Metodología, Observación y Práctica de la Enseñanza
Fa.M.A.F. – U.N.C.

INFORME FINAL

Título: *Aprendizaje por medio de resolución de problemas y "pequeñas" modelizaciones. Empleo de diversas TIC para extender los límites del aula.*
Autores: Ana Rocío Bernardi Pareja – Nicolás Nazareno Rosales
Profesora Supervisora de MOPE: Fernanda Viola
Carrera: Profesorado en Matemática
Fecha: 19 - 11 - 2015

Clasificación

97 Mathematical Education

Palabras clave

Sistemas de Ecuaciones Mixtos. Función lineal. Función cuadrática. Expresiones cuadráticas. Resolución de problemas. TIC. Modelización.

Resumen

En este informe final exponemos nuestra experiencia en las prácticas docentes realizadas en dos divisiones de un 4º año (una con orientación en Ciencias Naturales y la otra con orientación en Ciencias Sociales) del Nivel Secundario de un colegio público de gestión privada de la Ciudad de Córdoba Capital.

Contiene una descripción del colegio y los cursos; la planificación de la unidad que dictamos, en contraste con la descripción de lo que se realizó fehacientemente; y una descripción y análisis de las evaluaciones llevadas a cabo. Por último, presentamos el análisis de dos problemáticas de nuestro interés: El aprendizaje por medio de resolución de problemas y "pequeñas" modelizaciones, y el empleo de diversas TIC para extender los límites del aula.

Abstract

In this final report we present our experience in teaching practices carried out in two divisions of a 4th year (one facing in Natural Sciences and the other facing Social Sciences) of Secondary level of a privately run public school in the city of Córdoba Capital.

It contains a description of the school and courses; the planning of the unit dictated, in contrast to the description of what was efecttibly done; and a description and analysis of the evaluations carried out. Finally, we present the analysis of two issues of our interest: Learning through problem solving and "small" modeling, and the use of various ICT to extend the boundaries of the classroom.

“Si te atreves a enseñar, nunca dejes de aprender.”

ÍNDICE

1. Introducción

Para comenzar a hablar de nuestras prácticas, debemos contextualizarnos en un colegio público de gestión privada, laico y no confesional, ubicado en el Bº Alto Alberdi de la Ciudad de Córdoba Capital (Argentina).

Esta institución cuenta con Nivel Inicial a la mañana y tarde, Primario a la tarde, y Secundario a la mañana (6 años con dos divisiones cada uno, “I” y “II”), con orientación en Ciencias Naturales y Ciencias Sociales.

El edificio del colegio tiene dos pisos. En la planta baja (ver **Figura 1**), se encuentran los cursos correspondientes a los primeros tres años (Ciclo Básico), la sala de los preceptores de esos años (uno por cada año, es decir, un preceptor cada 2 cursos), la sala de profesores, la dirección y otras oficinas administrativas, la biblioteca, la cantina/fotocopiadora, aulas de inglés y dos patios (uno abierto y otro cubierto más grande). En la planta alta (ver **Figura 2**), están los cursos correspondientes a los últimos tres años (Ciclo Orientado), la sala de los preceptores de esos años (también, uno por cada año), el aula de computación, el gabinete psicopedagógico, el aula de artes y más aulas de inglés.[1]

Cabe destacar, que en la entrada siempre hay un guardia que controla el ingreso y egreso de personas a la institución.

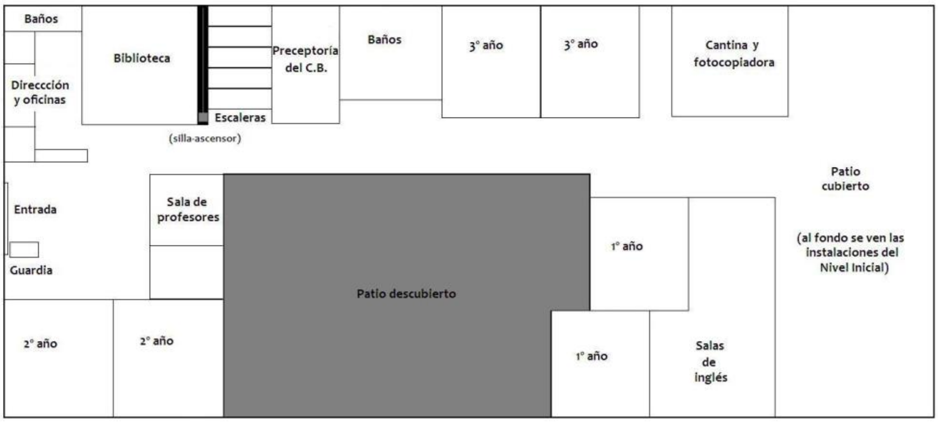


Figura 1. Planta Baja del Colegio

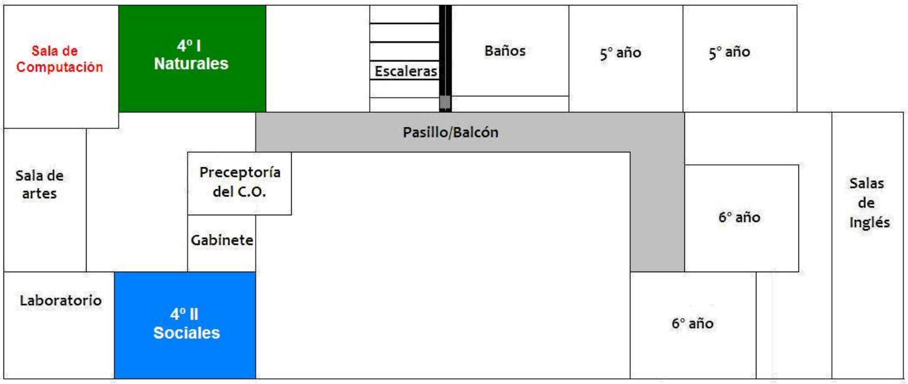


Figura 2. Planta Alta del Colegio

[1] Inglés se da por niveles que no se corresponden al año de cursado, por eso se cuenta con aulas exclusivas para su dictado.

Realizaremos nuestras prácticas en los cursos de **4° I** (**Naturales**) con 29 alumnos (13 varones y 16 mujeres) y **4º II** (**Sociales**), con 30 alumnos (9 varones y 21 mujeres). Ambos cursos tienen la misma profesora y la misma planificación anual. Los horarios de cursado pueden verse en la **Figura 3**.

CUARTO I (Naturales)					Horario	
LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES	HORA	Mód.
ED. A. PLÁSTICA	F.P.V.T	GEOGRAFÍA	E.O.I	F.P.V.T	7,30	1°
G. Heredia	F. Pereyra	P.Boldrini	E. Bordone	F. Pereyra	8,10	
ED. A. PLÁSTICA	Historia	GEOGRAFÍA	E.O.I	F.P.V.T	8,10	2°
G. Heredia	L. Inchauspe	P.Boldrini	E. Bordone	F. Pereyra	8,50	
ED. A. PLÁSTICA	FÍSICA	FÍSICA	MATEMÁTICA	MATEMÁTICA	9,00	3°
G. Heredia	E.Bordone	E. Bordone	A. Moreno	A. Moreno	9,40	
BIOLOGÍA	FÍSICA	FÍSICA	MATEMÁTICA	MATEMÁTICA	9,40	4°
A. González	E. Bordone	E. Bordone	A.Moreno	A. Moreno	10,20	
BIOLOGÍA	HISTORIA	BIOLOGÍA	QUÍMICA	LEN Y LIT	10,35	5°
A. González	L. Inchauspe	A. Gonzalez	A. Gonzalez	A. Reinaldi	11,15	
BIOLOGÍA	HISTORIA	QUÍMICA	E.O.I	LEN Y LIT	11,15	6°
A. González	L. Inchauspe	A. Gonzalez	E.Bordone	A. Reinaldi	11,55	
LENG y LIT	Ed. Física	GEOGRAFÍA	Ed. Fisica	QUÍMICA	12	7°
A. Reinaldi		P.Boldrini		A. Gonzalez	12,4	
LENG y LIT				QUÍMICA	12,4	8°
A. Reinaldi				A.Gonzalez	13,2	

Horario		CUARTO II (Sociales)				
HORA	Mód.	LUNES	MARTES	MIÉRCOLES	JUEVES	VIERNES
7,30	1°	F.P.V.T	ANTROP. S CULT	ED. A. PLÁSTICA	BIOLOGÍA	BIOLOGÍA
8,10		C. Croce	C. Croce	G. Heredia	A. Gonzalez	A. González
8,10	2°	F.P.V.T	ANTROP. S CULT	ED. A. PLÁSTICA	BIOLOGÍA	BIOLOGÍA
8,50		C. Croce	C. Croce	G. Heredia	A. Gonzalez	A. González
9,00	3°	F.P.V.T	ANTROP. S CULT	HISTORIA	LENGUA Y LIT	GEOGRAFÍA
9,40		C. Croce	C. Croce	P. Schaller	A. Reinaldi	R. Monzón
9,40	4°	ED. A. PLÁSTICA	HISTORIA	HISTORIA	LENGUA Y LIT	GEOGRAFÍA
10,20		G. Heredia	P. Schaller	P. Schaller	A. Reinaldi	R. Monzón
10,35	5°	LENG y LIT	MATEMÁTICA	GEOGRAFÍA	HISTORIA	GEOGRAFÍA
11,15		A. Reinaldi	A. Moreno	R. Monzón	P. Schaller	R. Monzón
11,15	6°	LENG y LIT	MATEMÁTICA	GEOGRAFÍA	HISTORIA	E.O.I
11,55		A. Reinaldi	A. Moreno	R. Monzón	P. Schaller	P. Schaller
12	7°	MATEMÁTICA	Ed. Fisica		Ed. Fisica	E.O.I
12,4		A.MORENO				P. Schaller
12,4	8°	MATEMÁTICA				E.O.I
13,2		A.MORENO				P. Schaller

Figura 3. Horarios de cursado de ambos cursos.

1.1. Análisis de la Planificación Anual de los cursos

A continuación, realizaremos un análisis de la Planificación Anual de los cursos (para verla completa ir a **Anexo I**).

Nos basaremos en las variables estudiadas a través del Texto "La planificación de la enseñanza" de Gvirtz & Palamidessi (1998) y en los Diseños Curriculares, con Orientación en Ciencias Naturales y con Orientación en Ciencias Sociales y Humanidades, vigentes (2011-2015).

Las variables de análisis que proponen los autores antes mencionados son:

- las metas, objetivos o expectativas de logro;
- la selección del/de los contenido/s;
- la organización y secuenciación del/de los contenido/s;
- las tareas y actividades;
- la selección de materiales y recursos;
- la participación de los alumnos;
- la organización del escenario;
- la evaluación de los aprendizajes.

En primer lugar, notamos que, en la “Planificación Anual de Matemática de 4º año” propuesta por la profesora tutora, la mayoría de estas variables son fácilmente identificables.

En la primera página de la planificación, podemos encontrar los subtítulos “Objetivos Generales” y “Objetivos Específicos”, relacionadas directamente con “las metas, objetivos o expectativas de logro” del texto mencionado. Estos objetivos tienen que ver con aptitudes y capacidades que se pretenden enseñar de la asignatura matemática. Es decir, no se enuncian objetivos relacionados a lo actitudinal, trabajo en equipo, respeto mutuo y disciplina, sino, aquellos inherentes a la matemática.

Aludiendo a las variables la selección del/de los contenido/s y la organización y secuenciación del/de los contenido/s, podemos observar en la planificación en las páginas 2, 3 y 4, que se encuentran destacadas y ordenadas seis Unidades, con sus títulos, selección de temas principales, contenidos y bibliografías respectivas. Podría decirse que predomina la organización por disciplinas. Priman los contenidos conceptuales pero también, al aparecer reiteradamente la frase “resolución de problemas”, consideramos que intenta referirse a contenidos procedimentales. En la planificación aparecen temas, que, teniendo en cuenta el Diseño Curricular de Educación Secundaria – Orientación Ciencias Naturales (2011, pp. 14-19) y el Diseño Curricular de Educación Secundaria – Orientación Ciencias Sociales y Humanidades (2011, pp. 14-19), corresponderían a 5º e incluso 6º año. Funciones y Ecuaciones exponenciales y logarítmicas, e incluso el tema que nos toca dar a nosotros (“Sistemas de Ecuaciones Mixto”), según el DC corresponden a 5º año y los temas de Trigonometría, a 6º. Asimismo, la planificación tiene una organización de contenidos, que claramente sigue relaciones conceptuales y una lógica del aprendizaje. Y en cuanto al alcance de los contenidos, creemos que se eligieron tratar “ni pocos, ni muchos temas”, pero en bastante profundidad, puesto que notamos que se repasan los temas dados en otros años o en el mismo año, varias veces.

En lo que respecta a las “las tareas y actividades”, no se encuentran claramente identificables como otras variables, bajo un subtítulo específico. Sin embargo, podemos verlas, a grandes rasgos, en la descripción de cada unidad; y antes de comenzar las unidades, bajo el subtítulo “Fundamentación Epistemológica y Didáctica” hay una frase que alude a ellas: “*Las tareas son las formas como los alumnos entran en contacto con los contenidos*” (Planificación Anual, p. 2) y presenta a las tareas como una suerte de “ente mediador” entre los alumnos y los contenidos. Además, nuevamente, queremos destacar que se hace bastante hincapié en la resolución de problemas "*por medio de indagación guiada*" (ídem, p. 2) como metodología de trabajo. De hecho, el Eje Transversal[2] (que se encuentra enunciado en la página 1 de la planificación) le otorga un papel importantísimo a la resolución de problemas.

En cuanto a "la selección de materiales y recursos", podemos decir que se expone claramente la bibliografía utilizada, tanto para los alumnos como para el profesor (y en cada unidad se especifica la bibliografía correspondiente). Además, se explica que se usará la calculadora en una de las unidades. Respecto a otros recursos tecnológicos (como computadoras y programas para ellas o para los celulares), sí observamos durante las clases que se utilizan pero no están especificados en la planificación.

Acerca de "la participación de los alumnos", no es muy extensa la información brindada por la planificación, pero encontramos frases alusivas a esta variable, tales como: *"(…) el curso se estructura con el docente como mediador entre el alumno y el cuerpo de conocimientos, tomando como punto de partida situaciones problemáticas que favorezcan la reflexión (…)"* (ídem, p. 2). De esto, interpretamos, que se pretende posicionar al alumno en un rol activo, tanto individualmente como en trabajos grupales (esto último, teniendo en cuenta lo que se presenta, más adelante, bajo el subtítulo: "Criterios de evaluación").

Con respecto a la "organización del escenario", se explicita al comienzo de la página 1 "*Carga Horaria: 4hs*" (sin aclarar que es semanal, ni la distribución que se hace de ellas; que es, 1 módulo de 80 minutos un día y otro de 80 minutos en el día siguiente, en ambos cursos). No se especifica el tipo de distribución de los bancos en el aula, pero por lo que observamos, es bastante "tradicional" (y la disposición de los alumnos no responde a ningún esquema preestablecido) tanto en el aula de clases como en el aula de computación (ver **Figura 4**). Como dijimos anteriormente, acerca del trabajo en grupo e individual, en la planificación se hace mención a esto casi fugazmente, sin ahondar demasiado en el tema.

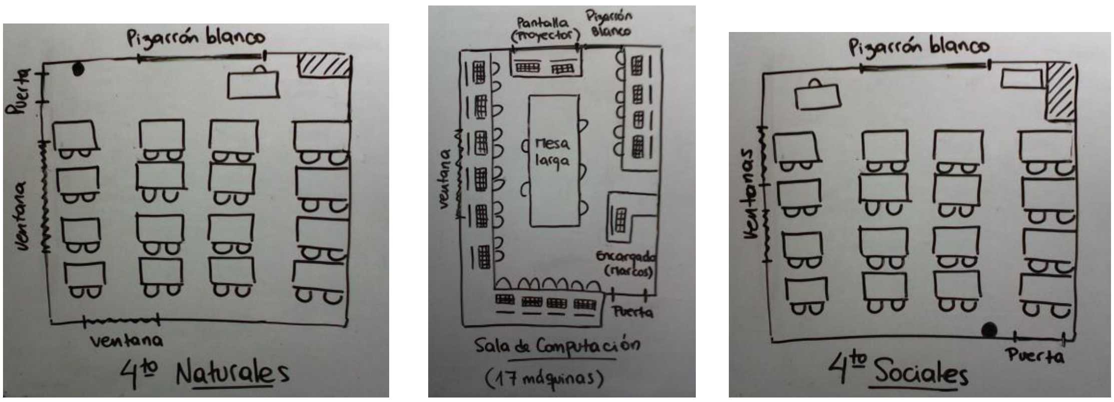


Figura 4. Distribución de los bancos en las aulas y en la sala de computación.

[2] Este Eje Transversal es común en los 6 años del Secundario para la asignatura Matemática.

Por último, en la última sección de la planificación, hay un apartado sobre “la evaluación de los aprendizajes”, donde se menciona brevemente la auto y coevaluación, y aparecen lineamientos generales en lo que respecta a las instancias evaluativas sin profundizar demasiado en los formatos de las evaluaciones. Por ejemplo, no se hace referencia a las “notas de seguimiento” (que vendrían a ser calificaciones de evaluaciones de desarrollo de los alumnos) que, en las observaciones, advertimos que la profesora atribuye a sus estudiantes.

1.2. Observaciones previas a las prácticas

Seguidamente, haremos una breve descripción de la primera semana de observaciones de los dos cursos donde llevaremos a cabo nuestras prácticas.

En lo que a disciplina se refiere, pudimos observar que en 4º II (Sociales), los alumnos buscan constantemente atender sus propios intereses; ya sean, hablar con sus compañeros sobre algún tema totalmente ajeno a las materias en las que se encuentran, peinar a una compañera o dibujar. Si se les deja de prestar un poco la atención; ya sea cuando la profesora se da vuelta para escribir un título o alguna actividad; lo toman como una invitación para ponerse a hablar o, inclusive, a tirarse con alguna que otra cartuchera. Sin embargo, a pesar de que se los debe tener constantemente amenazados con anotarlos en el libro de disciplina o negándoles alguna nota que necesitan, no muestran actitudes “malintencionadas”, sólo se comportan un tanto inmaduros para su edad. En el 4º I (Naturales) no ocurren tantos actos de indisciplina como en el otro curso y se los nota más responsables a la hora de realizar actividades en todas las materias que observamos, y por ello, los profesores les dan más libertad. Cabe destacar, que, aunque pueda decirse que un curso es “más indisciplinado” que el otro; en ambos, los estudiantes son bastante energéticos y observamos mucha potencialidad para trabajar en nuestras clases. Creemos va será un reto bastante desafiante para ponernos a prueba y aprender todo lo que podamos.

En la primera clase de matemática que observamos en 4º II (Sociales), la profesora explicó de forma “guiada” el uso de ‘insertar – ecuación’ de Word en los primeros 40 minutos (en la sala de computación), y en el resto del módulo (ya, nuevamente, en el aula), escribió unas preguntas a modo de repaso sobre funciones lineales. En esta segunda mitad, mientras los alumnos “hacían las actividades” la profesora caminaba entre los bancos y luego, se quedó parada al fondo e hizo pasar a una alumna para que escriba lo que había hecho. Hicieron una puesta en común y, para cerrar, la docente explicó (de un modo guiado) un concepto de dominio e imagen de una función. Finalmente, escribió más preguntas para que trabajen en grupos. Notamos que debemos usar el pizarrón para dejar registro de lo más importante, ya que los alumnos no tomaban nota de lo que se decía de manera oral.

En 4º I (Naturales), cuando presentó las mismas actividades, la profesora se sentó en su banco y los mismos alumnos se organizaron en grupos para responder las preguntas y, a medida que lo iban necesitando, se paraban e iban a preguntarle a la profesora, tranquilos y ordenadamente. También, a la hora de la puesta en común, se manejó de una manera similar que en el otro curso.

La siguiente clase que observamos en cada 4º año, siguió los mismos lineamientos.

Con respecto a las interacciones que se plantean, como ya dijimos con anterioridad (y en correspondencia con la planificación analizada), las clases son bastante guiadas por la docente, pero, también, propone trabajos en grupo y puestas en común, donde intenta que todos participen.

La profesora se vale bastante del uso de Internet; ya sea para la comunicación extra-áulica por medio de mails (para entrega, consulta de dudas y corrección de trabajos prácticos), para la búsqueda de información con sus celulares y la sala de computación. Así como está planteado en los objetivos específicos de la planificación: "*Utilizar recursos informáticos para presentaciones formales*" (Planificación Anual, p. 1), observamos que usaron Word para dar formato a un trabajo práctico que debían entregar. También usan las computadoras de la biblioteca (lo vimos en otras materias a esto), y pueden imprimir ahí mismo.

Nos parece muy interesante el uso que hace de los celulares. Contrario a verlos como una amenaza a la concentración y atención, la docente los aprovecha para que los alumnos busquen información, como ya dijimos, y también les hizo bajar una aplicación para graficar funciones (Algeo), que ya la habían utilizado en años anteriores.

Además, hace uso del pizarrón blanco con fibrones de distintos colores. Un pequeño detalle que pudimos notar y creemos que nos va a ser de utilidad, es que el fibrón de color violeta (que usó varias veces para corregir ejercicios de las puestas en común), no se distingue muy bien del de color negro desde el fondo; por lo que, los que están copiando pueden no percibir la corrección y registrar la resolución con errores.

Utiliza una variada cantidad de bibliografía. Asimismo, prepara pequeñas recopilaciones de fotocopias que deja en la fotocopiadora del colegio y les avisa con tiempo para que tengan el material con anticipación para las clases siguientes. Notamos que no son muy responsables a la hora de contar con el apunte requerido y lo vamos a tener en cuenta a la hora de planificar las actividades de nuestras clases.

En cuanto a las prácticas evaluativas e instrumentos de evaluación, como ya mencionamos anteriormente, la docente pidió que manden pequeños trabajos prácticos a su mail. Primero, les da una fecha para entregar bocetos, que les corrige y reenvía tantas veces como quieran, según las dudas que tengan y las correcciones que les haga. Esta modalidad nos parece muy interesante, ya que permite un trabajo de seguimiento extra-áulico. Por las pocas clases que pudimos observar, vimos que, muy a grandes rasgos, aparecen la auto y coevaluación (planteadas en la planificación) a la hora de la puesta en común y, en 4º I (Naturales) más que todo, durante el trabajo en grupo también.

Las observaciones del día completo, nos fueron bastante útiles para observar la dinámica de los cursos en otras materias y aprender de otros profesores distintas maneras de manejar la clase.

Haber observado la clase de Formación para la Vida y el Trabajo en 4º I (Naturales), nos sirvió bastante para tener en cuenta el contenido a dar en nuestras clases, puesto que vimos que aplicaban sistemas de ecuaciones lineales y su resolución a la economía (Oferta y Demanda – Precio de Equilibrio).

Además, pudimos notar que saber el nombre de pila de todos los alumnos y tenerlos bien identificados puede ser de mucho provecho (todos los profesores que observamos tienen un trato “informal”/”familiar” hacia los alumnos y viceversa).

Suponíamos que las diferencias que podrían existir entre clases de distintas materias, se podrían deber a cuatro factores principalmente: el horario (uno tiende a creer que más temprano están “más dormidos” o calmos, y a medida que pasan las horas se van dispersando y “alterando” más); el tipo de profesor (su personalidad y actitud con la clase); la disciplina del curso en general – antes de conocer a los cursos, nos llegó la información de que los alumnos de 4º II (Sociales) suelen ser más revoltosos que los de 4º I (Naturales), incluso ellos mismos hacían esa distinción – , y la materia en sí, en especial, según la orientación (“en sociales, pueden ser más participativos en asignaturas como historia y en naturales, en biología”). Sin embargo, pudimos notar que, en 4º I (Naturales), el comportamiento y el ambiente de la clase no diferían mucho por el horario, ni por el profesor, ni por la materia; sino, por la disciplina y la dinámica del curso en general, que casi siempre era manejable y apta para trabajar en clases. En cambio, en 4º II (Sociales), lo que marcaba la diferencia era la personalidad y actitud de los profesores. Así fue como, una profesora (de historia) con una personalidad fuerte y más “atacante” los tuvo más controlados; mientras que con otra, que no lo era, hicieron lo que quisieron, y, gracias a su falta de maldad y “brotes fugaces de respeto”, cada tanto se callaban (pero no atendían ni la mitad que con la primera),

Consideramos que, a la hora de hacer una planificación – en especial, para el curso de 4º II (Sociales) –, será de gran utilidad tener en cuenta que si les quitamos la atención, por más poco que sea, tendremos que ocupar un minuto más en pedir silencio o atención, debido a la facilidad de dispersión con la que cuentan. Para ello, deberemos tener siempre presente esta característica del curso y decidir cómo les daremos las actividades y qué tipo de actividades les propondremos. Por ejemplo, observamos que la relación de ambos cursos con los profesores es bastante familiar, se tutean y tratan por el nombre de pila mutuamente, por lo que hemos tratado de aprendernos los nombres para lograr una mayor cercanía y para tenerlos identificados a la hora de hacerlos participar y/o llamar la atención en caso de que se dispersen. Para esto último, nos sirvió bastante haber observado la clase de historia, como ya mencionamos anteriormente. De hecho, cuando los alumnos se dieron cuenta de que sabíamos sus nombres, se sintieron como importantes o tenidos en cuenta, es decir, no fue algo que pasó desapercibido.

Es indiscutible que las observaciones nos ayudan a detectar los alumnos más molestos y los que menos atienden, que de una u otra forma interrumpen la clase, como también a los que más estudian y participan, haciendo la clase más rica y provechosa.

Por último, queremos destacar que la observación que hicimos del curso y del colegio en sí, nos ayudará para planificar ciertas actividades, ya que hay algunas que nos interesarían usar las computadoras de la sala de computación, y al tenerla justo al frente o al lado de las aulas (ver **Figura 2**), y el haber realizado las observaciones, nos dio nuevas formas de pensar dichas actividades.

Respecto a 4º I (Naturales), observamos que trabajan bastante bien en grupos y sin la constante revisión de la profesora, participan en las puestas en común. Aunque pareciera ser que nuestra presencia hizo que sean un poco más revoltosos (lo notamos por comentarios de los profesores y de ellos mismos), pero era momentáneamente y luego volvían a un clima de trabajo bastante tranquilo.

De acuerdo a ciertos comentarios que nos hicieron preceptores y algunos profesores y teniendo en cuenta lo que nosotros pudimos observar también, en 4º II (Sociales), por más que sean bastante indisciplinados y demasiado energéticos, tienen un gran potencial, creemos que sólo hay que canalizar esa energía en actividades que llamen su atención y, al mismo tiempo, les sirvan para favorecer su aprendizaje de la asignatura y de formas de trabajo en grupo e individual. Por otro lado, sobre 4º I (Naturales), nos dijeron y notamos que son colaborativos y la disciplina general permite que las clases se puedan dar sin tantas interrupciones, pero, normalmente, los alumnos dan de sí "lo justo y necesario". Por lo tanto, creemos que hay que aprovechar esa responsabilidad y capacidad de concentración para proponerles actividades que los desafíen y los saquen de esa "zona de confort" con el fin explotar su creatividad y que den lo mejor de sí.

Otra variable que debemos tener en cuenta es el tiempo. Pudimos observar que en todas las materias en ambos cursos, desde que toca el timbre para dar comienzo a la clase hasta que realmente comienza, pasan unos 5 o 10 minutos; y, normalmente, la clase termina unos 5 minutos antes de que toque el timbre para el recreo o anunciar la finalización de la jornada.

2. Planificación de las Prácticas

2.1. Fundamentación teórica de la Planificación de las Prácticas

De acuerdo a la planificación anual de la profesora de los cursos donde haremos las prácticas, nos toca dar la Unidad 4. Daremos un repaso de ecuaciones cuadráticas (Unidad 3), función lineal, función cuadrática y sistemas de ecuaciones lineales, para luego comenzar con un tema nuevo: **sistema de ecuaciones mixto**.

Para la organización de este espacio curricular queremos usar los formatos de Ateneo y Proyecto. Para ello, vamos a trabajar en grupos con "Discusiones Dirigidas" y "Promoción de Ideas", para fomentar el debate y el respeto por las ideas de los demás, además de ejercitar las competencias de escritura, redacción y expresión oral (que consideramos son inherentes a una formación integral). Parafraseando a Gvirtz & Palamidessi (1998) les queremos proponer actividades que les permitan implicarse en cuestiones acerca de la verdad, la justicia; comprobar hipótesis, identificar supuestos para contribuir a la formación más general del alumno, más allá del contenido puntual de que se trate. Queremos que los alumnos se sientan parte de una comunidad de estudiantes aprendiendo Matemática.

Pretendemos que las actividades que les propongamos promuevan un papel activo por parte de los alumnos: investigar, exponer, observar, participar en simulaciones (Gvirtz & Palamidessi, 1998). Según Legrand (1998), el profesor debe evitar felicitar a todo el que dio argumentos correctos y evitar sofocar a quienes dieron soluciones incorrectas. En cambio, se debería tratar de analizar trayectoria errática de la comunidad, ya que, a partir de los errores, una vez analizados, se pueden producir buenas ideas y soluciones útiles. Somos conscientes de la complejidad de realizar un trabajo de esta índole con el curso, pero estamos de acuerdo con el autor anteriormente mencionado, acerca del tratamiento del error como algo positivo y sumamente beneficioso para el aprendizaje; y realmente queremos que los estudiantes desarrollen la autocrítica y autoevaluación, para – como está planteado en la planificación anual – "dejar de lado la 'fe ciega' en lo que dice el docente".

El Eje transversal de la planificación anual, pone en un lugar central a la resolución de problemas, con lo que estamos sumamente de acuerdo ya que, creemos que favorece la construcción del sentido del conocimiento; por lo que vamos a hacer hincapié en la interpretación de los resultados y gráficos (que tengan un sentido lógico de acuerdo a los problemas planteados). Además, queremos que puedan ser testigos de situaciones de la realidad capaces de ser modelizadas a través de ecuaciones cuadráticas y sistemas de ecuaciones (atendiendo también a los límites de su utilización) y de esta manera también trabajar la noción de variable.

En un principio, pensábamos plantear el desarrollo de un Proyecto, pero luego de hacer unas observaciones extras, especialmente al ver un trabajo práctico grupal que realizaron en clases al finalizar la unidad 3, donde se les planteaban 5 funciones cuadráticas que debían graficar y un problema "relativamente fácil" que les resultó bastante difícil (se puede ver en el **Anexo II**), y teniendo en cuenta el tiempo que durarán nuestras prácticas, nos replanteamos la idea de enfocarnos principalmente en la resolución de problemas. Pretendemos que desarrollen el "arte/ciencia del descubrimiento", es decir, estrategias heurísticas (Polya, 1945). Le daremos importancia a la interpretación de los problemas, a la traducción del lenguaje coloquial al lenguaje simbólico (que puedan notar su utilidad), a la capacidad para "desglosar" ("descomposición y recombinación") problemas con varias etapas y a la validez de los resultados para dar respuestas de los interrogantes que les presentemos.

Siguiendo los lineamientos de la planificación anual y según el Diseño Curricular, en lo que respecta a los instrumentos de evaluación, decidimos tomar varios formatos, como narrativas, diálogos, presentaciones con soportes informáticos, informes, registros, listas de control.

Entendemos a la evaluación como proceso, que permite reconocer logros y dificultades en el aprendizaje de los estudiantes y como ya hemos observado en las clases de la profesora a cargo de los cursos, se manejan mucho con mails para la "comunicación extra-áulica", entrega de bocetos y de trabajos prácticos finales. Nosotros pretendemos seguir con este hábito porque nos parece muy interesante que los estudiantes "*tengan devoluciones periódicas acerca de su propio proceso de aprendizaje*" (Diseño Curricular, Ciclo Orientado, p. 12) y de esta manera se vaya fortaleciendo su responsabilidad con su propia educación.

Vamos a plantearles el uso de Geogebra (en la sala de computación) y Algeo (en sus celulares) para que sepan que cuentan con una herramienta útil a la hora de economizar el tiempo invertido en hacer gráficos, cálculos y procedimientos mecánicos; para así, enfocarse más que todo en la interpretación de esos cálculos y gráficos; obviamente, reconociendo las limitaciones de cada uno de los programas.

Tomando algunos de los objetivos de la planificación anual de la profesora a cargo de los cursos, algunos de los del Diseño Curricular y otros propios, armamos los objetivos de nuestras prácticas:

2.1.1. Objetivos Generales:

- Comprender y producir textos orales y escritos, para una participación efectiva en diversas prácticas sociales de oralidad, lectura y escritura.
- Fomentar en los estudiantes la construcción de una disciplina y orden propios para comprender temas de Matemática, pero que también les permitan hacerlos "comunicables" utilizando un lenguaje matemático apropiado.
- Comprender, explicar y relacionar los hechos y fenómenos naturales y sociales, empleando conceptos, teorías y modelos.
- Abordar y resolver problemas con autonomía, y con pensamiento crítico y creativo.
- Interpretar y valorar el impacto del desarrollo y el uso de la tecnología, reconociendo sus límites.
- Trabajar en colaboración para aprender a relacionarse e interactuar con respeto.

2.1.2. Objetivos Específicos:

- Interpretar problemas; utilizar sistemas de ecuaciones lineales y mixtos, y funciones lineales y cuadráticas para su planteo; y responder con coherencia y lógica las preguntas que se planteen.
- Desarrollar estrategias para realizar y, principalmente, analizar gráficos.
- Reconocer patrones y relaciones en distintas situaciones problemáticas, susceptibles de ser modelizadas/resueltas usando sistemas de ecuaciones y funciones lineales y cuadráticas.
- Identificar la complejidad de distintas situaciones y fenómenos y la posibilidad de simplificarlos mediante el uso de supuestos y modelos matemáticos.

2.2. Planificación de 4º I (Naturales) y 4º II (Sociales)

2.2.1. *1^ra^ clase*:

Esta clase la vamos a dar íntegramente en la Sala de Computación. En base a lo que hemos observado, sabemos que desde que toque el timbre para entrar a clases hasta que nos acomodemos en el aula probablemente pasarán unos 10 minutos.

Les pediremos a los alumnos que se sienten de a 2 por máquina y que "elijan sabiamente" con quién se sentarán, ya que deberán trabajar en equipo, tratando de mantener las distracciones al mínimo y potenciando mutuamente sus capacidades de aprendizaje y trabajo.

Seguidamente, haremos un breve resumen de lo que vamos a ver durante las prácticas: Repaso función lineal y cuadrática y sistema de ecuaciones. Les comentamos los criterios de evaluación y modo de trabajo: Casi todas las actividades que hagamos en clases nos las llevaremos para desarrollar “notas de seguimiento”, va a haber actividades y tareas para el hogar, tanto grupales como individuales. El trabajo en clase, el respeto y predisposición para entender los temas se valorará muchísimo. Pretendemos que se sientan cómodos participando en clases, por lo que no permitiremos burlas ni que se subestimen entre sí. Les vamos a dejar claro que queremos que se equivoquen todo lo que puedan y nos consulten todas las dudas que tengan, ya que consideramos al aprendizaje a partir del error altamente enriquecedor.

Como ya mencionamos anteriormente, pretendemos seguir con el uso de mails para la comunicación extra-áulica por lo que les anotaremos nuestros mails y además, les pediremos que traten de traer pen drives para las clases de matemática que demos en la sala de computación (en caso de que no funcione Internet).

Les comentaremos que tenemos la idea de poner 2 notas. Una de ellas, dependerá de 4 tareas que pediremos que nos entreguen (“Nota II”) en distintos momentos y la otra nota, de una prueba escrita (“Nota I”) al final de las prácticas. El trabajo en clase, la participación y una autoevaluación que les haremos hacer, servirán para rendondear la Nota II. Cabe destacar que no les vamos a dar <u>tantos</u> detalles sobre la composición de las notas en esta clase, sólo resaltaremos los criterios de evaluación.

Finalmente, les pediremos que para las futuras clases traigan las fotocopias y carpeta de la unidad anterior (por si las archivaron ya). Además, dejaremos en fotocopiadora un apunte con contenido teórico y práctico para el transcurso de nuestras clases (ver **Anexo III**). Les pediremos que para la clase siguiente tengan el apunte.

Esta introducción, calculamos, nos podrá llevar de 5 a 10 minutos.

A continuación les repartiremos las hojas con las actividades de esta clase, las leeremos entre todos y comenzaremos a explorar Geogebra. Es una actividad bastante “guiada”, ya que es un primer acercamiento a esta herramienta, queremos que sepan que cuentan con ella para realizar futuras actividades y se pretende hacer un *repaso* de Función Lineal y Función Cuadrática; en especial, los gráficos y análisis de parámetros.

Les vamos a ir mostrando en el proyector, dónde se encuentran los comandos necesarios y todas las partes útiles del programa, mientras vamos completando las actividades (de la 1 a la 5, mostradas a partir de la página siguiente).

Seguidamente, haremos un cierre del análisis de los parámetros tanto de la función lineal como de la función cuadrática utilizando un prezi (de esta forma, les mostramos la existencia de esta herramienta para los que no la conozcan).

Por último realizaremos la actividad 6, donde lo que se pretende es analizar el dominio de la función cuadrática teniendo en cuenta el sentido que tenga para el problema, y además, con el último inciso de la actividad, relacionaremos esta función con la ecuación cuadrática y su resolución.

"Repaso de Función Lineal y Cuadrática – Parámetros
Conociendo Geogebra"

Objetivos:

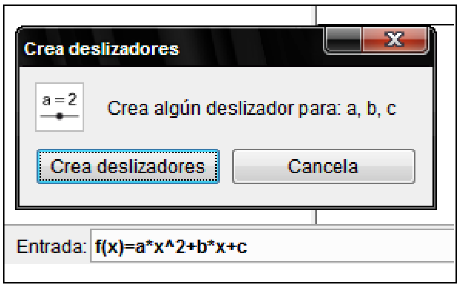
- ✓ Repasar el análisis de los parámetros de la Función Lineal y Cuadrática.
- ✓ Utilizar Geogebra como herramienta para economizar cálculos.
- ✓ Analizar el Dominio de estas funciones.
- ✓ Resolver Ecuaciones Cuadráticas e identificar su relación con Funciones Cuadráticas.

Sentarse de a 2 por máquina[3]

➢ Abrir Geogebra y guardar el archivo como "**Clase 1 – Análisis de parámetros – Apellidos de los integrantes del grupo**" en la carpeta "Matemática 4º Sociales/Naturales."

Ir respondiendo las preguntas siguientes en esta misma hoja.[4]

1. Escribir la fórmula general de la función cuadrática en la barra de entrada de Geogebra: **f(x)=a*x^2+b*x+c** y "crear los deslizadores."



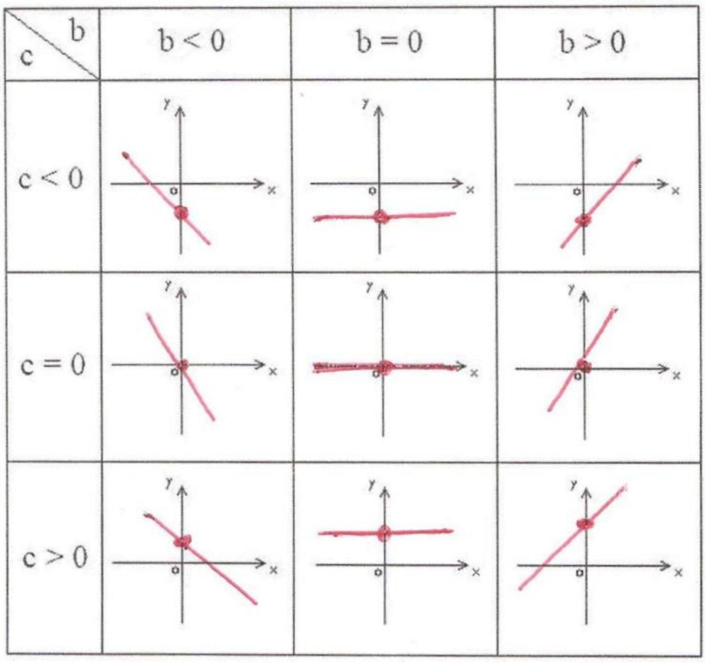
Esta actividad no se tomará en cuenta a la hora de evaluar la Tarea, ya que es algo "mecánica". Les pediremos que "pinten" la función de un color, para facilitar las actividades siguientes.

2. Posicionar el deslizador "a" en "cero". ¿Qué función queda? Escribir la ecuación de la función.

[3] En caso de ser impares, puede haber un grupo de 3.
[4] En las actividades que les entreguemos a los alumnos, va a haber espacio suficiente entre las actividades para que las completen en la misma hoja.

Posiblemente los alumnos escriban en este inciso, la función no con los parámetros b y c, sino con los números que les arrojen los deslizadores. Si notamos esto, aclararemos que escriban la función de la manera siguiente **y= f(*x*)= b*x* + c**, y a las que hayan escrito las pueden dejar como ejemplos. Recalcaremos que la expresión de la función es polinómica, por eso se representa como una suma de términos. En las funciones donde vean restas, es porque los parámetros son números negativos.

3. Sin mover el deslizador “a” (dejarlo en cero), ir moviendo el “b” y el “c” y analizar las distintas combinaciones de los signos de los parámetros b y c de acuerdo a sus gráficos.



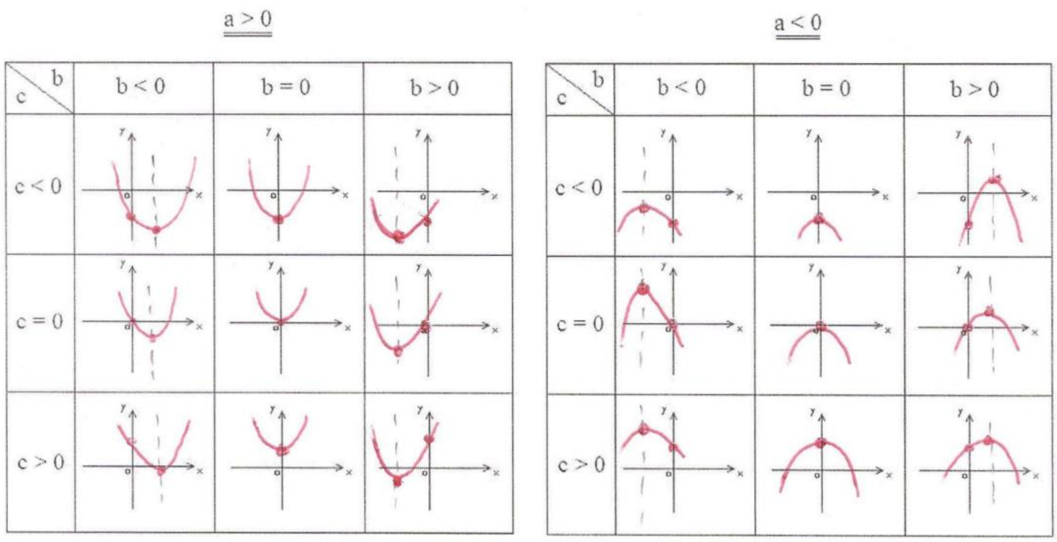
El objetivo es que les queden las 9 combinaciones posibles.

En el cierre de esta clase (usando prezi) les resumiremos cómo afectan los signos y valores de los parámetros de la función lineal a su gráfica.

4. Sacar el deslizador “a” de “cero”. ¿Qué función queda? Escribir la ecuación de la función.

Puede ocurrir lo mismo que en el inciso 2. Si notamos esto, aclararemos que escriban la función de la manera siguiente **y= f(*x*)= a*x*^{2} + b*x* + c**, y a las que hayan escrito las pueden dejar como ejemplos.

5. Ir moviendo los 3 deslizadores y analizar las distintas combinaciones de los signos de los parámetros a, b y c de acuerdo a sus gráficos.



Similar al inciso 3. Habrá más combinaciones (18 en total).

En el cierre de esta clase (usando un prezi[5]) les resumiremos cómo afectan los signos y valores de los parámetros de la función lineal y cuadrática a su gráfica; además de los puntos importantes (ordenada al origen, raíz/raíces y vértice, en el caso de la cuadrática).

En la **Figura 5** se puede ver la primera imagen del prezi que les presentaremos a los alumnos.

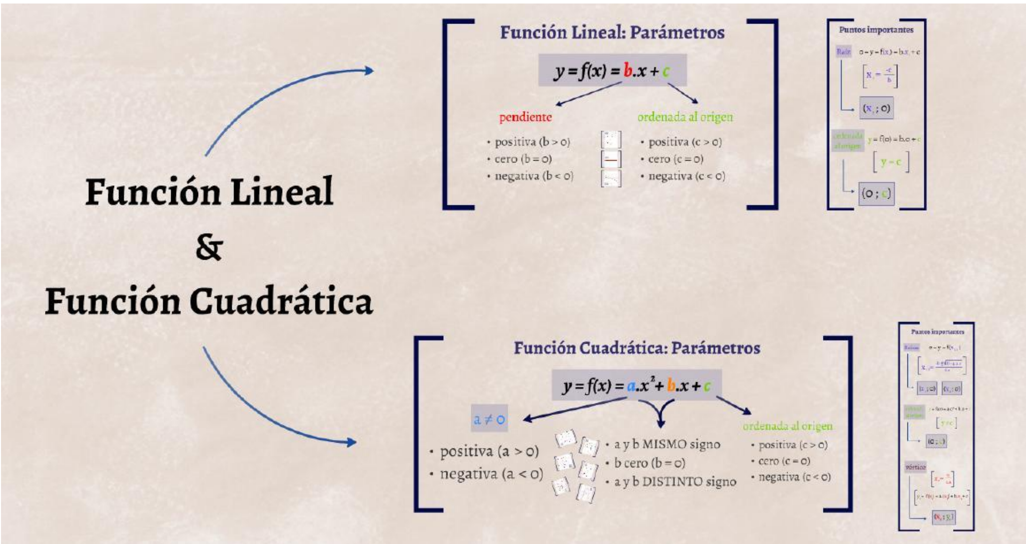


Figura 5. Primera imagen del prezi a presentarles a los alumnos en la 1ra clase.

[5] Se lo puede ver completo en la página web: https://prezi.com/qkn7vroa-noj/funcion-lineal-funcion-cuadratica/

- Abrir Geogebra y guardar el archivo como "**Clase 1 – Cuadrática – Apellidos de los integrantes del grupo**" en la carpeta "Matemática 4º Sociales/Naturales".

Ir respondiendo las preguntas siguientes en esta misma hoja.

6. En un estanque se coloca una cierta cantidad de peces.
La fórmula $\boldsymbol{y = f(x) = -x^2 + 6x + 16}$ permite calcular la cantidad "*y*" de peces que hay en el estanque después de "*x*" años.

Abriremos la discusión sobre la relación *y* = f(*x*), donde a la variable "y" la encontramos "en función" de la variable independiente "x".

Calcular, graficar en Geogebra y responder:

a) ¿Cuántos peces se colocaron en el estanque?

Interpretación de la ordenada al origen de la función.

b) ¿Después de cuántos años se obtiene la mayor cantidad de peces?

Con esto vamos a asociar la abscisa del vértice con el máximo (o mínimo) de la función.

c) ¿Cuál fue la mayor cantidad de peces del estanque?

Con esto vamos a asociar la ordenada del vértice con el valor máximo (o mínimo) de la función.

d) ¿Después de cuántos años no quedan peces en el estanque?

En este punto, vamos a descartar una de las raíces de la función, por no tener sentido para el problema.

e) ¿Después de cuánto tiempo la cantidad de peces es de 10? ¿Cuándo es de 20? ¿Y cuándo es de 30?

De esta manera, pasamos de función cuadrática a la resolución de ecuaciones cuadráticas.

f) Esbozar un gráfico aproximado teniendo en cuenta el hecho en Geogebra.

Veremos las limitaciones del software GeoGebra. El gráfico que presenta GeoGebra es continuo y marca toda la función cuadrática. Esta construcción es válida; sin embargo, no representa la situación planteada. En primer lugar, no tiene en cuenta el dominio de la función en relación al problema planteado, y por otro lado, la "cantidad de peces" (variable "y") es una variable discreta, por lo que el gráfico no debería ser un trazo continuo. Para avanzar en la discusión, les preguntaremos, por ejemplo: ¿puede haber 20,4 peces?, ¿la cantidad de peces puede ser negativa?, ¿a partir de qué momento comienzo a mirar la cantidad de peces?

Tarea "1"[6]:

Completar esta guía para la clase siguiente (**Naturales: Viernes 31/07 – Sociales: Martes 04/08)**, para **entregarla** al profesor a cargo.

La entrega será individual y se **evaluará** principalmente que se entregue a tiempo, que se justifiquen las preguntas correctamente la prolijidad, coherencia y orden en la resolución y entrega de las actividades; el trabajo en equipo, el respeto, la atención y la participación en clase.

RECORDAR: Durante la clase, antes de que termine la misma, **enviarse los archivos** a sus casillas de correo para poder realizar la tarea con mayor facilidad.

En relación a los criterios a tener en cuenta en la evaluación, aclararemos que con participación, no hacemos sólo referencia a levantar la mano y preguntar o comentar algo frente a todo el curso, sino también a que se los vea involucrados con la tarea por más que no les guste; por ejemplo, consultándose con los compañeros o preguntándonos a nosotros individualmente. Y para evaluar la atención nos vamos a valer de las tareas que dejamos, ya que para hacerlas van a necesitar haber prestado atención en clase (con respecto a los que falten a dichas clases, vamos a tenerlos en cuenta y evaluaremos su predisposición para ponerse al día con la/s clase/s a las que no asistieron).

Los que ya la hayan terminado podrán entregárnosla en esa misma clase o llevársela para corroborar que esté completa y cumpla con los objetivos planteados al comienzo.

[6] Valdrá hasta 1 punto de la "Nota II" (en la 9na Clase explicaremos más detalladamente la composición de las Notas).

2.2.2. *2^da^ clase*:

Calculamos unos 5 minutos desde el timbre para entrar hasta que estén todos acomodados para empezar.

Comenzaremos pidiendo la tarea (**Tarea “1”**) de la clase anterior para llevárnosla. No creemos que haga falta un cierre porque planificamos la clase para terminar todas las actividades durante la clase anterior; solamente les hará falta reescribir todo completo y ordenado.

Teniendo en cuenta que en 4º II (Sociales) no se llegó a ver de la Unidad 3 las distintas formas de una función cuadrática (canónica y factorizada), sólo la polinómica, y puesto que va a ser un tema de utilidad para las clases siguientes; decidimos hacer sólo un repaso para 4º I (Naturales) de este tema y para 4º II (Sociales) darlo con un poco más de profundidad. Las actividades que haremos van a ser distintas en cada curso, poniendo más énfasis en ejercicios más básicos para 4º II (Sociales), y ya comenzando a ver problemas con 4º I (Naturales).

Empezaremos con un ejemplo en el pizarrón, que pediremos que grafiquen.

Ejemplo: Graficar: **f(x) = 2x² + 4x - 6**

Empezaremos graficando la función, luego resaltaremos los elementos importantes y finalmente escribiremos las otras 2 expresiones de la función.

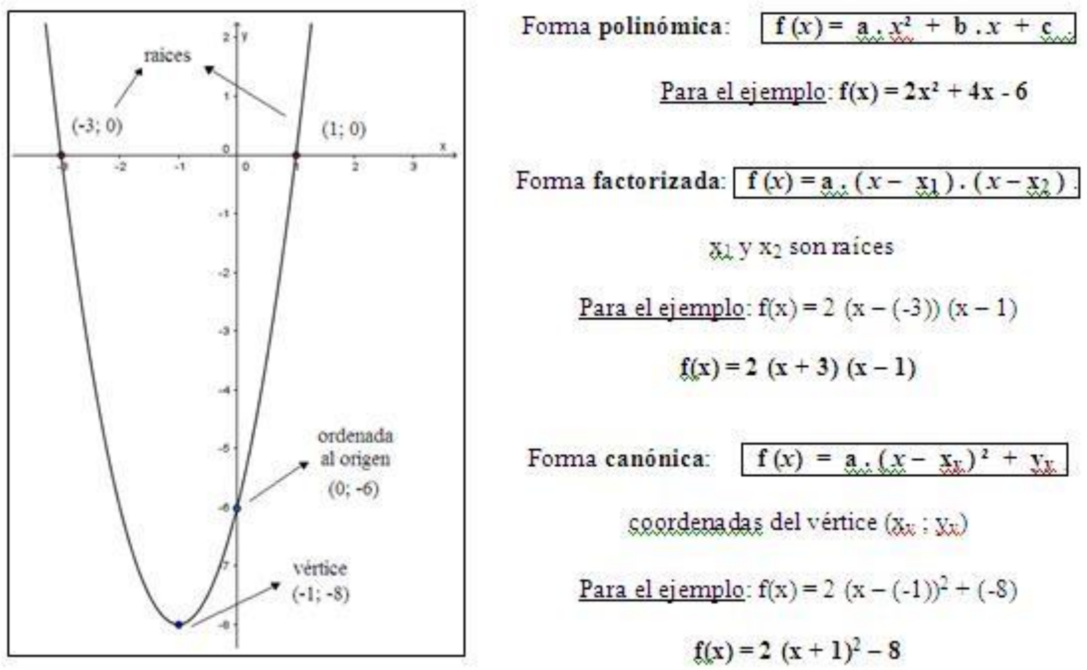


Figura 6. Boceto de cómo quedará escrito en el pizarrón el ejemplo.

En 4º I (Naturales) comenzaremos a dar problemas de ecuaciones cuadráticas (para que comiencen a familiarizarse con la resolución de problemas) y, si alcanza el tiempo, daremos un problema en 4º II (Sociales) también.

La modalidad de trabajo será con el compañero de banco o en grupos, mientras nosotros pasearemos por el aula respondiendo a las dudas que se puedan presentar. Haremos puestas en común en el pizarrón, haciendo que pasen diferentes alumnos a explicar la interpretación y resolución de los problemas.

Las actividades serán las siguientes (les daremos nosotros las fotocopias, porque no estarán en el apunte que les dejaremos en fotocopiadora. Teniendo en cuenta que les habremos pedido el apunte con sólo un día de aviso, preferimos anticiparnos a la falta del material.

Para 4º I (Naturales):

A) Escriban las siguientes funciones en la forma más conveniente de acuerdo a los datos dados y luego hallen las expresiones polinómicas de cada una.
1) El vértice es (-1; -2) y el coeficiente principal es 2.
2) Pasa por los puntos (2; 0), (5; 0) y (6; 2).

Son los mismos ejercicios que para el otro curso (más adelante se encuentran resueltos). Proponemos dos, en lugar de cuatro incisos (como en el otro curso), ya que este tema (distintas expresiones cuadráticas), los alumnos de 4º I (Naturales) lo han visto con más profundidad; y preferimos enfocarnos en los problemas.

B) Plantear y responder.

1) Dentro de treinta años la edad de Natalia será la mitad del cuadrado de la edad que tenía hace 10 años. ¿Cuál es la edad actual de Natalia?

Este es el mismo problema que le daremos al otro curso (más adelante se encuentra resuelto).

Los problemas que agregamos son los siguientes:

2) Hallar dos números Naturales pares consecutivos tales que su producto de 166.

Si llamamos “**x**” a un número e “**y**” al otro (podrán usar las letras que quieran, pero fomentaremos el uso de otras letras, para que se pierda la costumbre de usar siempre las mismas); la ecuación que representa al problema es:

2n (2n+2) = 166

donde, **x = 2n**, **y = x + 2 = 2n + 2** y "**n**" es cualquier número natural.

Este problema, representa un primer encuentro con un sistema de ecuaciones mixto. Posiblemente, los alumnos no planteen las 3 ecuaciones, sino una sola (la primera), por lo que, al corregir en el pizarrón, haremos notar la existencia de las otras ecuaciones.

Es similar al problema que la profesora les dio en el último trabajo práctico. Sin embargo, plantea ciertas restricciones (ser Naturales y pares consecutivos), por lo que veremos que ninguna de las soluciones de la ecuación, nos servirán de respuesta válida. Además, puede dar lugar al uso de "inducción" para plantearlo, ya que para escribir dos números pares consecutivos, pueden ir probando con ejemplos, hasta encontrar la generalización.

3) En una isla se introdujeron 112 iguanas. Los zoólogos descubrieron que la cantidad de iguanas en función del tiempo (en años) se podía representar con una función cuadrática. Al principio se reprodujeron rápidamente, pero los recursos de la isla comenzaron a escasear y la población comenzó a decrecer, luego de llegar al máximo de 233 iguanas a los 11 años. ¿En qué momento la población de iguanas se extingue?

El problema original, da la ecuación de la función representativa de esta situación. Luego de resolverlo, decidimos dar otros datos para que puedan encontrarla ellos mismos, y utilizar las otras formas de la ecuación cuadrática.

Lo que pide la actividad es calcular las raíces (de las cuales una sola servirá, debido a que la otra es negativa y el "tiempo no puede ser negativo").

Puesto que no se da la función explícitamente, hay que usar otros datos para calcularla primero. Uno de los datos es el vértice (11; 233), donde se deberá interpretar que la cantidad de años es la variable independiente y la cantidad de iguanas, la dependiente. El otro dato es la ordenada al origen (0; 112), que se debe interpretar porque se "comienza" (tiempo = 0) introduciendo 112 iguanas.

Una vez que se identifican estos datos, se deberá usar la expresión **canónica** para encontrar la fórmula: se tiene el vértice y un punto por donde pasa la función.

$$I(t) = a\ (t - 11)^2 + 233$$

Fomentaremos el uso de otras letras para identificar a las variables.

Deberán encontrar el valor del coeficiente principal ("a"), valuando la función en el otro punto (el de la ordenada al origen). Quedando:

$$\mathbf{I(t) = -1\ (t - 11)^2 + 233}$$

Y, finalmente, encontrar la forma **polinómica**, para calcular las raíces.

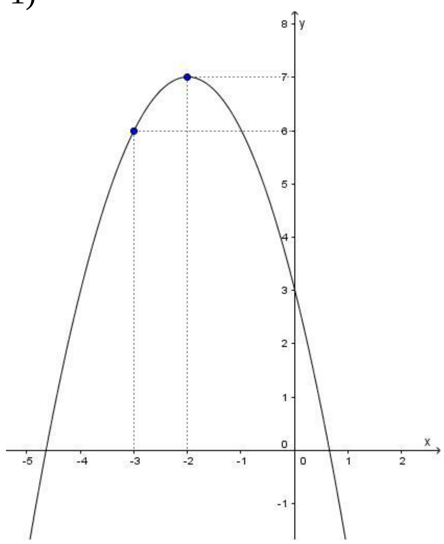
$$\mathbf{I(t) = -t^2 + 22t - 112}$$

Al no dar un número entero como raíz positiva (da 26,26 años), destacaremos la importancia de tener en cuenta qué unidad de medida se usa a la hora de redondear.

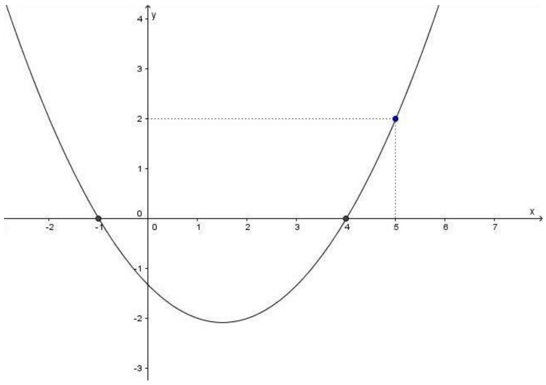
Nuevamente, este tipo de problemas (al igual que el problema de los peces de la clase anterior), si se quiere graficar, hay que tener en cuenta la que la variable “cantidad de iguanas” es discreta, por lo que el gráfico no sería continuo; pero la variable “tiempo” es continua, por lo que se puede precisar cuántos años, meses e incluso días transcurrieron para cualquier cantidad de iguanas.

C) Escriban la forma polinómica de las siguientes parábolas:

1)



2)



Esta actividad es similar a las del inciso A, pero en lugar de dar los pares ordenados explícitamente, deben sacarlos de los gráficos, y elegir qué expresión conviene usar para encontrar la fórmula según los datos que los mismos arrojan.

<u>Para 4º II (Sociales):</u>

A) Escriban las siguientes funciones en la forma más conveniente de acuerdo a los datos dados y luego hallen las expresiones polinómicas de cada una.

Estos son ejercicios para ir “entrando en calor”, que presentan un desafío bajo y cerrado (Ponte, 2005), para que se vayan acostumbrando a la notación de las distintas formas de las ecuaciones.

1) El vértice es (-1; -2) y el coeficiente principal es 2.

Forma **canónica**: $f(x) = 2\,(x - (-1))^2 + (-2)$ → $\mathbf{f(x) = 2\,(x + 1)^2 - 2}$

Desarrollando el cuadrado del binomio y luego aplicando distributiva, resulta:

$$f(x) = 2\,(x^2 + 2x + 1) - 2$$
$$f(x) = 2x^2 + 4x + 2 - 2$$

Forma **polinómica**: $\mathbf{f(x) = 2x^2 + 4x}$

Normalmente se confunden con los signos, por lo que elegimos un vértice con coordenadas negativas para recalcar la diferencia entre el signo menos de la fórmula y el de los números de las coordenadas.

2) Las raíces son $x_1 = -2$ y $x_2 = 6$ y el coeficiente principal es -1.

Forma **factorizada**: $f(x) = -1\,(x - (-2))\,(x - 6)$ → $\mathbf{f(x) = -1\,(x + 2)\,(x - 6)}$

Aplicando distributiva dos veces, resulta:

$$f(x) = -1\,(x^2 - 6x + 2x - 12)$$
$$f(x) = -1\,(x^2 - 4x - 12)$$

Forma **polinómica**: $\mathbf{f(x) = -x^2 + 4x + 12}$

Por el mismo motivo que indicamos antes, elegimos una raíz negativa.

3) Pasa por el punto (3; 4) y tiene mínimo en (2; 3).

Forma **canónica**: $f(x) = a\,(x - 2)^2 + 3$

En este caso debemos encontrar el coeficiente principal ("a") y tenemos como dato un punto por donde pasa. Según observamos, los alumnos no muestran dificultades al valuar funciones (de hecho, de esta forma operan para encontrar la pendiente de una función lineal).

$$f(3) = 4$$
$$a\,(3 - 2)^2 + 3 = 4$$
$$a + 3 = 4$$
$$a = 1$$

Forma **canónica**: $f(x) = 1\,(x - 2)^2 + 3$

Luego, siguiendo el mismo procedimiento que antes, resulta:

Forma **polinómica**: $\mathbf{f(x) = x^2 - 4x + 7}$

4) Pasa por los puntos (2; 0), (5; 0) y (6; 2).

La intención es que noten que (2; 0) y (5; 0) son los puntos de corte con el eje x (2 y 5 son las raíces).

Forma **factorizada**: $f(x) = a\,(x - 2)\,(x - 5)$

Debemos ahora encontrar el coeficiente principal ("a") también, usando el otro punto por donde pasa la función valuando como antes.

$$f(6) = 2$$
$$a\,(6 - 2)\,(6 - 5) = 2$$
$$a\,4 = 2$$
$$a = 1/2 = 0{,}5$$

Les dejaremos que usen fracciones o números decimales (lo escribiremos con los decimales por una cuestión de formato).

Forma **factorizada**: $f(x) = 0{,}5\,(x - 2)\,(x - 5)$

Luego, siguiendo el mismo procedimiento que antes, resulta:

Forma **polinómica**: $\mathbf{f(x) = 0{,}5\,x^2 - 1{,}4\,x + 2}$

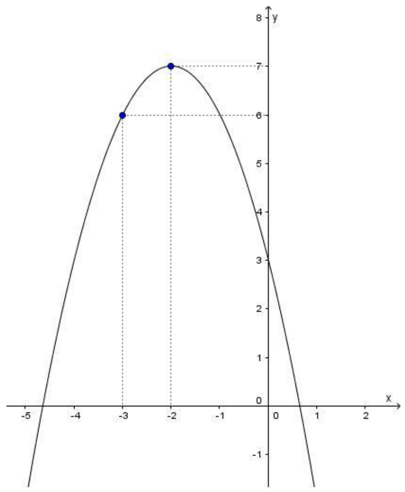
B) Plantear y responder.
Dentro de treinta años la edad de Natalia será la mitad del cuadrado de la edad que tenía hace diez años. ¿Cuál es la edad actual de Natalia?

Si llamamos "**x**" a la **edad actual** de Natalia (podrán usar la letra que quieran); la ecuación que representa al problema es: $\mathbf{x + 30 = (x - 10)^2/2}$

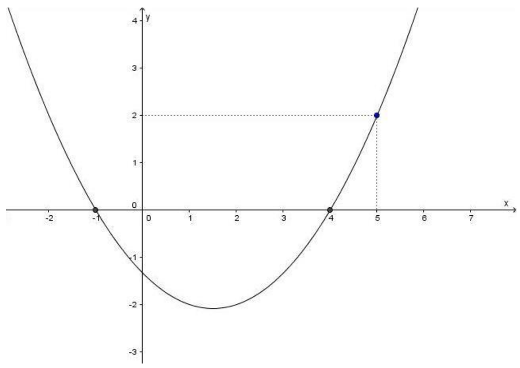
Las soluciones serían 2 y 20, de las cuales queremos que se den cuenta de que deben elegir "20 años", por la forma en que está planteado el problema ("la edad que tenía hace 10 años" hace referencia a que hace 10 años vivía, por lo que "2 años" no podría ser la solución). De esta manera, haremos notar que no sólo "cuando es negativa" una solución, elegiremos la otra (conjetura a la que podrían haber arribado por el problema de la 2da clase, donde la variable independiente era el tiempo, por lo que “no existe el tiempo negativo”).

C) Escriban la forma polinómica de las siguientes parábolas:

1)



2)



Esta actividad es la misma que le presentaremos al otro curso.

2.2.3. *3ra clase*:

Esta clase, nuevamente la vamos a realizar en la sala de computación (ya que necesitamos acceso a Internet para la búsqueda de información y vamos a utilizar Geogebra también).

Calculamos unos 10 minutos desde el timbre para entrar hasta que estén todos acomodados para empezar. Les pediremos a los alumnos que se sienten de a 2 por máquina como en la 1ra clase o cambiando de pareja.

El objetivo de esta clase es introducir y dar a conocer a la **modelización** como una suerte de “resolución de un problema (a ‘mayor escala’)” más cercano a la vida cotidiana. Es decir, las actividades principales, como planteo de la situación problemática, recolección de información y su organización, delimitación de variables de acuerdo a los criterios y suposiciones que hagamos, utilización de herramientas matemáticas para solucionar el problema, analizando el comportamiento de las variables. Además, con la actividad pretendemos repasar el tema “Sistemas de Ecuaciones Lineales.”

El problema que le vamos a plantear es una pregunta que cualquiera puede hacerse en la vida cotidiana (esta pregunta disparadora, estará en el apunte que deberían haber sacado para esta clase; del mismo modo la escribiremos en el pizarrón):

"Quiero comprarme *de contado* un *celular nuevo*, con *línea nueva*. ¿Con qué empresa compro la línea? ¿Qué modelo compro?
¿Con abono fijo o con factura?"

En una primera instancia, pediremos que nos digan todas las cosas que creen que deberíamos tener en cuenta a la hora de comprar un celular nuevo. Todas las ideas que digan las iremos registrando en la pizarra; tales como: marcas, promos, empresas, planes, etc. Una vez que tengamos esta "lluvia de ideas", haremos una puesta en común de la importancia de cada variable a tener en cuenta y así poder empezar a descartar algunas. A medida que vamos definiendo criterios para la elección del celular y la empresa, iremos refinando la búsqueda de información. La palabra "suponer" va a surgir mucho, por lo que va a estar anotada en el pizarrón desde el principio hasta el final (de hecho, el planteo del problema mismo, ya tiene suposiciones: que el aparato se comprará nuevo, de contado y será una línea nueva).

Seguidamente, empezaremos a establecer criterios de elección, haciendo más suposiciones.

Empezando, diremos que "por malas experiencias en el pasado con las otras empresas, ahora queremos comprar el celular en Personal" (nos parece interesante la página de esta empresa para ordenar la información[7]), y de esta forma restringimos la variable empresa a un solo valor.

Luego, diremos que hay que tener en cuenta que quiero gastar lo menos posible, ya que, no utilizo tanto el celular, ni para llamadas ni mensajes, sino que mayormente uso internet y con wi-fi.

Además, diremos que, por más que queramos abaratar costos, siempre influyen un poco nuestros gustos, por lo que, de todas las marcas que venda Personal, nosotros queremos un Samsung (restringimos las variables gustos y modelo de celular a un solo valor).

Siguiendo estos pasos, deberíamos llegar a la elección de un celular con ciertas características (como calidad de cámara, tamaño, etc., los cuales, para nuestro análisis, no nos interesarán, así que desestimaremos o diremos que fueron tenidas en cuenta a la hora de delimitar la variable gustos). Hecho esto, podremos ver cuál es el Samsung de menor precio.

Lo último con lo que nos encontraremos es elegir si vamos a comprar una línea a tarjeta o con abono fijo (acá tendremos en cuenta que para acceder a un precio promocional del aparato, debemos acceder a contratar un abono que no corresponde al más económico) que es lo que más nos interesa analizar.

Para hacer todo esto, entraremos en la página de Personal y, con la ayuda de los filtros que posee la misma, iremos desechando las variables que fuimos dejando de lado y podremos acomodar el precio de los celulares para que nos aparezcan los más baratos. Con esto, podemos buscar hasta encontrar uno de marca Samsung, seleccionarlo y poder ver las formas de pagarlo.

[7] En caso de no poder contar con la sala de computación, vamos a tener catálogos de Personal para sacar de ahí la información y usaremos Algeo con los celulares para graficar.

1. Luego, trataremos de modelizar el **gasto total** (en $) respecto del **tiempo** que transcurra (en meses) tanto para una línea a tarjeta o con abono fijo.

Nos deberán quedar 2 funciones lineales, con la forma:

Gasto Total = Costo del celular + (abono mensual) . tiempo Gasto Total = Costo del celular + (carga mensual promedio) . tiempo

Haremos notar la necesidad de llamar a cada variable y parámetro con una letra para poder escribir la función de una manera más “manejable” y similar a cómo las hemos trabajado con anterioridad.

Como vamos a pagar el celular de contado, los gastos mensuales que tendremos por la compra serán, en un caso, el abono mensual y, en el otro, los gastos por las tarjetas. Como el gasto por mes es variado, es decir, que no tiene un monto fijo, vamos a proponer el acuerdo de hacer cargas de un promedio de $100 por mes (acá haremos notar que hay que tener en cuenta que uno tiene que ser constante con las cargas, ya que si se pasan de $100 el promedio va a cambiar la pendiente de la recta que representa el gasto de la línea con tarjeta).

Les haremos abrir Geogebra y guardar el archivo como “Clase 2 – Sistema de Ecuaciones Lineales – Apellidos de los integrantes del grupo” en la carpeta “Matemática 4º Sociales/Naturales.”

En este archivo ingresaremos las funciones que nos queden de cada elección (con abono y con tarjeta) y analizaremos qué conviene más comprar (celular con abono o a tarjeta).

2. A continuación, plantearemos cambiar el promedio de cargas por mes de la línea con tarjeta (manteniendo fija la otra función). De esta manera estaremos cambiando la pendiente de la función que representa el gasto de la línea a tarjeta, y analizaremos qué conviene elegir si gastamos más por mes (tener abono o tarjeta). Para esto, podemos crear un deslizador para la pendiente de la función de gasto total de la línea a tarjeta.

3. Finalmente, nos preguntaremos: ¿qué nos conviene comprar (línea con abono o a tarjeta), sabiendo que lo venderemos a los 18 meses (ya que pasado ese tiempo no se cobra “multa” por dar de baja el abono?).

También variaremos la pendiente de la función de gasto de la línea a tarjeta, para de acuerdo a las carga promedio que planeamos hacerle a dicha línea, comparar qué nos conviene contratar en un principio.

Todas las instancias de “cambio de supuestos” (1, 2 y 3) quedarán anotadas en el pizarrón (para que lo registren en sus carpetas).

A continuación presentamos un ejemplo que hicimos nosotros en Geogebra, escogiendo para la línea con abono fijo un abono de $215:

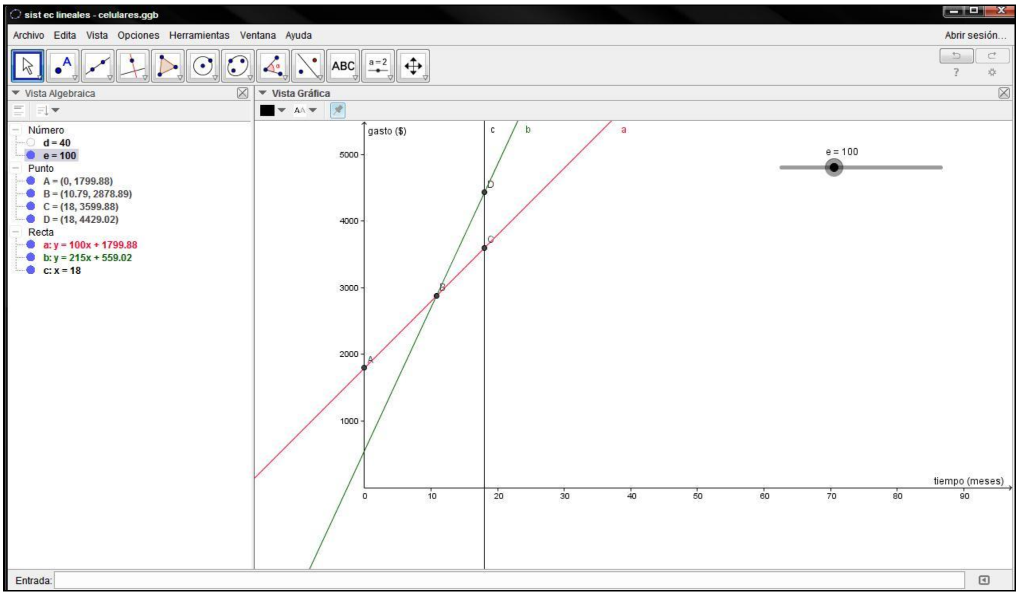


Figura 7. Ejemplo que realizamos nosotros del problema.

Nos pareció muy interesante plantear la actividad con Geogebra, ya que al manejar números "altos", debemos tener en cuenta la escala elegida para cada eje, y este programa soluciona el problema de una manera muy práctica (evitando el tener que realizar gráficos manualmente reiteradas veces). Además, podemos nombrar a los ejes con el nombre de las variables analizadas para facilitar la interpretación del gráfico. También, haremos notar las limitaciones del programa; por ejemplo, que el gráfico, estaría considerando "tiempos negativos", por lo que, por más práctico o rápido que sea GeoGebra, uno debe interpretar los resultados que brinda.

Uno de los objetivos finales de esta actividad, es advertir que usando la modelización matemática, podemos ser "consumidores responsables" de acuerdo a nuestro presupuesto.

Tarea "2"[8]:

Escribir una **narrativa** (en formato digital, y en no más de 2 páginas) de lo que hicimos en clases ordenadamente (comparándolo con el teórico que se dará en la clase siguiente y se encuentra a continuación en este apunte).

La narrativa debe contener las 3 instancias que llevamos a cabo en clases:

- Las funciones que modelizan el gasto que se haría comprando el celular con tarjeta y el gasto para celular con abono. Justificando y graficando debidamente (los gráficos hechos con Geogebra, se pueden anexar al archivo como imágenes haciendo prints de pantalla, por ejemplo).

[8] Valdrá hasta 2 puntos de la "Nota II".

- El análisis de la situación de "variar (por lo menos 2 veces) la carga mensual de tarjetas en una de las funciones" (siempre manteniendo fijo el monto del abono de la otra función de gasto). Anexar los gráficos correspondientes que sirvan de ejemplo.

- El análisis de la situación de "querer vender el celular a los 18 meses", con distintos montos (por lo menos 2) de cargas mensuales de tarjetas (siempre manteniendo fijo el monto del abono de la otra función de gasto). Anexar los gráficos correspondientes que sirvan de ejemplo.

La entrega será **individual** y se **evaluará** principalmente que se entregue a tiempo, que se justifiquen las preguntas correctamente, la prolijidad, coherencia y orden; el trabajo en equipo, el respeto, la atención y la participación en clase.

Habrá dos fechas de entrega (ambas vía mail[9]):

Una primera, para la entrega de un ***boceto*** con las dudas que puedan llegar a tener **(Naturales: Lunes 10/08 – Sociales: Viernes 14/08)**.
Y una última fecha **(Naturales: Viernes 14/08 – Sociales: Martes 18/08)**, para entregar el ***"trabajo final"***; de esta manera, pueden consultarnos las últimas dudas personalmente en clase.

RECORDAR: Durante la clase, antes de que termine la misma, **enviarse los archivos** a sus casillas de correo para poder realizar la tarea con mayor facilidad.

2.2.4. *4ta clase*:

Luego de que se entren todos al aula y se acomoden, pediremos que tengan a mano el boceto de la **Tarea "2"** (la narrativa sobre la "elección de un celular") y comiencen a tomar nota en la carpeta. Nuevamente, calculamos que esto tomará unos 5 minutos.

Comenzaremos dando una explicación sobre qué es modelizar, las cosas a tener en cuenta y sus pasos a seguir (una pequeña clase teórica usando únicamente el pizarrón como TIC), mientras vamos comparando lo que hicimos la clase anterior y había quedado de tarea. Calculamos que esto nos llevará unos 20 minutos. El objetivo de esto es que veamos que no es tan difícil hacer una modelización, siempre y cuando se sigan ordenadamente los pasos (reconociendo que no siempre van a tener el mismo orden) y sabiendo diferenciar y elegir las variables que son importantes para responder nuestra problemática previamente planteada, tomando decisiones respecto a los criterios que vamos a seguir a la hora de realizar esta actividad. Además, de la importancia de tomar registro durante el proceso.

En un principio, al tener la idea de hacer un Proyecto con una modelización, nos pareció muy útil dar esta clase teórica. Sin embargo, al cambiar la planificación y enfocarnos en la resolución de problemas y no incluir la modelización en ella, la clase

[9] Para todos las entregas vía mail tendrán hasta las 23:59 de cada fecha límite para mandarlo.

no dejó de parecernos útil, sino que cambiamos su utilidad. El propósito de dar un poco de contenido teórico – y, sobretodo, relacionándolo con las actividades prácticas que les planteamos – es que creemos que, observando lo provechoso que puede ser el uso de la matemática para modelizar distintas situaciones de la vida, los estudiantes pueden ir redescubriendo el sentido que tiene estudiar esta materia.

Asimismo, queremos que noten que adoptar una cierta "disciplina" a la hora resolver problemas, facilita en gran parte el trabajo y que pueden usar a la matemática como una herramienta muy útil en sus vidas.

A continuación, presentamos el teórico, que se encontrará en el apunte que pedimos que fotocopien en la 1ra clase, pero también vamos a ir tomando nota en el pizarrón, de lo más relevante; mientras vamos relacionando la teoría con la actividad de la clase anterior. De esta forma, podremos hacer notar más fácilmente que la modelización es un proceso NO lineal.

LA MODELIZACIÓN MATEMÁTICA

El **Proceso de Modelización Matemática** consistente en los siguientes seis sub-procesos (Blomhøj y Højgaard Jensen, 2003):

(a) Formulación del problema: formulación de una tarea (más o menos explícita) que guíe la identificación de las características de la realidad percibida que será modelizada.

(b) Sistematización: selección de los objetos relevantes, relaciones, etc. del dominio de investigación resultante e idealización de las mismas para hacer posible una representación matemática.

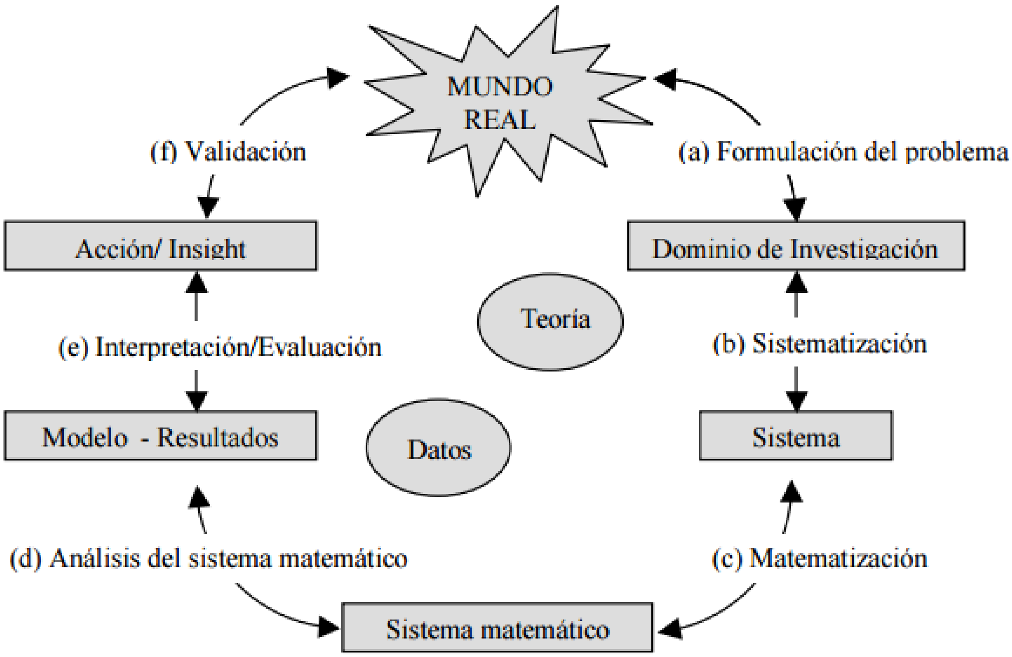
(c) Traducción de esos objetos y relaciones al lenguaje matemático.

(d) Uso de métodos matemáticos para arribar a resultados matemáticos y conclusiones.

(e) Interpretación de los resultados y conclusiones considerando el dominio de investigación inicial.

(f) Evaluación de la validez del modelo por comparación con datos (observados o predichos) y/o con el conocimiento teórico o por experiencia personal o compartida.

El proceso de modelización no debería ser entendido como un proceso lineal. Un proceso de modelización siempre toma la forma de un proceso cíclico donde las reflexiones sobre el modelo y la intención de uso de éste, conduce a una redefinición del modelo. De hecho, cada uno de los seis sub-procesos puede introducir cambios en el proceso previo. Para señalar estos aspectos dinámicos, el proceso de modelización es mostrado mediante el diagrama circular de la figura siguiente:



(…) "Teoría" significa aquí el conocimiento acerca del dominio de investigación usado en el proceso de modelización. El conocimiento base podría (…) variar desde teorías bien fundadas con matices incorporados (tal es el caso frecuente de la física) hasta experiencias personales y compartidas, y suposiciones (…). El carácter de este conocimiento base tiene vital importancia para determinar cómo el modelo y sus posibles aplicaciones pueden ser validados. A veces, los "Datos" existen previos al proceso de modelización y por lo tanto, estos "datos" pueden ser usados en los procesos de sistematización y matematización, y eventualmente usados también para validar el modelo.

Los últimos 50 minutos aproximadamente, estarán divididos en 2 momentos. La finalidad de la clase será repasar los métodos de sustitución, igualación y gráfico (para este último vamos a hacer que usen Algeo en sus celulares) y Sistema de Ecuaciones Lineales. Los mismos serán uno de cada tipo para poder concluir la clase con la clasificación de sistemas (Compatibles Determinados, Incompatibles y Compatibles Indeterminados) y serán muy sencillos porque no nos interesa tanto complicar los cálculos, sino, enfocarnos en los métodos de resolución y las posibles soluciones.

Primer Momento (15 minutos)

Escribiremos en el pizarrón el siguiente Sistema de Ecuaciones Lineales (que será Compatible Determinado).

$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ y - 2x = -1 \end{cases}$$

Iremos resolviendo junto con la ayuda de los alumnos el sistema, preguntando qué métodos recuerdan y tomando nota en el pizarrón. Por lo que observamos, recuerdan bastante el tema y están habituados a utilizar los métodos, así que no consideramos que nos llevará mucho tiempo.

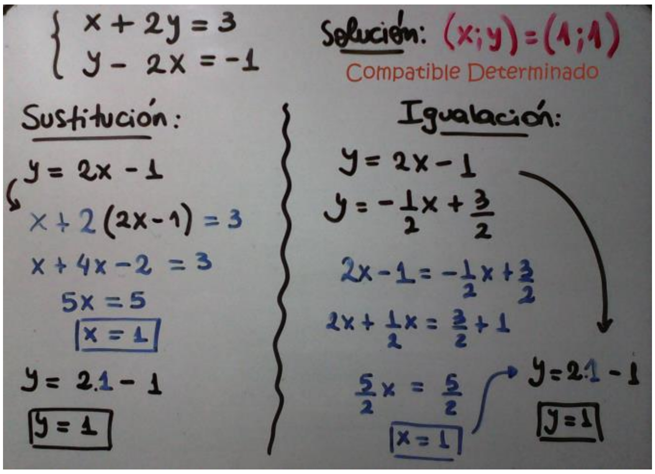
Lo resolveremos por sustitución y por igualación también. Les aconsejaremos que vayan tomando nota.

Les mostraremos que, si en ambas ecuaciones "despejamos *y*", obtendremos 2 funciones lineales.

$$\begin{cases} y = f(x) = -\dfrac{x}{2} + \dfrac{3}{2} \\ y = f(x) = 2\,x - 1 \end{cases}$$

Pediremos que utilicen Algeo en sus celulares para dibujar ambas funciones en un mismo gráfico y haremos un dibujo aproximado en el pizarrón.

Por último escribiremos la solución (el conjunto solución) y su clasificación.



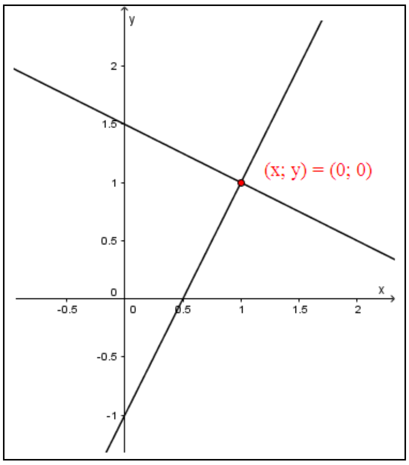


Figura 8. Boceto de cómo quedará la resolución del sistema en el pizarrón.

Pediremos que terminen de copiar todo y pasaremos al siguiente momento.

Segundo Momento (35 minutos)

Puesto que al final de la clase suelen estar un tanto cansados, especialmente, después de una clase teórica, haremos una pequeña competición.

Separaremos el pizarrón en 2 partes (luego de borrar lo anterior) y en cada una irá un sistema de ecuaciones distinto (uno Incompatible y uno Compatible Indeterminado), y las filas de bancos también las dividiremos en 2 grupos.

Incompatible

$$\begin{cases} -x + y = 3 \\ y + 4 = x \end{cases}$$

Compatible Indeterminado

$$\begin{cases} y - 2 = x \\ 3x + 6 = 3y \end{cases}$$

A cada grupo le tocará resolver un sistema, pasará un alumno representante de cada grupo (que elegiremos nosotros) a resolverlo al pizarrón con el método analítico que quiera (sustitución o igualación) pudiendo consultar con sus compañeros; mientras que sus compañeros lo resuelven con el método gráfico usando Algeo en sus celulares.

Al finalizar, basándose en el gráfico obtenido con el programa, debe pasar otro representante a graficarlo en el pizarrón “a ojo”, pero respetando las escalas que elija.

Por último, un tercer representante deberá pasar a escribir el conjunto solución y el tipo de sistema que es de acuerdo a éste. Tendrán 15 minutos para hacer todo.

Debería quedar algo similar a lo que se ve en la **Figura 9**.

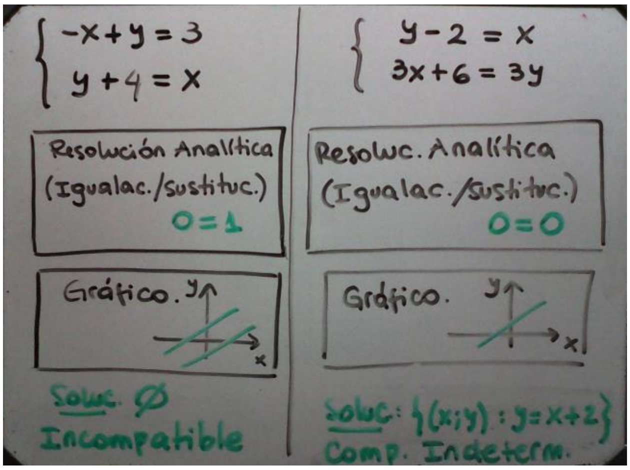


Figura 9. Boceto de cómo quedará estructurada la actividad de “competición” en el pizarrón.

Pasados los 15 minutos, haremos una puesta en común (en los últimos 20 minutos). Pasarán un cuarto y quinto representante de cada grupo a explicar lo que hicieron sus compañeros y nosotros trataremos de no corregir los posibles errores, sino que dejaremos que se corrijan entre ellos, pero gestionaremos la puesta en común con preguntas, tales como: ¿qué significa que las rectas no se corten en el gráfico? (haciendo referencia al sistema incompatible); ¿porqué el gráfico queda con una sola recta? (en el sistema compatible indeterminado); ¿qué quiere decir que quede 0 = 0 en la resolución analítica (del compatible indeterminado)?; y otras que puedan llegar a surgir de acuerdo a lo que los estudiantes hagan.

Cerraremos la clase escribiendo en el pizarrón un pequeño resumen con la clasificación de los Sistemas de Ecuaciones Lineales, como se ve en la **Figura 10**.

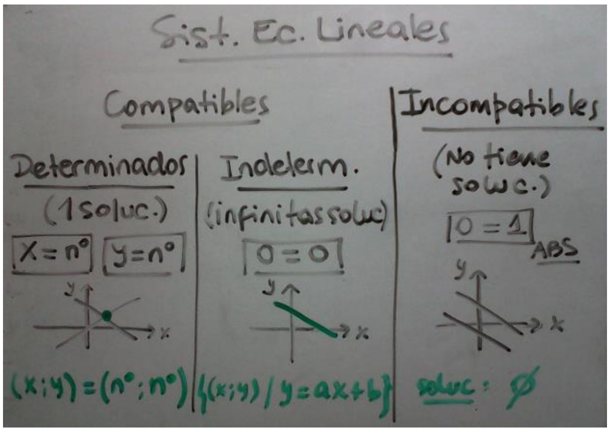


Figura 10. Boceto del resumen de la clasificación de los Sistemas de Ecuaciones Lineales que quedará en el pizarrón.

<u>Tarea "3"[10]:</u>

Para la clase siguiente (**Naturales: Jueves 13/08 – Sociales: Martes 18/08)**, deben presentar (en una hoja aparte de la carpeta):

- La resolución de los 3 sistemas dados en clase (escritos a continuación) con el ***método analítico*** que prefieran:

$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ y - 2x = -1 \end{cases} \qquad \begin{cases} -x + y = 3 \\ y + 4 = x \end{cases} \qquad \begin{cases} y - 2 = x \\ 3x + 6 = 3y \end{cases}$$

- Un ***gráfico*** "a ojo", basándose en el gráfico hecho en Algeo, para cada uno de los 3 sistemas.

- Los ***conjuntos solución*** y ***clasificación*** respectiva de cada uno de los 3 sistemas.

La entrega será **individual** y se **evaluará** principalmente que se entregue a tiempo, la prolijidad, coherencia y orden en la resolución (si algo no les sale, dejar la duda escrita en la hoja que entreguen), el trabajo en equipo (durante la clase), el respeto, la atención y la participación en clase.

Esta tarea nos va a servir a modo de diagnóstico/cierre de repaso. No planificamos una devolución grupal de esta tarea, ya que, en primer lugar, es un tema de repaso y, en segundo lugar, como ya dijimos anteriormente, nos sirve de diagnóstico y lo tendremos en cuenta a la hora de resolver Sistemas de Ecuaciones Mixtos (el tema que nos toca dar). Será evaluable, puesto que, lo que realmente estaremos evaluando es qué tanto atienden en clases y qué tan predispuestos están para trabajar.

[10] Valdrá hasta 2 puntos de la "Nota II".

2.2.5. *5ta clase*:

Una vez más, calculamos que entre el toque del timbre y poder dar comienzo a la clase tardaremos unos 5 minutos.

Comenzaremos pidiendo la tarea de la clase anterior, la **Tarea "3"** (la resolución de los 3 sistemas de ecuaciones).

Y les recordaremos que tienen que mandar la **Tarea "2"** (narrativa de la "elección de celulares"), los que no la hayan mandado aún.

El tema principal a tratar será Sistemas de Ecuaciones Mixtos, a través de una metodología de trabajo con formato de Ateneo. De esta manera, pretendemos fomentar el debate, la formulación de hipótesis y su posterior cotejo con los datos que se obtengan, al encontrar una solución al problema que le plantearemos, con herramientas matemáticas.

Respecto a los ateneos, el Diseño Curricular vigente (tanto de Orientación en Ciencias Naturales como en Ciencias Sociales y Humanidades) plantea que permiten abordar contenidos tales como *interpretación* de la información (uno de nuestros objetivos principales). "El docente interviene – de manera activa – para establecer las formas adecuadas de organizar la clase para el logro del objetivo que se persigue y de acuerdo con el problema presentado. Luego, para la organización de los momentos de la tarea: investigación, discusión, reflexión e institucionalización (...) También podrá proponerles que comparen procedimientos de otros estudiantes o que vuelvan a leer el enunciado para ayudar al análisis y a la reflexión. Ofrecer la ayuda precisa cuando se plantean respuestas erróneas (sin decir lo que se debe hacer y sin intervenir en lo concerniente al saber que se pone en juego), para que el estudiante avance hacia el trabajo autónomo, permitiendo de esta manera que se cuestione lo que hace e interactúe con otros para progresar en la construcción de respuestas correctas."

Les pediremos que saquen el apunte que habremos dejado en fotocopiadora y que vayan a la página donde empieza la historia que se presenta a continuación. La leeremos entre todos (vamos a ir cambiando de lector cada tanto) y daremos comienzo al debate.

"Cuando vos vas, yo voy y vuelvo… La revancha de la liebre."

Como podrán recordar, hace unos años ya, la Tortuga retó a la Liebre a una carrera. La Liebre, orgullosa y engreída, aceptó, convencida de que iba a ganar, puesto que el paso leeeento de la Tortuga no era comparable con sus habilidades y gran velocidad. Sin embargo, esta confianza en sí misma, hizo que terminara perdiendo, ya que se quedó dormida mientras que la Tortuga, a paso constante y tranquilo, llegaba a la meta convirtiéndose en la campeona.

Obviamente, la Liebre no estaba conforme con este resultado, por lo que le pidió revancha en repetidas oportunidades a la Tortuga, quien se negaba siempre; en parte, porque la fama había empezado a afectar su ego y no quería perder el título.

Esto no detuvo a la Liebre de seguir entrenando y corriendo… y de seguir creyéndose la criatura más rápida del pueblo. Era muy difícil hacer mella en su tan inflado ego.

Finalmente, la Liebre logró convencer (o hartar) a la Tortuga para que corrieran de nuevo.

Esta vez, la carrera iba a ser de 4km, a lo largo de un camino recto sin ningún obstáculo. Debían atravesar un túnel de 1km de largo, que empezaba en el kilómetro 2 del camino de la carrera.

En la línea de partida se empezaban a acumular animales de todo el pueblo. La mayoría de parte de la Tortuga, pero la Liebre conservaba algunos admiradores.

– ¿No vas a dormir una siesta durante la carrera, Liebre? – le preguntó la Tortuga. Sus seguidores estallaron en risas.

La Liebre, trató de comportarse con más modestia que la última vez. Así que respiró hondo y le respondió negando con su cabeza simplemente.

– ¡Me cae mejor este conejo, ahora! Así me gusta, ¡que reconozcas el desafío que represento! – exclamó la Tortuga ufana de sí misma.

– Acá están los GPS, por favor, pónganselos en los brazos. – intervino el Búho, juez de la carrera.

– ¿Para qué GPS? – quiso saber la Liebre sorprendida.

– Para tener mejor control de los resultados de la carrera. Fueron cortesía de la familia de la Tortuga, quien los fabrica. – le contestó.

– ¡Son de última generación, lo mejor del mercado y a un precio super accesible! – exclamó la Tortuga para que todos pudieran oír. Publicidad. Pensó la Liebre. Esta carrera no significa más que una excusa para publicitar sus negocios. Y sacudió su cabeza poniendo sus ojos en blanco.

– Es un regalito para que no te pierdas y uses de excusa eso para cuando te gane. Como la siesta de la última vez. – agregó la Tortuga.

La Liebre, lejos de poder ignorar este comentario, no pudo con su genio:

– No voy a dormir ninguna siesta ni voy a perderme, Tortuga. Pero te voy a dar una ventaja. – le respondió indignada. – Voy a empezar desde el kilómetro 4.

– ¿En la meta? Los años te tienen mal, querida amiga. ¡Esa sería una ventaja para vos, no para mí! – le contestó la Tortuga burlonamente.

– Sí, en la meta voy a empezar. Voy a volver hasta acá (la línea de partida) y de nuevo voy a regresar a la meta. Antes que vos, claro está. – contraatacó la Liebre.

– Mejor dormite una siestita. – se jactó la Tortuga. – ¿Vas a correr 8km más rápido de lo que yo tardo en correr 4? – inquirió, todavía entre risas coreado por los animales que se encontraban cerca y estaban escuchando la conversación.

– Exacto voy a correr el doble de distancia que vos y en menos tiempo. – respondió la Liebre. – Porque cuando vos vas… yo voy y vuelvo. – remató, guiñándole un ojo. Y, luego de organizarse con los encargados de dar la orden de salida en la competición, para que sincronizaran sus relojes, se dirigió a una carreta que llevaba a los interesados en ir hasta la meta para ver el final de la carrera.

La carrera en cuestión comenzó a las 2 de la tarde y terminó a las 6 de la tarde en punto, con la Liebre como ganadora. Pero los festejos no duraron mucho… Ya que llegó la Tortuga cojeando y quejándose, gritando desde lejos a todo pulmón: "¡Tramposa! ¡Fraude!".

Cuando llegó, todo era un revuelo. Nadie entendía nada y casi comienza una pelea. Hasta que el Búho puso fin al silencio con un silbido y preguntó a la Tortuga:

– ¿Qué ha ocurrido?

– ¡Me empujó y me lastimé! ¡Dentro del túnel! ¡Donde nadie podía vernos! – acusó la Tortuga apuntando a la Liebre.
– ¡Yo no hice eso! – respondió la acusada.

Y así siguieron las acusaciones por un buen rato. Nadie sabía a quién creerle. Ambos animales lucían verdaderamente indignados por las acciones del otro. Así que el Búho, sensatamente sugirió llevar a juicio a la Liebre por el presunto ataque a la Tortuga en el túnel, pedir la participación de testigos en distintos lugares del camino donde había sido la carrera, utilizar los datos de los GPS y votar al finalizar.

Los encargados de dar comienzo a la carrera corroboraron sus relojes, que seguían sincronizados y bajo juramento alegaron no alterar en ningún momento los aparatos.

Los encargados de darles agua en el kilómetro 1, atestiguaron que a las 3 de la tarde en punto vieron cruzarse a los competidores, la Liebre venía desde la meta y la Tortuga iba hacia ella. Y nuevamente vieron a la Liebre pasar por su puesto luego de 2hs de avistarla por primera vez.

Quienes se habían quedado en la línea de partida aseguraron ver a la Tortuga salir a las 2 de la tarde en punto cuando sonó la orden de salida, además, afirmaron que a las 2hs del comienzo de la carrera la Liebre llegó a la línea de partida y dio la vuelta fugazmente, para dirigirse nuevamente hacia la meta.

Los que estaban en la meta, atestiguaron que la Liebre salió a las 2 de la tarde en punto y llegó 4 horas después.

Como no había nadie en otros lugares del camino, sobre todo cerca del túnel, aquí terminaron los interrogatorios.

Finalmente, imprimieron los datos de los GPS. El de la Tortuga se había roto al caer (o al ser empujada), por lo que sólo se había podido recuperar que por 3hs había andado con velocidad constante de 1km/h. Con respecto al GPS de la Liebre, que estaba intacto, para la sorpresa de todos, los datos estaban incompletos. Sólo aparecía que la aceleración había sido constante durante todo lo que duró la carrera y había sido de 2 km/h^2. Pero no había rastros de la velocidad, ni de las posiciones en los diferentes momentos de la carrera.
– ¡Qué conveniente! – se quejó la Tortuga, sumamente enojada.
– ¡Que los juguetitos de tu familia no funcionen bien, no es mi culpa! – se defendió la Liebre.

Uno de los animales, había estado registrando todos los testimonios e información, hizo un esbozo de gráfico que representaba la situación y tenía una hipótesis de qué había sucedido. Sin embargo, el Búho consideró que un dibujo no era prueba suficiente. Necesitaba un análisis más detallado de la situación además del gráfico. Puesto que la Tortuga y la Liebre seguían firmes en sus declaraciones y nadie estaba totalmente seguro de qué había pasado realmente…

Seguidamente, haremos un debate entre todo el curso, para lograr graficar la situación y tratar de arribar a alguna hipótesis.

La idea es que lleguemos a armar el gráfico de la **Figura 11**.

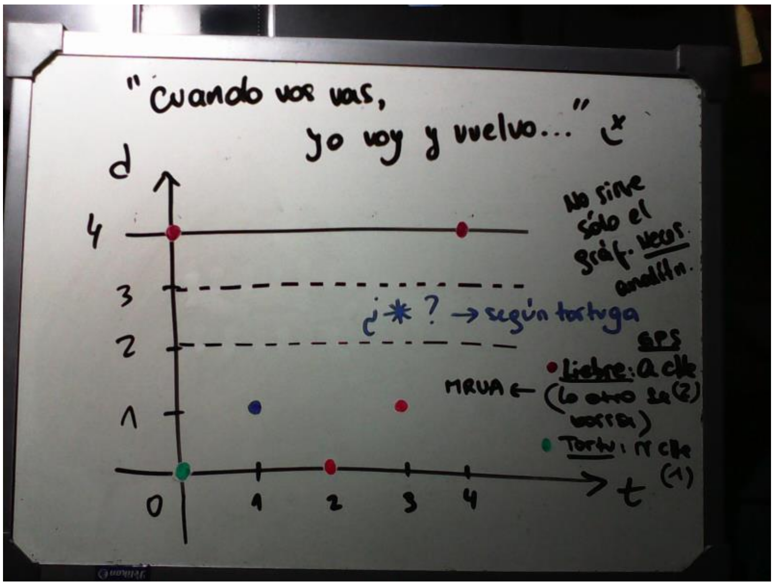


Figura 11. Gráfico con los datos iniciales del cuento que se registrará en el pizarrón.

De esta forma, pueden sospechar (si no lo sospechan, los encaminaremos por esa dirección, sin decirles directamente lo que esperamos noten) que el tipo de movimiento de la Liebre es Rectilíneo Uniformemente Variado - MRUV (Acelerado) y el tipo de movimiento de la Tortuga (por lo menos por las 3 primeras horas es Rectilíneo Uniforme - MRU; y así podrán buscar la fórmula que representaría los dos movimientos en Internet (en sus celulares).

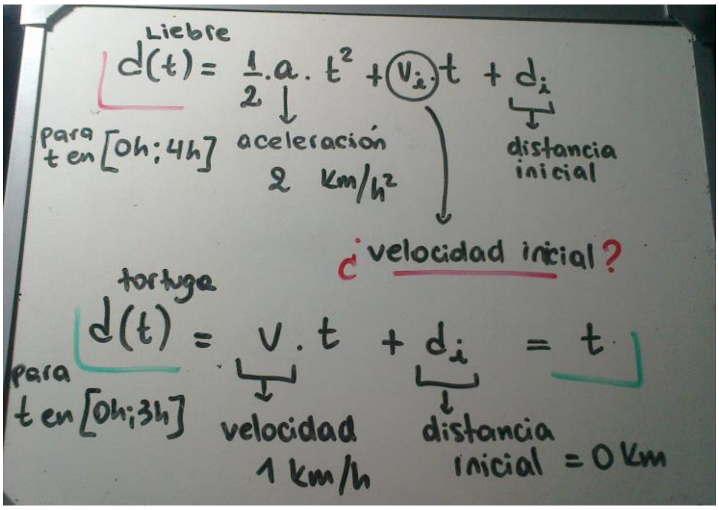


Figura 12. Funciones de MRUV y MRU de la liebre y la tortuga, respectivamente, que se registrarán en el pizarrón.

Teniendo ya la estructura de las funciones de movimiento, faltaría calcular la velocidad inicial. En esta instancia, pediremos que se junten en grupos de no más de 4 o 5 personas, para debatir qué datos son relevantes para el problema. Al armado de las funciones lo planteamos como una actividad para realizar entre todos y con nuestra guía, por tratarse de un tema de física y que vieron el año pasado, pero para lo que se debe hacer a continuación, sólo se necesitan conocimientos de la unidad anterior (expresiones cuadráticas canónica, factorizada y polinómica), se las recordaremos y viendo el gráfico trataremos de deducir qué datos nos sirven.

Se pretende que logremos deducir entre todos lo que se muestra a continuación en la **Figura 13**.

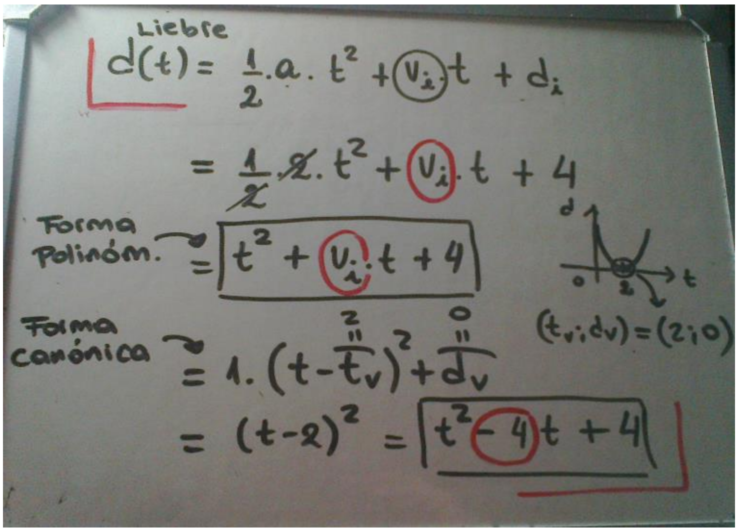


Figura 13. Deducción que se registrará en el pizarrón, usando la expresión canónica para encontrar la velocidad inicial (faltante).

Una vez que encuentran las dos funciones de movimiento, se procedería a resolver el sistema de ecuaciones mixto (con sustitución o igualación).

Vamos a hacer que tengan en cuenta los datos con los que cuentan, ya que la función de movimiento de la Tortuga es para el tiempo en el intervalo [0hs ; 3hs] y la de la Liebre es para el tiempo en el intervalo "completo" [0hs ; 4hs]. Por lo tanto, vamos a tener que hacer ciertas suposiciones para ver si se podrían haber cruzado nuevamente en el camino los competidores, para saber si es posible que la Liebre hiciera trampa.

Finalmente, se espera que lleguen a la conclusión de que, la única forma de que se hubieran cruzado de nuevo (siempre y cuando la Libre se mantuviera con la misma aceleración constante y la Tortuga con una velocidad constante), hubiera sido que la Tortuga mantuviera la velocidad con la que se movía por las primeras 3hs (empatando la carrera), o si la disminuía (perdiéndola). Al fin y al cabo, se puede deducir que la Tortuga estaba mintiendo porque dijo que la Liebre la había empujado *dentro* del túnel. Y con esto se prueba que no se pudieron cruzar dentro del túnel; y vemos que la tortuga miente respecto al dónde, por lo que podría estar mintiendo en su acusación. Capaz no sepamos con seguridad qué pasó realmente, pero sí qué NO pasó.

Otras conclusiones que pueden surgir, por ejemplo, son que si la Tortuga se hubiera quedado esperando por una hora a la salida del túnel (disminuir a 0 la velocidad) se la hubiera cruzado a la Liebre; o que si al salir del túnel, aumentaba la velocidad, le podría haber ganado.

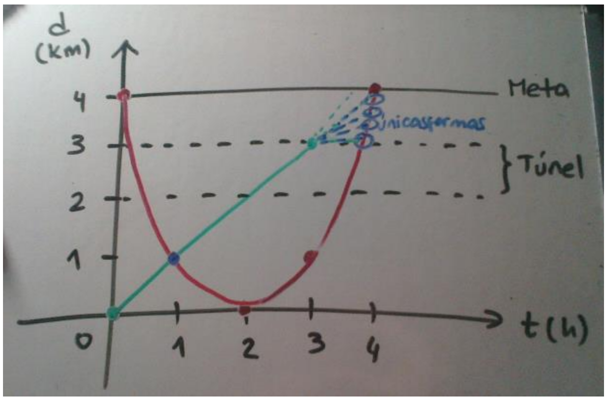


Figura 14. Gráfico final que modela la situación planteada en el cuento y que se registrará en el pizarrón.

Tarea “4” [11]:

Escribir una **narrativa** (en formato digital, y de 1 a 3 páginas) de lo que hicimos en clases ordenadamente continuando la historia de la liebre y la tortuga, escribiendo las deducciones y un final para la historia, dejando asentados los gráficos y cuentas que permitieron llegar a los resultados que obtuvimos y fundamenten el final de la historia que escriban.

La narrativa debe contener:

- Las funciones que modelizan la posición respecto del tiempo de la liebre y la de la tortuga. Justificando debidamente.
- La resolución analítica y gráfica del sistema de ecuaciones que haya quedado (los gráficos pueden hacerse con Geogebra, Algeo o a mano y se pueden anexar al archivo como imágenes haciendo prints de pantalla o sacando fotos en caso de hacerse a mano, por ejemplo).
- La redacción del final[12] de la historia, es decir, escribir “el veredicto”: ¿quién está mintiendo? ¿alguno miente? ¿quién ganó realmente? (la respuesta del problema).
- Los detalles que surgieron en clases, como los intervalos de tiempo, algunas cuestiones físicas, los “otros escenarios posibles” (¿qué hubiera pasado si…?), entre otros.

Habrá dos fechas de entrega (ambas vía mail):

Una primera, para la entrega de un ***boceto*** con las dudas que puedan llegar a tener **(Naturales: Lunes 17/08 – Sociales: Viernes 21/08)**.

[11] Valdrá hasta 2 puntos de la “Nota II”.

[12] Puede haber varios finales, puesto que no sabremos qué sucedió con certeza, pero, lo que sí sabremos es que no se pudieron cruzar *dentro* del túnel.

Y la última fecha **(Naturales: Jueves 20/08 – Sociales: Lunes 24/08)**, para entregar el ***"trabajo final"***, así pueden consultarnos las últimas dudas personalmente en clase.

La entrega será **individual** y se **evaluará** principalmente que la tarea se entregue a tiempo, con una redacción coherente y las conclusiones bien fundamentadas, el respeto, la atención y la participación durante la clase.

La creatividad en el escrito de la continuación de la historia otorgará puntaje extra, pero no será lo que se evaluará centralmente.

Se hará una devolución individual, vía mail, a cada alumno, de esta tarea. Y de ser necesario, se hará una devolución grupal.

En caso de no terminar la actividad y llegar a las conclusiones centrales, utilizaremos parte de la 6ta clase para terminar de cerrar la actividad.

2.2.6. *6ta clase:*

Como siempre, calculamos unos 5 minutos entre el toque del timbre y comienzo de la clase.

Empezaremos consultando las posibles dudas de la tarea de la clase anterior, la **Tarea "4"** (la narrativa del cuento de la liebre y la tortuga). Les recordaremos que tienen tiempo de mandárnosla hasta la noche.

Seguiremos con la resolución de problemas de sistemas de ecuaciones mixtos que introducimos en la clase anterior (estos, se encontrarán en el apunte que dejaremos en fotocopiadora al principio de las prácticas).

Podríamos ubicar a los problemas siguientes tanto en el ambiente de aprendizaje 3 (intersección del paradigma del ejercicio y en el contexto de semirrealidad), como en el ambiente de aprendizaje 1 (intersección del paradigma del ejercicio y de matemáticas puras), según Skovsmose (2000). A aquellos que hacen referencia a una semirrealidad, los inventamos o modificamos de forma tal que los resultados y datos sean lo más realistas posibles.

Problema 1:

Una librería mayorista ha comprobado que la ganancia (en miles de pesos) por "x cientos" de cajas de lápices está dada por la función $\mathbf{L(x) = -x^2 + 7x - 8}$, y la ganancia (también en miles de pesos) por "x cientos" de cajas de cuadernos viene dada por $\mathbf{C(x) = 2x - 4}$.

Realizar un gráfico aproximado de la situación y calcular el número de cajas de ambos útiles para el cual se obtiene la misma ganancia.[13]

Esta actividad es básicamente un sistema de ecuaciones mixto, "disfrazado" de problema. Lo pusimos en primer lugar para practicar sobre todo los métodos de resolución gráfico y analítico (por igualación).

Usamos otras letras en lugar de "y" para la variable dependiente, con la intención de comenzar acostumbrarlos al cambio de notación (para prevenir la mecanización y memorización).

Además, lo complicamos un poco usando "x cientos", para la interpretación de los resultados: x_1= 1 y x_2= 4; y que la ganancia está en "miles de pesos". Siendo la respuesta correcta, que, tanto para 100 como para 400 cajas de útiles, se obtiene la misma ganancia (para 100 es pérdida y para 400 es ganancia). Por más que no se pide calcular la ganancia, posiblemente los alumnos lo hagan para hacer el gráfico, de ser así recalcaremos que los resultados están expresados en "miles de pesos"; por lo que las ganancias serían -$2000 (pérdida) y $4000 (ganancia).

Respecto al gráfico, pretendemos que quede como en la **Figura 15.**

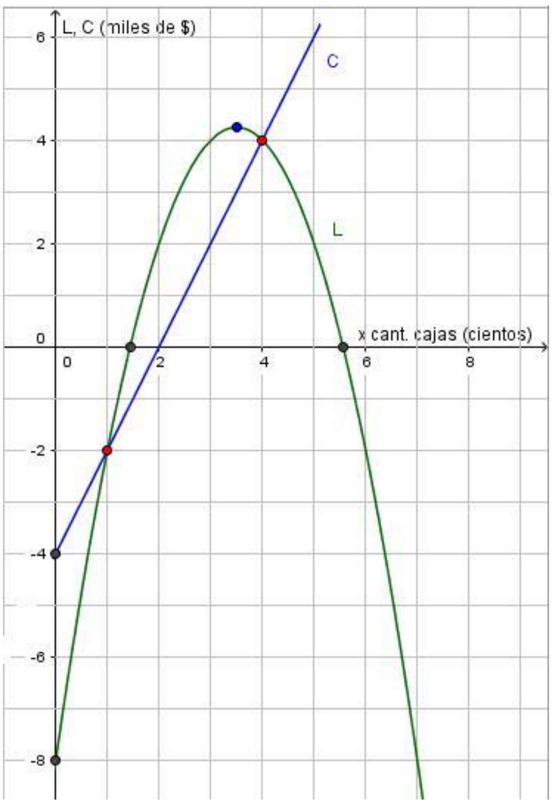


Figura 15. Resolución gráfica (Problema 1).

[13] Al hacer este problema en el curso, notamos que hubiera sido mejor redactarlo de otra manera, lo que nos sirvió para la redacción de uno de los problemas de la prueba escrita.

Problema 2:

Si la suma de dos números es 40, ¿cuáles deben ser los mismos para obtener el mayor producto y cuál es ese producto?

Este problema está más enfocado más que todo en la interpretación y traducción matemática. Además, está la complicación de tener que ver al Producto como una función que depende de los números que se multipliquen; para maximizar dicha función.

Si llamamos n y m a los números que buscamos, quedaría:

$$\begin{cases} m + n = 40 \rightarrow \text{despejamos alguna de las variables, por ej.: } m = 40 - n \\ m \,.\, n = P \rightarrow \text{reemplazamos m: } (40 - n)\,.\,n = P \end{cases}$$

Buscamos el máximo para la función: $P(n) = 40.n - n^2$
El Producto Máximo es 400, donde n = 20.
Y reemplazando n en la primera ecuación, obtenemos m = 20.

Por lo que la respuesta es que ambos números deben ser 20 y el mayor producto es 400.

Problema 3:

Guada quiere hacer tortas el fin de semana para juntar plata para las vacaciones. Ha estimado que hacer cada torta le costará $20. Consultando a distintas personas qué tanto estarían dispuestos a pagar por torta y, puesto que en el colegio le enseñaron algo de economía, logró encontrar las funciones de Ingreso Total "IT(q)" y de Gasto Total "GT(q)" en función de la cantidad de tortas vendidas "q", que son las siguientes:

$$\mathbf{IT(q) = -20.q^2 + 200.q} \quad \text{y} \quad \mathbf{GT(q) = 20.q}$$

(Donde el IT y el GT se miden en pesos)

a) Analizar los parámetros de las funciones encontradas por Guada.

b) Obtener la cantidad de tortas que debe vender para la cual los ingresos totales sean iguales a los costos totales. Hacer un gráfico aproximado de las dos funciones.

c) Obtener la cantidad de tortas que debe vender para la cual se "maximiza el Beneficio Total" y decir cuánto es ese beneficio. En el mismo gráfico del inciso anterior, graficar la función que representa al Beneficio Total. (Recordar que BT = IT - GT).

d) De acuerdo a lo calculado anteriormente, ¿a qué precio Guada debe vender cada torta para ganar lo máximo posible?

e) ¿Cómo encontró Guada las funciones de ingresos totales y gastos totales?

Este problema es bastante similar al primero, un poco más largo y con mayor necesidad de interpretación. Y, nuevamente, planteamos un cambio en la notación de las variables usuales x e y.

El inciso a, básicamente, está para hacer notar que los parámetros no son arbitrarios, sino que tienen un sentido económico. Por ejemplo, en la función de Gasto Total, se puede ver que no existe un Gasto Fijo (como alquiler del lugar, impuestos, etc.), lo que se hará notar en la puesta en común. El inciso e, está relacionado con esto también. La idea es que se reflexione que los Ingresos vienen dados por las cantidades que se vendan (q) y por el precio al cual los venda, que viene dado por una función de demanda, en este caso, p(q). Este tipo de problemas, normalmente se puede encontrar planteado al revés, es decir, primero se tiene una tabla con las cantidades que están dispuestos a comprar los demandantes, según los distintos precios a los que se vendan. De esta manera, se obtiene una función de demanda p(q) (el precio depende de las cantidades). Esta "función precio", al multiplicarse por las cantidades que se vendan; da como resultado la función de Ingreso Total, IT(q). Puesto que esta guía de problemas se enfoca principalmente en Sistemas Mixtos, decidimos hacer más hincapié en eso y no invertir tiempo, construyendo la función de Ingreso Total. Sin embargo, nos pareció interesante, que se interprete de dónde sale la función cuadrática que representa a los Ingresos, observando que sacando factor común q, se obtiene la "función precio" multiplicada por las cantidades.

El inciso b es igual que el Problema 1, sólo cambia la interpretación. La resolución del sistema da $q_1 = 0$ y $q_2 = 9$, es decir, para que los Ingresos y los Gastos sean iguales, se deben vender 9 tortas o ninguna.

Los incisos c y d, son básicamente de interpretación de una función cuadrática (el Beneficio Total) y cálculo de máximo.

El Beneficio Total máximo se obtiene al vender 4,5 tortas (este número al no ser entero, servirá para discutir la naturaleza de esta variable y llegar a la conclusión de que sí se pueden vender 4 tortas y media) y es de $405.

Respecto al gráfico (ver **Figura 16**), proponemos funciones tales que se deba elegir la escala más apropiada para su trazado (creemos que ya con el trabajo hecho para la modelización de los celulares, los alumnos no van a tener demasiado problema para hacer esto).

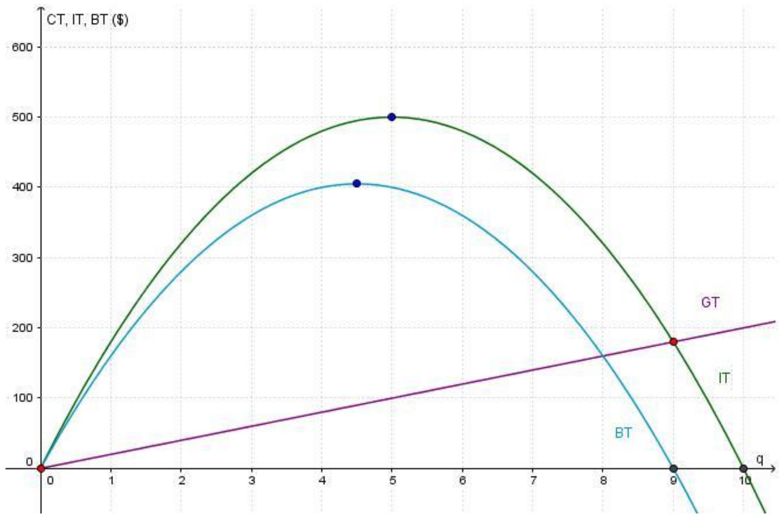


Figura 16. Resolución gráfica (Problema 3).

Problema 4:

Hallar las dimensiones de una ventana rectangular de 6m de perímetro para que tenga la máxima superficie posible y así permita la máxima luminosidad. ¿Qué particularidad se puede notar que tiene la ventana?

Este problema es similar al Problema 2, pero en un contexto de semirrealidad y "complicando" un poco la interpretación con la pregunta de qué forma debe tener la ventana e introduciendo los conceptos de área y perímetro de un rectángulo como funciones de sus lados, ya que, por experiencias propias, notamos que suelen ser conceptos que se confunden usualmente por los alumnos.

Las ecuaciones quedarían:

$$\begin{cases} 6 = 2.l + 2.L \rightarrow \text{despejando cualquiera de los lados: } L = 3 - l \\ A = L.l \rightarrow \text{reemplazando el lado L: } A = (3 - l).\, l \end{cases}$$

Ahora, buscamos el máximo para la función área: $A(l) = 3.l - l^2$
Y reemplazando l en la primera ecuación, obtenemos L = 1,5m.

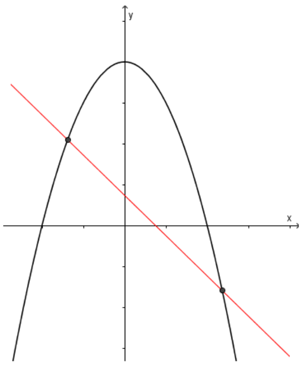
Por lo que la respuesta es que ambos lados deben medir 1,5 metros. Es decir, la ventana debe ser cuadrada.

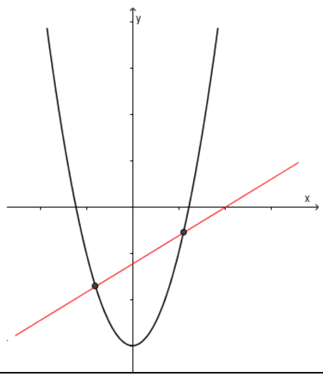
Por cuestiones de tiempo, posiblemente quede de tarea.

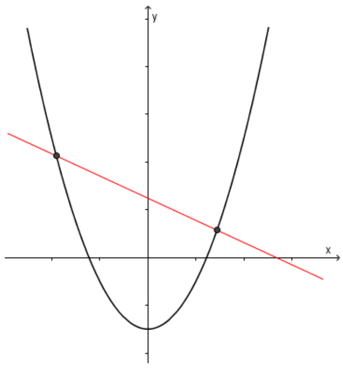
*** Problema extra A:**

Elegir el gráfico que corresponde a la representación del sistema:

$$\begin{cases} y = \mathbf{m}x + \mathbf{h} & \text{con} \quad m < 0 \quad y \quad h > 0 \\ y = \mathbf{a}x^2 + \mathbf{b}x + \mathbf{c} & \text{con} \quad a > 0 \quad y \quad c < 0 \end{cases}$$







Los problemas “extras” no están pensados para hacerse en clase, sino para el que quiera resolverlos, por si termina antes de lo planeado o por si quieren practicar más. Es para interpretación de los parámetros de las funciones lineal y cuadrática; y puede resolverse por descarte.

Como es negativa la pendiente de la función lineal, se descarta el gráfico del medio, la ordenada al origen es positiva en los dos gráficos que quedan, así que no se descarta ninguno. El coeficiente principal de la función cuadrática debe ser positivo, por lo que las ramas del gráfico deben ir “para arriba”, de esta forma, se descarta el primer dibujo; quedando como respuesta el tercero. Para confirmar, vemos que la ordenada al origen de la función cuadrática es negativa, y, efectivamente, la función corta al eje y en un valor negativo.

Haremos puestas en común a medida que el curso lo necesite. Esto va a depender de la dinámica de la clase.

Quedará de tarea completar los problemas que no terminen.

2.2.7. *7ma clase:*

Retomaremos los problemas que hayan quedado de tarea y continuaremos con la guía. Si quedaron algunas dudas de tareas anteriores que no hayan entregado, las responderemos individualmente, pretendemos usar bastante los mails para estas consultas.

Problema 5:

En la calle de entrada de un pueblo hay un arco de piedra en forma de parábola que llega a los 3 metros de altura y su base tiene un ancho de 4 metros.

a) Si un colectivo que tiene 2 metros de alto 2 metros de ancho y 6 metros de largo quiere entrar al pueblo atravesando el arco, ¿podrá hacerlo?

b) ¿Qué tan ancho debe ser un colectivo que mide 2,25 metros de altura para pasar por el mismo arco?

(*Sugerencia*: hacer esquemas de las dos situaciones para resolver el problema.)

Este es un problema similar a uno que la profesora tutora les había dado un día que observamos, pero modificado para usar Sistemas Mixtos, con una ecuación lineal, cuyo gráfico es una recta horizontal, es decir, se la puede ver como una función constante (y = 2 para el inciso a e y = 2,25 para el inciso b).

A diferencia de los problemas 1 y 3, no se les da la función cuadrática directamente, sino que la tienen que encontrar usando las distintas expresiones (canónica o factorizada), ya que deben interpretar, que se les están dando los datos del vértice (2; 3) y las raíces (0; 0) y (4; 0).

Además, se pueden presentar distintas maneras de colocar el sistema de ejes cartesianos. Nosotros lo resolvimos usando la que creemos que es la que va a elegir, al menos, la mayoría (ver **Figura 17**); pero somos concientes de que pueden surgir otras.

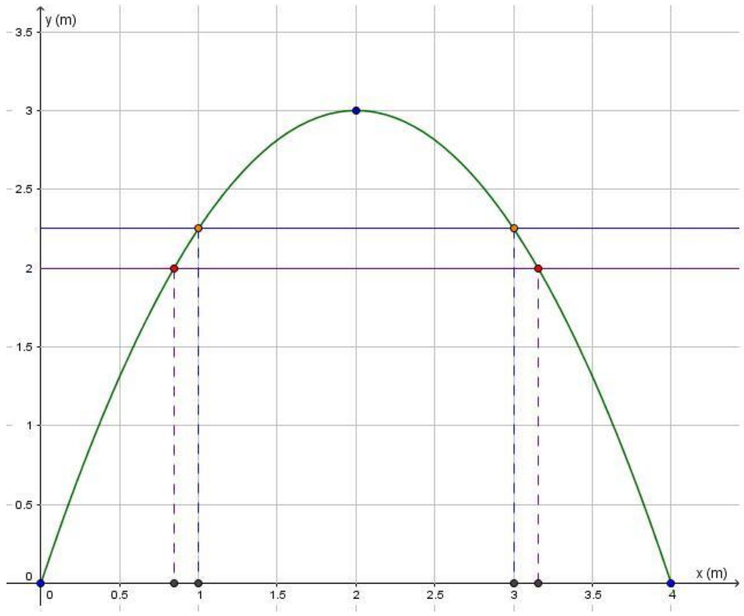


Figura 17. Esquema auxiliar (Problema 5).

En el inciso a, una vez que se halla la función cuadrática (va a depender de la elección del sistema de coordenadas que se haya hecho) que representa al arco, al resolver el sistema:

$$\begin{cases} y = -0{,}75x^2 + 3x \\ y = 2 \end{cases}$$

Encontramos los puntos de corte con abscisas $x_1 = 0{,}85$ y $x_2 = 3{,}15$. Como la distancia entre estos valores es de 2,3m; se puede concluir que el camión (que tiene 2m de ancho y 2m de alto, sí pasa por el arco). El dato del largo del camión, es innecesario para la resolución del problema; pero lo agregamos, para que los alumnos, vean que no siempre todos los datos que se les presentan, se van a usar.

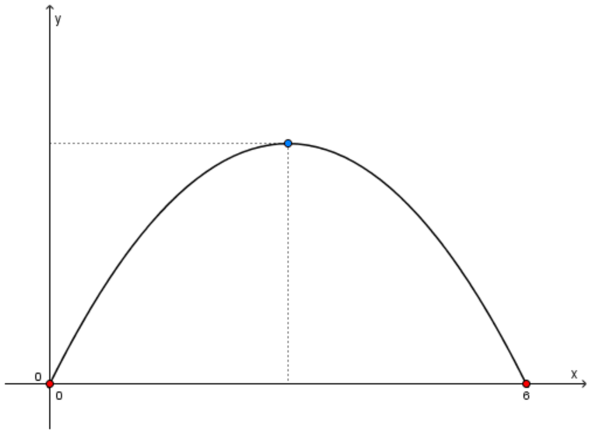
El inciso b, es similar, al a, pero se cambian datos para que quede este sistema:

$$\begin{cases} y = -0{,}75x^2 + 3x \\ y = 2{,}25 \end{cases}$$

Y la pregunta apunta a otra interpretación. Al resolver el sistema, encontramos los puntos de corte con abscisas $x_1 = 1$ y $x_2 = 3$. Por lo que la distancia entre estos valores es de 2m; que es el ancho máximo que debería tener el camión.

Problema 6:

El gráfico siguiente, muestra una representación de una parábola cuya función se desconoce.



a) ¿Qué ángulo (aprox.) deberá formar una recta[14] con respecto al "semieje positivo *x*" para cortar a la parábola en su máximo (vértice)?

b) ¿Y para cortarla donde ***y* = 2**?

c) Encontrar la expresión polinómica de la parábola.

Este problema, involucra un poco de trigonometría, que ya han visto en unidades anteriores este año (ver la Planificación Anual, en el **Anexo I**), así que servirá como un repaso. Cabe aclarar que esta actividad está pensada para usar la calculadora también.

En primer lugar, hay que encontrar el vértice, para lo cual hay que encontrar la función cuadrática de la parábola dibujada, usando como datos las raíces (0; 0) y (6; 0), es decir, usando la expresión factorizada. Obtenemos, entonces, el vértice (3; 3).

Luego, retomando el inciso a, vemos que se forma un triángulo rectángulo, al trazar la recta que pasa por el vértice (recta verde en **Figura 18**), cuyos catetos miden 3, cada uno. El ángulo buscado es el arco tangente de 3/3 (cateto opuesto sobre cateto adyacente), es decir 45º.

El inciso b es similar, pero primero, se debe resolver la ecuación:

$$-(1/3)x^2 + 2x = 2$$

El primer miembro, es la función de la parábola, ya encontrada anteriormente (expresada como polinomio) y el segundo miembro es el dato (que va a ser la ordenada del punto de corte de la recta con la parábola). Calculamos las soluciones de la ecuación, que darán, aproximadamente, x_1 = 1,27 y x_2 = 4,73. De esta manera observamos que pueden haber 2 rectas que corten a la parábola en y = 2 (la naranja y azul en la **Figura 18**). Seguidamente, calculamos el ángulo que deben formar las rectas obtenidas respecto del eje x, siguiendo la misma metodología que para el inciso a (uno de los ángulos mide, aproximadamente, 57,63º y el otro, 22,91º, como se puede ver en la **Figura 18**).

[14] Nos dimos cuenta, luego de presentar el apunte a los alumnos, que faltaría aclarar que la función lineal debe pasar por el origen, sino podría haber infinitas rectas.

El inciso c, es sólo transformar la función cuadrática factorizada en polinómica (que seguramente, para resolver el inciso b, ya se había encontrado).

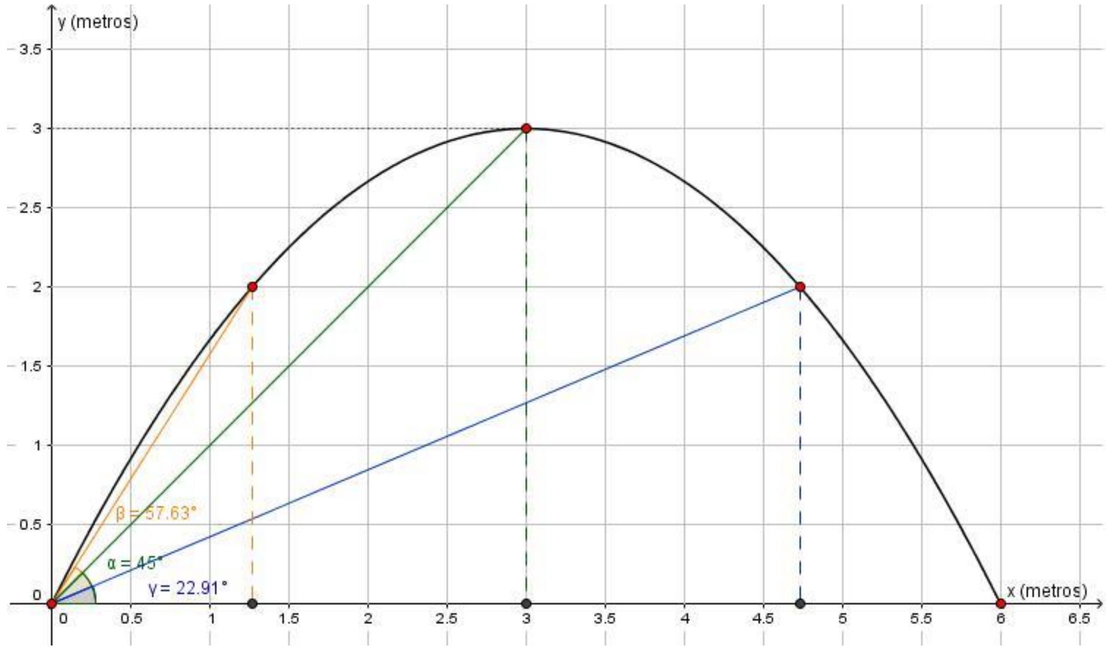


Figura 18. Gráfico auxiliar (Problema 6).

Problema 7:

a) Hallar dos números naturales de modo que el primero menos el cuadrado del segundo de 4 y, al mismo tiempo, cuatro veces el segundo más el primero de 0.

b) Hallar dos números enteros tales que el primero menos el cuádruple del segundo sea 8 menos el cuadrado del segundo y, al mismo tiempo, el doble del segundo sea igual al cuadrado del segundo menos el primero.

Este problema está enfocado más que todo en la traducción matemática y la interpretación de los resultados.

En el inciso a, sean m y n los números que se buscan comenzamos por plantear el sistema:

$$\begin{cases} m - n^2 = 4 \\ 4n + m = 0 \end{cases}$$

De lo que se obtiene: $n_1 = n_2 = -\ 2$ y $m_1 = m_2 = 8$. No son ambos naturales, por lo que se debe concluir que no tiene solución el problema así planteado.

El inciso b, es similar al a; pero al pedirse que sean números enteros, hay solución; incluso, hay 2 soluciones posibles. Sean m y n los números buscados, se plantea el siguiente sistema:

$$\begin{cases} m - 4n = 8 - n^2 \\ 2n = n^2 - m \end{cases}$$

Las posibles soluciones son -1 y 3 ó 4 y 8.

Por cuestiones de tiempo, posiblemente quede de tarea.

<u>* Problema extra B:</u>

a) Hallar la función de la recta paralela a la recta de ecuación: $\boldsymbol{x + y - 2 = 0}$, que pasa por la raíz negativa de la parábola dada por: $\boldsymbol{y = f(x) = -2x^2 + 3x + 2}$.

b) Graficar la recta obtenida y la parábola dada.

c) ¿La recta obtenida corta a la parábola dada en otro punto? De ser así, calcular ese punto y agregarlo al gráfico.

Para el inciso a, calculamos las raíces de la función cuadrática: $x_1 = -0,5$ y $x_2 = 2$. Ahora, tomamos la raíz negativa, como lo pide el problema.

La recta dada, es la de función y = – x + 2, como pide la paralela, la función buscada es la de forma y = – x + b.

Sabiendo que pasa por el punto (-0,5; 0), ya que, -0,5 es la raíz de la parábola, por lo que tiene ordenada igual a cero.

Reemplazando en la función buscada, a x e y por los valores de ese punto, obtenemos que b = -0,5. Quedando: y = – x – 0,5.

El inciso b es simplemente graficar; pero nos sirve para ver lo que se pide en el inciso c. Se puede ver en la **Figura 19**, que hay otro punto de corte de la recta obtenida y la parábola dada. Para calcularlo hay que resolver el sistema siguiente:

$$\begin{cases} y = -2x^2 + 3x + 2 \\ y = -x - 0,5 \end{cases}$$

Finalmente, encontraremos el otro punto de corte, que es (2,5; -3).

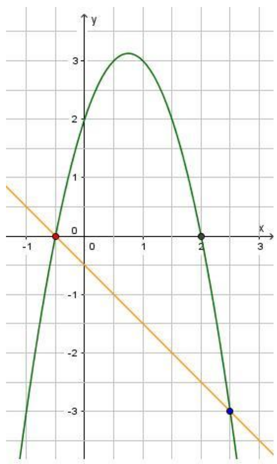


Figura 19. Resolución gráfica (Problema Extra B).

Haremos puestas en común a medida que el curso lo necesite. Esto va a depender de la dinámica de la clase.

Haremos un cierre teórico utilizando la página 18 del apunte entregado a los alumnos (ver **Anexo III**), para dejar en claro los distintos tipos de resultados que se pueden encontrar al resolver un Sistema de Ecuaciones Mixto.

Quedará de tarea completar los problemas que no terminen.

2.2.8. *8va clase:*

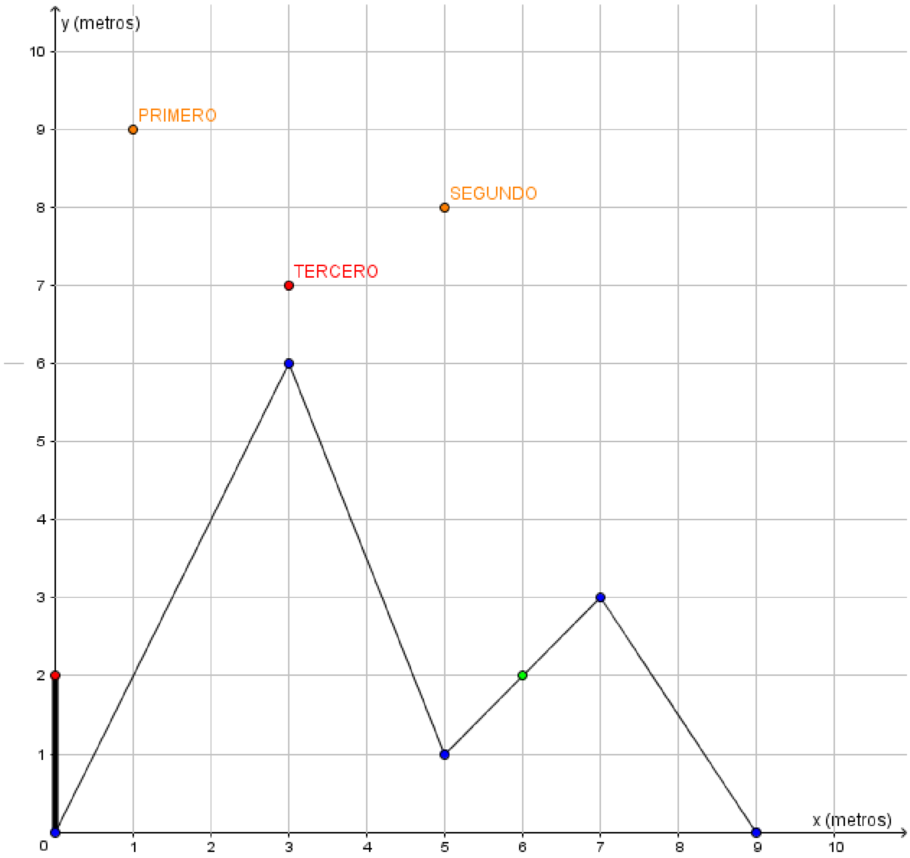
Repaso antes de la prueba. Retomaremos los problemas que hayan quedado de tarea, de ser necesario.

Problema 8:

Fede, jugando al Angry Birds, notó que al lanzar los pajaritos, sus trayectorias trazaban parábolas. En el gráfico siguiente se muestran 3 situaciones donde se pueden encontrar los siguientes pares ordenados:

- **(1; 9):** es el vértice (máximo) de la trayectoria del PRIMER Angry Bird.
- **(5; 8):** es el vértice (máximo) de la trayectoria del SEGUNDO.
- **(3; 7):** es el vértice (máximo) de la trayectoria del TERCERO.

Desde el punto **(0; 2)** parten los Angry Birds (donde se suelta la resortera/hondera) y el cerdito (a quien debe chocar para ganar) se encuentra en el punto **(6; 2)**.



Para cada situación responder (y justificar la respuesta):

a) ¿Logra pasar la primera montaña?

b) ¿Logra golpear al cerdito?

c) Fede encontró una fórmula que representa una trayectoria óptima para chocar al cerdito. ¿Cuál es? ¿Es la única?

Los incisos a y b de este problema están enfocados, en analizar la simetría de las parábolas. El primer angry bird, se ve que no pasa la primera montaña y, por supuesto, no logra golpear al cerdito: observar en la **Figura 20**, que el punto simétrico al (0; 2) es (2; 2). El segundo, sí pasa la primera montaña, pero no logra golpear al cerdito: observar en la **Figura 20**, que el punto simétrico al (0; 2), en este caso, es (10; 2). Y el tercero, sí pasa la primera montaña y logra pegarle al cerdito: observar en la **Figura 20**, que el punto simétrico al (0; 2), ahora, es (6; 2), que es donde se encuentra el objetivo. Otra forma de estar seguros que el tercer angry bird logra pegarle al cerdito, es encontrar la función que representa la trayectoria del mismo, usando como dato el vértice (3; 7) y el punto de partida (0; 2), para encontrar su forma canónica; y, luego, verificar que el punto (6; 2) pertenece a la parábola.

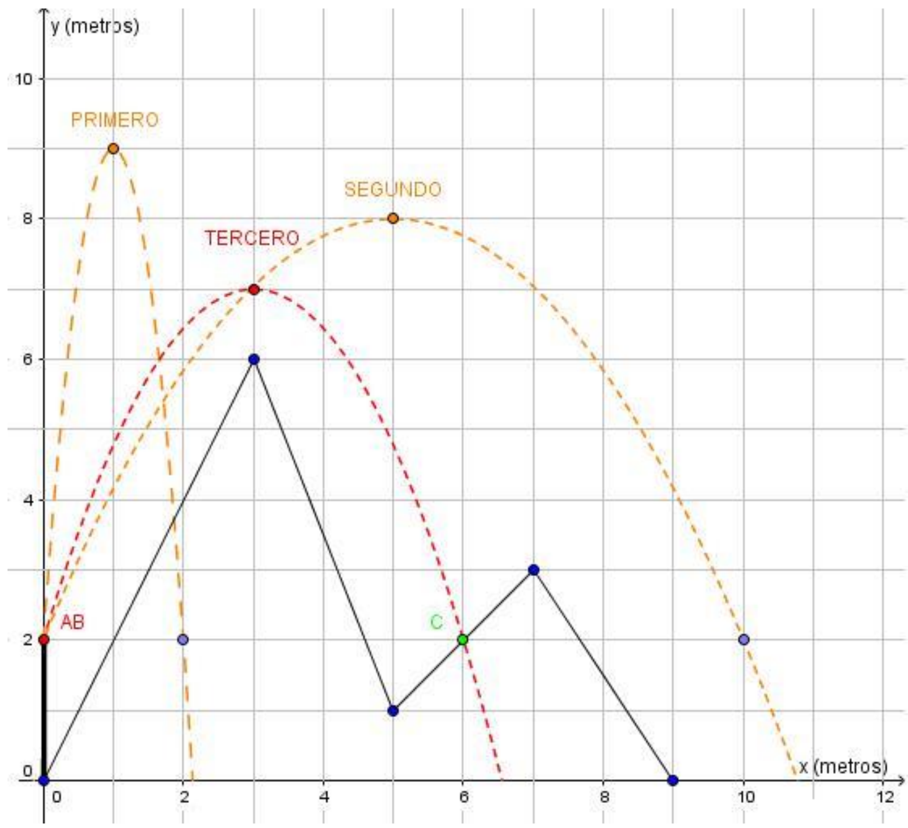


Figura 20. Resolución gráfica (Problema 8).

El inciso c es un poco más complejo, ya que hay que encontrar una fórmula general para representar a todas las parábolas (que son infinitas) que pasen por los puntos (0; 2) y (6; 2).

Sabemos que la fórmula canónica sería: $y = a\,(x - x_v)^2 + y_v$

El x_v debe ser siempre el mismo (es decir, 3), por simetría de los puntos por los que queremos que pase. Y el y_v, debe ser mayor que 6 (para que pueda pasar la primer montaña).

Además sabemos que la ordenada al origen es siempre 2 (ya que los angry birds parten siempre de ahí).

Entonces, tendríamos, por un lado la expresión polinómica $\mathbf{y = ax^2 + bx + 2}$; y por el otro, la forma canónica $y = a\,(x - 3)^2 + y_v$.

Desarrollando la última, nos quedaría: $\mathbf{y = ax^2 - 6ax + 9 + y_v}$.

Igualando ambas expresiones, obtenemos que: a debe ser $(2 - y_v)/9$ (con y_v, mayor que 6); b debe ser -6a y c = 2. Como y_v, puede adoptar infinitos valores, entonces, hay infinitas parábolas.

<u>Problema 9:</u>

a) Se tienen dos parábolas. Una de ellas está dada por la función: $y = f(x) = 2x^2 + 5$ y la otra tiene vértice en **(0; 5)** y pasa por el punto **(-1; 0)**. ¿Se cruzan? ¿En qué punto/s?

b) Se tienen dos parábolas. Una de ellas está dada por la función:
$\boldsymbol{y = f(x) = 2(x - 1)^2 + 4}$ y la otra pasa por los puntos **(0; 3)** y **(-3; 0)** y una de sus raíces es $\boldsymbol{x = 1}$. ¿Se cruzan? ¿En qué punto/s?

Estos problemas están enfocados en repasar la expresión canónica y factorizada de una parábola y en la resolución de un sistema con dos ecuaciones cuadráticas.

En el inciso a, el sistema a resolver es:

$$\begin{cases} y = 2x^2 + 5 \\ y = -5x^2 + 5 \end{cases}$$

Vemos que tiene una única solución. Se cortan en el punto (0; 5).

En el inciso b, el sistema a resolver es:

$$\begin{cases} y = 2x^2 - 4x + 6 \\ y = -x^2 - 2x + 3 \end{cases}$$

Vemos que no tiene solución. Las parábolas no se cortan.

Problema 10:

Se sabe que la mitad de la edad de Serena es igual a la edad de su hermana menor, Ariana, hace un año por la edad actual de esta última. Además, dentro de 14 años la edad de Ariana será igual al cuadrado de su edad actual más el triple de la edad actual de su hermana. ¿Cuántos años tienen Serena y Ariana hoy?[15]

Con este problema, pretendemos enfocarnos en la traducción al lenguaje matemático y la interpretación de las respuestas.

Si llamamos S a la edad de Serena y A a la de Ariana, el sistema que quedaría planteado es:

$$\begin{cases} S/2 = (A - 1).A \rightarrow \text{despejando S, quedaría: } S = 2A^2 - 2A \\ 14 + A = A^2 + 3S \rightarrow \text{reemplazando S: } \mathbf{14 + A = A^2 + 3\,(2A^2 - 2A)} \end{cases}$$

Resolviendo esta última ecuación cuadrática, obtenemos $A_1 = 2$ y $A_2 = -1$ (este resultado se descarta porque una "edad negativa" no tiene sentido). Por lo que Ariana tiene 2 años y Serena, la mayor, tiene 4.

[15] Notamos que la redacción de este problema lo hacía un tanto ambiguo cuando una de las alumnas nos mandó un mail el día antes de la prueba consultando porque no lo entendía bien. Le respondimos que debería quedar: "Se sabe que la mitad de la edad de Serena es igual a la edad <u>que tenía</u> su hermana menor, Ariana, hace un año…"

*** Problema extra C:**

a) El producto de dos números es 4, y la suma de sus cuadrados 17. ¿Cuáles son esos números?

b) "El triple de un número mayor que 4 sumado al doble de otro número es como mínimo 9." Plantear el sistema de ecuaciones correspondiente, resolver y graficar.

El inciso a, plantea el sistema siguiente:

$$\begin{cases} x.y = 4 \rightarrow \text{despejando una variable: } y = 4/x \\ x^2 + y^2 = 17 \rightarrow \text{reemplazando y: } x^2 + (4/x)^2 = 17 \end{cases}$$

Este problema, presenta la dificultad de ser tener que encontrar las raíces de un polinomio de grado 4: $\mathbf{0 = - x^4 + 1}$. Por lo se puede trabajar con una sustitución o simplemente "despejando x". De esta forma quedaría: $\mathbf{x^4 = 1.}$ Cuyas posibles soluciones son -1 y 1. De esta forma, los números que cumplen las condiciones del problema son 1 y 4 ó -1 y -4.

El inciso b, plantea un sistema de inecuaciones (decidimos poner este problema, ya que en la bibliografía sugerida de la planificación anual, había varios ejercicios de este tipo). El sistema a resolver es el siguiente (la región naranja oscuro de la **Figura 21** es la solución gráfica):

$$\begin{cases} x > 4 \\ 3x + 2y \geq 9 \end{cases}$$

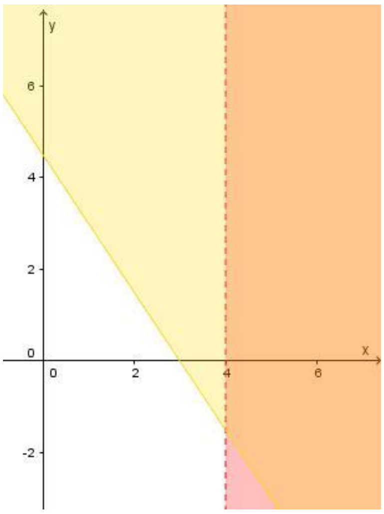


Figura 21. Resolución gráfica (Problema extra C, inciso b).

2.2.9. *9na clase:*

Día de Evaluación. Será escrita, individual y nos dará la "Nota I." Constará de 3 problemas completos a resolver.

La elección de los problemas, probablemente cambie luego de dar las clases. Sin embargo, el estilo de los problemas que tomaremos, teniendo en cuenta los que pudimos dar en clases, ya lo tenemos bastante definido. Habrá 2 temas distintos, pero los problemas de las evaluaciones del mismo tema estarán en distintos órdenes y tendrán problemas distintos, para evitar que se copien. Teniendo en cuenta que las pruebas no serán el mismo día para los dos cursos, las haremos distintas.

1. Un problema (posiblemente de índole económica) que involucre un sistema con dos funciones cuadráticas. Donde haya que encontrar las ecuaciones de las funciones (usando las distintas formas: canónica, factorizada y polinómica) y esbozar un gráfico (no necesariamente exacto).

2. Un problema de semirrealidad – matemática pura (similar al de las edades o los números tal que cumplen alguna condición), probablemente con dos incisos. El objetivo de este problema, es que contesten las preguntas con coherencia y lógica, no sólo dando el resultado.

3. Un problema de interpretación de gráficos, posiblemente varios incisos o para "unir con flechas" enunciados con sus gráficos. Con la debida justificación.

La evaluación tendrá una parte con una "Autoevaluación" en la que se les pedirá que respondan con la mayor honestidad posible (será similar a nuestra planilla de la Nota II, pero no tan específico).

2.2.10. *10ma clase:*

La planificación de esta clase, va a depender mucho de cómo hayan resultado las prácticas, y no podemos predecir qué puede ocurrir con exactitud. Dicho esto, pasaremos a describir a grandes rasgos, cómo pretendemos que se estructure esta última clase.

Al ser la última clase, si el tiempo está de nuestro lado y todo (o la mayoría) salió como lo planificamos; esta clase sería de cierre de la Unidad. Reservaremos el cañón para hacer una presentación de un resumen de todo lo que habremos visto para ese entonces. Como hemos observado la impaciencia de los alumnos cuando esperan una nota, y la dispersión que esto genera en el aula, les diremos que todavía no tenemos las notas, haremos el cierre repasando rápidamente los conceptos más importantes que habremos visto.

Seguidamente les entregaremos las pruebas con su "Nota I" y en la misma hoja pondremos la "Nota II" (con la composición). Haremos una puesta en común de la evaluación.

La "Nota II", será una especie de "nota de seguimiento", producto de la suma de los puntos que otorgaron las 4 tareas "para entregar": las Tareas "1" y "3" valdrán hasta 2 puntos cada una, y las Tareas "2" y "4", hasta 3 puntos cada una (sumando en total hasta 10 puntos). El trabajo en clase, la participación y una autoevaluación que les haremos hacer, servirán para "redondear" dicha nota.

Criterios de evaluación para la Nota II

Tareas 1 y 3 (2 puntos cada una):	**Tareas 2 y 4** (3 puntos cada una)[17]:
• Prolijidad (20% = 0,4 puntos) - Sí (0,4 puntos) - Más o Menos (0,2 puntos) - No (0 puntos) • Tiempo de entrega (20% = 0,4 puntos) - A tiempo (0,4 puntos) - 1 clase tarde (0,2 puntos) - 2 o más clases tarde (0 puntos) • D/R C y C[16] (60% = 1,2 puntos) Dependerá de las consignas.	• Tiempo de entrega (40% = 1,2 puntos) - A tiempo (1,2 puntos) - 1 día tarde (0,8 puntos) - 2 días tarde (0,5 puntos) - 3 o más días tarde (0 puntos) • D/R C y C[13] (60% = 1,8 puntos) Dependerá de las consignas.

Y por último, les pediremos que hagan una evaluación de nosotros y nos critiquen lo más constructivamente posible. Les escribiremos algunas pautas para seguir de ejemplo: qué tal les parecieron las clases, las actividades propuestas, las correcciones, el trato, la atención a las preguntas y dudas (tanto individual como grupal), etc.

[16] Desarrollo/Respuestas Coherente/s y Completo/as.
[17] Como estas tareas se entregan vía mail, no tendremos en cuenta la "Prolijidad" y el Tiempo de entrega dependerá de los días (corridos) y no de las clases.

2.3. Cronograma (planificación) 4º I (Naturales)

Lunes	Martes	Miércoles	JUEVES	VIERNES
27/07	28	29	**1ra Clase** **30** SALA COMPU Repaso de los parámetros de las funciones cuadrática y lineal.	**2da Clase** **31** Repaso de las expresiones canónica y factorizada. Ecuaciones cuadráticas.
03/08	4	5	**3ra Clase** **6** SALA COMPU Repaso de Sistemas de Ecuaciones lineales con una modelización (celulares).	**4ta Clase** **7** Cierre de actividad anterior y resolución de sistemas de ecuaciones.
10	11	12	**5ta Clase** **13** Introducción de sistemas mixtos con una modelización (cuento).	**14** **Acto**
17	18	19	**6ta Clase** **20** Problemas de sistemas mixtos.	**7ma Clase** **21** Problemas de sistemas mixtos. Tipos de soluciones.
24	25	26	**8va Clase** **27** Problemas de sistemas mixtos. Repaso.	**9na Clase** **28** Prueba escrita de problemas de sistemas mixtos. Autoevaluación.
31	01/09	2	**10ma Clase** **3** PROYECTOR Devolución de Prueba escrita y nota de las tareas. Cierre de las prácticas.	**4**

2.4. Cronograma (planificación) 4º II (Sociales)

LUNES	MARTES	Miércoles	Jueves	Viernes
1ra Clase 03/08 SALA COMPU Repaso de los parámetros de las funciones cuadrática y lineal.	**2da Clase 4** Repaso de las expresiones canónica y factorizada. Ecuaciones cuadráticas.	5	6	7
3ra Clase 10 SALA COMPU Repaso de Sistemas de Ecuaciones lineales con una modelización (celulares).	**4ta Clase 11** Cierre de actividad anterior y resolución de sistemas de ecuaciones.	12	13	14
17 Feriado	**5ta Clase 18** Introducción de sistemas mixtos con una modelización (liebre).	19	20	21
6ta Clase 24 Problemas de sistemas mixtos.	**7ma Clase 25** Problemas de sistemas mixtos. Tipos de soluciones.	26	27	28
8va Clase 31 Problemas de sistemas mixtos. Repaso.	**9na Clase 01/09** Prueba escrita de problemas de sistemas mixtos. Autoevaluación.	2	3	4
10ma Clase 7 PROYECTOR Devolución de Prueba escrita y nota de las tareas. Cierre de las prácticas.	8			

3. De la planificación a la práctica

3.1. La re re planificación

No hay un error ortográfico en el título, hasta se queda corto. Desde la primera vez que nos sentamos a planificar con el equipo de trabajo, ya sabíamos que la distribución del horario de las prácticas estaba dividida en 10 clases de 2hs. cátedra cada una (2 clases por semana). Con esta información ya disponible, intentamos repartir en esas 10 clases muchas ideas de actividades y demás, pero siempre nos quedábamos cortos con el tiempo, o no terminábamos del todo convencidos de lo que iba quedando. El título de re re planificación se debe a que distinguimos 3 etapas en todo el proceso de planificación, el cual va desde el primer día, cuando planteamos la primera idea en el momento en el que nos enteramos del colegio en el que íbamos a desarrollar las prácticas, hasta una vez finalizada la última clase. Para la primera planificación (que ni siquiera está en este informe), la primera clase, la empezamos con un repaso, de manera general y un poco guiado, de sistemas de ecuaciones lineales. Este repaso estaba pensado para ver rápidamente la forma de resolución de dichos sistemas y los tipos de soluciones con las que uno se puede encontrar. Luego, en la segunda clase, ya aparece el concepto de sistemas de ecuaciones mixtos, introducido a través de problemas simples en lenguaje coloquial. A partir de este momento, íbamos a hacer una guía de actividades de rutina, con ejercicios y problemas, para que practiquen en sus casas y controlar en clases siguientes y luego con un proyecto a elaborar en las demás clases. No tiene mucho sentido ahondar más en esta primera planificación, ya que nunca la terminamos de realizar.

Como nuestras prácticas empezaban junto con el comienzo de clases, luego del receso de invierno, decidimos hacer otras observaciones, en los últimos días de clases, previos a dicho receso. Estas observaciones fueron el punto de partida para empezar la segunda parte de la "re re planificación" (la etapa de "re planificación"). Esta segunda parte cuenta con una planificación ya terminada y pensada de forma diferente a la de la primera parte, ya que, al realizar las últimas observaciones, nos percatamos de ciertos aspectos que no tuvimos en cuenta y de otros supuestos, que dimos por sentado, y que eran equívocos. Esta planificación ya contaba con su guía de actividades y un apunte respectivo, tareas con fechas de elaboración y entrega y con el puntaje correspondiente, y ciertas actividades diferenciadas entre un curso y otro. Estas últimas se debieron a que, la última clase antes de comenzar las vacaciones de invierno, les tomaron una prueba a ambos cursos donde se dejaban ver las diferencias entre ellos, como el hecho de que en el curso de la orientación sociales no habían visto las distintas expresiones de la función cuadrática, mientras que en el curso de naturales ya lo manejaban bastante bien. Esta "re planificación" es la que se puede encontrar detallada más arriba en este informe.

Para entrar a más detalles, vamos a introducirnos ahora a la tercera parte. Esta tercera etapa, a diferencia de las otras dos, no cuenta con una planificación propia, o al menos, no una como las anteriores. Esto se debe a que, desde el primer día, nada salió exactamente como lo planeado. Si bien mantuvimos una línea general, tuvimos que modificar actividades, cambiar el tiempo de otras y, en el caso del curso de 4º Sociales, sacar actividades que estaban planificadas a ser entregadas por los alumnos como tarea y que contaban con puntaje para la evaluación de proceso. Aunque, las planificaciones de ambos cursos sufrieron modificaciones sobre la marcha, el del curso de Sociales fue el que se vio más afectado, ya que no habíamos tenido en cuenta un taller, consideramos que el acto del 17 de agosto iba a ser en las horas de Naturales, y una visita a un teatro, que también fue en el horario de nuestras prácticas.

El primer día de clases, en el cual se trabajaba con GeoGebra, había dos hojas de actividades a realizar durante las dos horas. Según la planificación, esas hojas se realizarían entes de finalizada la clase, con tiempo de un cierre general del día, pero lo que realmente pasó fue distinto. En un curso, fueron muy pocos los que terminaron la primera hoja y pudieron ver un poco de la segunda, mientras que en el otro, todos terminaron la primera hoja y fueron pocos los que llegaron a contestar todas las preguntas (aunque sea solo de manera oral, es decir, sin que quedaran registros de lo pensado). Al no llegar a lo planificado el primer día, es entendible pensar que la segunda clase no iba a poder realizarse como estaba planeada, ya que se vería afectada por las actividades que quedaron sin resolver de la primera clase. A partir de este momento, es cuando comienza la tercera planificación, que se daba de a poco, al finalizar cada clase y durante las mismas. Para hacer estas planificaciones, luego de cada clase, en ambos cursos, nos juntábamos todo el equipo de trabajo (formado por los dos practicantes y la profesora supervisora) a discutir sobre el día que pasó, los objetivos alcanzados y los que no, y sobre las modificaciones que deberían ser realizadas para el próximo día. Así fue cómo día a día, íbamos "sobre-escribiendo" la planificación final de forma tal que llegó a quedar modificada casi en un 100%. Con esto último no hacemos referencia a que cambiamos los contenidos o los objetivos que teníamos, sino que en la mayoría de los casos, cambiaron el orden de las actividades, los tiempos de otras y, como lo mencionamos antes, en el caso del curso de Sociales, se dio un cambio más marcado.

La Tarea 4, en el curso de Sociales, fue eliminada y reemplazamos el hueco que dejó (en la Nota II) por nota de concepto: el puntaje que le correspondía a esa actividad (3 puntos) fue cambiada por la participación en clases, conducta y compromiso con la materia. En el otro curso, si bien se hizo la actividad planificada, no se la pidió como habíamos pensado. La idea era que, una vez hecha la actividad en clase (con su debate y explicación correspondientes), los alumnos debían realizar una narrativa en la cual expliquen lo sucedido en la actividad mencionada. Al no llegar con los tiempos, y para priorizar otros temas, se les pidió a los alumnos que hagan los cálculos del problema y hagan una pequeña conclusión a entregar en papel (la narrativa la debían mandar por mail).

La Tarea 3, que era un repaso de los sistemas de ecuaciones mixtos, en el curso de Sociales fue cambiada por una actividad en la que el contenido era sobre las distintas expresiones de la función cuadrática (ver página 5 del apunte entregado a los alumnos en el **Anexo III**), tema que el otro curso manejaba mejor, pero en Sociales tuvo que ser explicado con más detenimiento. En el curso de Naturales, al no mostrar dificultades con los sistemas de ecuaciones lineales, cambiamos la actividad a realizar en clase pero no las actividades de tarea, que en un principio era hacer un sistema en clase entre todos y dejar los demás de tarea para la casa, y luego lo cambiamos para que hagan todos de tarea.

Un cambio en común que hubo en ambos cursos, y por el mismo motivo de la falta de tiempo, fue que en la guía de actividades que tenían los alumnos al final del apunte, decidimos darles las respuestas de todos los problemas y les marcamos los ejercicios que no correspondían a los temas dados en clases y, por lo tanto, no iban a formar parte de la evaluación escrita. Al finalizar las prácticas, fueron muy pocos los alumnos que hicieron muchos problemas de la guía, por lo general, la mayoría de ellos solo hicieron los primeros problemas (sin dejar de mencionar a esos alumnos que no hicieron nada, aunque hayan sido uno o dos).

Algo que rescatamos de la experiencia y que no tuvimos tanto en cuenta a la hora de planificar, es el tiempo que nos tomaba dejar en claro las tareas, pedir que nos las entreguen (especialmente cuando las entregaban fuera de término) y devolverlas, además del tiempo que debíamos dejarles para que copiaran del pizarrón. Asimismo, la importancia de rellenar el libro de temas por lo menos cada dos o tres clases (casi siempre lo hicimos en el recreo porque no llegábamos a hacerlo durante las clases). Pueden parecer detalles mínimos, pero que en la práctica, consumen más tiempo de lo que uno espera.

Cabe destacar que también pudimos vivir ciertas situaciones, propias de la vida institucional, como el hecho de que los feriados, actos y actividades extracurriculares se interponen en las planificaciones, obligándonos a tomar decisiones, recortar actividades, atrasar otras, adaptar algunas para estudiantes que faltaron a varias clases, entre otras.

3.1.1. *1ra clase:*

<u>4º I (Naturales)</u>:

Esta fue prácticamente la única clase que salió lo más parecida a lo que habíamos planificado.

Comenzamos comentándoles cómo íbamos a trabajar durante lo que duraran las prácticas y qué temas íbamos a estudiar. Les dimos las primeras hojas de actividades y les avisamos que habíamos dejado el resto del apunte en fotocopiadora. Luego, nos fuimos a la sala de computación.

Comenzamos con primera actividad de la guía[18], que pareció interesarles bastante a los alumnos. Hubo algunos inconvenientes con las versiones de GeoGebra en algunas máquinas (habíamos probado el programa cuando planificamos la actividad, pero no en todas porque supusimos que estaría instalado en todas por igual). Pudimos resolver esto haciendo algunos cambios de computadoras en algunos casos o acercándonos a los grupos donde había problemas y modificando algunos comandos (haber trabajado tanto con GeoGebra, nos permitió no “perder tanto tiempo”).

Muy pocos grupos avanzaron con la segunda parte de la actividad planificada para este día[19]. Fue positivo tener más actividades de las que la mayoría había logrado terminar, para que, quienes sí lo habían hecho, no se quedaran sin nada que hacer. Sin embargo, todos pudieron terminar con la primera parte y pudimos hacer la

[18] Páginas 1 y 2 del apunte – Incisos del 1 al 5 (ver **Anexo III**).
[19] Problema 6 de la página 3 del apunte (ver **Anexo III**).

presentación en prezi para darle un cierre al análisis de los parámetros de la función lineal y cuadrática. Notamos que la presentación se hizo un tanto densa y monótona como la habíamos planeado, pero hicimos participar a los alumnos para que se haga más llevadera. Sin embargo, "el tiempo apremia", por lo que hubiera sido mejor planificarla para que fuera desde un principio más interactiva. Cabe destacar que se la enviamos por mail para que les sirviera más adelante en caso de querer repasar.

Tres alumnos tenían que hacer una prueba que debían de antes de las vacaciones, la hicieron en el aula mientras dábamos la clase. Uno de ellos, mientras hacíamos el cierre teórico, participó en la puesta en común (mientras seguía haciendo la prueba). Además, la profesora tutora nos pidió que les entregáramos las pruebas que había tomado antes de las vacaciones. Esto nos dio la oportunidad de irlos conociendo un poco más y a algunos de ellos de acercarse a consultarnos cómo levantar la nota.

Finalmente, les recordamos que debían traer para el día siguiente la primera actividad completa[20].

Fue una de las clases en la que sentimos que más aprendimos, posiblemente porque fue todo "muy de golpe". La profesora tutora y la supervisora nos dieron varios consejos cuando terminamos la clase y también durante, como, por ejemplo, hacer que todos se callen cuando explicábamos algo, la postura mientras contestamos dudas individuales: siempre conviene estar atento y prestando atención al resto del curso y evitar dar "clases particulares." Otro consejo de las profesoras, luego de la clase, fue que hubiera sido mejor hacer una introducción más amplia de las actividades que íbamos a realizar, en el aula, primero; ya que, en la sala de computación es más fácil que los alumnos se dispersen y es más complicado obtener su atención cuando hablamos para todos (especialmente porque las computadoras están distribuidas en forma de "U" con las sillas apuntando "hacia la pared"). Apenas terminó la clase, comenzó a tomar forma nuestra re re planificación.

<u>4º II (Sociales)</u>:

Lo que en un principio estaba pensado para la primera clase, era una actividad que en el apunte, ocupaba las primeras cuatro páginas. La actividad consistía en dejar a los alumnos jugar, en GeoGebra, con los parámetros de una función cuadrática, mediante el uso de los deslizadores. Al comenzar, debían poner el parámetro 'a' igualado a cero, por lo que la función quedaría lineal, y luego, sacarlo de cero para que quede al final una cuadrática.

En las primeras dos páginas se debían completar actividades de carácter exploratorio acerca de los parámetros antes mencionados. El siguiente paso era completar las páginas 3 y 4, donde se presentaba una situación problemática, en la cual se debían responder una serie de preguntas. El sentido de esta actividad era que utilizaran el programa para poder encontrar las respuestas, sin tener que hacerlos analíticamente. Todas las actividades contaban con espacio para poder registrar los datos obtenidos en las mismas hojas, para facilitar la entrega y corrección. La clase estaba pensada en concluir, luego de la realización de estas cuatro páginas, cerrando con una presentación corta en prezi, para darle un sentido a las actividades del día.

[20] Incisos del 1 al 5 del apunte en las páginas 1 y 2 (ver **Anexo III**).

Por consejos de la profesora tutora, al empezar la clase, y luego de presentarnos, explicamos que iban a trabajar en la sala de computación y establecimos las actividades a realizar. Si estas explicaciones se daban cuando los alumnos estaban en las computadoras, iba a resultar difícil captar su atención y poder dar a entender lo que debían hacer. La clase comenzó sin problemas y los estudiantes empezaron a completar las actividades, algunos grupos (ya que se sentaban de a dos o tres por máquina) necesitaban un "empujoncito", pero luego continuaban solos. Todos los alumnos lograron terminar de completar las páginas 1 y 2 y todos pudieron empezar con las páginas 3 y 4. La presentación de cierre estaba pensada para hacerla en los últimos 10 minutos de la clase y, para ese momento, un par de grupos ya habían terminado las últimas dos páginas faltantes.

3.1.2. *2da clase:*

<u>4º I (Naturales)</u>:

Como la actividad con la que debíamos seguir[21] según lo planeado, estaba pensada para hacerse en la sala de computación y no la teníamos reservada, tuvimos que modificarla un poco para que la pudiéramos hacer en el aula. No fue muy difícil, puesto que no eran del todo necesarias las computadoras para hacerla. Algunos habían avanzado la clase anterior, así que aprovechamos esto y les hicimos explicar cómo la habían hecho en el pizarrón, haciendo participar al resto.

Durante toda la clase continuamos con esta actividad, haciendo pasar a diferentes alumnos al pizarrón para terminarla entre todos. Algo que nos recordó la profesora supervisora cuando terminó la clase, y vale la pena mencionar, fue que para no tentarnos a ayudar mucho a quien esté en el pizarrón y no dejar de prestarle atención al resto, fuéramos al fondo del aula e ir guiando la clase desde allí. Algo que sabíamos, que lo habíamos discutido anteriormente, pero hasta no vivir la situación, no fuimos concientes de lo útil que era.

Lo que se había planificado para esta clase se pospuso para más adelante, puesto que lo que se pedía en el inciso "e" del problema 6, era algo nuevo (Ecuaciones Cuadráticas). Aunque ya sabían calcular raíces de funciones cuadráticas, y, básicamente, hay que aplicar la misma fórmula (Bhaskara), era nuevo el concepto de soluciones de una ecuación de este tipo. Esto nos hizo pensar, que posiblemente podría ser más conveniente enseñar Ecuaciones Cuadráticas antes que Funciones cuadráticas (para entender a las raíces como un caso particular de las soluciones de una ecuación cuadrática).

Por más que queríamos continuar con lo planificado para este día, en cuanto, notamos que este era un tema que debíamos reforzar y dedicarle tiempo, ya que era esencial que lo entendieran para poder continuar, decidimos en plena clase, detenernos en este tema. Fue uno de los momentos en que experimentamos lo que es tomar decisiones inmediatas y que nos hacían salir de la zona de confort que nos ofrecía la planificación.

Les pedimos que nos entregaran la tarea que había quedado del día anterior y que terminaran la actividad 6 para la clase siguiente.

[21] Problema 6 de la página 3 del apunte (ver **Anexo III**),

<u>4º II (Sociales)</u>:

En la segunda clase, lo que teníamos pensado era un “Repaso de las expresiones canónica y factorizada e introducción de ecuaciones cuadráticas.” Esto fue puesto de este modo porque debíamos hacer una revisión de las expresiones canónicas y factorizadas de las funciones cuadráticas, ya que en el otro curso iban mucho más adelantados y a este tema lo manejaban mejor. Claro que, para empezar con esos temas, debíamos de tener cerrada la clase anterior, cosa que no sucedió.

Como en la clase anterior, los alumnos no terminaron con los que teníamos planeado, en esta oportunidad tuvimos que terminar con las páginas 3 y 4 del apunte. En ese momento, tuvimos que re planificar la clase del día para terminar con la anterior. Además de eso, tuvimos que volver a pensar la actividad, ya que estaba planeada para realizarse en la sala de informática, pero entonces, había que terminarla en el aula. Lo que pensamos, fue resolver las preguntas de forma más analítica que exploratoria. Para cada una de las preguntas hacíamos pasar al frente a un alumno y, de manera conjunta con el resto del curso, tratábamos de resolverlo. Las intervenciones que hacíamos eran de guía, realizando preguntas que los llevase a pensar la manera de resolver cada situación, y tratar, en lo posible, de no decir nada de cómo se “debían realizar” para no acostumbrarlos a una “receta fija” y así, vieran ellos mismos que podían resolverlo por su cuenta. Nos llevó todo el módulo terminar las actividades. De hecho, en el inciso “e” del problema 6, que tenía tres preguntas, hicimos sólo una y las otras quedaron de tarea. Como hubo un par de alumnos que sí lograron terminar todo el primer día, íbamos comparando sus resultados conseguidos en GeoGebra con los que íbamos obteniendo, y al dar lo mismo, los alumnos quedaban satisfechos, o por lo menos, convencidos de que las cuentas daban bien. Le aclaramos que usar algún programa en la computadora o hacer un proceso analítico era lo mismo en este tipo de situaciones, hasta les mostramos que usar los programas es mucho más práctico; aunque, a la hora de tomar la prueba escrita, por cuestiones de pragmatismo, no utilizaríamos la computadora sino procedimientos analíticos y respecto a la precisión de los gráficos no seríamos tan estrictos. Por tal motivo, les dijimos que aprendieran a usar ambos, pero dándole mayor atención al procedimiento que usamos en este día.

La clase concluyó con ese consejo sumado a la tarea que deberán hacer para la tercera clase.

3.1.3. *3ra clase:*

<u>4º I (Naturales)</u>:

Esta clase nuevamente se iba a llevar a cabo íntegramente en la sala de computación. Sin embargo, gracias a la experiencia de la primera clase, decidimos realizar una parte en el aula y el resto en la sala.

Como la actividad de esta clase era comenzar con la modelización de los celulares[22], les planteamos la pregunta planificada y les pedimos que en grupos

[22] Página 6 del apunte (ver **Anexo III**).

hicieran una lluvia de ideas de lo que se tiene en cuenta a la hora de comprar un celular. Paseamos por los bancos para ver cómo trabajaban y discutir con ellos distintas dudas. Muchos de ellos nos preguntaban "qué tenía que ver esto con la matemática", de a poco fuimos encontrando la relación todos juntos (no todos quedaron convencidos en esta clase, pero creemos que al finalizar las prácticas, la mayoría aprendió que la matemática se puede encontrar en situaciones de la vida cotidiana que no siempre notamos). Seguidamente, hicimos pasar a un alumno al pizarrón a tomar nota de lo que todos habían pensado, para continuar con la explicación de qué son las variables y los valores que pueden tomar, y seleccionar las que eran de nuestro interés para el problema planteado. Continuamos armando las funciones lineales que necesitábamos (fue en lo que más tuvimos que intervenir y ayudar) e hicimos un ejemplo dando valores a los parámetros y resolviendo gráficamente el sistema de ecuaciones lineales que había quedado.

Dejamos tiempo para que registraran todo lo anotado en el pizarrón. Tuvimos que reacomodar algunas cosas porque no había quedado tan bien ordenado desde un principio. Notamos la importancia de ir escribiendo todo en orden y no caer en la tentación de ir sobrescribiendo encima de anotaciones anteriores, puesto que quienes van tomando nota a la par nuestra pueden perderse de escribir estos registros extras.

Leímos la Tarea 2 entre todos, para que quedara claro lo que pedíamos y fuimos a la sala de computación en los últimos 30 minutos que quedaban, para buscar los datos reales que necesitaban para hacerla y utilizar Geogebra para graficar lo que les quedaba. Como la tarea pedía una narrativa, algo inusual para la clase de matemática, y era de esperarse que los alumnos se mostraran reluctantes ante esta nueva actividad propuesta, dejamos claro que simplemente tenían que <u>contar</u> lo que habíamos hecho en clase.

Aunque fue poco tiempo en la sala de computación, los alumnos supieron aprovecharlo para realizar la actividad. Al finalizar la clase, repetimos lo que había que hacer de tarea para que no quedaran dudas, les pedimos que leyeran el teórico que seguía en el apunte (páginas 7 y 8) para el día siguiente y les recomendamos que comenzaran con la narrativa, para no olvidar lo que habíamos hecho. Normalmente, el curso se comportaba bien, hacía caso y escuchaban cuando se les hablaba, pero casi al terminar el módulo, mientras hacíamos el cierre de la clase, estaban algo revoltosos y charlaban mientras les explicaba la tarea. Debido a esto, tuvimos que, por primera vez, "retarlos", resaltándoles que se perjudicaban a ellos mismos y los hicimos quedar un rato luego del recreo, para terminar de cerrar la clase. Respondieron bastante bien ante este "ajuste de límites" y finalmente prestaron atención.

Justo antes de ir a la sala de computación, les devolvimos la primera parte de la tarea 1 corregida y les pedimos que nos entregaran la segunda parte.

<u>4º II (Sociales)</u>:

Esta clase salió bastante parecida a lo que habíamos planificado. La idea era que, en el curso, al comienzo del módulo, los alumnos hicieran una lluvia de ideas en base a la siguiente consigna: "si tengo que comprarme un celular nuevo, ¿cuál me conviene comprar?, ¿qué cosas debo tener en cuenta?". A partir de ese momento, fuimos registrando en el pizarrón todas las ideas que iban apareciendo. Una vez terminada, diferenciamos aspectos que influyen directamente en lo económico, tales como la empresa, el abono y el modelo. Consensuamos una marca y un modelo, pero para que la actividad tuviera el sentido que necesitábamos (el cual era que los alumnos pudieran formar su propio sistema de ecuaciones) dejamos que busquen precios ellos mismos en la sala de computación. Con la información que recolectaran, podrían responder unas preguntas que les teníamos preparadas para que, con el sistema ya armado, puedan resuelvan un par de problemas. Todas estas actividades que teníamos planificadas salieron como las habíamos planificados, los alumnos encontraron toda la información que les hacía falta, se las mandaron por mail así no las perdían y de este modo podían realizar la tarea que estaba pensada entregarles la clase siguiente.

3.1.4. *4ta clase:*

<u>4º I (Naturales):</u>

En el primer medio módulo de esta clase, leímos los subprocesos del proceso de modelización del teórico del apunte entre todos, deteniéndonos en cada uno para relacionarlo con cada cosa que habíamos hecho el día anterior. De esta manera, le fuimos dando forma y sentido al problema planteado. Fue una clase bastante interactiva. Cerramos la actividad explicando nuevamente lo que había que presentar en la Tarea 2, les recordamos que podían mandarnos mails para consultarnos dudas todas las veces que quisieran y dejamos en claro las fechas de entrega: una para un boceto (para la cual no fuimos estrictos a la hora de calificar la tarea) y la fecha de entrega final.

Habíamos corregido la segunda parte de la Tarea 1 para este día, y como notamos que la mayoría seguía sin comprender bien los incisos e y f del problema 6, decidimos que en esta clase retomaríamos la explicación y les devolveríamos la tarea para que la trajeran completa para la clase siguiente sin descontarles puntos, puesto que no consideramos justo calificar aún un tema que no había quedado claro. Esta vez notamos que entendieron más, aunque éramos concientes que era un tema que necesita más maduración y que no se iba a lograr en tan sólo una clase, pero que ya tenían herramientas para pensarlo mejor.

<u>4º II (Sociales):</u>

Este día, en el curso de sociales, fue el que más se distinguió de los demás. Lo que íbamos a hacer para este día iba a coincidir con lo planificado en un primer momento, ya que no se vería afectado por el atraso que se generó en la primera clase, modificando la re planificación de la segunda. Este día estaba destinado a darle un cierre de la clase anterior, sacar las dudas que hubiesen quedado. Después, entre todos juntos íbamos a leer un pequeño resumen de menos de una carilla de los sub procesos de una modelización de Blomhøj, para así ir comparando con lo realizado la clase anterior y que ellos mismos fueran identificando cada sub proceso en su propia experiencia. Al final de la clase, les teníamos que explicar cómo iba a ser Tarea 2. Se les iba a pedir que escribieran una narrativa de todo lo que hicieron en la clase anterior y que reconocieran en ella, los 6 subprocesos que se trataron en esta clase. Tendrían una semana para entregar la narrativa final, pero se les permitía mandar la cantidad de borradores que quisieran, los cuales íbamos a corregir y hacer devoluciones lo más rápido posible.

De todo eso que teníamos planificado para la cuarta clase, sólo pudimos hacer muy poco. Al llegar al colegio, nos enteramos que, de los 30 alumnos que tiene el curso, 26 estaban en un teatro (en una actividad organizada por la profesora de inglés). Obviamente, con los cuatro estudiantes que quedaron en el curso no íbamos a hacer la clase que estaba pensada. Lo que decidimos en el momento fue esperar a que el resto volviese del teatro (supuestamente de los 80 minutos que duraba la clase, sólo se perderían veinte) y mientras tanto, con los que estaban en el curso, repasar las tareas que tenían o sacar dudas que quedaran.

Al pasar el tiempo, y viendo que los demás llegarían para los últimos minutos, les fuimos explicando a grandes rasgos, a los que estaban, qué eran los 6 sub procesos de Blomhøj y contándoles qué era lo que iban a tener que hacer para la Tarea 2.

Faltando 15 minutos para el toque del timbre, y con él, el fin de la clase, llegaron todos los alumnos que faltaban. Confiados de que faltaba poco tiempo, cada uno agarró su mochila y se prepararon para irse. Les tuvimos que llamar la atención y pedirles que nos escuchasen un momento. Como todos ya estaban con sus cosas listas para irse, no les podíamos pedir que se ubicaran de nuevo y sacaran sus carpetas para copiar. Así, que lo que hicimos fue entregarle un apunte extra (que teníamos para este tipo de contingencias) a uno de los alumnos para que leyese, uno por uno, los 6 sub procesos de la modelización matemática. Se los expusimos de forma directa, es decir, sin dejar mucho lugar para el debate o la reflexión. Terminamos de explicar justo cuando tocó el timbre. Este cambio, que no teníamos previsto, derivó en que al contarles sobre la Tarea 2, no les pusimos como fecha de entrega la 5ta clase, sino la siguiente a ésta.

3.1.5. *5ta clase:*

<u>4º I (Naturales):</u>

Comenzamos la clase despejando dudas que notamos que varios tenían sobre la Tarea 2 (gracias a la comunicación vía mail), y les recordamos que tenían hasta esa noche para mandar la versión definitiva (y que podían mandarla después, aunque se les iba a descontar puntaje). Pedimos la parte de la Tarea 1 que faltaba y continuamos con la clase.

Hicimos un repaso de las expresiones cuadráticas (canónica, factorizada y polinómica) con un ejemplo en el pizarrón como se puede ver en la **Figura 22**.

Les entregamos la página 5 del apunte (que no estaba en el que habíamos dejado en fotocopiadora, ya que esta actividad estaba pensada para la segunda clase) y los hicimos trabajar en grupo durante toda la clase, pasando a contestar dudas y ver cómo trabajaban. Este curso ya había visto las distintas expresiones de una función cuadrática (incluso fue un tema evaluado antes de las vacaciones), motivo por el cual la página 5 es la única distinta en el apunte que les entregamos a ambos cursos, y a éste les propusimos más problemas que ejercicios, para repasar el tema mientras cambiábamos la forma en que se les había presentado anteriormente.

Fue muy útil contar con la ayuda de nuestro par pedagógico para poder prestarles atención a todos los alumnos. Resolvimos algunos ejercicios en el pizarrón y terminamos la clase recordando las tareas. No pudimos terminar con toda la página, pero a estas alturas de las prácticas, ya lo veíamos venir, por lo que no fue difícil re planificar las clases siguientes.

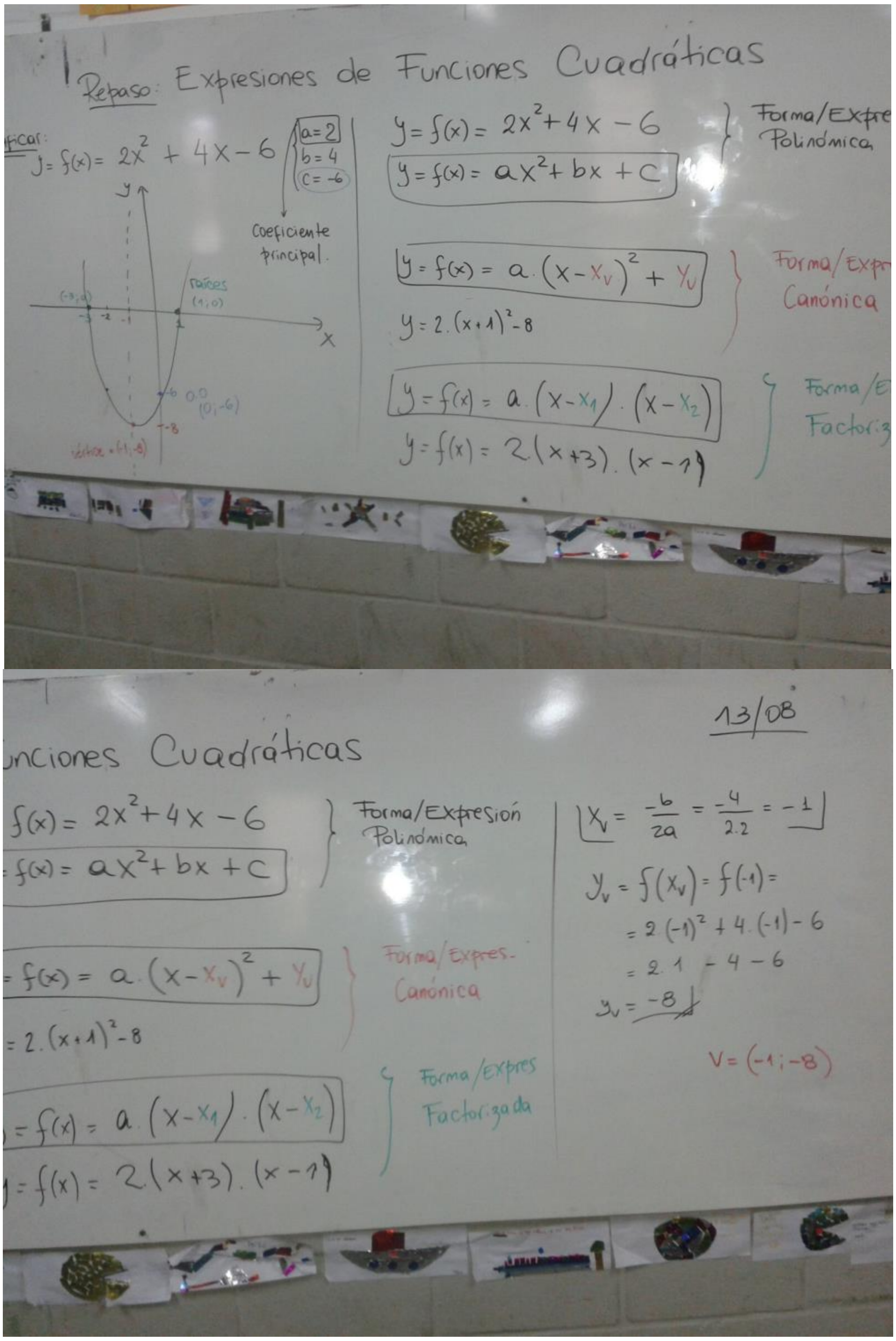


Figura 22. Repaso de las expresiones cuadráticas (polinómica, canónica y factorizada).

4º II (Sociales):

Esta clase estaba planificada para el día martes 18 de Agosto. Si bien en todas las clases hubo modificaciones y terminábamos dando una clase distinta a la que estaba pensada, este día fue uno que más modificó las prácticas, obligándonos a extenderlas por más días. Con anterioridad, nos enteramos que iba a haber un taller este día, por lo que acordamos con la profesora tutora y con la directora que podíamos dar la clase solos. Sin embargo, cuando llegamos al colegio esa mañana, vimos como todos los alumnos se estaban yendo. Preguntamos a la directora de la institución el motivo de este abandono masivo por parte de los estudiantes y se había olvidado que 4º II (Sociales) debía quedarse. Tuvimos que tomar un par de decisiones que afectaron, no a la planificación en sí misma, sino a las tareas. Como no podíamos asegurarnos de que todos los alumnos hayan entendido la clase anterior cómo realizar la Tarea 2, éste era el día para aclararlo. Al perder esta clase, y sumado a que el día anterior era feriado (17 de agosto) ésta iba a ser toda una semana sin tener un encuentro con los alumnos. Tomamos la decisión de dedicarle mucha más atención a la comunicación vía mail. Nos mandaban los borradores, y les explicábamos lo más claramente posible el contenido que debían tener las narrativas. Lo positivo de esto, fue que todos habían mandado los primeros borradores (uno solo faltó mandarlo y un par ya tenían sus versiones finales aprobadas) por lo cual estas explicaciones les llegaron a todos.

Lo planificado era introducir el sistema de ecuaciones mixto con una modelización (usando el cuento de la liebre y la tortuga) pero lo decidimos cambiar. Como no estábamos alcanzando a dar los temas que teníamos que dar, se empezó a hablar de tomar la prueba escrita en la clase 10 en lugar de la 9, pero se extenderían las prácticas unas tres semanas más, así que tuvimos que dejarla de nuevo en la novena. Por todo esto, finalizamos por dar un repaso de las expresiones canónicas y factorizadas de la función cuadrática, las cuales estaban pensadas originalmente para la segunda clase. Discutimos entre todos qué significaban los elementos de cada expresión y vimos cómo pasar de una a las otras.

Para este punto, ya habíamos tomado la decisión de sacar las Tarea 3 y 4, que eran tareas evaluables; reemplazando la Tarea 3 por la página 5 del apunte y descartando definitivamente la otra. Al observar durante las clases, tanto las de nuestras prácticas como en las observaciones previas, notamos que los alumnos tenían un muy buen manejo de los sistemas de ecuaciones lineales, por lo cual carecía de sentido la Tarea 3. Como las expresiones de la función cuadrática fue un tema que cobró más importancia del que pensábamos, consideramos que correspondía este cambio de actividades para evaluar.

Luego de hacer el repaso de las distintas expresiones hicimos entre todos los ejercicios de la página 5, pasando uno al frente a resolver y los demás aportando desde los bancos y copiando. Llegó un momento en la clase que resultó difícil hacer que no hablaran entre ellos, perjudicando el dictado de la misma, por lo que fue ahí cuando les dijimos que al día siguiente debería ser entregada esta página como la Tarea 3. Un par de alumnos hicieron una protesta, ya que no se les podía pedir nada evaluable sin ser notificados con una semana de anticipación. Finalmente, negociamos que la entrega sea el martes 01/09 (no para el lunes 31, porque había taller docente ese día y no se dictaban clases) y tratamos de seguir con las actividades lo que quedaba de tiempo.

3.1.6. *6^ta^ clase:*

4º I (Naturales):

Continuamos con las actividades de la clase anterior haciendo hincapié en la resolución de los problemas, mostrándolos como “pequeñas modelizaciones”, recurriendo al teórico que habíamos usado para la tarea de los celulares. Esto fue bastante útil para ayudarlos a enfrentarse a los problemas, ya que, creemos que les daba una estructura y orden a seguir para no perderse en medio de tantos cálculos e interpretaciones. Como esperábamos ya, continuaban las dudas acerca de las ecuaciones cuadráticas, que de a poco se fueron disipando. El presentárselas por medio de problemas, a pesar de que se les complicaba un poco la interpretación y traducción matemática, esto hacía que cobraran sentido, si se quiere, y dejaran de ser meros entes abstractos a resolver mecánicamente.

La metodología de trabajo fue como en la clase anterior, en grupos. A pesar de que estaban tranquilos, no todos estaban trabajando, por lo que la profesora supervisora nos sugirió que hiciéramos puestas en común, así participarían a todos. En estas puestas en común, notamos lo difícil que es verse tentado a explicar uno mismo, y terminar dando una clase demasiado guiada; especialmente por sentirnos presionados por el tiempo que nos quedaba. La profesora supervisora nos recomendó que planteáramos a la clase preguntas disparadoras, dando lugar a que los alumnos vayan encontrando las respuestas solos y no dárselas nosotros directamente.

Les devolvimos la segunda parte de la Tarea 1 corregida y explicamos algunas dudas individuales.

Respecto a la Tarea 2, algunos todavía tenían algunas dudas, así que se las respondíamos; pero la mayoría ya la había entregado a tiempo y el fin de semana les mandamos las correcciones vía mail. Corregir tantas narrativas (aunque dejamos que las hicieran en grupos de 2 o 3, por lo que no eran muchas), como habíamos pensado, nos tomó bastante tiempo en nuestras casas. Esto nos hizo reflexionar sobre este tipo de actividad, llegando a la conclusión de que valía la pena el esfuerzo, puesto que hicieron trabajos muy buenos y consideramos que aprendieron mucho de ellos.

Les dejamos de tarea que terminaran la página 5, que hicieran la Tarea 3 para entregar la clase siguiente y que leyeran el cuento de las páginas 9 y 10 del apunte. A la Tarea 3, habíamos planificado plantearla de otra forma, pero debido a que nos habíamos tardado más clases de lo pensado en otras actividades y como era una tarea esencialmente de repaso y notamos que no tenía problemas en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales (además en la página 17 del apunte habíamos puesto un repaso teórico del tema), decidimos cambiar lo planificado. De hecho, fue una de las tareas en la que menos problemas y dudas tuvieron.

4º II (Sociales):

En esta clase les avisamos que la prueba escrita sería el día 8 de septiembre (novena clase de las diez) y pasamos a explicarles qué es un sistema de ecuaciones mixto y cómo resolverlo. Como ya estábamos confiados de que manejaban bien los sistemas de ecuaciones lineales, empezamos con uno de ésos la clase y, si no había problemas con ese ejercicio, pondríamos un sistema mixto para mostrarles las similitudes y diferencias, para así tomar lo que ya sabían y partir de ahí. Como la clase se desarrolló sin ningún problema y todo salió a lo planeado, nos quedaron quince minutos, en los cuales decidimos en el momento dejarlos trabajar en las actividades que quedaron de la página 5 del apunte, es decir, la nueva Tarea 3.

3.1.7. *7ma clase:*

4º I (Naturales):

Empezamos devolviendo las tareas corregidas y finiquitando dudas de la página 5 del apunte. Hicimos entre todos la actividad "B", inciso "3", de dicha página.

> En una isla se introdujeron 112 iguanas. Los zoólogos descubrieron que la cantidad de iguanas en función del tiempo (en años) se podía representar con una función cuadrática. Al principio se reprodujeron rápidamente, pero los recursos de la isla comenzaron a escasear y la población comenzó a decrecer, luego de llegar al máximo de 233 iguanas a los 11 años. ¿En qué momento la población de iguanas se extingue?

Esta vez, pudimos ordenarnos mejor en el pizarrón. Dividimos al mismo para que al pasar los alumnos pudieran escribir en el orden que habíamos pensado como el más adecuado para que fuera más fácil para ellos tomar nota en sus carpetas. Desde el fondo, les íbamos haciendo preguntas para que pudieran ir planteando y resolviendo el problema. Hacíamos mucho hincapié en la importancia de reconocer qué representaban las variables que usábamos (en este caso, la cantidad de iguanas y el tiempo). Además, constantemente íbamos interpretando qué significaban los resultados matemáticos, en el contexto que planteaba el problema. Por ejemplo, que la ordenada al origen es el valor de "y" cuando x = 0, representaba la cantidad de iguanas que había cuando el tiempo era cero, es decir, al inicio. Otro ejemplo, fue que cuando se preguntaba "¿cuándo se extinguen las iguanas?" se pedían los valores de "x" cuando y = 0, es decir, cuando ya no hay iguanas. Al realizar este problema, experimentamos en vivo y en directo, cómo la matemática iba de a poco cobrando sentido para los alumnos o cómo ellos iban construyendo ese sentido.

Seguidamente, comenzamos con la actividad del cuento. Lo fuimos leyendo entre todos (la mayoría no lo había leído) y anotando en el pizarrón los datos que nos eran de interés (como ya habíamos hecho la actividad de modelización de los celulares, esta vez fuimos "directo al grano", registrando datos que pudieran ser útiles para modelizar la situación planteada por el cuento). Fue una clase un poco más guiada de lo que habíamos planificado, pero la mayoría se mostraron interesados (de hecho, uno de los alumnos que no solía participar mucho, ya lo había leído antes, y participó constantemente en esta actividad, lo que me sorprendió gratamente). Terminamos de leer todo el cuento y comenzaron las hipótesis y suposiciones. Anotamos en el pizarrón todo lo que íbamos discutiendo (nosotros mismos, para poder dejar todo en el orden que habíamos pensado) y luego les dimos tiempo para que copiaran.

Leímos la Tarea 4 entre todos y la modificamos (ya no les pedíamos una narrativa sino que lo presentaran como la resolución de un problema "más largo" y teniendo en cuenta los pasos de la modelización).

Les avisamos que la semana siguiente era la prueba y que uno de los diez problemas de la Guía de Problemas del apunte iba a entrar tal como estaba planteado.

<u>4º II (Sociales):</u>

A estas alturas ya no vale la pena decir que las clases habían perdido todo el hilo de la planificación original y eran sometidas a re planificaciones del día a día. Pero la séptima clase, sin embargo, coincidió perfectamente. Para este día la idea era que ya puedan trabajar con la guía de problemas que estaban al final del apunte que les habíamos dado al principio de las prácticas y eso fue lo que pasó. Los alumnos se agruparon como quisieron y se pusieron a trabajar en los problemas (algunos se pusieron a terminar las actividades de la Tarea 3 que debían entregar ese día). Hablamos con ellos, los practicantes y la profesora tutora, de la importancia de que puedan pensar bien los problemas y no tanto en llegar al resultado, por lo que, al comenzar la clase del día, les entregamos a los alumnos una hoja con todas las respuestas de los problemas y haciéndoles ver que nuestras intenciones es que se enfocaran en los procesos y pensaran los problemas, sin darle tanta importancia al resultado final.

Como esta era la última clase de una de las alumnas, preparamos una prueba para ella, ya con el formato con el que iba a contar las pruebas del resto de los alumnos. Esta contaba con tres puntos, como habíamos planificado, pero con la diferencia que había un punto distinto al de la prueba del otro curso. En esta consigna diferente tuvimos que incorporar un problema que evaluara las expresiones de la función cuadrática. Para hacer la prueba, la alumna tuvo que irse al laboratorio del colegio, donde podría realizarla sin ser molestada, acompañada por la profesora del curso.

3.1.8. *8va clase:*

<u>4º I (Naturales):</u>

Retomamos el cuento, copiando en el pizarrón lo más importante de la clase anterior mientras los alumnos iban haciendo memoria y dictándonos lo que habían copiado. Continuamos con el análisis del problema, ahora enfocándonos en la resolución del sistema mixto, tanto gráfica como analítica.

Muchos alumnos se quejaban de lo largo que había sido, pero en cuanto llegamos a la resolución, sentimos que habían entendido y les aclaramos que los próximos problemas iban a ser más cortos y sencillos que lo que había sido éste.

Cuando se dieron cuenta que la resolución de un sistema mixto (con una ecuación lineal y otra cuadrática) básicamente, se reducía a la resolución de una ecuación cuadrática (que ya sabían hacer), se sintieron más tranquilos y el "tema nuevo" dejó de parecer tan "nuevo."

Revisamos las consignas de la Tarea 4, para que pudieran terminarla para la clase siguiente y les recordamos que ante cualquier duda que tuvieran podían escribirnos por mail. Como quedaban cinco minutos, planteamos rápidamente el Problema 1 de la Guía, relacionándolo con el sistema mixto que nos había quedado representando el cuento.

Les avisamos nuevamente que la prueba era la semana siguiente y les recordamos que uno de los problemas de la Guía del apunte iba a entrar exactamente como estaba, sin decirles cuál, como para que fueran viéndolos. Les dejamos de tarea que terminen el Problema 1.

<u>4º II (Sociales):</u>

Para este día estaba planificado seguir con las guías de actividades, pero al ver que ya era la última clase y los alumnos no habían tenido tanta práctica como hubiésemos querido, decidimos hacer al frente, en el pizarrón, un par de ejercicios que iban a ser claves para poder hacer la prueba. Tratamos de guiarlos un poco para no perder tanto tiempo y poder asegurarnos de que, por lo menos, tenían para estudiar un problema similar a cada uno de los tres que tendrían que resolver al día siguiente, en la evaluación escrita. Como todos los alumnos ya podían contar con la prueba corregida que le entregamos a la alumna que la había realizado la clase anterior (durante la semana se le hizo la devolución antes que se fuera), decidimos tomar como ejemplo esos problemas en la clase, como para que los alumnos vieran qué tipo de actividades iban a ir.

3.1.9. *9na clase:*

<u>4º I (Naturales):</u>

Pedimos las tareas y comenzamos la resolución de los problemas de la Guía del apunte. Puesto que el día siguiente era la prueba y no habíamos tenido tiempo de hacer muchos problemas. Hicimos una “prueba espejo”, es decir, seleccionamos los problemas similares a los que íbamos a tomar (ya teníamos hecha la prueba) y los resolvimos entre todos en el pizarrón.

Comenzamos por el Problema 1 y seguimos con el 8 (sin el último inciso). Finalmente les dijimos que iban a ser 3 problemas, de los cuales 2 serían similares a los que habíamos resuelto esa clase y el tercero, como ya les habíamos anticipado, sería exactamente uno de la guía. No les dijimos cuál, pero les dijimos en cuáles no enfocarse (ya que la prueba era el día siguiente), por lo que les quedaron para hacer y practicar solamente los problemas 1, 3 (similar al 1), 5, 7, 8 y 10 de la Guía. Esto ya lo habíamos pensando hacer unos días antes, ya que, como estudiantes que somos, sabemos que la mayoría somos “hijos del rigor” y dejamos todo para último momento, por lo que probablemente no habían visto los problemas antes. Consideramos que acortando la cantidad de ejercicios para practicar, no se iban a sentir demasiado abrumados y muy posiblemente iban a hacer los que les señalamos, que no eran muchos pero tampoco eran pocos.

Recalcamos la importancia de leer bien los enunciados, para que eviten hacer cálculos de más, y porque iba a ser evaluada la interpretación, sobre todo. Esto lo pudimos hacer notar al resolver el Problema 1, ya que las respuestas eran dos, de las cuales una representaba una pérdida y otra una ganancia. Por este motivo, varios decían que no convenía una de ellas. Les hicimos releer la consigna, donde se pedía dar la cantidad para la cual se igualaban dos funciones, no cuál convenía.

Les recordamos que podían escribirnos las dudas por mail (varios lo hicieron).

4º II (Sociales):

Como estaba previsto, cada alumno realizó de manera individual la prueba. Constaba de tres puntos: un problema de sistema de ecuaciones mixto, un ejercicio con expresiones de la función cuadrática y un problema gráfico de funciones cuadráticas. También se decidió escribir en el pizarrón las fórmulas que podrían llegar a necesitar (las que estuvimos usando a lo largo de todas las clases) y les aclaramos que a la hora de corregir, íbamos a usar el mismo criterio que antes mencionamos (si los ejercicios estaban realizados con el procedimiento correcto íbamos a considerar gran parte del ejercicio bien, por más que no llegasen al resultado correcto).

Figura 23. 4º II (Sociales) haciendo la prueba escrita. En el pizarrón se puede ver el “machete” con las fórmulas para calcular raíces y coordenadas del vértice de una función cuadrática.

3.1.10. *10^{ma} clase:*

4º I (Naturales):

Día de la prueba escrita, de a 2 (hubo un grupo de 3 porque eran impares). Llegamos más temprano al colegio para ver si había faltado alguien y así reorganizar los grupos y, de paso, consultarlos con la profesora tutora. Entramos en el recreo al aula para revisar las faltas y los alumnos se nos acercaron a preguntar dudas de último momento. De a poco se iban acercando más y más alumnos mientras explicábamos en el pizarrón. Hacían algunas preguntas sobre la traducción matemática de los enunciados en ecuaciones, otras de resolución analítica de los sistemas mixtos y otras de interpretación de los resultados. Varios seguían confundiendo las raíces de una función con las soluciones de una ecuación cuadrática, pero en esa “clase fugaz” les quedó bastante más claro (fue cuando más sentimos que nos prestaban atención).

Cuando volvimos al aula al toque del timbre, les revelamos que la prueba iba a ser grupal y les fuimos diciendo cómo ubicarse. Una vez que estuvieron todos sentados, les repartimos las pruebas. Les dejamos escritas las fórmulas en el pizarrón, ya que no nos interesaba que se las supieran de memoria, sino que las supieran utilizar como herramientas para la resolución de los problemas; y podían usar calculadora.

Trabajaron tranquilos y consultaban algunas dudas. Decidimos responder aquellas que tenían que ver con los cálculos (marcándoles algunos errores típicos, como signos y “de despeje”). Cuando preguntaban sobre interpretación, no les respondíamos directamente, sino replicándoles con nuevas preguntas para orientarlos. Principalmente, preguntaban cuando algo les resultaba “raro”, como que las cantidades les dieran negativas, lo que implicaba que estaban interpretando bien las respuestas, generalmente incorrectas por errores de cálculo. En estos casos, les insistíamos en escribir lo que nos decían, explicándoles que estaban haciendo una interpretación acertada.

Les dimos el recreo para terminar, a pedido de ellos. Aunque las profesoras nos indicaron que no lo ocupáramos todo, ya que, eso afectaría a la clase siguiente.

4º II (Sociales):

Ya no quedaba mucho para hacer, y decidimos no hacer el cierre con el proyector que habíamos planificado en un principio. Hicimos una devolución de la prueba, corrigiendo los errores más comunes en el pizarrón, para despejar dudas que hubiesen quedado. Los alumnos que no estuvieron en la evaluación de la clase anterior tampoco asistieron a esta clase, así que le dejamos a la profesora del curso unas copias con la prueba para que se las tomara cuando volviesen. En esta clase recién les pudimos pedir que hicieran una autoevaluación del desempeño personal que cada uno había tenido durante las prácticas nuestras y una evaluación del practicante a cargo del curso. El resto de la hora la utilizamos para completar el libro de temas y les dimos hora libre a los alumnos a medida que iban terminando de escribir las autoevaluaciones.

3.1.11. *11va clase:*

En esta última clase, únicamente dictada en 4º I (Naturales), hicimos la devolución de la prueba. La corregimos en el pizarrón, haciendo pasar a distintos alumnos, para revisar los errores más comunes y recalcar lo que habían hecho bien.

Como no se pudo hacer para Naturales, antes de la prueba, hicimos el cierre teórico de los distintos tipos de resultados que se pueden encontrar al resolver un Sistema de Ecuaciones Mixto, utilizando la página 18 del apunte entregado a los alumnos (ver **Anexo III**) y resolviendo el Problema 9 de la guía, en el pizarrón directamente (haciendo pasar a una alumna). Fue bastante complicado, lograr que prestaran atención, puesto que ya tenían la nota de la prueba, por lo que les recordamos que todavía faltaba la nota de las tareas y era susceptible a cambios por mala conducta. Esta advertencia, hizo que prestaran un poco más de atención, pero seguían bastante dispersos. Por lo tanto, es bueno saber esto para el futuro: no es muy recomendable dar temas que los alumnos sepan que ya no serán evaluados.

Finalmente, les pedimos a los alumnos que hicieran una autoevaluación y una evaluación de los practicantes (ambas de carácter cualitativo). Les escribimos en el pizarrón algunos criterios a tener en cuenta y les pedimos que en una hoja (con nombre o no) escribieran la evaluación de los practicantes y en otra hoja o en la misma (con nombre), su autoevaluación.

Les pedimos que fueran lo más honestos posibles y que tuvieran “tacto” a la hora de criticar. Realmente se pudieron expresar con sinceridad siguiendo nuestros consejos.

3.2. Cronograma (real) 4º I (Naturales)

Lunes	Martes	Miércoles	**JUEVES**	**VIERNES**
27/07	28	29	**1ra Clase** **30** SALA COMPUTACIÓN Repaso de los parámetros de las funciones cuadrática y lineal.	**2da Clase** **31** Terminamos la Tarea 1. Ecuaciones cuadráticas.
03/08	4	5	**3ra Clase** **6** AULA. Planteo de la Tarea 2. SALA COMPUTACIÓN Repaso de Sistemas de Ecuaciones lineales con una modelización (celulares).	**4ta Clase** **7** Teórico Modelización. Cierre de actividad anterior. Resolución de ecuaciones cuadráticas.
10	11	12	**5ta Clase** **13** Repaso de expresiones cuadráticas. Problemas. Ecuaciones cuadráticas.	**6ta Clase** **14** Repaso de expresiones cuadráticas. Problemas. Ecuaciones cuadráticas.
17	18	19	**7ma Clase** **20** Problemas de ecuaciones cuadráticas relacionándolos con Modelización. Introducción de sistemas mixtos con una modelización (cuento).	**8va Clase** **21** Finalización de la resolución del problema de sistemas mixtos basándose en modelización (cuento). Resolución de sistemas mixtos.
24	25	26	**9na Clase** **27** Problemas de sistemas mixtos. (Guía de Problemas, reducida) Repaso para la prueba.	**10ma Clase** **28** Prueba escrita (de a 2) de problemas de sistemas mixtos.
31	01/09	2	**11va Clase** **3** Devolución de Prueba escrita y nota de las tareas. Autoevaluación y Evaluación de los practicantes. Sistemas mixtos. Tipos de soluciones. Cierre de las prácticas.	**4**

3.3. Cronograma (real) 4º II (Sociales)

LUNES	MARTES	Miércoles	Jueves	Viernes
1ra Clase 03/08 SALA COMPU Repaso de los parámetros de las funciones cuadrática y lineal.	**2da Clase 4** Terminamos la Tarea 1. Ecuaciones cuadráticas.	5	6	7
3ra Clase 10 AULA. Planteo de la Tarea 2. SALA COMPU Repaso de Sistemas de Ecuaciones lineales con una modelización (celulares).	**4ta Clase 11** Actividad fuera del colegio (se fueron al teatro). --- Cierre de actividad anterior. Teórico Modelización. (Clase de 15 minutos)	12	13	14
17 Feriado	**18** Acto del 17 de agosto y taller del colegio	19	20	21
5ta Clase 24 Profundización del tema de la unidad anterior: expresión canónica y factorizada.	**6ta Clase 25** Repaso de expresiones cuadráticas. Problemas.	26	27	28
31 Taller	**7ma Clase 01/09** Problemas de sistemas mixtos.	2	3	4
8va Clase 7 Problemas de sistemas mixtos. Prueba "espejo".	**9na Clase 8** Prueba escrita individual de problemas de sistemas mixtos y expresiones cuadráticas.			
10ma Clase 14 Devolución de Prueba escrita y nota de las tareas. Autoevaluación y Evaluación de los practicantes. Cierre de las prácticas.	**15**			

4. EVALUACIÓN

Podríamos distinguir 3 tipos de evaluaciones distintas que llevamos a cabo durante nuestras prácticas:

- Una evaluación constante de cada alumno del trabajo en clase, conducta, participación, consulta de dudas (tanto en clases como vía mail), responsabilidad en cuanto a la realización de tareas y que contaran con el material que se les pedía que llevaran.
- Una evaluación (traducida en una nota bastante "directa") de proceso/formativa (Nota II).
- Una evaluación integradora/sumativa, representada por la prueba escrita (Nota I).

Para las dos primeras, el uso de tablas para registrar observaciones de cada alumno clase a clase, fue muy útil.

4° I/II (NATURALES/SOCIALES)											
Fecha											
nº	Apellido y Nombre	1ra Clase	2da Clase	3ra Clase	4ta Clase	5ta Clase	6ta Clase	7ma Clase	8va Clase	9na Clase	10ma Clase
1	Alumno...										

4° I/II (NATURALES/SOCIALES)						
Fecha						
nº	Apellido y Nombre	Tarea 1	Tarea 2	Tarea 3	Tarea 4	Evaluación
1	Alumno...					

Figura 24. Encabezados de las listas que usábamos para seguimiento diario, de tareas y notas.

Entendemos a la evaluación como un proceso continuo muchas veces asociado a las calificaciones, pero que no se puede tan sólo resumir en uno o varios números.

"Durante muchos años de historia educativa, sólo se consideró "evaluación" a esta última fase, homologando "evaluación" con "calificación"; sin embargo, el profesor siempre está evaluando: la evaluación sumativa integra información de la evaluación formativa y ésta de la diagnóstica, constituyéndose en momentos anidados porque el siguiente integra al anterior." (La evaluación de los aprendizajes en Educación Secundaria. Documento de apoyo curricular, 2011, p. 11). Debido a esto, creamos diferentes instrumentos de evaluación: de tipo constructivos y reconstructivos (como las Tareas 1, 2 y 4), para la ejecución de algoritmos y recuerdo de la información (como la Tarea 3). Finalmente, consideramos que la prueba escrita era una mezcla de estos distintos tipos de instrumentos.

Consideramos a las puestas en común, preguntas y debates que fuimos tratando de implementar en nuestras clases, otros instrumentos sumamente útiles a la hora de evaluar. Citando a la Dra. Prof. Edith Litwin:

> *"Entendemos que la pregunta cobra sentido si ayuda a comprender mejor, favorece los procesos de transferencia y estimula la construcción de niveles cada vez más complejos del pensar. La buena pregunta ayuda y no entorpece, entusiasma y no inhibe, estimula y no atemoriza. Se basa en la confianza y en el deseo por parte de los docentes de que sus alumnos aprendan y comprendan, y se transforma en un verdadero desafío de la cognición para los estudiantes." (*2009a, p.84)

Cabe destacar que creemos que al "factor tiempo" hay que tenerlo en cuenta a la hora de hacer los instrumentos de evaluación. Esto se vio reflejado en la elección de los problemas de la prueba y en la planificación de las Tareas evaluables.

4.1. Criterios de Evaluación

Debemos destacar la enorme importancia que tuvo el haber establecido, durante la planificación, los criterios de evaluación. De este modo, teniendo claras las metas a las que queríamos llegar junto con los alumnos (y siempre recordándoles a ellos los criterios), pudimos ser lo más objetivos y justos posibles; nos enfrentamos a muy pocas ambigüedades a la hora de transformar nuestras evaluaciones en números, es decir, "poner las notas"; y fue mucho más fácil y rápido corregir las tareas y pruebas. Además, al tener un seguimiento bastante cercano de cada estudiante, podíamos utilizar estas evaluaciones, a diario y durante las clases, a modo de diagnóstico para saber en qué conceptos o problemas hacer hincapié, a qué alumnos exigirles un poco más, qué temas repasar, qué tareas modificar. En fin, nos servían para darles devoluciones diarias de carácter más informal (en el sentido de que no estaban asociadas a una nota directa) y cualitativas (que consideramos son más útiles que un número); y, también, para re planificar sobre la marcha las actividades a proponerles.

Creemos que *"es importante que los criterios de evaluación sean transparentes, que proporcionen a todos igualdad de oportunidades y que se aplicación pueda rebatirse públicamente; que esos criterios sean conocidos por los alumnos y que los juicios de valor sean actos de negociación explícita entre todos los implicados"* (Litwin, 2009b, p. 222)

4.1.1. Criterios de evaluación para la Nota II

Según Litwin "e*s fácil reconocer que atribuir un número a realidades complejas supone imprecisión y también tergiversa la apreciación, en tanto parece más certero y riguroso que una descripción natural de un saber o una acción"* (2009a, p. 169). Además, el promedio suele "*ocultar el carácter evolutivo del aprendizaje o del esfuerzo producido*" (2009a, p. 181). Con la Nota II (suma de las cuatro tareas), tratamos de evitar este problema; además pretendíamos "*evaluar a los alumnos en instancias que no parezcan evaluaciones."* (Litwin, 2009b, p. 242)

4º I (Naturales)

TAREA "1" (2 puntos)																	
Criterios Generales	Prolijidad (20% = 0,4 puntos)			Tiempo de entrega (20% = 0,4 puntos)			D/R C y C (60% = 1,2 puntos)										
Puntaje (máximo)	0,4	0,2	0	0,4	0,2	0	-	0,1	0,2	0,1	0,3	0,1	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2
Criterios Específicos/Consignas	Sí	Más o menos	No	A tiempo	1 clase tarde	2 o más clases tarde	1)	2)	3)	4)	5)	6) a)	6) b)	6) c)	6) d)	6) e)	6) f)

TAREA "2" (3 puntos)								
Criterios Generales	Tiempo de entrega (40% = 1,2 puntos)				D/R C y C (60% = 1,8 puntos)			
Puntaje (máximo)	1,2	0,8	0,5	0	0,4	0,7	(0,4)	0,7
Criterios Específicos/Consignas	A tiempo	1 día tarde	2 días tarde	3 o más días tarde	Desarrollo narrativa y Teoría	Funciones e Intersección (Analit./Gráf.)	Cambio de pendiente (extra)	Análisis 18 y 30 meses

TAREA "3" (2 puntos)									
Criterios Generales	Prolijidad (20% = 0,4 puntos)			Tiempo de entrega (20% = 0,4 puntos)			D/R C y C (60% = 1,2 puntos)		
Puntaje (máximo)	0,4	0,2	0	0,4	0,2	0	0,45	0,45	0,3
Criterios Específicos/Consignas	Sí	Más o menos	No	A tiempo	1 clase tarde	2 o más clases tarde	Resolución Analítica	Resolución Gráfica	Soluciones y Clasificación de los Sistemas

TAREA "4" (3 puntos)										
Criterios Generales	Prolijidad (20% = 0,6 puntos)			Tiempo de entrega (20% = 0,6 puntos)			D/R C y C (60% = 1,8 puntos)			
Puntaje (máximo)	0,6	0,4	0	0,6	0,4	0	0,8	0,6	0,4	(0,4)
Criterios Específicos/Consignas	Sí	Más o menos	No	A tiempo	1 clase tarde	2 o más clases tarde	Traducción Matemática	Resolución Analítica y Gráfica	Interpretación y Final del cuento	Interpretaciones Extras/Validez (extra)

Hubo dos alumnos a los que no se les pidió que entregaran las mismas tareas que al resto. Uno había faltado las cuatro primeras clases (no estuvo para la Tarea 1) y el otro faltó a la 8va y 9na clase (no estuvo para la Tarea 4). A ambos se les pidió que en reemplazo de la tarea faltante, entregaran resuelta toda la página 5 del apunte.

4º II (Sociales)

TAREA "1" (2 puntos)																	
Criterios Generales	Prolijidad (20% = 0,4 puntos)			Tiempo de entrega (20% = 0,4 puntos)			D/R C y C (60% = 1,2 puntos)										
Puntaje (máximo)	0,4	0,2	0	0,4	0,2	0	-	0,1	0,2	0,1	0,3	0,1	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2
Criterios Específicos/Consignas	Sí	Más o menos	No	A tiempo	1 clase tarde	2 o más clases tarde	1)	2)	3)	4)	5)	6) a)	6) b)	6) c)	6) d)	6) e)	6) f)

TAREA "2" (3 puntos)								
Criterios Generales	Tiempo de entrega (40% = 1,2 puntos)				D/R C y C (60% = 1,8 puntos)			
Puntaje (máximo)	1,2	0,8	0,5	0	0,4	0,7	(0,4)	0,7
Criterios Específicos/Consignas	A tiempo	1 día tarde	2 días tarde	3 o más días tarde	Desarrollo narrativa y Teoría	Funciones e Intersección (Analít./Gráf.)	Cambio de pendiente (extra)	Análisis 18 y 30 meses

TAREA "3" (2 puntos)													
Criterios Generales	Prolijidad (20% = 0,4 puntos)			Tiempo de entrega (20% = 0,4 puntos)			D/R C y C (60% = 1,2 puntos)						
Puntaje (máximo)	0,4	0,2	0	0,4	0,2	0	A.1	A.2	A.3	A.4	B	C.1	C.2
Criterios Específicos/Consignas	Sí	Más o menos	No	A tiempo	1 clase tarde	2 o más clases tarde	0,1	0,1	0,1	0,1	0,4	0,2	0,2

La Tarea 4, por cuestiones de tiempo, no se pudo realizar en este curso; por lo que los 3 puntos que faltaban para completar la Nota II se pusieron evaluando el trabajo en clase y la participación (tanto personalmente como vía mail).

4.2.2 Criterios de evaluación para la Nota I

En ambos cursos la prueba escrita comenzaba de la siguiente manera:

EVALUACIÓN DE MATEMÁTICA **Sistemas de Ecuaciones Mixtos**
Tener en cuenta que se evaluará la **prolijidad**, la correcta **traducción a lenguaje matemático**, la **resolución** de los problemas y la **interpretación** de las soluciones.

Se puede notar que dejamos claros los criterios que íbamos a tener en cuenta a la hora de corregir. Los leímos para todos antes de dejarlos empezar a resolver los problemas y varias veces se los repetíamos individualmente durante la prueba. Les aclaramos que con <u>prolijidad</u> nos referíamos a que <u>se entendiera lo que escribieran.</u>

Decidimos establecerlos de manera clara y concisa porque consideramos que normalmente, cuando alguien se enfrenta a una prueba, este tipo de aclaraciones se pasan por alto.

Con respecto a los enunciados, fueron bastante similares a los que pensábamos hacer en la planificación y a los que les dimos en clases.

Seguidamente mostramos dos modelos del examen (uno para cada curso). Cabe destacar que para cada día en que tomamos la prueba, llevamos dos temas distintos (sin explicitar en las hojas "tema 1" y "tema 2"); a veces con problemas distintos o con reformas en los datos, y otras veces, modificando el orden de los mismos. De esta manera, terminamos haciendo nueve versiones de la prueba en total.

<u>Modelo de la Prueba de 4º I (Naturales)</u>

<u>Problema 1</u>:

Coty está vendiendo rifas para juntar plata para el viaje de estudios. El premio es un voucher por $150 para el cine.
Las siguientes funciones representan el ***Ingreso Total*** de la venta (en pesos) y el ***Costo Total*** (en pesos) respecto a la cantidad de rifas que venda ("*q*").

$$\begin{cases} \boldsymbol{IT(q) = -0{,}1 \,.\, q^2 + 10 \,.\, q} \\ \boldsymbol{CT(q) = 0{,}5 \,.\, q + 150} \end{cases}$$

a) ¿Para qué cantidad de rifas los Ingresos Totales son iguales a los Costos Totales?
b) Graficar ambas funciones (en un mismo gráfico) y marcar el/los punto/s de intersección.

Extra:

c) ¿Para qué cantidades de rifas el Beneficio Total es positivo? (Escribir el intervalo). (Recordar: BT = IT – CT)

Este problema era similar a los problemas 1 y 3 de la Guía entregada a cada curso.

En el inciso a, debían resolver el sistema mixto planteado e interpretar los resultados dentro del contexto establecido por el problema.

En el inciso b, había que graficar las dos funciones para resaltar gráficamente el resultado obtenido anteriormente. En este inciso hubo varios problemas con la interpretación, algunos alumnos graficaron la ecuación cuadrática resultante de haber igualado ambas funciones. Claramente, fue un error de interpretación de la consigna, o, simplemente de no haberla leído.

El inciso c, era extra; es decir, si lo hacían bien, otorgaba puntaje extra, en caso contrario, no restaba puntaje. Muy pocos alumnos lo hicieron.

Problema 2: (elegir 1 solo inciso, el otro es ***Extra***)

a) Hallar dos números enteros tales que el primero menos el cuádruple del segundo sea 8 menos el cuadrado del segundo y, al mismo tiempo, el doble del segundo sea igual al cuadrado del segundo menos el primero. (Usando sistemas de ecuaciones).

b) Se les preguntó a los profesores de matemática, Javier y Mercedes, cuántos árboles tienen en los patios de sus casas.

Javier contestó: "Mi patio tiene 3 metros de ancho y 3 metros de largo. La cantidad de árboles que tiene Mercedes plantados en su patio más 8 veces la cantidad que tengo yo en el mío, es igual al cuadrado de la cantidad que tengo yo más 16 árboles."

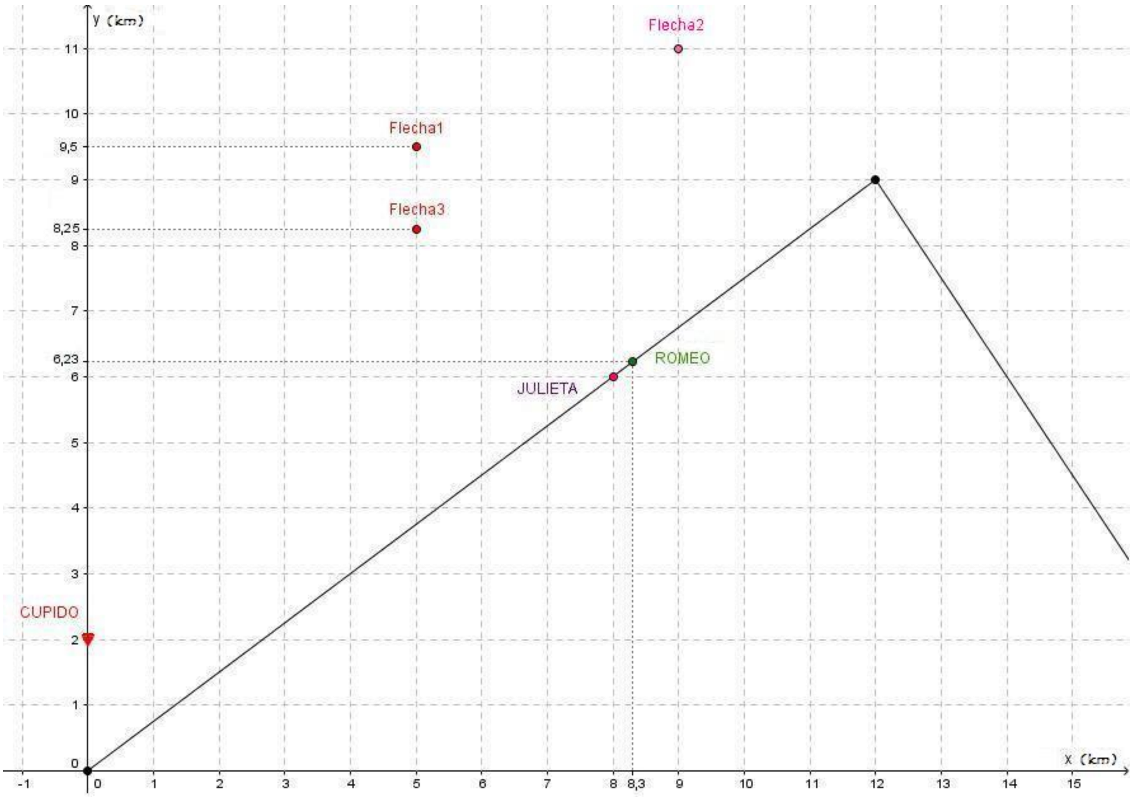
Mercedes, por su parte, respondió: "Mi patio es más grande que el de Javier y pude plantar más árboles que él. Si sumamos la cantidad de árboles que tengo yo más el doble de los de Javier, tendríamos 11 árboles en total."

Plantear el sistema de ecuaciones, resolverlo analíticamente y responder: ¿Cuántos árboles tienen cada uno?

Podría decirse que éste era uno de los problemas que más nos interesaba que resolvieran bien, ya que, además de tener que resolver el sistema mixto e interpretar las respuestas, debían plantearlo (es decir, hacer una correcta traducción matemática). Varios alumnos, optaron por dejar planteado el inciso que eligieron como extra y la mayoría lo hizo bien, obteniendo el puntaje adicional que hacer esto les otorgaba.

Problema 3:

Cupido tiene que flechar a Romeo y a Julieta, para enamorarlos. Estos se encuentran en una montaña y el querubín está en una nube a 2km sobre el suelo, como lo muestra el dibujo.



a) En el primer intento, logra flechar a Romeo. Sabiendo que la trayectoria de la "**Flecha1**" alcanza su máximo en el punto que muestra el gráfico (5; 9,5), trazar la trayectoria aproximada de la misma.

b) En el segundo intento, se puede ver en el gráfico que la "**Flecha2**" alcanza su máximo en el punto (9; 11). Cupido falla en esta ocasión y no logra flechar a Julieta. Explicar porqué y esbozar la trayectoria aproximada de la "Flecha2."

c) Teniendo en cuenta los datos que proporciona el gráfico y que la "**Flecha3**" alcanza su máximo en el punto (5; 8,25), encontrar la función que representa la trayectoria de la "Flecha3", dibujarla en el gráfico y responder: ¿Cupido logra flechar a Julieta? (Justificar).

Este último problema era similar al Problema 8 de la Guía. Tenía por fin repasar la característica de simetría de las funciones cuadráticas, además de la interpretación de un problema de semirrealidad.

Cabe destacar que al realizar las correcciones, notamos que, en el trazado de las parábolas, algunos alumnos las habían "cortado" al "llegar la flecha a destino" (es decir, las dibujaron sin atravesar la montaña). Cuando pensamos el problema, no habíamos tenido en cuenta esto, por lo que decidimos a quienes no lo habían hecho de esta manera, no correspondía bajarles puntos. Sin embargo, a quienes lo habían hecho así, les sumamos 0,1 puntos extra. Nos pareció lo más justo y quedamos conformes con nuestra decisión.

Modelo de la Prueba de 4º II (Sociales)

Problema 1:

Los Ingresos y Costos mensuales (en pesos) de un fabricante de zapatos están dados por las funciones presentadas a continuación, donde "x" es la cantidad de pares de zapatos que fabrica en el mes.

$$\begin{cases} \boldsymbol{I(x) = -2 \cdot x^2 + 200 \cdot z} \\ \boldsymbol{C(x) = 20 \cdot x + 1600} \end{cases}$$

a) ¿Para qué cantidad de pares de zapatos vendidos, los Ingresos son iguales a los Costos?

b) Graficar ambas funciones (en un mismo gráfico) y marcar el/los punto/s de intersección.

Este problema es bastante similar al del otro curso, variando los detalles del contexto del mismo.

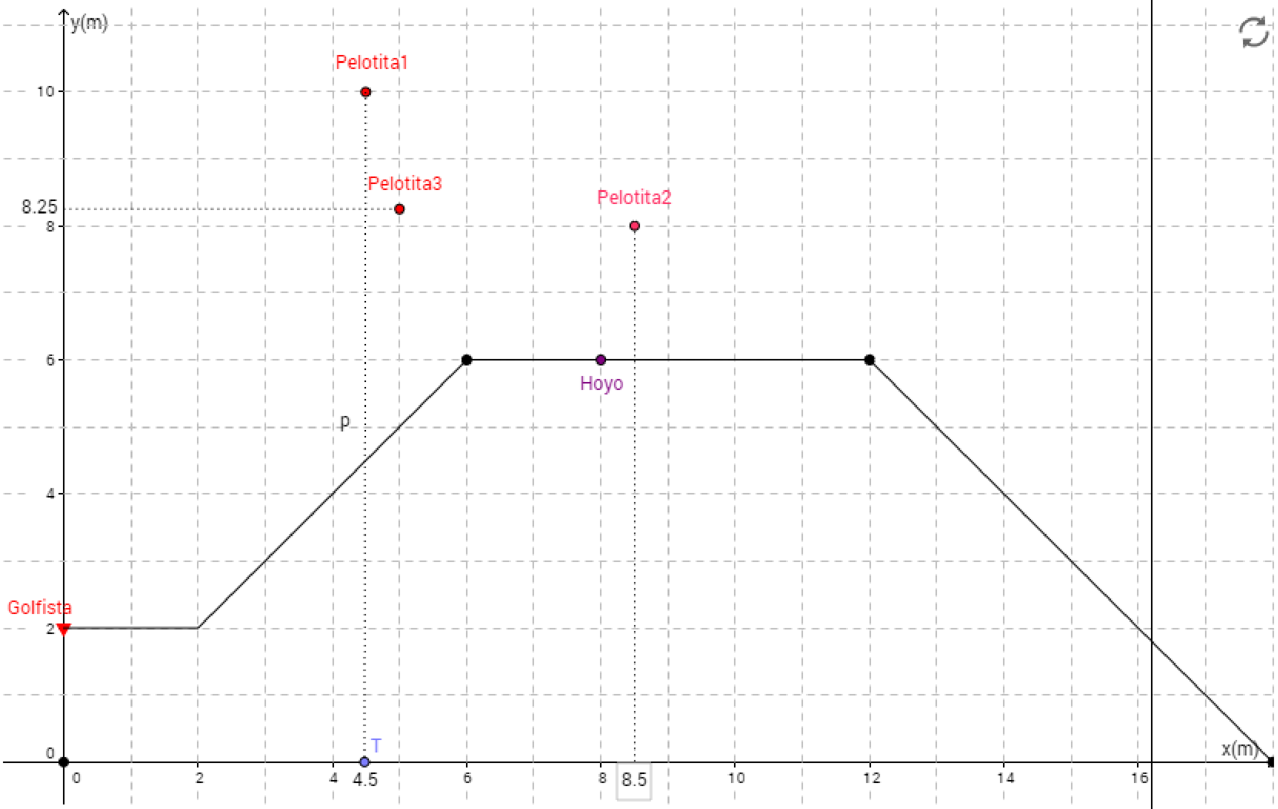
Problema 2:

Sabiendo que la siguiente función cuadrática pasa por los puntos **(0; 3)** y **(-3; 0)** y una de sus raíces tiene coordenada $\boldsymbol{x = 1}$, expresar dicha función de las tres formas que conocemos y aclarar el nombre de cada expresión.

Puesto que *"la evaluación está fuertemente condicionada por los contenidos que enseñamos"* (Documento de apoyo curricular, 2011, p. 14), decidimos cambiar uno de los problemas de sistemas de ecuaciones mixtos en la prueba de 4º II (Sociales) por un problema de expresiones cuadráticas. En este curso no había sido evaluado este tema con anterioridad y durante nuestras prácticas terminamos de explicarlo a los alumnos, tomándonos varias clases esta explicación.

Problema 3:

Un golfista quiere hacer un "hoyo en uno" pero sin que la pelotita pique en ningún lugar. El Golfista está a 2m, como lo muestra el dibujo. En cada tiro, las pelotitas recorren trayectorias en forma de parábolas.



a) En el primer intento, la pelotita cae, aproximadamente, medio metro más cerca de lo que está el hoyo. Realizar un gráfico de la trayectoria, sabiendo que la "**Pelotita1**" alcanza su máximo en el punto (4,5; 10) como muestra el gráfico.

b) En el segundo intento, se puede ver en el gráfico que la "**Pelotita2**" alcanza su máximo en el punto (8,5; 8). El golfista falla en esta ocasión y no logra hacer el hoyo en uno. Explicar porqué y esbozar la trayectoria aproximada de la "Pelotita2."

c) Teniendo en cuenta los datos que proporciona el gráfico y que la "**Pelotita3**" alcanza su máximo en el punto (5; 8,25), encontrar la función que representa la trayectoria de la "Pelotita3", dibujarla en el gráfico y responder: ¿El golfista logra hacer su tiro? (Justificar analíticamente).

Este problema es prácticamente idéntico al planteado al otro curso, cambiando un poco el contexto del mismo.

A continuación, mostramos los criterios de corrección de cada prueba:

4º I (Naturales)

- Prolijidad (0,4 puntos)
- Problemas (3,2 puntos cada uno). En cada inciso tuvimos en cuenta:
    - Traducción Matemática (0,4 puntos)
    - Resolución del sistema (1,8 puntos)
    - Interpretación de la respuesta (1 punto)
    - Extra Problema 1 (0,4 puntos)
    - Extra Problema 2 (1,6 puntos)

4º II (Sociales)

- Prolijidad (0,4 puntos)
- Problemas 1 y 3 (3,2 puntos cada uno). En cada inciso tuvimos en cuenta:
    - Traducción Matemática (0,4 puntos)
    - Resolución del sistema (1,8 puntos)
    - Interpretación de la respuesta (1 punto)
    - Extra Problema 1 (0,4 puntos)
    - Extra Problema 2 (1,6 puntos)
- Problema 2 (3,2 puntos)
    - Uso de los datos dados para construir la función (1,1 puntos)
    - Pasar la función a forma polinómica (1 punto)
    - Pasar la función a la expresión faltante (1,1 puntos)

Durante las pruebas, como lo habíamos decidido, dimos consejos en cuanto a cálculos y les recordábamos las consignas y criterios constantemente. No les ayudamos con la interpretación.

La profesora supervisora, Fernanda, nos hizo notar que éramos cuatro profesores a la hora de ayudarles a los alumnos cuando consultaban, por lo que debemos considerar para el futuro, cuánto tiempo les daremos a cada alumno/grupo, a cada pregunta, para administrarlo lo más justamente posible y no caer en la típica "clase particular" durante las instancias evaluativas.

Les entregamos las pruebas corregidas, no sólo con los puntajes correspondientes a cada inciso, sino con acotaciones y explicaciones como se puede ver en las **Figuras 25** y **26**. A los errores más comunes, los revisados en la devolución de la prueba en la clase siguiente.

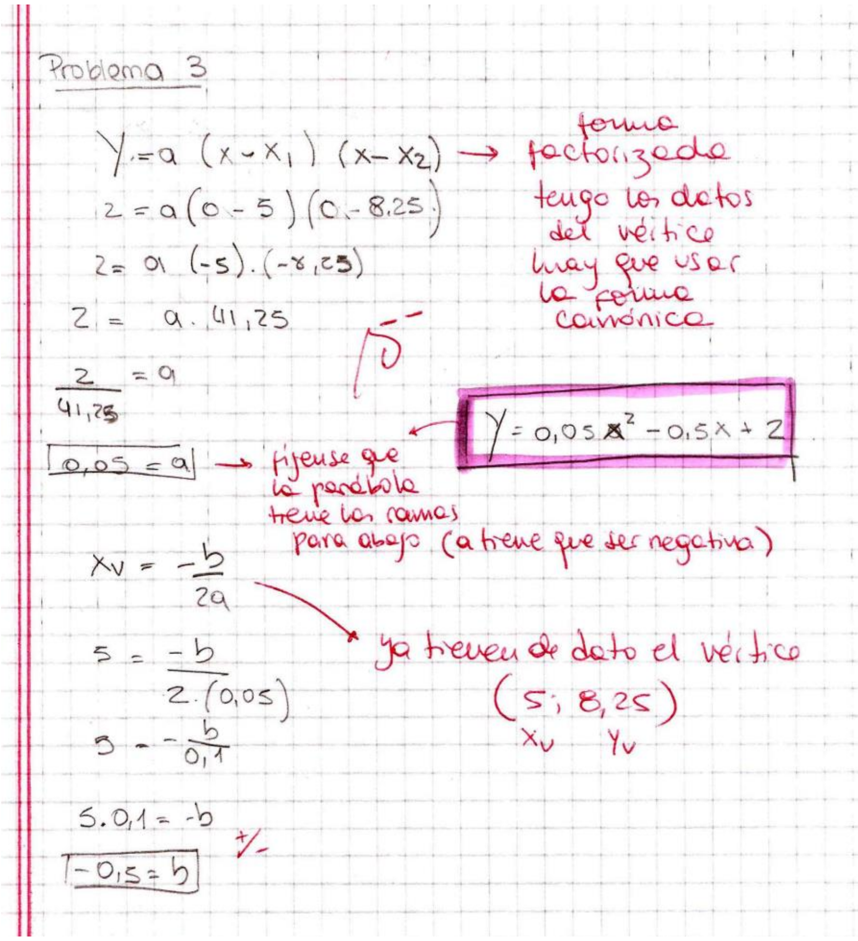


Figura 25. Ejemplo de corrección de la prueba de un grupo de alumnos de 4º I (Naturales).

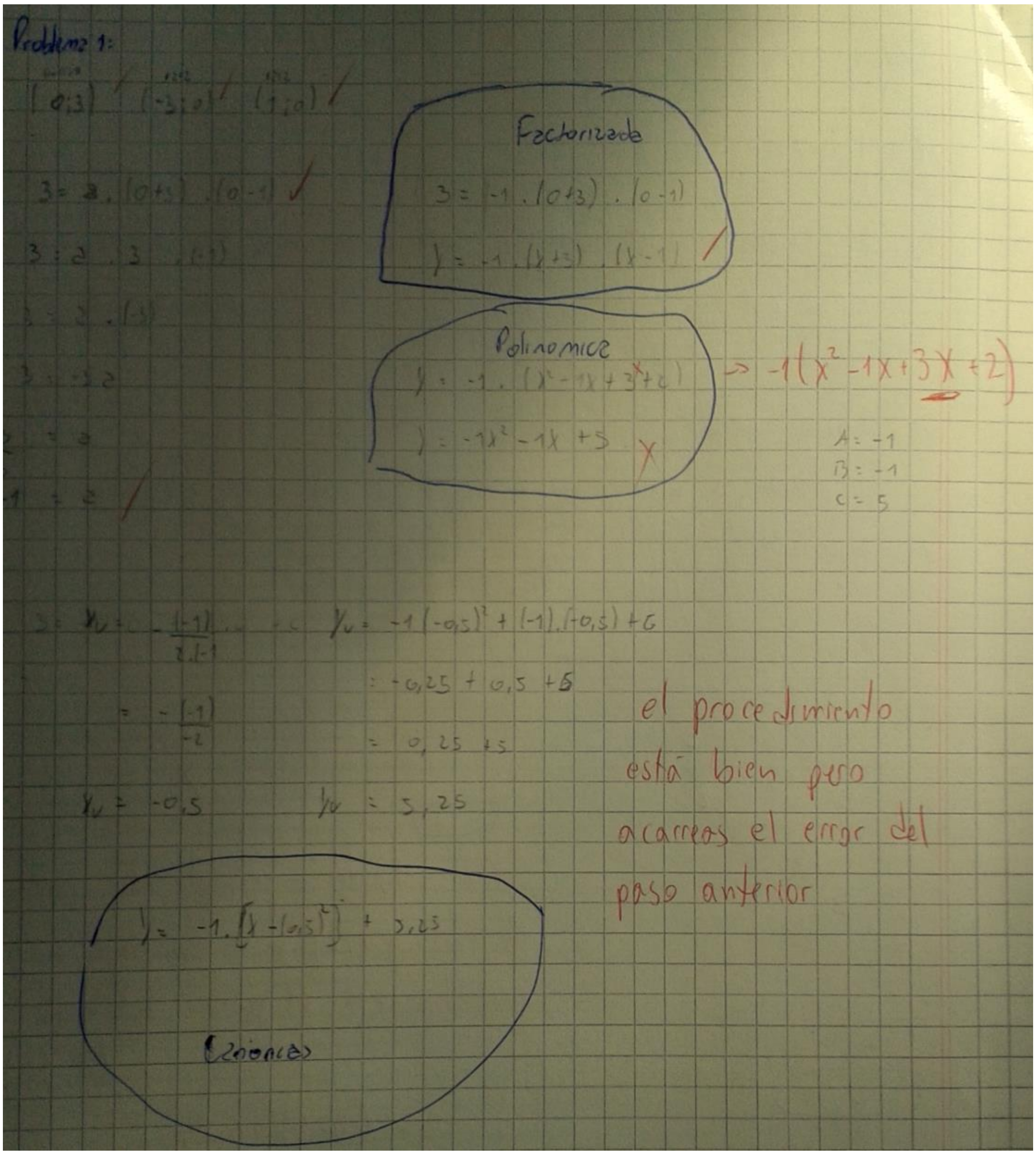


Figura 26. Ejemplo de corrección de la prueba de un alumno de 4º II (Sociales).

Finalmente, queremos destacar que creemos que como lo plantea Litwin, es fundamental "*recuperar la evaluación como categoría central a la hora de observar la enseñanza*" (2009b, p. 220), ya que:

> "*la innovación en la evaluación se produce cuando a los alumnos les cuesta, les presenta un desafío, porque propone un trabajo creativo, autónomo de elaboración y de transferencia," también cuando "no es vista por los alumnos como un examen, (…) trae 'choque' con los estudiantes por lo diferente, pero después estos valoran la posibilidad que otorga la propuesta, (…) permite generar feedback entre los docentes y alumnos, (…) da lugar a que el docente realice un seguimiento de los alumnos, los conozca y personalice el trabajo (…) y es 'democrática', en tanto los alumnos pueden encontrar mayores espacios para discutir con los docentes acerca de su desenvolvimiento y de los conocimientos a los que arriban, y la última palabra no la tiene siempre el docente*." (2009b, p. 237-238).

4.2. Resultados

4º I (Naturales)

nº	Apellido y Nombre	T1		T2	T3	T4	Suma Total	NOTA II (Tareas)	NOTA I (Prueba)
		T1/1	T1/2						
1	Alumno 1	0,76	0,6	1,6	1,25	2,65	6,86	7	6
2	Alumno 2	0,96	0,88	3	0	1,75	6,59	8	6
3	Alumno 3	0,85	0,93	2,4	1,85	2,5	8,53	9	7
4	Alumno 4	0,88	0,96	3	1,97	3	9,81	10	10
5	Alumno 5	0,82	0,7	0	0	2,4	3,92	4	6
6	Alumno 6	0,77	0,68	0,5	1,9	2,25	6,1	6	6
7	Alumno 7	0,7	0,75	2,94	1,87	2,2	8,46	8	6
8	Alumno 8	0,83	0,99	2,9	1,75	2,8	9,27	10	7
9	Alumno 9	0,91	0,88	2,9	1,8	2,8	9,29	10	6
10	Alumno 10	0,76	0,97	2,1	2	2,8	8,63	9	6
11	Alumno 11	0,81	0,35	2,94	0	0	4,1	5	8
12	Alumno 12	0,78	0,7	0	0,7	2,4	4,58	5	4
13	Alumno 13	0,81	0,78	2,94	1,8	2,5	8,83	9	6
14	Alumno 14	1	0,94	3	1,9	3	9,84	10	10
15	Alumno 15	0,9	0,65	1,75	1,8	2,45	7,55	8	6
16	Alumno 16	0,87	0,75	1,7	2	0	5,32	6	7
17	Alumno 17	0,85	0,65	1,85	1,73	2,3	7,38	7	6
18	Alumno 18	0,86	0,98	3	1,7	3	9,54	10	8
19	Alumno 19	0,63	0,67	1,5	2	2,8	7,6	8	8
20	Alumno 20	0,75	0	0	0	0	0,75	2	6
21	Alumno 21	1	0,99	3	2	3	9,99	10	8
22	Alumno 22	1	1	3	2	3	10	10	10
23	Alumno 23	0,82	0	1,4	0	2	4,22	5	6
24	Alumno 24	0,73	0,51	0	0	0	1,24	2	2
25	Alumno 25	0,91	0,93	1,6	1,5	2,9	7,84	8	10
26	Alumno 26	0,77	0,95	2,98	2	3	9,7	10	7
27	Alumno 27	0,92	1	3	2	3	9,92	10	7
28	Alumno 28	0,85	0,77	2,1	1,85	2,8	8,37	8	6
29	Alumno 29	1	1	3	1,8	2,8	9,6	10	8

4º II (Sociales)

nº	Apellido y Nombre	T1		T2	T3	T4	Suma Total	NOTA II (Tareas)	NOTA I (Prueba)
		T1/1	T1/2						
1	Alumno 1	0,93	1	3	2	3	9,93	**10**	**9**
2	Alumno 2	0,98	0,5	3	2	3	9,48	**10**	**3**
3	Alumno 3	0,98	1	3	2	3	9,98	**10**	**5**
4	Alumno 4	0,94	1	3	1,8	3	9,74	**10**	**4**
5	Alumno 5	1	1	3	2	3	10	**10**	**8**
6	Alumno 6	0,95	0,5	2	1	2	6,45	**7**	**9**
7	Alumno 7	1	1	3	2	2	9	**9**	**4**
8	Alumno 8	1	0,5	1,8	1,8	2	7,1	**7**	**7**
9	Alumno 9	1	1	3	2	3	10	**10**	**10**
10	Alumno 10	0,91	0,5	1,5	1,8	1,5	6,21	**6**	**6**
11	Alumno 11	1	1	3	2	3	10	**10**	**10**
12	Alumno 12	1	1	3	1,8	3	9,8	**10**	**7**
13	Alumno 13	1	0,5	3	1,8	1,5	7,8	**8**	**8**
14	Alumno 14	0,91	1	3	0	1,5	6,41	**7**	**2**
15	Alumno 15	0,8	1	3	1,8	1,5	8,1	**8**	**1**
16	Alumno 16	1	1	3	2	3	10	**10**	**10**
17	Alumno 17	0,8	1	3	1,8	3	9,6	**10**	**10**
18	Alumno 18	0,99	0,5	3	1,8	3	9,29	**9**	**9**
19	Alumno 19	1	1	3	1,8	3	9,8	**10**	**8**
20	Alumno 20	1	1	1,2	1,8	2	7	**7**	**7**
21	Alumno 21	0,91	0,5	2	2	3	8,41	**8**	**3**
22	Alumno 22	0,99	0,5	1,5	1,8	1,5	6,29	**7**	**7**
23	Alumno 23	0,91	1	3	1,8	3	9,71	**10**	**7**
24	Alumno 24	0,96	0,5	0	1,8	2	5,26	**6**	**6**
25	Alumno 25	0,95	0,5	3	1,8	3	9,25	**9**	**9**
26	Alumno 26	0,98	1	3	1,8	3	9,78	**10**	**7**
27	Alumno 27	0,9	0,9	3	1,8	2,5	9,1	**9**	**8**
28	Alumno 28	0,96	1	3	1,8	3	9,76	**10**	**7**
29	Alumno 29	1	1	3	1,8	3	9,8	**10**	**8**
30	Alumno 30	1	1	2	1,8	3	8,8	**10**	**8**

4.3. Autoevaluaciones

Queremos comenzar esta sección citando un par de párrafos de un libro escrito por Litwin con quien nos sentimos muy identificados a la hora de buscar apoyo teórico para la redacción de este informe:

> *"Lo que en general no se contempla es que las evaluaciones crean y modifican la autoimagen que el niño tiene de sí y la representación que de él construyen su familia, sus compañeros, los docentes que se sucederán en su vida escolar. Es probable que las evaluaciones negativas tengan un mayor efecto, al colocar al niño en el lugar del mal alumno impidiendo mejores rendimiento.*
>
> *Reconocemos también que para algunos docentes el resultado de una evaluación puede mostrarle la dificultad de algún tema, su incomprensión total o parcial, permitiéndole un conocimiento acabado que puede conducir a nuevas explicaciones, actividades de enseñanza o atención a algún problema que desconocía. Cabría preguntarse si no existen métodos más naturales para alcanzar este conocimiento aún reconocido el carácter controversial de las prácticas evaluativas."* (2009a, p. 179).

Según Perrenoud (1990) distintos juicios de excelencia atraviesan nuestras vidas, por lo que pensamos hacer que los alumnos hicieran en el último día una autoevaluación y una evaluación de nosotros como profesores practicantes, ya que, la excelencia de un maestro también es juzgada por sus alumnos. Fue una herramienta muy útil, ya que, pudimos ver que fueron bastante autocríticos (sería interesante ver cómo continúan trabajando luego de hacer esta evaluación de sus actos).

Los criterios que les dimos fueron los siguientes (como para ejemplificar, podían escribir lo que les pareciera pertinente):

Para la autoevaluación les pedimos que tuvieran en cuenta:

- Participación en clases (pasar al frente o consultar a los profesores).
- Entrega de tareas (a tiempo y qué tan completas).
- Tiempo de dedicación a la materia (en clases, fuera, consulta de dudas).
- Si habían revisado las correcciones que se les hicieron a sus tareas.

Como le dijo al Principito, el rey del primer planeta que éste primero visitó en su viaje: *"Es mucho más difícil juzgarse a sí mismo, que juzgar a los otros. Si consigues juzgarte rectamente es que eres un verdadero sabio."*

4.4. Evaluaciones de los Practicantes

Respecto a las evaluaciones de nosotros, podemos decir que fueron muy respetuosos y aportaron críticas que creemos que nos ayudarán a mejorar como profesores. Además, estamos seguros que al tener en cuenta su opinión, al darles ese lugar para “ser escuchados”, los invitamos a ser sujetos activos, responsables y partícipes de su propia educación.

Para la evaluación de los profesores les pedimos que opinaran sobre:

- Las clases (manejo general).
- Las actividades propuestas.
- El trato/atención a cada alumno.
- Las correcciones (claras, completas, entendibles).
- La disipación de dudas.
- Las evaluaciones.
- Sugerencias.

En general, las críticas fueron bastante positivas. A la mayoría le gustaron las diferentes actividades que les planteamos (en especial las de modelización) y sintieron que aprendieron durante nuestras prácticas. Algunos criticaron el uso de narrativas por no ser una actividad usualmente asociada a la matemática, pero les explicamos que hace a su formación integral y además, poder comunicar los resultados y procesos llevados a cabo es parte de la actividad matemática.

Unos pocos se quejaron de la cantidad de tareas que dimos, pero hubo otros que consideraron a las tareas de gran ayuda para “llegar más tranquilos” a la prueba y además, era una nota más que no tenía el formato tradicional de prueba.

Casi todos opinaron que el uso de los mails fue de gran ayuda, aunque algunos no estuvieron de acuerdo.

A pesar de que algunos consideraron que a veces “explicábamos de más” o demasiado lento, a la mayoría le gustó el ritmo de las clases.

Nos llamó bastante la atención el hecho de que varios alumnos nos recomendaban ser más estrictos, aunque muchos resaltaron que fuimos muy respetuosos a la hora de “retarlos”.

5. PROBLEMÁTICAS ELEGIDAS

5.1. El aprendizaje por medio de resolución de problemas y “pequeñas modelizaciones.”

A lo largo de las prácticas, hemos notado la gran dificultad que representa para los alumnos resolver problemas. Esto no se debe a un déficit de capacidades sino a una clara falta de costumbre.

> *“El perfil de los estudiantes con DA (dificultades del aprendizaje) es por tanto el de estudiantes con una inteligencia similar a la de otros niños y niñas de su misma edad, sin discapacidad sensorial ni otros problemas de carácter social o extrínseco, pero con una dificultad específica para el aprendizaje que provoca que su nivel de conocimientos en lectura, escritura o matemáticas sea el equivalente al de niños y niñas escolarizados dos cursos por debajo del suyo.” (Mellado Jiménez y otros, 2012, p. 105)*

En la planificación anual se puede ver cómo, en los objetivos, la resolución de problemas ocupa un lugar primordial, aunque subyace el planteo de la realización de actividades de forma guiadas por el profesor. Para nuestras prácticas, teníamos una planificación en la cual planteábamos muchas actividades en las que debíamos “soltarles la mano” para que realicen producciones propias. Con las observaciones previas a las prácticas caímos en cuenta de que hacerlo iba a presentar un gran desafío. Además, durante las mismas, notamos que a nosotros también nos costaba dejar de guiarlos. Debido a nuestro miedo de que al realizar mal un ejercicio pierdan el interés en el mismo, realizábamos preguntas para que ellos mismos revisen sus producciones “¿Por qué pusiste eso ahí?, ¿le falta algo a lo que hiciste o así está bien?, ¿cómo llegaste a esa respuesta?” Si bien hacíamos estas preguntas para no decirles dónde estaba el error, si es que lo había, no las hacíamos al momento de detectar la falla, sino cuando terminaban el paso que estaban realizando o cuando terminaban el ejercicio. Estas intervenciones las realizábamos también para lograr un equilibrio entre nuestro objetivo de crear cierta autonomía en los alumnos y sus costumbres de recibir unas clases de forma guiada.

“Hay fuertes evidencias de la relación entre ansiedad y DA”, los estudiantes con DA pueden presentar *“mayores niveles de ansiedad que los estudiantes sin DA”* (ídem, 2012, p. 106). Si bien no consideramos que los alumnos de nuestras prácticas tuviesen DA, notamos que la ansiedad para ver si un problema estaba bien hecho o no, no los dejaba frenarse a pensar y revisar sus resultados, es decir, ser autocríticos. Al momento de terminar un ejercicio pedían la aprobación del profesor. Cada vez que esto pasaba, intentábamos hacerles preguntas para que tratasen de pensar ellos mismos lo que habían hecho. Muchas veces terminaban contestándose solos, pero en los casos que notábamos una falta de comprensión en el tema, causante de la mala realización de la actividad, le dedicábamos un tiempo extra a su explicación.

La dificultad, por parte de los alumnos, para resolver problemas la pudimos observar claramente a la hora de empezar la guía que estaba al final del apunte.

Aunque, habíamos propuesto un problema a resolver – tres en el caso de 4º I (Naturales) – anteriormente en la página 5 del apunte; puesto que queríamos anticiparnos al “choque” que esta metodología de trabajo produciría. Si a los alumnos se les pedía resolver un sistema de ecuaciones o pasar de una expresión de una función cuadrática a otra, lo lograban casi sin ningún inconveniente, pero a la hora de poner un sistema de ecuaciones dentro de un problema, no sabían cómo encarar la resolución del mismo. Se notaba que había una falla en la interpretación de los problemas. La interpretación de la semirrealidad planteada en el problema y su traducción a la simbología matemática, era donde debíamos comenzar a hacer hincapié.

Leer las situaciones que se les presentaba y poder identificar los datos útiles o relevantes no era algo que escapara a sus capacidades. En la tercera clase, los alumnos ya habían resuelto un problema, modelizando los gastos que produce la compra de un celular, al cual pudieron resolverlo casi naturalmente. Creemos que esta diferencia puede darse a lo poco común o cotidiano de los problemas que planteamos en la guía de actividades (típicos problemas de semirrealidad).

Problema 1:

Una librería mayorista ha comprobado que la ganancia (en miles de pesos) por “x cientos” de cajas de lápices está dada por la función $\mathbf{L}(x) = -x^2 + 7x - 8$, y la ganancia (también en miles de pesos) por “x cientos” de cajas de cuadernos viene dada por $\mathbf{C}(x) = 2x - 4$.

Realizar un gráfico aproximado de la situación y calcular el número de cajas de ambos útiles para el cual se obtiene la misma ganancia.

El problema que se muestra arriba, era el primero de varios más que había en la guía del apunte. Este fue el primero porque creíamos que era el “más fácil”, el que presentaba un desafío reducido (Ponte, 2005), ya que las funciones aparecen claras y reconocibles, y se pedían los momentos en los cuales ambas eran iguales. Al no ser algo tan natural de pensar o al no estar habituados a estos problemas de semirrealidad, no lograban entender qué interrogante responder.

> “*El aprendizaje basado en problemas (ABP) es una estrategia de enseñanza en la que se presentan y resuelven problemas del mundo real (…) Es necesario que el problema sea tan desafiante como para interesar e inquietar, pero también que sea posible encararlo. Quizás, el mayor desafío para los docentes es encontrar la adecuación del problema a las posibilidades cognitivas de sus estudiantes: ni tan simple como para que lo desechen ni tan complejo como para desanimarlos.*” (Litwin, 2009, p. 99)

Llevó tiempo explicar lo que se pretendía, hasta que lo empezaron a entender cuando lo comparamos con el problema de los celulares y el del cuento de la liebre y la tortuga en el caso de 4º I (Naturales). Una vez pasado ese punto, pudieron resolver, ese y varios más. Sin embargo, luego de varias resoluciones, notamos una sistematización a la hora de enfrentarse ante estos problemas. No podemos asegurar de que a ninguno “le cayó la ficha”, pero sí que muchos aplicaban directamente un sistema de ecuaciones (en los que era necesario) y respondían según la pregunta hecha, pero sin la comprensión integral del significado de la respuesta que habían dado.

Otro tema que cabe mencionar, es que a los alumnos (no sólo a los de este colegio sino a todos en general) no se los concientiza acerca de la importancia de <u>aprender</u> sobre la de <u>aprobar</u>, o es muy difícil hacerlo, ya que presentan mucha resistencia. El sistema de educación en el que estamos insertos (en lo que respecta a la evaluación, principalmente) no permite hacer que los alumnos dediquen tiempo a entender y poder desenvolverse en el tema que estén aprendiendo en el momento. La preocupación principal de ellos es, por lo tanto, aprender la forma de evaluar de cada profesor y cómo poder aprobar de la forma que menos esfuerzo les demande. Se podría decir que la meritocracia rige en las escuelas, y lo que consideramos más preocupante, rige en las mentes de las personas en general (alumnos, profesores, padres, directivos). Esto fue lo que quisimos evitar en nuestras prácticas y tratamos de lograr que realmente comprendiesen los temas y no buscasen simplemente aprobar. Como mencionamos anteriormente, no podemos asegurar que lo hayamos logrado con todos, por el hecho de que notamos que hubo alumnos que mecanizaron los ejercicios. Debemos hacer una autocrítica en esto, ya que fuimos nosotros los que les planteamos estos problemas (no todos eran iguales, en la guía del apunte había problemas variados pero que no llegamos a resolver, por cuestiones de tiempo). De igual manera, aprendimos que el uso de estas "pequeñas modelizaciones", puede ser muy útil a la hora de darle sentido a la matemática. Además, hubiera sido muy interesante plantearles un proyecto (como habíamos planeado en un primer momento), donde ellos mismos tuvieran que modelizar alguna situación, ya con la base de lo que hicimos en las prácticas. Uno de los motivos por el cual desistimos de la idea del proyecto de modelización (además de que considerábamos que era un cambio demasiado brusco en la metodología con la que venían trabajando), es que para el tema principal que debíamos dar (Sistemas de Ecuaciones Mixtos), no encontramos demasiados posibles modelos a realizar (salvo problemas de índole económico o físico). Para el tema de repaso (Sistemas de Ecuaciones Lineales), había más posibilidades, pero era justamente un tema de repaso y teníamos que presentar la unidad que nos habían asignado. Por eso nos pareció útil introducir la modelización matemática con un tema ya conocido por los alumnos. Creemos que le dio un poco más de fluidez y naturalidad a la planificación. Los subprocesos del proceso de modelización matemática (Blomhøj, 2008) que les presentamos en el apunte a los alumnos, les sirvieron, en mayor o menor medida, para encontrar la forma de resolver los problemas. Podíamos reconocer:

- La formulación del problema: en el problema en sí mismo.
- La sistematización y traducción al lenguaje matemático: en la elección de los datos relevantes y el planteo de los sistemas de ecuaciones que representan al problema.
- El uso de métodos matemáticos: en la resolución de los sistemas, analítica o gráficamente.
- Interpretación de los resultados: en la respuesta dada al problema planteado, en base a los resultados obtenidos.
- La evaluación de la validez del modelo (del problema en realidad): en el análisis de qué tan real eran los problemas. Este paso no lo hicimos casi

nunca, pero al hacer los problemas durante la planificación, procuramos que los datos que usamos tuvieran sentido en la vida real, en caso de que surgieran dudas al respecto.

Otra herramienta que hallamos de utilidad para evitar de alguna manera la mecanización, fue el cambio de notación. Despegarnos del uso de la “x” y la “y”, para darle más fluidez a la resolución de los problemas y poder interpretar con mayo facilidad las respuestas. Aunque, muchos alumnos volvían a la comodidad del uso de la notación tradicional, a algunos les sirvió este cambio.

Consideramos al debate y resolución de los problemas en grupo o entre toda la clase, una manera muy eficaz de refutar ciertas creencias sobre la matemática que suelen tener los estudiantes, que Barrantes (2006, p. 5-6) citando a Schoenfeld plantea. Tales como: pensar a la matemática como una actividad solitaria, donde no hay trabajo en grupo y los problemas tienen una y sólo una respuesta correcta. Donde existe una única manera correcta para resolver cualquier problema (usualmente, la regla que el profesor da en clase).

Las elecciones que hicimos y las decisiones que tomamos son totalmente discutibles y susceptibles de ser modificadas. Justamente por eso, afirmamos que las planificaciones no son estructuras estáticas y atemporales; sino que deben ser analizadas y reflexionadas, tanto antes, durante y luego de su aplicación.

5.2. El empleo de diversas Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) para extender los límites del aula.

Somos concientes de que las nuevas tecnologías “han venido para quedarse”, razón por lo cual decidimos implementarlas en nuestras clases. Durante las observaciones de los cursos, antes de llevar a cabo las prácticas, pudimos ver que el colegio contaba con una sala de computación con Internet, que debíamos reservar, pero que estaba a nuestra disposición. Además, la profesora tutora, utilizaba el intercambio de mails para entrega de tareas y algunas correcciones de las mismas. En nuestras prácticas, el uso de mails fue crucial, en especial para 4º II (Sociales), ya que debido a actos, talleres y feriados, se “perdieron” varias clases. Poder mantener una comunicación extra-áulica, por medio de los mails, evitó que se perdiera contacto por demasiado tiempo con los alumnos. Asimismo, nos sirvió para responder dudas de alumnos acerca de tareas o resolución de problemas; que muchas veces, retomábamos en clases.

Por otro lado, no podemos no reconocer que “*la tiza y el pizarrón son las expresiones de la tecnología más simple, más utilizada y quizás la menos estudiada*” (Litwin, 2009a, p. 146), así como el papel y lápiz. Utilizamos la estrategia de “hacer pasar al frente” y preguntar a distintos alumnos desde los bancos para el fortalecimiento del autoestima y no como castigo (aunque no podemos negar que fue útil a la hora de llamar la atención de aquellos que no estaban atentos).

Otra cuestión que vale la pena mencionar es el hecho de que varias veces dejamos que los alumnos sacaran fotos al pizarrón con sus celulares a modo de registro. Ellos luego se los pasaban por whatsapp. Por un lado, reflexionamos que esto puede llegar a pensarse como algo negativo. No todos tienen whatsapp (así como no todos tenían mail y tuvieron que crear una cuenta). También, nos preguntamos si podría hacer que no prestaran atención en clases, “total, después ven las fotos”. Sin embargo, regulado esto de una manera correcta, creemos que puede servir para que los alumnos se enfoquen en las explicaciones y debates, sin “perder tiempo” en copiar lo escrito en el pizarrón. Pensamos que podríamos hacer que presentaran las carpetas completas, o cualquier cosa que pruebe que de alguna manera registraron las clases impartidas.

Además, pensamos que usar programas del estilo de GeoGebra para resolver la parte analítica y gráfica de los problemas, resulta muy útil a la hora de economizar tiempo, para invertirlo en explicaciones de otros conceptos, métodos de resolución, teorías y análisis de interpretaciones, que cada profesor considere más importantes (lo que implica reordenar prioridades). Por ejemplo, la primera actividad que les propusimos, al ser más dinámica que la construcción tradicional de gráficos con papel y lápiz o en el pizarrón.

Cabe destacar que el uso de las TIC no siempre economiza tiempos. Un problema que tuvimos con el uso de GeoGebra en particular, fue algo que puede parecer una nimiedad, pero complicaba bastante la actividad: en la primera clase, casi todos los grupos no podían ingresar el símbolo “^” en la computadora (el que necesitábamos sí o sí para definir una función cuadrática). Pasamos por varias máquinas y no podíamos hacerlo, un grupo lo hizo en Word y lo pegó y otro encontró el Teclado Virtual de GeoGebra (el cual desconocíamos nosotros). Esto fue una reafirmación de lo que habíamos discutido en clases (en la facultad) acerca de las TIC: los alumnos, muchas veces, las manejan mejor que nosotros.

Por otra parte, creemos que “*las herramientas tecnológicas que permiten extender y ampliar los procesos cognitivos de los alumnos, como las computadoras y sus programas de software e Internet, pueden ayudarlos a resolver problemas”* (Litwin, 2009b, p. 223) Dicho esto, reflexionamos acerca de la importancia de las consignas. Si utilizamos enunciados o problemas para trabajar con TIC que los que usamos para trabajar sin ellas, simplemente estaríamos “domesticándolas.”

Queremos, también, destacar la gran importancia del trabajo en equipo con par pedagógico y los profesores durante las prácticas; además de poder compartir nuestras experiencias con otros compañeros y futuros colegas. Citando nuevamente a Litwin:

> *“Jerome Bruner (1997) plantea también la importancia de hacer públicos los conocimientos en tanto obras colectivas que generan un espíritu de comunidad de aprendizaje. Cuando intervenimos en foros virtuales o cuando un docente nos invita a participar o nos muestra los trabajos de sus alumnos publicados en Internet, pensamos que está ampliando los límites del aula de una manera inimaginable. Es un gran desafío para la escuela y los docentes con fuerte tradición de trabajo en soledad y aislamiento aprovechar las oportunidades de externalizar el conocimiento, y así compartirlo, discutirlo y validarlo, que brindan las nuevas tecnologías.”* (2009b, p. 247)

Creemos que la existencia de estas nuevas tecnologías de la comunicación, tales como el Internet, los mails, programas para hacer presentaciones y para compartir archivos y distintos tipos de información, que prácticamente nos parecen invisibles ante la familiaridad que tenemos con ellas; facilitan enormemente el trabajo que realizamos a lo largo de nuestras prácticas. Además, permiten que podamos difundir dicho trabajo e intercambiar experiencias con otras personas interesadas. Como lo plantea Litwin:

> “La colaboración a través de entornos virtuales favorece el trabajo conjunto de alumnos, docentes y también la comunidad: la comunicación por intermedio de la computadora les da a los alumnos oportunidades de comentar sus trabajos con otros estudiantes, con sus profesores y con personas ajenas al aula (...)el aprendizaje tiene lugar en un contexto social; los alumnos interactúan e internalizan formas de conocimiento y de pensamiento que están presentes y se practican en una comunidad, aprovechando la experiencia de los miembros del grupo.” (2009b, p. 223)

En resumen, pensamos que las TIC sirven para construir los conocimientos de una manera diferente, para evaluar de otras formas y, a veces, para economizar tiempo y poder priorizar la enseñanza de métodos, teorías o conceptos que se consideren “más necesarios”. Pero, además, sirven para ampliar los límites del aula, tanto como para poder mantener la comunicación con los alumnos fuera de la hora de clase, como para difundir las experiencias de cada profesor entre otros colegas.

6. CONCLUSIONES FINALES

Para finalizar este informe, queremos compartir algunas reflexiones.

En cuanto al lugar que ocupan las prácticas docentes en las carreras de profesorado, hemos reconfirmado la idea que teníamos en un principio acerca de la importancia de las mismas. Creemos que no hay mejor aprendizaje que el que se logra durante la práctica, donde se hacen, de alguna manera, tangibles las teorías y experiencias que podemos leer en un texto. Consideramos de suma importancia la implementación de prácticas en años anteriores al último de la carrera y el aprendizaje de las materias específicas del diseño curricular, atravesados por el aprendizaje de la trasposición didáctica[23], para aprender no sólo matemática sino a comunicar matemática.

Por último, transcribimos un diálogo de *El Principito* de Antoine de Saint-Exupéry, que nos invita a la reflexión:

> *Cuando llegó al planeta saludó respetuosamente al farolero:*
> *– ¡Buenos días! ¿Por qué acabas de apagar tu farol?*
> *– Es la consigna. – respondió el farolero. – ¡Buenos días!*
> *– ¿Y qué es la consigna?*
> *– Apagar mi farol. ¡Buenas noches! – Y encendió el farol.*
> *– ¿Y por qué acabas de volver a encenderlo?*
> *– Es la consigna.*
> *– No lo comprendo. – dijo el principito.*
> *– No hay nada que comprender. – dijo el farolero.– La consigna es la consigna. ¡Buenos días! – Y apagó su farol. Luego se enjugó la frente con un pañuelo de cuadros rojos. – Mi trabajo es algo terrible. En otros tiempos era razonable; apagaba el farol por la mañana y lo encendía por la tarde. Tenía el resto del día para reposar y el resto de la noche para dormir.*
> *– ¿Y luego cambiaron la consigna?*
> *– Ese es el drama, que la consigna no ha cambiado. – dijo el farolero. – El planeta gira cada vez más de prisa de año en año y la consigna sigue siendo la misma.*
> *– ¿Y entonces? – dijo el principito…*

Eso mismo nos preguntamos: ¿Y entonces? Si los contextos, las herramientas, las TIC y las personas cambian (y cada vez, más de prisa); consideramos que las consignas y los métodos de enseñanza y de evaluación deben cambiar también, adaptándose a lo que la sociedad necesite en cada momento y lugar.

[23] Transposición Didáctica: proceso por el cual se modifica un contenido de saber para adaptarlo a su enseñanza. De esta manera, el saber sabio es transformado en saber enseñado, adecuado al nivel del estudiante (Chevallard. 2005).

BIBLIOGRAFÍA

- BARRANTES, H. (2006) *Resolución de problemas. El trabajo de Allan Schoenfeld.* CUADERNOS DE INVESTIGACIÓN Y FORMACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA, Año 1, Número 1.

- BERIO, A. et al. (2001) *Matemática I.* Puerto de Palos. Buenos Aires, pp. 135-156.

- BLOMHØJ, M. (2008) *Modelización Matemática - Una Teoría para la Práctica. Revista de Educación Matemática.* Vol. 23, n2, p.20-35. Traducción de María Mina del original Mathematical modelling - A theory for practice.

- BOMBINI, G. (2002) "*Prácticas docentes y escritura: hipótesis y experiencias en torno a una relación productiva*", ponencia presentada en las primeras Jornadas de Práctica y residencia en la formación docente, Facultad de Filosofía y Humanidades, Universidad Nacional de Córdoba, Córdoba. Disponible en: http://tecnologia.ffyh.unc.edu.ar/resources/Residencias1/indexpractica.htm

- CHEVALLARD, Y. (2005). *La trasposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires: Ed. Aique. Capítulo 1.

- DISEÑO CURRICULAR DE EDUCACIÓN SECUNDARIA – Orientación Ciencias Naturales. (2011-2015) Ministerio de Educación de la Provincia de Córdoba, pp. 1-36.

- DISEÑO CURRICULAR DE EDUCACIÓN SECUNDARIA – Orientación Ciencias Sociales y Humanidades. (2011-2015) Ministerio de Educación de la Provincia de Córdoba, pp. 1-36.

- DOCUMENTO DE APOYO CURRICULAR: LA EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES EN EDUCACIÓN SECUNDARIA. (2011) Ministerio de Educación de la Provincia de Córdoba. Secretaría de Educación. Subsecretaría de Promoción de Igualdad y Calidad Educativa. Dirección General de Planeamiento e Información Educativa.

- EFFENBERGER, P. (2009) *Matemática 2 Para pensar.* Buenos Aires: Kapelusz - Norma, pp. 54-64

- GVIRTZ, S. & PALAMIDESSI, M. (1998) *El ABC de la tarea docente: currículum y enseñanza.* Buenos Aires: Ed. Aique, pp. 175-206.

- MELLADO JIMÉNEZ, V., BLANCO NIETO, L., BORRACHERO CORTÉS, A. y CÁRDENAS LIZARAZO, J. (2012) *Las Emociones en la Enseñanza y el Aprendizaje* *de las Ciencias y las Matemáticas.* España: Grupo de Investigación DEPROFE. Capítulo 6.

- LEGRAND, M. (Original paper 1998) *Scientific debate in mathematics course.* Editeur: Maria-Alessandra Mariotti. English Editor: Virginia Warfield.

- LITWIN, E. (2009a) *El oficio de enseñar. Condiciones y contextos.* Buenos Aires: Paidós.

- _________(2009b) *Tecnologías educativas en tiempos de Internet* (comp.) Buenos Aires: Amorrortu. Compiladora de la publicación y autora de la presentación y del capítulo: “La tecnología educativa en el debate didáctico contemporáneo”

- PERRENOUD, *La construcción del éxito y del fracaso escolar* (1990) Madrid: Morata. Capítulo V.

- PONTE, J. P. (2005). *Gestão curricular em Matemática*. In GTI (Ed.), O professor e o desenvolvimento curricular (pp. 11-34). Lisboa: APM.

- SKOVSMOSE, O. (2000) *Escenarios de Investigación*. REVISTA EMA, VOL. 6, Nº 1, 3-26

ANEXOS

Anexo I

Planificación Anual de Matemática – 4º año

(5 páginas)

Anexo II

Evaluaciones de matemática observadas, hechas por la profesora tutora – Unidad 3

(1 página)

Anexo III

Apunte entregado a los alumnos

(20 páginas)

Anexo IV

Todas las versiones de las pruebas escritas

(14 páginas)

ANEXO I (Planificación Anual de Matemática – 4º año)

COLEGIO
SECUNDARIO S.R.L.
COLEGIO PRIVADO ADSCRIPTO
A LA ENSEÑANZA OFICIAL

Alto Alberdi
Córdoba
Tel./Fax:
E-mail:

PLANIFICACIÓN ANUAL DE MATEMÁTICA

Asignatura: Matemática

Curso: 4° sociales y 4° naturales

Carga Horaria: 4hs.

Docente a cargo: Alejandra

Ciclo Lectivo: 2015

Eje Transversal: La resolución de problemas y el desarrollo de las técnicas y procedimientos que permiten adquirir las capacidades de un aprendizaje continuo a lo largo de la vida.

Objetivos Generales

- Reconocer la diferencia entre razonamiento inductivo y deductivo y entre la matemática y las ciencias experimentales.
- Juzgar la validez de razonamientos informales, inductivos, deductivos y construir razonamientos válidos.
- Reconocer a la matemática en los procesos de la vida cotidiana, desarrollando los procedimientos básicos que le permitan resolver problemas en ella.
- Alcanzar un cierto grado de autonomía que les permita seleccionar críticamente un método de resolución y una estrategia de control de sus propios logros.

Objetivos Específicos

- Establecer las relaciones entre los distintos conjuntos numéricos y las operaciones posibles en ellos.
- Identificar las relaciones entre los diferentes conceptos para lograr resolver situaciones problemáticas nuevas.
- Desarrollar estrategias para realizar y analizar gráficos.
- Utilizar propiedades como estrategias para la solución de problemas.
- Utilizar operaciones matemáticas apropiadas a cada situación.
- Utilizar recursos informáticos para presentaciones formales.
- Analizar y realizar gráficos de funciones específicas, a partir de sus características.

COLEGIO
SECUNDARIO S.R.L.
COLEGIO PRIVADO ADSCRIPTO
A LA ENSEÑANZA OFICIAL

Alto Alberdi
Córdoba
Tel./Fax:
E-mail:

Fundamentación Epistemológica y Didáctica

Partiendo de la idea del aprendizaje como un proceso de construcción del conocimiento, el curso se estructura con el docente como mediador entre el alumno y el cuerpo de conocimientos, tomando como punto de partida situaciones problemáticas que favorezcan la reflexión y que permitan establecer acuerdos sobre el conocimiento matemático que se desea alcanzar. Se propondrán temas y situaciones problemáticas que sean relevantes para los alumnos y que permitan elaborar las estrategias necesarias para alcanzar los objetivos propuestos.
La metodología de trabajo, centrada en la resolución de situaciones problemáticas por indagación guiada, pretende acercar a los alumnos tanto a los qué, como a los cómo de la matemática, indagando en las propiedades que se utilizan, dejando de lado la "fe ciega" en lo que dice el docente.
Se propondrán diferentes estrategias y herramientas para la solución de problemas, asi como también espacios de discusión sobre la validez de cada una. De esta manera, los alumnos desarrollaran un cuerpo coherente de conocimientos que les permita argumentar sus decisiones, reconocer las habilidades para seguir sus razonamientos y comprender la relevancia del análisis justificado de sus respuestas.
De igual manera, se trabajará fuertemente en la ejercitación, habilidad que muchas veces se ve ensombrecidad por la resolución de problemas, pero que resulta sumamente importante en la asimilación de propiedades fundamentales.

Unidad 1: Trigonometría I

Eje: Resolución de problemas asociados a triángulos.

Contenidos: Repaso de propiedades y características de los triángulos - Razones trigonométricas. Resolución de triángulos rectángulos – uso de la calculadora

Bibliografía:

- CRILLY, T. – 50 Cosas que hay que saber sobre matemáticas – ARIEL (5taEd) – Bs. As (2011). Pags. 74-78
- ALTMAN, S.; COMPARATORE, C.; KURZROK, L. – Matemática/ polimodal: funciones 2 – LONGSELLER –Bs. As. (2005) . Pags 82-87.
- BERIO, A. et al – Matemática 1 – PUERTO DE PALOS – Bs. As. (2001). Pags. 179, 181-183

Unidad 2: Trigonometría II

Eje: Resolución de problemas asociados a triángulos - Demostraciones

Contenidos: Resolución de triángulos no rectángulos – Sistemas de ecuaciones - Teorema del seno - Teorema del coseno – Demostraciones.

Bibliografía:

COLEGIO SECUNDARIO S.R.L.
COLEGIO PRIVADO ADSCRIPTO
A LA ENSEÑANZA OFICIAL

Alto Alberdi
Córdoba
Tel./Fax:
E-mail:

- ALTMAN, S.; COMPARATORE, C.; KURZROK, L. – Matemática/ polimodal: funciones 2 – LONGSELLER –Bs. As. (2005) . Pags 88-93, 101-107.
- BERIO, A. et al – Matemática 1 – PUERTO DE PALOS – Bs. As. (2001). Pags. 185, 187-189, 195-196

Unidad 3: Función cuadrática

Eje: Funciones – Resolución de problemas –gráficas.

Contenidos Función cuadrática: características - La parábola: puntos característicos - Ecuaciones cuadráticas y raíces - Distintas expresiones cuadráticas - Análisis de una función cuadrática: gráfica y analíticamente - Demostraciones.

Bibliografía:

- Obra colectiva – Matemática IV (Santillana Prácticas) – SANTILLANA – Bs. As. (2010). Pags. 52-57.
- BERIO, A. et al – Matemática 1 – PUERTO DE PALOS – Bs. As. (2001). Pags. 135-145

Unidad 4: Sistemas mixtos

Eje: Funciones – Resolución de problemas –gráficas.

Contenidos: Función lineal – Función cuadrática – métodos de resolución de sistemas de ecuaciones: gráfico, por sustitución e igualación – Sistemas mixtos

- Bibliografía: Obra colectiva – Matemática IV (Santillana Prácticas) – SANTILLANA – Bs. As. (2010). Pags. 87-95.
- BERIO, A. et al – Matemática 1 – PUERTO DE PALOS – Bs. As. (2001). Pags. 148-156

Unidad 5: Funciones exponenciales y logarítmicas

Eje: Funciones – Resolución de problemas –gráficas.

Contenidos: Funciones exponenciales. Características, gráficos, asíntotas e intersección con los ejes. Función logarítmica: Características, gráficos, asíntotas e intersección con los ejes. Problemas.

Bibliografía:

- ALTMAN, S.; COMPARATORE, C.; KURZROK, L. – Matemática/ polimodal: funciones 2 – LONGSELLER –Bs. As. (2005) . Pags 58-65.

COLEGIO SECUNDARIO S.R.L.
COLEGIO PRIVADO ADSCRIPTO
A LA ENSEÑANZA OFICIAL

Alto Alberdi
Córdoba
Tel./Fax:
E-mail:

Unidad 6: Ecuaciones exponenciales y logarítmicas

Eje: Propiedades- Demostraciones- Resolución de problemas.

Contenidos: Propiedades del logaritmo – Demostraciones – Ecuaciones logarítmicas y exponenciales - Problemas.

Bibliografía:

- ALTMAN, S.; COMPARATORE, C.; KURZROK, L. – Matemática/ polimodal: funciones 2 – LONGSELLER –Bs. As. (2005). Pags 66-80.

Criterios de Evaluación

La evaluación, intentando ser coherente con la metodología propuesta, no consiste en una mera repetición de los conceptos trabajados, sino en una reelaboración de los mismos, mediante su aplicación a situaciones nuevas, o la creación de material basado en un análisis crítico y fundamentado de la información tratada o de problemas asociados a un tema en particular . Se propiciarán espacios para la reflexión de los alumnos sobre el propio aprendizaje (metacognición).
Se consideraran tanto las estrategias aplicadas como los resultados obtenidos, así como el análisis que de esos resultados se haga.
Se plantea una evaluación formadora que se desarrolla indistinguiblemente del proceso de enseñanza aprendizaje, incluyendo instancias de auto y coevaluación entre los alumnos, fortaleciendo la responsabilidad de los mismos en su propio aprendizaje, y acercándolse instrumentos que les permitan conocer sus limitaciones y sus causas, no como errores, sino como puntos de partida. Esto se verá reflejado, en el seguimiento que se hace de los alumnos, a travéz de reescrituras, tareas individuales o grupales, etc.

Bibliografía para el alumno

- ALTMAN, S.; COMPARATORE, C.; KURZROK, L. – Matemática/ polimodal: funciones 2 – LONGSELLER –Bs. As. (2005) .
- BERIO, A. et al – Matemática 1 – PUERTO DE PALOS – Bs. As. (2001).
- CRILLY, T. – 50 Cosas que hay que saber sobre matemáticas – ARIEL (5taEd) – Bs. As (2011).
- Obra colectiva – Matemática IV (Santillana Prácticas) – SANTILLANA – Bs. As. (2010).

Bibliografía para el docente

- ALAGIA, H.; BRESSAN, A.; SADOVSKY, P. – Reflexiones teóricas para la educación matemática – ZORZAL – Bs. As. (2005)
- ALTMAN, S.; COMPARATORE, C.; KURZROK, L. – Matemática/ polimodal: funciones 2 – LONGSELLER –Bs. As. (2005) .

COLEGIO
SECUNDARIO S.R.L.
COLEGIO PRIVADO ADSCRIPTO
A LA ENSEÑANZA OFICIAL

Alto Alberdi
Córdoba
Tel./Fax:
E-mail:

- BERIO, A. et al – Matemática 1 – PUERTO DE PALOS – Bs. As. (2001).
- CRILLY, T. – 50 Cosas que hay que saber sobre matemáticas – ARIEL (5taEd) – Bs. As (2011).
- GUEDJ, D. – El imperio de los números – BLUME – Barcelona (2011)
- Obra colectiva – Matemática IV (Santillana Prácticas) – SANTILLANA – Bs. As. (2010).
- SESSA, C. – Iniciación al estudio didáctico del álgebra – ZORZAL – Bs. As. (2005)

ANEXO II (Evaluaciones de matemática observadas, hechas por la profesora tutora – Unidad 3)

Trabajo práctico de matemática – 4° Sociales

A) Grafica las siguientes funciones cuadráticas a partir de sus puntos característicos (dos puntos cada función):

1) $f(x) = 2x^2 + 4x - 6$ 2) $f(x) = 4x^2 - 3$ 3) $f(x) = -2x^2 + 6x - 12$

4) $f(x) = 4x + 4x^2$ 5) $= -x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{7}{18}$

B) Ejercicio opcional (equivale hasta cuatro puntos extra para compensar ejercicios no resueltos o mal resueltos, o un diez de concepto en caso de tener el resto de la evaluación completa y correcta)

Dada la función $f(x) = \frac{1}{2}(x-2)(x+1)$, decide si es cuadrática, dando los criterios necesarios para clasificarla. Grafícala y verifica tu decisión.

Trabajo práctico de matemática – 4° naturales

A) Grafica las siguientes funciones cuadráticas a partir de sus puntos característicos:

1) $f(x) = 2(x+1)(x-3)$ 2) $f(x) = 4x^2 - 3$ 3) $f(x) = -2(x-3)^2 - 3$

4) $f(x) = 4x + 4x^2$ 5) $= -x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{7}{18}$

B) Ejercicio opcional (equivale hasta cuatro puntos extra para compensar ejercicios no resueltos o mal resueltos, o un diez de concepto en caso de tener el resto de la evaluación completa y correcta)

El producto de dos números naturales consecutivos es 650. Teniendo en cuenta lo aprendido en esta unidad ¿Cuáles son esos números?

ANEXO III (Apunte entregado a los alumnos)

[Se encuentra completo el de 4º I (Naturales) y el de 4º II (Sociales) es idéntico, salvo la página 5, que se anexa al final.]

Apellido y Nombre: ______________________________ Fecha: ___________

"Repaso de Función Lineal y Cuadrática – Parámetros
Conociendo Geogebra"

Objetivos:

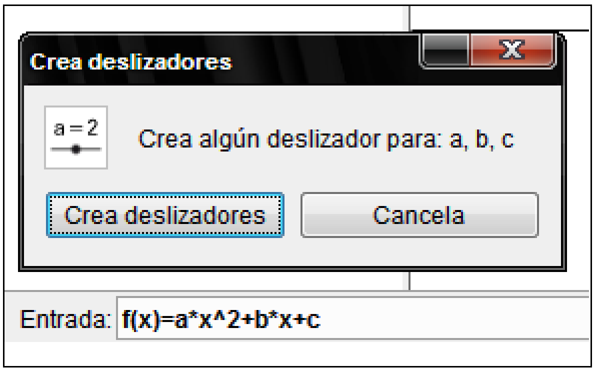
- ✓ Repasar el análisis de los parámetros de la Función Lineal y Cuadrática.
- ✓ Utilizar Geogebra como herramienta para economizar cálculos.
- ✓ Analizar el Dominio de estas funciones.
- ✓ Resolver Ecuaciones Cuadráticas e identificar su relación con Funciones Cuadráticas.

Sentarse de a 2 por máquina

➢ Abrir Geogebra y guardar el archivo como "**Clase 1 – Análisis de parámetros – Apellidos de los integrantes del grupo**" en la carpeta "Matemática 4º Naturales"

Ir respondiendo las preguntas siguientes en esta misma hoja.

1. Escribir la fórmula general de la función cuadrática en la barra de entrada de Geogebra: **f(x)=a*x^2+b*x+c** y "crear los deslizadores."



2. Posicionar el deslizador "a" en "cero". ¿Qué función queda? Escribir la ecuación de la función.

3. Sin mover el deslizador “a” (dejarlo en cero), ir moviendo el “b” y el “c” y analizar las distintas combinaciones de los signos de los parámetros b y c de acuerdo a sus gráficos.

c \ b	$b < 0$	$b = 0$	$b > 0$
$c < 0$			
$c = 0$			
$c > 0$			

4. Sacar el deslizador “a” de “cero”. ¿Qué función queda? Escribir la ecuación de la función.

5. Ir moviendo los 3 deslizadores y analizar las distintas combinaciones de los signos de los parámetros a, b y c de acuerdo a sus gráficos.

$a > 0$

c \ b	$b < 0$	$b = 0$	$b > 0$
$c < 0$			
$c = 0$			
$c > 0$			

$a < 0$

c \ b	$b < 0$	$b = 0$	$b > 0$
$c < 0$			
$c = 0$			
$c > 0$			

- Abrir Geogebra y guardar el archivo como "**Clase 1 – Cuadrática – Apellidos de los integrantes del grupo**" en la carpeta "Matemática 4º Naturales".

Ir respondiendo las preguntas siguientes en esta misma hoja.

6. En un estanque se coloca una cierta cantidad de peces.
La fórmula $\boldsymbol{y = \mathrm{f}(x) = -x^2 + 6x + 16}$ permite calcular la cantidad "y" de peces que hay en el estanque después de "x" años.

Calcular, graficar en Geogebra y responder:

a) ¿Cuántos peces se colocaron en el estanque?

b) ¿Después de cuántos años se obtiene la mayor cantidad de peces?

c) ¿Cuál fue la mayor cantidad de peces del estanque?

d) ¿Después de cuántos años no quedan peces en el estanque?

e) ¿Después de cuánto tiempo la cantidad de peces es de 10? ¿Cuándo es de 20? ¿Y cuándo es de 30?

f) Esbozar un gráfico aproximado teniendo en cuenta el hecho en Geogebra.

<u>Tarea "1":</u>

Completar esta guía para la clase siguiente (**Viernes 31/07**), para **entregarla** al profesor a cargo.

La entrega será individual y se **evaluará** principalmente que se entregue a tiempo, que se justifiquen las preguntas correctamente la prolijidad, coherencia y orden en la resolución y entrega de las actividades; el trabajo en equipo, el respeto, la atención y la participación en clase.

RECORDAR: Durante la clase, antes de que termine la misma, **<u>enviarse los archivos</u>** a sus casillas de correo para poder realizar la tarea con mayor facilidad.

A) Escriban las siguientes funciones en la forma más conveniente de acuerdo a los datos dados y luego hallen las expresiones polinómicas de cada una.

1) El vértice es (-1; -2) y el coeficiente principal es 2.

2) Pasa por los puntos (2; 0), (5; 0) y (6; 2).

B) Plantear y responder.

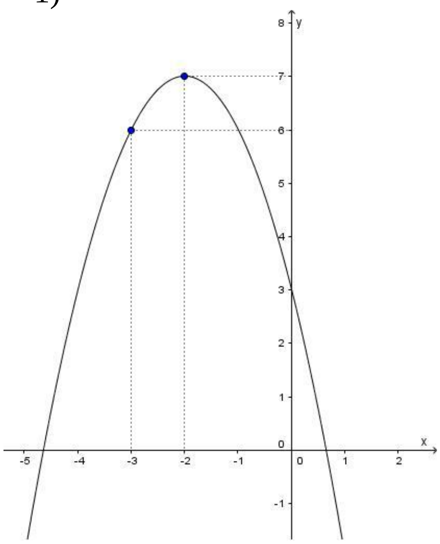
1) Dentro de treinta años la edad de Natalia será la mitad del cuadrado de la edad que tenía hace 10 años. ¿Cuál es la edad actual de Natalia?

2) Hallar dos números Naturales pares consecutivos tales que su producto de 166.

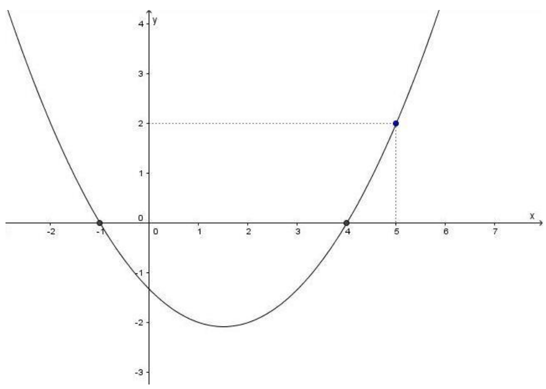
3) En una isla se introdujeron 112 iguanas. Los zoólogos descubrieron que la cantidad de iguanas en función del tiempo (en años) se podía representar con una función cuadrática. Al principio se reprodujeron rápidamente, pero los recursos de la isla comenzaron a escasear y la población comenzó a decrecer, luego de llegar al máximo de 233 iguanas a los 11 años. ¿En qué momento la población de iguanas se extingue?

C) Escriban la forma polinómica de las siguientes parábolas:

1)



2)



"Quiero comprarme *de contado* un *celular nuevo*, con *línea nueva*.
¿Con qué empresa compro la línea? ¿Qué modelo compro?
¿Con abono fijo o con tarjeta?"

Abrir Geogebra y guardar el archivo como "**Clase 3 – Selección de Celular – Apellidos de los integrantes del grupo**" en la carpeta "Matemática 4º Naturales".

Sobre este archivo se irá trabajando de acuerdo a lo que se vaya indicando en clases.

Tarea "2":

Escribir una **narrativa** (en formato digital, y en no más de 2 páginas) de lo que hicimos en clases ordenadamente (comparándolo con el teórico que se dará en la clase siguiente y se encuentra a continuación en este apunte).

La narrativa debe contener las 3 instancias que llevamos a cabo en clases:

- Las funciones que modelizan el gasto que se haría comprando el celular con tarjeta y el gasto para celular con abono. Justificando y graficando debidamente (los gráficos hechos con Geogebra, se pueden anexar al archivo como imágenes haciendo prints de pantalla, por ejemplo).

- El análisis de la situación de "variar (por lo menos 2 veces) la carga mensual de tarjetas en una de las funciones" (siempre manteniendo fijo el monto del abono de la otra función de gasto). Anexar los gráficos correspondientes que sirvan de ejemplo.

- El análisis de la situación de "querer vender el celular a los 18 meses", con distintos montos (por lo menos 2) de cargas mensuales de tarjetas (siempre manteniendo fijo el monto del abono de la otra función de gasto). Anexar los gráficos correspondientes que sirvan de ejemplo.

La entrega será **individual** y se **evaluará** principalmente que se entregue a tiempo, que se justifiquen las preguntas correctamente, la prolijidad, coherencia y orden; el trabajo en equipo, el respeto, la atención y la participación en clase.

Habrá dos fechas de entrega (ambas vía mail):

Una primera, para la entrega de un ***boceto*** con las dudas que puedan llegar a tener **(Lunes 10/08)**.
Y una última fecha **(Viernes 14/08)**, para entregar el ***"trabajo final"***; de esta manera, pueden consultarnos las últimas dudas personalmente en clase.

RECORDAR: Durante la clase, antes de que termine la misma, **enviarse los archivos** a sus casillas de correo para poder realizar la tarea con mayor facilidad.

LA MODELIZACIÓN MATEMÁTICA

El **Proceso de Modelización Matemática** consistente en los siguientes seis sub-procesos (Blomhøj y Højgaard Jensen, 2003):

(a) Formulación del problema: formulación de una tarea (más o menos explícita) que guíe la identificación de las características de la realidad percibida que será modelizada.

(b) Sistematización: selección de los objetos relevantes, relaciones, etc. del dominio de investigación resultante e idealización de las mismas para hacer posible una representación matemática.

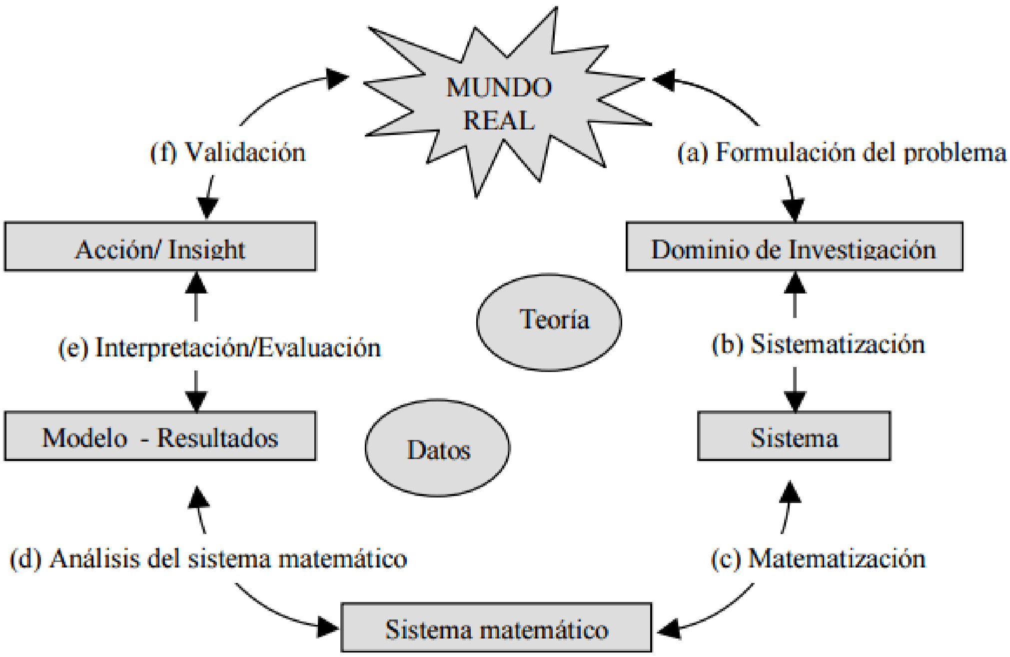
(c) Traducción de esos objetos y relaciones al lenguaje matemático.

(d) Uso de métodos matemáticos para arribar a resultados matemáticos y conclusiones.

(e) Interpretación de los resultados y conclusiones considerando el dominio de investigación inicial.

(f) Evaluación de la validez del modelo por comparación con datos (observados o predichos) y/o con el conocimiento teórico o por experiencia personal o compartida.

El proceso de modelización no debería ser entendido como un proceso lineal. Un proceso de modelización siempre toma la forma de un proceso cíclico donde las reflexiones sobre el modelo y la intención de uso de éste, conduce a una redefinición del modelo. De hecho, cada uno de los seis sub-procesos puede introducir cambios en el proceso previo. Para señalar estos aspectos dinámicos, el proceso de modelización es mostrado mediante el diagrama circular de la figura siguiente:



(…) "Teoría" significa aquí el conocimiento acerca del dominio de investigación usado en el proceso de modelización. El conocimiento base podría (…) variar desde teorías bien fundadas con matices incorporados (tal es el caso frecuente de la física) hasta experiencias personales y compartidas, y suposiciones (…). El carácter de este conocimiento base tiene vital importancia para determinar cómo el modelo y sus posibles aplicaciones pueden ser validados. A veces, los "Datos" existen previos al proceso de modelización y por lo tanto, estos "datos" pueden ser usados en los procesos de sistematización y matematización, y eventualmente usados también para validar el modelo.

Tarea "3":

Para la clase siguiente (**Jueves 13/08)**, deben presentar (en una hoja aparte de la carpeta):

- La resolución de los 3 sistemas dados en clase (escritos a continuación) con el ***método analítico*** que prefieran:

$$\begin{cases} x+2y=3 \\ y-2x=-1 \end{cases} \qquad \begin{cases} -x+y=3 \\ y+4=x \end{cases} \qquad \begin{cases} y-2=x \\ 3x+6=3y \end{cases}$$

- Un ***gráfico*** "a ojo", basándose en el gráfico hecho en Algeo, para cada uno de los 3 sistemas.

- Los ***conjuntos solución*** y ***clasificación*** respectiva de cada uno de los 3 sistemas.

La entrega será **individual** y se **evaluará** principalmente que se entregue a tiempo, la prolijidad, coherencia y orden en la resolución (si algo no les sale, dejar la duda escrita en la hoja que entreguen), el trabajo en equipo (durante la clase), el respeto, la atención y la participación en clase.

“Cuando vos vas, yo voy y vuelvo… La revancha de la liebre.”

Como podrán recordar, hace unos años ya, la Tortuga retó a la Liebre a una carrera. La Liebre, orgullosa y engreída, aceptó, convencida de que iba a ganar, puesto que el paso leeeento de la Tortuga no era comparable con sus habilidades y gran velocidad. Sin embargo, esta confianza en sí misma, hizo que terminara perdiendo, ya que se quedó dormida mientras que la Tortuga, a paso constante y tranquilo, llegaba a la meta convirtiéndose en la campeona.

Obviamente, la Liebre no estaba conforme con este resultado, por lo que le pidió revancha en repetidas oportunidades a la Tortuga, quien se negaba siempre; en parte, porque la fama había empezado a afectar su ego y no quería perder el título.

Esto no detuvo a la Liebre de seguir entrenando y corriendo… y de seguir creyéndose la criatura más rápida del pueblo. Era muy difícil hacer mella en su tan inflado ego.

Finalmente, la Liebre logró convencer (o hartar) a la Tortuga para que corrieran de nuevo.

Esta vez, la carrera iba a ser de 4km, a lo largo de un camino recto sin ningún obstáculo. Debían atravesar un túnel de 1km de largo, que empezaba en el kilómetro 2 del camino de la carrera.

En la línea de partida se empezaban a acumular animales de todo el pueblo. La mayoría de parte de la Tortuga, pero la Liebre conservaba algunos admiradores.

– ¿No vas a dormir una siesta durante la carrera, Liebre? – le preguntó la Tortuga. Sus seguidores estallaron en risas.

La Liebre, trató de comportarse con más modestia que la última vez. Así que respiró hondo y le respondió negando con su cabeza simplemente.

– ¡Me cae mejor este conejo, ahora! Así me gusta, ¡que reconozcas el desafío que represento! – exclamó la Tortuga ufana de sí misma.

– Acá están los GPS, por favor, pónganselos en los brazos. – intervino el Búho, juez de la carrera.

– ¿Para qué GPS? – quiso saber la Liebre sorprendida.

– Para tener mejor control de los resultados de la carrera. Fueron cortesía de la familia de la Tortuga, quien los fabrica. – le contestó.

– ¡Son de última generación, lo mejor del mercado y a un precio super accesible! – exclamó la Tortuga para que todos pudieran oír. Publicidad. Pensó la Liebre. Esta carrera no significa más que una excusa para publicitar sus negocios. Y sacudió su cabeza poniendo sus ojos en blanco.

– Es un regalito para que no te pierdas y uses de excusa eso para cuando te gane. Como la siesta de la última vez. – agregó la Tortuga.

La Liebre, lejos de poder ignorar este comentario, no pudo con su genio:

– No voy a dormir ninguna siesta ni voy a perderme, Tortuga. Pero te voy a dar una ventaja. – le respondió indignada. – Voy a empezar desde el kilómetro 4.

– ¿En la meta? Los años te tienen mal, querida amiga. ¡Esa sería una ventaja para vos, no para mí! – le contestó la Tortuga burlonamente.

– Sí, en la meta voy a empezar. Voy a volver hasta acá (la línea de partida) y de nuevo voy a regresar a la meta. Antes que vos, claro está. – contraatacó la Liebre.

– Mejor dormite una siestita. – se jactó la Tortuga. – ¿Vas a correr 8km más rápido de lo que yo tardo en correr 4? – inquirió, todavía entre risas coreado por los animales que se encontraban cerca y estaban escuchando la conversación.

– Exacto voy a correr el doble de distancia que vos y en menos tiempo. – respondió la Liebre. – Porque cuando vos vas… yo voy y vuelvo. – remató, guiñándole un ojo. Y, luego de organizarse con los encargados de dar la orden de salida en la competición, para que sincronizaran sus relojes, se dirigió a una carreta que llevaba a los interesados en ir hasta la meta para ver el final de la carrera.

La carrera en cuestión comenzó a las 2 de la tarde y terminó a las 6 de la tarde en punto, con la Liebre como ganadora. Pero los festejos no duraron mucho… Ya que llegó la Tortuga cojeando y quejándose, gritando desde lejos a todo pulmón: "¡Tramposa! ¡Fraude!".

Cuando llegó, todo era un revuelo. Nadie entendía nada y casi comienza una pelea. Hasta que el Búho puso fin al silencio con un silbido y preguntó a la Tortuga:

– ¿Qué ha ocurrido?

– ¡Me empujó y me lastimé! ¡Dentro del túnel! ¡Donde nadie podía vernos! – acusó la Tortuga apuntando a la Liebre.

– ¡Yo no hice eso! – respondió la acusada.

Y así siguieron las acusaciones por un buen rato. Nadie sabía a quién creerle. Ambos animales lucían verdaderamente indignados por las acciones del otro. Así que el Búho, sensatamente sugirió llevar a juicio a la Liebre por el presunto ataque a la Tortuga en el túnel, pedir la participación de testigos en distintos lugares del camino donde había sido la carrera, utilizar los datos de los GPS y votar al finalizar.

Los encargados de dar comienzo a la carrera corroboraron sus relojes, que seguían sincronizados y bajo juramento alegaron no alterar en ningún momento los aparatos.

Los encargados de darles agua en el kilómetro 1, atestiguaron que a las 3 de la tarde en punto vieron cruzarse a los competidores, la Liebre venía desde la meta y la Tortuga iba hacia ella. Y nuevamente vieron a la Liebre pasar por su puesto luego de 2hs de avistarla por primera vez.

Quienes se habían quedado en la línea de partida aseguraron ver a la Tortuga salir a las 2 de la tarde en punto cuando sonó la orden de salida, además, afirmaron que a las 2hs del comienzo de la carrera la Liebre llegó a la línea de partida y dio la vuelta fugazmente, para dirigirse nuevamente hacia la meta.

Los que estaban en la meta, atestiguaron que la Liebre salió a las 2 de la tarde en punto y llegó 4 horas después.

Como no había nadie en otros lugares del camino, sobre todo cerca del túnel, aquí terminaron los interrogatorios.

Finalmente, imprimieron los datos de los GPS. El de la Tortuga se había roto al caer (o al ser empujada), por lo que sólo se había podido recuperar que por 3hs había andado con velocidad constante de 1km/h. Con respecto al GPS de la Liebre, que estaba intacto, para la sorpresa de todos, los datos estaban incompletos. Sólo aparecía que la aceleración había sido constante durante todo lo que duró la carrera y había sido de 2 km/h^2. Pero no había rastros de la velocidad, ni de las posiciones en los diferentes momentos de la carrera.

– ¡Qué conveniente! – se quejó la Tortuga, sumamente enojada.

– ¡Que los juguetitos de tu familia no funcionen bien, no es mi culpa! – se defendió la Liebre.

Uno de los animales, había estado registrando todos los testimonios e información, hizo un esbozo de gráfico que representaba la situación y tenía una hipótesis de qué había sucedido. Sin embargo, el Búho consideró que un dibujo no era prueba suficiente. Necesitaba un análisis más detallado de la situación además del gráfico. Puesto que la Tortuga y la Liebre seguían firmes en sus declaraciones y nadie estaba totalmente seguro de qué había pasado realmente…

Tarea “4”:

Escribir una **narrativa** (en formato digital, y de 1 a 3 páginas) de lo que hicimos en clases ordenadamente continuando la historia de la liebre y la tortuga, escribiendo las deducciones y un final para la historia, dejando asentados los gráficos y cuentas que permitieron llegar a los resultados que obtuvimos y fundamenten el final de la historia que escriban.

La narrativa debe contener:

- Las funciones que modelizan la posición respecto del tiempo de la liebre y la de la tortuga. Justificando debidamente.

- La resolución analítica y gráfica del sistema de ecuaciones que haya quedado (los gráficos pueden hacerse con Geogebra, Algeo o a mano y se pueden anexar al archivo como imágenes haciendo prints de pantalla o sacando fotos en caso de hacerse a mano, por ejemplo).

- La redacción del final de la historia, es decir, escribir “el veredicto”: ¿quién está mintiendo? ¿alguno miente? ¿quién ganó realmente? (la respuesta del problema).

- Los detalles que surgieron en clases, como los intervalos de tiempo, algunas cuestiones físicas, los “otros escenarios posibles” (¿qué hubiera pasado si…?), entre otros.

Habrá dos fechas de entrega (ambas vía mail):

Una primera, para la entrega de un ***boceto*** con las dudas que puedan llegar a tener **(Lunes 17/08)**.

Y la última fecha **(Jueves 20/08)**, para entregar el ***“trabajo final”***, así pueden consultarnos las últimas dudas personalmente en clase.

La entrega será **individual** y se **evaluará** principalmente que la tarea se entregue a tiempo, con una redacción coherente y las conclusiones bien fundamentadas, el respeto, la atención y la participación durante la clase.

La creatividad en el escrito de la continuación de la historia otorgará puntaje extra, pero no será lo que se evaluará centralmente.

GUÍA DE PROBLEMAS

Problema 1:

Una librería mayorista ha comprobado que la ganancia (en miles de pesos) por "x cientos" de cajas de lápices está dada por la función $\mathbf{L(x) = -x^2 + 7x - 8}$, y la ganancia (también en miles de pesos) por "x cientos" de cajas de cuadernos viene dada por $\mathbf{C(x) = 2x - 4}$.

Realizar un gráfico aproximado de la situación y calcular el número de cajas de ambos útiles para el cual se obtiene la misma ganancia.

Problema 2:

Si la suma de dos números es 40, ¿cuáles deben ser los mismos para obtener el mayor producto y cuál es ese producto?

Problema 3:

Guada quiere hacer tortas el fin de semana para juntar plata para las vacaciones. Ha estimado que hacer cada torta le costará $20. Consultando a distintas personas qué tanto estarían dispuestos a pagar por torta y, puesto que en el colegio le enseñaron algo de economía, logró encontrar las funciones de Ingreso Total "IT(q)" y de Gasto Total "GT(q)" en función de la cantidad de tortas vendidas "q", que son las siguientes:

$$\mathbf{IT(q) = -20.q^2 + 200.q} \quad \text{y} \quad \mathbf{GT(q) = 20.q}$$

(Donde el IT y el GT se miden en pesos)

a) Analizar los parámetros de las funciones encontradas por Guada.

b) Obtener la cantidad de tortas que debe vender para la cual los ingresos totales sean iguales a los costos totales. Hacer un gráfico aproximado de las dos funciones.

c) Obtener la cantidad de tortas que debe vender para la cual se "maximiza el Beneficio Total" y decir cuánto es ese beneficio. En el mismo gráfico del inciso anterior, graficar la función que representa al Beneficio Total. (Recordar que BT = IT - GT).

d) De acuerdo a lo calculado anteriormente, ¿a qué precio Guada debe vender cada torta para ganar lo máximo posible?

e) ¿Cómo encontró Guada las funciones de ingresos totales y gastos totales?

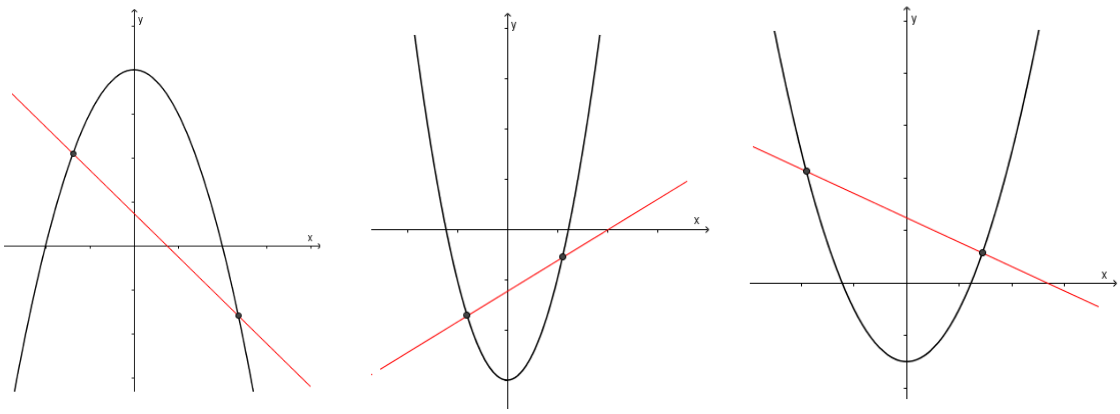
Problema 4:

Hallar las dimensiones de una ventana rectangular de 6m de perímetro para que tenga la máxima superficie posible y así permita la máxima luminosidad. ¿Qué particularidad se puede notar que tiene la ventana?

*** Problema extra A:**

Elegir el gráfico que corresponde a la representación del sistema:

$$\begin{cases} y = \mathbf{m}x + \mathbf{h} & \text{con} \quad m < 0 \quad y \quad h > 0 \\ y = \mathbf{a}x^2 + \mathbf{b}x + \mathbf{c} & \text{con} \quad a > 0 \quad y \quad c < 0 \end{cases}$$



Problema 5:

En la calle de entrada de un pueblo hay un arco de piedra en forma de parábola que llega a los 3 metros de altura y su base tiene un ancho de 4 metros.

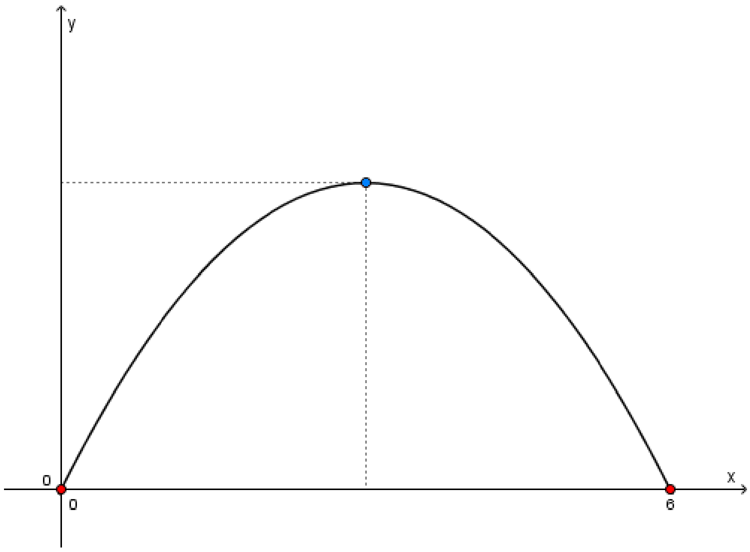
a) Si un colectivo que tiene 2 metros de alto 2 metros de ancho y 6 metros de largo quiere entrar al pueblo atravesando el arco, ¿podrá hacerlo?

b) ¿Qué tan ancho debe ser un colectivo que mide 2,25 metros de altura para pasar por el mismo arco?

(*Sugerencia*: hacer esquemas de las dos situaciones para resolver el problema.)

Problema 6:

El gráfico siguiente, muestra una representación de una parábola cuya función se desconoce.



a) ¿Qué ángulo (aprox.) deberá formar una recta con respecto al "semieje positivo *x*" para cortar a la parábola en su máximo (vértice)?

b) ¿Y para cortarla donde $y = 2$?

c) Encontrar la expresión polinómica de la parábola.

Problema 7:

a) Hallar dos números naturales de modo que el primero menos el cuadrado del segundo de 4 y, al mismo tiempo, cuatro veces el segundo más el primero de 0.

b) Hallar dos números enteros tales que el primero menos el cuádruple del segundo sea 8 menos el cuadrado del segundo y, al mismo tiempo, el doble del segundo sea igual al cuadrado del segundo menos el primero.

*** Problema extra B:**

a) Hallar la función de la recta paralela a la recta de ecuación: $x + y - 2 = 0$, que pasa por la raiz negativa de la parábola dada por: $y = f(x) = -2x^2 + 3x + 2$.

b) Graficar la recta obtenida y la parábola dada.

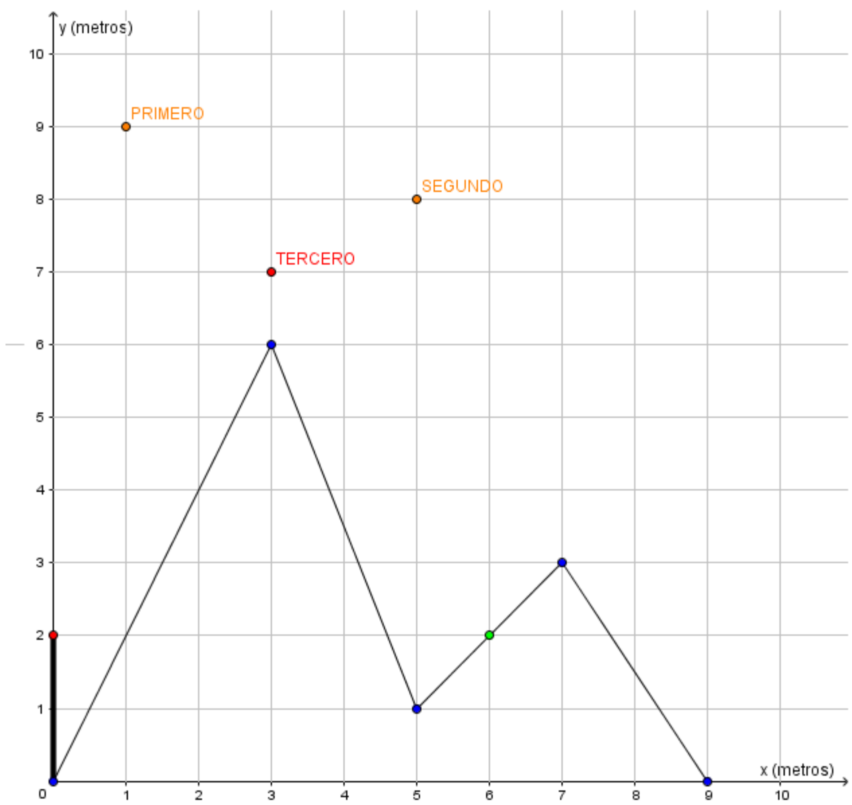
c) ¿La recta obtenida corta a la parábola dada en otro punto? De ser así, calcular ese punto y agregarlo al gráfico.

Problema 8:

Fede, jugando al Angry Birds, notó que al lanzar los pajaritos, sus trayectorias trazaban parábolas. En el gráfico siguiente se muestran 3 situaciones donde se pueden encontrar los siguientes pares ordenados:

- **(1; 9):** es el vértice (máximo) de la trayectoria del PRIMER Angry Bird.
- **(5; 8):** es el vértice (máximo) de la trayectoria del SEGUNDO.
- **(3; 7):** es el vértice (máximo) de la trayectoria del TERCERO.

Desde el punto **(0; 2)** parten los Angry Birds (donde se suelta la resortera/hondera) y el cerdito (a quien debe chocar para ganar) se encuentra en el punto **(6; 2)**.



Para cada situación responder (y justificar la respuesta):

a) ¿Logra pasar la primera montaña?

b) ¿Logra golpear al cerdito?

c) Fede encontró una fórmula que representa una trayectoria óptima para chocar al cerdito. ¿Cuál es? ¿Es la única?

Problema 9:

a) Se tienen dos parábolas. Una de ellas está dada por la función: $\boldsymbol{y = f(x) = 2x^2 + 5}$ y la otra tiene vértice en **(0; 5)** y pasa por el punto **(-1; 0)**. ¿Se cruzan? ¿En qué punto/s?

b) Se tienen dos parábolas. Una de ellas está dada por la función: $\boldsymbol{y = f(x) = 2(x - 1)^2 + 4}$ y la otra pasa por los puntos **(0; 3)** y **(-3; 0)** y una de sus raíces es $\boldsymbol{x = 1}$. ¿Se cruzan? ¿En qué punto/s?

Problema 10:

Se sabe que la mitad de la edad de Serena es igual a la edad de su hermana menor, Ariana, hace un año, por la edad actual de esta última. Además, dentro de 14 años la edad de Ariana será igual al cuadrado de su edad actual más el triple de la edad actual de su hermana. ¿Cuántos años tienen Serena y Ariana hoy?

*** Problema extra C:**

a) El producto de dos números es 4, y la suma de sus cuadrados 17. ¿Cuáles son esos números?

b) "El triple de un número mayor que 4 sumado al doble de otro número es como mínimo 9." Plantear el sistema de ecuaciones correspondiente, resolver y graficar.

PARADA TEÓRICA

36 Sistemas de ecuaciones lineales I

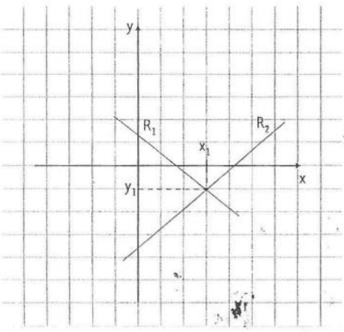
Un sistema de ecuaciones lineales formado por dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas cada una, representa dos rectas en el plano, y resolverlo es hallar la intersección de ambas (conjunto solución).

$$\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$$

Dos rectas en un plano pueden ser **incidentes** (tienen un punto en común) o **paralelas** (no tienen ningún punto en común o son coincidentes).

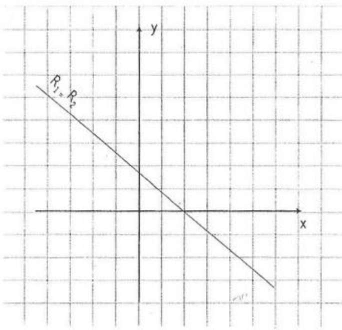
Los sistemas se clasifican en **compatibles e incompatibles**, según tengan o no solución; los sistemas compatibles pueden ser **determinados** o **indeterminados**, según tengan una o infinitas soluciones.

*Rectas **incidentes*** — *Rectas **paralelas***



$R_1 \cap R_2 = (x_1;y_1)$

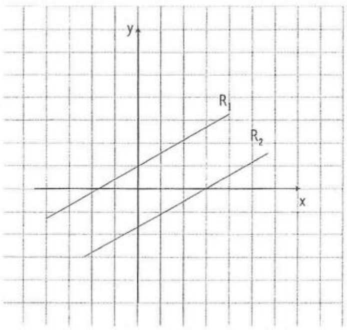
Determinado (solución única)



$R_1 \cap R_2 = R_1 = R_2$

Indeterminado (infinitas soluciones)

Sistema compatible



$R_1 \cap R_2 = \varnothing$

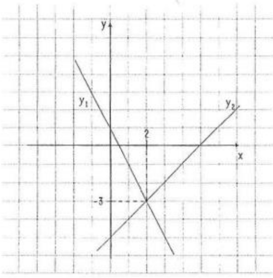
Sistema incompatible (no tiene solución)

Resolución gráfica de un sistema de ecuaciones lineales

Para resolver gráficamente un sistema de ecuaciones, se deben representar ambas rectas en un mismo sistema de ejes y hallar la intersección de ambas.

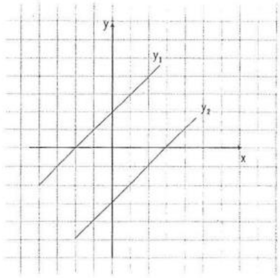
a) $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x - y = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = -2x + 1 \\ y_2 = x - 5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} -x + y = 2 \\ -x + y = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = x + 2 \\ y_2 = x - 3 \end{cases}$



Sistema compatible determinado

$S = \{(2;-3)\}$



Sistema incompatible

$S = \varnothing$

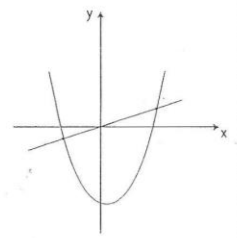
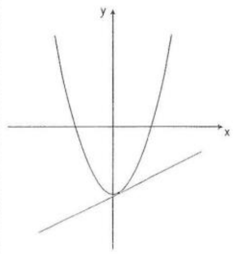
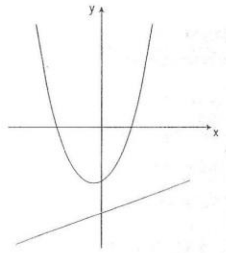
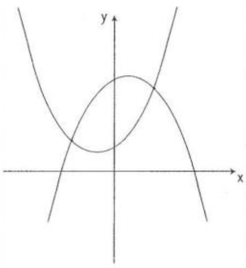
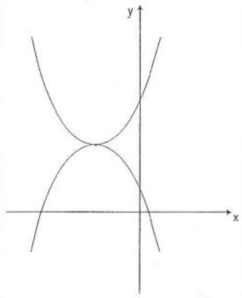
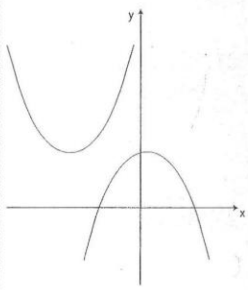
PARADA TEÓRICA

45 Intersección de parábolas, parábolas y rectas

*Resolver **analíticamente** un sistema de ecuaciones significa encontrar los valores de las incógnitas que verifican simultáneamente las ecuaciones del sistema.*

*Resolver **gráficamente** un sistema de ecuaciones significa encontrar los puntos de intersección de ambas gráficas.*

En los casos en que el sistema esté formado al menos por una ecuación de segundo grado, se puede reconocer cuántas soluciones tiene el mismo analizando el discriminante de la ecuación cuadrática que surge al resolver el sistema por el método de igualación o sustitución.

	$\Delta > 0$ **Dos** puntos de intersección	$\Delta = 0$ **Un** punto de intersección	$\Delta < 0$ **Ningún** punto de intersección
Sistema formado por una recta y una parábola $\begin{cases} y = mx + d \\ y = ax^2 + bx + c \end{cases}$	 La recta es **secante** a la parábola	 La recta es **tangente** a la parábola	 La recta es **exterior** a la parábola
Sistema formado por dos parábolas $\begin{cases} y = ax^2 + bx + c \\ y = dx^2 + ex + f \end{cases}$			

a) $\begin{cases} y = 2x + 1 \\ y = -x^2 - x + 5 \end{cases}$

$-x^2 - x + 5 = 2x + 1$

$-x^2 - 3x + 4 = 0 \Rightarrow x_1 = -4 \wedge x_2 = 1$

La recta es secante a la parábola en los puntos $(-4;-7)$ y $(1;3)$.

b) $\begin{cases} y = 3x^2 + 2x + 1 \\ y = x^2 + x - 4 \end{cases}$

$3x^2 + 2x + 1 = x^2 + x - 4$

$2x^2 + x + 5 = 0 \Rightarrow$ No tiene raíces reales.

Las parábolas no se cortan.

<u>CRONOGRAMA DE CLASES</u> (Julio/ Agosto/ Septiembre 2015)

Lunes	Martes	Miércoles	**JUEVES**	**VIERNES**
27	28	29	**1ra Clase 30**	**2da Clase 31**
3	4	5	**3ra Clase 6**	**4ta Clase 7**
10	11	12	**5ta Clase 13**	**Acto 14**
17	18	19	**6ta Clase 20**	**7ma Clase 21**
24	25	26	**8va Clase 27**	**9na Clase 28**
31	1	2	**10ma Clase 3**	**4**

[Página 5, para 4º II (Sociales), la única con actividades diferentes a las del otro curso.]

A) Escriban las siguientes funciones en la forma más conveniente de acuerdo a los datos dados y luego hallen las expresiones polinómicas de cada una.

1) El vértice es (-1; -2) y el coeficiente principal es 2.

2) Las raíces son $x_1 = -2$ y $x_2 = 6$ y el coeficiente principal es -1.

3) Pasa por el punto (3; 4) y tiene mínimo en (2; 3).

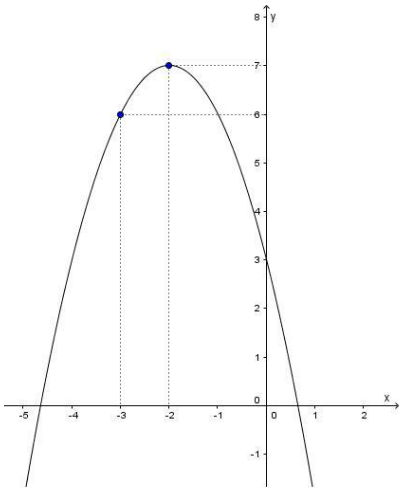
4) Pasa por los puntos (2; 0), (5; 0) y (6; 2).

B) Plantear y responder.

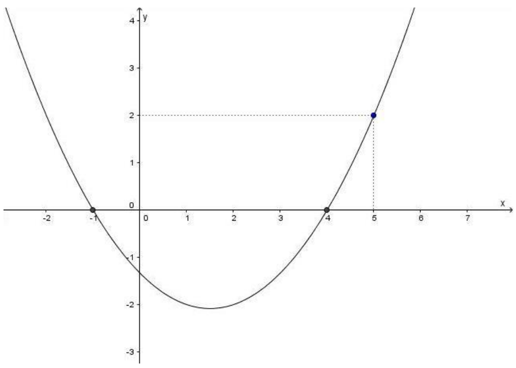
Dentro de treinta años la edad de Natalia será la mitad del cuadrado de la edad que tenía hace diez años. ¿Cuál es la edad actual de Natalia?

C) Escriban la forma polinómica de las siguientes parábolas:

1)



2)



ANEXO IV (todas las versiones de las pruebas escritas)

[Las primeras cuatro corresponden a 4º I (Naturales) y las últimas tres, a 4º II (Sociales).]

Apellidos y Nombres: **28/08/2015**

EVALUACIÓN DE MATEMÁTICA
Sistemas de Ecuaciones Mixtos

Tener en cuenta que se evaluará la **prolijidad**, la correcta **traducción a lenguaje matemático**, la **resolución** de los problemas y la **interpretación** de las soluciones.

Problema 1:

Coty está vendiendo rifas para juntar plata para el viaje de estudios. El premio es un voucher por $150 para el cine.
Las siguientes funciones representan el ***Ingreso Total*** de la venta (en pesos) y el ***Costo Total*** (en pesos) respecto a la cantidad de rifas que venda ("*q*").

$$\begin{cases} IT(q) = -0{,}1 \cdot q^2 + 10 \cdot q \\ CT(q) = 0{,}5 \cdot q + 150 \end{cases}$$

a) ¿Para qué cantidad de rifas los Ingresos Totales son iguales a los Costos Totales?
b) Graficar ambas funciones (en un mismo gráfico) y marcar el/los punto/s de intersección.

Extra:

c) ¿Para qué cantidades de rifas el Beneficio Total es positivo? (Escribir el intervalo).
(Recordar: BT = IT – CT)

Problema 2: (elegir 1 solo inciso, el otro es ***Extra***)

a) Hallar dos números enteros tales que el primero menos el cuádruple del segundo sea 8 menos el cuadrado del segundo y, al mismo tiempo, el doble del segundo sea igual al cuadrado del segundo menos el primero. (Usando sistemas de ecuaciones).

b) Se les preguntó a los profesores de matemática, Javier y Mercedes, cuántos árboles tienen en los patios de sus casas.

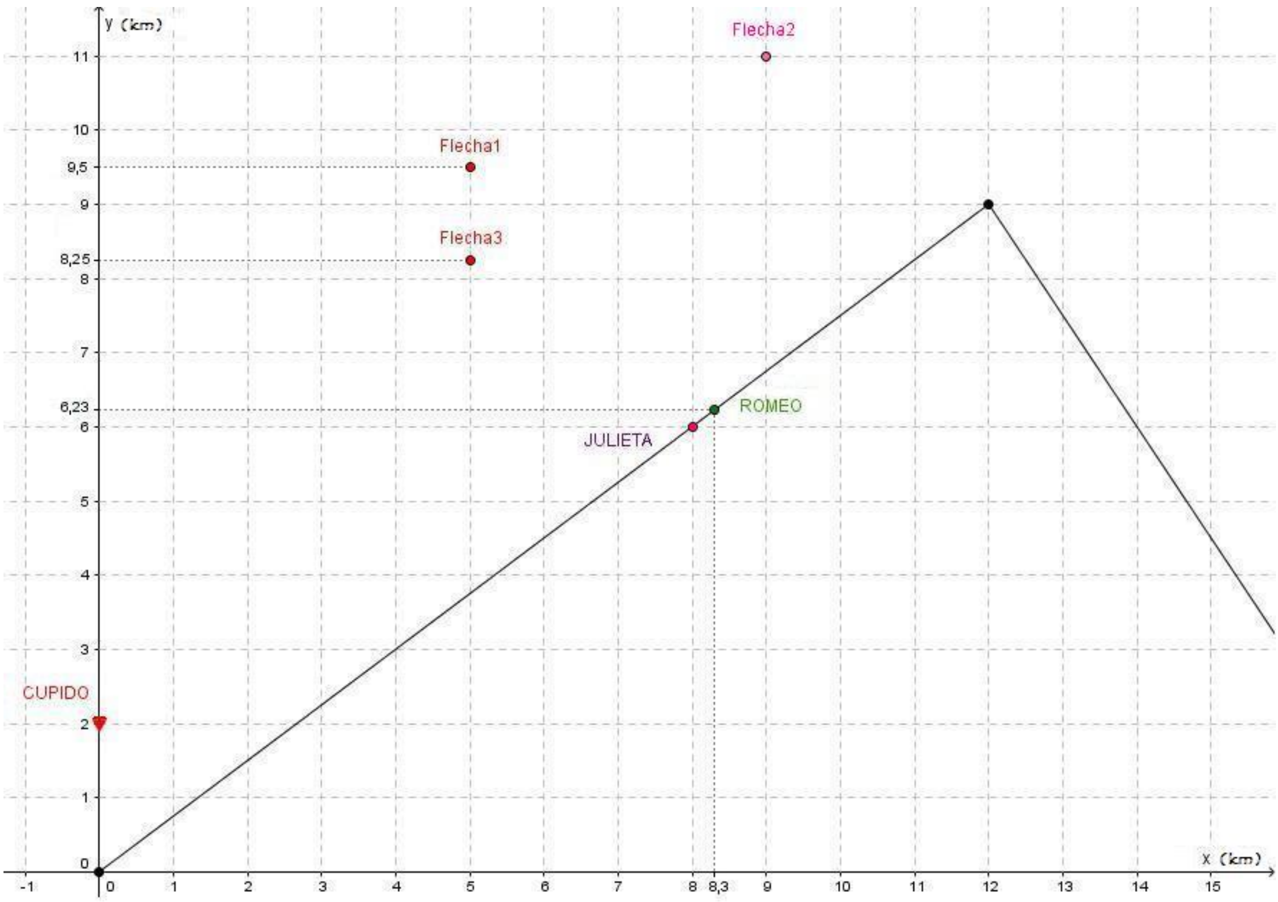
Javier contestó: "Mi patio tiene 3 metros de ancho y 3 metros de largo. La cantidad de árboles que tiene Mercedes plantados en su patio más 8 veces la cantidad que tengo yo en el mío, es igual al cuadrado de la cantidad que tengo yo más 16 árboles."

Mercedes, por su parte, respondió: "Mi patio es más grande que el de Javier y pude plantar más árboles que él. Si sumamos la cantidad de árboles que tengo yo más el doble de los de Javier, tendríamos 11 árboles en total."

Plantear el sistema de ecuaciones, resolverlo analíticamente y responder: ¿Cuántos árboles tienen cada uno?

<u>Problema 3</u>:

Cupido tiene que flechar a Romeo y a Julieta, para enamorarlos. Estos se encuentran en una montaña y el querubín está en una nube a 2km sobre el suelo, como lo muestra el dibujo.



a) En el primer intento, logra flechar a Romeo. Sabiendo que la trayectoria de la "**Flecha1**" alcanza su máximo en el punto que muestra el gráfico (5; 9,5), trazar la trayectoria aproximada de la misma.

b) En el segundo intento, se puede ver en el gráfico que la "**Flecha2**" alcanza su máximo en el punto (9; 11). Cupido falla en esta ocasión y no logra flechar a Julieta. Explicar porqué y esbozar la trayectoria aproximada de la "Flecha2."

c) Teniendo en cuenta los datos que proporciona el gráfico y que la "**Flecha3**" alcanza su máximo en el punto (5; 8,25), encontrar la función que representa la trayectoria de la "Flecha3", dibujarla en el gráfico y responder: ¿Cupido logra flechar a Julieta? (Justificar).

Apellidos y Nombres: **28/08/2015**

EVALUACIÓN DE MATEMÁTICA
Sistemas de Ecuaciones Mixtos

Tener en cuenta que se evaluará la **prolijidad**, la correcta **traducción a lenguaje matemático**, la **resolución** de los problemas y la **interpretación** de las soluciones.

Problema 1:

Coty está vendiendo rifas para juntar plata para el viaje de estudios. El premio es un voucher por $300 para el cine.
Las siguientes funciones representan el ***Ingreso Total*** de la venta (en pesos) y el ***Costo Total*** (en pesos) respecto a la cantidad de rifas que venda ("*q*").

$$\begin{cases} IT(q) = -0{,}05 \cdot q^2 + 10 \cdot q \\ CT(q) = 0{,}5 \cdot q + 300 \end{cases}$$

a) ¿Para qué cantidad de rifas los Ingresos Totales son iguales a los Costos Totales?
b) Graficar ambas funciones (en un mismo gráfico) y marcar el/los punto/s de intersección.

Extra:

c) ¿Para qué cantidades de rifas el Beneficio Total es positivo? (Escribir el intervalo).
(Recordar: BT = IT – CT)

Problema 2: (elegir 1 solo inciso, el otro es ***Extra***)

a) Hallar dos números enteros tales que el primero menos el cuádruple del segundo sea 8 menos el cuadrado del segundo y, al mismo tiempo, el doble del segundo sea igual al cuadrado del segundo menos el primero. (Usando sistemas de ecuaciones).

b) Se les preguntó a los profesores de matemática, Javier y Mercedes, cuántos árboles tienen en los patios de sus casas.

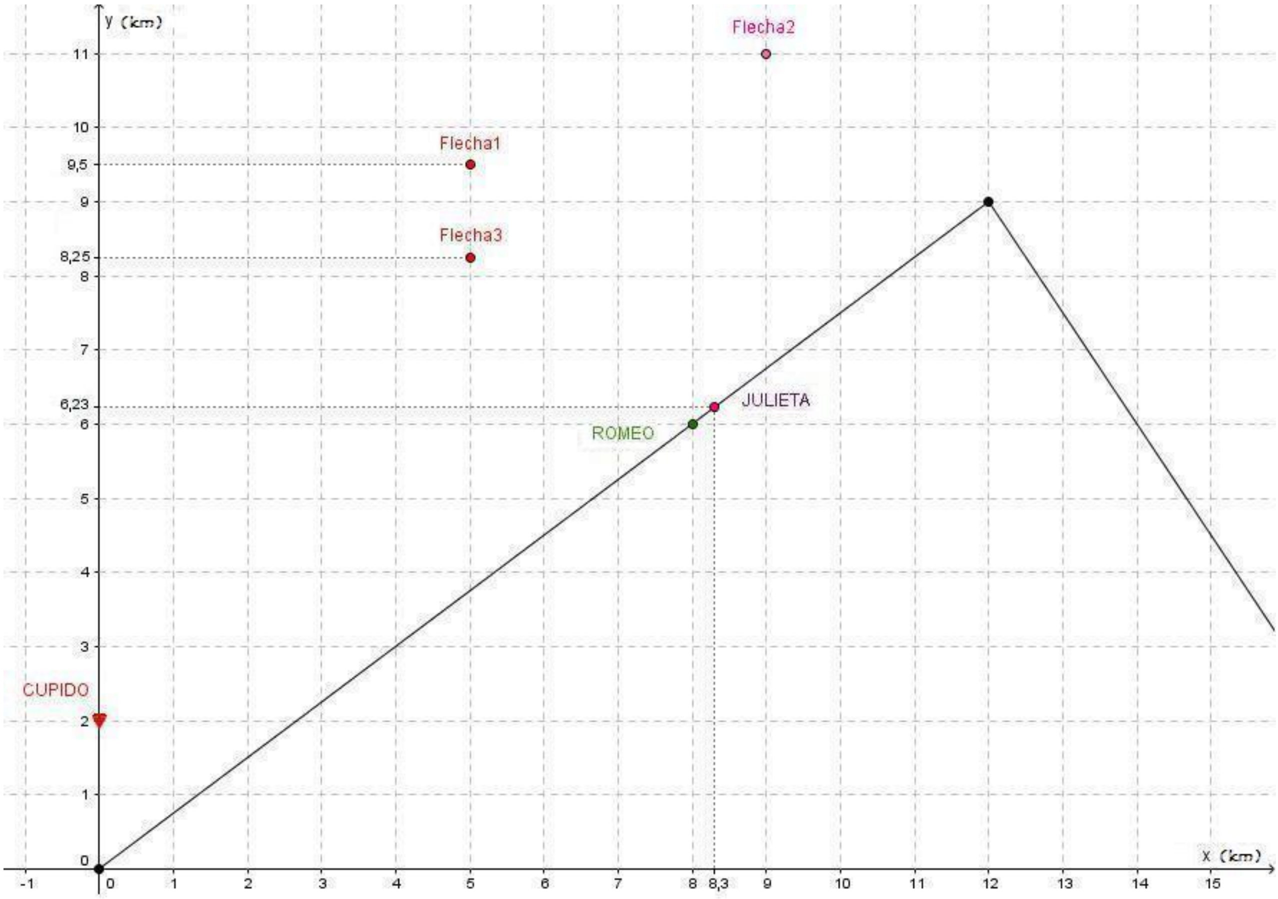
Javier contestó: "Mi patio es más grande que el de Mercedes y pude plantar más árboles que ella. La cantidad de árboles que tiene Mercedes plantados en su patio más 8 veces la cantidad que tengo yo en el mío, es igual al cuadrado de la cantidad que tengo yo más 16 árboles."

Mercedes, por su parte, respondió: "Mi patio tiene 3 metros de ancho y 3 metros de largo. Si sumamos la cantidad de árboles que tengo yo más el doble de los de Javier, tendríamos 11 árboles en total."

Plantear el sistema de ecuaciones, resolverlo analíticamente y responder: ¿Cuántos árboles tienen cada uno?

Problema 3:

Cupido tiene que flechar a Romeo y a Julieta, para enamorarlos. Estos se encuentran en una montaña y el querubín está en una nube a 2km sobre el suelo, como lo muestra el dibujo.



a) En el primer intento, logra flechar a Julieta. Sabiendo que la trayectoria de la "**Flecha1**" alcanza su máximo en el punto que muestra el gráfico (5; 9,5), trazar la trayectoria aproximada de la misma.

b) En el segundo intento, se puede ver en el gráfico que la "**Flecha2**" alcanza su máximo en el punto (9; 11). Cupido falla en esta ocasión y no logra flechar a Romeo. Explicar porqué y esbozar la trayectoria aproximada de la "Flecha2."

c) Teniendo en cuenta los datos que proporciona el gráfico y que la "**Flecha3**" alcanza su máximo en el punto (5; 8,25), encontrar la función que representa la trayectoria de la "Flecha3", dibujarla en el gráfico y responder: ¿Cupido logra flechar a Romeo? (Justificar)

Apellidos y Nombres: **03/09/2015**

EVALUACIÓN DE MATEMÁTICA
Sistemas de Ecuaciones Mixtos

Tener en cuenta que se evaluará la **prolijidad**, la correcta **traducción a lenguaje matemático**, la **resolución** de los problemas y la **interpretación** de las soluciones.

Problema 1:

Los Ingresos y Costos mensuales (en pesos) de un fabricante de zapatos están dados por las funciones presentadas a continuación, donde "z" es la cantidad de pares de zapatos que fabrica en el mes.

$$\begin{cases} I(z) = -2 \cdot z^2 + 200 \cdot z \\ C(z) = 20 \cdot z + 1600 \end{cases}$$

a) ¿Para qué cantidad de pares de zapatos vendidos, los Ingresos son iguales a los Costos?
b) Graficar ambas funciones (en un mismo gráfico) y marcar el/los punto/s de intersección.

Extra:

c) ¿Para qué cantidad/es de pares de zapatos vendidos, el fabricante obtiene un Beneficio de $2000? (Recordar B = I – C)

Problema 2: (elegir 1 solo inciso, el otro es ***Extra***)

a) Se sabe que la mitad de la edad de Serena es igual a la edad que tenía hace un año su hermana menor, Ariana, por la edad actual de esta última. Además, dentro de 14 años la edad de Ariana será igual al cuadrado de su edad actual más el triple de la edad actual de su hermana. ¿Cuántos años tienen Serena y Ariana hoy? (Usar sistemas de ecuaciones).

b) Se les preguntó a los profesores de matemática, Juan Pablo y María, cuántos hijos tienen cada uno.

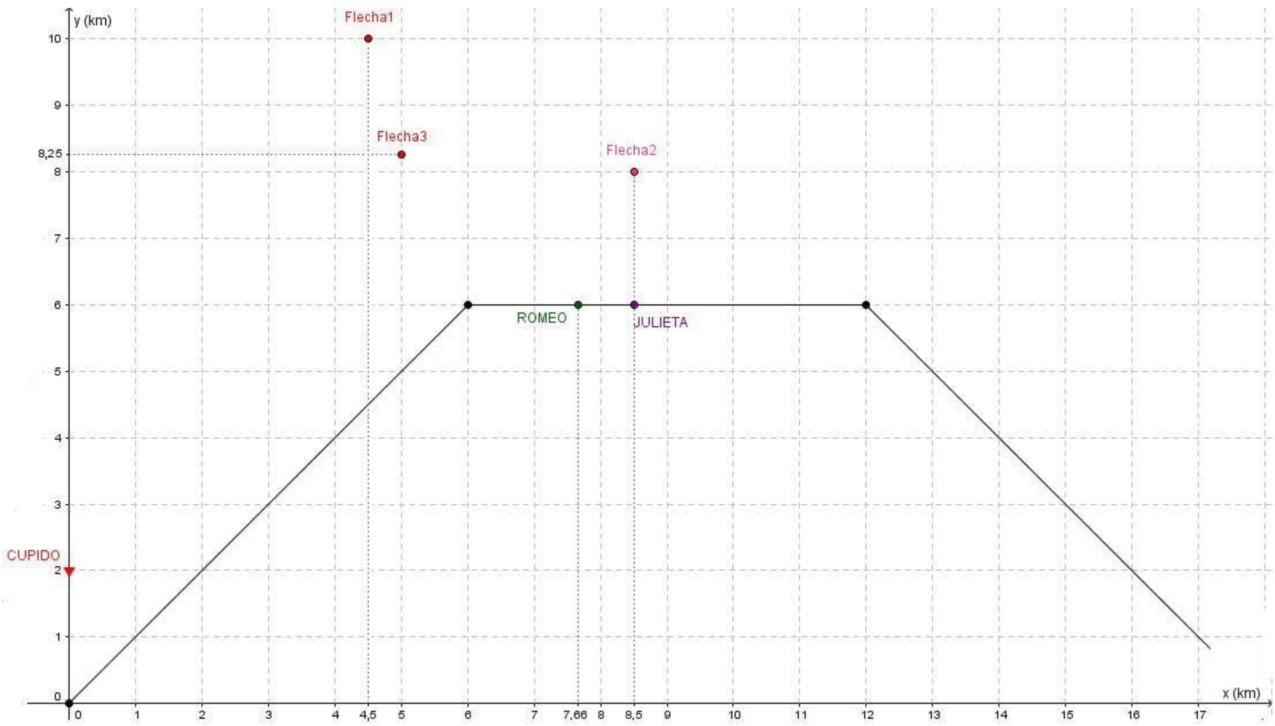
Juan Pablo contestó: "Si yo tuviera 2 hijos más, tendría el doble de la cantidad de hijos que tiene María. Además, tengo mellizos."

María, por su parte, respondió: "Si sumáramos la cantidad de hijos que tiene Juan Pablo más el cuadrado de la cantidad de hijos que tengo yo, nos daría 8 veces la cantidad de hijos que tengo yo, menos 7."

Plantear el sistema de ecuaciones, resolverlo analíticamente y responder: ¿Cuántos hijos tienen cada uno?

<u>Problema 3</u>:

Cupido tiene que flechar a Romeo y a Julieta, para enamorarlos. Estos se encuentran en una montaña y el querubín está en una nube a 2km sobre el suelo, como lo muestra el dibujo.



a) En el primer intento, logra flechar a Romeo. Sabiendo que la trayectoria de la "**Flecha1**" alcanza su máximo en el punto que muestra el gráfico (4,5; 10), trazar la trayectoria aproximada de la misma.

b) En el segundo intento, se puede ver en el gráfico que la "**Flecha2**" alcanza su máximo en el punto (8,5; 8). Cupido falla en esta ocasión y no logra flechar a Julieta. Explicar porqué y esbozar la trayectoria aproximada de la "Flecha2."

c) Teniendo en cuenta los datos que proporciona el gráfico y que la "**Flecha3**" alcanza su máximo en el punto (5; 8,25), encontrar la función que representa la trayectoria de la "Flecha3", dibujarla en el gráfico y responder: ¿Cupido logra flechar a Julieta? (Justificar analíticamente).

Apellidos y Nombres: **03/09/2015**

EVALUACIÓN DE MATEMÁTICA
Sistemas de Ecuaciones Mixtos

Tener en cuenta que se evaluará la **prolijidad**, la correcta **traducción a lenguaje matemático**, la **resolución** de los problemas y la **interpretación** de las soluciones.

Problema 1:

Los Ingresos y Costos mensuales (en pesos) de un fabricante de zapatos están dados por las funciones presentadas a continuación, donde "z" es la cantidad de pares de zapatos que fabrica en el mes.

$$\begin{cases} I(z) = -z^2 + 150 \, . \, z \\ C(z) = 20 \, . \, z + 3000 \end{cases}$$

a) ¿Para qué cantidad de pares de zapatos vendidos, los Ingresos son iguales a los Costos?

b) Graficar ambas funciones (en un mismo gráfico) y marcar el/los punto/s de intersección.

Extra:

c) ¿Para qué cantidad/es de pares de zapatos vendidos, el fabricante obtiene un Beneficio de $1000? (Recordar B = I – C)

Problema 2: (elegir 1 solo inciso, el otro es ***Extra***)

a) Se sabe que la mitad de la edad de Serena es igual a la edad que tenía hace un año su hermana menor, Ariana, por la edad actual de esta última. Además, dentro de 14 años la edad de Ariana será igual al cuadrado de su edad actual más el triple de la edad actual de su hermana. ¿Cuántos años tienen Serena y Ariana hoy? (Usar sistemas de ecuaciones).

b) Se les preguntó a los profesores de matemática, Juan Pablo y María, cuántos hijos tienen cada uno.

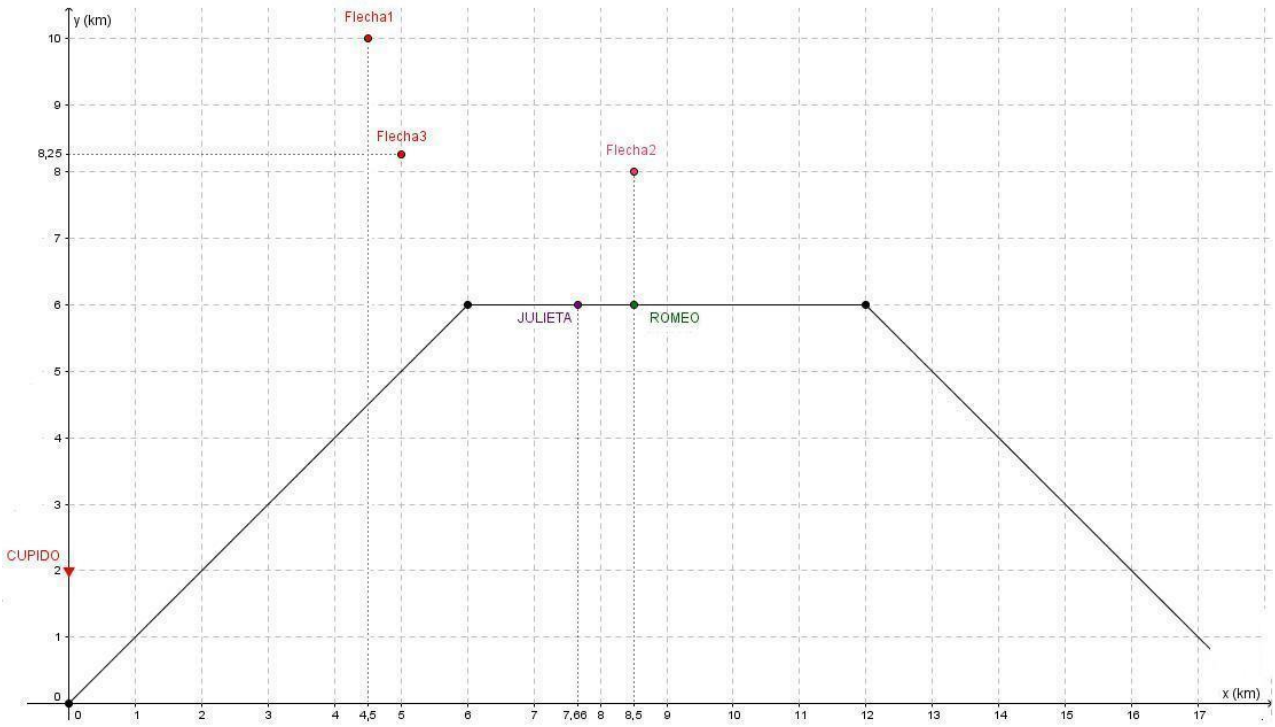
Juan Pablo contestó: "Si yo tuviera 1 hijo menos, tendría el doble de la cantidad de hijos que tiene María. Además, tengo menos de 6 hijos."

María, por su parte, respondió: "Si sumáramos la cantidad de hijos que tiene Juan Pablo más el cuadrado de la cantidad de hijos que tengo yo, nos daría 8 veces la cantidad de hijos que tengo yo, menos 7."

Plantear el sistema de ecuaciones, resolverlo analíticamente y responder: ¿Cuántos hijos tienen cada uno?

Problema 3:

Cupido tiene que flechar a Romeo y a Julieta, para enamorarlos. Estos se encuentran en una montaña y el querubín está en una nube a 2km sobre el suelo, como lo muestra el dibujo.



a) En el primer intento, logra flechar a Julieta. Sabiendo que la trayectoria de la "**Flecha1**" alcanza su máximo en el punto que muestra el gráfico (4,5; 10), trazar la trayectoria aproximada de la misma.

b) En el segundo intento, se puede ver en el gráfico que la "**Flecha2**" alcanza su máximo en el punto (8,5; 8). Cupido falla en esta ocasión y no logra flechar a Romeo. Explicar porqué y esbozar la trayectoria aproximada de la "Flecha2."

c) Teniendo en cuenta los datos que proporciona el gráfico y que la "**Flecha3**" alcanza su máximo en el punto (5; 8,25), encontrar la función que representa la trayectoria de la "Flecha3", dibujarla en el gráfico y responder: ¿Cupido logra flechar a Romeo? (Justificar analíticamente).

Apellidos y Nombres: **01/09/2015**

EVALUACIÓN DE MATEMÁTICA
Sistemas de Ecuaciones Mixtos

Tener en cuenta que se evaluará la **prolijidad**, la correcta **traducción a lenguaje matemático**, la **resolución** de los problemas y la **interpretación** de las soluciones.

Problema 1:

Coty está vendiendo rifas para juntar plata para el viaje de estudios. El premio es un voucher por $150 para el cine.
Las siguientes funciones representan el ***Ingreso Total*** de la venta (en pesos) y el ***Costo Total*** (en pesos) respecto a la 'x' cantidad de rifas que venda.

$$\begin{cases} IT(x) = -0{,}1 \cdot x^2 + 10 \cdot x \\ CT(x) = 0{,}5 \cdot x + 150 \end{cases}$$

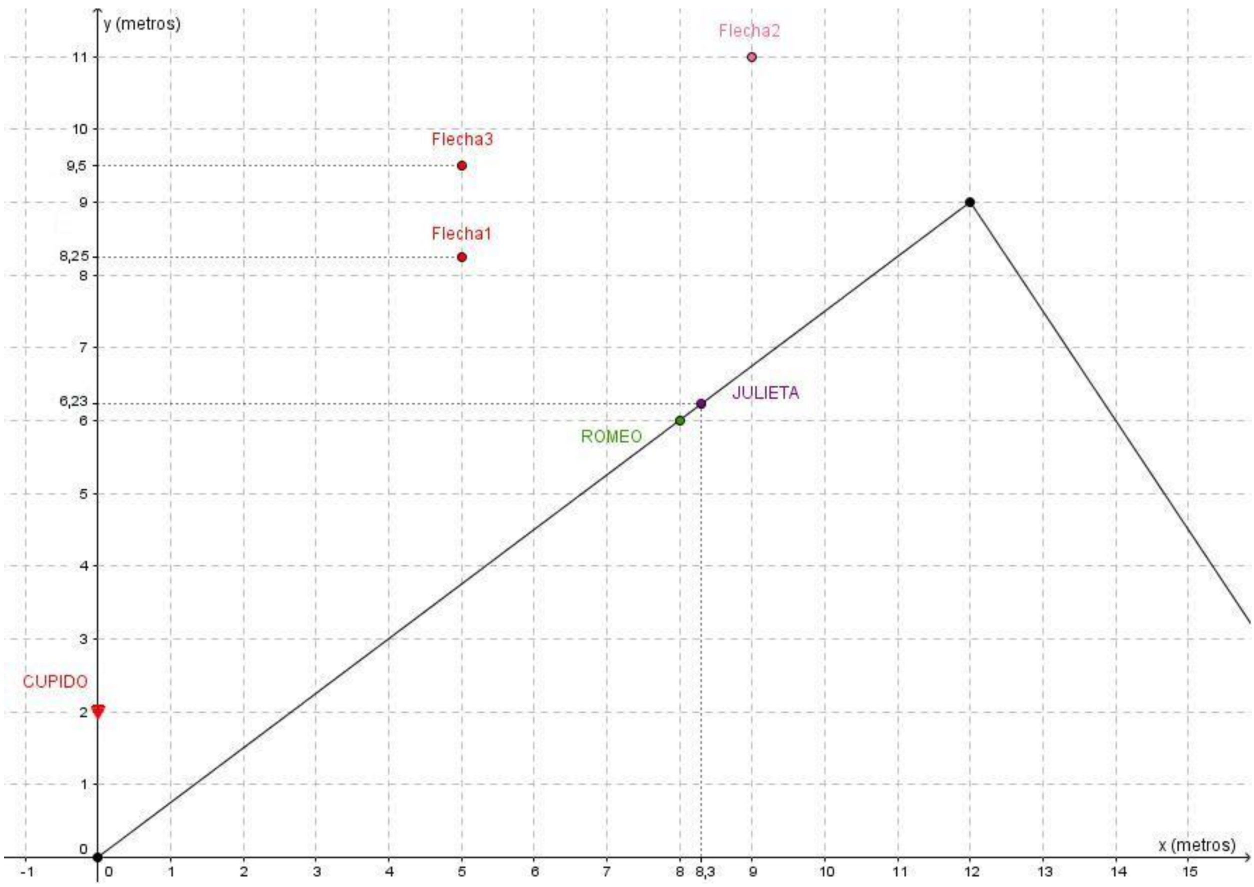
a) ¿Para qué cantidad de rifas los Ingresos Totales son iguales a los Costos Totales?
b) Graficar ambas funciones (en un mismo gráfico) y marcar el/los punto/s de intersección.

Problema 2:

Sabiendo que la siguiente función cuadrática pasa por los puntos (-1; 0), (4; 0) y (0; -8), expresar dicha función de las tres formas que conocemos.

<u>Problema 3</u>:

Cupido tiene que flechar a Romeo y a Julieta, para enamorarlos. Estos se encuentran en una montaña y el querubín está en una nube a 2m sobre el suelo, como lo muestra el dibujo.



a) En el primer intento, logra flechar a Romeo. Sabiendo que la trayectoria de la "**Flecha1**" alcanza su máximo en el punto que muestra el gráfico (5; 8,25), trazar la trayectoria aproximada de la misma.

b) En el segundo intento, se puede ver en el gráfico que la "**Flecha2**" alcanza su máximo en el punto (9; 11). Cupido falla en esta ocasión y no logra flechar a Julieta. Explicar porqué y esbozar la trayectoria aproximada de la "Flecha2."

c) Teniendo en cuenta los datos que proporciona el gráfico y que la "**Flecha3**" alcanza su máximo en el punto (5; 9,5): ¿Cupido logra flechar a Julieta?
Trazar la trayectoria aproximada de la "Flecha3" y justificar (analíticamente) la respuesta.

Apellidos y Nombres: **08/09/2015**

EVALUACIÓN DE MATEMÁTICA
Sistemas de Ecuaciones Mixtos

Tener en cuenta que se evaluará la **prolijidad**, la correcta **traducción a lenguaje matemático**, la **resolución** de los problemas y la **interpretación** de las soluciones.

Problema 1:

Los Ingresos y Costos mensuales (en pesos) de un fabricante de zapatos están dados por las funciones presentadas a continuación, donde "x" es la cantidad de pares de zapatos que fabrica en el mes.

$$\begin{cases} I(x) = -2 \,.\, x^2 + 200 \,.\, z \\ C(x) = 20 \,.\, x + 1600 \end{cases}$$

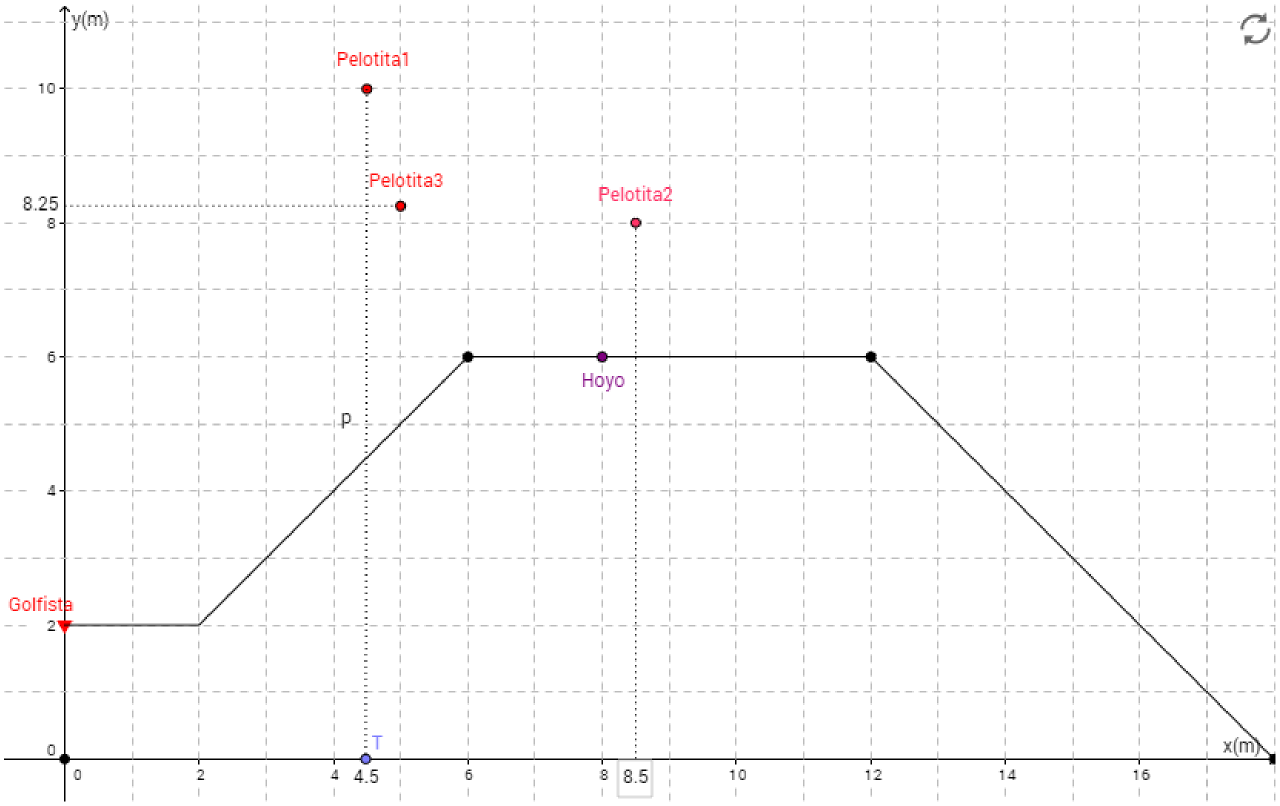
c) ¿Para qué cantidad de pares de zapatos vendidos, los Ingresos son iguales a los Costos?
d) Graficar ambas funciones (en un mismo gráfico) y marcar el/los punto/s de intersección.

Problema 2:

Sabiendo que la siguiente función cuadrática pasa por los puntos **(0; 3)** y **(-3; 0)** y una de sus raíces tiene coordenada $\boldsymbol{x = 1}$, expresar dicha función de las tres formas que conocemos y aclarar el nombre de cada expresión.

Problema 3:

Un golfista quiere hacer un "hoyo en uno" pero sin que la pelotita pique en ningún lugar. El Golfista está a 2m, como lo muestra el dibujo. En cada tiro, las pelotitas recorren trayectorias en forma de parábolas.



d) En el primer intento, la pelotita cae, aproximadamente, medio metro más cerca de lo que está el hoyo. Realizar un gráfico de la trayectoria, sabiendo que la "**Pelotita1**" alcanza su máximo en el punto (4,5; 10) como muestra el gráfico.

e) En el segundo intento, se puede ver en el gráfico que la "**Pelotita2**" alcanza su máximo en el punto (8,5; 8). El golfista falla en esta ocasión y no logra hacer el hoyo en uno. Explicar porqué y esbozar la trayectoria aproximada de la "Pelotita2."

f) Teniendo en cuenta los datos que proporciona el gráfico y que la "**Pelotita3**" alcanza su máximo en el punto (5; 8,25), encontrar la función que representa la trayectoria de la "Pelotita3", dibujarla en el gráfico y responder: ¿El golfista logra hacer su tiro? (Justificar analíticamente).

Apellidos y Nombres: **13/09/2015**

EVALUACIÓN DE MATEMÁTICA
Sistemas de Ecuaciones Mixtos

Tener en cuenta que se evaluará la **prolijidad**, la correcta **traducción a lenguaje matemático**, la **resolución** de los problemas y la **interpretación** de las soluciones.

Problema 1:

Coty está vendiendo rifas para juntar plata para el viaje de estudios. El premio es un voucher por \$150 para el cine.
Las siguientes funciones representan el ***Ingreso Total*** de la venta (en pesos) y el ***Costo Total*** (en pesos) respecto a la cantidad de rifas que venda ("*q*").

$$\begin{cases} IT(q) = -0{,}1 \cdot q^2 + 10 \cdot q \\ CT(q) = 0{,}5 \cdot q + 150 \end{cases}$$

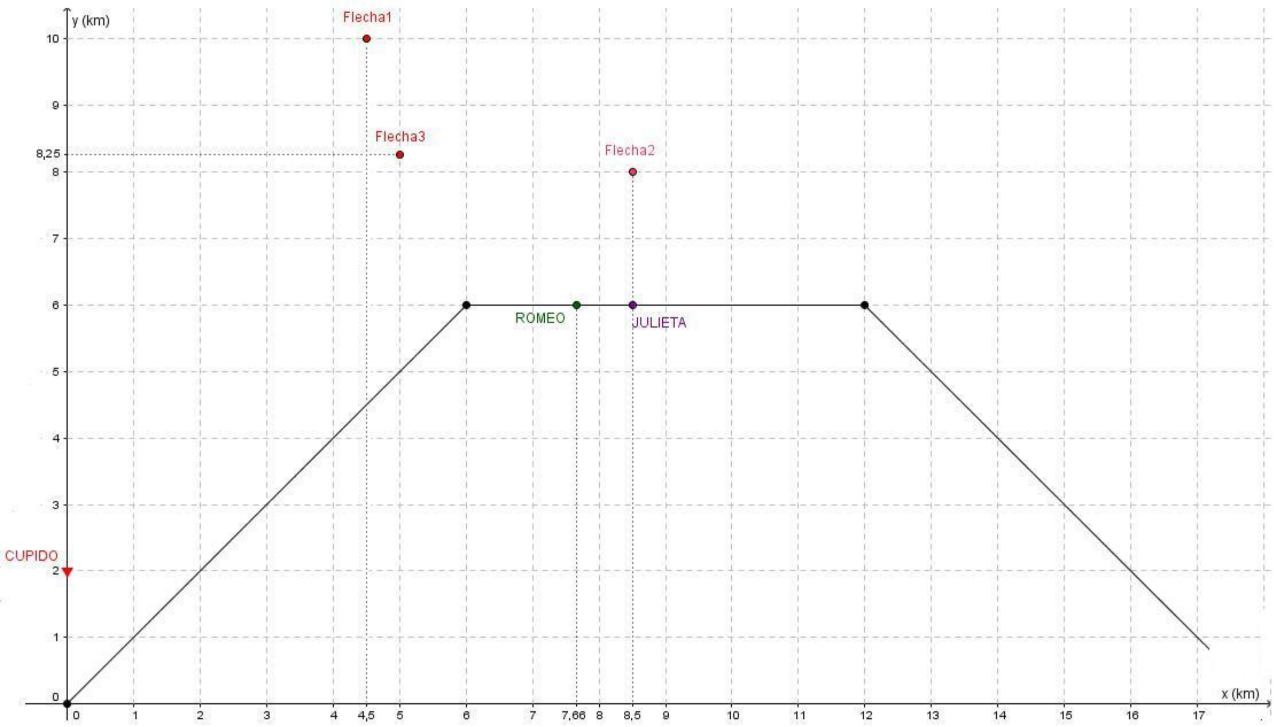
a) ¿Para qué cantidad de rifas los Ingresos Totales son iguales a los Costos Totales?
b) Graficar ambas funciones (en un mismo gráfico) y marcar el/los punto/s de intersección.

Problema 2:

Sabiendo que la siguiente función cuadrática tiene sus raíces en los valores de $X_1=-2$ y $X_2=8$ y pasa por el punto (0; 16), expresar la función de las tres formas que conocemos y aclarar cuál es cual.

Problema 3:

Cupido tiene que flechar a Romeo y a Julieta, para enamorarlos. Estos se encuentran en una montaña y el querubín está en una nube a 2km sobre el suelo, como lo muestra el dibujo.



a) En el primer intento, logra flechar a Romeo. Sabiendo que la trayectoria de la "**Flecha1**" alcanza su máximo en el punto que muestra el gráfico (4,5; 10), trazar la trayectoria aproximada de la misma.

b) En el segundo intento, se puede ver en el gráfico que la "**Flecha2**" alcanza su máximo en el punto (8,5; 8). Cupido falla en esta ocasión y no logra flechar a Julieta. Explicar porqué y esbozar la trayectoria aproximada de la "Flecha2."

c) Teniendo en cuenta los datos que proporciona el gráfico y que la "**Flecha3**" alcanza su máximo en el punto (5; 8,25), encontrar la función que representa la trayectoria de la "Flecha3", dibujarla en el gráfico y responder: ¿Cupido logra flechar a Julieta? (Justificar analíticamente).