



FACULTAD
DE CIENCIAS
ECONÓMICAS



Universidad
Nacional
de Córdoba

REPOSITORIO DIGITAL UNIVERSITARIO (RDU-UNC)

Comparación de métodos de agregación y ponderación en la construcción de un indicador del desarrollo humano de países latinoamericanos

Mariana Funes, Josefina Racagni, Hernán Pablo Guevel

Capítulo del Libro Aplicación de multi-metodologías para la gestión y evaluación de sistemas sociales y tecnológicos, 1º ed. publicado en 2014 - ISBN 978-987-1436-90-3



Esta obra está bajo una [Licencia Creative Commons Atribución – No Comercial – Sin Obra Derivada 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/)

COMPARACIÓN DE MÉTODOS DE AGREGACIÓN Y PONDERACIÓN EN LA CONSTRUCCIÓN DE UN INDICADOR DEL DESARROLLO HUMANO DE PAÍSES LATINOAMERICANOS

MARIANA FUNES
JOSEFINA RACAGNI
HERNAN GUEVEL

Palabras clave: Índice de Desarrollo Humano (IDH), Métodos de Agregación, Métodos de Ponderación, Pérdida de Información.

1. INTRODUCCIÓN

A lo largo de las últimas décadas, ha crecido en la comunidad científica la preocupación por avanzar en la mejora de los procedimientos para la construcción de Indicadores Compuestos (ICs), también llamados Complejos o Sintéticos, quizá en virtud de su amplia difusión como herramienta para la toma de decisiones, evaluación de políticas y comunicación de información, tanto en el sector público, como en el privado.

Estos instrumentos son el resultado de un proceso de agregación de sub-indicadores representativos de los atributos que caracterizan el aspecto que se desea estudiar y tienen la capacidad de resumir en una única medida el desempeño de un conjunto de unidades de características homogéneas, facilitando de este modo el estudio de fenómenos de naturaleza multidimensional.

La construcción de un Indicador Compuesto supone la adopción, por parte del analista, de una serie de decisiones de carácter subjetivo, que influirán en mayor o menor medida sobre los resultados y la utilidad del IC obtenido.

Una de estas decisiones está referida al método que se utilice para agregar en una medida singular los distintos subindicadores que se han seleccionado como ejes de análisis. La Teoría de la Decisión Multicriterio ha aportado una gran variedad de métodos que responden a las características de los datos, al número de alternativas bajo análisis, a la

forma en la que se extrae u obtiene la información sobre las preferencias del evaluador, al número de evaluadores involucrados, etc.

Otro aspecto que, en general, debe tenerse en cuenta previo al proceso de agregación, es el de fijar las ponderaciones que se asignarán a las variables o sub-indicadores con la finalidad de considerar las diferencias en la importancia relativa para cada uno de ellos. Aunque se discute si el rol de los pesos en algunos métodos de agregación es el de reflejar importancias relativas (Munda and Nardo, 2005), en el presente trabajo no abordaremos esta cuestión.

Como los sub-indicadores a utilizar frecuentemente están medidos en diferentes unidades y/o escalas, resulta necesario (o al menos conveniente) en muchos casos, efectuar previamente un proceso de normalización, con lo que los sub-indicadores normalizados pasan a ser valores relativos (sin unidad de medida), generalmente incluidos en el intervalo [0, 1]. Con respecto a los diferentes métodos, se puede consultar, por ejemplo, Barba-Romero y Pomerol (1997) y Nardo et. al (2005), mientras que la OCDE ha publicado en el año 2008 su "Handbook on Constructing Composite Indicators", que ofrece un relevamiento metodológico, de todo el proceso de construcción de este tipo de Índices. Tanto en esta publicación, como en numerosos artículos, podemos observar que la Teoría de Apoyo a la Decisión Multicriterio (MCDA) provee herramientas sumamente útiles a estos fines.

En virtud de las diferentes alternativas de construcción de Indicadores Compuestos, surge la necesidad de establecer un procedimiento que permita compararlos de manera de determinar si alguno de ellos resulta más apropiado en virtud de la temática a tratar y los datos considerados. Al respecto, algunos autores han sugerido criterios a tener en cuenta al momento de seleccionar un método apropiado, tales como, el análisis de los fundamentos teóricos, la comprensibilidad, la facilidad de uso y la validez. Por su parte, Zhou et al. (2006) introdujeron un novedoso criterio asociado al concepto de "pérdida de información" y desarrollaron una medida objetiva que permite cuantificar la pérdida de información que se produce al pasar de los datos contenidos en los subindicadores Individuales, al IC construido, a la que denominaron "Medida de Shannon – Spearman" (SSM).

Un ejemplo de indicador compuesto, que ha atraído la atención de amplios sectores de la comunidad científica, lo constituye el Índice de Desarrollo Humano (IDH), elaborado y publicado anualmente por el PNUD desde el año 1990, desarrollado con la intención de reflejar la naturaleza multidimensional del desarrollo humano, a partir de reconocer que los indicadores económicos puros no resultan adecuados para

reflejar apropiadamente este tipo de fenómeno⁹. Este Índice se calcula como el promedio ponderado de tres atributos socioeconómicos:

1. Longevidad: reflejada por la Esperanza de Vida al nacer.
2. Estándar de vida: basado en el Producto Bruto Interno per capita medido en Dólares de Paridad de Poder Adquisitivo.
3. Logros educativos: calculado como un promedio ponderado de otros dos indicadores: i) tasa de alfabetización de adultos; ii) tasa bruta combinada de matriculación primaria, secundaria y terciaria.

El PNUD ha optado por asignar el mismo peso a los indicadores relacionados con cada atributo, y para elaborar el indicador representativo del atributo de Logros Educativos ha optado por asignar una ponderación de 2/3 a la tasa de alfabetización de adultos y 1/3 a la tasa bruta de matriculación.

Frente a las numerosas críticas que ha recibido este criterio de asignación de ponderaciones, por la fuerte carga de subjetividad que se le atribuye, se han propuesto otras metodologías para la asignación de los pesos, al tiempo que se han sugerido, también, la utilización de otros métodos de agregación de los subindicadores.

Tomando en cuenta las críticas mencionadas en el párrafo anterior, en el presente trabajo empleamos distintos métodos de agregación y ponderación para construir índices alternativos al IDH y comparamos los mismos utilizando la medida de Shannon-Spearman propuesta por los autores citados, con algunas modificaciones que discutiremos en la sección 4.

Dado que se desconocen las propiedades estadísticas de esta medida de pérdida de información, estimaremos intervalos de confianza para la misma, en base al estudio de muestras artificiales generadas mediante la técnica bootstrap.

Se hace constar que el texto base de este capítulo ha sido presentado en carácter de full paper en el congreso de la Escuela de Perfeccionamiento de Investigación Operativa (EPIO), realizado durante el año 2013 en la Córdoba. En esa oportunidad fue sometido a referato y aceptado por la comisión científica del evento.

La organización del trabajo se detalla a continuación. En la sección 2 se presenta la notación empleada. En la sección 3 se describe la metodología utilizada por el IDH y las metodologías alternativas de agregación y ponderación propuestas. En la sección 4 se desarrolla el concepto de medida de Shannon - Spearman y las modificaciones con

⁹ Los enfoques clásicos de medición del desarrollo analizaban este aspecto a través de la observación del Producto Bruto Nacional o algún indicador similar como única medida.

las que hemos trabajado. En las secciones 5 y 6 se presentan, respectivamente, los resultados y las conclusiones.

2. NOTACIÓN

Antes de avanzar en el desarrollo del tema consideramos oportuno establecer la terminología y notación utilizada.

Sea \mathbf{S} el conjunto de países a estudiar. Simbolizaremos con a_i ($i = 1, 2, \dots, m$) a los elementos de este conjunto. Consideraremos que el desempeño de cada país depende de un conjunto \mathbf{J} de n atributos, cada uno de los cuales está representado por un subindicador, o índice parcial o variable, a los que representaremos por I_j , de tal manera que a_{ij} representará el desempeño del país i respecto del subindicador j , para $i: 1, 2, \dots, m$ y $j: 1, 2, \dots, n$.

El conjunto de datos será representado por la matriz $\mathbf{A} = [a_{ij}]$. Cada vector fila de la matriz representará un país $a_i = [a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in}]$ y cada vector columna, un subindicador $I_j = [a_{1j}, a_{2j}, \dots, a_{mj}]$.

Se determinarán k Indicadores Compuestos IC_i^k , combinando diferentes métodos de agregación y de cálculo de ponderaciones. Estos Indicadores medirán el desempeño de cada unidad a_i , como una función de los correspondientes subindicadores. Es decir, $IC_i^k = f_j(a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in}); \forall k$.

El proceso de agregación de los subindicadores requiere la normalización de las evaluaciones, denotando con x_{ij} los valores normalizados de las evaluaciones del país a_i respecto del subindicador I_j y la matriz $\mathbf{X} = [x_{ij}]$ será la matriz de los valores normalizados.

Dado que construiremos distintos IC en base a diferentes combinaciones de métodos de ponderación y agregación, tendremos una matriz $\mathbf{IC} = [IC_i^k]$ que contendrá a los diferentes Índices calculados para cada a_i .

Finalmente, simbolizaremos con w_j a los pesos empleados para agregar los indicadores.

3. METODOLOGÍA DE CÁLCULO DE LOS INDICADORES COMPUESTOS

3.1. Índice de Desarrollo Humano

El método de agregación empleado en el cálculo del IDH es el de Suma Ponderada, de manera que el Indicador compuesto se obtiene por aplicación de la fórmula:

$$IC_i = \sum_{j=1}^n w_j x_{ij} \quad (1)$$

Como se mencionara, el PNUD asigna el mismo peso a los indicadores relacionados con cada atributo, y en el atributo de Logros Educativos pondera con 2/3 a la tasa de alfabetización de adultos y 1/3 a la tasa bruta de matriculación.

Previo a la agregación, los indicadores se normalizan aplicando la fórmula:

$$x_{ij} = \frac{a_{ij} - a_{ij}^-}{a_{ij}^+ - a_{ij}^-} \quad (2)$$

donde a_{ij}^- y a_{ij}^+ representan el menor y el mayor valor, respectivamente, del intervalo de variación del Indicador I_j correspondiente. Para la determinación de estos valores se pueden seguir dos caminos:

a) Seleccionar el menor y el mayor valor observado para cada indicador entre los países a los cuales se desea calcular el Indicador Compuesto, es decir, a_{ij}^- y a_{ij}^+ serán los valores mínimo y máximo del vector $[a_{1j}, a_{2j}, \dots, a_{mj}]$ asociado a cada subindicador I_j , en cuyo caso los IC calculados deberían ser considerados “índices relativos” al conjunto de los países bajo análisis.

b) Elegir mínimos y máximos “teóricos” (fijados teniendo en cuenta lo que se podría considerar mínimos y máximos razonables para cada uno de ellos).

El PNUD aplica este último procedimiento, empleando i) para la Esperanza de vida al nacer en años: $a_{ij}^- = 25$ y $a_{ij}^+ = 85$; ii) para el Producto Bruto Interno per cápita en Dólares de Paridad de Poder Adquisitivo (PBIpcU\$DPPA): $a_{ij}^- = 100$ y $a_{ij}^+ = 40.000$; iii) para las tasas de alfabetización y de matriculación (justamente por tratarse de tasas) los valores mínimo y máximo serían, respectivamente, 0 y 100 (si los expresamos en porcentaje) ó 0 y 1 (si lo expresamos como tanto por uno).

Cabe mencionar que el indicador PBIpcU\$DPPA, previo a la normalización, se somete a una transformación no lineal tomando su logaritmo¹⁰, con lo que se intenta introducir la propiedad generalmente

¹⁰ Aunque para reflejar esta característica es posible utilizar cualquier logaritmo del PBI con base mayor a uno, en el presente trabajo hemos optado por utilizar el logaritmo natural del indicador.

aceptada de que la utilidad del ingreso tiene rendimientos decrecientes. En años anteriores se utilizaron otras transformaciones con el mismo objetivo, como por ejemplo, la fórmula propuesta por Atkinson (1970).

3.2. Metodologías alternativas

3.2.1. Topsis

El método TOPSIS (Technique for Order by Similarity to Ideal Solution)¹¹, basándose en el axioma de elección de Zéleny, (Zeleny, 1982) que es posible enunciar como: “es racional elegir una alternativa lo más próxima a la ideal o lo más alejada de la anti-ideal”¹², construye un índice de similaridad a la alternativa ideal, combinando la proximidad a la alternativa ideal y la lejanía a la alternativa anti-ideal (según la métrica utilizada) que permite establecer una ordenación del conjunto de alternativas sujeto a evaluación, aplicando los siguientes pasos:

1. Determinada una matriz con las medidas del desempeño de cada alternativa “i” con respecto a cada indicador “j” ($\mathbf{A} = [a_{i,j}]$), normalizar las evaluaciones $a_{i,j}$ y obtener la matriz de los valores normalizados $x_{i,j}$:

$$\mathbf{X} = [x_{i,j}]$$

2. Determinar la ponderación asociada a cada subindicador, w_j (que puede considerarse como una medida de su importancia relativa).

3. Multiplicar la *j-ésima* columna de \mathbf{X} por la ponderación correspondiente (w_j), obteniendo la matriz \mathbf{V} :

$$\mathbf{V} = [w_j \cdot r_{i,j}] = [v_{i,j}]$$

Cada alternativa queda caracterizada por una fila de la matriz \mathbf{V} representada por el vector $\mathbf{v}_i = [v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{in}]$.

4. Definir los vectores asociados a las alternativas ideal (\mathbf{v}^+) y anti-ideal (\mathbf{v}^-):

$$\mathbf{v}^+ = [v_1^+, v_2^+, \dots, v_n^+] \quad \wedge \quad \mathbf{v}^- = [v_1^-, v_2^-, \dots, v_n^-]$$

donde v_j^+ y v_j^- son los valores menos y más deseados, respectivamente, del vector columna de la matriz \mathbf{V} asociado al subindicador j correspondiente.

¹¹ Ver Hwang, Ch-L.; Lai, Y-J; Liu, T-Y (1994)

¹² La traducción es nuestra.

5. Calcular las distancias de cada alternativa en evaluación a las alternativas Ideal y Anti-ideal:

$$D_i^+ = d(v_i, v^+) \wedge D_i^- = d(v_i, v^-)$$

6. Calcular el "ratio de similitud a la alternativa ideal" como:

$$IC_i = \frac{D_i^-}{D_i^+ + D_i^-} \quad (3)$$

Este indicador varía en el intervalo $[0,1]$, con $IC_i = 0$ para $a_i = a^-$ y $IC_i = 1$ para $a_i = a^+$.

7. Ordenar las alternativas en orden decreciente del Índice de Similitud a la alternativa ideal IC_i .

Existen diferentes versiones del método que dependen:

- del procedimiento que se utilice para normalizar los datos, de manera que la suma de los diferentes indicadores tenga sentido.
- del método que se emplee para obtener los pesos relativos de los indicadores que se agregan.
- de la función de distancia seleccionada¹³.

3.2.2. Critic

El método CRITIC (Diakoulaki, et al., 1995), basándose en la importancia de la correlación entre indicadores, sugiere que el peso del indicador j se determine como:

$$w_j = s_j \sum_{k=1}^n (1 - r_{jk}) \quad (4)$$

donde s_j es la desviación estándar de la columna j y r_{jk} es el coeficiente de correlación entre las columnas j y k de la matriz \mathbf{X} . Así, la importancia relativa del indicador es mayor cuando aporta información diferente a la de los otros indicadores y posee mayor varianza.

3.3. Índices Compuestos calculados

Con la intención de comparar los resultados obtenidos por el PNUD al calcular el Índice de Desarrollo Humano, con los determinados al utilizar los métodos de agregación y ponderación presentados en el apartado anterior, en la presente aplicación:

¹³ Existen diferentes métricas para el cálculo de distancias, entre las que podemos citar Ciudad, Euclidea y Tchebicheff, entre otras.

- Normalizamos los indicadores utilizando el mismo método de normalización empleado por el PNUD.
- Utilizamos dos conjuntos de ponderaciones para los subindicadores:
 - i) las ponderaciones del IDH
 - ii) las calculadas por aplicación del método CRITIC
- Emplearemos los métodos de agregación de Suma Ponderada y Topsis.
 - En Topsis, calculamos distancias euclídea y ciudad a las alternativas ideal y anti-ideal, determinadas considerando los valores teóricos establecidos por el PNUD para los subindicadores respectivos.

De esta manera establecimos seis alternativas de cálculo del Índice de Desarrollo Humano, que listamos en la Tabla 1.

Tabla 1: Indicadores Compuestos según Método de agregación y ponderación.

Indicador Comp.	Metodología de agregación	Ponderaciones
$IC^1(\text{IDH})$	Suma Ponderada	Propuestas por el PNUD
IC^2	Topsis con distancia Euclídea	Propuestas por el PNUD
IC^3	Topsis con distancia Ciudad	Propuestas por el PNUD
IC^4	Suma Ponderada	Resultantes de CRITIC
IC^5	Topsis con distancia Euclídea	Resultantes de CRITIC
IC^6	Topsis con distancia Ciudad	Resultantes de CRITIC

4. MEDIDA DE LA PÉRDIDA DE INFORMACIÓN

El proceso de construcción de un Indicador Compuesto parte de una matriz de datos **A** (que contiene las evaluaciones de cada alternativa respecto de cada subindicador) para obtener, a través de un método de agregación, el IC correspondiente.

Con el propósito de establecer un mecanismo que permita comparar Indicadores Compuestos, Zhou et al. (2006), Zhou y Ang (2009) desarrollan lo que dan en llamar Medida de Shannon-Spearman (SSM), que busca determinar la discrepancia entre la información contenida en la matriz de datos **A** y en el vector del IC construido,

refiriéndose a esta discrepancia como la “pérdida de información” al construir el Indicador Compuesto.

Esta medida se calcula considerando y cuantificando tres fuentes principales de información:

- El primer tipo de información proviene de la divergencia de las distintas alternativas con respecto a los n subindicadores y al IC derivado, que puede medirse mediante la entropía de Shannon (Zeleny, 1982). Si todas las alternativas tienen los mismos valores con respecto a algún subindicador, éste no proveerá información importante en la construcción del IC y, si todas las alternativas tienen los mismos valores con respecto al IC construido, este IC no permitirá discriminar las mismas.

- La segunda fuente de información resulta del conflicto entre el orden de las alternativas a_i con respecto a cada uno de los subindicadores y el orden de las mismas en el IC derivado. Para cuantificar este conflicto, los autores sugieren establecer un ordenamiento de referencia $r_0 = (a_m, a_{m-1}, \dots, a_1)^T$ (Diakoulaki et al. 1995) y calcular el coeficiente de correlación de rango de Spearman entre este ordenamiento de referencia y los ordenamientos de cada subindicador (r_{sj}) y entre r_0 y el ordenamiento del IC construido (r_s).

- La tercera fuente de información surge de los pesos asignados a los subindicadores previo a la agregación, que indican pueden ser tratados como “exógenos” y reflejar las preferencias de los sujetos decisores.

Combinando estos tres tipos de información, determinan SSM de la siguiente manera:

$$d_{SSM} = \left| \sum_{j=1}^n w_j (1 - e_j) r_{sj} - (1 - e) r_s \right| \quad (5)$$

donde e_j es la entropía del subindicador I_j y e , la entropía de IC.

Reemplazando e_j y e por sus iguales, podríamos reescribir (1) como:

$$d_{SSM} = \left| \sum_{j=1}^n w_j \left(1 + \frac{1}{\ln m} \sum_{i=1}^m p_{ij} \ln p_{ij} \right) r_{sj} - \left(1 + \frac{1}{\ln m} \sum_{i=1}^m p_i \ln p_i \right) r_s \right| \quad (6)$$

donde:

$$\rho_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sum_{i=1}^m x_{ij}} \quad (i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n) \quad (7)$$

$$y \quad \rho_i = \frac{IC_i}{\sum_{i=1}^m IC_i} \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (8)$$

En esencia, d_{SSM} es la diferencia de información en **A** y la información en **IC**. Intuitivamente, si un método MCDA siempre obtuviera un valor menor de d_{SSM} , es decir, presentara menor pérdida de información, podríamos referirnos al mismo como un mejor método de agregación, en lo que concierne a la pérdida de información.

Respecto de esta medida:

- Si todas las alternativas a_i tienen los mismos valores respecto al subindicador I_j , $e_j = 1$ y el subindicador I_j no proveerá información para comparar las alternativas. Por tal motivo, un subindicador proveerá información significativa para el cálculo del IC cuanto menor sea e_j o mayor sea $1 - e_j$, toda vez que $1 - e_j$ es el complemento de e_j dado que $0 \leq e_j \leq 1$. Es decir, $1 - e_j$ es la medida de la divergencia, y mayor divergencia es una cualidad deseable del subindicador. Un análisis similar es válido para e , la entropía de IC.

- Los coeficientes de correlación de Spearman r_{sj} y r_s se emplean para medir el conflicto entre los ordenamientos del indicador de referencia y los de los subindicadores I_j y del IC, respectivamente. A mayor correlación menor conflicto, y menor conflicto es una cualidad deseable del IC correspondiente.

Un aspecto que consideramos importante destacar es que, en la construcción de d_{SSM} , los autores sugieren establecer un orden de referencia r_0 , sin especificar las características que debiera reunir el mismo.

Nuestro propósito es comparar los Indicadores Compuestos obtenidos por aplicación de diferentes métodos de ponderación y agregación y consideramos no estar en condiciones de estipular cuál de ellos, u otro, podría emplearse como referente, en virtud de que tal ordenamiento debería elegirse en base a un criterio cuidadosamente seleccionado que permitiera identificarlo como “bueno” o “preferible” desde algún punto de vista.

Por tal motivo, proponemos realizar una modificación a la medida desarrollada por los autores, que consiste en considerar como

ordenamiento de referencia, en cada caso, al Indicador Compuesto construido. Como $r_0 = IC$, r_{sj} será el coeficiente de correlación de rangos de Spearman entre cada subindicador y el IC construido considerado, y $r_s = 1$.

Incorporando esta modificación en (5) y (6), planteamos la medida de pérdida de información en la construcción del Indicador Compuesto según (9) y (10) como:

$$d = \left| \sum_{j=1}^n w_j (1 - e_j) r_{sj} - (1 - e) \right| \quad (9)$$

$$d = \left| \sum_{j=1}^n w_j \left(1 + \frac{1}{\ln m} \sum_{i=1}^m p_{ij} \ln p_{ij} \right) r_{sj} - \left(1 + \frac{1}{\ln m} \sum_{i=1}^m p_i \ln p_i \right) \right| \quad (10)$$

Consideramos que d también representa una medida de la pérdida de información entre la matriz de datos \mathbf{A} y el vector del indicador compuesto construido (sin compararlo con un referente) y podríamos decir que un mejor IC, en términos de pérdida de información, sería aquel para el cual d sea menor.

5. APLICACIÓN A LA MEDICIÓN DEL DESARROLLO HUMANO DE PAÍSES LATINOAMERICANOS

Para la presente aplicación, hemos seleccionado como sistema bajo análisis a los países de América Latina que constituyen Estados soberanos, por lo que se excluyen Dominica, la Guayana francesa y demás dependencias de este país, y de Estados Unidos.

Los datos de los subindicadores empleados correspondientes al Informe de Desarrollo Humano 2007-2008¹⁴ publicado por el PNUD y los Indicadores Compuestos construidos para los países del sistema bajo análisis se presentan en el Anexo.

Las medidas descriptivas (media, desviación estándar, coeficiente de variación y rango) y el valor de la entropía y la divergencia para los subindicadores empleados en la construcción de los ICs, y para la matriz **IC**, se presentan en las Tablas 2 y 3, respectivamente.

¹⁴ Los datos corresponden al año 2005. Para la TAA, se refieren al período 1995-2005.

Tabla 2: Medidas descriptivas, entropía y divergencia de los subindicadores

	PBI	TAA	TBM	EVN
Media	6889,55	87,48	76,89	72,39
Desv. estándar	3311,12	10,83	9,21	4,53
Coef. de Variación	0,4806	0,1238	0,1198	0,0626
Rango	12617	45,00	36,70	19,00
Entropía	0,9631	0,9974	0,9977	0,9994
Diverg.	0,0369	0,0026	0,0023	0,0006

Tabla 3: Medidas descriptivas, entropía y divergencia de los indicadores compuestos

	IC¹	IC²	IC³	IC⁴	IC⁵	IC⁶
Media	0,7717	0,7541	0,7717	0,7755	0,7610	0,7755
Desv. estándar	0,0808	0,0778	0,0808	0,0815	0,0781	0,0815
Coef. de Variación	0,1047	0,1032	0,1047	0,1051	0,1027	0,1051
Rango	0,3396	0,3263	0,3396	0,3557	0,3488	0,3557
Entropía	0,9982	0,9982	0,9982	0,9981	0,9982	0,9981
Diverg.	0,0018	0,0018	0,0018	0,0019	0,0018	0,0019

Analizando los valores del coeficiente de variación (C.V.), el subindicador del Producto Bruto Interno (PBI) registra un alto valor, considerablemente mayor que el de los demás subindicadores. La Esperanza de Vida al Nacer (EVN), en contraposición, registra el menor valor. Esta característica, se ve reflejada en los valores de la Divergencia de los subindicadores, ya que el valor 0,0369 para el PBI es significativamente mayor que 0,0006, registrado para la EVN. Estos valores indican que el PBI es el subindicador que más información aporta para la construcción de los ICs.

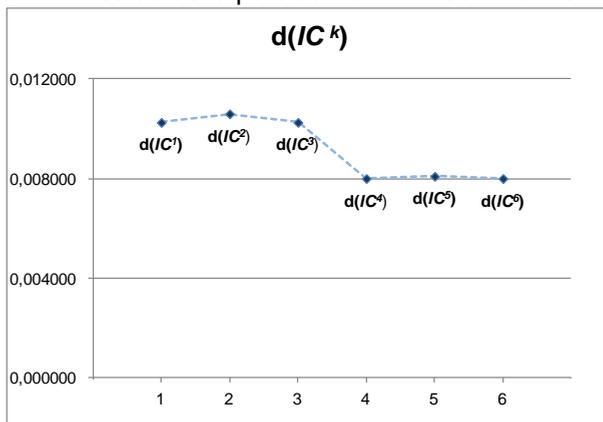
Por otra parte, los bajos valores de divergencia para los ICs sugieren que estos ICs, si bien permiten ordenar los países del conjunto considerado, no evidencian una diferencia muy marcada en el poder de discriminación entre ellos. Esta circunstancia se puede observar, también, a través del rango de variación de sus valores.

Los resultados de calcular la medida de pérdida de información propuesta para los diferentes ICs calculados se presentan en la Tabla 4 y pueden observarse en la Figura 1.

Tabla 4: Medida de la pérdida de información entre A e IC

IC^k	IC^1	IC^2	IC^3	IC^4	IC^5	IC^6
$d(IC^k)$	0,010263	0,010608	0,010263	0,008008	0,008097	0,008008
Ranking	4	6	4	1	3	1

Figura 1: Medida de la pérdida de información entre A e IC



Según estos resultados, la menor pérdida de información se observa para los ICs construidos utilizando los pesos determinados con CRITIC, y de éstos, los que agregan los subindicadores empleando los métodos de Suma Ponderada y Topsis con distancia ciudad. Encontramos una relación similar para la pérdida de información entre los métodos de agregación que utilizan los ponderadores determinados por el PNUD.

Lo expresado en el párrafo anterior apoyaría las críticas que se hacen al empleo de los pesos utilizados en la construcción del IDH, enfatizando la naturaleza subjetiva y un tanto arbitraria de la selección de los mismos, desde que su utilización se ve reflejada en una mayor pérdida de información.

Analizando la diferencia relativa en los valores de d , encontramos que la misma no es significativa entre el mejor valor, $d(IC4)$ y $d(IC6)$, y el siguiente, $d(IC5)$, mientras que $d(IC1)$ y $d(IC3)$ lo superan en un 28,16%, y $d(IC2)$, el peor valor observado, en un 32,47%.

Como un valor individual no provee información acerca de la precisión y confiabilidad de $d(IC^k)$ y se desconocen las propiedades estadísticas de esta medida, Zou & Ang, (ibídem), sugieren determinar

intervalos de confianza para la misma. Con este propósito, empleamos la técnica no paramétrica bootstrap (Peña, 2001).

La técnica bootstrap o estimación de Monte Carlo, ampliamente utilizada, fue propuesta por Bradley Efron en 1979 y consiste en, dada una muestra con n observaciones, tratar a dicha muestra como si fuera toda la población extrayendo de la misma B muestras con reemplazo, calculando para cada una de ellas el valor de la medida que se desea estudiar, en nuestro caso, $d(IC_k)$.

Este enfoque proporciona una buena aproximación de la distribución de los estimadores, permitiendo describir algunas de sus propiedades muestrales, el cálculo de intervalos de confianza y la realización de tests de hipótesis.

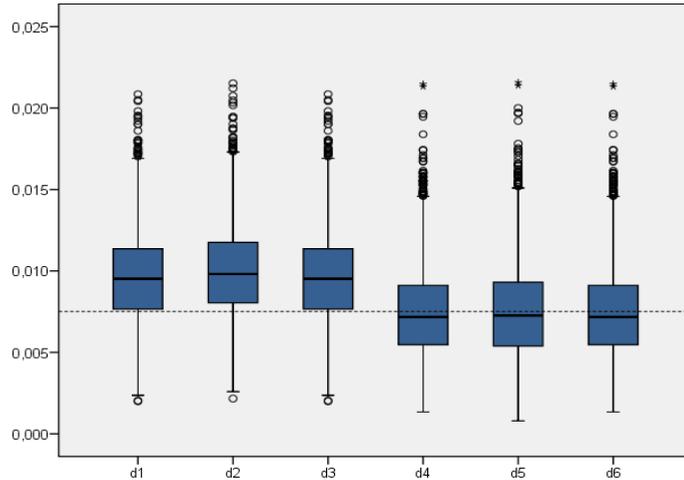
En general, Efron y Tibshiriani (1993) recomiendan fijar el número de muestras generadas en 50 para estimar el error estándar y en 1000 para estimar intervalos de confianza. En nuestro caso, decidimos generar 2000 muestras de 20 observaciones cada una a los fines de estimar tales intervalos para la medida de pérdida de información de los ICs construidos, dado el desconocimiento de las propiedades estadísticas de d , que mencionamos oportunamente.

La Tabla 5, resume las medidas descriptivas para las $d(IC^k)$ calculadas en base a las 2000 muestras y los intervalos de confianza para la media con un nivel de significación de 0,95. En la Figura 2, presentamos sus diagramas de caja y brazos. La línea punteada en esta figura representa el valor de la menor $d(IC_k)$ media.

Tabla 5: Medidas Descriptivas para $d(IC^k)$

	$d(IC^1)$	$d(IC^2)$	$d(IC^3)$	$d(IC^4)$	$d(IC^5)$	$d(IC^6)$
Media	0,00966	0,01000	0,00966	0,00751	0,00761	0,00751
Desv. Estándar	0,00287	0,00289	0,00287	0,00283	0,00301	0,00283
Coefficiente de variación	0,29706	0,28866	0,29706	0,37684	0,39490	0,37684
Rango	0,01886	0,01935	0,01886	0,02013	0,02078	0,02013
Límite inferior Intervalo de confianza al 95%	0,00954	0,00988	0,00954	0,00739	0,00748	0,00739
Límite superior Intervalo de confianza al 95%	0,00979	0,01013	0,00979	0,00764	0,00774	0,00764

Figura 2: Diagramas de Caja y Brazos para $d(IC^k)$



Del análisis de la Tabla 5 y la Figura 2 podemos concluir que no existen grandes diferencias en las amplitudes de los intervalos de confianza. No obstante, es posible observar la presencia de valores extremos para todas las $d(IC^k)$. Esta circunstancia podría atribuirse al hecho de existir un número de muestras para las cuales se repite varias veces un grupo de países con bajo desempeño en la mayoría de los subindicadores, generando valores muy grandes para $d(IC^k)$. Por tal motivo, consideramos oportuno ampliar el análisis, determinando nuevas muestras con un número menor de observaciones (de 10 y 15 países, por ejemplo) y comparar los resultados obtenidos con los aquí presentados.

6. CONCLUSIONES

En los últimos años, los Métodos de Apoyo a la Decisión Multicriterio se han utilizado ampliamente en la construcción de Indicadores Compuestos. Un problema que enfrentamos quienes hacemos uso de los mismos es el de determinar qué método de agregación, ponderación o normalización (de corresponder) resulta más apropiado frente al problema que se evalúa.

En este sentido, la medida de Shannon – Spearman propuesta por Zhou et al. (2006) resulta una alternativa de comparación objetiva de los diferentes ICs construidos en términos de la pérdida de información que

se produce de la matriz de datos de los subindicadores considerados a la contenida en el Indicador Compuesto correspondiente. Consideramos que las modificaciones que se proponen en el cálculo de la misma aportan una opción igualmente útil.

La aplicación de la misma a la comparación de índices alternativos al IDH construidos a partir de diferentes métodos de agregación y ponderación permitió identificar la existencia de menor pérdida de información en la utilización de ponderaciones obtenidas objetivamente a partir del uso del método CRITIC.

Si bien estamos satisfechos con los avances realizados, consideramos oportuno ampliar nuestra investigación aplicando la medida de pérdida de información propuesta frente a variaciones en los métodos de normalización, utilizando otros métodos de agregación y conformando nuevas muestras en oportunidad de analizar la sensibilidad de la misma.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Atkinson, B (1970): *On The Measurement of Inequality*, Journal of Economic Theory, Vol. 2, pp 244-263.
- Barba-Romero, S. Pomerol J-C, (1997): Decisiones Multicriterio: Fundamentos Teóricos y Utilización Práctica *Universidad de Alcalá, España*.
- Diakoulaki, D., Mavrotas, G. y Papayannakis, L. (1995): *Determining Objective Weights in Multiple Criteria Problems: The CRITIC Method*, *Computers Operations Research*, 22, N° 7, 763-770.
- Efron, B.; Tibshirani, R. (1993): An introduction to the Bootstrap, *Chapman & Hall, Gran Bretaña*.
- Munda, G.; Nardo, M. (2005): Constructing Consistent Composite Indicators: The Issue of Weights. *European Commission, Directorate-General Joint Research Centre, Institute for the Protection and Security of the Citizen*.
- Nardo, M.; Saisana, M.; Saltelli, A.; Tarantola, S.; Hoffman, A.; Giovannini, E. (2008): Handbook on constructig composite indicators: methodology and user guide. *OECD Statistics Working Paper – STD/DOC*.
- Peña, D., (2001) Fundamentos de Estadística *Alianza Editorial, España*.
- PNUD (Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo): *Informe sobre desarrollo humano 2007-2008*.
http://hdr.undp.org/en/media/HDR_20072008_SP_Complete.pdf.
- Disponible en web: 01-12-2012

- Zhou, P.; Ang, B. W.; Poh, K. L.; (2006): *Comparing Aggregating Methods for Constructing the Composite Environmental Index: An Objective Measure*, Ecological Economics 59, pp 305-311.
- Zhou, P.; Ang, B. W.; (2009): *Comparing MCDA Aggregation Methods in Constructing Composite Indicators Using the Shannon-Spearman Measure*, Soc Indic Res (2009) 94, pp 83-96.
- Zeleny, M. (1982): *Multiple Criteria Decision Making*, McGraw-Hill Book Company, New York, USA.

ANEXO

Matriz de datos

Países	A			
	PBI	TAA	TBM	EVN
Argentina	14.280	97,20	89,70	74,80
Bolivia	2.819	86,70	86,00	64,70
Brasil	8.402	88,60	87,50	71,70
Chile	12.027	95,70	82,90	78,30
Colombia	7.304	92,80	75,10	72,30
Costa Rica	10.180	94,90	73,00	78,50
Cuba	6.000	99,80	87,60	77,70
Ecuador	4.341	91,00	75,00	74,70
El Salvador	5.255	80,60	70,40	71,30
Guatemala	4.568	69,10	67,30	69,70
Haití	1.663	54,80	53,00	59,50
Honduras	3.430	80,00	71,20	69,40
Méjico	10.751	91,60	75,60	75,60
Nicaragua	3.674	76,70	70,60	71,90
Panamá	7.605	91,90	79,50	75,10
Paraguay	4.642	3,50	69,10	71,30
Perú	6.039	87,90	85,80	70,70
República Dominicana	8.217	87,00	74,10	71,50
Uruguay	9.962	96,80	88,90	75,90
Venezuela	6.632	93,00	75,50	73,20

Matriz de Indicadores Compuestos

Países	IC					
	IC ¹	IC ²	IC ³	IC ⁴	IC ⁵	IC ⁶
Argentina	0,8684	0,8486	0,8684	0,8826	0,8723	0,8826
Bolivia	0,6945	0,6559	0,6945	0,7403	0,7226	0,7403
Brasil	0,8001	0,7812	0,8001	0,8217	0,8149	0,8217
Chile	0,8674	0,8530	0,8674	0,8629	0,8477	0,8629
Colombia	0,7912	0,7741	0,7912	0,7906	0,7752	0,7906
Costa Rica	0,8464	0,8341	0,8464	0,8249	0,7994	0,8249
Cuba	0,8397	0,7955	0,8397	0,8531	0,8181	0,8531
Ecuador	0,7714	0,7449	0,7714	0,7707	0,7483	0,7707
El Salvador	0,7350	0,7274	0,7350	0,7299	0,7210	0,7299
Guatemala	0,6893	0,6886	0,6893	0,6822	0,6772	0,6822
Haití	0,5287	0,5267	0,5287	0,5268	0,5235	0,5268
Honduras	0,7002	0,6845	0,7002	0,7053	0,6951	0,7053
Méjico	0,8289	0,8220	0,8289	0,8177	0,8037	0,8177
Nicaragua	0,7099	0,6985	0,7099	0,7073	0,6968	0,7073
Panamá	0,8119	0,7944	0,8119	0,8126	0,7982	0,8126
Paraguay	0,7553	0,7321	0,7553	0,7507	0,7278	0,7507
Perú	0,7727	0,7492	0,7727	0,7968	0,7865	0,7968
República Dominicana	0,7793	0,7713	0,7793	0,7767	0,7684	0,7767
Uruguay	0,8527	0,8276	0,8527	0,8667	0,8502	0,8667
Venezuela	0,7917	0,7724	0,7917	0,7909	0,7736	0,7909