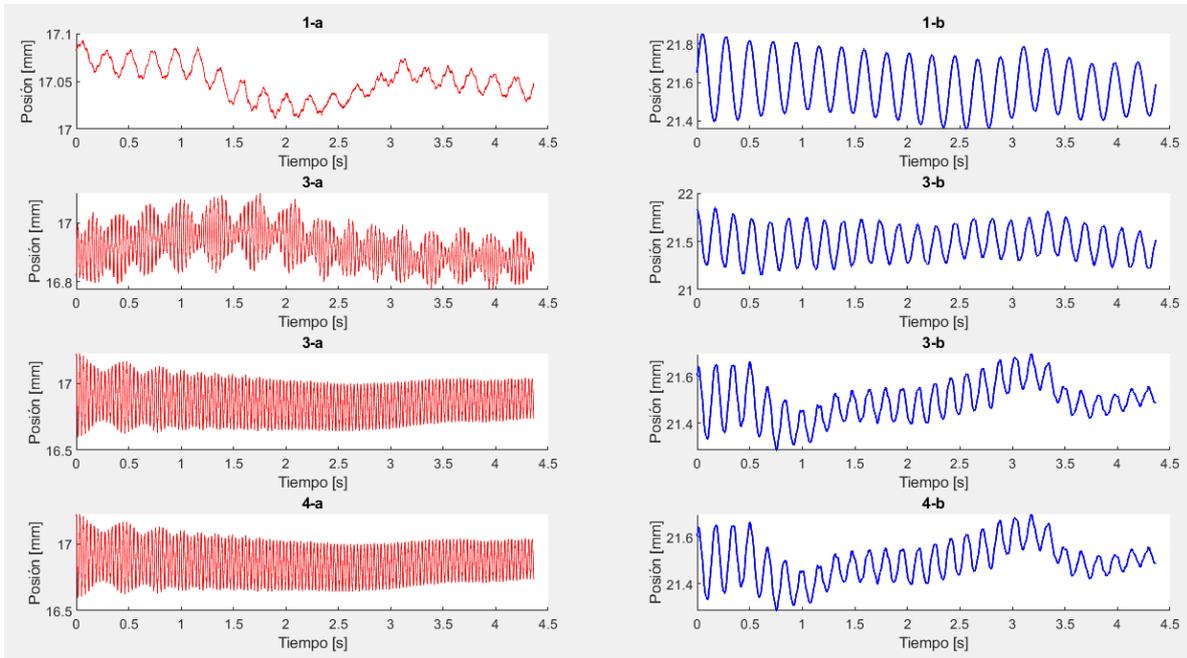


Figura 19. Análisis de las Oscilaciones para la partícula de Polipropileno. A la izquierda: Oscilación en z . A la derecha: Oscilación radial.

Para obtener los valores del periodo T de las tablas, se utilizaron las frecuencias obtenidas a partir de un análisis de la transformada rápida de Fourier de las oscilaciones de las partículas teniendo en cuenta que $T = 1/f$. En la Figura 20 se observan las oscilaciones de la partícula de Polipropileno.

Para los valores de la Tabla 12 correspondientes al poliestireno expandido se hicieron análisis para distintas densidades de la misma ya que este tipo de material posee un rango de densidades posibles entre $[11, 32][\text{kg}/\text{m}^3]$ y las partículas utilizadas provienen de un lote sin una determinación puntual de sus características.

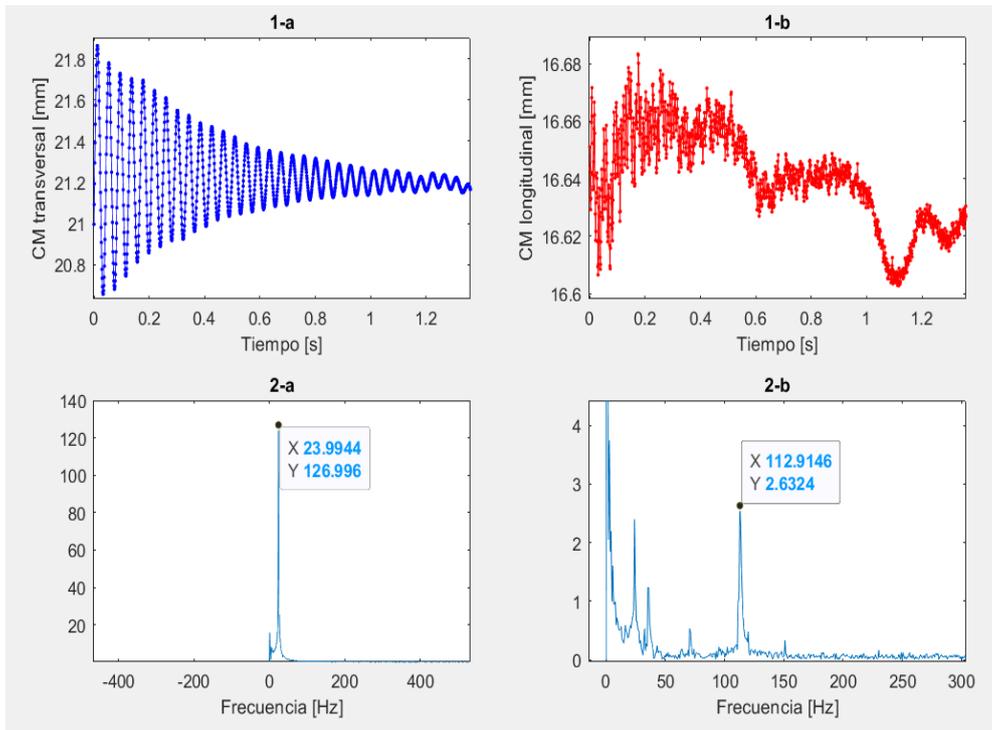


Figura 20. Análisis de las oscilaciones del Poliestireno expandido para un voltaje de la fuente de 6[V]. 1-a) Oscilación en la dirección radial. 1-b) Oscilación en la dirección longitudinal z . 2-a),2-b) Transformadas rápidas de Fourier del tiempo para las oscilaciones 1-a),1-b) respectivamente.

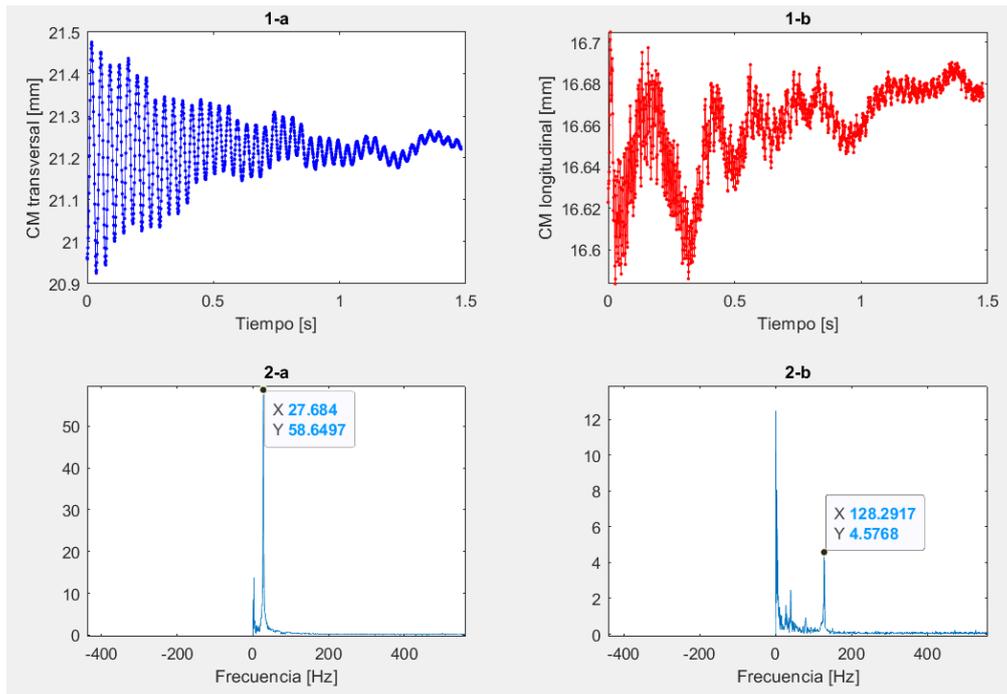


Figura 21. Análisis de las oscilaciones del Poliestireno Expandido para un voltaje de la fuente de 7[V].

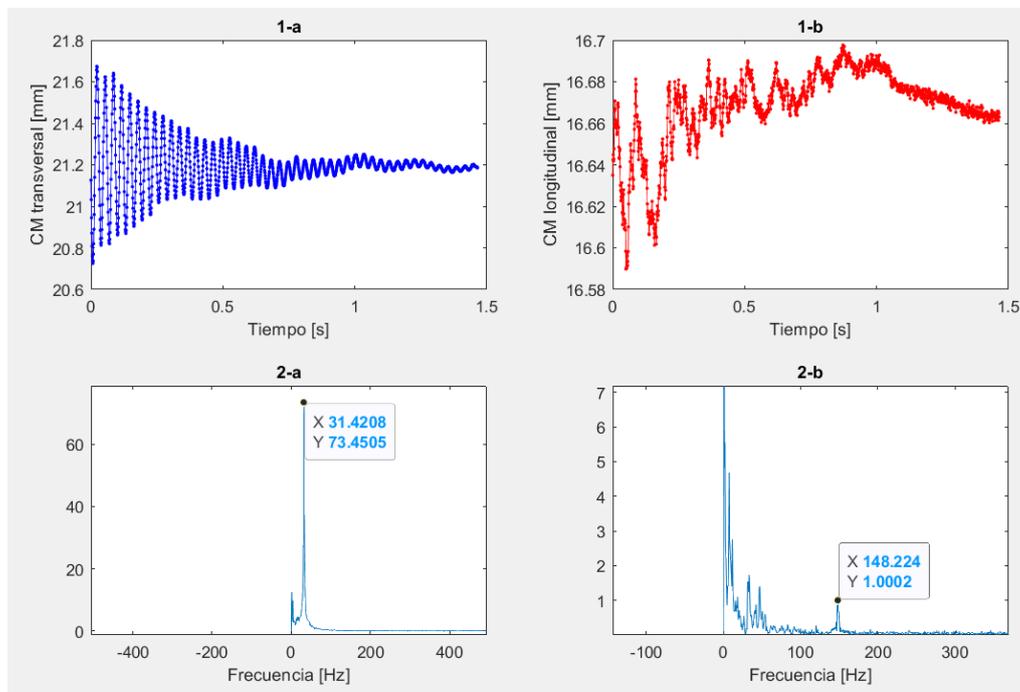


Figura 22. Análisis de las Oscilaciones del Poliestireno Expandido para un voltaje de la fuente de 8[V].

En las Figuras 20,21 y 22, 1-a) y 1-b) se observan las oscilaciones, de la partícula de Poliestireno Expandido, en la dimensión radial y longitudinal respectivamente. Puede verse en 1-a) (Figuras 20,21 y 22) como la oscilación va decayendo rápidamente en amplitud al transcurrir el tiempo. En la Tabla 14 pueden verse las amplitudes máximas de oscilación inicial. Las oscilaciones en el eje z son de muy pequeña amplitud y decaen muy rápidamente. Para la partícula de Poliestireno expandido, la transformada de Fourier no revela una frecuencia clara en todos los casos, pero se tomó el valor de la frecuencia que tendría más sentido (La frecuencia de Oscilación en z debe ser mucho mayor a la frecuencia de Oscilación Radial). Se destaca que el análisis no se hace para la totalidad del tiempo total del video ($\sim 4.5[s]$), sino que se toma un tiempo menor donde se ven oscilaciones de amplitud relevante, esto se hace con el fin de tener un mejor valor para la frecuencia.

Voltaje (Fuente)[V]	Amplitud radial [mm]	Amplitud z [mm]
6	0.5	–
7	0.6	–
8	0.3	0.63
9	0.3	1.03

Tabla 13. Amplitudes máximas de las oscilaciones de la partícula de Polipropileno.

En la Tabla 13, se muestran las amplitudes máximas de las oscilaciones de la Partícula de Polipropileno. En general esta amplitud máxima es la amplitud inicial del análisis y para cada caso depende de la perturbación inicial. En la Figura 19, excepto para el caso 1-a y 2-a, puede verse que las amplitudes van decayendo lentamente, a diferencia de las amplitudes de oscilación de la partícula de Poliestireno Expandido que decaen rápidamente (Figuras 20, 21 y 22). Son particulares los casos 1-a y 2-a de la Figura 19, donde la oscilación es una mezcla de la oscilación radial y longitudinal. En el caso de las oscilaciones 2-a, 3-a, 4-a y todas las oscilaciones 1,2,3,4-b, de la Figura 19, se observa una oscilación de frecuencia bien definida. En la Tabla 13, no se dan valores de Amplitud Máxima, para valores de voltaje de 6 y 7 V, pues ningún valor de amplitud obtenible de los gráficos es representativo de una amplitud inicial que va decayendo en el tiempo.

Voltaje (Fuente)[V]	Amplitud radial [mm]	Amplitud Longitudinal [mm]
6	1.2	0.04
7	0.6	0.12
8	1.0	0.09

Tabla 14. Amplitudes máximas de las oscilaciones de la partícula de Poliestireno Expandido.

5.3 Caracterización del campo de presión estacionario entre los emisores del levitador

En esta sección se elabora el mapa del campo de presión que hay entre los dos emisores del levitador acústico TinyLev[1]. Para obtener este mapa se utiliza un micrófono de presión (Bruel and Kjaer, 1/8-inch Pressure-field Microphone Type 4138) que está montado sobre una plataforma de posicionamiento lineal motorizada (Thorlabs' NRT150(/M)). Con ayuda de la plataforma el micrófono escanea una región plana de 40 [mm] (eje radial) por 60 [mm] (eje z). La plataforma tiene un paso de 0.5 [mm] en cualquiera de las direcciones. Como resultado se obtiene una imagen plana de 80 x 120 puntos.

El levitador está funcionando a un voltaje de 7V de la fuente, y cada uno de los emisores estaba emitiendo con fase nula.

El micrófono actúa como un transductor, tomando como entrada la amplitud de la onda de presión y convirtiéndola a un valor de voltaje. Se realiza el gráfico del campo de presión y se lo compara con el respectivo gráfico de una simulación correspondiente para el mismo voltaje (Figura 24).

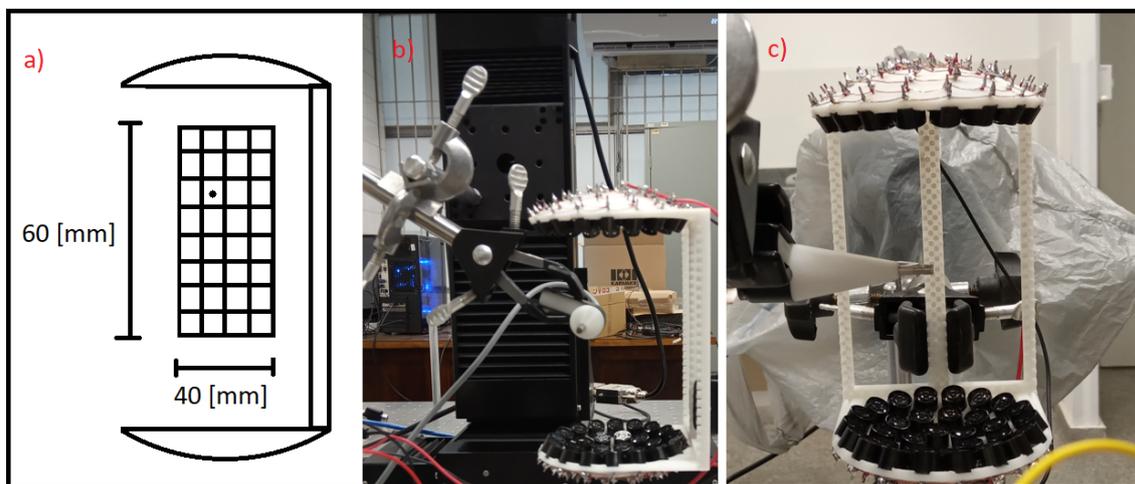


Figura 23. Esquema del arreglo utilizado para medir el campo de presión. a) Esquema de la grilla utilizado (no a escala) cada uno de los cuadros representa una región que contiene un punto donde se toma la medida del campo de presión. El micrófono se mueve con un paso de 0.5 [mm] b) Vista lateral del experimento. c) Vista frontal del experimento.

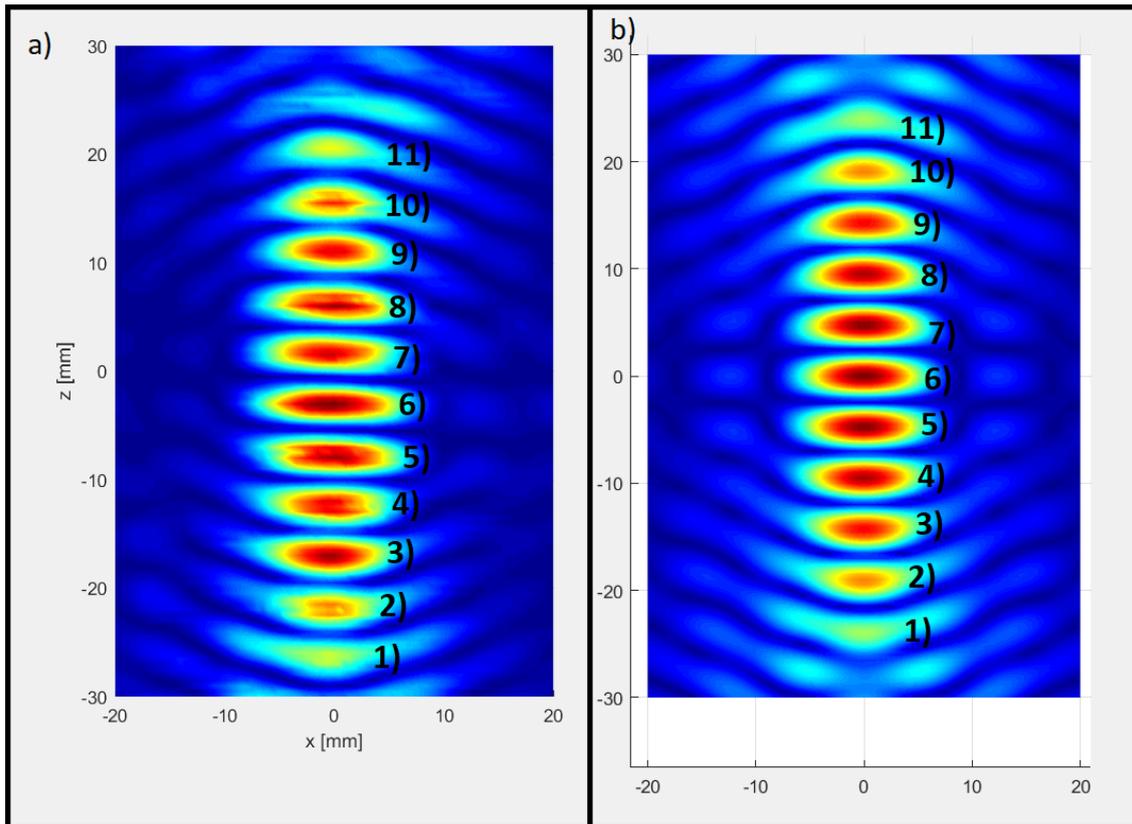


Figura 24. Mapa del campo de presión entre los emisores del levitador elaborado utilizando un micrófono de presión y con el levitador funcionando a $7V$ de la fuente ($10.56V_{pp}$ en los emisores) sin ninguna muestra presente. El perfil del campo de presión b) se compara con una simulación del campo para el mismo voltaje a).

La Figura 24) Muestra una comparación entre los campos de presión obtenidos por simulación, y el escaneo del mismo utilizando un micrófono de presión. La numeración presente indica la correlación establecida entre los máximos. Esta correlación está establecida en base tanto a la posición como intensidad del perfil, así como la forma del máximo de Presión. Las distorsiones presentes en la Figura 24-b) se deben a reflexiones debidas a la presencia del micrófono.

5.4 Estudio de las inestabilidades en una gota de agua

Otra experiencia realizada es la levitación de una gota de agua de 3 [mm] . Se graba con la cámara de alta velocidad a una gota de agua atrapada en un nodo del campo de presión. Mientras la partícula se encuentra levitando se va aumentando el voltaje en el levitador. Esto tiene como resultado un aumento de la intensidad de los máximos de presión que encierran a la partícula como una pinza.

La Figura 25 muestra los distintos estadios en la levitación de una gota de agua. El radio inicial de la gota de agua es menor a 3 [mm], al aumentar la presión lo suficiente esta adquiere una forma más plana cómo se puede observar en $t = 0$ [s]. El aumento continuo de la presión provoca el aplanamiento de esta y su transformación en una lámina de líquido delgada, $t = 0.165$ [s]. En $t = 0.175$ [s] parte del líquido se ha acumulado en la periferia de la gota plana, formando un anillo y dejando la parte central como una lámina delgada de líquido. Seguidamente, $t = 0.189$ [s] ocurre una contracción que provoca una atomización de la gota. Este tipo de inestabilidad es similar a la de Plateau-Rayleigh.

Continuando con un aumento de presión en el levitador en $t = 0.209$ [s] puede observarse la formación de un domo, similar a como ocurre en la inestabilidad e arco. Sin embargo, no se observa la formación de una burbuja debido a que el agua no posee viscosidad suficiente.

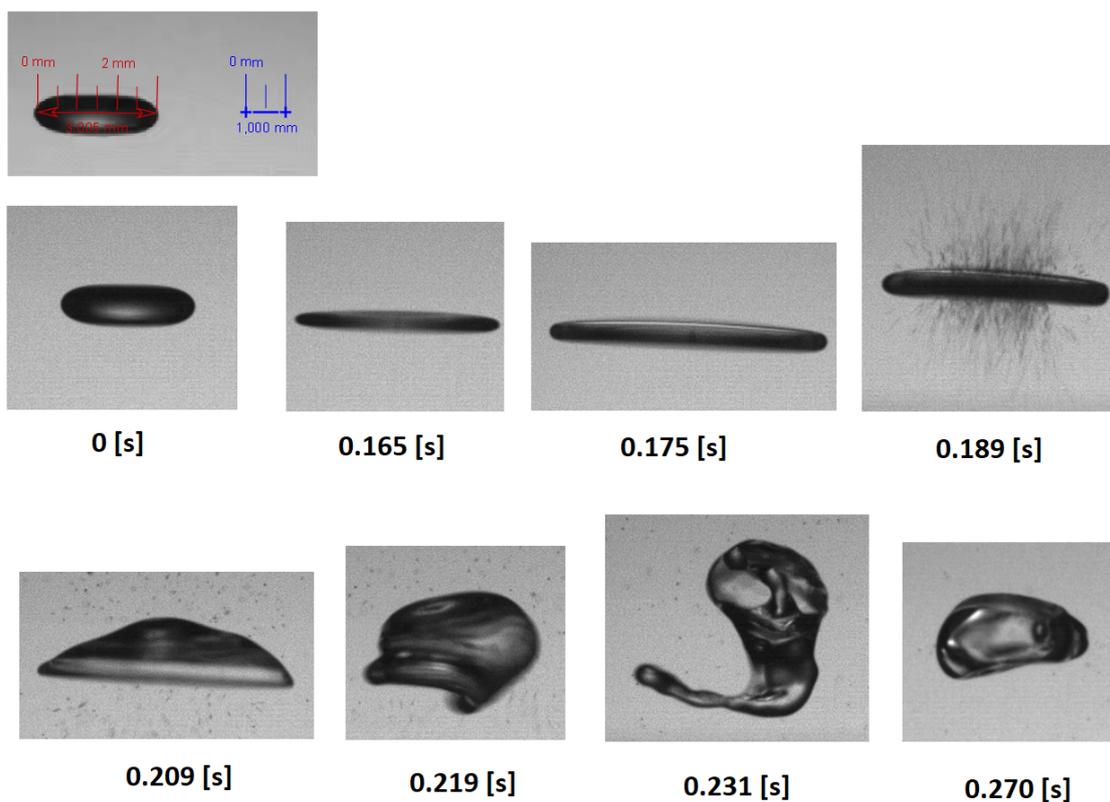


Figura 25. Gota de agua atrapada en el levitador. Al aumentar el voltaje en el levitador la amplitud de la onda de presión aumenta. La gota de agua atrapada entre dos máximos de presión es afectada por este aumento de la presión y sufre inestabilidades.

5.5 Análisis de resultados

La Tabla 6 muestra los valores de K obtenidos, para ambas partículas, a partir del ajuste de los primeros cuatro mínimos del potencial de Gor'kov, tanto para el desplazamiento longitudinal en el eje z como el radial.

En condiciones normales es esperable que la constante del resorte experimental asociada sea algo menor a la de la simulación, pues esto estaría asociada a una Fuerza menor debido a que las esferas levitadas son afectadas por la viscosidad del aire que origina una fuerza que se opone al movimiento de las mismas. La viscosidad del aire no está considerada en el modelo y a sido considerada en otros estudios. En [46] se estudia la dinámica de una partícula esférica levitada acústicamente. Entre las fuerzas presentes se considera a la viscosidad que actúa como atenuante en el modelo de oscilado armónico atenuado.

Una comparación de los resultados simulados con los experimentales de los valores de K_z asociados a la partícula de Polipropileno, muestran que esta partícula estaba levitando en el nodo central (pues es el único donde los valores obtenidos experimentalmente de K_z para cada voltaje son estrictamente menores a los valores simulados de K_z).

Polipropileno:

	Polipropileno	EPS	Simulación
Voltaje	$(K_z \pm 0.05)[N/m]$	$(K_z \pm 0.09)[N/m]$	$(K_z \pm 0.03)[N/m]$
6V	0.24	0.22	0.27
7V	0.38	0.28	0.40
8V	0.45	0.37	0.55
9V	0.63	N/A	0.76

Tabla 15. Valores de K_z para las partículas de Polipropileno y Poliestireno Expandido (EPS). Para la esfera de EPS se eligieron los valores de K_z asociados a una densidad de $\rho = 30[kg/m^3]$

	Polipropileno	EPS	Simulación
Voltaje	$(K_x \pm 0.001)[N/m]$	$(K_x \pm 0.009)[N/m]$	$(K_x \pm 0.001)[N/m]$
6V	0.010	0.010	0.015
7V	0.016	0.013	0.023
8V	0.020	0.017	0.031
9V	0.027	N/A	0.043

Tabla 16. Valores de K_x para las partículas de Polipropileno y Poliestireno Expandido (EPS)

Las Tablas 15 y 16 muestran una comparación de los resultados obtenidos para K_z y K_x tanto por el método experimental como por simulación.

Como puede verse, la utilización del potencial de Gor'kov permite determinar el comportamiento oscilatorio de partículas que están siendo levitadas alrededor de un punto de equilibrio estable del mismo. Si bien el modelo utilizado (Modelo del resorte sin presencia de la viscosidad) no es el mas exacto , aun es posible obtener predicciones sobre la oscilación de las partículas que están siendo levitadas.

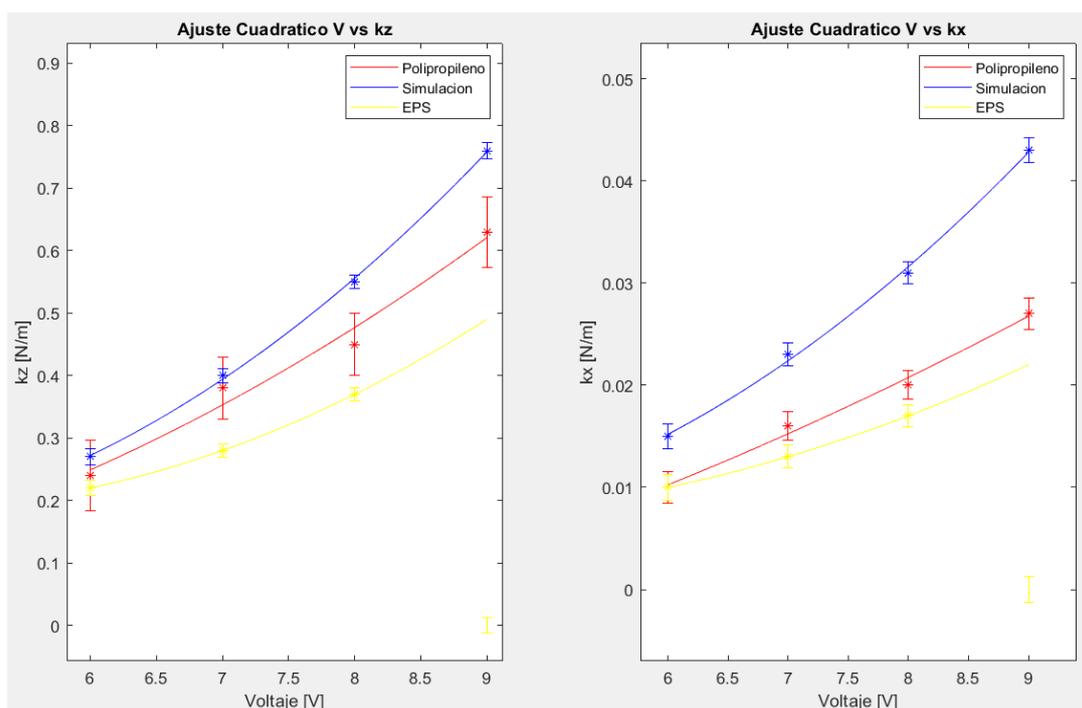


Figura 26. Ajustes cuadráticos para la relación del voltaje y la constante elástica de aproximación por el modelo de oscilador armónico.

De acuerdo con lo visto en 2.7.1 existe una relación cuadrática entre la constante elástica K de la aproximación de oscilador armónico y el voltaje. En la Figura 26 se hace una comparación de los valores obtenidos para las oscilaciones de la partícula de Polipropileno, Poliestireno expandido (EPS) y una simulación (donde los valores simulados de la partícula de Polipropileno y EPS tienen valores iguales debido a la incompresibilidad de las mismas, esto es $f_1 \approx f_2 \approx 1$). Nuevamente puede verse que existe una discrepancia entre los valores de la simulación y los obtenidos experimentalmente.

Las oscilaciones vistas para la partícula de Polipropileno muestran la presencia de perturbaciones en el medio (Figura 19 , 2-a), debido a que lo esperable es obtener oscilaciones que decaigan en amplitud con el transcurso del tiempo. Para la partícula

de Polipropileno puede observarse (Tabla 13 y Tabla 14) que la amplitud de las oscilaciones de la misma es mucho menor a la de la partícula de EPS. El análisis de Fourier hecho para las oscilaciones de la partícula de Polipropileno da como resultado frecuencias bien definidas. Este no es el caso para las oscilaciones longitudinales de la partícula de (EPS). Puede verse que en caso de la partícula de EPS, la amplitud de las mismas decrece en muy poco tiempo y para tener el mejor valor de frecuencia mediante un análisis de Fourier se eligió un intervalo de aproximadamente 1 [s] de las oscilaciones, donde, al menos en el caso de las oscilaciones radiales, la misma aún se ve bien definida.

La diferencia existente entre los valores de K en ambas direcciones de las partículas de polipropileno y EPS, puede deberse a algún factor no considerado en la teoría. En la teoría vista ambas partículas se consideran incompresibles y por lo tanto arrojan el mismo valor de potencial de Gor'kov para el mismo volumen Ecuación 62 pues $f_1 \approx f_2 = 1$ para ambos casos. Es posible que las diferencias se deban a la influencia de la viscosidad en la oscilación.

6 Conclusiones

En el presente trabajo se ha estudiado fenómeno de la levitación acústica desde un punto de vista general que abarca los temas suficientes y necesarios para explicar el funcionamiento de un levitador acústico simple.

La teoría abarcada involucra a las propiedades, presión, densidad y velocidad del fluido, así como las ecuaciones que describen el movimiento de fluidos (Ecuación de Euler, Ecuación de Continuidad y Ecuación de estado). Se ha estudiado la combinación de las mismas para obtener las aproximaciones a primer y segundo orden que dan como resultado i) La ecuación de ondas para el Fluido y ii) La fuerza de presión de radiación acústica, que consiste en el mecanismo principal que permite a un objeto ser levitado en un fluido como el aire.

A lo largo de esta descripción se han hecho simplificaciones importantes como la no viscosidad del fluido y la ausencia de conductividad térmica en el mismo y se ha utilizado el modelo del Potencial de Gor'kov para el cálculo de la Fuerza ejercida sobre objetos de dimensión esférica y cuya longitud es menor a la longitud de onda.

Por otro lado, se ha estudiado el patrón de radiación emitida por un pistón plano circular, el cual es uno de los componentes principales que componen los emisores conformados por arreglos de transductores.

Se han estudiado distintas configuraciones de levitadores acústicos, desde los más tradicionales que constan de un emisor y reflector planos hasta los más revolucionarios arreglos de fase. Dentro de estas configuraciones fue posible enmarcar al levitador TinyLev[1] como un levitador de un solo eje, no resonante y compuesto de un arreglo de transductores enfrentados.

Con la teoría vista ha sido posible elaborar algoritmos numéricos que permiten simular los campos acústicos y en conjunto con las observaciones experimentales realizadas ha sido posible contrastar la teoría con la práctica. Los resultados obtenidos para las simulaciones de los campos de presión y de las constantes elásticas K muestran gran concordancia y también revelan la presencia de otros fenómenos o perturbaciones presentes en el fenómeno acústico.

Referencias

- [1] A. Marzo, A. Barnes, B. W. Drinkwater, Tinglev: a multi-emitter single-axis acoustic levitator, *Review of Scientific Instruments* 88 (8) (2017) 85105.
- [2] L. RAYLEIGH, *I877 theory of sound* (two volumes), (1945).
- [3] L. V. King, On the acoustic radiation pressure on spheres, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A-Mathematical and Physical Sciences* 147 (861) (1934) 212–240.
- [4] K. Yosioka, Y. Kawasima, Acoustic radiation pressure on a compressible sphere, *Acta Acustica united with Acustica* 5 (3) (1955) 167–173.
- [5] L. P. Gor'kov, On the forces acting on a small particle in an acoustical field in an ideal fluid, in: , *Sov. Phys. Dokl.*, Vol. 6, 1962, pp. 773–775.
- [6] B. R. Munson, T. H. Okiishi, W. W. Huebsch, A. P. Rothmayer, *Fluid mechanics*, Wiley Singapore, 2013.
- [7] H. Bruus, Acoustofluidics 1: governing equations in microfluidics, *Lab on a Chip* 11 (22) (2011) 3742–3751.
- [8] L. E. Kinsler, A. R. Frey, A. B. Coppens, J. V. Sanders, *Fundamentals of acoustics*, John wiley sons , 2000.
- [9] M. A. Andrade, N. Pérez, J. C. Adamowski, Review of progress in acoustic levitation, *Brazilian Journal of Physics* 48 (2) (2018) 190–213.
- [10] H. Bruus, Acoustofluidics 7: the acoustic radiation force on small particles, *Lab on a Chip* 12 (6) (2012) 1014–1021.
- [11] H. Bruus, Acoustofluidics 2: perturbation theory and ultrasound resonance modes, *Lab on a Chip* 12 (1) (2012) 20–28.
- [12] T. Hasegawa, T. Kido, T. Iizuka, C. Matsuoka, A general theory of rayleigh and langevin radiation pressures, *Acoustical Science and Technology* 21 (3) (2000) 145–152.
- [13] H. Bruus, *Theoretical microfluidics*, Vol. 18, Oxford university press, 2007.
- [14] M. Barmatz, P. Collas, Acoustic radiation potential on a sphere in plane, cylindrical, and spherical standing wave fields, *The Journal of the Acoustical Society of America* 77 (3) (1985) 928–945.
- [15] W. Xie, B. Wei, Dependence of acoustic levitation capabilities on geometric parameters, *Physical Review E* 66 (2) (2002) 26605.
- [16] D. T. Blackstock, *Fundamentals of physical acoustics*, (2001).
- [17] J. Gallego-Juarez, Piezoelectric ceramics and ultrasonic transducers, *Journal of Physics E: Scientific Instruments* 22 (10) (1989) 804.
- [18] J. Dual, D. Möller, Acoustofluidics 4: piezoelectricity and application in the excitation of acoustic fields for ultrasonic particle manipulation, *Lab on a Chip* 12 (3) (2012) 506–514.
- [19] W. Xie, C. Cao, Y. Lü, Z. Hong, B. Wei, Acoustic method for levitation of small living animals, *Applied Physics Letters* 89 (21) (2006) 214102.

- [20] M. A. Andrade, N. Pérez, J. C. Adamowski, Particle manipulation by a non-resonant acoustic levitator, *Applied physics letters* 106 (1) (2015) 14101.
- [21] S. Ueha, Y. Hashimoto, Y. Koike, Non-contact transportation using near-field acoustic levitation, *Ultrasonics* 38 (1-8) (2000) 26–32.
- [22] Y. Hashimoto, Y. Koike, S. Ueha, Acoustic levitation of planar objects using a longitudinal vibration mode, *Journal of the Acoustical Society of Japan (E)* 16 (3) (1995) 189–192.
- [23] M. Takasaki, D. Terada, Y. Kato, Y. Ishino, T. Mizuno, Non-contact ultrasonic support of minute objects, *Physics Procedia* 3 (1) (2010) 1059–1065.
- [24] S. Zhao, J. Wallaschek, A standing wave acoustic levitation system for large planar objects, *Archive of Applied Mechanics* 81 (2) (2011) 123–139.
- [25] M. A. Andrade, A. Bernassau, F. T. Okina, J. C. Adamowski, Acoustic levitation of large objects in air, in: , 24th International Congress on Sound and Vibration: London Calling, 2017.
- [26] A. Marzo, A. Ghobrial, L. Cox, M. Caleap, A. Croxford, B. Drinkwater, Realization of compact tractor beams using acoustic delay-lines, *Applied Physics Letters* 110 (1) (2017) 14102.
- [27] A. Marzo Pérez, S. A. Seah, B. W. Drinkwater, D. R. Sahoo, B. Long, S. Subramanian, Holographic acoustic elements for manipulation of levitated objects, *Nature Communications*, 6: 8661 (2015).
- [28] D. Zang, *Acoustic Levitation: From Physics to Applications*, Springer Nature, 2020.
- [29] M. A. Andrade, F. Buiocchi, J. C. Adamowski, Finite element analysis and optimization of a single-axis acoustic levitator, *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control* 57 (2) (2010) 469–479.
- [30] Y. Ochiai, T. Hoshi, J. Rekimoto, Three-dimensional mid-air acoustic manipulation by ultrasonic phased arrays, *PloS one* 9 (5) (2014) 0.
- [31] Y. Ochiai, T. Hoshi, J. Rekimoto, Pixie dust: graphics generated by levitated and animated objects in computational acoustic-potential field, *ACM Transactions on Graphics (TOG)* 33 (4) (2014) 1–13.
- [32] D. Foresti, M. Nabavi, M. Klingauf, A. Ferrari, D. Poulikakos, Acoustophoretic contactless transport and handling of matter in air, *Proceedings of the National Academy of Sciences* 110 (31) (2013) 12549–12554.
- [33] C. Benmore, J. Weber, Amorphization of molecular liquids of pharmaceutical drugs by acoustic levitation, *Physical Review X* 1 (1) (2011) 11004.
- [34] S. Bauerecker, B. Neidhart, Formation and growth of ice particles in stationary ultrasonic fields, *The Journal of chemical physics* 109 (10) (1998) 3709–3712.
- [35] L. Puskar, R. Tuckermann, T. Frosch, J. Popp, V. Ly, D. McNaughton, B. R. Wood, Raman acoustic levitation spectroscopy of red blood cells and plasmodium falciparum trophozoites, *Lab on a Chip* 7 (9) (2007) 1125–1131.
- [36] R. Hirayama, D. Martinez Plasencia, N. Masuda, S. Subramanian, A volumetric display for visual, tactile and audio presentation using acoustic trapping, *Nature* 575 (7782) (2019) 320–323.
- [37] J. Weber, C. Rey, J. Neufeind, C. Benmore, Acoustic levitator for structure measurements on low temperature liquid droplets, *Review of scientific instruments* 80 (8) (2009) 83904.
- [38] C. Lee, A. Anilkumar, T. Wang, Static shape and instability of an acoustically levitated

liquid drop, *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics* 3 (11) (1991) 2497–2515.

[39] Z. Yan, W. Xie, D. Geng, B. Wei, The ninth-mode sectorial oscillation of acoustically levitated drops, *Chinese Science Bulletin* 56 (31) (2011) 3284–3288.

[40] D. Zang, Z. Chen, X. Geng, Sectorial oscillation of acoustically levitated nanoparticle-coated droplet, *Applied Physics Letters* 108 (3) (2016) 31603.

[41] Y. Tian, R. G. Holt, R. E. Apfel, Deformation and location of an acoustically levitated liquid drop, *The Journal of the Acoustical Society of America* 93 (6) (1993) 3096–3104.

[42] W. T. Shi, R. E. Apfel, Deformation and position of acoustically levitated liquid drops, *The Journal of the Acoustical Society of America* 99 (4) (1996) 1977–1984.

[43] D. Zang, L. Li, W. Di, Z. Zhang, C. Ding, Z. Chen, W. Shen, B. P. Binks, X. Geng, Inducing drop to bubble transformation via resonance in ultrasound, *Nature communications* 9 (1) (2018) 1–7.

[44] A. Marzo, T. Corkett, B. W. Drinkwater, Ultraino: an open phased-array system for narrow-band airborne ultrasound transmission, *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control* 65 (1) (2017) 102–111.

[45] D. Negussey, N. Anasthas, Young’s modulus of eps geofoam by simple bending test, in: , 3rd international conference on geofoam blocks in construction applications, Salt Lake City, USA, 2001, pp. 10–12.

[46] N. Pérez, M. A. Andrade, R. Canetti, J. C. Adamowski, Experimental determination of the dynamics of an acoustically levitated sphere, *Journal of Applied Physics* 116 (18) (2014) 184903.

Lista de tablas

Propiedades que son parte de las relaciones constitutivas de los piezoeléctricos. El índice superior en algunas propiedades indica las cantidades que permanecen constantes bajo condiciones de borde [17].
 32

Propiedades utilizadas para elaborar el código de simulación de levitación acústica. Estas propiedades constituyen las variables de entrada para el algoritmo y como salida obtendremos, para cada punto del espacio especificado, la presión, velocidad de la onda, potencial de Gor’kov y fuerza.
 49

Valores utilizados para realizar las simulaciones. Determinados valores como la velocidad del sonido y la densidad del aire se calcularon utilizando calculadoras teniendo en cuenta las condiciones de laboratorio presentes al elaborar la practica: Temperatura en el laboratorio: $T_{lab} = 26.1 [^{\circ}C]$; Presión: 92.9 [kPa] (≈ 0.91 [atm]) ;Humedad: 58.6%. Y denota el Módulo de Young del Poliestireno Expandido.
 50

Valores de la velocidad del Sonido calculados para la partícula de Poliestireno Expandido utilizando la ecuación 96.
 50

Fuerza gravitatoria F_g ejercida sobre las partículas de Poliestireno Expandido y Polipropileno comparada con la amplitud máximo de la fuerza F_p , para un voltaje de la fuente de 6V, asociada a los primeros cuatro puntos de levitación estables presentes en la Figura 10.	55
Valores de la constante elástica del resorte obtenidos en la simulación de la levitación una partícula de Polipropileno de 1.5 [mm] de radio. En la parte superior (eje z) se presentan las constantes correspondientes a cada mínimo del potencial z vs U_z con coordenadas $x=0$, $y=0$. con sus respectivas posiciones en z . En la parte inferior se presentan las constantes del resorte calculadas para el mínimo de potencial x vs U con $y=0$ y z ubicada en cada mínimo de potencial.	56
Lista de componentes para la elaboración del Levitador Acústico TinyLev[1]. *Indica que el componente es opcional.	60
Equipamiento utilizado en el experimento.	62
Lista de objetos que se intentaron levitar en el levitador acústico TinyLev.	67
Valores del periodo T y constante K del resorte para la partícula de Polipropileno.	69
Valores de T_x y constante K_x del resorte para la partícula de Poliestireno expandido para distintas densidades del Poliestireno.	69
Valores de T_z y constante K_z del resorte para la partícula de Poliestireno expandido para distintas densidades del Poliestireno.	71
Amplitudes máximas de las oscilaciones de la partícula de Polipropileno.	74
Amplitudes máximas de las oscilaciones de la partícula de Poliestireno Expandido.	74
Valores de K_z para las partículas de Polipropileno y Poliestireno Expandido (EPS). Para la esfera de EPS se eligieron los valores de K_z asociados a una densidad de $\rho = 30[kg/m^3]$	78
Valores de K_x para las partículas de Polipropileno y Poliestireno Expandido (EPS)	78

Lista de figuras

Esquema de una esfera dispersora, compresible, de radio $r = a$ ubicada en un medio no viscoso. En la vecindad de la misma, esto es $r < \lambda$, se genera un potencial dispersado $\phi_{sc}(t)$ instantáneo. El límite rojo indica el fin del campo cercano, para la región por fuera del mismo el potencial de velocidad dispersado es $\phi_{sc}(t - r/v)$ donde v es la velocidad del sonido en el medio. La fuerza con dirección entrante al objeto se evalúa en cualquier superficie, en este caso el límite de campo lejano (en rojo) y es la misma que la fuerza evaluada en la superficie del objeto dispersor, debido a que como se dijo, no existen fuerzas de cuerpo en el fluido[10].	19
Objeto de forma esférica que levita en el campo de presión generado por un emisor y un reflector enfrentado a este. El objeto tiene un radio $a \ll \lambda$ donde λ es la longitud de la onda de presión.	24
Esquema de un Pistón plano circular de radio a . La contribución total de la presión radiada en un punto ubicado a una distancia r del origen se calcula como las contribuciones individuales de presión generados por elementos infinitesimales en forma de aros de anchura radial $d\sigma$.	

..... 29

Valores de $|D(\theta)| = \left| \frac{2J_1(ka \sin\theta)}{ka \sin\theta} \right|$ para distintos valores de $ka = 2\pi \frac{a}{\lambda}$ 31

: Métodos de Levitación acústica. a) Método de onda estacionaria, el objeto levita capturado en un nodo de la onda de presión estacionaria establecida entre el emisor y el reflector. b) Método de campo cercano, el objeto levita a una distancia, mucho menor a la longitud de onda, cercana al emisor. c) Método de campo cercano invertido, el objeto levita por debajo del emisor a una distancia muy cercana a este, entre el emisor y reflector se establece una zona de baja presión de manera que la presión atmosférica del ambiente ejerce una fuerza que empuja al objeto reflector hacia el emisor. d) Levitación de campo lejano, entre el emisor y el objeto reflector se establece una onda estacionaria donde el objeto levita en un múltiplo de $\lambda/2$. e) Levitación de rayo único, el objeto levita en una zona de baja presión focalizada. 38

Simulación de un Arreglo de Fase de 8x8 Transductores Murata (10 [mm] de diámetro, 40 [kHz]) hecho utilizando el Software de Ultraino. Los transductores se encuentran alineados en el plano $x - z$ y la fase a la que emite cada uno está representada por un color. El punto focal de la trampa se encuentra en $(0, y = 4[\text{cm}], 0)$. 1-a) Vista del campo de presión de una trampa de pinza en el plano $y - x$. 1-b) Vista del campo de presión de la trampa de pinza en el plano $x - z, y = 4[\text{cm}]$. 2-a),2-b) Vistas del campo de presión de una trampa de vórtice. 40

Tipos de emisores utilizados para los distintos métodos de levitación acústica y métodos de levitación acústica. a) Esquema de un transductor Langevin. 1-a) Tornillo de acople, 2-a) Masa trasera, 3-a) Cerámicas piezoeléctricas, 4a) Electrodo, 5-a) Masa delantera, 6-a) Amplificador mecánico. b) Transductor Langevin(THORLABS PKT40B). c) Arreglo Emisor-Reflector cóncavos[20]. d) Arreglo Emisor-Emisor de dos transductores Langevin (Argonne National Laboratory). e) Transductor Ultrasónico (Murata) y arreglo 10x10 de transductores en placa plana cuadrada[31]. 42

Esquema de campo de presión generado con el software de simulación de Ultraino[44]. El campo se presenta en laminas 2D. En 1) se tiene una vista frontal $(x, y, z) = (x, 0, z)$ del campo de presión con los transductores presentes en un corte 2D. En 2) se tiene un corte horizontal en el plano x-y a una altura $z=0.0155$ [m]. Cada uno de los transductores tiene diámetro 0.0090 [m] y está emitiendo a la misma fase ($\phi=0$) , 40 kHz. La sensibilidad del transductor es de 2.4 [Pa]/[m] para un voltaje de 15Vpp. 47

Simulación del campo de presión elaborado en el software de simulación de Ultraino[44] donde determinados Transductores, elegidos al azar, tienen amplitud de onda nula (no emiten-color azul oscuro). a) Perfil Original. b) 5 transductores del arreglo superior y 7 del arreglo inferior están apagados. c) 16 transductores en cada arreglo están apagados. d) Simulación de la emisión de cada transductor. e) Dos transductores enfrentados emitiendo a la misma frecuencia generando un patrón de onda estacionaria. El modelo de Transductores en este caso son de marca Murata y de 10 [mm] de diámetro. 48

Esquemas de Presión(parte real), Velocidad(parte real), Potencial de Gor'kov y Fuerza en el eje z , simulados con un voltaje de la fuente de 7V. Las líneas verticales indican la posición de cada nodo de presión donde puede levitarse una partícula. 53

Esquemas de la Presión(parte real), Velocidad(parte real), Potencial de Gor'kov y Fuerza en el eje radial, simulados con un voltaje de la fuente de 7V, en el punto de equilibrio estable ubicado en $z = 2.4$ [mm]	54
Simulación del campo de Presión(valor absoluto) y potencial de Gor'kov para una partícula de Polipropileno. La simulación corresponde a un voltaje de la fuente 7 [V].1-a, muestra un corte 2D vertical (Eje z vertical en [mm]) del campo de Presión. 1-b potencial de Gor'kov. Las figuras 2 muestran un corte horizontal (plano radial, x en [mm]) en la ubicación del primer mínimo de presión ubicado en $z = 2.4$ [mm], 2-a campo de presión ; 2-b potencial de Gor'kov.	57
Potencial de Gor'kov para distintas fases del emisor superior (El emisor inferior está emitiendo a fase cero) para las fases $\varphi = 0, \pi/12, 2\pi/12, 5\pi/12$. Las simulaciones corresponden para un voltaje de la fuente de 8[V] . Las posiciones x indican la posición del mínimo de potencial en el eje longitudinal z .	58
Montaje experimental utilizado para marcar la polaridad de los transductores. A) Soporte que sostiene un transductor y cintas de cobre por donde pasa la señal del osciloscopio. B) Ondas recibidas (verde) y emitidas (amarilla) en desfase. C) Ondas emitidas y recibidas en fase.	61
Esquema de colocación de los transductores en la base de acrílico. Las patas de los transductores con polaridad positiva se colocan apuntando hacia el centro del arreglo (puntos rojos).	62
Esquema del circuito. El diagrama muestra las conexiones entre los emisores del levitador. 1) Par de emisores del levitador. 2) Doble puente H Driver L298N. 3) Arduino Nano. 4) Conector Jack Hembra 2.1 mm. 5) Base TinyLev[1] con 3 botones.	63
Medidas del levitador acústico TinyLev[1] y delimitación de los nodos de presión para levitar la partícula. a) Medidas del perfil vertical del levitador (z), la región importante es la que se encuentra entre los emisores, esta región mide aproximadamente 11.2[mm]. En esta región se delimita una subregión de 10[mm] que debería contener los primeros nodos. b) Vista desde arriba del levitador. c) Partícula levitada de polipropileno que esta levitada en la región dentro de las marcas de aproximadamente 10[mm]. d) Esquema simulado del campo de presión del levitador, puede observarse que la región de 10[mm] alberga los dos primeros nodos de presión.	66
Arreglo experimental utilizado para el cálculo del periodo de las oscilaciones. a)-b) Esquema del arreglo y arreglo respectivamente. c) Imagen de un cuadro del video obtenido. En el video cada una de estas partículas se encuentra oscilando.	70
Análisis de las Oscilaciones para la partícula de Polipropileno. A la izquierda: Oscilación en z . A la derecha: Oscilación radial.	71
Análisis de las oscilaciones del Poliestireno expandido para un voltaje de la fuente de 6[V]. 1-a) Oscilación en la dirección radial. 1-b) Oscilación en la dirección longitudinal z . 2-a),2-b) Transformadas rápidas de Fourier del tiempo para las oscilaciones 1-a),1-b) respectivamente.	72
Análisis de las oscilaciones del Poliestireno Expandido para un voltaje de la fuente de 7[V].	73
Análisis de las Oscilaciones del Poliestireno Expandido para un voltaje de la fuente de 8[V].	73

Esquema del arreglo utilizado para medir el campo de presión. a) Esquema de la grilla utilizado (no a escala) cada uno de los cuadros representa una región que contiene un punto donde se toma la medida del campo de presión. El micrófono se mueve con un paso de 0.5 [mm] b) Vista lateral del experimento. c) Vista frontal del experimento.	75
Mapa del campo de presión entre los emisores del levitador elaborado utilizando un micrófono de presión y con el levitador funcionando a 7V de la fuente ($10.56 V_{pp}$ en los emisores) sin ninguna muestra presente. El perfil del campo de presión b) se compara con una simulación del campo para el mismo voltaje a).	76
Gota de agua atrapada en el levitador. Al aumentar el voltaje en el levitador la amplitud de la onda de presión aumenta. La gota de agua atrapada entre dos máximos de presión es afectada por este aumento de la presión y sufre inestabilidades.	77
Ajustes cuadráticos para la relación del voltaje y la constante elástica de aproximación por el modelo de oscilador armónico.	79

