Asociación Argentina



de Mecánica Computacional

Mecánica Computacional Vol XXXIII, págs. 2247-2266 (artículo completo) Graciela Bertolino, Mariano Cantero, Mario Storti y Federico Teruel (Eds.) San Carlos de Bariloche, 23-26 Setiembre 2014

ESTUDIO DE LA AERODINÁMICA NO LINEAL E INESTACIONARIA DE SEMILLAS VOLADORAS AUTORROTANTES

Bruno Roccia^{a,b,c}, Sergio Preidikman^{b,c}, Luis Ceballos^{a,b} y Julio Massa^b

^a Departamento de Mecánica, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Río Cuarto, Campus Universitario, Ruta Nacional 36 Km. 601, 5800 Río Cuarto, Argentina. Tel./Fax.: 0358-4676246, broccia@ing.unrc.edu.ar, http://www.ing.unrc.edu.ar

^bDepartamento de Estructuras, Facultad de C. E. F y N, Universidad Nacional de Córdoba, Tel.: 0351-4334145, Casilla de Correo 916, 5000 Córdoba, Argentina. jmassa@efn.uncor.edu, http://www.efn.portal.uncor.edu

^c CONICET – Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas, Av. Rivadavia 1917, Buenos Aires, Argentina, spreidik@wam.umd.edu, <u>http://www.conicet.gov.ar</u>

Palabras clave: Aerodinámica inestacionaria y no lineal, Semillas autorrotantes, Biología.

Resumen. A lo largo de millones de años de evolución, ciertas especies vegetales han desarrollado estrategias de diseminación para aumentar su población: sus frutos o semillas poseen "órganos" que les permiten generar suficiente fuerza de sustentación como para mantenerse en vuelo durante un razonable período de tiempo mientras caen. Las semillas que al caer ejecutan un movimiento de autorrotación son llamadas *sámaras* y son, quizás, las "aviadoras" más simples, estables y eficientes que la naturaleza ha creado.

En este trabajo se presenta el desarrollo de una herramienta de simulación numérica que permite estudiar la aerodinámica no lineal e inestacionaria asociada al movimiento de autorrotación exhibido por las sámaras. El modelo aerodinámico adoptado es una versión modificada de la versión 3D del "unstedy vortex-lattice", una generalización del conocido "vortex-lattice method", ampliamente utilizado en flujos incompresibles y estacionarios. El movimiento de los puntos ubicados sobre el apéndice a modo de ala (esto es, la superficie sustentadora) de la semilla autorrotante se describe utilizando un modelo cinemático desarrollado con anterioridad por los autores de este trabajo.

La combinación entre el modelo cinemático y el modelo aerodinámico, junto con un preprocesador para generar la geometría de la sámara, constituyen una herramienta computacional que permite: 1) definir en forma paramétrica geometrías para la sámara y generar patrones de rotación y descenso para la semilla, 2) calcular el campo de movimiento del fluido alrededor de la semilla y las cargas aerodinámicas actuantes sobre ésta; y, 3) tener en cuenta todas las posibles interferencias aerodinámicas.

Con el fin de verificar el código computacional desarrollado, validar la utilización del modelo aerodinámico adoptado y determinar sus límites en lo que concierne a su aplicación al estudio de semillas autorrotantes se contrastaron dos problemas muy bien documentados en la literatura: el primero referido a una placa plana inmersa en una corriente de aire, y el segundo a un rotor en vuelo suspendido (*hovering*) que alcanza el estado estacionario. En la parte final, como caso de estudio se presentan resultados numéricos concernientes a la aerodinámica de una semilla rotante (semilla de arce) sin torsión.

Esta línea de investigación está orientada a desarrollar herramientas de simulación para estudiar la dinámica y la aerodinámica de semillas autorrotantes, y desarrollar sistemas dinámicos finitos para estudiar la aeroservoelasticidad de micro-vehículos aéreos inspirados, potencialmente, en esta inteligente estrategia de diseminación aérea.

1 INTRODUCCIÓN

La inspiración en la biología o emulación consciente de la genialidad con la cual la naturaleza ha resuelto muchos de los problemas que nosotros nos esforzamos en resolver aún hoy, establece un camino hacia un futuro sustentable, y más aún, constituye una estrategia de supervivencia para la humanidad. Mientras más fina sea la brecha entre el mundo artificial y el universo natural, mayor es nuestra probabilidad de sobrevivir en él (Benyus, 2002). En particular, el desarrollo de micro-vehículos aéreos (MAVs) no tripulados basados en conceptos de diseño inspirados en la naturaleza constituye una alternativa eficiente para la construcción de una nueva generación de máquinas voladoras que minimicen el consumo de energía y, al mismo tiempo, maximicen su capacidad de maniobra. No sólo serán más pequeñas y silenciosas, sino que serán capaces de maniobrar entre los edificios y en espacios reducidos, y aterrizarán sobre terrazas y balcones de departamentos (Viswanath *et al.*, 2014). El desarrollo de esta nueva tecnología contribuirá sin lugar a dudas a la solución de problemas de diferente índole: científicos, comerciales, de defensa y de seguridad; tanto a nivel mundial como a nivel nacional (Mueller y Delaurier, 2001).

En las últimas décadas, diferentes grupos de investigación alrededor del mundo han abordado la difícil tarea de estudiar y desentrañar la compleja física que caracteriza el vuelo a pequeña escala. Sin embargo, a pesar de los continuos avances que se producen en esta área, muchos de ellos atribuidos al equipo de Dickinson (*Dickinson Lab*, Washington University, USA) y al Grupo de Vuelo Animal liderado por Ellington (*Flight Animal Group*, Cambridge University, Inglaterra), aún existen numerosos interrogantes que necesitan ser estudiados (Pines y Bohorquez, 2006).

Originalmente, la comunidad científica se concentró en el estudio de insectos voladores; esfuerzo que dio origen a la construcción de un gran número de MAVs basados en el concepto de alas batientes (Roccia, 2013). Sin embargo, existen en la actualidad, entes biológicos concebidos por la naturaleza que aventajan a sus análogos mecánicos en muchos aspectos, tales como la relación tamaño/autonomía del vehículo. Estas barreras técnicas han impulsado nuevos paradigmas de diseño, también inspirados en la naturaleza.

Una alternativa atractiva a las alas batientes está basada esencialmente en la extraordinaria simplicidad con la cual un gran número de plantas utilizan el viento para trasladar sus semillas a grandes distancias desde su lugar de origen (Horn *et al.*, 2001; Nathan, 2006). Dentro de los métodos de dispersión aérea adoptados por diferentes semillas y frutas voladoras, el más interesante desde un punto de vista ingenieril es el vuelo por autorrotación (*spinning flight*) (Pandolfi y Izzo, 2013). Las semillas que ejecutan un movimiento rotatorio mientras descienden son llamadas *sámaras* y son, quizás, los "aviadores" más simples, estables y eficientes que la naturaleza ha creado. Más aún, el vuelo exhibido por las sámaras es un ejemplo de elegancia y balance; donde se transforma energía potencial gravitatoria en energía cinética rotacional prolongando un descenso helicoidal aerodinámicamente estable.

Los primeros estudios referidos a semillas rotantes se remontan al comienzo de la década del 50 y estaban orientados a cuantificar los mecanismos que favorecen la dispersión de esta clase especial de semillas. Posteriormente, fueron publicados numerosos trabajos en este campo con el objetivo de estudiar las características morfológicas de las sámaras tales como: rugosidad, forma de la superficie sustentadora, posición del centro de masa y espesor del borde de ataque (Seter y Rosen, 1992; Azuma y Yasuda, 1997). Por otro lado, el comportamiento aerodinámico de estos entes biológicos es poco comprendido y la mayoría de los trabajos que existen sobre el tema en la literatura son de índole experimental.

Un análisis preciso de la aerodinámica de una semilla rotante requiere el estudio de un objeto que rota continuamente soportado, solamente, por fuerzas aerodinámicas. La rotación puede ser estable o inestable dependiendo de la configuración geométrica del objeto y de las condiciones de flujo en el cual se encuentre inmerso. Isaac Newton fue el primero en describir el movimiento de un cuerpo cayendo libremente en un medio fluido en su obra *The Principia*. No obstante, fue Maxwell, en 1854, quien condujo el primer estudio sistemático del fenómeno de autorrotación (1894). Maxwell observó que una placa plana que experimenta un movimiento descendente en un medio fluido comenzará a girar incluso cuando no exista velocidad angular inicial; deduciendo que el centro de presión (CP) y el centro de masa (CM) no coinciden durante el movimiento de descenso. Esta discrepancia en las posiciones del CP y CM produce un torque que finalmente desencadena un movimiento rotatorio o giro.

Sin embargo, no fue hasta la segunda mitad del siglo XX que el fenómeno de autorrotación de las semillas tuvo la atención de la comunidad científica. En particular, las semillas de arce (maple seeds) fueron utilizadas extensivamente para la experimentación debido a que su relación Ω/V_D es relativamente alta (Ω es la velocidad de rotación y V_D es la velocidad de descenso). Norberg (1973), condujo el primer estudio científico sobre una semilla alada, empleando un modelo plano para la semilla y la teoría de momento para su análisis. Norberg asumió, además de la hipótesis de semilla plana, que la masa del ala estaba concentrada a lo largo del eje que se extiende desde la raíz hasta la puntera del ala. Burrows (1975) y McCutchen (1977) utilizaron resultados derivados del estudio de helicópteros y perfiles de alas para investigar el origen del inicio de la autorrotación de sámaras. Es importante destacar que las fuerzas asociadas a la autorrotación determinan una importante característica dinámica de las sámaras: la taza de descenso o velocidad terminal de la misma.

Al mismo tiempo, Green (1980) utilizó técnicas basadas en fotografías estroboscópicas sobre un gran número de muestras de siete diferentes especies de semillas autorrotantes con el objetivo de medir diversos parámetros morfológicos, cinemáticos, dinámicos y aerodinámicos, tales como: masa, radio, ángulo de cono, ángulo de ataque, velocidad terminal, velocidad angular, orientación, capacidad de carga y número de Reynolds, entre otros. Green encontró una alta correlación entre la taza de descenso y la raíz cuadrada de la carga sobre el ala (peso de la sámara divido por la superficie del ala, *wing loading*). Años más tarde, Azuma y Yasuda (1989; 1997) llevaron a cabo estudios exhaustivos del comportamiento aerodinámico de las sámaras encontrando diferencias sustanciales con respecto al caso de semillas que descienden hacia el suelo por medio del planeo.

Lentink *et al.* (2009) utilizaron un modelo dinámicamente escalado de una semilla de arce para estudiar el flujo tridimensional alrededor de la misma y encontraron que las sámaras generan suficiente fuerza de sustentación por medio de la formación de un vórtice estable sobre el borde de ataque (*leading-edge vortex*, LEV); este fenómeno permite a estas verdaderas estructuras voladoras permanecer en el aire más tiempo que cualquier otra variedad de semillas no rotantes. Se debe notar, además, que el LEV es una característica crucial en el vuelo animal, que permite explicar las grandes fuerzas de sustentación producidas por insectos, murciélagos y aves (Birch y Dickinson, 2001). Sobre esta base Lentink y sus colaboradores señalaron que la generación de un LEV estable representa una solución convergente en el contexto del vuelo natural, tanto en animales como en plantas.

Salcedo *et al.* (2013) utilizaron una técnica basada en velocimetría digital de imágenes de partículas (*digital particle image velocimetry*, DPIV) para conducir un estudio experimental del campo de fluido tridimensional que se genera alrededor de las semillas rotantes mientras descienden. Esos investigadores obtuvieron una detallada estructura tridimensional del LEV, en concordancia con los resultados reportados por Lentink *et al.* (2009).

Otro fenómeno, muy poco entendido en el vuelo de las sámaras, es la fase de transición. En esta fase la semilla deja de "simplemente caer" y comienza a rotar. Varshney *et al.* (2012) diseñaron un experimento con el objetivo de determinar la cinemática 3D del ala durante todo el período de descenso. El equipo de Varshney concluyó que la transición inicial desde el reposo hasta un estado de rotación estacionario ocurre en tres etapas: un giro en la dirección de la envergadura del ala, seguida de una inclinación hacia el eje vertical, lo cual induce por último una rotación alrededor del eje vertical y una abertura del ángulo de cono, antes de alcanzar finalmente un estado de descenso equilibrado.

Desde un punto de vista numérico, recientemente se han llevado a cabo estudios dinámicos y aerodinámicos de placas planas autorrotantes con relaciones de aspecto altas inmersos en medios fluidos caracterizados por un número de Reynolds superior a 10^3 (Andronov *et al.*, 2007; Mittal *et al.*, 2004); tales análisis arrojaron resultados similares a estudios experimentales conducidos con anterioridad.

Sin embargo, un estudio numérico orientado a investigar la influencia de los diferentes parámetros cinemáticos sobre las fuerzas aerodinámicas que se desarrollan sobre el ala de la semilla mientras desciende no está disponible en la literatura.

En este trabajo se presenta el desarrollo de una herramienta de simulación numérica para estudiar la aerodinámica no lineal e inestacionaria asociada al movimiento de autorrotación exhibido por las sámaras. El modelo aerodinámico adoptado una versión modificada de la versión 3D del *"unstedy vortex-lattice"*, una generalización del conocido *"vortex-lattice method"*, ampliamente utilizado en flujos incompresibles y estacionarios. El modelo fue modificado con el objeto de: *i*) definir en forma paramétrica geometrías para la sámara, *ii*) generar patrones de rotación y descenso para la semilla, *iii*) calcular el campo de movimiento del fluido y la vorticidad adherida a la semilla, *iv*) determinar la distribución de vorticidad y la topología de las estelas vorticosas emitidas desde los bordes filosos de las superficies sustentadoras de la semilla autorrotante, *v*) evaluar las cargas aerodinámicas actuantes sobre ésta; y, *vi*) tener en cuenta todas las posibles interferencias aerodinámicas.

2 SEMILLAS AUTORROTANTES

Sin duda, uno de los diseños evolutivos más fascinantes dentro del reino vegetal son las semillas aladas que exhiben un movimiento de autorrotación mientras caen hacia el suelo. Como consecuencia de esta rotación las "semillas autorrotantes" (sámaras) descienden con una velocidad terminal mucho menor que el resto de las semillas que utilizan otros medios de dispersión aérea. Específicamente, las diferencias más importantes entre las semillas que planean y aquellas que utilizan la autorrotación son: i) el centro de gravedad de toda la semilla está localizado en un extremo de la misma; y ii) el área del ala S es pequeña, pero el área del disco (o de barrido) A generada por la rotación del ala es grande. La primera propiedad favorece el rápido inicio de la autorrotación, mientras que la segunda permite alcanzar un descenso estable de la semilla en su camino hacia el suelo.

Numerosos experimentos han mostrado que en una atmósfera tranquila ciertas sámaras (por ejemplo las semillas de arce, Figura 1*a*) pueden seguir dos tipos de trayectorias distintas. En el modo de vuelo más frecuente, el centro de rotación describe una línea vertical recta y coincide aproximadamente con la trayectoria descripta por el centro de masa; por otra parte, la curva espacial que traza la punta del ala mientras rota y desciende es una hélice simple (ver Figura 1*b*). Además de este tipo de vuelo, existe un segundo tipo más complejo que el anterior (ver Figura 1*c*), caracterizado por un movimiento compuesto en el cual el centro de rotación del ala también ejecuta un movimiento helicoidal (Ward-Smith, 1984).



Figura 1: Semilla autorrotante. (a) Semilla de arce; (b) Movimiento simple; (c) Movimiento compuesto.

3 DESCRIPCIÓN DEL MODELO

La geometría del modelo adoptado en este trabajo para estudiar la cinemática de las semillas autorrotantes corresponde a la semilla del arce (*griseum pax*), dicho modelo se elaboró completamente en MATLAB[®], y se utilizó una técnica de parametrización con el fin de construir modelos de diferentes tamaños conservando las proporciones de la semilla (ver Figura 2). Se utilizaron elementos cuadriláteros simples de cuatro nodos para discretizar la superficie plana que modela el ala de la sámara.



Figura 2: Geometría espacial del modelo adoptado; (*a*) Fotografía de una sámara real; (*b*) Modelo geométrico construido en MATLAB[®].

La construcción del modelo computacional por medio de elementos cuadriláteros es esencial para una rápida implementación del método de red de vórtices no lineal y noestacionario (UVLM) (Roccia *et al.*, 2013a). En la Tabla 1 se presentan valores concernientes a la morfología y cinemática para la semilla de arce usada como caso de estudio.

3.1 Sistemas de referencia

Los sistemas de referencia comúnmente utilizados para estudiar el movimiento del ala de una semilla voladora en ausencia de deformaciones son dos (Azuma y Yasuda, 1989):

1) un sistema de referencia fijo al cuerpo, ubicado en el centro de rotación de la semilla (CR);

2) un sistema de referencia fijo a la tierra o inercial.

Propiedades del modelo de la semilla de arce usada como caso de estudio			
S	Área del ala	3.04	cm ²
R	Radio de rotación	2.85	cm
L	Longitud del ala	3.62	cm
A	Área barrida por el ala	25.5	cm ²
AR	Relación de aspecto	4.33	
т	Masa	0.058	g
Ω	Velocidad angular principal	977	rpm
V_D	Tasa de descenso	0.82	m/seg
β	Ángulo de cono	23.7	grados
α	Ángulo de ataque	1.17	grados
Re	Número de Reynolds	1370	

Tabla 1: Características morfológicas y cinemáticas del modelo de la semilla de arce (griseum pax).



Figura 3: Definición de los sistemas de referencia.

En este trabajo el sistema inercial sobre el ala es denotado por $\mathbf{B} = \{\hat{\mathbf{b}}_1, \hat{\mathbf{b}}_2, \hat{\mathbf{b}}_3\}$ y el sistema de referencia inercial por $\mathbf{N} = \{\hat{\mathbf{n}}_1, \hat{\mathbf{n}}_2, \hat{\mathbf{n}}_3\}$ (ver Figura 3).

Los vectores unitarios $\hat{\mathbf{n}}_i$ y $\hat{\mathbf{b}}_i$ para i = 1, 2, 3 cumplen con las siguientes condiciones:

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{n}}_1, \ \hat{\mathbf{n}}_2, \hat{\mathbf{n}}_3 \end{bmatrix} = \hat{\mathbf{n}}_1 \cdot (\ \hat{\mathbf{n}}_2 \times \hat{\mathbf{n}}_3) = +1; \ \mathbf{y}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{b}}_1, \hat{\mathbf{b}}_2, \hat{\mathbf{b}}_3 \end{bmatrix} = \hat{\mathbf{b}}_1 \cdot (\ \hat{\mathbf{b}}_2 \times \hat{\mathbf{b}}_3) = +1.$$
(1)

donde: • indica producto interno, y \times indica producto vectorial.

Las condiciones impuestas por las ecuaciones (1) indican que el conjunto de vectores que forman los marcos de referencias N y B generan bases ortonormales y dextrógiras (cumplen con la regla de la mano derecha) (Shuster, 1993).

3.2 Parámetros cinemáticos

El movimiento de la semilla en el espacio tridimensional está caracterizado por un conjunto de variables denominadas "parámetros cinemáticos". Entre las más importantes se pueden citar el ángulo de cono β y el ángulo de ataque geométrico α (o de cabeceo, *pitch*). El ángulo de cono se define como el ángulo formado por el eje longitudinal de la sámara y el plano horizontal y es positivo cuando el ala se encuentra por encima del plano horizontal. Este ángulo tiene una influencia directa en la estabilización del movimiento rotacional de la sámara. El ángulo de ataque geométrico especifica la rotación del ala respecto de su eje longitudinal. Para una descripción de tales parámetros el lector es referido al trabajo de Roccia *et al.* (2013b).

3.3 Relaciones cinemáticas

Para obtener la orientación del marco de referencia **B** fijo al cuerpo de la semilla respecto del marco de referencia **N**, se utiliza una secuencia de ángulos de Euler (3-1-2) mediante el ángulo Ωt (ángulo generado por la velocidad angular asociada a la rotación de la semilla en el tiempo t), y los ángulos β (ángulo de cono) y α (ángulo de ataque geométrico) previamente definidos. Además, en el modelo se incluyó un parámetro adicional que permite prescribir un ángulo de torsión γ (geométrico, no dependiente del tiempo) sobre el ala de la semilla que varia linealmente desde la raíz hasta la puntera del ala. Se propone $\gamma = \gamma_0 \overline{\eta}$, donde γ_0 es el ángulo de torsión en la punta del ala y $\overline{\eta} = \eta/R$ es una variable adimensional que especifica la posición de puntos materiales sobre el eje longitudinal del ala.

A su vez, cada transformación tiene asociada una matriz ortogonal de rotación, de modo tal que la secuencia descripta anteriormente puede escribirse como el siguiente producto matricial,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{T}_{BN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{BA'(\alpha)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{A'A(-\beta)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{AN(-\Omega t)} \end{bmatrix}.$$
 (2)

donde,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{T}_{BN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\alpha c\Omega t - s\alpha s\beta s\Omega t & -c\alpha s\Omega t - s\alpha s\beta c\Omega t & -s\alpha c\beta \\ c\beta s\Omega t & c\beta c\Omega t & -s\beta \\ s\alpha c\Omega t + c\alpha s\beta s\Omega t & -s\alpha s\Omega t + c\alpha s\beta c\Omega t & c\alpha c\beta \end{bmatrix}.$$
 (3)

donde s y c significan sin (\cdot) y cos (\cdot) respectivamente.

En la ecuación (5), se escribe directamente la expresión final para la velocidad de un punto arbitrario P sobre el ala. El lector puede derivar dichas fórmulas siguiendo el procedimiento descripto en Roccia *et al.*, (2011, 2013b).

El vector velocidad angular del marco **B** respecto del marco inercial **N** es calculado mediante el teorema de adición (Kane, 1968). Teniendo en cuenta la secuencia de ángulos de Euler presentada anteriormente se tiene,

$$\boldsymbol{\omega} = \Omega \, \hat{\mathbf{n}}_3,\tag{4}$$

Finalmente, la velocidad respecto del marco N de un punto genérico P sobre el ala resuelta en términos del marco de referencia N es,

$$\mathbf{V}_{P} = \mathbf{R}_{0} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r},$$

= $V_{D} \hat{\mathbf{n}}_{1} + \boldsymbol{\overline{\omega}} \mathbf{r}.$ (5)

donde el punto sobre la variable indica derivada con respecto al tiempo, V_D es la tasa de descenso definida en la Tabla 1, y $\bar{\omega}$ es un tensor antisimétrico asociado al vector axial velocidad angular ω .

En la Figura 4 se muestra la trayectoria tridimensional de dos puntos pertenecientes al ala de una sámara (sin considerar torsión) obtenido con la formulación cinemática presentada anteriormente: un punto ubicado sobre la punta del ala (trayectoria en color azul) y otro localizado sobre el eje longitudinal del ala en una estación ubicada al 50% de la longitud del ala (trayectoria en color rojo). Los datos utilizados para llevar a cabo las simulaciones numéricas están expuestos en la Tabla 1.



Figura 4: Trayectorias 3D y proyecciones 2D de dos puntos arbitrarios sobre el ala.

3.4 Modelo aerodinámico

El método de red de vórtices no lineal y no-estacionario permite considerar no-linealidades aerodinámicas asociadas con grandes ángulos de ataque, deformaciones estáticas, y flujos dominados por vorticidad en los que el fenómeno conocido como *vortex bursting* no ocurre.

Como resultado del movimiento relativo entre el ala y el aire en reposo, se generan gradientes de velocidad que dan origen a vorticidad concentrada en una delgada región adherida a la superficie del ala (capa límite). Esta sábana vorticosa se separa desde el borde de fuga, la puntera del ala y el borde de ataque y es convectada hacia el seno del fluido para formar la estela.

Como se mencionó anteriormente, en el modelo utilizado se restringe toda la vorticidad del flujo a la capa límite adherida al sólido (cuerpo y ala de la semilla) y a las estelas; fuera de estas regiones el flujo se considera irrotacional.

Las estelas se representan mediante sábanas vorticosas libres. Sus posiciones no son especificadas ya que pueden deformarse libremente hasta adoptar configuraciones libres de fuerzas, esto es, no se produce ningún salto de presiones a través de las estelas. El flujo asociado con la vorticidad en la estela cercana al ala afecta al flujo alrededor del ala y por lo tanto a las cargas actuantes sobre ella.

Debido a que la vorticidad presente en las estelas en un instante dado fue generada y convectada desde el ala en un tiempo anterior, las cargas aerodinámicas dependen de la historia del movimiento; las estelas contienen la "historia". El campo de velocidades asociado con la vorticidad existente en un punto del espacio decae al alejarse de dicho punto; en consecuencia, a medida que la vorticidad en la estela va siendo transportada corriente abajo, su influencia decrece y por lo tanto se dice que "el historiador" va perdiendo memoria.

Los dos tipos de sábanas vorticosas (libre y adherida) están unidas en los bordes filosos del ala, donde se impone la condición de Kutta para flujos no-estacionarios. Para más detalles sobre el método de red de vórtices no lineal y no estacionario el lector puede consultar los trabajos de Konstadinopoulos et al. (1981) y Preidikman (1998).

3.4.1 Discretización de las sábanas vorticosas

En el método de red de vórtices inestacionario se reemplazan las sábanas adheridas continuas sobre las alas y el cuerpo de la semilla por una red de paneles cuadriláteros formados por segmentos vorticosos rectilíneos, $\boldsymbol{\omega}_i$, conectados entre sí en los llamados *nodos aerodinámicos* (ver Figura 5). El modelo se completa mediante una discretización similar de las estelas; donde Γ_j es la circulación del anillo vorticoso cerrado, CP_j es el punto de control del panel *j* ubicado en el centro de área, y $\hat{\mathbf{n}}_i$ es el vector unitario normal a la superficie en el punto de control *j*.



Figura 5: Discretización de la sábana vorticosa adherida al ala y al cuerpo de la sámara.

La ecuación que gobierna la evolución de las sábanas vorticosas está mal condicionada y sufre una inestabilidad del tipo de Kelvin-Helmholtz (Majda y Bertozzi, 2002). Estudios anteriores (Caflisch y Orellana, 1989; Krasny, 1986; Moore, 1975; Shelley, 1992) han determinado que:

- *i*) la solución de esta ecuación puede desarrollar singularidades en tiempo finito; aún en el caso en que las condiciones iniciales sean suaves, y
- *ii*) el intento de computar numéricamente esa solución mediante el uso de una aproximación basada en segmentos vorticosos amplifica los errores de discretización de forma tal que eventualmente la hacen "explotar".

La velocidad en un punto P que ocupa una posición espacial **x**, asociada a un segmento vorticoso, rectilíneo, de longitud finita, y con circulación espacial constante, Γ , (ver Figura 6*a*) está dada por la ley de Biot-Savart, esto es,

$$\mathbf{V}(\mathbf{x},t) = \frac{\Gamma(t)}{4\pi} \frac{\boldsymbol{\omega}(\mathbf{x},t) \times \mathbf{x}_1}{\|\boldsymbol{\omega}(\mathbf{x},t) \times \mathbf{x}_1\|_2^2} \left[\boldsymbol{\omega}(\mathbf{x},t) \cdot (\hat{\mathbf{e}}_1 - \hat{\mathbf{e}}_2)\right]$$
(6)

donde $\boldsymbol{\omega}$ es el vector vorticidad, \mathbf{x}_1 y \mathbf{x}_2 son las distancias al punto P del extremo inicial (1) y del extremo final (2) del elemento vorticoso, y los $\hat{\mathbf{e}}_1$ y $\hat{\mathbf{e}}_2$ son vectores unitarios asociados a los vectores \mathbf{x}_1 y \mathbf{x}_2 , respectivamente.



Figura 6: Velocidad de un punto dado por la Ley de Biot-Savart; (*a*) Esquema indicando las variables involucradas; (*b*) Gráfico de la velocidad asociada a un segmento vorticoso a medida que nos alejamos de él, calculada con el método de suavización implementado en este trabajo (van Garrel, 2003).

Cuando el punto *P* pertenece al segmento vorticoso, la ecuación (6) presenta una singularidad. Esta característica es no deseable desde el punto de vista numérico. El modo más común de sortear este problema consiste en reemplazar el núcleo singular de Cauchy $\mathbf{K}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)$ en la versión continua de la ley de Biot-Savart, por un núcleo "suavizado". Alternativas para suavizar el núcleo de Cauchy incluyen: "vortex-blob regularization", "vortex-patch regularization", "viscous regularization", entre otras (Majda y Bertozzi, 2002). En este trabajo se sigue una técnica de regularización ad hoc de la integral de Biot-Savart, originalmente introducida por Chorin (Anderson y Greengard, 1991). En esta técnica, el núcleo singular, $\mathbf{K}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)$, es reemplazado por un núcleo suavizado, $\mathbf{K}_{\delta}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0; \delta)$, de manera tal que cuando el parámetro δ (comúnmente conocido como radio de "*cut-off*") tiende a cero se recupera la solución correspondiente a un flujo no viscoso gobernado por las ecuaciones de Euler. Con esta regularización, la expresión para el campo de velocidades asociado a un segmento vorticoso rectilíneo, (6), toma la siguiente forma:

$$\mathbf{V}(\mathbf{x},t) = \frac{\Gamma(t)}{4\pi} \frac{\mathbf{\omega}(\mathbf{x},t) \times \mathbf{x}_1}{\|\mathbf{\omega}(\mathbf{x},t) \times \mathbf{x}_1\|_2^2 + (\delta \|\mathbf{\omega}(\mathbf{x},t)\|)^2} \left[\mathbf{\omega}(\mathbf{x},t) \cdot (\hat{\mathbf{e}}_1 - \hat{\mathbf{e}}_2)\right]$$
(7)

El valor 'conveniente' del radio de *cut-off*, desconocido a priori, se determina comparando resultados de simulaciones realizadas mediante el uso de la Ecuación (7) con soluciones conocidas para el mismo caso que fueron obtenidas usando otras técnicas.

3.4.2 Condiciones de borde

Para completar la descripción del problema es necesario adicionar a la ecuación gobernante un conjunto de condiciones de contorno (Konstadinopoulos *et al.*, 1981). La posición de la superficie del sólido es conocida, como una función del tiempo, y la componente normal de la velocidad del fluido es prescrita en la frontera. En general el sistema bajo estudio puede contener numerosos cuerpos con movimiento relativo entre sí. La superficie total de la frontera del sólido es denotada por S.

Las principales condiciones de borde son:

1. *Regularidad en el infinito*: esta condición de contorno requiere que las perturbaciones producidas en el fluido, por la presencia y el movimiento del sólido inmerso, decaigan conforme nos alejemos del mismo, matemáticamente,

$$\lim_{\mathbf{x}\to\infty} \left\| \mathbf{V}_B(\mathbf{x},t) + \mathbf{V}_W(\mathbf{x},t) \right\| \to 0$$
(8)

donde $V_B(\mathbf{x},t)$ es la velocidad asociada a la sábana vorticosa adherida al cuerpo y al ala de la semilla, $V_W(\mathbf{x},t)$ es la velocidad asociada a la sábana vorticosa libre (estela) que se desprende del borde de fuga y de la puntera del ala.

2. *Condición de no penetración*: La condición de no penetración es aplicada sobre toda la frontera del sólido inmerso en el fluido, esto es, sobre la superficie de las alas. Su posición, velocidad, y aceleración son conocidas en todo instante. Esta condición de borde, también llamada de impermeabilidad, requiere que la componente normal de la velocidad relativa a la superficie del cuerpo de todas las partículas del fluido adyacentes a la superficie del sólido sea igual cero.

$$\left(\mathbf{V}_{\infty} + \mathbf{V}_{B} + \mathbf{V}_{W} - \mathbf{V}_{p}\right) \cdot \hat{\mathbf{n}} = 0$$
⁽⁹⁾

donde \mathbf{V}_{∞} es la velocidad de la corriente libre (en caso de que no sea nula), \mathbf{V}_p es la velocidad del sólido (cuerpo y ala) definida por la ecuación (5), y $\hat{\mathbf{n}}$ es un vector unitario normal a la superficie del cuerpo.

La especificación de la condición de no penetración en cada punto de control del cuerpo *S* resulta en un sistema de ecuaciones algebraicas lineales (en general a coeficientes variables) en término de la las circulaciones $G_j(t)$ de cada anillo vorticoso y de los coeficientes de influencia aerodinámica $a_{ij}(t)$ (Katz y Plotkin, 2001; Preidikman, 1998),

$$\sum_{j=1}^{NP} a_{ij} G_j + \left(\mathbf{V}_{\infty} + \mathbf{V}_W - \mathbf{V}_p\right) \cdot \hat{\mathbf{n}}_i = 0 \quad \text{para} \quad i = 1, 2, 3, \dots, NP.$$

$$\tag{10}$$

donde *NP* es el número de paneles aerodinámicos. El sistema de ecuaciones (10) es resuelto para $G_j(t)$; la velocidad asociada a la estela, la velocidad de corriente libre, y el movimiento de la superfície del sólido son conocidos.

Una vez calculadas las circulaciones $G_j(t)$ los nodos que definen los segmentos de vorticidad en las estelas se convectan a la velocidad local del fluido. Sus nuevas posiciones se determinan mediante,

$$\mathbf{x}_{nodo}\left(t + \Delta t\right) \approx \mathbf{x}_{nodo}\left(t\right) + \mathbf{V}_{nodo}\left(t\right) \Delta t \tag{11}$$

donde $\mathbf{x}_{nodo}(t)$ es la posición del nodo en el tiempo t, $\mathbf{V}_{nodo}(t)$ es la velocidad del nodo en el tiempo t, y Δt es el incremento de tiempo (Konstandinopoulos *et al.*, 1981; Preidikman, 1998).

3.4.3 Cargas aerodinámicas

Para calcular las cargas aerodinámicas sobre la superficie sustentadora de la semilla (ala):

- 1) se computa el salto de presión en el punto de control de cada elemento por medio de la ecuación no estacionaria de Bernoulli,
- 2) se obtiene la fuerza en cada elemento *j* multiplicando el salto de presión por el área de cada panel y esa fuerza se multiplica por el vector unitario $\hat{\mathbf{n}}_{i}$, y
- se computa la fuerza y momento resultante sobre el ala sumando todas las fuerzas y momentos actuantes sobre los paneles aerodinámicos. Para flujos inestacionarios, la ecuación de Bernoulli toma la siguiente forma,

$$H(t) = \frac{\partial}{\partial t} \psi(\mathbf{x}, t) + \frac{1}{2} \nabla \psi(\mathbf{x}, t) \cdot \nabla \psi(\mathbf{x}, t) + \frac{p(\mathbf{x}, t)}{\rho}$$
(12)

donde $\psi(\mathbf{x},t)$ es la función potencial de velocidad, $\mathbf{V}(\mathbf{x},t) = \nabla \Phi(\mathbf{x},t)$, $p(\mathbf{x},t)$ es la presión, ρ es la densidad constante del fluido y H(t) es la energía total.

4 RESULTADOS NUMÉRICOS

En esta sección se presenta una serie de resultados obtenidos con una herramienta numérica que implementa las formulaciones descriptas en la Sección 3. El código computacional está escrito en FORTRAN 90 compilado para ser ejecutado en plataformas con sistema operativo Windows[®]. Para obtener mayor velocidad de ejecución se han utilizado opciones de optimización automáticas específicas para procesadores Intel[®] disponibles en el compilador Fortran empleado.

Tanto los casos de validación como los casos de estudio presentados a continuación se ejecutaron en una computadora de escritorio con una memoria RAM DDR3 de 4 Gb, un procesador i7, y un disco de almacenamiento de 2Tb. Además, la herramienta de simulación desarrollada es altamente estructurada y tiene una organización modular, lo cual permite remover y reemplazar partes individualmente, como así también, añadir nuevos modelos sin modificar la estructura general del programa. Una limitación importante asociado al código descripto es su carácter secuencial, lo cual impide aprovechar de manera óptima los recursos computacionales disponibles.

4.1 Validaciones

Con el fin de verificar el código computacional desarrollado, validar la utilización del modelo aerodinámico adoptado y determinar sus límites en lo que concierne a su aplicación al estudio de semillas autorrotantes se presenta a continuación la reproducción de dos problemas muy bien documentados en la literatura. El primer caso de validación consiste de una placa plana inmersa en una corriente de aire, y el segundo consiste de un rotor en vuelo suspendido (*hovering*) que alcanza el estado estacionario.

4.1.1 Ala rectangular plana (AR = 1)

En esta Subsección, se considera un ala rectangular con una relación de aspecto AR = 1. El ala comienza a moverse impulsivamente con una velocidad constante. En las Figuras 7*a* y 7*b*, se graficó el coeficiente de fuerza normal C_N y el coeficiente de momento C_M para diferentes valores del ángulo de ataque (en estado estacionario). Se comparan resultados propios con valores numéricos publicados por Konstandinopoulos *et al.* (1981) y con datos experimentales reportados por Belotserkovskii (1977). Se observa una excelente correspondencia entre los resultados obtenidos con la presente herramienta y aquellos obtenidos numéricamente con la versión original del UVLM desarrollada por Konstandinopoulos. La concordancia con los resultados experimentales es muy buena también considerando que el caso estudiado es muy extremo, y la capacidad del modelo numérico es llevada al límite.



Figura 7: Ala rectangular; (a) coeficiente de fuerza normal; y (b) coeficiente de momento.

4.1.2 Rotor en vuelo suspendido

Consideramos el experimento estudiado por Caradonna y Tung (1981). Un rotor de dos palas con una relación de aspecto AR = 6, un perfil alar NACA 0012 y una cuerda de 7.5 in. Las palas no están torsionadas y poseen un ángulo de pre cono de 0.5°. El ángulo de ataque es 8° y la velocidad angular es 1250 rpm. Los resultados se presentan para secciones localizadas al 50, 68, 80, 89, y 96% de la longitud de la pala.

En las Figuras 8*a* hasta 8*e* se presenta la distribución del coeficiente de salto de presión a lo largo de la cuerda adimensional, ΔC_P vs. *x/c*. La Figura 8*f* muestra la distribución del coeficiente de sustentación a lo largo de la envergadura adimensional, C_L vs. *y/b*.



Figura 8: Comparación de la distribución de $\Delta C_P y C_L$ para un rotor con dos palas en vuelo suspendido.

En la Figura 8 se observa que todas las distribuciones de ΔC_P obtenidas en las simulaciones numéricas tienen una excelente concordancia con los resultados experimentales, las pequeñas diferencias se pueden atribuir a la discretización de la pala que incluye sólo 12 paneles en la dirección de la cuerda. Con respecto a la distribución de C_L , aunque los resultados tienen también muy buena correspondencia, se observa una diferencia marcada en la estación y/b = 0.8 en concordancia con un valor sobreestimado del ΔC_P sobre el borde de ataque (Figura 8*c*). Esta sobreestimación del C_L y del ΔC_P hacia la porción externa del ala puede atribuirse a la ausencia del efecto de los vórtices de puntera. Además, debe destacarse la posibilidad de la presencia de efectos de compresibilidad, debido a que la porción externa de la pala se encuentra en un rango subsónico medio.

4.2 Aerodinámica de semillas autorrotantes

En esta Subsección, se presentan resultados numéricos concernientes a la aerodinámica de una semilla rotante (semilla de arce) sin torsión, cuyas propiedades morfológicas y cinemáticas están listadas en la Subsección 3.1 (Tabla 1). Si bien Lentink *et al.* (2009) demostraron que la separación adicional desde el borde de ataque tiene un rol fundamental en el vuelo de las sámaras, en este trabajo no se incluye el modelado del LEV. A pesar de que este fenómeno se puede añadir de una manera relativamente sencilla utilizando el mecanismo prendido/apagado (*on/off*) propuesto por Roccia *et al.* (2013a), la inclusión del mismo limita el número de revoluciones que pueden ser simulados, impidiendo de esta manera alcanzar el estado estacionario. Esta restricción radica en la interferencia (inestabilidad numérica) que se genera entre las estelas desprendidas desde el borde de ataque, el borde de fuga y la puntera del ala.

La sábana vorticosa que modela la capa límite sobre la semilla (ala + semilla) consta de 500 paneles aerodinámicos, de los cuales 300 corresponden al ala y 200 al cuerpo que modela la semilla. Cada ciclo de revolución se discretizó en 80 pasos de tiempo, y se simularon en todos los casos 4 revoluciones completas de la semilla (240 pasos de tiempo). El conjunto de magnitudes características utilizadas para adimensionalizar tanto el modelo aerodinámico como así también el cinemático consta de tres variables independientes y una cuarta dependiente de las otras tres. Estas cantidades son: *i*) la longitud característica, L_c ; *ii*) el tiempo característico, T_c ; y *iii*) la densidad característica, ρ_c . Por último la velocidad característica, V_c , es simplemente el cociente entre las cantidades L_c y T_c respectivamente, y son calculadas como sigue,

$$L_{c} = \sqrt{\frac{A}{NP}} = 0.87741 \text{ mm},$$

$$T_{c} = \frac{1}{\Omega} \frac{1}{N_{ps}} = 7.6774 \times 10^{-4} \text{ seg},$$

$$\rho_{c} = \rho_{aire} = 1.00 \times 10^{-9} \text{ Kg/mm}^{3}, \text{ y}$$

$$V_{c} = \frac{L_{c}}{T_{c}} = 1142.85 \text{ mm/seg}.$$
(13)

donde *A* es el área de todos los paneles que conforman la sábana adherida, *NP* es el número de paneles que compone la sábana adherida del ala de la semilla, N_{ps} es el número de pasos de tiempo de simulación, y Ω está definido en la Tabla 1.

En la Figura 9*a* se presenta el gráfico de la fuerza de sustentación para cuatro revoluciones completas de la semilla. Se observa que luego de la primer revolución la fuerza de sustentación se estabiliza alrededor de 6.6×10^{-4} N; siendo este el valor en estado estacionario. En estado estacionario la fuerza de sustentación debida al movimiento rotatorio de la semilla equilibra directamente su peso, el cual, para la especie analizada en este trabajo, oscila entre 5.5×10^{-4} y 6.5×10^{-4} N. Estos valores son alentadores ya que permiten inferir que el modelo aerodinámico adoptado en este trabajo es adecuado para describir la física que caracteriza el vuelo de las semillas voladoras. La Figura 9*c* muestra la evolución del momento alrededor del eje de rotación para cuatro revoluciones de la semilla. Este valor se estabiliza alrededor de 1.78 $\times 10^{-7}$ Nmm.



Figura 9: (*a*) Sustenación; (*b*) Distribución de ΔC_P a lo largo de la envergadura del ala de la semilla; (*c*) Momento alrededor del eje $\hat{\mathbf{n}}_3$ (eje vertical); y (*d*) Ángulo de ataque efectivo a lo largo de la envergadura.

La Figura 9*b* muestra la distribución del coeficiente de salto de presión a lo largo de la envergadura de la semilla, notándose una caída abrupta en la zona próxima a la puntera del ala, zona donde el ángulo de ataque efectivo muestra un incremento significativo (Figura 9*d*).

Por otro lado, el ángulo de ataque efectivo, $\alpha_{efec}(t)$, depende fuertemente de la velocidad tangencial de la semilla debida a su movimiento rotatorio, de la velocidad de descenso y de la velocidad local del fluido. Como se puede observar en la Figura 9*d* este ángulo se incrementa hacia el centro de rotación donde toma valores próximos a los 60° y disminuye hasta los 20° cerca de la puntera del ala.

Cualitativamente, la distribución de valores para el ángulo de ataque efectivo a lo largo de la envergadura mostrados en la Figura 9*d* son consistentes con los valores experimentales medidos por Lentink *et al.* (2009) para diferentes especies de semillas autorrotantes. Sin embargo, el incremento de $\alpha_{efec}(t)$ hacia la puntera del ala (coincidente con un descenso brusco en el ΔC_P) no fueron reportado en el trabajo de Lentink y colaboradores. Si bien es necesario realizar más pruebas, este fenómeno podría responder a una cuestión de forma (geometría de la semilla). A diferencia de las alas de aeronaves o aspas de helicópteros donde el borde de fuga y la puntera del ala están bien delimitados, en estructuras biológicas como las analizadas en este trabajo no sucede lo mismo. La puntera del ala y el borde de fuga no se encuentran bien demarcados y se confunden en un único borde filoso (con mucha curvatura) donde el desprendimiento de vorticidad toma lugar. Esta forma geométrica crea un intenso vórtice de "puntera" el cual podría ser responsable del aumento del ángulo de ataque y del descenso del coeficiente de salto de presión mencionados anteriormente (ver Figura 10*c*).



Figura 10: (a) Evolucion temporal de la estela para dos revoluciones; (b) Cinemática; (c) Detalle de la estela.

En las Figuras 10*a* y 10*b* se presenta la evolución temporal de la estela y la cinemática del movimiento para dos revoluciones completas de la semilla. Se debe destacar que en los resultados presentados en esta Sección para cuatro revoluciones de la semilla la estela vorticosa no fue recortada, es decir, se mantuvo en forma completa durante toda la simulación numérica. Sin embargo, para llevar a cabo estudios que requieran más tiempo de simulación será necesario implementar un recorte de la estela, efecto que implica analizar y determinar rigurosamente el momento a partir del cual se puede comenzar a despreciar la influencia de la parte de la estela que se encuentra más alejada del cuerpo de la semilla.

Es importante destacar que en este trabajo sólo se presentan resultados preliminares de un proyecto de investigación más ambicioso que está en pleno desarrollo y cuyas objetivos se describen en la sección 6 referida a trabajos futuros.

5 CONCLUSIONES

En este trabajo, se presentó una herramienta computacional (en desarrollo) muy versátil, basada en una ampliación y modificación del método de red de vórtices inestacionario y no-lineal en su versión tridimensional. El código elaborado es flexible y permite el ingreso de diferentes patrones cinemáticos posibilitando, de esta manera, un estudio integral de la aerodinámica asociada a semillas autorrotantes. Además, se desarrolló íntegramente en MATLAB[®] un preprocesador que permite adoptar diferentes geometrías para el cuerpo y el ala de la semilla y generar los archivos de entrada para el UVLM. El modelo aerodinámico empleado permitió captar de manera satisfactoria la distribución de vorticidad asociada a la sábana vorticosa adherida a la sámara, la distribución de vorticidad y forma de las estelas, y la interacción aerodinámica entre las estelas que se desprenden de las alas y entre las estelas y la sámara.

El código computacional desarrollado fue validado exitosamente con dos problemas bien documentados en la literatura tales como una placa plana inmersa en una corriente de fluido y un rotor en vuelo suspendido el cual es fundamental para estudios de sistemas rotantes.

Del caso de estudio presentado en este trabajo se puede destacar que:

- 1 La fuerza de sustentación predicha por la herramienta de simulación desarrollada equilibra el peso de la sámara en estado estacionario;
- 2 La distribución de valores del ángulo de ataque a lo largo de la envergadura de la sámara es consistente con valores experimentales reportados en la literatura; y
- 3 El ΔC_P muestra un decremento significativo hacia la puntera del ala de la semilla (en la misma zona donde se observa un aumento del ángulo de ataque efectivo) no reportado en trabajos previos. Este fenómeno inicialmente puede ser atribuido a un efecto de la forma geométrica de la semilla, sin embargo, es necesario conducir experimentos numéricos más exhaustivos para dilucidar definitivamente el origen del mismo.

Los resultados presentados en la Sección 4 permiten inferir que el modelo aerodinámico adoptado en este trabajo para estudiar la aerodinámica del vuelo de semillas autorrotantes es capaz de captar adecuadamente la física que caracteriza este tipo de problemas.

Como tarea a futuro y dentro de la línea de investigación seguida en este trabajo está previsto desarrollar herramientas de simulación para estudiar la dinámica de semillas autorrotantes, continuar con el estudio de la aerodinámica de las mismas, y desarrollar sistemas dinámicos finitos para estudiar la aero-servo-elasticidad de micro-vehículos aéreos basados en esta nueva filosofía de diseño.

6 TRABAJOS FUTUROS

El modelo desarrollado en este trabajo es la base sobre la cual se pretende posteriormente acoplar el presente modelo aerodinámico no estacionario con un modelo dinámico no lineal con el objeto de estudiar fenómenos que presentan aún muchos interrogantes. Uno de ellos es la transición entre la caída libre de la semilla y el inicio de la autorrotación. Otro aspecto muy poco comprendido es la intrincada relación que existe entre el flujo 3D y las propiedades inerciales que dan lugar a un descenso estable.

Con respecto al modelo dinámico que se implementará, en una primera etapa la sámara se modelará como cuerpo rígido. Las ecuaciones de movimiento de la semilla se escribirán siguiendo una formulación energética basada en las ecuaciones de Lagrange. Las fuerzas externas aplicadas al sistema se originan en dos fuentes diferentes: las fuerzas generalizadas no-conservativas provenientes de la aerodinámica y las fuerzas conservativas debidas a la acción del campo gravitatorio terrestre.

Por último, en una etapa posterior se considerará a la sámara como deformable y el acoplamiento entre los dos modelos será del tipo fuerte debido a que las cargas aerodinámicas "deforman" la sámara, y a su vez, esta "deformación" modifica las cargas aerodinámicas actuantes sobre las superficies alares.

REFERENCIAS

- Anderson, C.R. and Greengard. C. (Eds), *Vortex dynamics and vortex methods*, American Mathematical Society, Chapter 6: Chorin, A.J., Statistical mechanics and vortex motion. 1991.
- Andronov, P.R., Grigorenko, D.A., Guvernyuk, S.V. and Dynnikova, G.Y., Numerical simulation of plate autorotation in a viscous fluid flow. *Journal of Fluid Dynamics*, 42(5):719-731, 2007.
- Azuma, A., and Yasuda, K., Flight performance of rotary seeds. *Journal of Theoretical Biology*, 138:23-53, 1989.
- Azuma, A., and Yasuda, K., The autorotation boundary of the flight of samaras. *Journal of Theoretical Biology*, 185:313-20, 1997.
- Belotserkovskii, S.M., Study of the unsteady aerodynamics of lifting surfaces using the computer. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 9:469-494, 1977.
- Benyus, Y.M., Biomimicry: Innovation Inspired by Nature. HarperCollins Inc., New York, 2002.
- Birch, J.M., and Dickinson, M.H., Spanwise flow and the attachment of the leading-edge vortex on insect wings. *Nature*, 412:729-733, 2001.
- Burrows, F.M., Wind-borne seed and fruit movement. New Phytol., 75:405-418, 1975.
- Caflisch, R. and Orellana, O., Singular solutions and ill-posedness of the evolution of vortex sheets. *SIAM Journal on Mathematical Analysis*, 20:417-430, 1989.
- Caradonna, F.X., y Tung, C., Experimental and analytical studies of a model helicopter rotor in hover. NASA Technical Memorandum 81232, 1981.
- Green, D.S., The terminal velocity and dispersal of spinning samaras. *Amer. Journal Bot.*, 67(8):1218-1224, 1980.
- Horn, H.S., Nathan, R., and Kaplan, S.R., Long-distance dispersal of tree seeds by wind. *Ecological Research*, 16:877-885, 2001.
- Kane T.R., Dynamics. Holt, Rinehart and Winston, Inc., 1968.

Katz J., and Plotkin A., Low-Speed Aerodynamics. 2nd Ed., Cambridge University Press, 2001.

- Krasny, R., A study of singularity formation in a vortex sheet by the point-vortex approximation. *Journal of Fluid Mechanics*, 167:65-93, 1986.
- Konstadinopoulos, P., Mook, D.T. and Nayfeh, A.H., A numerical method for general unsteady aerodynamics. AIAA-81-1877. *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference*, August 19–21, Albuquerque, New Mexico, 1981.
- Lentink, D., Dickson, W.B., van Leeuwen, J.L., and Dickinson, M.H., Leading-edge vortices elevate lift of autorotating plant seeds. *Science*, 324:1440-1438, 2009.
- Majda, A.J. and Bertozzi, A.L., *Vorticity and incompressible flow*. Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom, 2002.
- Maxwell, J.C., On a particular case of the descent of a heavy body in a resisting medium. *Cambridge, Dublin Mathematical Journal*, 9:145-148, 1894.
- McCutchen, C.W., The spinning rotation of ash and tulip tree samaras. *Science*, 197:691-692, 1977.
- Mittal, R., Seshadri, V. and Udaykumar, H.S., Flutter, tumble and vortex induced autorotation. *Journal of Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 17:165-170, 2004.
- Moore, D. W., The rolling up of a semi-infinite vortex sheet. *Proceedings of the Royal Society*. *Series A*, 345:417–430, 1975.
- Mueller, T.J., and Delaurier, J.D., An overview of micro air vehicle aerodynamics. *Progress in Astronautics and Aeronautics*, 195:1-10, 2001.
- Nathan, R., Long-distance of dispersal plants. Science, 313:786-788, 2006.
- Norberg, R.A., Autorotation, self-stability, and structure of single-winged fruits and seeds (samaras) with comparative remarks on animal flight. *Biol. Rev.*, 48:561-96, 1973.
- Pandolfi, C., and Izzo, D., Biomimetic on seed dispersal: survey and insights for space exploration. *Bioinspiration & Biomimetics*, 8:025003 9pp, 2013.
- Pines, D.J., and Bohorquez, F., Challenges facing future micro-air-vehicle development. *Journal of Aircraft*, 43(2):290-305, 2006.
- Preidikman, S., Numerical simulations of interactions among aerodynamics, structural dynamics, and control systems. *Ph.D. Tessis*, Dep. of Eng. Science and Mechanics, Virginia Tech, 1998.
- Roccia, B.A., Preidikman, S., Massa J.C. and Mook, D.T., Development of a kinematical model to study the aerodynamics of flapping-wings. *International Journal of Micro Air Vehicles*, 3(2):61-88, 2011.
- Roccia, B.A., Desarrollo de simulaciones numéricas para el estudio del vuelo de micro vehículos aéreos de alas batientes inspirados en la biología. Tesis Doctorado, Universidad Nacional de Córdoba, pp. 6-8, 2013.
- Roccia, B.A., Preidikman, S., Massa, J.C., and Mook, D.T., Modified unsteady vortex-lattice method to study flapping wings in hover flight. *AIAA Journal*, 51(11):2628-2642, 2013a.
- Roccia, B.A., Preidikman, S., Estrada, C., y Massa, J.C., Estudio del "vuelo" de semillas autorrotantes. *Revista de Mecánica Computacional*, 32:1481-1500, 2013b.
- Salcedo, E., Treviño, C., Vargas, R.O., and Martínez-Suástegui, L., Stereoscopic particle image velocimetry measurements of the three-dimensional flow field of a descending autorotating mahogany seed (Swietenia macrophylla). *The Journal of Experimental Biology*, 216:2017-2030, 2013.

- Seter, D., and Rosen, A., Stability of the vertical autorotation of a single-winged samara. *Journal of Applied Mechanics*, 59:1000-1008, 1992.
- Shelley, M. J., A study of singularity formation in vortex sheet motion by a spectrally accurate vortex method. *Journal of Fluid Mechanics*, 244:493–526, 1992.
- Shuster, M.D., A survey of attitude representations. *Journal of the Astronautical Sciences*, 41(4):439-517, 1993.
- van Garrel A., The development of a wind turbine aerodynamics simulation module. ECN C-03-079, Delft University of Technology, 2003.
- Varshney, K., Chang, C., and Wang, Z.J., The kinematics of falling maple seeds and the initial transition to helical motion. *Nonlinearity*, 25:C1-C8, 2012.
- Viswanath, K., Nagendra, K., Cotter, J., Frauenthal, M., and Tafti, D. K., Straight-line climbing flight aerodynamics of a fruit bat. *Physics of Fluids*, 26, 021901, 2014.
- Ward-Smith, A.J., *Biophysical Aerodynamics and the Natural Environment*. John Wiley & Sons, New York, 1984.