

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, FÍSICAS Y NATURALES

Escuela de Ingeniería Mecánica Electricista



**DISEÑO PRELIMINAR DE UN BANCO DE ENSAYOS
DE FRENOS DINAMOMÉTRICO DE MOMENTO DE
INERCI A VARIABLE PARA USO AERONÁUTICO**

ZACCO, FERNANDO CARLOS

TRAPANI, MARTIN

Proyecto integrador de la carrera de Ingeniería Mecánica

DIRECTOR: IBARROLA, ESTEBAN

Ex-Profesor a Cargo de la Cátedra de Mecánica de los Fluidos

CO-DIRECTOR: VITULICH, JOSÉ

Jefe de Sección Análisis Estructural, Ingeniería de Vuelo y Ensayos - FAdeA S.A.

Agradecimientos:

Agradezco ante todo a mi familia por el apoyo incondicional y la confianza que siempre me brindaron a lo largo de mi carrera. A mis padres, fuentes de toda inspiración y a quienes les debo toda la gratitud por su sacrificio en pos de que pudiera alcanzar mis logros. A mis hermanos quienes siempre estuvieron a mi lado brindándome su apoyo incondicional, aun cuando la geografía insistía en decir lo contrario. A mis tíos, quienes me enseñaron mucho y por eso tienen mi más profunda admiración y respeto. Y sobre todo a mi hijo Benicio, el amor de mi vida y motor de todo lo que emprendo, por haberme prestado tantas horas de su tiempo para que yo pudiera llegar a la meta.

Quiero agradecer igualmente a mis amigos quienes han sido pilares fundamentales en mi vida, y de cuyo cariño y apoyo no podría prescindir. Y principalmente quiero dar las gracias a Martín quien ha recorrido junto a mí este camino desde el inicio y en quien siempre he podido confiar.

Agradezco también a la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, al cuerpo de profesores y a la Universidad Nacional de Córdoba en su conjunto por no tan solo haberme formado en mi disciplina, sino también por haber despertado en mí la curiosidad por las preguntas que aún no tienen respuesta.

Fernando Carlos Zacco

Agradecimientos:

Quiero agradecer a mis padres que además de apoyo me dieron siempre libertad por sobre todas las cosas. A mi hermana que con un apoyo fraternal siempre me acompañó.

Agradezco a Natalia por su comprensión y amor a lo largo de todos estos años, y con la certeza de que sin ella todo hubiera sido más difícil.

A mis amigos que además de su ayuda y apoyo, han hecho todo este tiempo mucho más alegre. Sin olvidar que a la mayoría de ellos me los ha regalado esta facultad.

A la gerencia de experimental que no sólo hizo posible este trabajo, sino que fue un lugar donde encontré gente maravillosa. Especialmente al Iba (como lo conocemos todos) que no sólo nos acompañó en este trabajo sino que me enseñó de que se trata esta profesión y quien será siempre un norte para mí.

A mi compañero con quien transitamos este camino prácticamente desde el comienzo.

Por último a esta universidad pública, autónoma, reformista y gratuita!

Martín Trapani

INDICE GENERAL

•	CAPÍTULO I: INTRODUCCIÓN, OBJETIVOS Y MARCO TEÓRICO	1	
	1.1	Introducción	2
	1.2	Objetivos propuestos en el Proyecto Integrador: general y específicos	2
	1.2.1	Objetivo general	2
	1.2.2	Objetivos específicos	3
	1.3	Aspectos generales	3
	1.4	Análisis de la situación actual	5
•	CAPÍTULO II: ANÁLISIS DE OPCIONES Y DISEÑO DE LA INSTALACIÓN	13	
	2.1	Planteo de opciones de ajuste del nivel de energía	14
	2.1.1	Alternativa I: Incorporación de discos paralelos	14
	2.1.2	Alternativa II: Incorporación de anillos externos	15
	2.1.3	Alternativa III: Arreglo de volantes escalonados desacoplables	17
	2.2	Diseño geométrico de los volantes de inercia	19
	2.3	Diseño del eje motriz	25
	2.3.1	Cálculo de solicitaciones estáticas	25
	2.3.2	Diseño estático del eje	34
	2.3.3	Verificación de efectos de origen dinámico	44
	2.3.4	Diseño del sistema de acoplamiento de los volantes	50
	2.3.5	Selección de rodamientos de los volantes desacoplables	55
	2.3.6	Verificación del eje a fatiga	57
	2.3.7	Selección de rodamientos de apoyo	60
	2.3.8	Verificación del eje mediante el método de elementos finitos	64

INDICE GENERAL

2.4	Diseño del carro porta rueda	68
2.4.1	Cálculo y selección del actuador hidráulico	70
2.4.2	Verificación estructural de las articulaciones en el carro base	76
2.4.3	Verificación estructural de los pórticos laterales del carro base	83
2.5	Selección de guías lineales para el sistema de posicionamiento del carro	96
2.6	Motorización de la instalación	102
2.5.1	Selección del motor	102
2.5.2	Selección del embrague de desacople eje-motor	107
2.5.3	Selección del acople elástico de conexión eje-motor	108
2.7	Diseño de la estructura de base	111
2.8	Ensamble general de la instalación	113
•	CONCLUSIÓN	114
•	BIBLIOGRAFÍA	117
•	ANEXOS	119

INDICE DE FIGURAS

<i>Fig. 1.1 – Esquema del banco de ensayo dinamométrico principal – FAdeA</i>	5
<i>Fig. 1.2 – Curva de energía cinética vs velocidad periférica del banco de ensayo dinamométrico principal – FAdeA</i>	6
<i>Fig. 1.3 – Esquema del volante de inercia variable del banco de ensayos secundario – FAdeA</i>	7
<i>Fig. 1.4 – Curvas de energía cinética vs velocidad periférica del banco secundario – FAdeA</i>	7
<i>Fig. 1.5 – Gráfico de dispersión de los parámetros de ensayo de aeronaves estudiadas</i>	9
<i>Fig. 1.6 – Superposición de curvas del banco de ensayos secundario de FAdeA y puntos de dispersión de aeronaves ensayadas en él</i>	10
<i>Fig. 1.7 – Superposición de la curva de energía del banco de ensayos principal de FAdeA y puntos de dispersión de aeronaves ensayadas en él</i>	12
<i>Fig. 2.1 – Esquema del arreglo de volantes de inercia escalonados desacoplables</i>	17
<i>Fig. 2.2 – Geometría racional de los volantes de inercia para optimizar la distribución de masas respecto del eje de rotación</i>	19
<i>Fig. 2.3 – Superposición de curvas de energía vs velocidad de las tres configuraciones de volantes activos con sus respectivas alternativas de radios</i>	22
<i>Fig. 2.4 – Esquema del arreglo escalonado de volantes de inercia.</i>	27
<i>Fig. 2.5 – Descomposición de fuerzas en el eje del conjunto de volantes.</i>	28
<i>Fig. 2.6 – Esquema de posiciones angulares relativas considerando una rueda de 375 mm de radio medio</i>	29
<i>Fig. 2.7 – Esquema general de escalonamientos del eje</i>	36
<i>Fig. 2.8 – Comparativo de flechas en vigas apoyadas en los extremos</i>	37
<i>Fig. 2.9 – Esquema de cálculo de deformaciones del eje</i>	40

INDICE DE FIGURAS

<i>Fig. 2.10 – Perfil de los escalonamientos, deflexiones transversales y rotaciones angulares de las secciones rectas del eje</i>	43
<i>Fig. 2.11 – Coeficientes de influencia</i>	44
<i>Fig.2.12 – Script de resolución de problemas de valores propios</i>	48
<i>Fig.2.13 – Esquema constructivo del conjunto rodante</i>	53
<i>Fig. 2.14 – Curvas de concentración de tensiones - Budynas–Nisbett - Shigley's Mechanical Engineering Design [3]</i>	58
<i>Fig. 2.15 – Modelo simétrico simplificado del eje, condiciones de vínculo y esquema de cargas para simulación mecánica mediante MEF.</i>	65
<i>Fig. 2.16 – Modelo mallado del semi-eje para simulación mecánica mediante MEF</i>	65
<i>Fig. 2.17– Desplazamientos resultantes de la simulación mecánica mediante MEF</i>	66
<i>Fig. 2.18 – Tensiones de Von Mises resultantes de la simulación mecánica mediante MEF</i>	67
<i>Fig. 2.19 – Esquema constructivo del conjunto carro porta rueda</i>	68
<i>Fig. 2.20 – Esquema geométrico de la estructura del carro base.</i>	69
<i>Fig.2.21 – Esquema geométrico de los brazos porta rueda.</i>	70
<i>Fig. 2.22 – Esquema de cargas en el conjunto brazo porta rueda.</i>	71
<i>Fig. 2.23 – Esquema de cargas para el cálculo de uniones soldadas en las articulaciones del brazo.</i>	76
<i>Fig. 2.24 – Esquema de cargas para el cálculo de uniones soldadas en la articulación de culata del cilindro hidráulico.</i>	78
<i>Fig.2.25 – Diagrama de cuerpo libre del semi-cajón de torsión.</i>	83
<i>Fig.2.26 – Composición vectorial de los esfuerzos extremos en los vértices de la unión soldada.</i>	85

INDICE DE FIGURAS

<i>Fig. 2.27 – Esquema de un sistema de control de velocidad de lazo cerrado para un motor de inducción trifásico</i>	103
<i>Fig. 2.28 – Esquema de un sistema rotacional de primer orden</i>	105
<i>Fig. 2.29 – Curvas de señales de entrada y de respuesta del sistema rotacional de primer orden</i>	105
<i>Fig. 2.30 – Esquema constructivo del conjunto estructura de base</i>	112
<i>Fig. 2.31 – Vista isométrica del ensamble general del banco de ensayos.</i>	113
<i>Fig. 2.32 – Vista lateral del ensamble general del banco de ensayos.</i>	114
<i>Fig. 2.33 – Vista superior del ensamble general del banco de ensayos.</i>	114

INDICE DE TABLAS

<i>Tabla 1.1 – Parámetros de ensayo de aeronaves de la Fuerza Aérea Argentina</i>	8
<i>Tabla 1.2 – Parámetros de configuración de ensayo – Beech T34 Mentor</i>	10
<i>Tabla 1.3 – Diferencias entre velocidades periféricas del banco secundario y velocidades de las aeronaves en sus respectivas condiciones de ensayo</i>	11
<i>Tabla 1.4 – Diferencias entre velocidades periféricas y velocidades de las aeronaves en sus respectivas condiciones de ensayo</i>	12
<i>Tabla 2.1 – Cuadro comparativo de energías cinéticas y velocidades periféricas de las distintas configuraciones de ensayo del banco de inercia variable.</i>	19
<i>Tabla 2.2 – Diseño del conjunto de volantes y cálculo de momentos de inercia.</i>	21
<i>Tabla 2.3 – Diferencias de velocidades periféricas respecto de cada velocidad objetivo para las condiciones de ensayo más próximas.</i>	23
<i>Tabla 2.4 – Cargas de contacto de un neumático de tren de aterrizaje durante las operaciones aterrizaje normal y despegue abortado</i>	27
<i>Tabla 2.5 – Esfuerzos sobre el eje del conjunto rodante bajo tres hipótesis de carga extrema</i>	33
<i>Tabla 2.6 – Factores de momentos para el cálculo de ejes sometidos a esfuerzos de flexo-torsión [4]</i>	34
<i>Tabla 2.7 – Diámetros mínimos de cálculo en las puntos de momentos flectores críticos</i>	36
<i>Tabla 2.8 – Desplazamientos y giros del eje en las posiciones de los volantes</i>	43
<i>Tabla 2.9 – Tiempos de estabilización de la velocidad de régimen para cada configuración de ensayo.</i>	107

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN, OBJETIVOS Y MARCO TEÓRICO

1.1 Introducción

El presente proyecto plantea el desafío de diseñar un banco de ensayos de frenos dinámométrico de uso aeronáutico que cubra las necesidades actuales en el Laboratorio del Área Experimental de la Fábrica Argentina de Aviones (FAdeA S.A.). En la actualidad dicho laboratorio posee dos instalaciones de este tipo, con las cuales se intenta cubrir todo el espectro de posibles casos de utilización, de acuerdo con las aeronaves de producción propia y de las Fuerzas Armadas, a quienes presta servicios de mantenimiento y actualización de sistemas. Tales bancos presentan como principal desventaja, y por ende un desafío a abordar, la limitación de su capacidad energética, dada por un diseño rígido que no permite ajustar los parámetros de ensayo a las condiciones reales de los sistemas de freno de las aeronaves que se pretenden simular. Ambos bancos poseen además, desactualizados sus sistemas de actuación y regulación, adquisición de datos y motorización, siendo esta característica otro punto a encarar en el presente diseño.

1.2 Objetivos propuestos en el Proyecto Integrador: general y específicos

1.2.1 Objetivo general:

De manera general el objetivo que se pretende lograr es:

“Diseñar una instalación que permita ejecutar ensayos de sistemas de frenos en condiciones simuladas, establecidas en la Norma MIL-W-5013K “Especificación general para conjuntos de rueda y freno de avión”, de un amplio espectro de aeronaves, mediante la incorporación de un volante con variación discreta de su momento de inercia para la regulación de su capacidad energética”

1.2.2 Objetivos específicos:

Para lograr el objetivo general se plantean de manera conjunta los siguientes objetivos particulares para obtener el resultado previsto:

- Analizar las variables de ensayo para dimensionar las capacidades que debe poseer la máquina a desarrollar.
- Concebir el principio de variación del momento de inercia, diseñar el sistema y calcular su performance.
- Reducir la diversidad de bancos de ensayos actuales en función de las características y prestaciones de las aeronaves ensayadas.
- Mitigar los efectos de contaminación ambiental y acústica de los motores de las maquinas actuales.
- Resolver el problema de desgaste prematuro de las piezas abrasivas de los mecanismos de embrague de las máquinas actuales.

1.3 Aspectos generales

En nuestro país, las validaciones de sistemas de freno de las aeronaves militares están basadas en la norma militar **MIL-W-5013K “Especificación general para conjuntos de rueda y freno de avión”[1]** la que establece los parámetros de ensayo a que deben someterse, a fin de simular las distintas situaciones de frenado durante operaciones de aterrizaje normal o condiciones extremas en operaciones de emergencia. Las simulaciones en cuestión son llevadas a cabo en instalaciones esencialmente compuestas de un volante de inercia, capaz de almacenar energía cinética de magnitud equivalente a la de la aeronave, cuya superficie periférica hace las veces de pista de rodadura sobre la que se asienta la rueda del conjunto a ensayar, con el objetivo de transferir al sistema la energía almacenada en el volante en rotación libre mediante el accionamiento del freno.

Para un sistema de freno dado, las condiciones necesarias para simular adecuadamente los efectos de una maniobra de frenado dependen de tres variables fundamentales que deben considerarse y regularse:

- 1) Energía cinética de la aeronave durante la maniobra de frenado.
- 2) Velocidad de rotación del rodado, correspondiente a la velocidad de inicio de la maniobra.
- 3) Carga normal sobre la rueda que depende de la masa del avión.

La energía cinética de un volante en rotación está dada por la siguiente expresión:

$$E_c = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (1)$$

Donde I es el momento de inercia del volante y ω su velocidad angular.

La velocidad periférica del volante está dada por:

$$v_p = R \omega \quad (2)$$

La (2) indica que para una geometría dada del volante (I y R constantes), la energía debe ajustarse mediante la variación de la velocidad de rotación del mismo.

La velocidad periférica, en términos del radio y la velocidad angular del volante es:

$$\omega = \frac{v_p}{R} \quad (3)$$

Elevando al cuadrado la (3) y reemplazando en la (1) la energía cinética resulta:

$$E_c = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} I \frac{v_p^2}{R^2} \quad (4)$$

Consecuentemente, la relación (4) indica que para un valor constante del momento de inercia del volante y de su radio, la velocidad periférica, mediante la regulación de la velocidad angular del volante, es la variable que determina finalmente la energía a transferir

al sistema bajo ensayo. Reproducir dicha velocidad y energía simultáneamente no siempre resulta posible en un banco dinamométrico, y en consecuencia, se debe elegir solo uno de los dos parámetros de ensayo para la simulación, en la práctica la energía, resultando la velocidad periférica considerablemente diferente a la velocidad real del avión durante la maniobra que se pretende simular.

1.4 Análisis de la situación actual

En el banco dinamométrico principal de FAdeA, se presenta la situación descrita en el punto anterior, debido a la inflexibilidad de su diseño. Esta característica obliga a utilizar la velocidad angular del volante (tal como establece la norma en el parágrafo 4.3.19.3) como única variable para ajustar la energía a transferir, aun cuando la velocidad periférica no se corresponda con la requerida para la correcta simulación. Por consiguiente los discos del freno están sometidos a una velocidad diferente a la que experimentarían en el caso real, y la funcionalidad integral del sistema de freno no es representada correcta y adecuadamente en el banco. El siguiente es un esquema de dicha instalación:

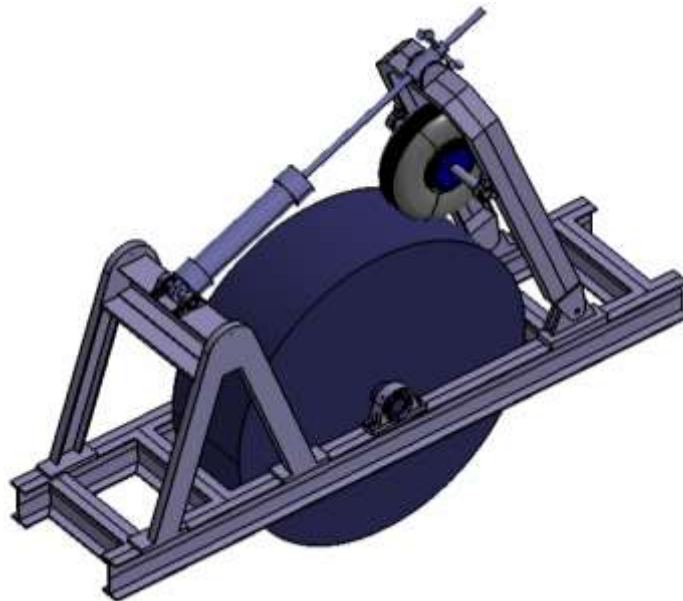


Fig. 1.1 – Esquema del banco de ensayo dinamométrico principal - FAdeA

De acuerdo con los datos relevados en el laboratorio de ensayos de FAdeA, el banco de ensayos principal tiene un diámetro de 2000 [mm] y un momento de inercia de 2692 [kg·m²] que suministra una única curva de energía vs velocidad periférica mostrada en la siguiente:

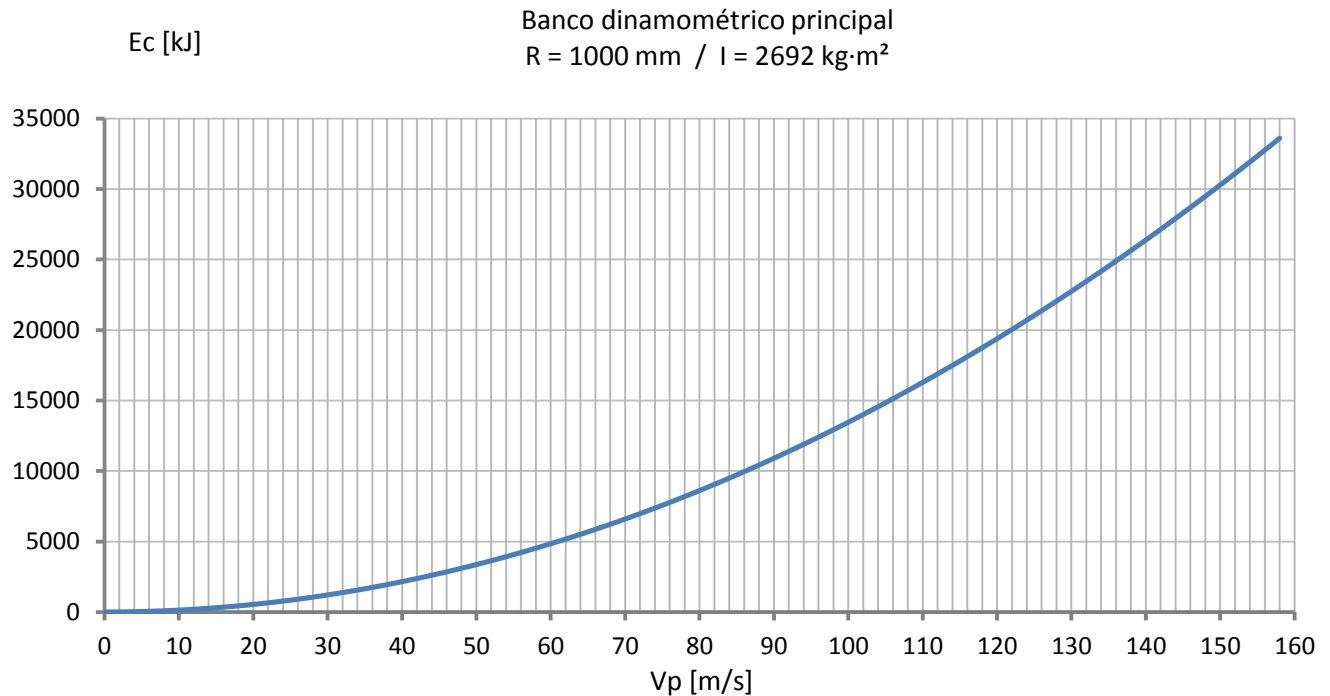


Fig. 1.2 – Curva de energía cinética vs velocidad periférica del banco de ensayo dinamométrico principal - FAdeA

Así mismo, el laboratorio de ensayos cuenta con un segundo banco de menor capacidad energética que posee la posibilidad de una variación discreta del momento de inercia de su volante. Dicha instalación consta de un volante base de 1200 mm de diámetro y 200 mm de ancho, que admite acoplarle discos paralelos de igual diámetro fijados mediante bulones. De ésta manera el momento de inercia de cada disco suplementario se suma a la del volante central. El banco cuenta con un conjunto de 3 discos acoplables de 20 mm de espesor y uno de 30 mm a ambos lados del volante que permite una mayor flexibilidad para

la regulación y ajuste tanto de la energía transferida como de la velocidad periférica según los requerimientos del ensayo.

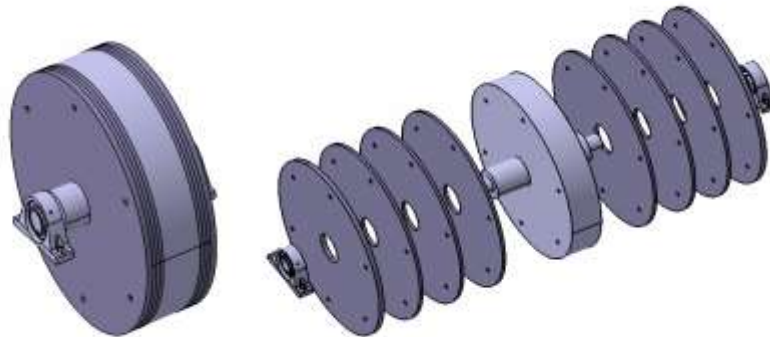


Fig. 1.3 – Esquema del volante de inercia variable del banco de ensayos secundario - FAdeA

El siguiente gráfico muestra las curvas de energía para las distintas configuraciones del banco:

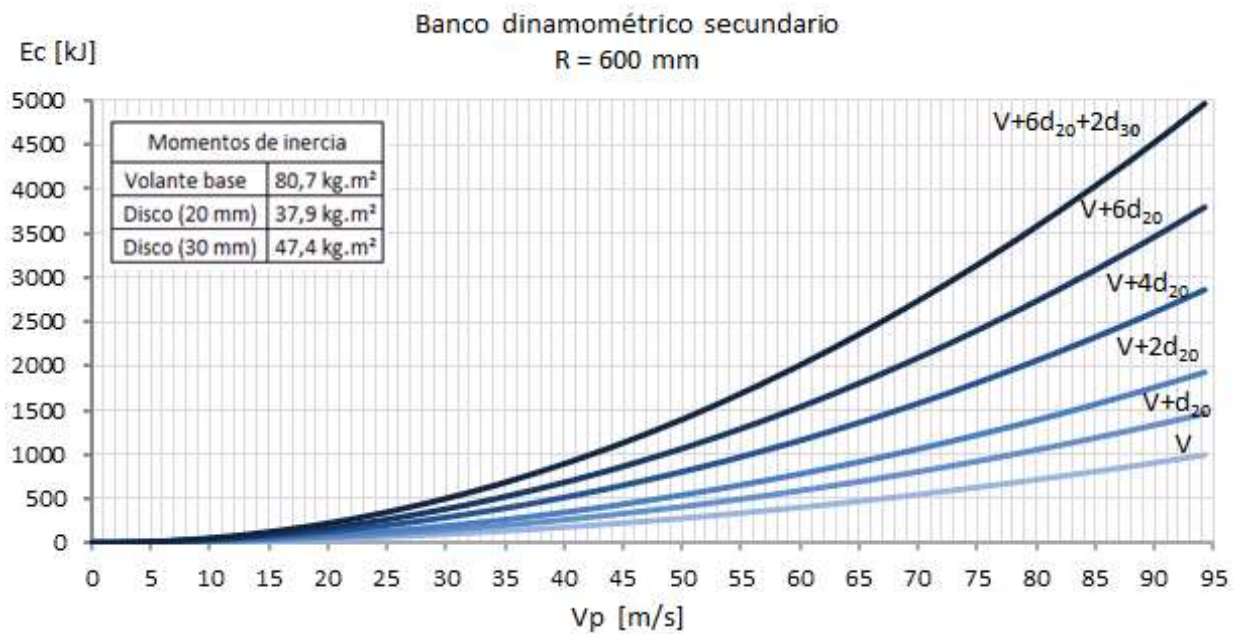


Fig. 1.4 – Curvas de energía cinética vs velocidad periférica del banco secundario - FAdeA

De acuerdo con datos relevados de informes de ensayo realizados por el laboratorio de FAdeA, en la siguiente tabla se encuentran condensados los parámetros de simulación de algunas aeronaves de la Fuerza Aérea Argentina cuyos sistemas de freno fueron sometidos a ensayo en dichas instalaciones:

Proyecto Integrador
Diseño preliminar de un banco de ensayo dinámico de frenos

AVIÓN	CONDICIÓN	E_c [kJ]	V_p [m/s]
T34-Mentor (Beach Aircraft)	Aterrizaje Normal	122	24,39
T34-Mentor (Beach Aircraft)	Despegue Abortado	318	36,14
MS 760 – Paris (Morane Saulnier)	Aterrizaje Normal	1042	32,48
MS 760 – Paris (Morane Saulnier)	Despegue Abortado	2292	34,98
A4-Sky Hawk (Mc Donnell Douglas)	Aterrizaje Normal	2865	28,32
A4-Sky Hawk (Mc Donnell Douglas)	Despegue Abortado	4257	35,54
IA63-Pampa (F.M.A.)	Aterrizaje Normal	2655	41,15
IA63-Pampa (F.M.A.)	Despegue Abortado	4045	44,39
BMk-62 Canberra (English Electric)	Aterrizaje Normal	13881	56,59
BMk-62 Canberra (English Electric)	Despegue Abortado	22554	65,85
MIII-Mirage (Dassault)	Aterrizaje Normal	17275	85,81
MIII-Mirage (Dassault)	Despegue Abortado	33661	102,17
F27-Friendship (Fokker)	Aterrizaje Normal	3478	39,57
F27-Friendship (Fokker)	Despegue Abortado	4619	43,53

Tabla 1.1 – Parámetros de ensayo de aeronaves de la Fuerza Aérea Argentina

El siguiente gráfico de dispersión permite ver que, la mayor parte de las aeronaves ensayadas se encuentran dentro de los límites admisibles tanto en la energía suministrada como en la velocidad periférica del banco secundario. No obstante, dos casos de aviones militares de mayor masa, como la familia del interceptor supersónico Dassault Mirage M-III y sus derivados (Mirage V e IAI Dagger / Finger), y los bombarderos BAC Canberra, quedan completamente fuera de las prestaciones de este banco, debiendo ser ensayados en el banco principal.

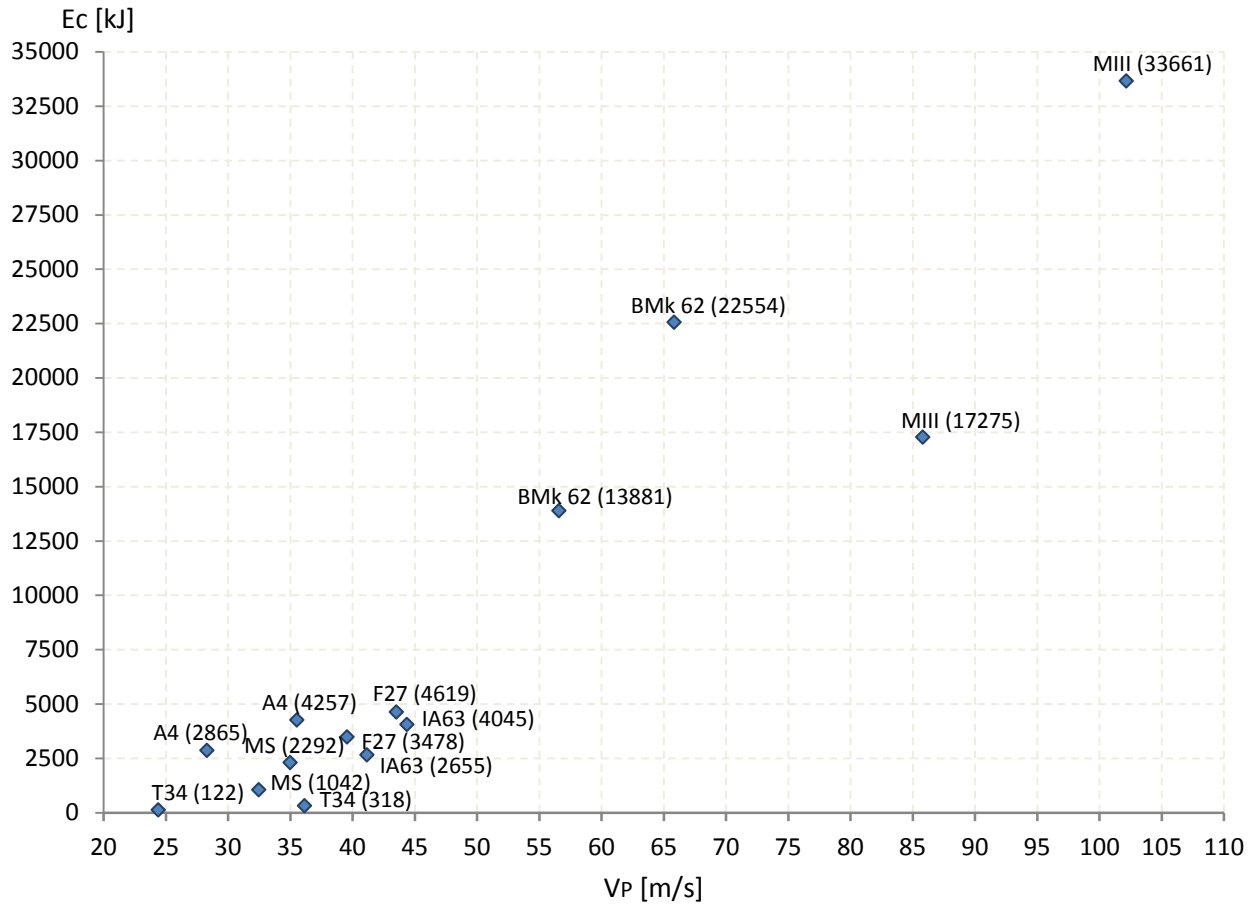


Fig. 1.5 – Gráfico de dispersión de los parámetros de ensayo de frenos de aeronaves ensayadas

No obstante la flexibilidad del banco secundario, para los aviones que se encuentran dentro de su rango de operación con relación a su capacidad energética, resulta imposible reproducir la velocidad periférica real de la maniobra simultáneamente. En el siguiente gráfico puede observarse que la mayor parte de ellos se ubican completamente fuera del abanico de curvas de energía. Por lo tanto el sistema de variación de momento de inercia del banco secundario resulta inadecuado para simulaciones de alta energía pudiendo reproducirse solamente niveles de energía extremadamente bajos con una velocidad periférica algo superior a la requerida. Este es el caso del entrenador básico Beechcraft T-34 Mentor cuyos parámetros de simulación de muestren en la tabla siguiente:

Proyecto Integrador
Diseño preliminar de un banco de ensayo dinamométrico de frenos

	V [m/s]	E_c [kJ]	Configuración	n [rpm]	Vp [m/s]	ΔV
Aterrizaje normal	24,4	122	V+d ₂₀	434	27,3	12%
Despegue abortado	36,1	318	V+2d ₂₀	610	38,3	6%

Tabla 1.2 – Parámetros de configuración de ensayo – Beech T34 Mentor

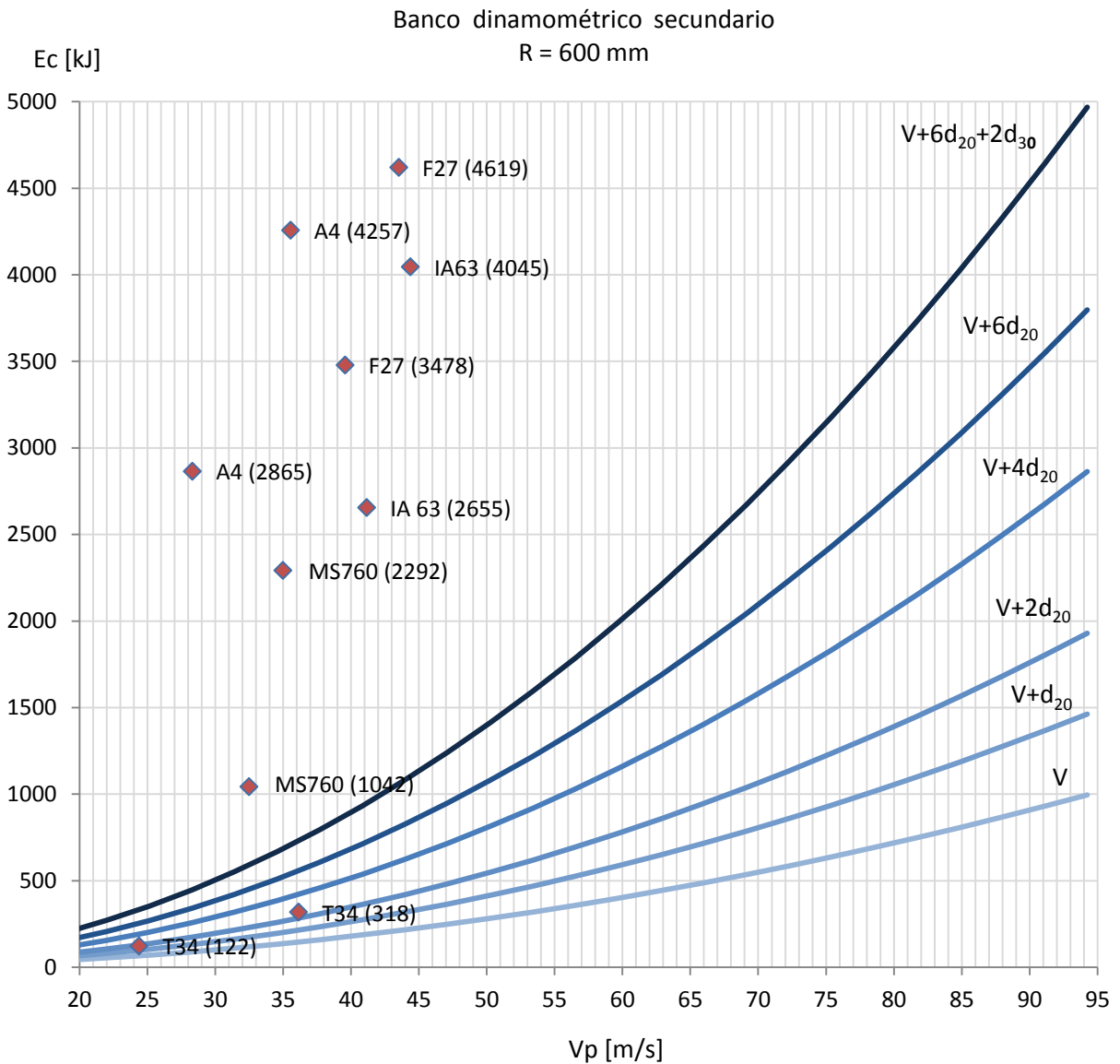


Fig. 1.6 – Superposición de curvas del banco de ensayos secundario de FAdeA y puntos de dispersión de aeronaves ensayadas en él

Para los demás aviones considerados el único parámetro de simulación posible de representar en este banco, es la energía a transferir mediante su configuración de momento de inercia máximo ($V+6d_{20}+2d_{30}$), aunque la transferencia se efectúa a velocidades periféricas muy superiores a la de maniobra.

Para el resto de los aviones analizados, la simulación de los parámetros de ensayo: energía a transferir y velocidad periférica de sus sistemas de freno, resultan imposibles de ser reproducidos simultáneamente en este banco dinamométrico según los lineamientos de la Norma **MIL-W-5013K**. En la siguiente tabla se pueden ver las diferencias relativas porcentuales de velocidad periférica del volante respecto a cada velocidad objetivo:

Aeronave	Condición	Ec [kJ]	V [m/s]	n [rpm]	Vp [m/s]	ΔV
MS 760 - Paris	Aterrizaje normal	1042	32,48	687	71,94	33%
MS 760 - Paris	Despegue abortado	2292	34,98	1019	106,71	83%
A4-Sky Hawk	Aterrizaje normal	2865	28,32	1139	71,57	153%
A4-Sky Hawk	Despegue abortado	4257	35,54	1389	87,27	146%
IA63-Pampa	Aterrizaje normal	2655	41,15	1098	68,99	68%
IA63-Pampa	Despegue abortado	4045	44,39	1354	85,07	92%
F27-Fokker	Aterrizaje normal	3478	39,57	1255	131,42	99%
F27-Fokker	Despegue abortado	4619	43,53	1447	151,53	109%

Tabla 1.3 – Diferencias entre velocidades periféricas del banco secundario y velocidades de las aeronaves en sus respectivas condiciones de ensayo.

El análisis análogo correspondiente a las aeronaves de mayores masas, muestra que sus sistemas de freno requieren ser ensayados en el banco principal, pudiendo verificarse la energía requerida, pero a velocidades periféricas muy superiores a la correspondiente a la maniobra real. Esto puede observarse en el gráfico y tabla siguientes:

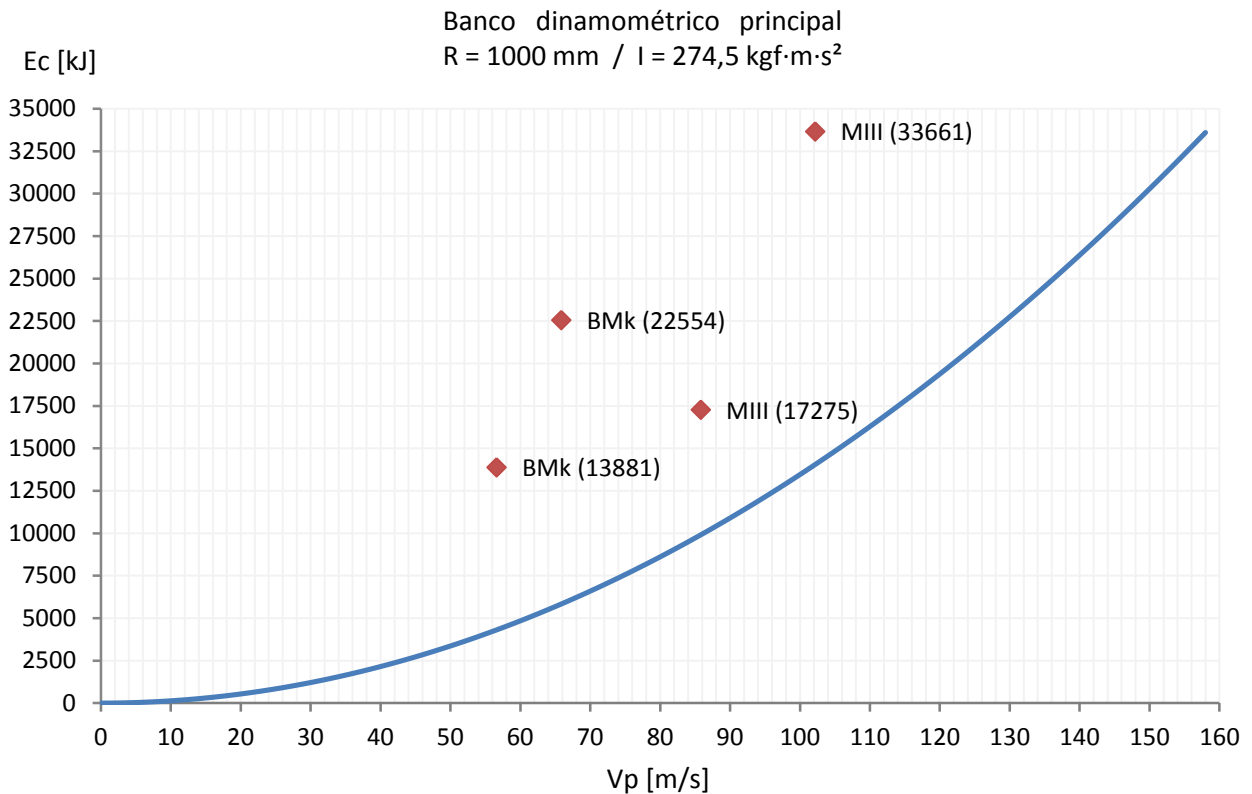


Fig. 1.7 – Superposición de la curva de energía del banco de ensayos principal de FAdeA y puntos de dispersión de aeronaves ensayadas en él.

Aeronave	Condición	Ec [kJ]	V [m/s]	n [rpm]	Vp [m/s]	ΔV
BMk 60 - Canberra	Aterrizaje normal	13881	56,59	970	101,58	79%
BMk 60 - Canberra	Despegue abortado	22554	65,85	1236	129,43	97%
Mirage MIII	Aterrizaje normal	17275	85,81	1082	113,31	32%
Mirage MIII	Despegue abortado	33661	102,17	1510	158,13	55%

Tabla 1.4 – Diferencias entre velocidades periféricas y velocidades de las aeronaves en sus respectivas condiciones de ensayo.

Las diferencias entre las velocidades periféricas del volante en este banco y las velocidades objetivos que se pretenden simular son considerablemente altas en los cuatro casos analizados.

CAPÍTULO II

ANÁLISIS DE OPCIONES Y DISEÑO DE LA INSTALACIÓN:

2.1 Planteo de opciones de ajuste del nivel de energía

Para resolver este problema se plantearon las siguientes posibles alternativas de diseño destinadas a determinar el principio de funcionamiento del sistema de variación del momento de inercia.

2.1.1 Alternativa I: INCORPORACIÓN DE DISCOS PARALELOS

La primera alternativa de solución a analizar consiste en adoptar el volante base original del banco secundario, al cual se le acoplarían un conjunto de discos paralelos, a efectos de incrementar la capacidad para almacenar energía cinética suficiente que permita cubrir la totalidad del espectro de aeronaves ensayadas. Esta solución presenta un gran inconveniente que es la relación de órdenes de magnitud entre el caso de mínima y el de máxima, correspondientes al aterrizaje normal del T34 y al despegue abortado del MII respectivamente:

$$\frac{E_{m\acute{a}x}}{E_{m\acute{i}n}} = \frac{33661}{122} = 275,91$$

De acuerdo con la ecuación (1), la energía cinética de rotación es directamente proporcional al momento de inercia lo que implica que ésta magnitud debe amplificarse en un factor de ≈ 276 . El momento de inercia de cada disco suplementario viene dado por la siguiente expresión:

$$I = \frac{1}{2} m_d (r_e^2 + r_i^2) \quad (3)$$

Donde m_d es la masa del disco, r_e y r_i sus respectivos radios exterior e interior. La masa de dicho disco responde a:

$$m_d = \rho \cdot \pi \cdot b_i (r_e^2 - r_i^2) \quad (4)$$

Donde ρ es la densidad del material y b_i el espesor de la pieza. Entonces reemplazando (3) en (4) resulta la siguiente expresión del momento de inercia:

$$I = \frac{1}{2} \rho \cdot \pi \cdot b_i (r_e^4 - r_i^4) \quad (5)$$

La ecuación (5) indica que la variación del momento de inercia con respecto a la única variable b_i es lineal y se consigue mediante el acople de sucesivos discos suplementarios. Tomando como base el volante del banco secundario ($I_b=80,7\text{kg}\cdot\text{m}^2$ y $R=600\text{mm}$) el paquete de discos suplementarios necesario para cumplir con el requerimiento de máxima deberá cumplir:

$$I = \frac{1}{2} \rho \cdot \pi \cdot b_i (r_e^4 - r_i^4) = 276 \cdot I_b$$
$$b_i = \frac{552 \cdot I_b}{\rho \cdot \pi \cdot (r_e^4 - r_i^4)} = \frac{552 \cdot (80,7 \text{ kg} \cdot \text{m}^2)}{(7850 \text{ kg/m}^3) \cdot \pi \cdot [(0,6 \text{ m})^4 - (0,1 \text{ m})^4]} = 13,9 \text{ m}$$

Por lo tanto resulta inviable ésta solución.

2.1.2 Alternativa II: INCORPORACION DE ANILLOS EXTERNOS

Como segunda hipótesis se considera la posibilidad de variar el diámetro del volante como método de ajuste del momento de inercia valiéndonos de la cuarta potencia a la que queda elevado el radio exterior según la expresión (5):

$$I = \frac{1}{2} \rho \cdot \pi \cdot b_i (r_e^4 - r_i^4)$$

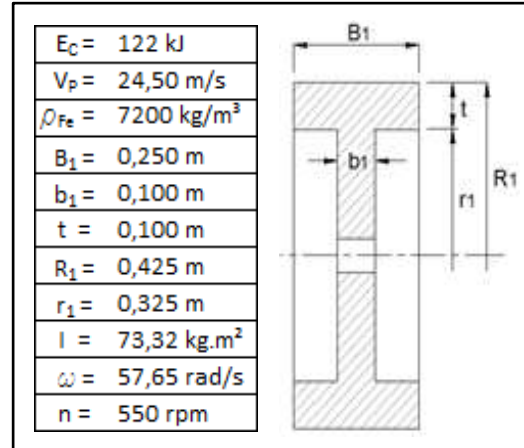
Tomando como base un volante de inercia capaz de almacenar energía suficiente para cubrir el caso de mínima, o sea $E_C=122\text{kJ}$ a $V_p=24,4 \text{ m/s}$, con una geometría de generatriz T en fundición de hierro nodular ($\rho_{Fe}= 7200 \text{ kg/m}^3$).

Proyecto Integrador
Diseño preliminar de un banco de ensayo dinamométrico de frenos

$$I_b = \frac{1}{2} \rho \cdot \pi \cdot [B_1 R_1^4 - (B_1 - b_1) r_1^4]$$

$$\omega = \frac{V_p}{R_1} \quad n = \frac{2 \cdot \pi \cdot \omega}{60}$$

$$E_C = \frac{1}{4} \rho \cdot \pi \cdot [B_1 R_1^4 - (B_1 - b_1) r_1^4] \left(\frac{V_p}{R_1} \right)^2$$

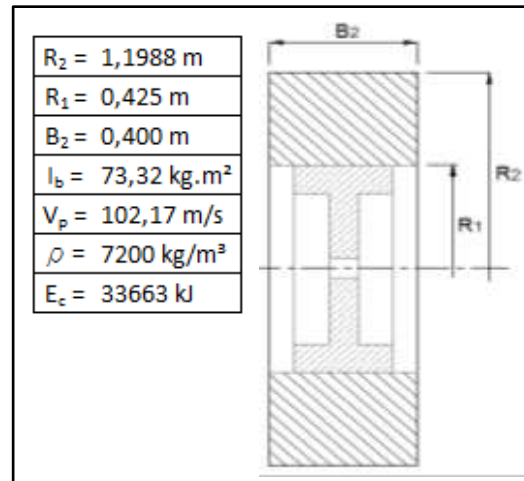


Para atender a la necesidad del caso de máxima ($E_C=33661\text{kJ}$ y $V_p=102,17\text{m/s}$) se consideró un anillo exterior de gran masa que amplifique el momento de inercia resultante:

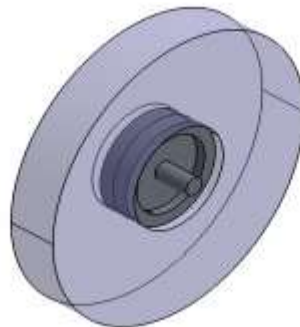
$$I = I_b + \frac{1}{2} \rho \cdot \pi \cdot B_2 (R_2^4 - R_1^4)$$

$$E_C = \frac{1}{2} [I_b + \frac{1}{2} \rho \cdot \pi \cdot B_2 (R_2^4 - R_1^4)] \left(\frac{V_p}{R_2} \right)^2$$

$$\text{Escala} = \frac{\text{Volumen Anillo Exterior}}{\text{Volumen Volante Base}} = 15,4$$



La alta relación de escala entre los volúmenes resultantes evidencian que ésta hipótesis resulta impracticable dadas las dimensiones que debe adoptar el anillo exterior, tal como puede verse en el siguiente esquema a escala:



2.1.3 Alternativa III: ARREGLO DE VOLANTES ESCALONADOS DESACOPLABLES

Como alternativa a las dos soluciones fallidas previas, se plantea como tercera alternativa de diseño la aplicación de un arreglo de volantes de diámetros escalonados montados sobre el mismo eje motriz pero no solidarios a éste, que puedan ser conectados o desconectados al eje permitiendo así ajustar el momento de inercia total del sistema.

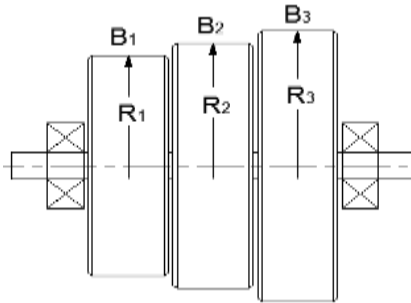


Fig. 2.1 – Esquema del arreglo de volantes de inercia escalonados desacoplables.

Las diferencias de diámetro de los elementos rotantes tienen dos ventajas muy importantes respecto de los casos anteriores. En primer lugar, tal sistema cuenta con tres velocidades periféricas para una misma velocidad angular del eje motriz dependiendo del número de volantes activos, (según el número de volantes mecánicamente acoplados al eje) y de sus respectivos diámetros. Esta característica habilita la posibilidad de seleccionar más de una velocidad periférica para un mismo nivel de energía cinética, permitiendo configurar el banco de ensayos a la condición que más se aproxime a la situación que se pretende simular. La segunda ventaja que ofrece esta arquitectura del sistema, es la de poder variar la energía cinética de forma más eficiente que la que se obtiene mediante la solución de la alternativa I.

Para demostrar la factibilidad de la solución propuesta, se considera un arreglo simplificado de tres volantes macizos de forma cilíndrica y de distintos diámetros como se

muestra en la figura anterior. Llamando a_i a las respectivas relaciones entre radios de cada par de volantes adyacentes, la relación entre radios resulta:

$$R_2 = a_1 \cdot R_1 \quad (6)$$

$$R_3 = a_2 \cdot R_2 = a_1 \cdot a_2 \cdot R_1 \quad (7)$$

Considerando que el volante de menor diámetro (volante base) está solidariamente vinculado al eje de transmisión y que los demás volantes pueden ser acoplados al mismo, el sistema admite tres configuraciones posibles, para las cuales las respectivas características dinámicas son:

- I. Volante base activo y los restantes desacoplados.

$$I_1 = \frac{1}{2} \rho \pi B_1 R_1^4 \quad (8)$$

$$E_{C1} = \frac{1}{2} I_1 \omega^2 = \frac{1}{4} \rho \pi B_1 R_1^4 \omega^2 \quad (9)$$

- II. Volante base y central activos, y el restante desacoplado.

$$I_2 = \frac{1}{2} \rho \pi B_1 R_1^4 + \frac{1}{2} \rho \pi B_2 R_2^4 = \frac{1}{2} \rho \pi B_1 [1 + a_2^4] R_1^4 \quad (10)$$

$$E_{C2} = \frac{1}{2} I_2 \omega^2 = \frac{1}{4} \rho \pi B_1 [1 + a_2^4] R_1^4 \omega^2 \quad (11)$$

- III. Todos los volantes acoplados.

$$I_3 = \frac{1}{2} \rho \pi B_1 R_1^4 + \frac{1}{2} \rho \pi B_2 R_2^4 + \frac{1}{2} \rho \pi B_3 R_3^4 = \frac{1}{2} \rho \pi B_1 [1 + a_1^4 + (a_1 a_2)^4] R_1^4 \quad (12)$$

$$E_{C3} = \frac{1}{2} I_3 \omega^2 = \frac{1}{4} \rho \pi B_1 [1 + a_1^4 + (a_1 a_2)^4] R_1^4 \omega^2 \quad (13)$$

En consecuencia, el acoplamiento de los sucesivos volantes de inercia amplifica la energía cinética resultante en un factor que depende del producto de las cuartas potencias de las relaciones de radios de los pares de volantes activos:

CONFIGURACIÓN	ENERGÍA CINÉTICA	V_{P1}	V_{P2}	V_{P3}
I	E_{C1}	$\omega \cdot R_1$	–	–
II	$[1 + \alpha_1^4] E_{C1}$	$\omega \cdot R_1$	$\omega \cdot R_2$	–
III	$[1 + (1 + \alpha_2^4)\alpha_1^4] E_{C1}$	$\omega \cdot R_1$	$\omega \cdot R_2$	$\omega \cdot R_3$

Tabla 2.1 – Cuadro comparativo de energías cinéticas y velocidades periféricas de las distintas configuraciones de ensayo del banco de inercia variable.

2.2 Diseño geométrico de los volantes de inercia

En base a la conclusión anterior y teniendo en cuenta la definición del diferencial de momento de inercia $dI = r^2 dm$, resulta conveniente distribuir y concentrar la masa a la mayor distancia posible del eje de rotación. Para optimizar el diseño de los volantes se considera una generatriz de revolución en forma de doble T asimétrica, tal como se puede ver en el siguiente esquema:

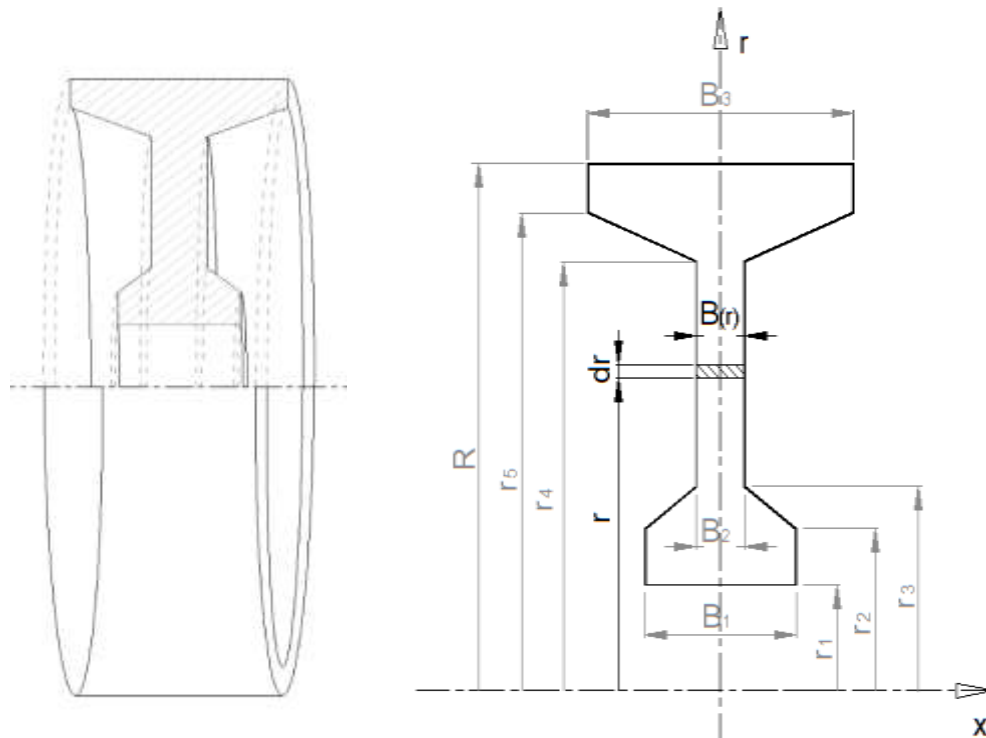


Fig. 2.2 – Geometría racional de los volantes de inercia para optimizarla distribución de masas respecto del eje de rotación.

A partir de la geometría propuesta para el volante, a continuación se desarrolla una expresión genérica para el momento de inercia del volante:

$$B_2 = \frac{1}{4}B_3 \quad ; \quad B_1 = \frac{1}{2}B_3$$

$$I_i = \int_{r_{i-1}}^{r_i} r^2 dm$$

$$dm = 2\pi\rho r B(r) dr \quad \therefore \quad I_i = 2\pi\rho \int_{r_{i-1}}^{r_i} r^3 B(r) dr$$

$$I_{12} = \frac{\pi\rho}{2} B_1 (r_2^4 - r_1^4) \tag{14}$$

$$I_{23} = 2\pi\rho \int_{r_2}^{r_3} r^3 \left[B_1 - \left(\frac{B_1 - B_2}{r_3 - r_2} \right) (r - r_2) \right] dr \tag{15}$$

$$= 2\pi\rho \left\{ \frac{B_1}{4} (r_3^4 - r_2^4) + \left(\frac{B_1 - B_2}{r_3 - r_2} \right) \left[\frac{(r_3^5 - r_2^5)}{5} - \frac{r_2}{4} (r_3^4 - r_2^4) \right] \right\}$$

$$I_{34} = \frac{\pi\rho}{2} B_2 (r_4^4 - r_3^4) \tag{16}$$

$$I_{45} = 2\pi\rho \int_{r_4}^{r_5} r^3 \left[B_2 + \left(\frac{B_3 - B_2}{r_5 - r_4} \right) (r - r_4) \right] dr \tag{17}$$

$$= 2\pi\rho \left\{ \frac{B_2}{4} (r_5^4 - r_4^4) + \left(\frac{B_3 - B_2}{r_5 - r_4} \right) \left[\frac{(r_5^5 - r_4^5)}{5} - \frac{r_4}{4} (r_5^4 - r_4^4) \right] \right\}$$

$$I_{5R} = \frac{\pi\rho}{2} B_3 (R^4 - r_5^4) \tag{18}$$

$$I = I_{12} + I_{23} + I_{34} + I_{45} + I_{5R} \tag{19}$$

La tabla siguiente resume las dimensiones adoptadas de cada volante de acuerdo con la última geometría y sus correspondientes momentos de inercia adoptando como material fundición de hierro nodular ($\rho = 7200 \text{ kg}\cdot\text{m}^3$):

		$a_1 = 1,25$	$a_2 = 1,27$
	Volante (1)	Volante (2)	Volante (3)
	$r_1 =$	0,10 m	0,10 m
	$r_2 =$	0,20 m	0,20 m
	$r_3 =$	0,25 m	0,25 m
	$r_4 =$	0,45 m	0,60 m
	$r_5 =$	0,50 m	0,65 m
	$R =$	0,60 m	0,75 m
	$B_1 =$	0,15 m	0,18 m
	$B_2 =$	0,08 m	0,09 m
	$B_3 =$	0,30 m	0,35 m
	$I_{12} =$	2,5 kg.m ²	3,0 kg.m ²
	$I_{23} =$	2,8 kg.m ²	3,3 kg.m ²
	$I_{34} =$	31,5 kg.m ²	124,4 kg.m ²
	$I_{45} =$	47,0 kg.m ²	123,9 kg.m ²
	$I_{5R} =$	227,7 kg.m ²	545,9 kg.m ²
	$I =$	311,5 kg.m ²	800,4 kg.m ²

Tabla 2.2 – Diseño del conjunto de volantes y cálculo de momentos de inercia.

Las tres configuraciones de volantes resultan en las siguientes curvas de energía en función de las respectivas velocidades periféricas las cuales se han superpuesto con la distribución de puntos característicos de las distintas aeronaves. En el gráfico puede verse que los puntos característicos de las aeronaves ensayadas quedan contenidos dentro del abanico de curvas permitiendo condiciones de ensayo más próximas a las que se intentan simular.

Banco de ensayo dinámico de inercia variable

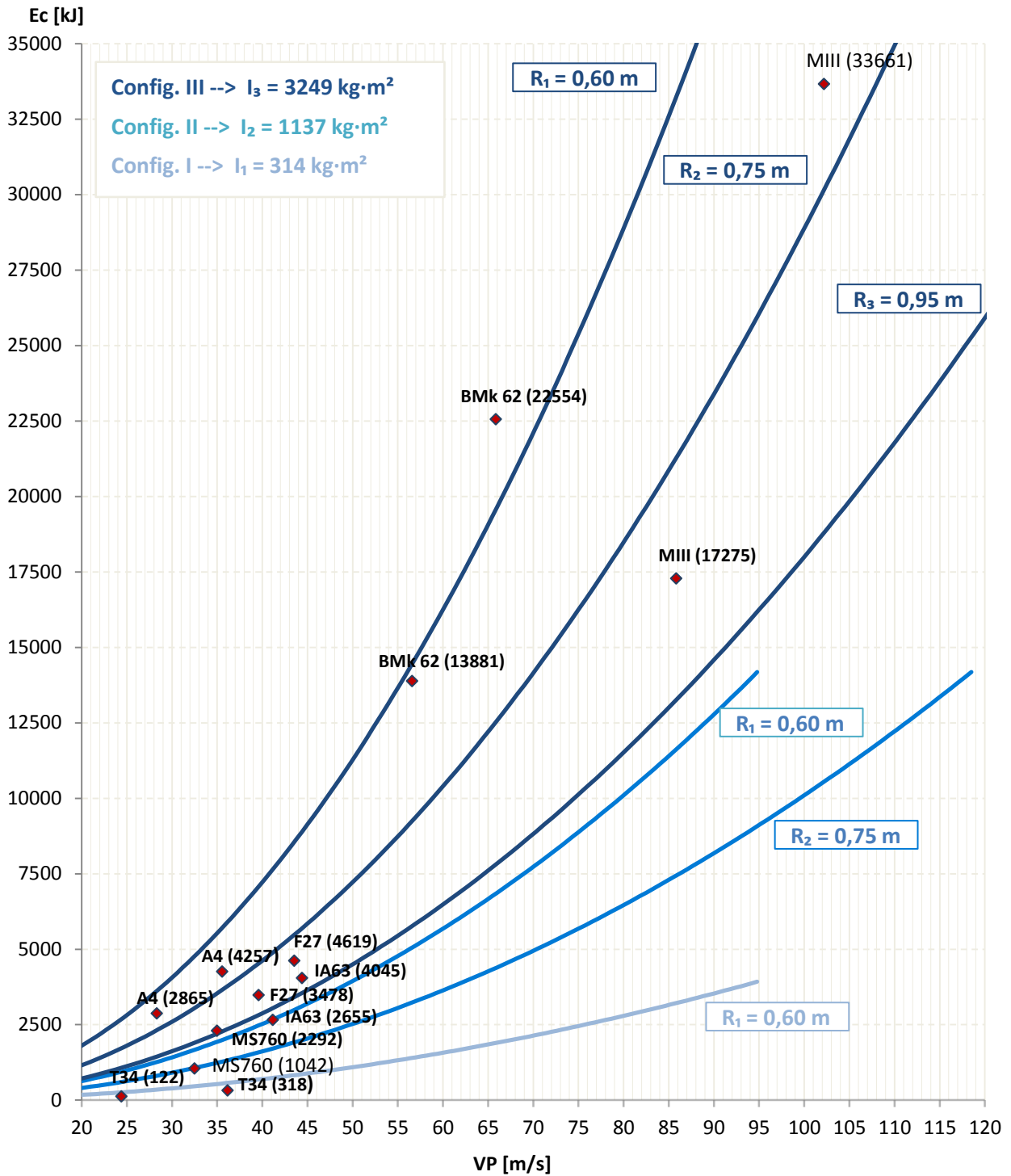


Fig. 2.3 – Superposición de curvas de energía vs velocidad de las tres configuraciones de volantes activos con sus respectivas alternativas de radios

En la tabla siguiente se resumen las diferencias de velocidades:

N°	AVIÓN	Cond.	E_c [kJ]	V [m/s]	Config.	R_i [m]	V_p [m/s]	ΔV
1	T34-Mentor	AN	122	24,39	I	0,60	16,72	-31%
2	T34-Mentor	DA	318	36,14	I	0,60	26,99	-25%
3	MS 760 - Paris	AN	1042	32,48	II	0,75	32,11	-1%
4	MS 760 - Paris	DA	2292	34,98	III	0,95	35,68	2%
5	IA63-Pampa	AN	2655	41,15	II	0,60	41,01	0%
6	IA63-Pampa	DA	4045	44,39	III	0,95	47,40	7%
7	A4-Sky Hawk	AN	2865	28,32	III	0,75	31,49	11%
8	A4-Sky Hawk	DA	4257	35,54	III	0,75	38,39	8%
9	F27-Fokker	AN	3478	39,57	III	0,95	43,95	11%
10	F27-Fokker	DA	4619	43,53	III	0,95	50,65	16%
11	Canberra	AN	13881	56,59	III	0,60	55,46	-2%
12	Canberra	DA	22554	65,85	III	0,60	70,69	7%
13	MIII-Mirage	AN	17275	85,81	III	0,95	97,96	14%
14	MIII-Mirage	DA	33661	102,17	III	0,75	107,95	6%

Tabla 2.3 –Diferencias de velocidades periféricas respecto de cada velocidad objetivo para las condiciones de ensayo más próximas

En el caso del entrenador básico T34-Mentor, la velocidad periférica más próxima presenta una diferencia de -31% (en defecto) respecto de la velocidad de despegue abortado, por lo que en dicho caso resulta más apropiado que sea ensayado en el banco secundario actual. En lo referente al resto de las aeronaves consideradas, la aproximación a las velocidades simuladas durante los ensayos muestra una mejora muy importante. La máxima desviación entre los aviones de la lista se registra para el caso del transporte bi-turbo hélice Fokker F27 con una diferencia de 16% en exceso, mientras que en la situación actual el menor de los desvíos posibles es de 32% en exceso para el Mirage III durante aterrizaje normal. La mayor diferencia en banco secundario actual de FAdEa se registra para la condición de aterrizaje normal del A4-Sky Hawk con 152% a más en la velocidad periférica del volante.

Los siguientes esquemas permiten apreciar como resultaría el arreglo de volantes en una vista isométrica y su corte trasversal:

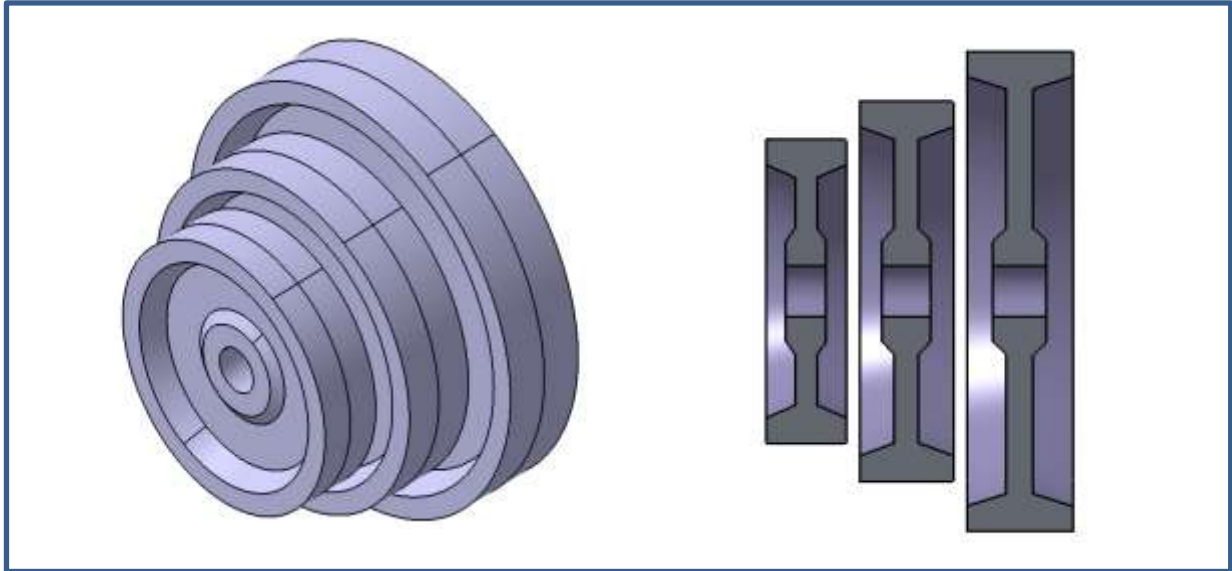


Fig. 2.4 – Esquema del arreglo escalonado de volantes de inercia.

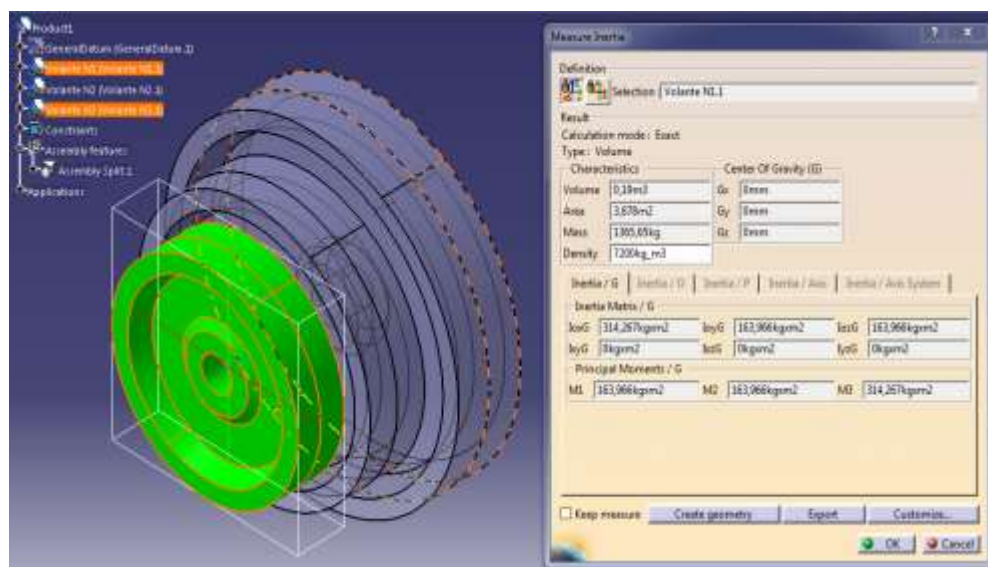
2.3 Diseño del eje motriz

El siguiente paso, luego de definida la configuración del arreglo de volantes es el diseño del eje motriz, que deberá ser capaz de soportar las solicitaciones mecánicas a que será sometido. Estas solicitaciones son:

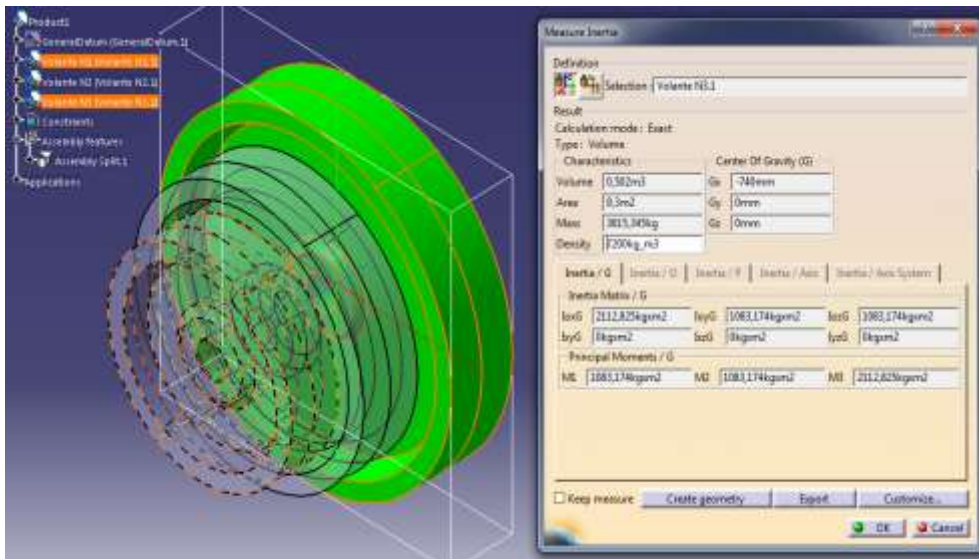
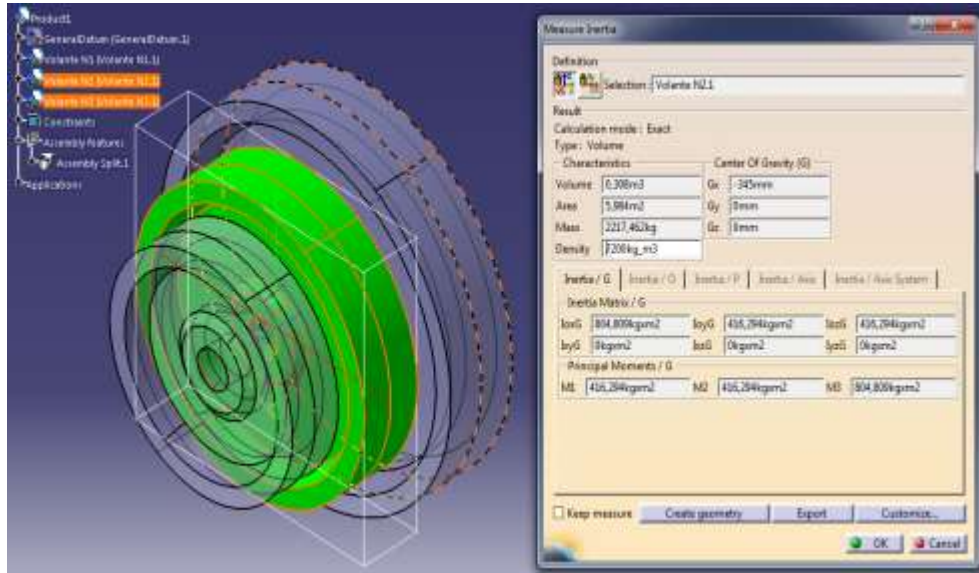
1. Esfuerzos estáticos debidos al peso de las masas rotantes y a las cargas externas del sistema que simula el peso de las aeronaves en maniobras de despegue y aterrizaje.
2. Esfuerzos de origen dinámico debido a las aceleraciones que tienen lugar durante la rotación del eje en cada una de las configuraciones previstas.
3. Fatiga de material debida a la alternancia de estados tensionales durante la rotación del eje bajo la acción de cargas con dirección constante.

2.4.1 Cálculo de solicitaciones estáticas:

Para la determinación del peso de los respectivos volantes y la verificación de los valores de los momentos de inercia utilizamos la herramienta de Catia V5 R18 “*measure inercia*” y los resultados son los siguientes:



Proyecto Integrador
Diseño preliminar de un banco de ensayo dinámico de frenos



A partir de los resultados que suministra el programa adoptamos los siguientes pesos como cargas estáticas maximizadas para cada uno de los respectivos volantes:

$W_1 = 1500 \text{ daN}$
$W_2 = 2500 \text{ daN}$
$W_3 = 3800 \text{ daN}$

Como se explicó al inicio, la fuerza normal aplicada sobre el conjunto de rueda es uno de los parámetros de ensayo que deben configurarse para asegurar la simulación de la carga equivalente a la que es sometido el conjunto del tren de aterrizaje durante la maniobra. Las cargas normales correspondientes a las aeronaves consideradas son las siguientes:

AERONAVE	CONDICIÓN	CARGA [daN]
T34 – Mentor	Aterrizaje Normal	400
T34 – Mentor	Despegue Abortado	440
IA63 - Pampa	Aterrizaje Normal	1303
IA63 - Pampa	Despegue Abortado	1667
MS760 - Paris	Aterrizaje Normal	1045
MS760 - Paris	Despegue Abortado	1460
A4 – SkyHawk	Aterrizaje Normal	3087
A4 – SkyHawk	Despegue Abortado	3705
F27 – Friendship	Aterrizaje Normal	4643
F27 – Friendship	Despegue Abortado	5096
BMk 62 - Canberra	Aterrizaje Normal	6060
BMk 62 - Canberra	Despegue Abortado	7270
MIII - Mirage	Aterrizaje Normal	3200
MIII - Mirage	Despegue Abortado	4567

Tabla 2.4 – Cargas de contacto normales de un neumático de tren de aterrizaje durante las operaciones aterrizaje normal y despegue abortado

De acuerdo con los datos anteriormente listados, se considera como carga exterior normal máxima de diseño:

$$F_N = 8000 \text{ daN}$$

Para hallar la condición más desfavorable de esfuerzos se consideran las tres hipótesis de carga correspondiente a aplicar la carga externa máxima F_N en cada uno de los

volantes de inercia. Fijando el ángulo de contacto entre la rueda y el volante en 45° resulta la siguiente descomposición de fuerzas sobre el volante cargado:

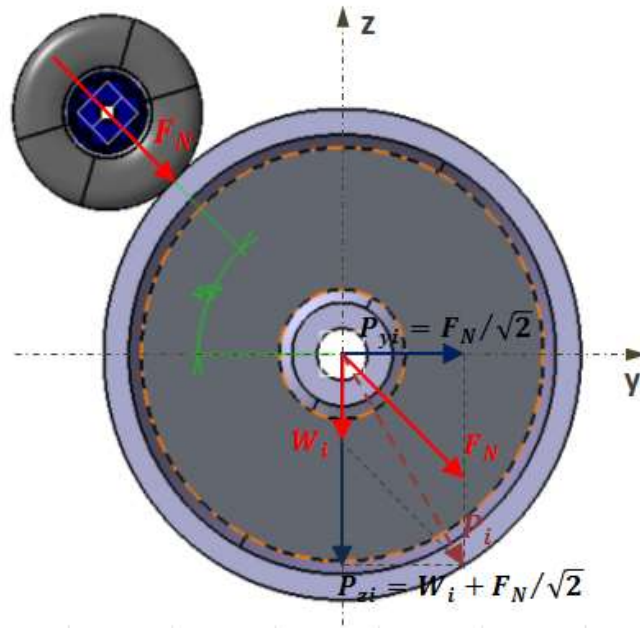


Fig. 2.5 – Descomposición de fuerzas en el eje del conjunto de volantes.

Por razones de diseño se prevé que la longitud del brazo de soporte del conjunto rueda, así como la distancia de su articulación al eje de los volantes sean invariables, por lo tanto solo una de las configuraciones cumplirá la condición de la aplicación de la carga a 45°. Se adopta dicha condición sobre el volante central y se prescinden de las diferencias que se presentan en los otros dos casos ya que la variación angular es despreciable a fines del cálculo.

En el siguiente esquema se evidencia tal diferencia suponiendo instalada una rueda 750x230-15 de 375mm de radio medio tal como la que utilizada por el avión Dassault Mirage III (condición de sollicitación extrema más desfavorable) de acuerdo con la tabla MILITARY AIRCRAFT de la pág.18 del catálogo "Global Aviation Tires" – The Goodyear Tire & Rubber Company - 200 Innovation Way - Akron, Ohio 44316 – 2016[3]

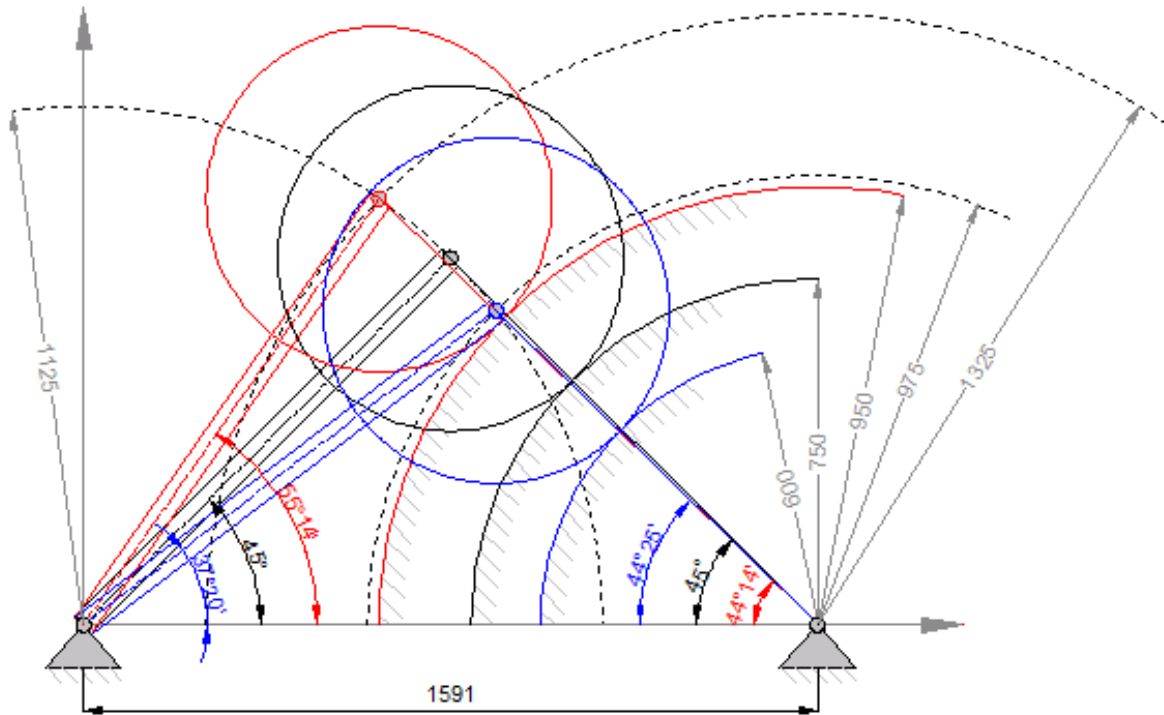
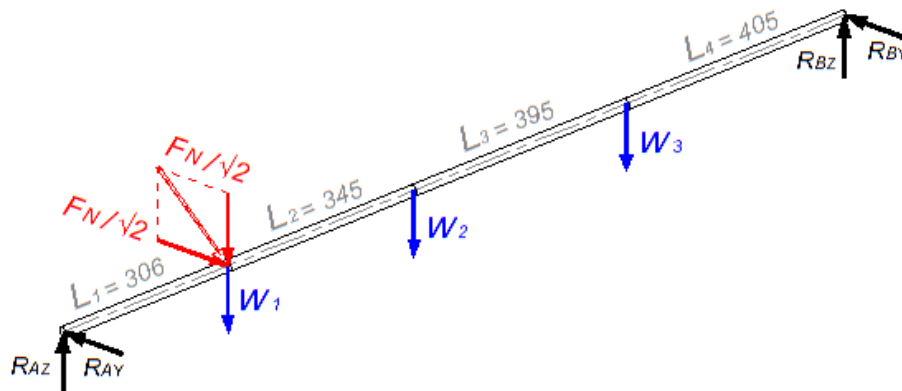


Fig. 2.6 – Esquema de posiciones angulares relativas considerando una rueda de 375 mm de radio medio.

De esta manera las tres hipótesis de carga resultantes son:

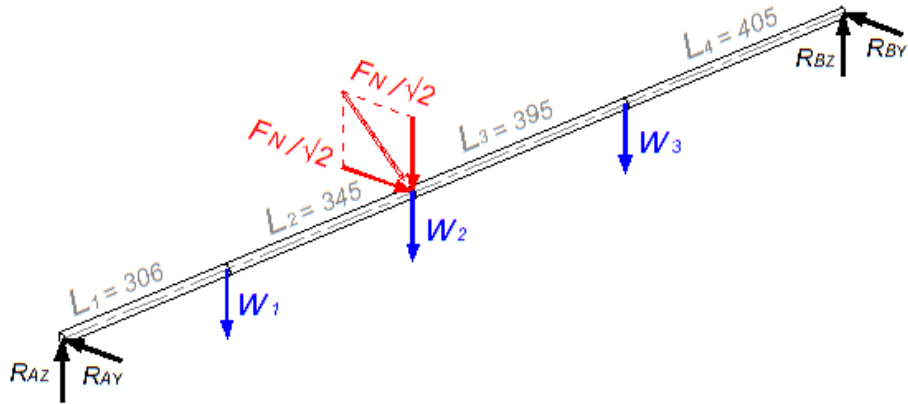
Hipótesis I:

- Carga aplicada en volante I



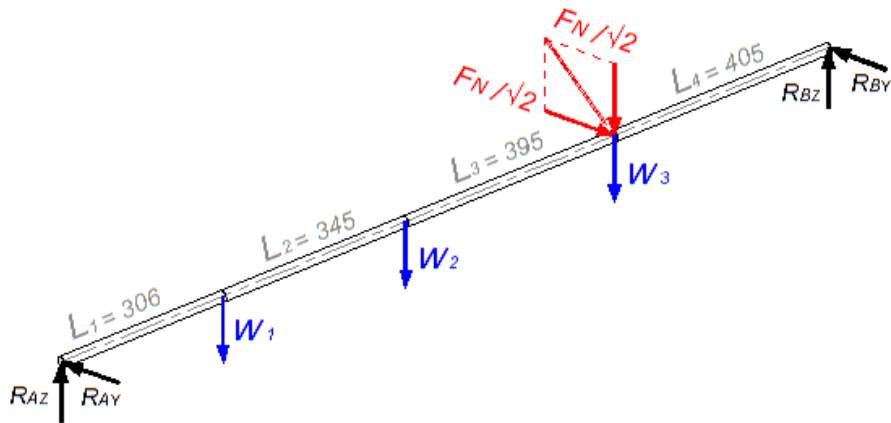
Hipótesis II:

- Carga aplicada en volante II



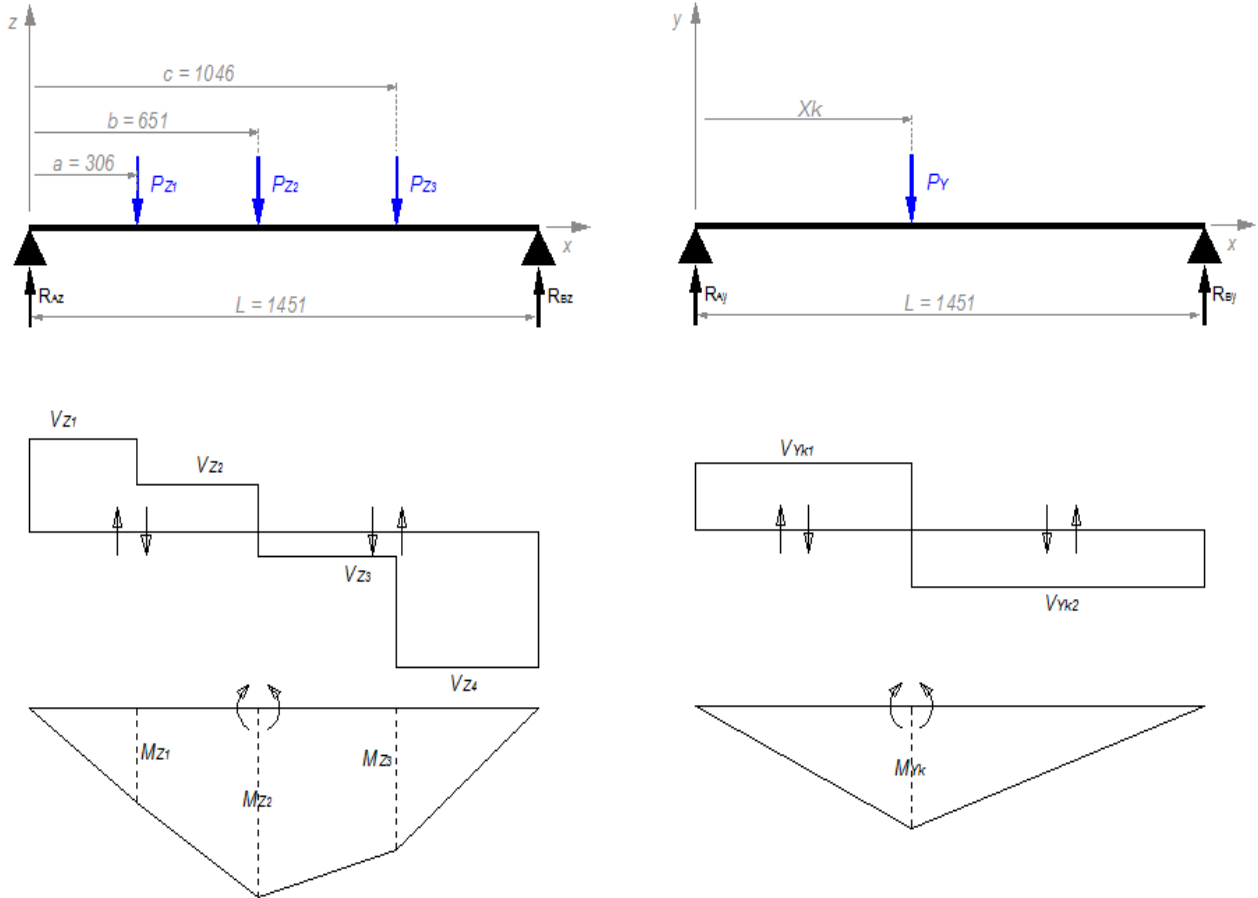
Hipótesis III:

- Carga aplicada en volante III



En el caso general de esfuerzos que incluye las hipótesis de carga anteriores los diagramas de cuerpo libre, esfuerzos de corte y momentos flectores en los planos (x,z) y (x,y) son los siguientes:

Proyecto Integrador
Diseño preliminar de un banco de ensayo dinámico de frenos



▪ Plano (x,z):

A partir de las ecuaciones de equilibrio se obtienen las reacciones de apoyo en el plano (x,z):

$$\sum M_{Az} = 0 \rightarrow P_{1z}a + P_{2z}b + P_{3z}c - R_{Bz}L = 0 \quad \therefore R_{Bz} = \frac{1}{L}(P_{1z}a + P_{2z}b + P_{3z}c)$$

$$\sum F_z = 0 \rightarrow P_{1z} + P_{2z} + P_{3z} - R_{Az} - R_{Bz} = 0 \quad \therefore R_{Az} = P_{1z} + P_{2z} + P_{3z} - R_{Bz}$$

Los esfuerzos de corte en dicho plano resultan:

$$V_{Z1}(x) = R_{Az} \rightarrow (0 < x < a)$$

$$V_{Z2}(x) = R_{Az} - P_{1z} \rightarrow (a < x < b)$$

$$V_{Z3}(x) = P_{2z} - R_{Bz} \rightarrow (b < x < c)$$

$$V_{Z4}(x) = -R_{Bz} \rightarrow (c < x < L)$$

Los momentos flectores en el plano (x,z) quedan expresados por las siguientes ecuaciones:

$$M_z(x) = R_{Az}x \quad \rightarrow \quad (0 \leq x < a)$$

$$M_z(x) = R_{Az}x - P_{1z}(x - a) \quad \rightarrow \quad (a \leq x < b)$$

$$M_z(x) = R_{Az}x - P_{1z}(x - a) - P_{2z}(x - b) \quad \rightarrow \quad (b \leq x < c)$$

$$M_z(x) = R_{Az}x - P_{1z}(x - a) - P_{2z}(x - b) - P_{3z}(x - c) \quad \rightarrow \quad (c \leq x < L)$$

Los momentos máximos de cada tramo de eje coinciden con los puntos de aplicación de las cargas, por lo tanto resultan:

$$M_{z1} = M_z(x = a) = R_{Az}a$$

$$M_{z2} = M_z(x = b) = R_{Az}b - P_{1z}(b - a)$$

$$M_{z3} = M_z(x = c) = R_{Az}c - P_{1z}(c - a) - P_{2z}(c - b)$$

▪ Plano (x,y):

Las reacciones de apoyo en el plano (x,y) se obtienen a partir de las ecuaciones de equilibrio:

$$\sum M_{Ay} = 0 \quad \rightarrow \quad P_y X_k - R_{By} L = 0 \quad \therefore \quad R_{By} = (X_k/L) P_y$$

$$\sum F_y = 0 \quad \rightarrow \quad R_{Ay} - P_y + R_{By} = 0 \quad \therefore \quad R_{Ay} = P_y - R_{By}$$

Donde dependiendo de cuál sea la hipótesis de la que se trate, X puede tomar los valores a, b o c respectivamente.

Los esfuerzos de corte en dicho plano resultan:

$$V_{yk1} = V_y(x) = R_{Ay} \quad \rightarrow \quad (0 < x < X_k)$$

$$V_{yk2} = V_y(x) = -R_{By} \quad \rightarrow \quad (X_k < x < L)$$

Los momentos flectores en el plano (x, y) quedan expresados por las siguientes ecuaciones:

$$M_y(x) = R_{Ay}x \quad \rightarrow \quad (0 \leq x < X_k)$$

$$M_y(x) = R_{Ay}x - P_y(x - X_k) \quad \rightarrow \quad (X_k \leq x < L)$$

El momento máximo resulta entonces:

$$M_{yk} = M_y(x = X_k) = R_{Ay}X_k \quad (\forall k = I, II, III \wedge X_k = a, b, c)$$

La combinación de los momentos flectores que tienen lugar en los planos (x,y) y (x,z) está dada por la siguiente expresión:

$$M_i = \sqrt{M_{zi}^2 + M_{yk}^2}$$

Los cálculos numéricos de las expresiones anteriores se resumen en la tabla a continuación:

	Hipótesis I	Hipótesis II	Hipótesis III
P _{Z1} [daN]	7157	1500	1500
P _{Z2} [daN]	2500	8157	2500
P _{Z3} [daN]	3800	3800	9457
P _y [daN]	5657	5657	5657
R _{AZ} [daN]	8087	6742	5202
R _{BZ} [daN]	5370	6715	8255
R _{Ay} [daN]	4464	3119	1579
R _{By} [daN]	1193	2538	4078
V _{Z1} [daN]	8087	6742	5202
V _{Z2} [daN]	930	5242	3702
V _{Z3} [daN]	-2870	1442	-5755
V _{Z4} [daN]	-1193	-2538	-4078
V _{y1} [daN]	4464	3119	1579
V _{y2} [daN]	-1193	-2538	-4078
M _{Z1} [N·mm]	24744873	20629131	15916905
M _{Z2} [N·mm]	27952356	38712465	28687436
M _{Z3} [N·mm]	21749693	27196998	33433768
M _{yk} [N·mm]	13659490	20303857	16515597
V ₁ [daN]	9237	7428	5436
V ₂ [daN]	1512	6099	4024
V ₃ [daN]	3108	2919	5968
V ₄ [daN]	1687	3589	5767
M ₁ [N·mm]	28264649	28944908	22937149
M ₂ [N·mm]	31111347	43713860	33101872
M ₃ [N·mm]	25683279	33939996	37290505

Tabla 2.5 – Esfuerzos sobre el eje del conjunto rodante bajo tres hipótesis de carga extrema.

Claramente la condición de carga más desfavorable es la presentada por la hipótesis II (carga exterior máxima aplicada en el volante central) en la que la combinación de momentos flectores es máxima.

$M_1 = 28944908 N \cdot mm$
$M_2 = 43713860 N \cdot mm$
$M_3 = 33939996 N \cdot mm$

2.4.2 Diseño estático del eje:

Las tensiones combinadas provocadas por solicitaciones calculadas en la sección anterior deben ser soportadas por un eje motriz de perfil escalonado cuyos respectivos diámetros responden a la siguiente expresión general:

$$d_i^3 = \frac{16}{\pi \cdot \tau_{adm}} \sqrt{(f_m M_i)^2 + (f_t M_t)^2} \quad (20)$$

los factores de servicio que afectan a los momentos dependen de las condiciones del eje y de la severidad de la aplicación de las cargas de acuerdo con la siguiente tabla:

Cargas	Ejes no giratorios		Ejes giratorios	
	f_m	f_t	f_m	f_t
Constantes y suavemente aplicadas	1	1	1,5	1
Bruscas y con golpes moderados	1,75	1,75	1,75	1,25
Bruscas y con golpes fuertes			2,5	2

Tabla 2.6 – Factores de momentos para el cálculo de ejes sometidos a esfuerzos de flexo-torsión

(Fuente: Pág.110 Notas didácticas de cátedra de Diseño y Proyecto Mecánico I – 2009 – Ing.

S.Baldi – F.C.E.F.yN. – U.N.C. [4])

Por lo tanto al ser un eje giratorio con cargas que se aplicarán en forma brusca y con golpes moderados se adoptan los siguientes valores:

$$f_m = 1,75 \quad \wedge \quad f_t = 1,25$$

El momento torsor que debe soportar es:

$$M_t = 7162000 \cdot \frac{N}{n} \quad [N \cdot mm] \quad (21)$$

donde N es la potencia transferida por el motor en [CV] y n es la velocidad de rotación máxima en [rpm]. Tomando como referencia la potencia del motor del actual banco de ensayos principal el cual está impulsado por un motor V8 ciclo Otto de 120 HP el valor del momento torsor máximo es:

$$M_t = 572960 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

Las tensiones admisibles son:

$$\sigma_{adm} = \sigma_{0,2} / CS \quad \wedge \quad \tau_{adm} = \sigma_{adm} / \sqrt{3}$$

El material seleccionado es un acero SAE 8620 de baja aleación de cromo-níquel-molibdeno apto para tratamiento de cementado, lo cual le atribuye al eje alta resistencia al desgaste en las superficies de contacto manteniendo la ductilidad y resistencia en el núcleo mediante el proceso de temple y revenido. Dado que en la bibliografía consultada no se encuentran datos de las propiedades mecánicas del material se adoptan a los fines del cálculo los valores de resistencia a la tracción y límite de fluencia del SAE 1045 (tabla A-20 de [3]): $\sigma_R = 570 \text{ MPa}$ y $\sigma_{0,2} = 310 \text{ MPa}$. Para el cálculo del coeficiente de seguridad se aplica el método ampliamente conservativo que se describe en [4] para piezas sometidas a todo tipo de tensiones:

$$CS = a \cdot b \cdot c \cdot d = 8,3$$

$$a = \sigma_R / \sigma_{0,2} = 1,84$$

$$b = 3 \text{ (Variación de las tensiones: constantes } \rightarrow 1; \text{ entre 0 y máximo } \rightarrow 2; \text{ cíclicas } \rightarrow 3)$$

$$c = 1 \text{ (Aplicación de la carga: suave } \rightarrow 1; \text{ súbita } \rightarrow 2; \text{ impacto } \rightarrow >2)$$

$$d = 1,5 \text{ (Propiedades mecánicas del material: Laminado o forjado } \rightarrow 1,5; \text{ Fundido } \rightarrow 2)$$

Entonces los diámetros de cálculo del eje se resumen en la siguiente tabla:

$d_i^3 = \frac{16}{\pi \cdot \tau_{adm}} \sqrt{(f_m M_i)^2 + (f_t M_t)^2}$			
M ₁	28944908 N.mm	d ₁	228 mm
M ₂	43713860 N.mm	d ₂	262 mm
M ₃	33939996 N.mm	d ₃	241 mm

Tabla 2.7 – Diámetros mínimos de cálculo en las puntos de momentos flectores críticos.

Para dimensionar el eje se considera un perfil escalonado con los siguientes diámetros en los puntos de aplicación de las cargas: $d_1 = 220 \text{ mm}$, $d_2 = 260 \text{ mm}$ y $d_3 = 240 \text{ mm}$. Las dimensiones generales del eje resultan entonces:

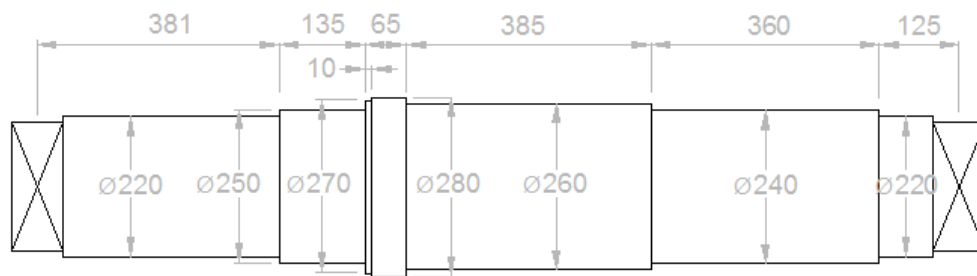
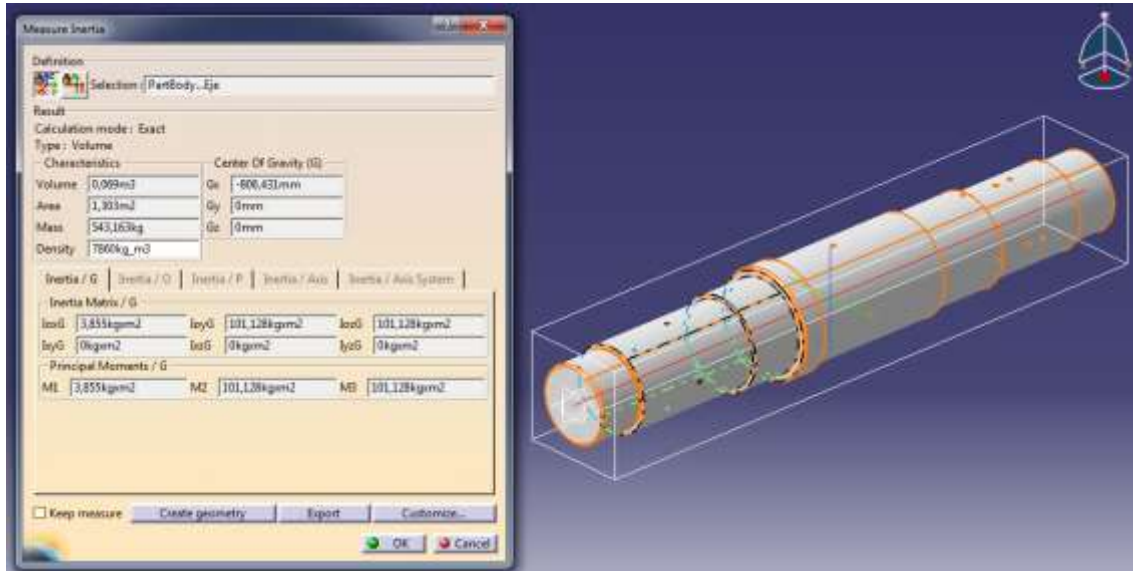


Fig. 2.7 – Esquema general de escalonamientos del eje.

Además de soportar los estados tensionales a los que se ve sometido el eje debe también verificarse que las deformaciones que sufre sean acotadas como consecuencia de los efectos dinámicos que tienen lugar al ser desplazadas las masas rotantes de su eje de rotación.

Dada la magnitud de las cargas aplicadas, para llevar adelante el cálculo de las deformaciones, se asume la hipótesis simplificadora de despreciar el peso del árbol, el cual resulta aproximadamente 1/3 del peso del volante de menor diámetro. En la siguiente imagen podemos ver la medición su peso mediante el uso de la herramienta Measure Inertia del software Catia V5 R18:



La magnitud de la deflexión del eje, además de la configuración de cargas y de la rigidez flexional del mismo, depende de las condiciones de apoyo. La flecha máxima en una viga es mayor si la estructura se encuentra isostáticamente vinculada que si la misma estructura está bi-empotrada en los extremos de manera hiperestática, o sea si los momentos resistentes en las posiciones de los apoyos impiden el giro relativo de las secciones rectas. Esto puede corroborarse en la comparativa de casos elementales que se muestran a continuación:

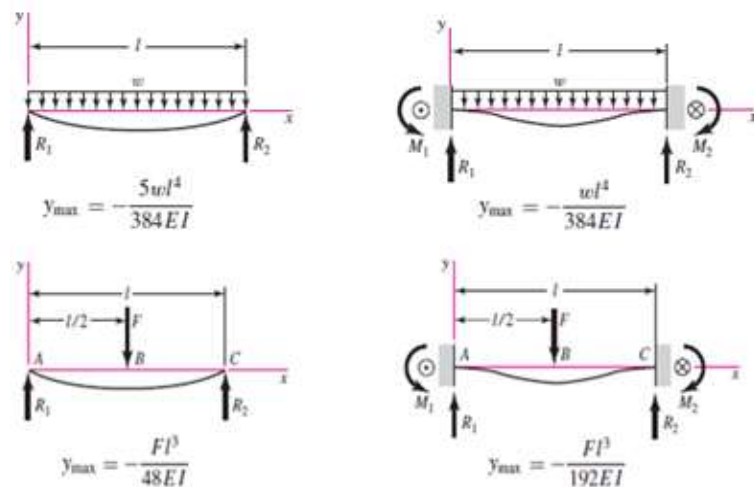


Fig. 2.8 – Comparativo de flechas en vigas apoyadas en los extremos. (Fuente: Budynas–Nisbett -Tabla A-9, pág.994/9, Shigley’s Mechanical Engineering Design [4])

Por lo tanto la rigidez de los rodamientos influirá notablemente en los desplazamientos transversales del eje, de manera que para considerar el caso más desfavorable se determina la deformación del mismo como una viga isostática.

Al tratarse de un eje escalonado, o sea con secciones de momentos de inercia polar variable, el uso de una fórmula convencional (de las que se encuentran muchos ejemplos en toda la bibliografía de diseño mecánico) no resulta ser muy precisa ya que dichas expresiones se obtienen de integrar las ecuaciones diferenciales de la elástica a partir de la hipótesis de que se trata de una viga prismática de sección constante.

$$\frac{d^2\delta(x)}{dx^2} = \frac{M}{EI} \quad (22)$$

Para resolver esto, se adopta un modelo de cálculo basado en la teoría energética de Castigliano. La energía interna de deformación de un sólido elástico sometido a un momento flector M es:

$$U = \int_0^L \frac{M^2}{2EI} dx \quad (23)$$

De acuerdo con el segundo teorema de Castigliano, el desplazamiento local de un sólido elástico proyectado en la dirección de una carga P , es igual a la derivada parcial de su energía interna de deformación con respecto a dicha carga, o sea

$$\delta_P = \frac{\partial U}{\partial P} \quad (24)$$

Esto significa que las deflexiones y los giros de la sección transversal del eje bajo carga pueden determinarse evaluando las sucesivas derivadas parciales de la energía interna de deformación para cada punto, aplicando en ellos una carga virtual concentrada orientada hacia el desplazamiento buscado. Entonces llamando Q a la carga virtual

concentrada en la dirección de la deflexión y m al momento virtual concentrado en la dirección del giro, determinamos las expresiones de las respectivas derivadas parciales y evaluamos cada ecuación haciendo nula la magnitud de la carga virtual para obtener los desplazamientos buscados.

$$\delta_Q = \frac{\partial U}{\partial Q} = \int_0^L \frac{M_{Q=0}}{EI} \frac{\partial M}{\partial Q} dx \quad (25)$$

$$\theta_m = \frac{\partial U}{\partial m} = \int_0^L \frac{M_{m=0}}{EI} \frac{\partial M}{\partial m} dx \quad (26)$$

Considerando para el cálculo la hipótesis de carga II como caso más desfavorable, tenemos las siguientes cargas aplicadas en el eje.

$P_1 = 1500 \text{ daN}$
$P_2 = 8157 \text{ daN}$
$P_3 = 3800 \text{ daN}$

Teniendo en cuenta que las cargas se aplican sobre el eje a través de las uniones con las masas de cada uno de los tres volantes, puede considerarse que se transfieren al árbol en forma de cargas uniformemente distribuidas de acuerdo con la siguiente tabla:

Volante	$P_i [\text{daN}]$	$b_{1i} [\text{mm}]$	$q_i = P_i/b_{1i} [\text{daN/mm}]$
1	1500	150	10,0
2	8157	180	45,3
3	3800	200	19,0

Y el esquema de cálculo resulta:

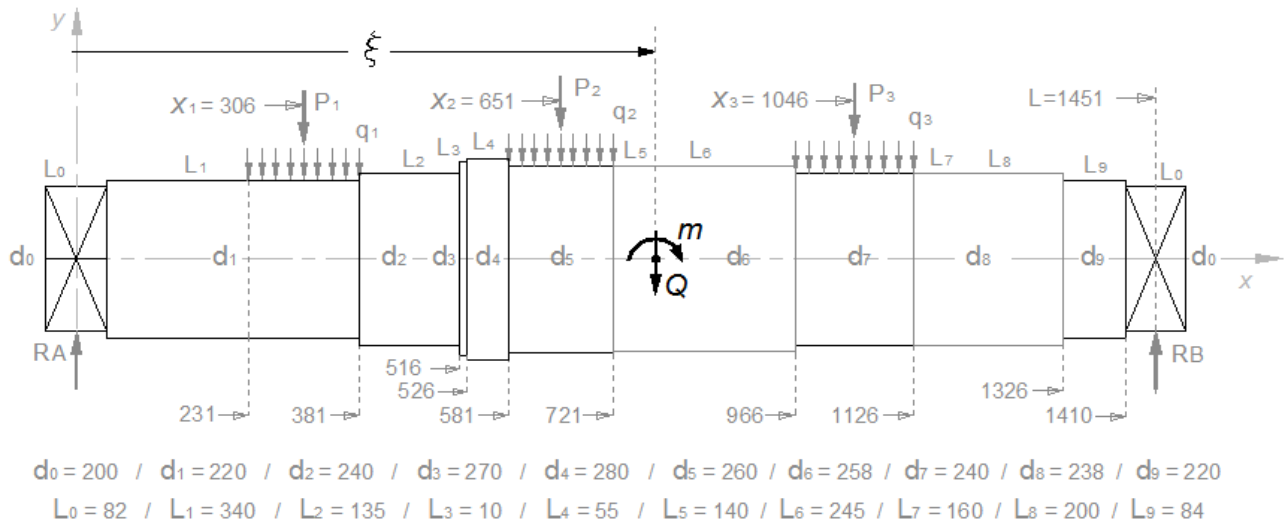


Fig. 2.9 – Esquema de cálculo de deformaciones del eje.

A continuación se determinan las expresiones de las reacciones de apoyo en los extremos del eje a partir del equilibrio de momentos:

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow R_B = \sum_i \left(\frac{x_i}{L}\right) P_i + \left(\frac{\xi}{L}\right) Q + \frac{m}{L} \quad (27)$$

$$\therefore R_B = \left(\frac{x_1}{L}\right) P_1 + \left(\frac{\xi}{L}\right) Q + \left(\frac{x_2}{L}\right) P_2 + \left(\frac{x_3}{L}\right) P_3 + \frac{m}{L}$$

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow R_A = \sum_i \left(\frac{L-x_i}{L}\right) P_i + \left(\frac{L-\xi}{L}\right) Q - \frac{m}{L} \quad (28)$$

$$\therefore R_A = \left(\frac{L-x_1}{L}\right) P_1 + \left(\frac{L-\xi}{L}\right) Q + \left(\frac{L-x_2}{L}\right) P_2 + \left(\frac{L-x_3}{L}\right) P_3 - \frac{m}{L}$$

Para obtener la ecuación general del momento flector para todo el eje bajo la acción de las cargas reales y ficticias se utiliza la función escalón unitario de Heaviside:

$$H(x, k) \begin{cases} H = 0 & \text{si } x < k \\ H = 1 & \text{si } x \geq k \end{cases} \quad (29)$$

La ecuación general de momentos flectores resulta:

$$\begin{aligned}
 M(x, \xi) = R_A x - \frac{P_1}{2b_1} \left\{ \left[x - \left(x_1 - \frac{b_1}{2} \right) \right]^2 H \left(x, x_1 - \frac{b_1}{2} \right) - \left[x - \left(x_1 + \frac{b_1}{2} \right) \right]^2 H \left(x, x_1 + \frac{b_1}{2} \right) \right\} \\
 - Q (x - \xi) H(x, \xi) + m H(x, \xi) \\
 - \frac{P_2}{2b_2} \left\{ \left[x - \left(x_2 - \frac{b_2}{2} \right) \right]^2 H \left(x, x_2 - \frac{b_2}{2} \right) - \left[x - \left(x_2 + \frac{b_2}{2} \right) \right]^2 H \left(x, x_2 + \frac{b_2}{2} \right) \right\} \\
 - \frac{P_3}{2b_3} \left\{ \left[x - \left(x_3 - \frac{b_3}{2} \right) \right]^2 H \left(x, x_3 - \frac{b_3}{2} \right) - \left[x - \left(x_3 + \frac{b_3}{2} \right) \right]^2 H \left(x, x_3 + \frac{b_3}{2} \right) \right\}
 \end{aligned} \quad (30)$$

y sus respectivas derivadas parciales respecto a Q y a m son:

$$\frac{\partial M(x, \xi)}{\partial Q} = \frac{(L - \xi)}{L} x - (x - \xi) H(x, \xi) \quad (31)$$

$$\frac{\partial M(x, \xi)}{\partial m} = H(x, \xi) - \frac{x}{L} \quad (32)$$

El momento de inercia polar en cada tramo del escalonamiento responde a:

$$I(x) = \frac{\pi}{64} [\phi(x)]^4 \quad (33)$$

donde:

$$\phi(x) = d_0 \quad \text{si } 0 \leq x < (L_0/2)$$

$$\phi(x) = d_1 \quad \text{si } (L_0/2) \leq x < (L_0/2) + L_1$$

$$\phi(x) = d_2 \quad \text{si } (L_0/2) + L_1 \leq x < (L_0/2) + L_1 + L_2$$

$$\phi(x) = d_3 \quad \text{si } (L_0/2) + L_1 + L_2 \leq x < (L_0/2) + L_1 + L_2 + L_3$$

$$\phi(x) = d_4 \quad \text{si } (L_0/2) + L_1 + L_2 + L_3 \leq x < (L_0/2) + L_1 + L_2 + L_3 + L_4$$

$$\phi(x) = d_5 \quad \text{si } (L_0/2) + L_1 + L_2 + L_3 + L_4 \leq x < (L_0/2) + L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5$$

$$\phi(x) = d_6 \quad \text{si } (L_0/2) + L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5 \leq x < (L_0/2) + L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5 + L_6$$

$$\phi(x) = d_7 \quad \text{si } L - L_7 - L_8 - L_9 - (L_0/2) \leq x < L - L_8 - L_9 - (L_0/2)$$

$$\phi(x) = d_8 \quad \text{si } L - L_8 - L_9 - (L_0/2) \leq x < L - L_9 - (L_0/2)$$

$$\phi(x) = d_9 \quad \text{si } L - L_9 - (L_0/2) \leq x < L - (L_0/2)$$

$$\phi(x) = d_0 \quad \text{si } L - (L_0/2) \leq x < L$$

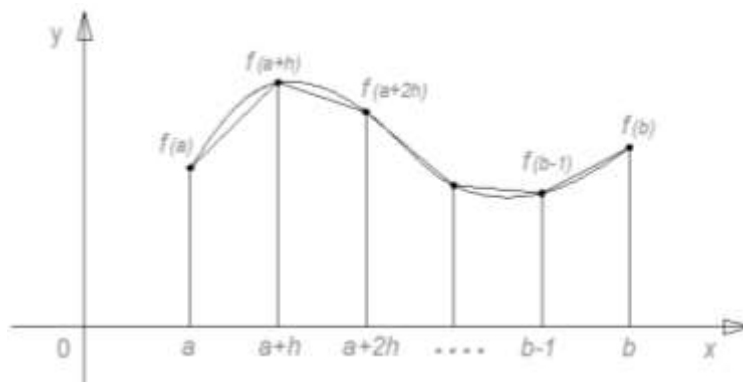
Las deflexiones y los giros locales se obtienen reemplazando (30), (31) y (33) en (25):

$$\delta_Q = \frac{\partial U(x, \xi)}{\partial Q} = \int_0^L \frac{M(x, \xi)_{Q=0}}{EI(x)} \frac{\partial M(x, \xi)}{\partial Q} dx \quad (34)$$

$$\theta_m = \frac{\partial U(x, \xi)}{\partial m} = \int_0^L \frac{M(x, \xi)_{m=0}}{EI(x)} \frac{\partial M(x, \xi)}{\partial m} dx \quad (35)$$

El cálculo de las integrales se realizará aplicando el método numérico de la regla de los trapecios:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{b-a}{n} \cdot \left[\frac{f(a) + f(b)}{2} + \sum_{k=1}^{n-1} f\left(a + \frac{b-a}{n} h\right) \right] \quad (36)$$



A continuación para llevar a cabo el cálculo programamos el modelo matemático en el Script ejecutable en lenguaje Matlab, cual se adjunta en ANEXO I al final del informe.

El programa suministra el siguiente informe de resultados con los desplazamientos del eje en los puntos de aplicación de las cargas y las rotaciones relativas de las secciones rectas en dichas posiciones. El mismo programa genera los gráficos en los que se pueden ver las curvas de deflexiones y de giros relativos (en escalas apreciables), comparadas contra el perfil del eje.

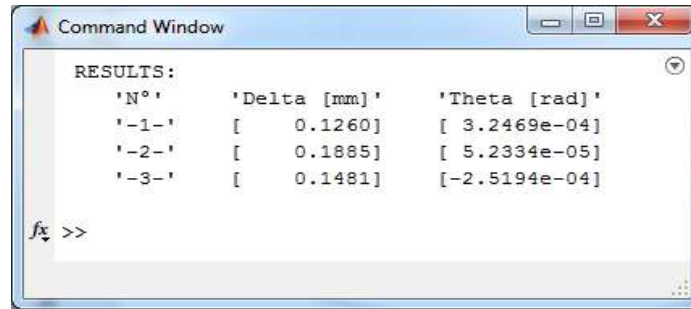


Tabla 2.8 – Desplazamientos y giros del eje en las posiciones de los volantes.

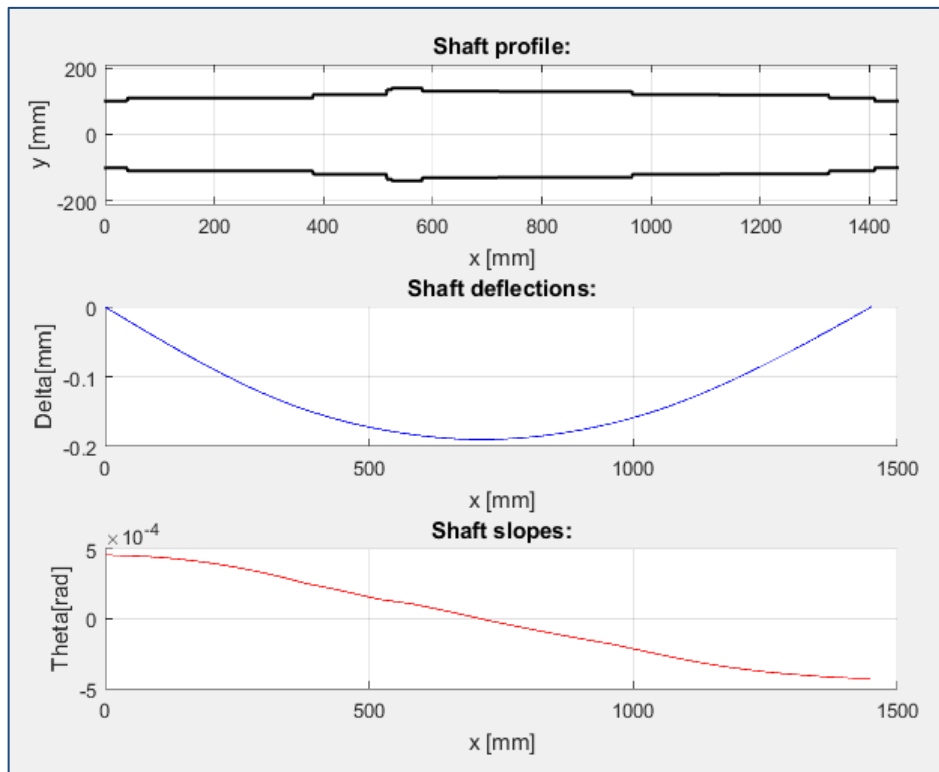


Fig.2.10 – Perfil de los escalonamientos, deflexiones transversales y rotaciones angulares de las secciones rectas del eje.

Los valores máximos de ambas funciones son:

$$\delta_{m\acute{a}x} = -0,1901 \text{ [mm]} \quad ; \quad \theta_{m\acute{a}x} = -4,565 \times 10^{-4} \text{ [rad]}$$

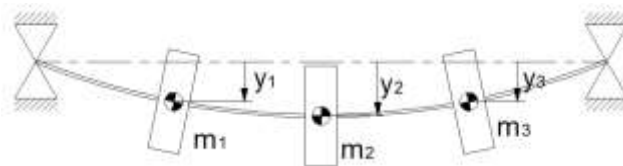
Teniendo en cuenta el criterio general de flechas máximas en ejes $\delta_{m\acute{a}x}/L < 0,8 \text{ mm/m}$:

$$\frac{\delta_{m\acute{a}x}}{L} = \frac{0,1901 \text{ mm}}{1,451 \text{ m}} = 0,13 \text{ mm/m} < 0,8 \text{ mm/m} \quad \therefore \text{ Verifica}$$

2.4.3 Verificación de efectos de origen dinámico

Los efectos centrífugos de las masas rotantes al hallarse desplazadas de su eje de rotación como consecuencia de las cargas aplicadas resultan en deformaciones adicionales que deben mantenerse acotadas. Las velocidades críticas del eje son aquellas en las que son excitadas las frecuencias de vibración natural del sistema haciendo que las deformaciones se amplifiquen fuera de control. Por lo tanto es necesario asegurar que las velocidades de operación sean lo suficientemente inferiores a la primera de las velocidades críticas.

El método de la ecuación de frecuencias y coeficientes de influencia permite determinar dichas velocidades para un eje con tres masas rotantes como el esquematizado a continuación:



Los coeficientes de influencia son los desplazamientos transversales de la i -ésima posición del eje deformado debido a la aplicación de una carga unitaria en la posición j . De esta manera considerando las posiciones de las tres masas, resultan los siguientes 9 coeficientes de influencia δ_{ij} :

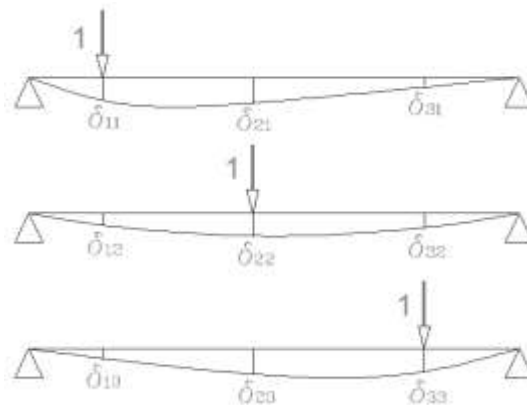


Fig. 2.11 – Coeficientes de influencia

De acuerdo con la definición de los coeficientes de influencia, las deflexiones resultan:

$$\begin{cases} y_1 = F_1\delta_{11} + F_2\delta_{12} + F_3\delta_{13} \\ y_2 = F_1\delta_{21} + F_2\delta_{22} + F_3\delta_{23} \\ y_3 = F_1\delta_{31} + F_2\delta_{32} + F_3\delta_{33} \end{cases} \quad (37)$$

Considerando que las fuerzas son de origen centrífugo $F_i = m_i\omega^2 y_i$ se obtiene:

$$\begin{cases} y_1 = m_1\omega^2 y_1\delta_{11} + m_2\omega^2 y_2\delta_{12} + m_3\omega^2 y_3\delta_{13} \\ y_2 = m_1\omega^2 y_1\delta_{21} + m_2\omega^2 y_2\delta_{22} + m_3\omega^2 y_3\delta_{23} \\ y_3 = m_1\omega^2 y_1\delta_{31} + m_2\omega^2 y_2\delta_{32} + m_3\omega^2 y_3\delta_{33} \end{cases} \quad (38)$$

Reescribiendo el sistema de ecuaciones de forma homogénea:

$$\begin{bmatrix} (m_1\delta_{11} - 1/\omega^2) & m_2\delta_{12} & m_3\delta_{13} \\ m_1\delta_{21} & (m_2\delta_{22} - 1/\omega^2) & m_3\delta_{23} \\ m_1\delta_{31} & m_2\delta_{32} & (m_3\delta_{33} - 1/\omega^2) \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (39)$$

Llamando $\lambda = 1/\omega^2$ podemos reescribir el sistema como:

$$\begin{bmatrix} m_1\delta_{11} - \lambda & m_2\delta_{12} & m_3\delta_{13} \\ m_1\delta_{21} & m_2\delta_{22} - \lambda & m_3\delta_{23} \\ m_1\delta_{31} & m_2\delta_{32} & m_3\delta_{33} - \lambda \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (40)$$

La tarea de determinar un vector solución no trivial para tres valores distintos de λ_i configura un problema de valores propios, el cual consiste en encontrar los valores que hacen nulo el determinante de la matriz de coeficientes:

$$\det \left(\begin{bmatrix} m_1\delta_{11} - \lambda & m_2\delta_{12} & m_3\delta_{13} \\ m_1\delta_{21} & m_2\delta_{22} - \lambda & m_3\delta_{23} \\ m_1\delta_{31} & m_2\delta_{32} & m_3\delta_{33} - \lambda \end{bmatrix} \right) = 0 \quad (41)$$

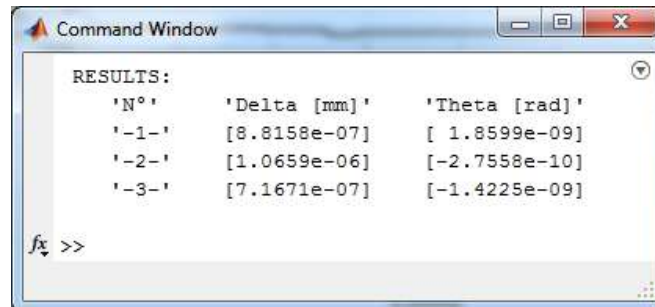
Desarrollando el determinante, se obtiene el polinomio característico de tercer grado del sistema, cuyas raíces (los valores propios) son las velocidades buscadas.

$$P_\lambda(M_\Delta) = \det([M_\Delta - \lambda I]) = A\lambda^3 + B\lambda^2 + C\lambda + D = 0 \quad (42)$$

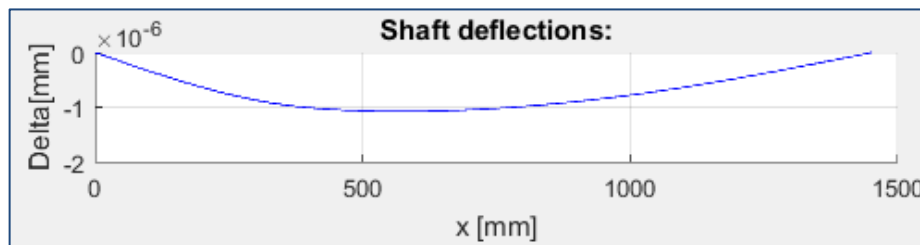
Proyecto Integrador
Diseño preliminar de un banco de ensayo dinámico de frenos

Para resolver el problema en primera instancia se determinan los coeficientes de influencia utilizando el programa en Matlab “*Stepped Shafts Deflection (ANEXO I)*” mediante la aplicación de cargas unitarias en cada una de las posiciones de las masas rotantes alternadamente:

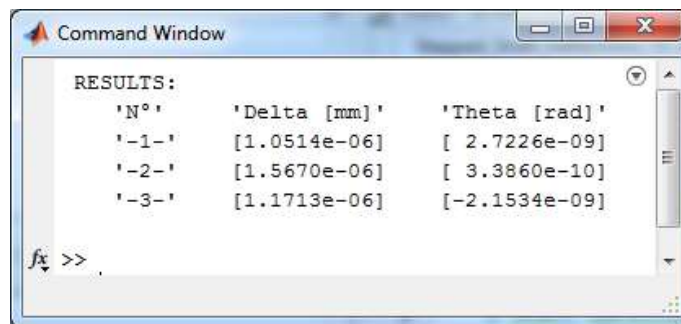
- $P_1=1; P_2=0; P_3=0$



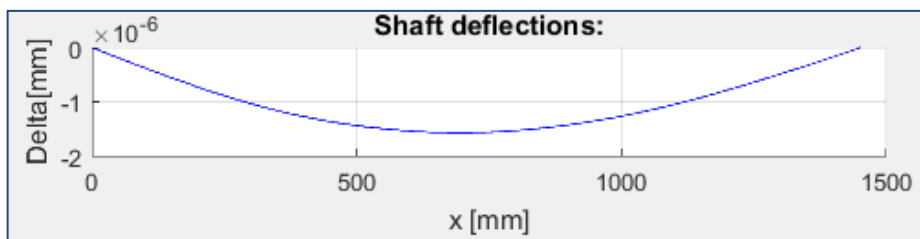
```
Command Window
RESULTS:
'N°'      'Delta [mm]'  'Theta [rad]'
'-1-'     [8.8158e-07]  [ 1.8599e-09]
'-2-'     [1.0659e-06]  [-2.7558e-10]
'-3-'     [7.1671e-07]  [-1.4225e-09]
fx >>
```



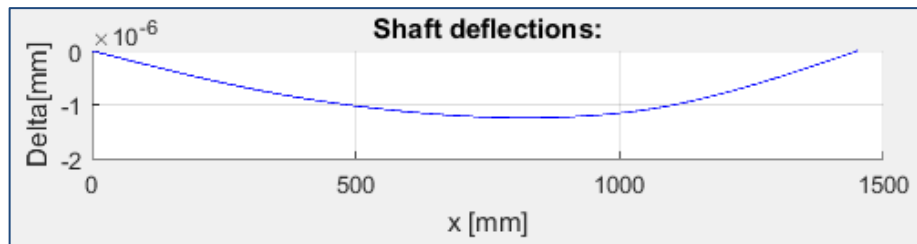
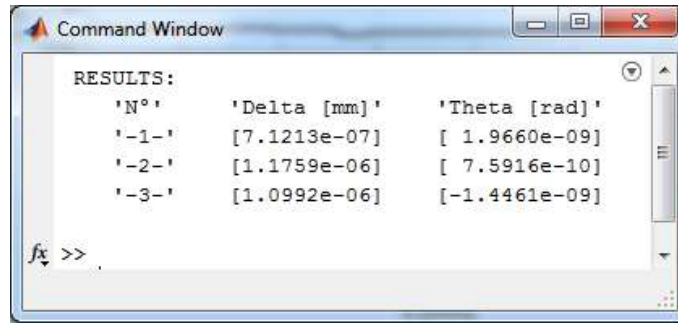
- $P_1=0; P_2=1; P_3=0$



```
Command Window
RESULTS:
'N°'      'Delta [mm]'  'Theta [rad]'
'-1-'     [1.0514e-06]  [ 2.7226e-09]
'-2-'     [1.5670e-06]  [ 3.3860e-10]
'-3-'     [1.1713e-06]  [-2.1534e-09]
fx >>
```



- $P_1 = 0; P_2 = 0; P_3 = 1$



En consecuencia los coeficientes de influencia según la figura 2.11 resultan $[mm/N]$:

$$\begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \delta_{13} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \delta_{23} \\ \delta_{31} & \delta_{32} & \delta_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8,8158 \times 10^{-7} & 1,0514 \times 10^{-6} & 7,1213 \times 10^{-7} \\ 1,0659 \times 10^{-6} & 1,5670 \times 10^{-6} & 1,1759 \times 10^{-6} \\ 7,1671 \times 10^{-7} & 1,1713 \times 10^{-6} & 1,0992 \times 10^{-6} \end{bmatrix}$$

Las masas rotantes son:

$$m_1 = 1500 [kg] = 1,5 [N \cdot s^2/mm]$$

$$m_2 = 2500 [kg] = 2,5 [N \cdot s^2/mm]$$

$$m_3 = 3800 [kg] = 3,8 [N \cdot s^2/mm]$$

El sistema de ecuaciones (40) puede expresarse matricialmente de la siguiente manera:

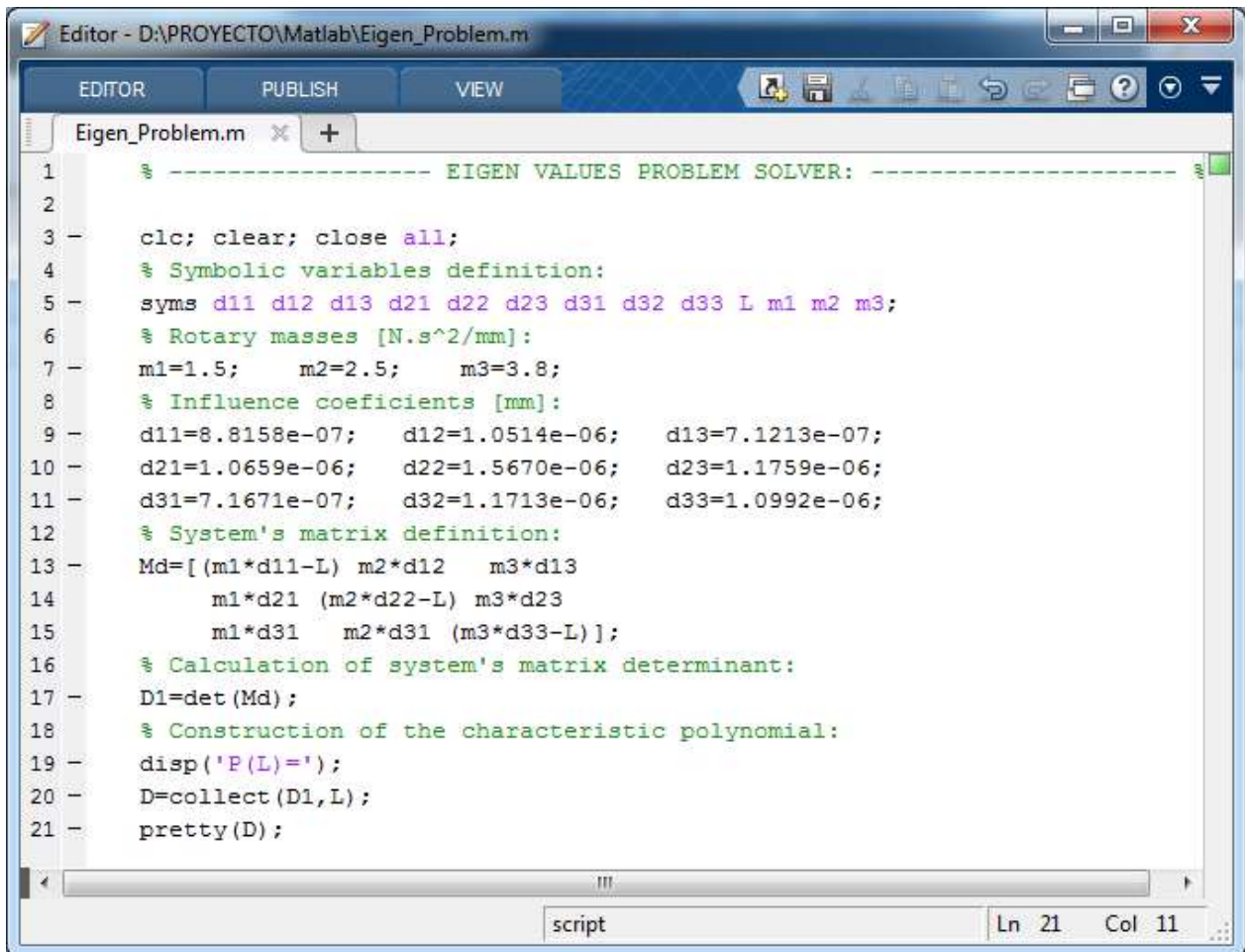
$$\begin{bmatrix} 1,32237 \times 10^{-6} - \lambda & 2,6285 \times 10^{-6} & 2,70609 \times 10^{-6} \\ 1,59885 \times 10^{-6} & 3,9175 \times 10^{-6} - \lambda & 4,46842 \times 10^{-6} \\ 1,07506 \times 10^{-6} & 2,92825 \times 10^{-6} & 4,17696 \times 10^{-6} - \lambda \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Proyecto Integrador
Diseño preliminar de un banco de ensayo dinámico de frenos

Consecuentemente para obtener el polinomio característico (42), es necesario determinar sus raíces por medio del desarrollo del determinante de la matriz anterior:

$$P_{\lambda}(M_{\Delta}) = A\lambda^3 + B\lambda^2 + C\lambda + D =$$
$$= \det \begin{pmatrix} 1,32237 \times 10^{-6} - \lambda & 2,6285 \times 10^{-6} & 2,70609 \times 10^{-6} \\ 1,59885 \times 10^{-6} & 3,9175 \times 10^{-6} - \lambda & 4,46842 \times 10^{-6} \\ 1,07506 \times 10^{-6} & 2,92825 \times 10^{-6} & 4,17696 \times 10^{-6} - \lambda \end{pmatrix} = 0$$

Para resolver el determinante se utilizó el conjunto herramientas del operador simbólico Matlab a través del siguiente script:



```
Editor - D:\PROYECTO\Matlab\Eigen_Problem.m
EDITOR PUBLISH VIEW
Eigen_Problem.m x +
1 % ----- EIGEN VALUES PROBLEM SOLVER: -----
2
3 - clc; clear; close all;
4 % Symbolic variables definition:
5 - syms d11 d12 d13 d21 d22 d23 d31 d32 d33 L m1 m2 m3;
6 % Rotary masses [N.s^2/mm]:
7 - m1=1.5; m2=2.5; m3=3.8;
8 % Influence coefficients [mm]:
9 - d11=8.8158e-07; d12=1.0514e-06; d13=7.1213e-07;
10 - d21=1.0659e-06; d22=1.5670e-06; d23=1.1759e-06;
11 - d31=7.1671e-07; d32=1.1713e-06; d33=1.0992e-06;
12 % System's matrix definition:
13 - Md=[(m1*d11-L) m2*d12 m3*d13
14 m1*d21 (m2*d22-L) m3*d23
15 m1*d31 m2*d31 (m3*d33-L)];
16 % Calculation of system's matrix determinant:
17 - D1=det(Md);
18 % Construction of the characteristic polynomial:
19 - disp('P(L)=');
20 - D=collect(D1,L);
21 - pretty(D);
script Ln 21 Col 11
```

Fig. 2.12 – Script de resolución de problemas de valores propios.

Proyecto Integrador
Diseño preliminar de un banco de ensayo dinámico de frenos

```

Command Window

P(L) =
      3      2
      44469722366881361 L      133234736810549185221348786208441 L
-----
- L +
      4722366482869645213696      11150372599265311570767859136324180782990208
-----
      65272527123351523921837128901000046996357093277
+
-----
      26328072917139296674479506920917608079723773850137277813577744384

>> A=-1;
>> B=44469722366881361/4722366482869645213696;
>> C=-133234736810549185221348786208441/11150372599265311570767859136324180782990208;
>> D=65272527123351523921837128901000046996357093277/26328072917139296674479506920917608079723773850137277813577744384;
>> P=[A B C D];
>> r=roots(P);
>> r

r =

      1.0e-05 *
           0.7954
           0.1204
           0.0259

A >> |

```

Así el polinomio característico resultante es:

$$P_{\lambda}(M_{\Delta}) = -\lambda^3 + 9,4168 \times 10^{-6} \cdot \lambda^2 - 1,1949 \times 10^{-11} \cdot \lambda + 2,4792 \times 10^{-18} = 0$$

cuyas raíces (los valores propios) y las respectivas velocidades críticas son:

$$\begin{cases} \lambda_1 = 7,954 \times 10^{-6} \rightarrow \omega_1 = \sqrt{1/\lambda_1} = 354,57 \text{ [rad/s]} \\ \lambda_2 = 1,204 \times 10^{-6} \rightarrow \omega_2 = \sqrt{1/\lambda_2} = 911,35 \text{ [rad/s]} \\ \lambda_3 = 2,59 \times 10^{-7} \rightarrow \omega_3 = \sqrt{1/\lambda_3} = 1964,9 \text{ [rad/s]} \end{cases}$$

En consecuencia el régimen de revoluciones correspondiente a la menor velocidad crítica es:

$$n_1 = \frac{60 \text{ [s/min]} \cdot \omega_1 \text{ [rad/s]}}{2\pi \text{ [rad/rev]}} = 3386 \text{ [rpm]}$$

que es ampliamente superior a los 1500 [rpm] que es la velocidad máxima de diseño del eje.

2.4.4 Diseño del sistema de acoplamiento de volantes

De acuerdo con la hipótesis de diseño adoptada, los volantes de momentos de inercia mayores se prevén desacoplables, o sea capaces de permanecer estáticos, independientes del movimiento de rotación del árbol por medio de conjuntos de rodamientos. El volante base, por el contrario, está previsto que esté solidariamente vinculado al eje en forma permanente.

La conexión de los volantes mayores al eje para permitir la transmisión de torque se llevará a cabo mediante acoplamientos deslizantes sobre estrías los cuales se vinculan entre sí a través de un cierre de forma dentado.

El gran momento de inercia del conjunto rodante girando a alta velocidad implica que la vinculación del volante sobre el cual se aplica el momento de frenado, sea lo suficientemente robusta para permitir transmitir dicho par al eje sin sufrir deformaciones. En consecuencia para poder dimensionar el estriado tanto del volante base como de los acoples deslizantes se toma como torque a ser transmitido el momento de frenado bajo la condición más desfavorable, o sea con momento de inercia máximo y el esfuerzo aplicado en el volante de menor diámetro.

De acuerdo con la norma *MIL-W-5013K [1]*, la desaceleración de los volantes debe ser de 10 ft/seg² (3,048 m/s²), por lo tanto:

$$I_{m\acute{a}x} = 3250 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

$$a_c = 3,048 \text{ m/s}^2$$

$$R_{min} = 0,6 \text{ m}$$

$$T = \frac{I_{m\acute{a}x} \cdot a_c}{R_{min}} = 16510 \text{ N} \cdot \text{m} = 1,651 \times 10^7 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

Para dimensionar las estrías se calcularon las dimensiones mínimas que debería soportar la condición más desfavorable tanto a aplastamiento como al corte. Los límites geométricos están dados por el radio mínimo del eje ($R_E = 110 \text{ mm}$), la longitud mínima de las estrías ($L = 70 \text{ mm}$) y el número adoptado de ellas ($N = 12$). Las características mecánicas más desfavorables de los materiales utilizados corresponden a las de la fundición de hierro nodular de acuerdo con el libro *Fundiciones de José Apraiz Barreiro [7]*:

$$\sigma_R = 490 \text{ MPa}$$

$$\sigma_E = 0,75 \cdot \sigma_R = 368 \text{ MPa}$$

$$CS = 10 \rightarrow \sigma_{adm} = \frac{\sigma_E}{CS} = 36,8 \text{ MPa}$$

$$F_T \leq \sigma_{adm} \cdot N \cdot L \cdot H$$

$$T = F_T \left(R_E + \frac{H}{2} \right) = \sigma_{adm} NLH$$

$$\frac{H^2}{2} + R_E H - \frac{T}{\sigma_{adm} NL} = 0$$

$$H = -R_E \pm \sqrt{R_E^2 - \frac{2T}{\sigma_{adm} NL}} \rightarrow H \geq 4,75 \text{ mm}$$

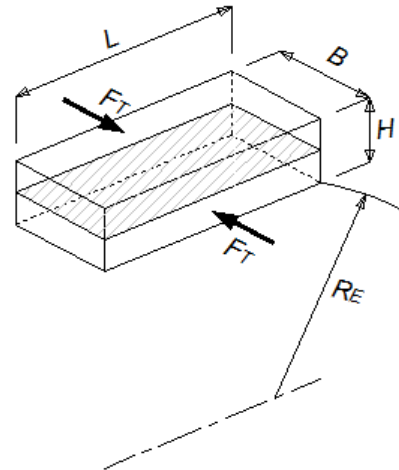
Se adopta la altura de estría: $H = 10 \text{ mm}$

$$\tau_{adm} = \frac{\sigma_{adm}}{\sqrt{3}} = 21,2 \text{ MPa}$$

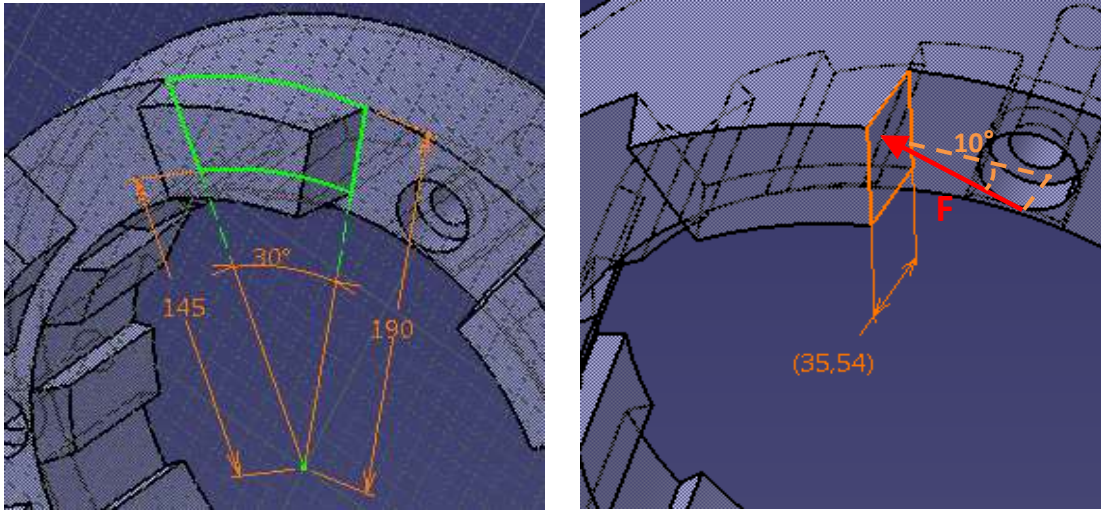
$$F_T = \frac{T}{\left(R_E + \frac{H}{2} \right)} \leq \tau_{adm} BNL$$

$$\therefore B \geq \frac{T}{\tau_{adm} LN(R_E + H)} = 7,71 \text{ mm}$$

Se adopta el ancho de estría: $B = 30 \text{ mm}$



A continuación para verificar la resistencia mecánica del dentado de los acoples se asume como área de corte al trapecio circular de la raíz del diente, mientras que para determinar la tensión de contacto se toma el área real del flanco del diente bajo la acción de la fuerza tangencial resultante de la cupla transmitida, proyectada sobre la dirección normal de dicha superficie:



El material seleccionado para el acople es un acero SAE 1045:

$$\therefore \sigma_R = 570 \text{ MPa} \quad \wedge \quad \sigma_{0,2} = 310 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_{0,2}}{CS} = \frac{310}{10} = 31 \text{ MPa} \quad \wedge \quad \tau_{adm} = \frac{\sigma_{adm}}{\sqrt{3}} = 21,5 \text{ MPa}$$

$$A_c = N \cdot \frac{\pi \cdot \alpha}{360^\circ} \cdot (r_2^2 - r_1^2) = 6 \cdot \frac{\pi \cdot 30^\circ}{360^\circ} \cdot [(190 \text{ mm})^2 - (145 \text{ mm})^2] = 23679,6 \text{ mm}^2$$

$$A_F = N \cdot (r_2 - r_1) \cdot b = 6 \cdot (190 \text{ mm} - 145 \text{ mm}) \cdot 35,54 \text{ mm} = 9595,8 \text{ mm}^2$$

$$\tau = \frac{2 \cdot T}{(r_2 + r_1) \cdot A_c} = \frac{2 \cdot (1,651 \times 10^7 \text{ N} \cdot \text{mm})}{(190 \text{ mm} + 145 \text{ mm}) \cdot 23679,6 \text{ mm}^2} = 4,2 \text{ MPa} \ll \tau_{adm}$$

$$\sigma = \frac{2 \cdot T}{A_F \cdot (r_2 + r_1) \cdot \cos(10^\circ)} = \frac{2 \cdot (1,651 \times 10^7 \text{ N} \cdot \text{mm})}{9595,8 \text{ mm}^2 \cdot (190 \text{ mm} + 145 \text{ mm}) \cdot \cos(10^\circ)} = 10,4 \text{ MPa}$$

$\ll \sigma_{adm}$

En las imágenes siguientes puede verse el esquema general del diseño del eje con los estriados, y los volantes de inercia con sus respectivos conjuntos de rodamientos y sistemas de acople deslizantes.

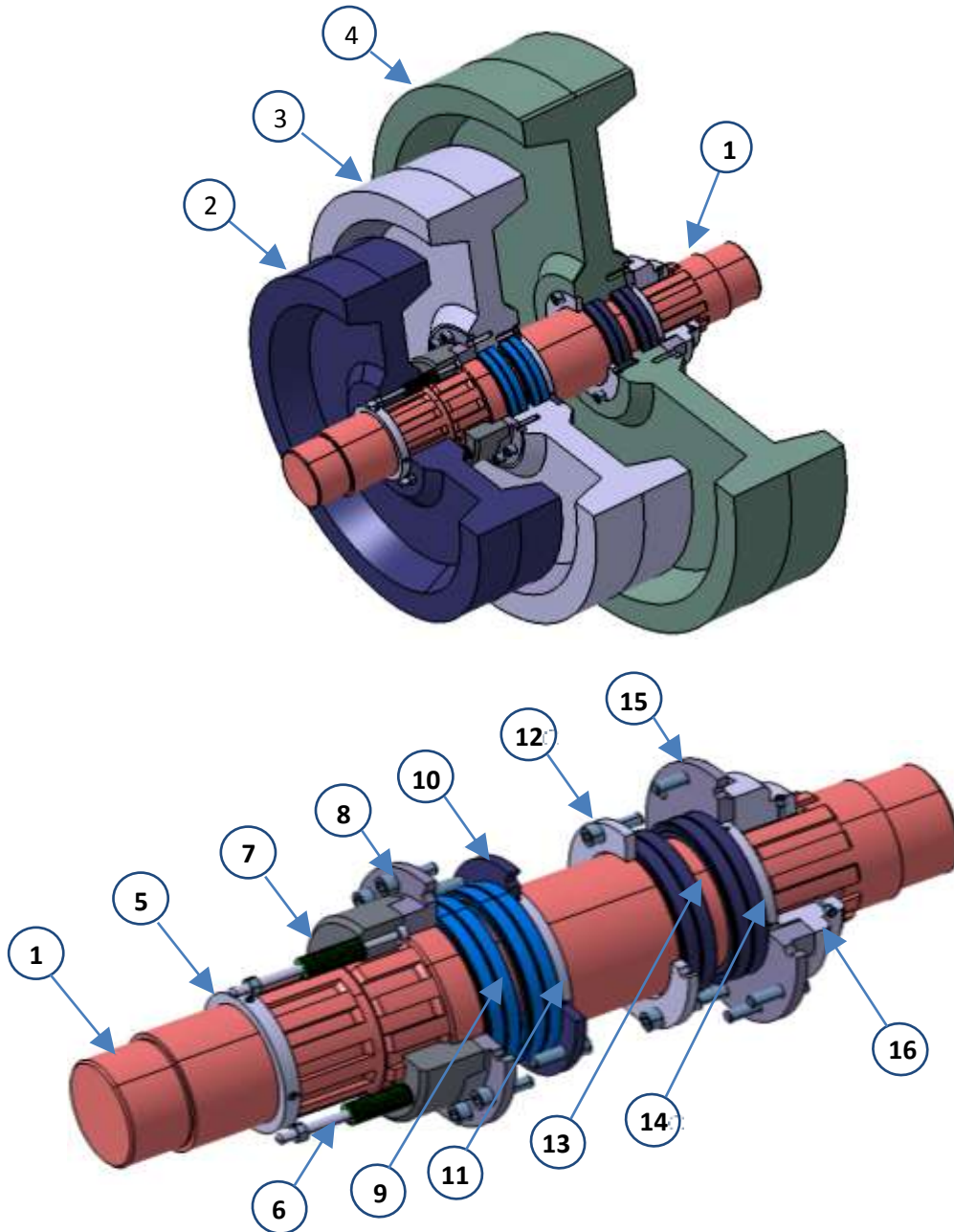


Fig. 2.13 – Esquema constructivo del conjunto rodante.

Tabla de referencias:

1	Eje
2	Volante de inercia N1 (fijo)
3	Volante de inercia N2 (desacoplable)
4	Volante de inercia N3 (desacoplable)
5	Anillo de retención del volante N1
6	Vástagos de retracción
7	Acople deslizante del volante N2
8	Acople fijo del volante N2
9	Rodamientos de agujas NA 4852
10	Tapa de rodamientos del volante N2
11	Anillo de retención del volante N2
12	Tapa de rodamientos del volante N3
13	Rodamientos de agujas NA 4848
14	Anillo de retención del volante N3
15	Acople fijo del volante N3
16	Acople deslizante del volante N3

A continuación se procede con la verificación de vida útil de los rodamientos de agujas de los volantes de inercia de acuerdo con el catálogo SKF [8]. El régimen de revoluciones máximo de cálculo corresponde a la velocidad de rotación necesaria para alcanzar la energía de ensayo del avión Mirage MIII en condición de despegue abortado según la curva $R_2=0,75m$ en la configuración III ($I_3 = 3249 \text{ kg.m}^2$) de la figura 1.10.

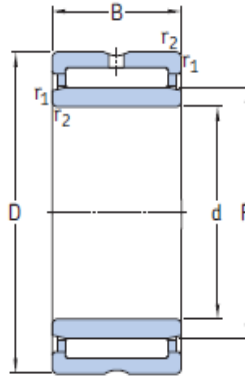
$$E = 33661 \text{ kJ} \rightarrow V_p = 108 \text{ m/s}$$
$$\omega = \frac{V_p}{R_2} = \frac{108 \text{ m/s}}{0,75 \text{ m}} = 144 \text{ rad/s} \quad \therefore \quad n = \frac{60 \cdot \omega}{2\pi} = 1375 \text{ rpm}$$

De acuerdo con el criterio de vida para “*máquinas de uso intermitente en las que la operación confiable es de gran importancia*” - Tabla 11-4, pág. 563, *Shigley's Mechanical Engineering Design* [3] – la duración mínima está comprendida entre 8000 y 14000 hs.

2.4.5 Selección de rodamientos de los volantes desacoplables

VOLANTE N2:

Rodamientos de agujas con aros mecanizados, pestaña y aro interior NA 4852



Dimensiones principales			Capacidad de carga básica		Carga límite de fatiga P_u	Velocidades nominales		Masa	Designación
d	D	B	dinámica C	estática C_0		Velocidad de referencia	Velocidad límite		
mm			kN		kN	r. p. m.		kg	-
260	320	60	358	1200	114	1400	1500	10,5	NA 4852

$$P = P_0 = F_r = \frac{1}{2} (81,57 \text{ kN}) = 40,785 \text{ kN}$$

$$S = \left(\frac{C}{P}\right) = L_{10}^{3/10} \rightarrow L_{10} = \left(\frac{358}{40,785}\right)^{10/3} = 1395,11 \text{ Mrev}$$

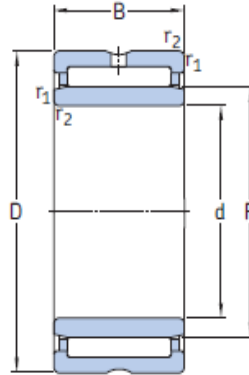
$$L_{10h} = \frac{10^6}{60 \cdot n} L_{10} = \frac{10^6}{60 \cdot 1375} 1395,11 = 16910 \text{ hs} \gg 8000 \text{ hs} \therefore \text{Verifica}$$

$$S_0 = \left(\frac{C_0}{P_0}\right) = \frac{1200}{40,785} = 29,412 \gg 3 \therefore \text{Verifica}$$

$$V = 1375 \text{ rpm} < V_{REF} = 1400 \text{ rpm} < V_{LIM} = 1500 \text{ rpm} \therefore \text{Verifica}$$

VOLANTE N3:

Rodamientos de agujas con aros mecanizados, pestaña y aro interior NA 4848



Dimensiones principales			Capacidad de carga básica		Carga límite de fatiga P_u	Velocidades nominales		Masa	Designación
d	D	B	dinámica C	estática C_0		Velocidad de referencia	Velocidad límite		
mm			kN		kN	r. p. m.		kg	-
240	300	60	347	1120	110	1500	1700	9,9	NA 4848

$$P = P_0 = F_r = \frac{1}{2}(94,57kN) = 40,285kN$$

$$S = \left(\frac{C}{P}\right) = L_{10}^{3/10} \rightarrow L_{10} = \left(\frac{347}{40,285}\right)^{10/3} = 768 \text{ Mrev}$$

$$L_{10h} = \frac{10^6}{60 \cdot n} L_{10} = \frac{10^6}{60 \cdot 1375} 768 = 9309 \text{ hs} \geq 8000 \text{ hs} \quad \therefore \text{Verifica}$$

$$S_0 = \left(\frac{C_0}{P_0}\right) = \frac{1120}{40,285} = 27,8 \gg 3 \quad \therefore \text{Verifica}$$

$$V = 1375 \text{ rpm} < V_{REF} = 1500 \text{ rpm} < V_{LIM} = 1700 \text{ rpm} \quad \therefore \text{Verifica}$$

2.3.6 Verificación del eje a fatiga

La teoría de falla de Soderberg ofrece un método suficientemente conservativo para evaluar la resistencia a la fatiga en vida ilimitada de un eje rotativo de acero. El criterio en cuestión establece que el eje no fallará por fatiga si la tensión equivalente de Soderberg σ_E no supera en ningún punto la tensión de fluencia del material S_y , por lo tanto de la relación entre estos dos valores se define el coeficiente de seguridad en fatiga:

$$CS = \frac{S_y}{\sigma_E} \quad (43)$$

El material del eje es un acero SAE 1045 laminado en caliente, con las siguientes tensiones de fluencia y rotura:

$$S_y = 310 \text{ MPa} \quad \wedge \quad S_u = 570 \text{ MPa}$$

La tensión equivalente de Soderberg para un eje rotativo sometido a flexión, o sea bajo la acción de tensiones axiales alternadas, y sin variaciones cíclicas de torque es:

$$\sigma_E = \sqrt{\left(K_f \cdot \sigma_a \cdot \frac{S_y}{S_e}\right)^2 + 3 \cdot \tau^2} \quad (44)$$

Donde σ_a es la tensión alterna debida a los esfuerzos de flexión, τ es la tensión tangencial de corte por torsión, S_e es el límite de fatiga del eje y K_f es el coeficiente de concentración de tensiones en fatiga.

$$\sigma_a = \frac{32 \cdot M_f(x)}{\pi \cdot d^3} \quad (45)$$

$$\tau = \frac{16 \cdot M_T}{\pi \cdot d^3} \quad (46)$$

El límite de fatiga de un eje de acero se obtiene a su vez del siguiente producto:

$$S_e = f_T \cdot f_S \cdot S'_e \quad (47)$$

Donde S'_e es el límite de fatiga estimado del material, siendo su expresión:

$$S'_e \approx \text{mínimo} (0,5 \cdot S_u ; 690 \text{ MPa}) = 285 \text{ MPa} \quad (48)$$

El factor de superficie para ejes laminados es:

$$f_s = 4,51 \cdot S_u^{-0,265} = 0,8392 \quad (49)$$

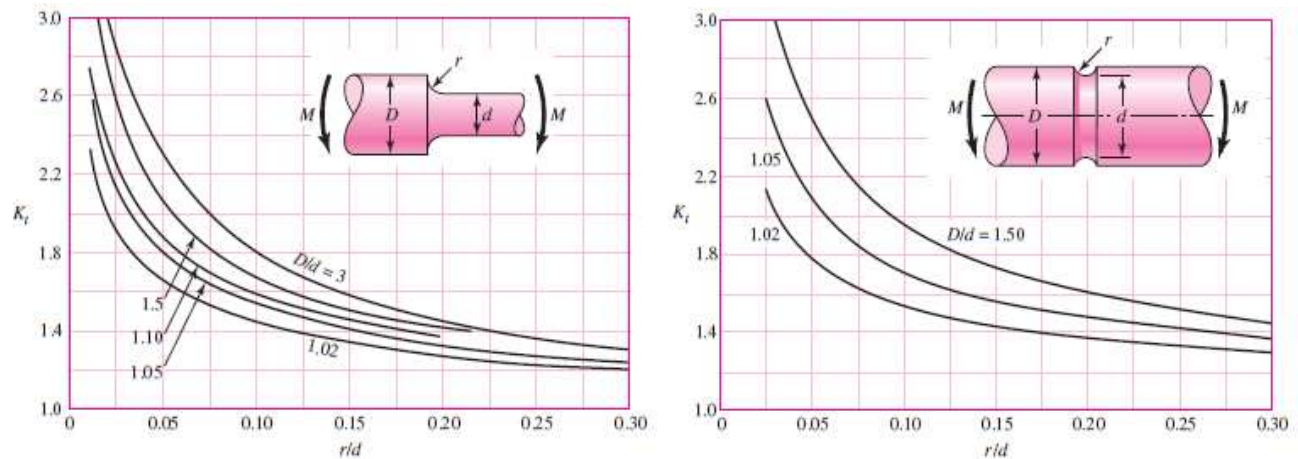
El factor de tamaño es:

$$f_T = 1,51 \cdot d^{-0,157} \quad (51 \text{ mm} < d \leq 254 \text{ mm}) \quad (50)$$

El coeficiente de concentración de tensiones en fatiga K_f es:

$$K_f = 1 + q \cdot (K_t - 1) \quad (51)$$

El coeficiente de concentración de tensiones estáticas K_t se encuentra en curvas experimentales la bibliografía tales como las siguientes:



*Fig. 2.14 - Curvas de concentración de tensiones A-15-9 y A-15-14 - Budynas-Nisbett
 - Shigley's Mechanical Engineering Design [3]*

La sensibilidad a la entalla q se define según la ecuación de Neuber como:

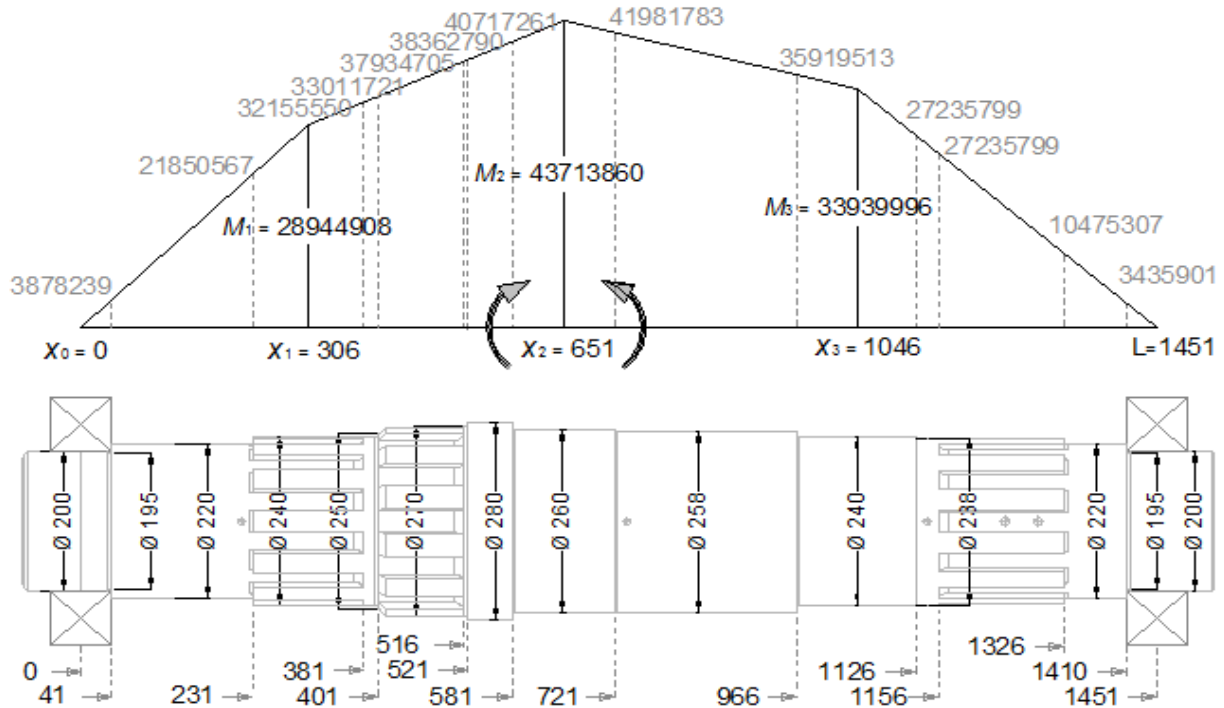
$$q = \frac{1}{1 + \sqrt{\rho/r}} \quad (52)$$

En la que r es el radio de la entalla en $[mm]$ y el parámetro de material de Neuber es:

$$\rho = [2,257 - 0,397 \cdot \ln(S_u/9,81)]^4 = 0,1723193 \quad (53)$$

Proyecto Integrador
Diseño preliminar de un banco de ensayo dinámico de frenos

A continuación, para determinar las respectivas tensiones axiales alternas calculamos los momentos flectores en los puntos críticos del eje:

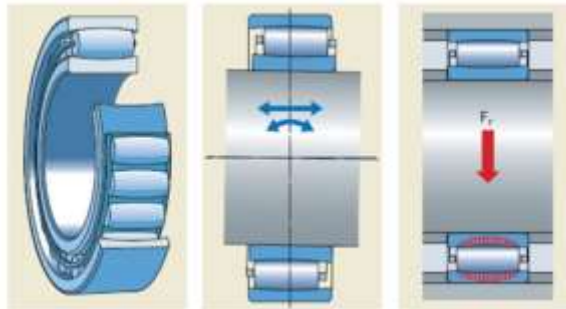


X	M(x)	r	d	D	q	σ_a	τ_m	r/d	D/d	K_t	K_f	f_T	f_S	Se	σ_E	cs
41	3878239	2,5	195	220	0,792	5,3	11,3	0,013	1,13	2,9	2,50	0,66	0,84	157,8	32,8	9,5
231	21850568	4,0	220	240	0,828	20,9	7,9	0,018	1,09	2,8	2,49	0,65	0,84	154,9	105,1	2,9
381	32155550	15,0	220	240	0,903	30,8	7,9	0,068	1,09	1,7	1,63	0,65	0,84	154,9	101,4	3,1
401	33011721	5,0	240	250	0,843	24,3	6,1	0,021	1,04	2,6	2,35	0,64	0,84	152,8	116,5	2,7
516	37934705	15,0	250	270	0,903	24,7	5,4	0,060	1,08	1,8	1,72	0,63	0,84	151,8	87,5	3,5
521	38148748	5,0	270	280	0,843	19,7	4,3	0,019	1,04	2,6	2,35	0,63	0,84	150,0	96,2	3,2
581	40717261	4,0	260	280	0,828	23,6	4,8	0,015	1,08	2,7	2,41	0,63	0,84	150,8	117,1	2,6
721	41981783	1,0	258	260	0,707	24,9	4,9	0,004	1,01	3,0	2,41	0,63	0,84	151,0	123,6	2,5
966	35919513	2,0	240	258	0,773	26,5	6,1	0,008	1,08	3,0	2,55	0,64	0,84	152,8	137,2	2,3
1126	27235799	1,0	238	240	0,707	20,6	6,2	0,004	1,01	3,0	2,41	0,64	0,84	153,0	101,2	3,1
1156	24721725	15,0	238	240	0,903	18,7	6,2	0,063	1,01	1,6	1,54	0,64	0,84	153,0	59,4	5,2
1326	10475307	4,0	238	220	0,828	7,9	6,2	0,017	0,92	2,2	1,99	0,64	0,84	153,0	33,8	9,2
1410	3435901	2,5	195	220	0,792	4,7	11,3	0,013	1,13	2,9	2,50	0,66	0,84	157,8	30,4	10,2

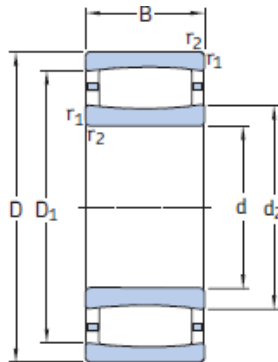
Tal como puede verse en la tabla, el menor valor de CS que resulta es 2,3 por lo que se verifica que el eje puede soportar correctamente los efectos de las tensiones alternadas sin entrar en falla por fatiga.

2.3.7 Selección de rodamientos de apoyo

Para los apoyos de los extremos analizamos la factibilidad de utilizar rodamientos de rodillos toroidales CARB SKF - *Catálogo general de rodamientos SKF[8]* - los cuales combinan altas capacidades de carga con la capacidad de auto alineación de los rodillos a rótula.



Rodamiento CARB de rodillos toroidales C 3040:



Dimensiones principales			Capacidad de carga básica		Carga límite de fatiga P_u	Velocidades nominales		Masa	Designaciones Rodamiento con agujero cilíndrico
d	D	B	dinámica C	estática C_0		Velocidad de referencia	Velocidad límite		
mm			kN		kN	r. p. m.		kg	-
200	310	82	1 120	1 730	153	1 700	2 400	22,5	C 3040

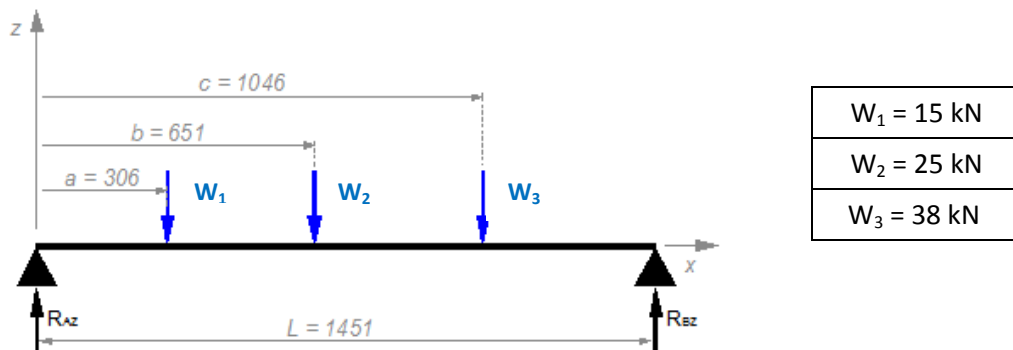
La condición de carga dinámica más desfavorable corresponde a la reacción de apoyo en el extremo A, próximo al volante de menor diámetro, bajo la hipótesis de carga I en la que la rueda se encuentra aplicando carga máxima sobre dicho volante de inercia.

$$P = R_A = \sqrt{R_{AZ}^2 + R_{AY}^2} = \sqrt{(80,87 \text{ kN})^2 + (44,64 \text{ kN})^2} = 92,37 \text{ kN}$$

$$S = \left(\frac{C}{P}\right) = L_{10}^{3/10} \rightarrow L_{10} = \left(\frac{1120}{92,37}\right)^{10/3} = 4095 \text{ Mrev}$$

$$L_{10h} = \frac{10^6}{60 \cdot n} L_{10} = \frac{10^6}{60 \cdot 1375} 4095 = 49636 \text{ hs} \geq 8000 \text{ hs} \quad \therefore \text{ Verifica}$$

Los rodamientos deben ser capaces de soportar grandes cargas estáticas por tiempos prolongados debido al tipo de servicio que debe prestar el banco de ensayos. Las reacciones en tal caso de máquina detenida son las que resultan del cálculo estático de equilibrio de momentos en el plano z bajo la sola acción del peso propio del conjunto:



$$\sum M_A = 0 \Rightarrow R_B = \left(\frac{a}{L}\right) W_1 + \left(\frac{b}{L}\right) W_2 + \left(\frac{c}{L}\right) W_3 = \left(\frac{306}{1451}\right) 15 + \left(\frac{651}{1451}\right) 25 + \left(\frac{1046}{1451}\right) 38 = 41,77 \text{ kN}$$

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow R_A = \left(\frac{L-a}{L}\right) W_1 + \left(\frac{L-b}{L}\right) W_2 + \left(\frac{L-c}{L}\right) W_3 = \left(\frac{1451-306}{1451}\right) 15 + \left(\frac{1451-651}{1451}\right) 25 + \left(\frac{1451-1046}{1451}\right) 38 = 36,23 \text{ kN}$$

Proyecto Integrador
Diseño preliminar de un banco de ensayo dinamométrico de frenos

$$P_0 = R_B \cong 42 \text{ kN}$$

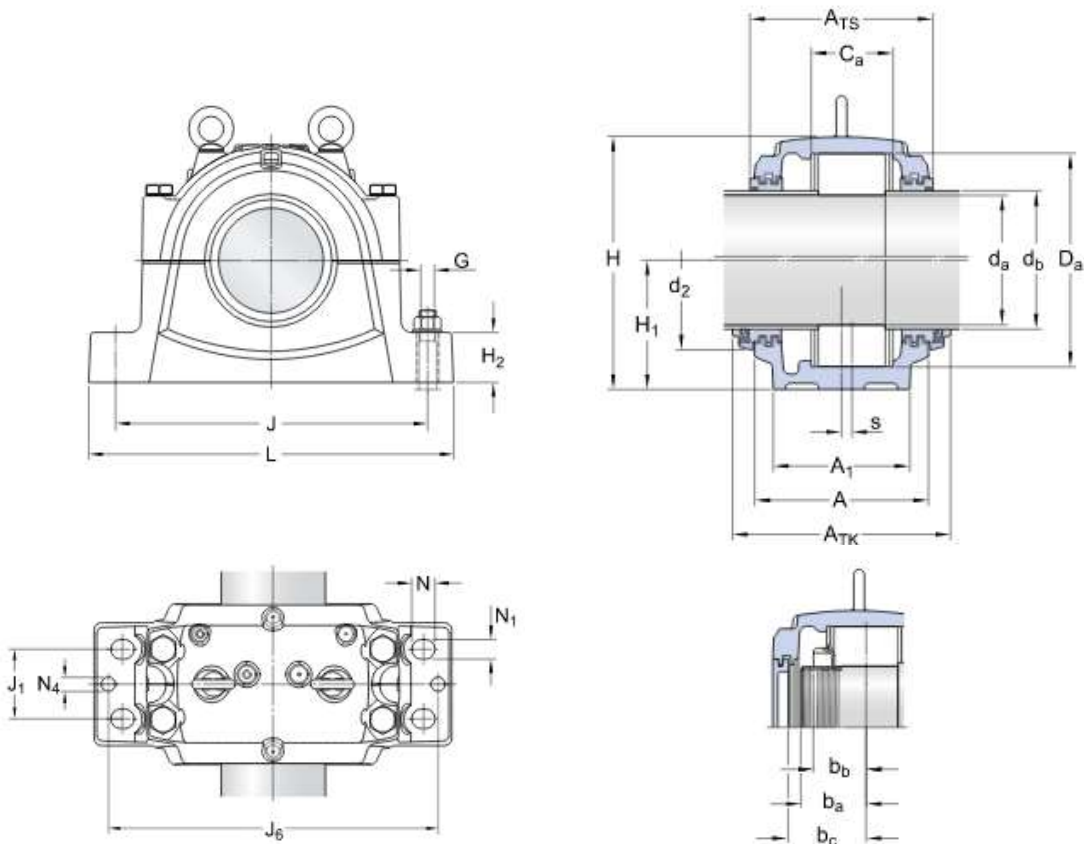
$$S_0 = \left(\frac{C_0}{P_0}\right) = \frac{1730}{42} = 41,2 \gg 3 \quad \therefore \text{Verifica}$$

$$V = 1375 \text{ rpm} < V_{REF} = 1700 \text{ rpm} < V_{LIM} = 2400 \text{ rpm} \quad \therefore \text{Verifica}$$

Seleccionados los rodamientos, se procede con la selección de los soportes que admiten el montaje de los mismos de acuerdo con el catálogo online SKF:

- <http://www.skf.com/ar/products/bearings-units-housings/bearing-housings>

SNL 3040 G	
Productos adecuados	
Rodamiento (designación básica)	C 3040
Tuerca de fijación	KML 40
Arandela de fijación	MBL 40
Anillo de fijación	4 x FRB 10/310

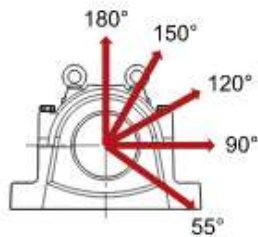


Proyecto Integrador
Diseño preliminar de un banco de ensayo dinamométrico de frenos

Dimensiones

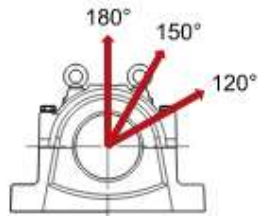
d_a	200	mm	d_2	350	mm
d_b	220	mm	J	480	mm
C_a	122	mm	J_1	120	mm
D_a	310	mm	L	580	mm
A	260	mm	N	34	mm
A_1	210	mm	N_1	28	mm
A_{TS}	270	mm	s	10	mm
A_{TK}	367	mm	b_a min.	78	mm
H	375	mm	b_a max.	112	mm
H_1	190	mm	b_b	72.5	mm
H_2	80	mm	b_c	117.5	mm

Cargas de rotura, soporte



P_{0°	2200	kN
P_{55°	2700	kN
P_{90°	1300	kN
P_{120°	1000	kN
P_{150°	880	kN
P_{180°	1100	kN
P_a	710	kN

Límite de elasticidad, pernos de tapa



Q_{120°	1800	kN
Q_{150°	1040	kN
Q_{180°	900	kN

2.3.8 Verificación del eje mediante el método de elementos finitos

Con el fin de corroborar los resultados de los cálculos de diseño se llevó a cabo una simulación numérica del eje mediante el método de los elementos finitos (MEF) utilizando para ello el módulo *Analysis & Simulation* del software Catia V5-R18 de *Dassault Systèmes*, que permite hacer modelos en régimen lineal.

Dado que el eje es simétrico respecto al plano (x,z) podemos valernos de esta ventaja para reducir el esfuerzo de cálculo modelando solo la mitad del sólido, cortado a lo largo de dicho plano y agregando las condiciones de vínculo que hacen al modelo equivalente. Para asegurar la congruencia de las condiciones cinemáticas se agrega un vínculo deslizante plano en la superficie del corte que permite el desplazamiento paralelo y restringe los desplazamientos transversales a dicho plano, así como los giros no contenidos en él. Para simular el giro relativo en las posiciones de los rodamientos agregamos en los extremos del eje vínculos del tipo PIVOT que restringen todo movimiento excepto el giro respecto a la dirección "Y", o sea ortogonal al plano de cargas.

La hipótesis de carga utilizada debe ser también congruente con el modelo simplificado, de modo que las cargas distribuidas en las superficies de contacto deben tener magnitudes iguales a la mitad de las respectivas en el eje real. A su vez, en el caso de los volantes desacoplables, el contacto con el eje tiene lugar en las superficies cilíndricas de las pistas interiores de cada par de rodamientos, por lo que en tales casos consideramos que cada rodamiento transfiere al eje la mitad de las respectivas cargas, o sea:

$P_1/2 = 7500 \text{ [N]}$	$P_2/4 = 20392,5 \text{ [N]}$	$P_3/4 = 9500 \text{ [N]}$
----------------------------	-------------------------------	----------------------------

En las siguientes imágenes puede verse el modelo simplificado con el esquema de carga y las condiciones de vínculo:

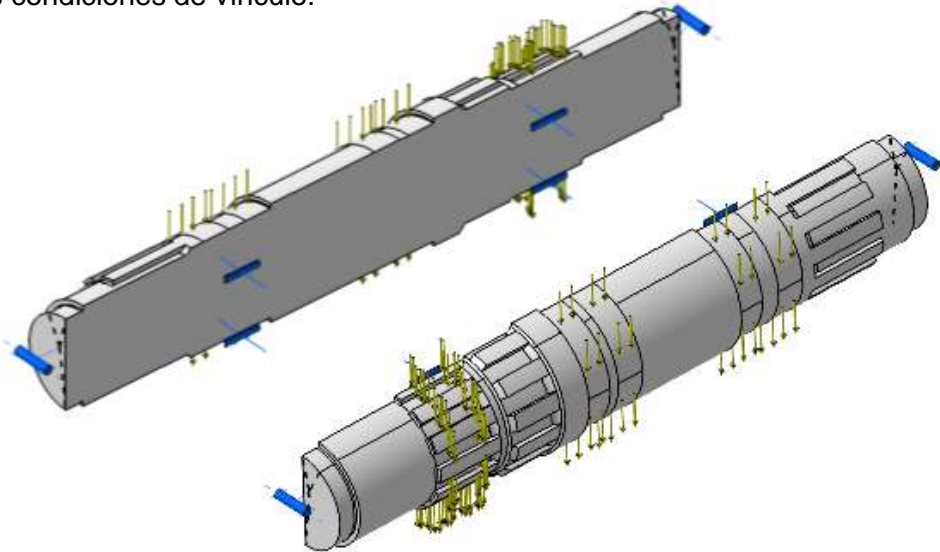


Fig. 2.15 – Modelo simétrico simplificado del eje, condiciones de vínculo y esquema de cargas para simulación mecánica mediante MEF.

El mallado del modelo fue definido con elementos tetraédricos de tamaño global 8 mm, pero con un afinamiento local de tamaño local a 2 mm en las aristas de unión de los escalonamientos, en las caras de las estrías y en los empalmes de los resaltos con el objetivo de aumentar la precisión en la determinación de las tensiones máximas.

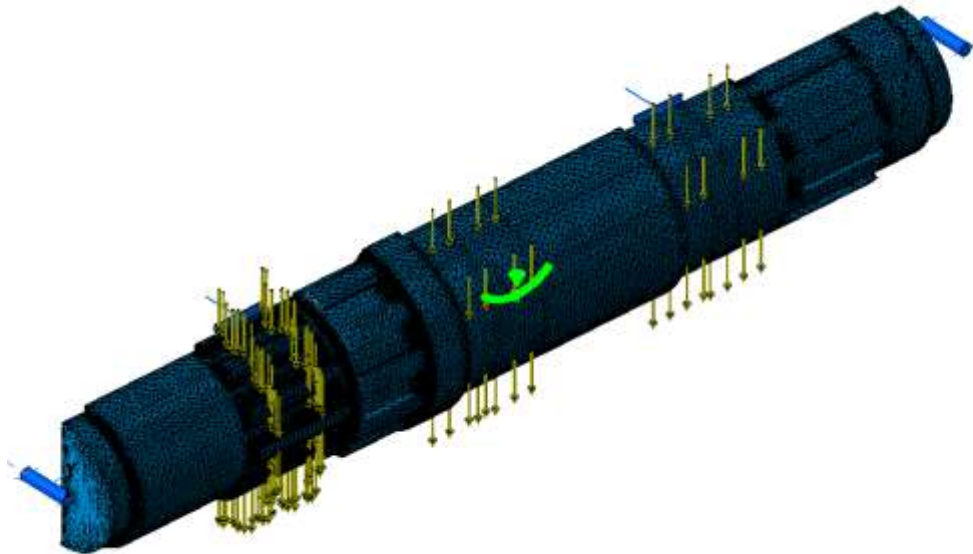


Fig. 2.16 – Modelo mallado del semi-eje para simulación mecánica mediante MEF

A continuación se resumen los resultados del análisis en términos de desplazamientos y tensiones.

- Desplazamiento máximo: 0,199 [mm]

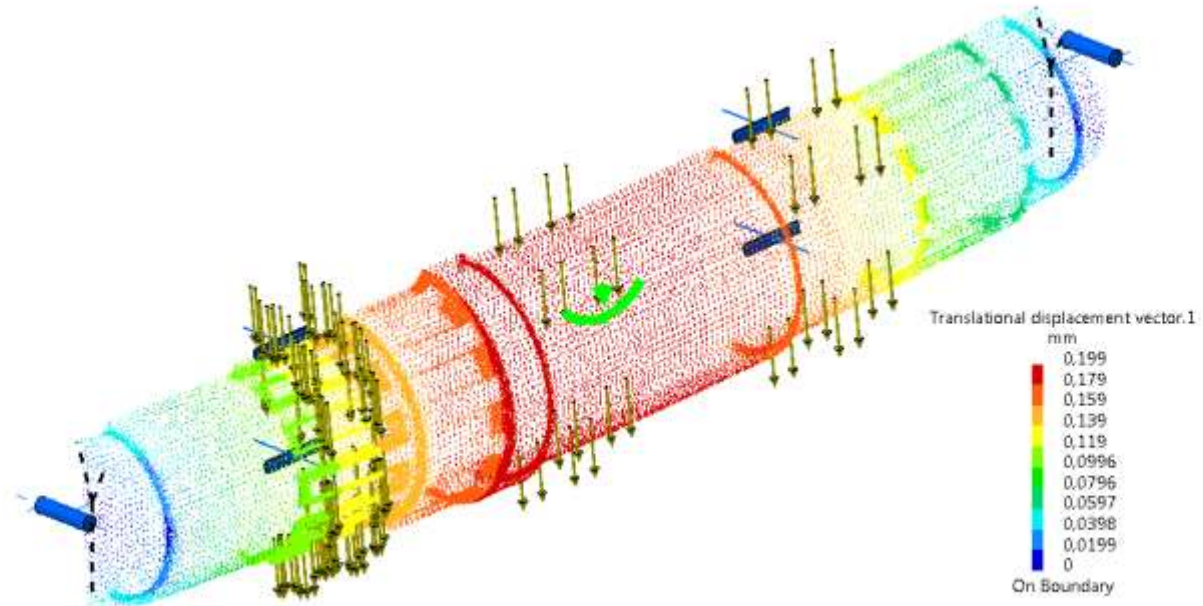


Fig. 2.17 – Desplazamientos resultantes de la simulación mecánica mediante MEF.

El modelo de elementos finitos indica que los cálculos de deformaciones antes hechos a partir del teorema de Castigliano son muy precisos dado el alto nivel de aproximación entre ambos:

$$\delta_{\text{máx}}(\text{Castigliano}) = 0,1901 \text{ [mm]} \rightarrow \Delta\% = \frac{(0,1990 - 0,1901)}{0,1990} \times 100 = 4,47 \%$$

- Tensión de Von Mises máxima: $4,55075 \times 10^7 \text{ [N/m}^2\text{]}$

El criterio de evaluación de tensiones del software es mediante el cálculo de la tensión nodal de acuerdo con la teoría de falla de energía de distorsión máxima (de Von Mises) o sea:

$$\sigma' = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) \right]^{1/2} \leq S_y \quad (54)$$

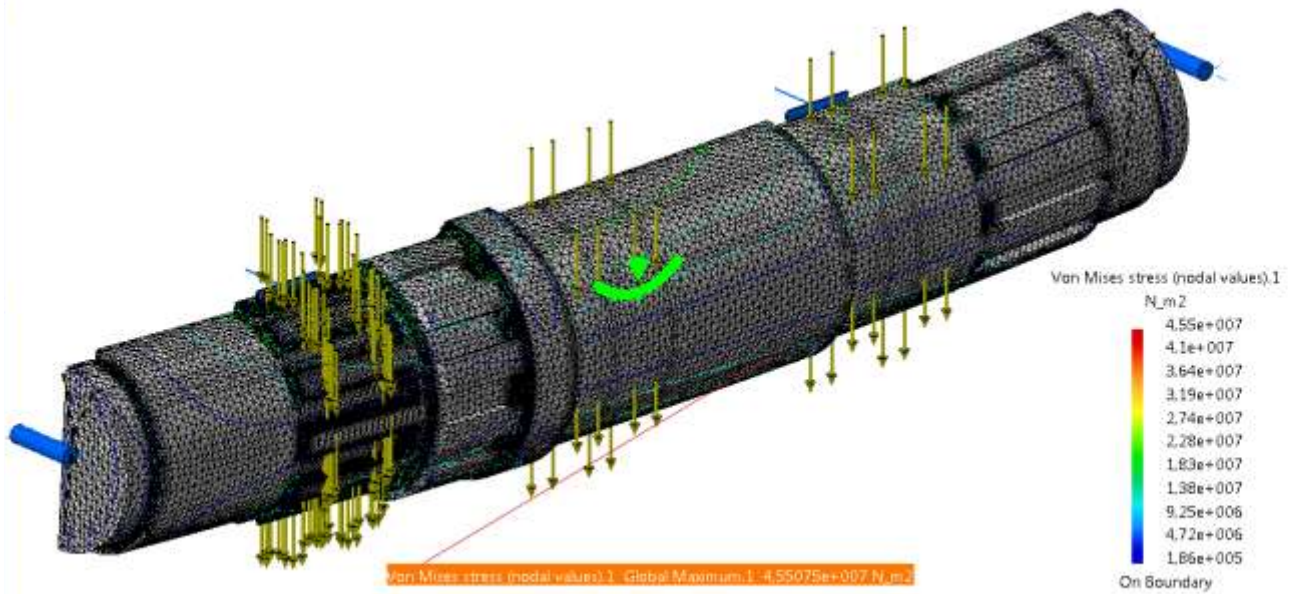


Fig. 2.18 – Tensiones de Von Mises resultantes de la simulación mecánica mediante MEF.

Teniendo en cuenta entonces que la tensión de fluencia del acero SAE 1045 es:

$$S_y = 3,1 \times 10^8 [Pa]$$

Se observa que el diseño verifica la condición de resistencia mecánica con un sobredimensionamiento dado por el siguiente coeficiente de seguridad:

$$CS = \frac{S_y}{\sigma'_{max}} = \frac{3,1 \times 10^8 [Pa]}{4,55075 \times 10^7 [Pa]} = 6,8$$

2.4 Diseño del carro porta rueda

El conjunto de rueda a ser ensayado debe entrar en contacto con la pista externa del volante correspondiente bajo la acción de una carga determinada, así como debe también poder retraerse para las maniobras de preparación del ensayo. Para ello se prevé que un actuador hidráulico de doble efecto permita desplazar el brazo sobre el que se montará el conjunto controlando la carga aplicada sobre la rueda. Así mismo, según sea la configuración de ensayo seleccionada, el mecanismo estará montado sobre un carro que debe tener la capacidad de desplazarse paralelamente al eje de los volantes para alinear la rueda con el volante de inercia correspondiente. Es por ello que la base del carro estará montada sobre cuatro guías lineales que permitan desplazarlo sobre un par de rieles paralelos. A continuación puede verse el esquema del conjunto:

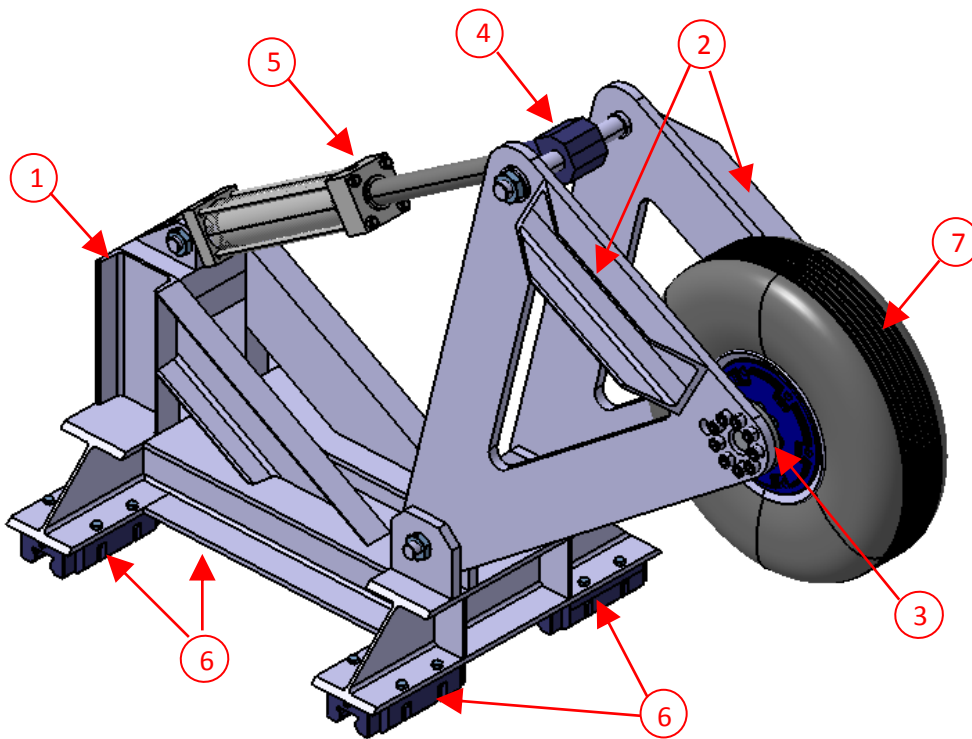


Fig. 2.19 – Esquema constructivo del conjunto carro porta rueda.

Tabla de referencias:

1	Carro base
2	Brazos porta rueda
3	Conjunto de fijación del block de freno
4	Articulación del actuador hidráulico
5	Actuador hidráulico de doble efecto
6	Guías lineales
7	Conjunto rueda (espécimen de ensayo)

CARRO BASE:

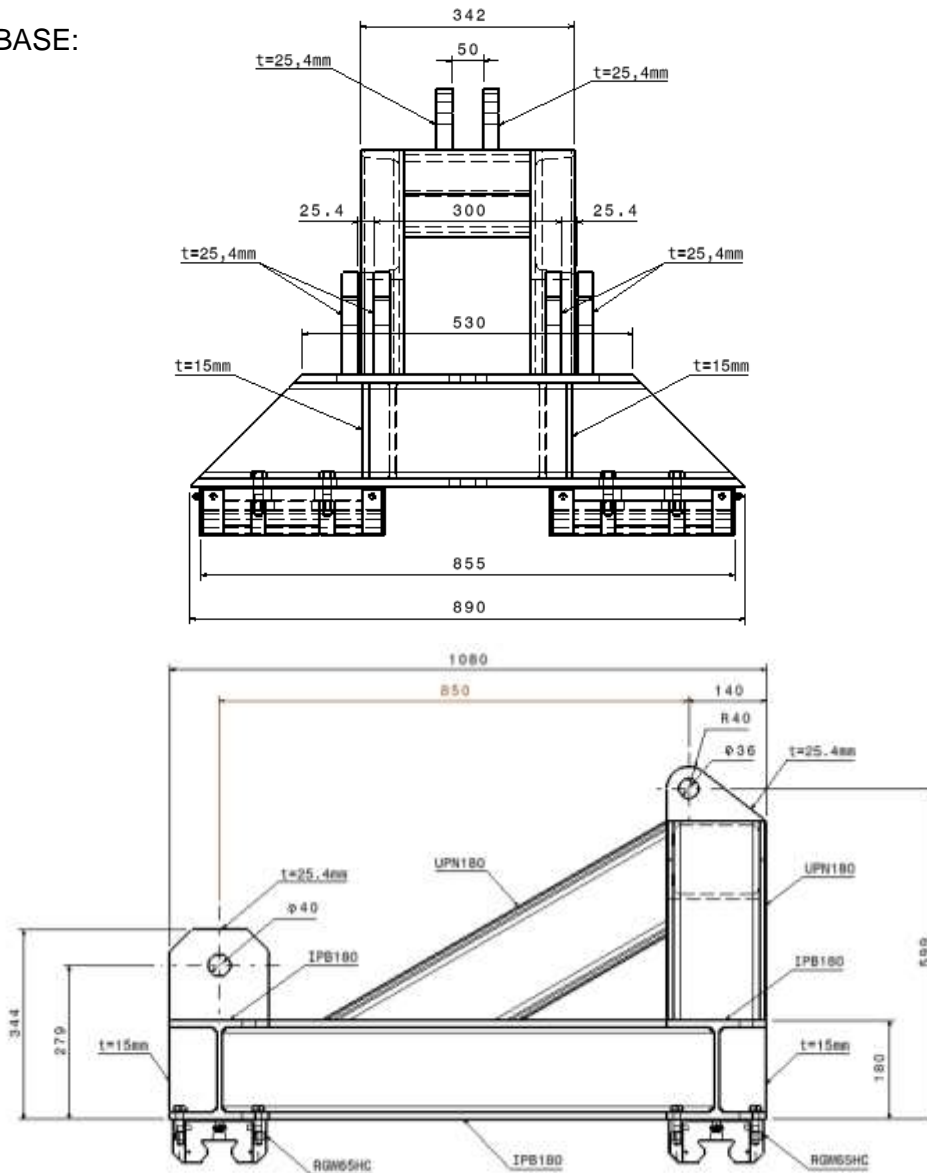


Fig. 2.20 – Esquema geométrico de la estructura del carro base.

BRAZOS PORTA RUEDA:

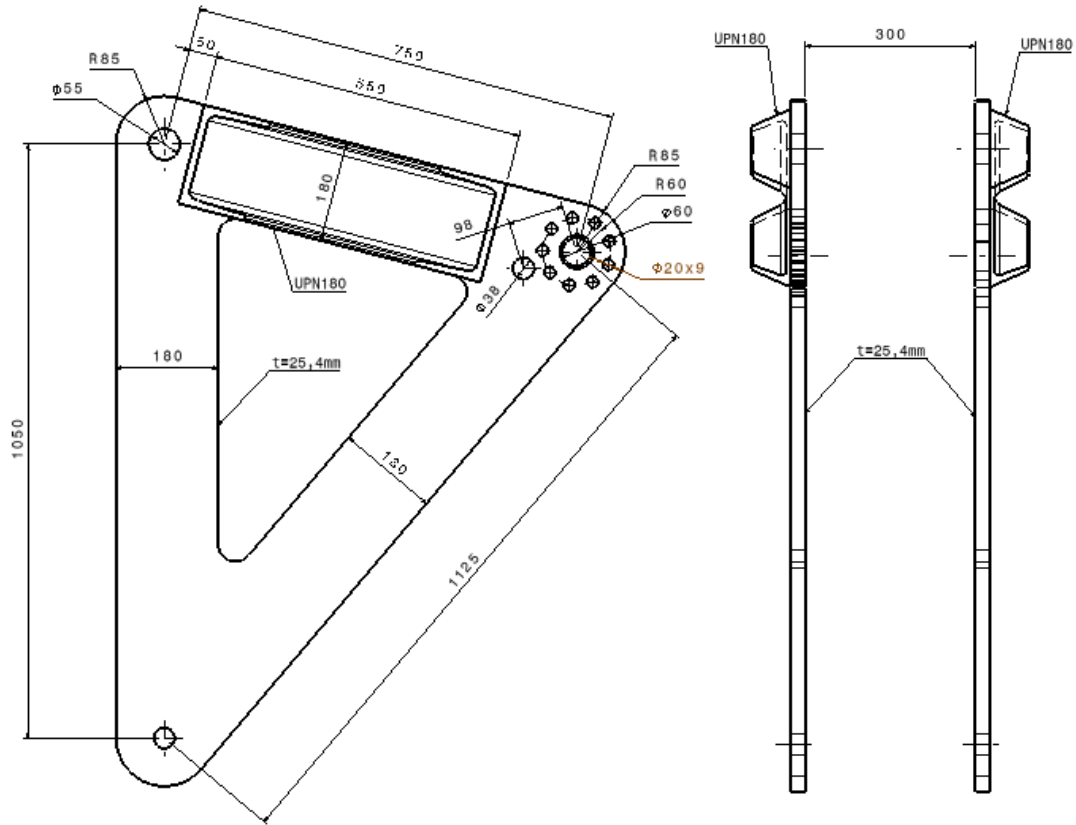


Fig. 2.21 – Esquema geométrico de los brazos porta rueda.

2.4.1 Cálculo y selección del actuador hidráulico

Las fuerzas de accionamiento del mecanismo de aproximación del conjunto de rueda deben responder al esquema mostrado a continuación teniendo en cuenta los siguientes parámetros geométricos:

Volante de inercia del banco de ensayos – Configuración I	$\varnothing = 1200 \text{ mm}$
Volante de inercia del banco de ensayos – Configuración II	$\varnothing = 1500 \text{ mm}$
Volante de inercia del banco de ensayos – Configuración III	$\varnothing = 1900 \text{ mm}$
Rueda de tren de aterrizaje Beach T34 Mentor (6,50-8 6TT) *	$\varnothing_R = 505 \text{ mm}$
Rueda de tren de aterrizaje Dassault Mirage MIII (750x230-15) *	$\varnothing_R = 750 \text{ mm}$
Rueda de tren de aterrizaje Fokker F-27 Friendship (37x11.75-16 10/14) *	$\varnothing_R = 940 \text{ mm}$

(*) Fuente: "Global Aviation Tires" - The Goodyear Tire & Rubber Company [2]

Por lo tanto a los fines del cálculo se adoptaron los siguientes diámetros de rueda extremos:

$$\phi_{R(min)} = 500 \text{ mm} \quad \wedge \quad \phi_{R(max)} = 1000 \text{ mm}$$

Considerando que el neumático sufre una deformación de aproximadamente 10% en su diámetro bajo carga, la distancia entre el eje de los volantes de inercia y el de la rueda ensayada resulta:

$$L = \frac{1}{2}(\phi + 0,8 \cdot \phi_R) \quad (54)$$

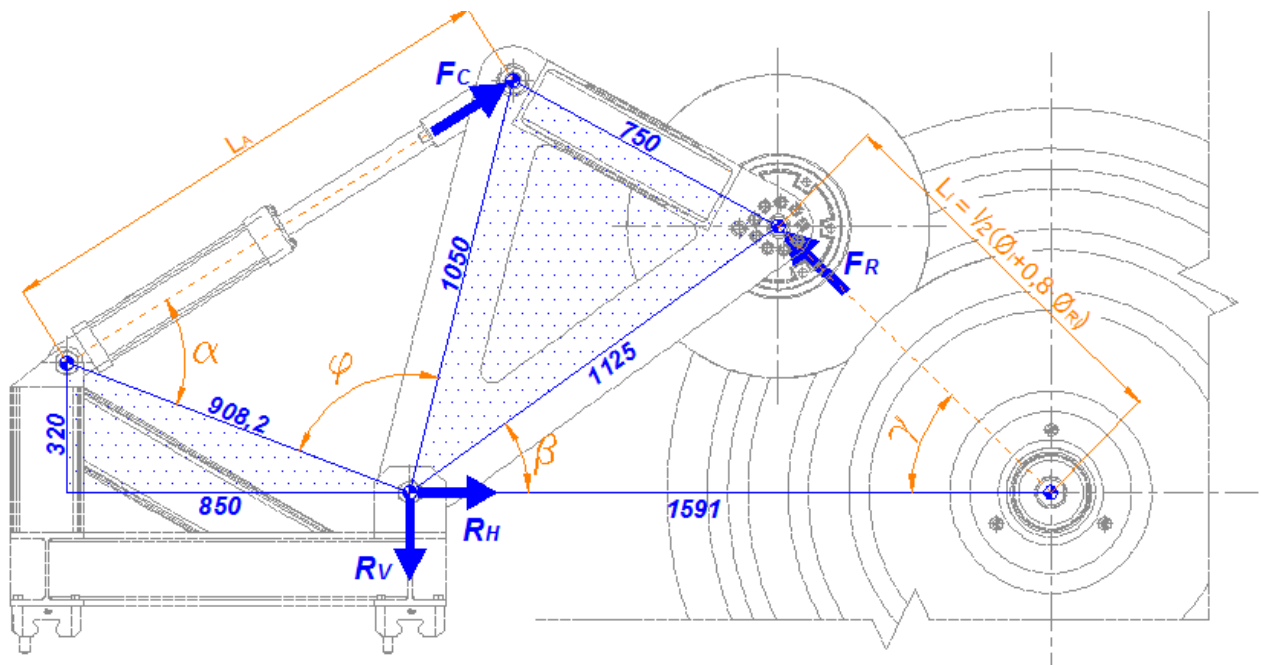


Fig.2.22 – Esquema de cargas en el conjunto brazo porta rueda.

Aplicando el teorema del coseno se puede determinar el ángulo de ataque del brazo:

$$L^2 = 1591^2 + 1125^2 - 2 \cdot 1591 \cdot 1125 \cdot \cos \beta$$

$$\therefore \beta = \cos^{-1} \left(\frac{3796906 - L^2}{3579750} \right) \quad (55)$$

El ángulo de incidencia de la fuerza sobre el volante se obtiene a partir del teorema del seno:

$$\frac{1125}{\text{sen } \gamma} = \frac{L}{\text{sen } \beta}$$

$$\therefore \gamma = \text{sen}^{-1}\left(\frac{1125 \cdot \text{sen } \beta}{L}\right) \quad (56)$$

$$\varphi = \pi - \beta - \tan^{-1}(320/850) - \cos^{-1}\left[\frac{1050^2 + 1125^2 - 750^2}{2 \cdot 1050 \cdot 1125}\right]$$

$$\varphi = \pi - \beta - 1,0609 \quad (57)$$

Nuevamente aplicando el teorema del coseno:

$$L_A^2 = 908,2^2 + 1050^2 - 2 \cdot (908,2) \cdot (1050) \cdot \cos \varphi$$

$$\therefore L_A = \sqrt{1927400 - 1907304 \cdot \cos \varphi} \quad (58)$$

Nuevamente aplicando el teorema del coseno:

$$\frac{\text{sen}(\alpha)}{1050} = \frac{\text{sen}(\varphi)}{L_A}$$

$$\therefore \alpha = \text{sen}^{-1}\left(\frac{1050 \cdot \text{sen } \varphi}{L_A}\right) \quad (59)$$

Planteando la ecuación de equilibrio de momentos en la articulación del brazo:

$$\sum M_B = F_R \cdot \cos\left[\frac{\pi}{2} - (\pi - \gamma - \beta)\right] \cdot 1125 - F_C \cdot \cos\left[\frac{\pi}{2} - (\pi - \alpha - \varphi)\right] \cdot 1050 = 0$$

$$F_R \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \beta - \gamma\right) \cdot 1125 - F_C \cdot \cos\left(\alpha + \varphi - \frac{\pi}{2}\right) \cdot 1050 = 0$$

$$\therefore F_C = F_R \cdot \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \beta - \gamma\right) \cdot 1125}{\cos\left(\alpha + \varphi - \frac{\pi}{2}\right) \cdot 1050} \quad (60)$$

Planteando la ecuación de equilibrio de fuerzas en la articulación del brazo:

$$\sum F_H = F_C \cdot \cos[\alpha - \text{tg}^{-1}(320/850)] - F_R \cdot \cos(\gamma) + R_H = 0$$

$$\therefore R_H = F_R \cdot \cos(\gamma) - F_C \cdot \cos[\alpha - \text{tg}^{-1}(320/850)] \quad (61)$$

$$\sum F_V = F_C \cdot \text{sen}[\alpha - \text{tg}^{-1}(320/850)] + F_R \cdot \text{sen}(\gamma) - R_V = 0$$

$$\therefore R_V = F_C \cdot \text{sen}[\alpha - \text{tg}^{-1}(320/850)] + F_R \cdot \text{sen}(\gamma) \quad (62)$$

El planteo de las condiciones de equilibrio de fuerzas y momentos permite obtener las expresiones a través de las cuales es posible relacionar la carga normal aplicada sobre la rueda con la fuerza ejercida por el actuador hidráulico en función de los diámetros de la rueda ensayada y del volante de inercia (configuración de ensayo). A continuación y según los datos de la Tabla 2.4 (pág.26) se asumen las siguientes cargas extremas a ser aplicadas en las condiciones antes definidas:

$$F_{R(máx)} = 7500 \text{ daN} \quad \wedge \quad F_{R(mín)} = 400 \text{ daN}$$

La siguiente tabla resume los resultados de las combinaciones de condiciones extremas:

F_R [daN]	\varnothing [mm]	\varnothing_R [mm]	L [mm]	β [rad]	γ [rad]	φ [rad]	L_A [mm]	α [rad]	F_C [daN]
400	1200	500	800	0,49096	0,72484	1,58971	1401,2	0,84686	620
400	1900	500	1150	0,80762	0,78515	1,27305	1169,6	1,03190	577
400	1200	1000	1000	0,67403	0,77842	1,40664	1271,1	0,95264	604
400	1900	1000	1350	0,98658	0,76859	1,09409	1025,8	1,14205	536
7500	1200	500	800	0,49096	0,72484	1,58971	1401,2	0,84686	11627
7500	1900	500	1150	0,80762	0,78515	1,27305	1169,6	1,03190	10821
7500	1200	1000	1000	0,67403	0,77842	1,40664	1271,1	0,95264	11320
7500	1900	1000	1350	0,98658	0,76859	1,09409	1025,8	1,14205	10041

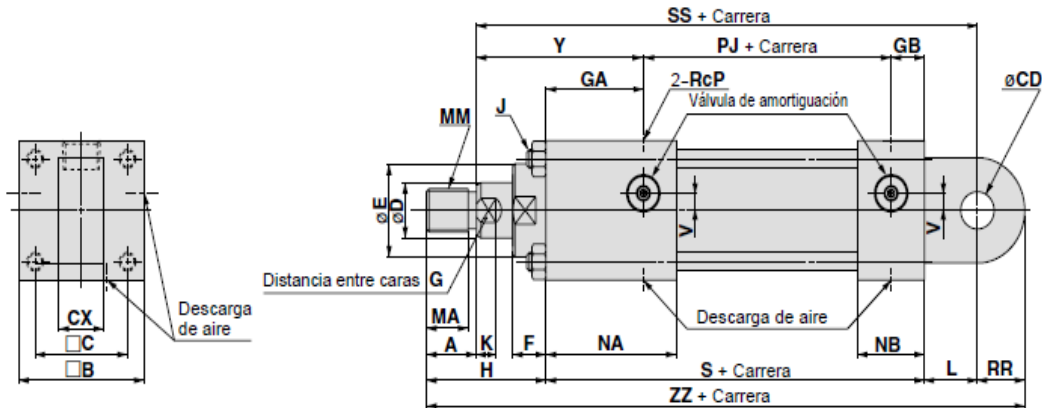
Con los resultados anteriores definimos entonces los parámetros de selección del actuador a partir del catálogo: “*Cilindros Hidráulicos –SMC [10]*”

- Carga máxima del cilindro: 116,3kN
- Carrera del pistón: 400 mm

El elemento buscado es un cilindro de doble efecto con fijación oscilante macho, con 16 MPa de presión nominal de trabajo y 100 mm de diámetro de pistón: **CHSGCA100_400AN**.

Dimensiones

Fijación oscilante macho / CHSGCA



Diámetro (mm)	Rango de carrera	A	B	C	CD	CX	D	E	F	G	GA	GB	H	J	K	L	MA	MM	NA	NB	P	PJ	RR	S	SS	V	Y	ZZ
100	25 a 1000	56	130	96.9	36	50	56	72	10	50	47	20	91	M16 x 1.5	19	54	52	M42 x 2	67	40	3/4	101	50	168	257	15	82	363

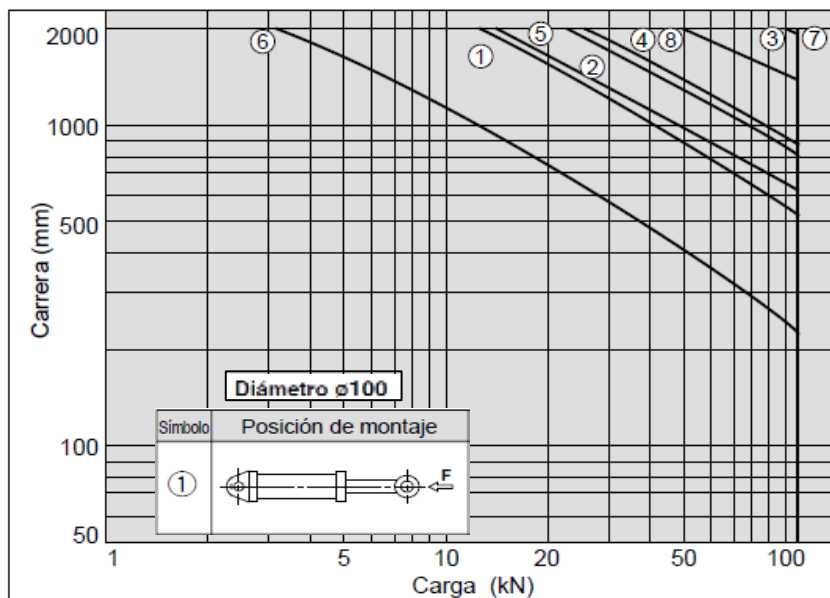
Teniendo en cuenta la carga máxima seleccionamos el diámetro del cilindro:

$$P = \frac{F_c}{A_c} = \frac{F_c}{(\pi d^2)/4} \rightarrow d = \sqrt{\frac{4 F_c}{\pi P}} = \left(\frac{4 \cdot 116270 \text{ N}}{\pi \cdot 16 \text{ MPa}} \right)^{1/2} = 96,19 \text{ mm} \therefore d = 100 \text{ mm}$$

La carga máxima que puede entregar el actuador es entonces:

$$F_c = P \cdot A_c = P \cdot \frac{\pi d^2}{4} = 16 \text{ MPa} \cdot \frac{\pi (100 \text{ mm})^2}{4} = 125664 \text{ N}$$

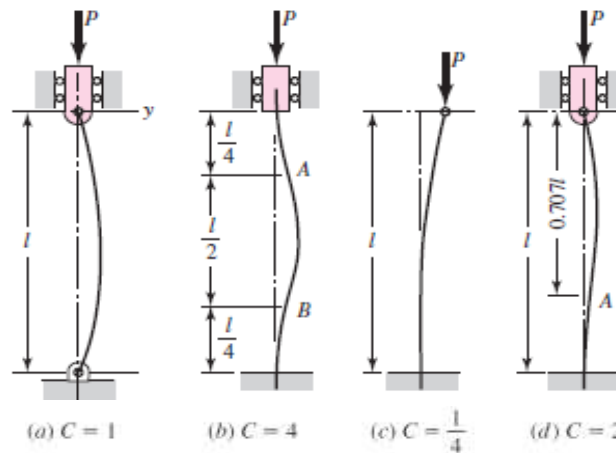
Las curvas de verificación de la carrera en función de la carga de pandeo son:



De acuerdo con la magnitud de la carga prevista, no es posible verificar la carrera del cilindro utilizando las curvas anteriores dado que éstas están limitadas a 100000 N, en consecuencia para verificar la estabilidad se determina la carga crítica de pandeo por medio de la ecuación de Euler:

$$F_{cr} = \frac{C \pi^2 E I}{L^2} \quad (63)$$

En la que el factor C depende de las condiciones de contorno:



(Fuente: Fig.4-18 , condiciones de contorno para columnas según la ecuación de Euler – Pág.174, Shigley's Mechanical Engineering Design, Eighth Edition. Budynas–Nisbett. Ed. McGraw–Hill [3])

Se adoptan como condiciones de contorno las del caso (a) correspondientes a una columna bi-articulada en la que el factor es $C=1$. Como simplificación de cálculo conservadora se asume que toda la extensión del actuador, de articulación a articulación, tiene el mismo momento de inercia polar en su menor magnitud, o sea el del vástago, el cual responde según la ecuación (33) a $I=(\pi/64)\varnothing^4$, entonces:

$$F_{cr} = \frac{\pi^3 E \varnothing^4}{64 L^2} = \frac{\pi^3 (210.000 \text{ MPa}) (56 \text{ mm})^4}{64 (1402 \text{ mm})^2} = 509031 \text{ N} \quad (64)$$

$$\therefore \frac{F_{cr}}{F_C} = \frac{509031 \text{ N}}{125664 \text{ N}} = 4,05 \Rightarrow \text{Verifica}$$

2.4.2 Verificación estructural de las articulaciones en el carro base

El brazo porta rueda se encuentra vinculado al bastidor del carro mediante sendos pares de placas paralelas de acero de 1" (25,4 mm) de espesor soldadas a filetes sobre el ala superior de los respectivos perfiles IPB180 mediante cordones de 8 mm de lado. Dichos conjuntos de placas soportan cargas puntuales que las someten a esfuerzos de tracción y de flexión como vigas en voladizo, las cuales dan origen a las tensiones de corte que deben soportar los cordones de soldadura correspondientes.

Suponiendo una condición de simetría de esfuerzos entre ambos lados del brazo, es válido considerar que las reacciones calculadas mediante las ecuaciones (61) y (62), se distribuirán en mitades por igual en cada una de las articulaciones del brazo resultando así que las cargas soportadas por cada una de ellas sean respectivamente $R_H/2$ y $R_V/2$ tal como puede observarse en el siguiente esquema:

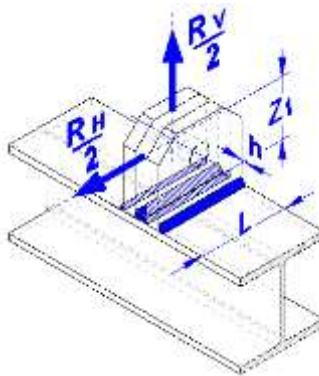


Fig. 2.23 - Esquema de cargas para el cálculo de uniones soldadas en las articulaciones del brazo.

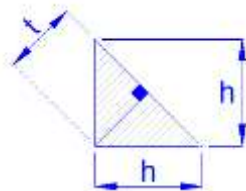
Las magnitudes máximas que pueden alcanzar dichas reacciones se obtienen en la configuración de ensayo I (volante de inercia de 1200mm de diámetro) con una rueda de diámetro mínimo (500 mm) y con la carga máxima alcanzable por el cilindro, o sea 125664 N. de acuerdo con (61) y (62):

Proyecto Integrador
Diseño preliminar de un banco de ensayo dinamométrico de frenos

$$\begin{cases} R_H = F_R \cdot \cos(\gamma) - F_C \cdot \cos[\alpha - \operatorname{tg}^{-1}(320/850)] \\ R_V = F_C \cdot \operatorname{sen}[\alpha - \operatorname{tg}^{-1}(320/850)] + F_R \cdot \operatorname{sen}(\gamma) \end{cases}$$

F_R [daN]	\varnothing [mm]	\varnothing_R [mm]	L [mm]	β [rad]	Υ [rad]	φ [rad]	L_A [mm]	α [rad]	F_C [daN]	R_H [daN]	R_V [daN]
8098	1200	500	800	0,49096	0,72484	1,58971	1401,2	0,84686	12554	-5033	11242

Teniendo en cuenta que el área resistente de corte mínima de un cordón de soldadura filete es igual a su longitud por su profundidad de garganta t, o sea:



$$t = \frac{\sqrt{2}}{2} h = 0,707 \cdot h$$

Para cada placa las componentes de cada reacción resultan:

$$F_V = \frac{1}{2} \left(\frac{R_V}{2} \right) = 28105 \text{ N} \quad \wedge \quad F_H = \frac{1}{2} \left(\frac{R_H}{2} \right) = 12583 \text{ N}$$

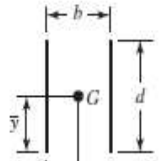
y el momento flector en la junta soldada es:

$$M = F_H Z_1 = (12583 \text{ N}) 99 \text{ mm} = 1245717 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

De acuerdo con el caso 2 de la tabla 9-2 del libro * *Shigley's Mechanical Engineering Design, Eighth Edition. Budynas–Nisbett. Ed. McGraw–Hill [3]* el área de garganta y el segundo momento de área unitario para uniones soldadas sometidas a flexión son:

Table 9-2

Bending Properties of Fillet Welds*

Weld	Throat Area	Location of G	Unit Second Moment of Area
2. 	$A = 1.414hd$	$\bar{x} = b/2$ $\bar{y} = d/2$	$I_u = \frac{d^3}{6}$

Por lo tanto resultan:

$$A = 1,414hd = 1,414(8)180 = 2036,2 \text{ mm}^2 \quad \wedge \quad I_u = \frac{d^3}{6} = \frac{(180)^3}{6} = 972000 \text{ mm}^3$$

El segundo momento de área resultante es:

$$I = 0,707 h I_u = 0,707(8 \text{ mm})972000 \text{ mm}^3 = 5497632 \text{ mm}^4$$

El esfuerzo de corte debido a la componente vertical de la reacción en cada placa es:

$$\tau_1 = \frac{F_V}{A} = \frac{28105 \text{ N}}{2036,2 \text{ mm}^2} = 13,80 \text{ MPa}$$

El esfuerzo de corte debido a la componente horizontal de la reacción en cada placa es:

$$\tau_2 = \frac{F_H}{A} = \frac{12583 \text{ N}}{1272,6 \text{ mm}^2} = 6,18 \text{ MPa}$$

La tensión de corte resultante en el plano de la garganta es:

$$\tau' = \sqrt{(\tau_1)^2 + (\tau_2)^2} = \sqrt{(13,80)^2 + (6,18)^2} = 15,12 \text{ MPa}$$

La tensión de corte por esfuerzo de flexión es:

$$\tau'' = \frac{M}{I} \left(\frac{L}{2} \right) = \frac{1245717 \text{ N} \cdot \text{mm}}{5497632 \text{ mm}^4} (90 \text{ mm}) = 29,39 \text{ MPa}$$

Entonces la tensión de corte máxima en la garganta de la soldadura resulta:

$$\tau_{m\acute{a}x} = \sqrt{(\tau')^2 + (\tau'')^2} = \sqrt{(15,12)^2 + (29,39)^2} = 32,63 \text{ MPa}$$

Asumiendo un coeficiente de seguridad igual o superior a 5 la resistencia mecánica mínima del material de aporte del electrodo debe ser:

$$CS \leq \frac{(S_y/\sqrt{3})}{\tau_{m\acute{a}x}} \Rightarrow S_y \geq \sqrt{3} CS \tau_{m\acute{a}x} = \sqrt{3}(5) 32,63 \text{ MPa} = 282,5 \text{ MPa}$$

La articulación de la culata del cilindro hidráulico está también compuesta de dos placas paralelas de acero laminado de 1" de espesor soldadas a filete en la superficie superior de un cajón de torsión de 180 mm x 140 mm construido a partir de dos perfiles UPN180 soldados a tope por los extremos de las alas. En el siguiente esquema pueden observarse las cargas aplicadas en la articulación del actuador:

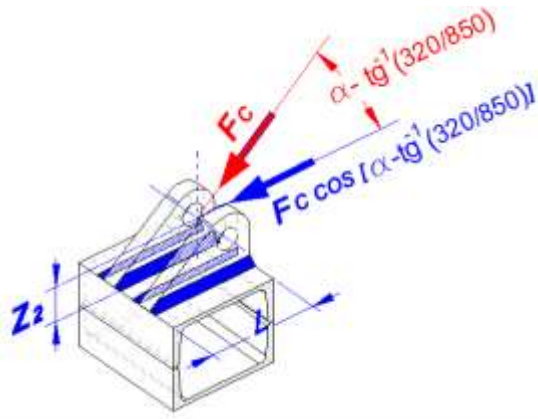


Fig. 2.24 - Esquema de cargas para el cálculo de uniones soldadas en la articulación de culata del cilindro hidráulico.

Las respectivas áreas de garganta y segundo momento unitario de área de los cordones de cada placa son:

$$A = 1,414hd = 1,414(8)180 = 2036,2 \text{ mm}^2 \quad \wedge \quad I_u = \frac{d^3}{6} = \frac{(180)^3}{6} = 972000 \text{ mm}^3$$

El segundo momento de área resulta:

$$I = 0,707 h I_u = 0,707 (8 \text{ mm}) 972000 \text{ mm}^3 = 5497632 \text{ mm}^4$$

La carga aplicada por el actuador incide sobre la articulación con dos componentes, una horizontal paralela a los cordones de soldadura que produce esfuerzos de corte y de flexión, y una vertical que somete la pieza a compresión, por lo que se desestima su efecto en el cálculo de resistencia de las soldaduras. La carga horizontal que recibe cada placa resulta:

$$F_H = \frac{1}{2} F_C \cos \left[\alpha - \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{320}{850} \right) \right] = \frac{(125664 N)}{2} \cos \left[0,84686 - \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{320}{850} \right) \right] = 55533 N$$

El momento flector en las placas de la articulación es:

$$M = F_H Z_2 = (55478 N) 59 mm = 3276451 N \cdot mm$$

La tensión tangencial en el plano de garganta de los cordones por esfuerzo de corte es:

$$\tau' = \frac{F_H}{A} = \frac{55533 N}{2036,2 mm^2} = 27,3 MPa$$

La tensión de corte debida al momento flector en el plano de garganta de los cordones es:

$$\tau'' = \frac{M}{I} \left(\frac{L}{2} \right) = \frac{3276451 N \cdot mm}{5497632 mm^4} (90 mm) = 53,6 MPa$$

La tensión de corte máxima en la garganta de la soldadura resulta:

$$\tau_{m\acute{a}x} = \sqrt{(\tau')^2 + (\tau'')^2} = \sqrt{(27,3)^2 + (53,6)^2} = 60,2 MPa$$

Repetiendo el planteo del caso anterior, si asumimos un coeficiente de seguridad igual o superior a 5, la resistencia mecánica del material de aporte debe responder a:

$$CS \leq \frac{(S_y / \sqrt{3})}{\tau_{m\acute{a}x}} \Rightarrow S_y \geq \sqrt{3} CS \tau_{m\acute{a}x} = \sqrt{3}(5) 60,2 MPa = 521 MPa$$

Según el “Manual de Soldadura - INDURA [12]” se selecciona un electrodo **9018-B3** que posee un límite de fluencia de 530 MPa.

El paso siguiente en la verificación de las articulaciones es determinar la resistencia de los pernos y de los orificios que los alojan. En ambos casos, la condición de carga más desfavorable tiene lugar en la articulación de la culata del cilindro. Para todos los pernos se adopta como material un acero SAE 1045 estirado en frío, templado y revenido el cual tiene

una tensión de fluencia de cálculo de 530 MPa. El diámetro de dicha pieza es de 36 mm, por lo que su comportamiento al corte está dado por:

$$\tau_{max} = \frac{F_c}{(\pi d^2/4)} \leq \tau_{adm} = \frac{S_y/\sqrt{3}}{CS}$$

Por lo tanto, el coeficiente de seguridad resultante es:

$$CS = \frac{S_y \pi d^2}{4 \sqrt{3} F_c} = \frac{(530 \text{ MPa}) \pi (36 \text{ mm})^2}{4 \sqrt{3} (125664 \text{ N})} = 2,48$$

Teniendo en cuenta que la carga máxima considerada es el límite de operación del cilindro hidráulico, es razonable asumir con confianza que el CS es suficientemente amplio para asegurar que la máxima condición de servicio estará al 40% del límite de resistencia del perno.

Los ojales de la articulación por su parte deben ser capaces de soportar las tensiones que ocasionarían la falla por aplastamiento y desgarro tal como puede verse a continuación. Las imágenes anexas corresponden a las figuras extraídas del libro *Shigley's Mechanical Engineering Design – Eighth Edition / Budynas–Nisbett [3]*.

En el caso de resistencia al aplastamiento, las superficies internas de los orificios deben soportar la tensión de contacto transferida por el perno sin que sufra deformaciones plásticas.



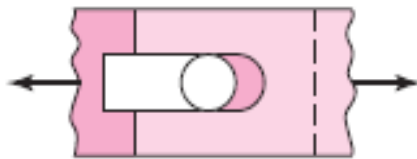
$$\sigma_{ap} = \frac{F_c}{2 d t} = \frac{125664 \text{ N}}{2 (36 \text{ mm}) 25,4 \text{ mm}} = 68,7 \text{ MPa}$$

Teniendo en cuenta que la tensión de fluencia de un acero SAE 1010 laminado es del orden de 300 MPa, el coeficiente de seguridad resulta:

$$CS = \frac{S_y}{\sigma_{ap}} = \frac{300 \text{ MPa}}{68,7 \text{ MPa}} = 4,37$$

De modo que cualquier acero con propiedades mecánicas iguales o superiores a las de un SAE 1010 verifica para esta condición.

Para la verificación de resistencia al desgarro suponiendo las mismas propiedades mecánicas del caso anterior, determinamos la longitud mínima de las secciones de corte necesarias para resistir el esfuerzo:



$$\tau_{des} = \frac{(F_c/2)}{2 t l} \leq \tau_{adm} = \frac{S_y/\sqrt{3}}{CS}$$

$$\therefore l = \frac{F_c \sqrt{3} CS}{4 t S_y} = \frac{(125664 \text{ N}) \sqrt{3} (4,4)}{4 (25,4 \text{ mm}) 530 \text{ MPa}} = 31,4 \text{ mm}$$

Entonces dado que dicha longitud alineada con la línea de carga queda completamente contenida en el seno del material concluimos que la articulación verifica a esta condición de carga.

2.4.3 Verificación estructural de los pórticos laterales del carro base

A continuación se verifican las uniones soldadas del cajón de torsión a las columnas laterales. La carga puntual máxima –teórica– aplicada por el cilindro hidráulico se traduce en una fuerza resultante aplicada en el centroide del rectángulo engendrado por los cordones de soldaduras, más el momento torsor que tiene lugar debido al descentraje de su recta de acción a dicho centro de gravedad. En la siguiente imagen se puede apreciar el diagrama de cuerpo libre de medio cajón de torsión, sometido a un medio de la carga aplicada por el cilindro teniendo en cuenta la condición de simetría de dicha pieza.

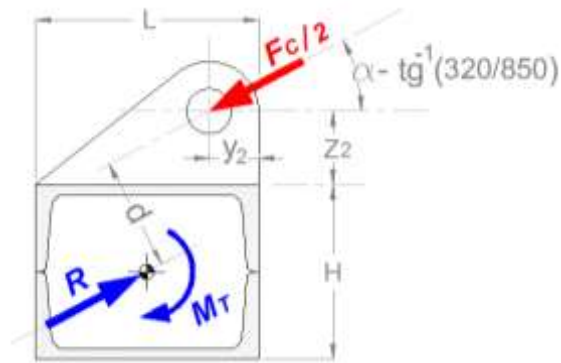


Fig. 2.25 - Diagrama de cuerpo libre del semi-cajón de torsión.

Teniendo en cuenta que $\alpha = 0,84686 \text{ rads}$ el ángulo de incidencia extremo del actuador resulta $\alpha - \text{tg}^{-1}(320/850) = 0,4868 \text{ rad} = 27,89^\circ$, y siendo sus dimensiones las siguientes:

$$L = 180 \text{ mm} ; H = 140 \text{ mm} ; Z_2 = 59,0 \text{ mm} ; Y_2 = 39,8 \text{ mm} ; d = 90,5 \text{ mm}.$$

El momento torsor engendrado por la carga aplicada por el cilindro es:

$$M_T = \left(\frac{F_C}{2}\right) \cdot d = \left(\frac{125664 \text{ N}}{2}\right) \cdot 90,5 \text{ mm} = 5686296 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

La reacción de empotramiento es:

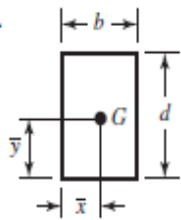
$$R = \frac{F_C}{2} = \frac{125664 \text{ N}}{2} = 62832 \text{ N}$$

Proyecto Integrador
Diseño preliminar de un banco de ensayo dinámico de frenos

De acuerdo con el caso 5 de la tabla 9-1 del libro * *Shigley's Mechanical Engineering Design, Eighth Edition. Budynas–Nisbett. Ed. McGraw–Hill [3]* el área de garganta y el segundo momento de área polar unitario para uniones soldadas sometidas a torsión son:

Table 9-1

Torsional Properties of Fillet Welds*

Weld	Throat Area	Location of G	Unit Second Polar Moment of Area
5. 	$A = 1.414h(b + d)$	$\bar{x} = b/2$ $\bar{y} = d/2$	$J_u = \frac{(b + d)^3}{6}$

Entonces:

$$A = 1,414h(b + d) = 1,414(8)(180 + 140) = 3619,8 \text{ mm}^2$$

$$J_u = \frac{(b + d)^3}{6} = \frac{(180 + 140)^3}{6} = 5461333,3 \text{ mm}^3$$

El segundo momento de área polar de la unión soldada es:

$$J = 0,707 h J_u = 0,707 (8 \text{ mm}) 5461333,3 \text{ mm}^3 = 30889301,3 \text{ mm}^4$$

La tensión de corte en el plano de garganta de la costura es:

$$\tau' = \frac{R}{A} = \frac{62832 \text{ N}}{3619,8 \text{ mm}^2} = 17,3 \text{ MPa}$$

Los puntos de la costura que se encuentran más alejados del centroide son los vértices del rectángulo formado por dicha unión. La distancia de esos puntos al centro de gravedad es:

$$r = \frac{1}{2} \sqrt{H^2 + L^2} = \frac{1}{2} \sqrt{180^2 + 140^2} = 114 \text{ mm}$$

y la tensión tangencial por torsión es:

$$\tau'' = \frac{M_T}{J} \cdot r = \frac{5686296 \text{ N} \cdot \text{mm}}{30889301,3 \text{ mm}^4} (114 \text{ mm}) = 21 \text{ MPa}$$

En la siguiente imagen podemos ver la composición vectorial de los esfuerzos máximos en los vértices de la unión soldada:

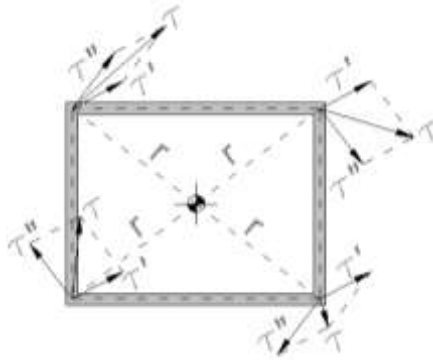


Fig. 2.26 - Composición vectorial de los esfuerzos extremos en los vértices de la unión soldada.

El valor máximo de la tensión resultante responde a la siguiente expresión:

$$\tau_{max} = \sqrt{\tau'^2 + \tau''^2 + 2 \cdot \tau' \cdot \tau'' \cdot \cos \left[\frac{\pi}{2} - \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{H}{L} \right) - \alpha + \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{320}{850} \right) \right]}$$

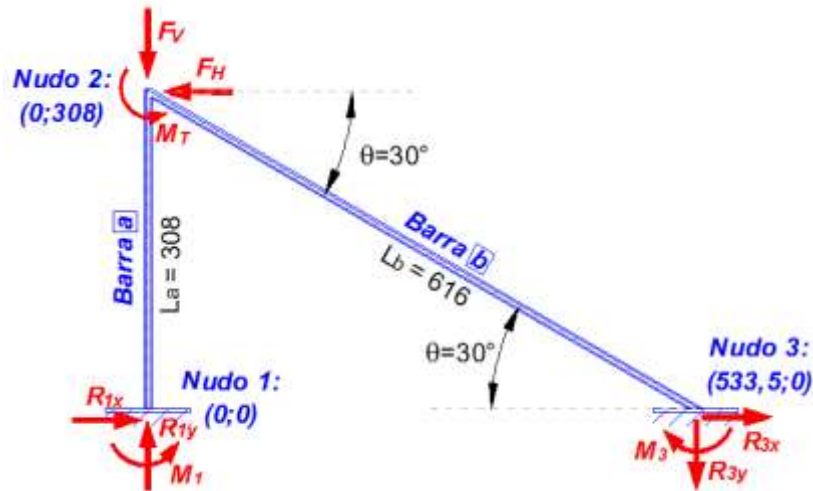
$$\tau_{max} = \sqrt{(17,3)^2 + (21)^2 + 2(17,3)(21) \cdot \cos \left[\frac{\pi}{2} - \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{140}{180} \right) - 0,84686 + \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{320}{850} \right) \right]}$$

$$= 37,5 \text{ MPa}$$

De acuerdo con las propiedades mecánicas del electrodo **9018-B3** antes seleccionado, que posee un límite de fluencia de 530 MPa, resulta para la unión un coeficiente de seguridad igual a:

$$CS = \frac{S_y / \sqrt{3}}{\tau_{max}} = \frac{530 / \sqrt{3}}{37,5} = 8,16$$

El cálculo de los esfuerzos en los laterales del carro se basa en el método de la rigidez (*Análisis Estructural - Problemas Estáticos - 2005 – Carlos A. Prato / Julio C. Massa [19]*), modelizándose dichas estructuras como pórticos planos de dos barras concurrentes sometidos a las fuerzas y momentos transmitidos por las uniones soldadas del cajón de torsión:



$$M_T = 5686296 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$\theta = \text{tg}^{-1}(308/533,5) = 0,52357 \text{ rad} = 30^\circ$$

$$F_H = -62832 \text{ N} \cdot \cos(0,4868 \text{ rad}) = -55533 \text{ N}$$

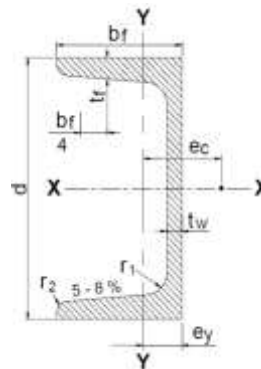
$$F_V = -62832 \text{ N} \cdot \text{sen}(0,4868 \text{ rad}) = -29393 \text{ N}$$

Al ser ambas barras perfiles normales UPN180 de acero, sus correspondientes parámetros mecánicos son:

$$A_G = 2800 \text{ mm}^2$$

$$I = 13500000 \text{ mm}^4$$

$$E_{Ac} = 210000 \text{ MPa}$$



- Barra a:

El sistema de ecuaciones de equilibrio a partir de la matriz de rigidez de una columna vertical es:

$$\begin{bmatrix} k_{a1} & 0 & -k_{a2} & -k_{a1} & 0 & -k_{a2} \\ 0 & k_a & 0 & 0 & -k_a & 0 \\ -k_{a2} & 0 & k_{a3} & k_{a2} & 0 & k_{a3}/2 \\ \hline -k_{a1} & 0 & k_{a2} & k_{a1} & 0 & k_{a2} \\ 0 & -k_a & 0 & 0 & k_a & 0 \\ -k_{a2} & 0 & k_{a3}/2 & k_{a2} & 0 & k_{a3} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_1^x \\ u_1^y \\ \phi_1 \\ u_2^x \\ u_2^y \\ \phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_1^x \\ P_1^y \\ M_1 \\ P_2^x \\ P_2^y \\ M_2 \end{Bmatrix}$$

donde los elementos de la matriz son:

$$k_a = \frac{A_G E_{Ac}}{L_a} = 1909091$$

$$k_{a1} = \frac{12 E_{Ac} I}{L_a^3} = 1164346$$

$$k_{a2} = \frac{6 E_{Ac} I}{L_a^2} = 179309327$$

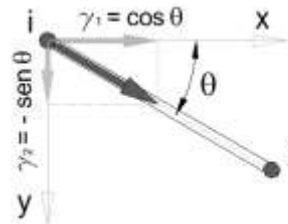
$$k_{a3} = \frac{4 E_{Ac} I}{L_a} = 36818181818$$

- Barra b:

En el caso de una viga de pórtico plano con inclinación θ , los cosenos directores del versor que definen su orientación son:

$$\gamma_1 = \cos \theta = \cos(30^\circ) = 0,866$$

$$\gamma_2 = -\sin \theta = -\sin(30^\circ) = -0,5$$



El sistema de ecuaciones a partir de la matriz de rigidez para el caso general es:

$$\begin{bmatrix} A & B & -C & -A & -B & -C \\ B & D & E & -B & -D & E \\ -C & E & k_{b3} & C & -E & k_{b3}/2 \\ -A & -B & C & A & B & C \\ -B & -D & -E & B & D & -E \\ -C & E & k_{b3}/2 & C & -E & k_{b3} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_2^x \\ u_2^y \\ \phi_2 \\ u_3^x \\ u_3^y \\ \phi_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_2^x \\ P_2^y \\ M_2 \\ P_3^x \\ P_3^y \\ M_3 \end{Bmatrix}$$

Donde los correspondientes elementos de la matriz son:

$$k_b = \frac{A_G E_{Ac}}{L_b} = 1909091$$

$$k_{b1} = \frac{12 E_{Ac} I}{L_b^3} = 1164346$$

$$k_{b2} = \frac{6 E_{Ac} I}{L_b^2} = 179309327$$

$$k_{b3} = \frac{4 E_{Ac} I}{L_b} = 368181818$$

$$A = \gamma_1^2 k_b + \gamma_2^2 k_{b1} = 752295$$

$$B = \gamma_1 \gamma_2 (k_b - k_{b1}) = -350308$$

$$C = \gamma_2 k_{b2} = -22413666$$

$$D = \gamma_2^2 k_b + \gamma_1^2 k_{b1} = 347794$$

$$E = \gamma_1 k_{b2} = 38821608$$

- Ensamble general del pórtico:

El sistema de ecuaciones general de la estructura ensamblada referido al sistema de coordenadas globales se escribe:

$$\begin{bmatrix}
 k_{a1} & 0 & -k_{a2} & -k_{a1} & 0 & -k_{a2} & 0 & 0 & 0 \\
 0 & k_a & 0 & 0 & -k_a & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 -k_{a2} & 0 & k_{a3} & k_{a2} & 0 & k_{a3}/2 & 0 & 0 & 0 \\
 -k_{a1} & 0 & k_{a2} & k_{a1} + A & B & k_{a2} - C & -A & -B & -C \\
 0 & -k_a & 0 & B & k_a + D & E & -B & -D & E \\
 -k_{a2} & 0 & k_{a3}/2 & k_{a2} - C & E & k_{a3} + k_{b3} & C & -E & k_3/2 \\
 0 & 0 & 0 & -A & -B & C & A & B & C \\
 0 & 0 & 0 & -B & -D & -E & B & D & -E \\
 0 & 0 & 0 & -C & E & k_3/2 & C & -E & k_3
 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix}
 u_1^x = 0 \\
 u_1^y = 0 \\
 \phi_1 = 0 \\
 u_2^x \\
 u_2^y \\
 \phi_2 \\
 u_3^x = 0 \\
 u_3^y = 0 \\
 \phi_3 = 0
 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}
 R_1^x \\
 R_1^y \\
 M_1 \\
 F_H = -55533 \\
 F_V = -29393 \\
 M_T = 5686296 \\
 R_3^x \\
 R_3^y \\
 M_3
 \end{Bmatrix}$$

O sea que se reduce a:

$$\begin{bmatrix}
 k_{a1} + A & B & k_{a2} - C \\
 B & k_a + D & E \\
 k_{a2} - C & E & k_{a3} + k_{b3}
 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix}
 u_2^x \\
 u_2^y \\
 \phi_2
 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}
 F_H \\
 F_V \\
 M_T
 \end{Bmatrix}$$

Por lo tanto:

$$\begin{bmatrix}
 1916641 & -350308 & 201722993 \\
 -350308 & 2256885 & 38821608 \\
 201722993 & 38821608 & 55227272727
 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix}
 u_2^x \\
 u_2^y \\
 \phi_2
 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}
 -55533 \\
 -29393 \\
 5686296
 \end{Bmatrix}$$

$$\therefore \begin{Bmatrix}
 u_2^x = -0,0781101 \\
 u_2^y = -0,032216 \\
 \phi_2 = 0,0004109
 \end{Bmatrix}$$

Conociendo los desplazamientos en el nudo 2 es posible determinar los esfuerzos en los extremos de las dos barras. Para el caso de la columna "a":

$$\begin{bmatrix} 1164346 & 0 & -179309327 & -1164346 & 0 & -179309327 \\ 0 & 1909091 & 0 & 0 & -1909091 & 0 \\ -179309327 & 0 & 36818181818 & 179309327 & 0 & 18409090909 \\ -1164346 & 0 & 179309327 & 1164346 & 0 & 179309327 \\ 0 & -1909091 & 0 & 0 & 1909091 & 0 \\ -179309327 & 0 & 18409090909 & 179309327 & 0 & 36818181818 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0,0781101 \\ -0,032216 \\ 0,0004109 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_1^x = 17268 \\ P_1^y = 61503 \\ M_1 = -6441345 \\ P_2^x = -17267 \\ P_2^y = -61503 \\ M_2 = 11231823 \end{Bmatrix}$$

Las reacciones en el nudo número 1 son:

$$R_{1x} = P_1^x = 17268 \text{ N} \quad ; \quad R_{1y} = P_1^y = 61503 \text{ N} \quad ; \quad M_1 = -6441345 \text{ N.mm}$$

Transformando los desplazamientos del nudo 2a coordenadas locales de la barra b:

$$[R]^T \cdot \{u_2\} = \{u_{2l}\}$$

$$\begin{bmatrix} \gamma_1 & \gamma_2 & 0 \\ -\gamma_2 & \gamma_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_2^x \\ u_2^y \\ \phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_{2l}^x = \gamma_1 \cdot u_2^x + \gamma_2 \cdot u_2^y \\ u_{2l}^y = -\gamma_2 \cdot u_2^x + \gamma_1 \cdot u_2^y \\ \phi_{2l} = \phi_2 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0,866 & -0,5 & 0 \\ 0,5 & 0,866 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} -0,0781101 \\ -0,032216 \\ 0,0004109 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_{2l}^x = -0,0515373 \\ u_{2l}^y = -0,066955 \\ \phi_{2l} = 0,0004109 \end{Bmatrix}$$

Planteando el sistema de ecuaciones de equilibrio de la barra "b" en coordenadas locales se obtiene:

$$\begin{bmatrix} k_b & 0 & 0 & -k_b & 0 & 0 \\ 0 & k_{b1} & k_{b2} & 0 & -k_{b1} & k_{b2} \\ 0 & k_{b2} & k_{b3} & 0 & -k_{b2} & k_{b3}/2 \\ \hline -k_b & 0 & 0 & k_{a1} & 0 & 0 \\ 0 & -k_{b1} & -k_{b2} & 0 & k_{b1} & -k_{b2} \\ 0 & k_{b2} & k_{b3}/2 & 0 & -k_{b2} & k_{b3} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u_{2l}^x \\ u_{2l}^y \\ \phi_{2l} \\ \hline u_{3l}^x = 0 \\ u_{3l}^y = 0 \\ \phi_{3l} = 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_{2l}^x \\ P_{2l}^y \\ M_{2l} \\ \hline P_{3l}^x \\ P_{3l}^y \\ M_{3l} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 954545 & 0 & 0 & -954545 & 0 & 0 \\ 0 & 145543 & 44827332 & 0 & -145543 & 44827332 \\ 0 & 44827332 & 18409090909 & 0 & -44827332 & 9204545455 \\ \hline -954545 & 0 & 0 & 954545 & 0 & 0 \\ 0 & -145543 & -44827332 & 0 & 145543 & -44827332 \\ 0 & 44827332 & 9204545455 & 0 & -44827332 & 18409090909 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} -0,0515373 \\ -0,066955 \\ 0,0004109 \\ \hline 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} =$$

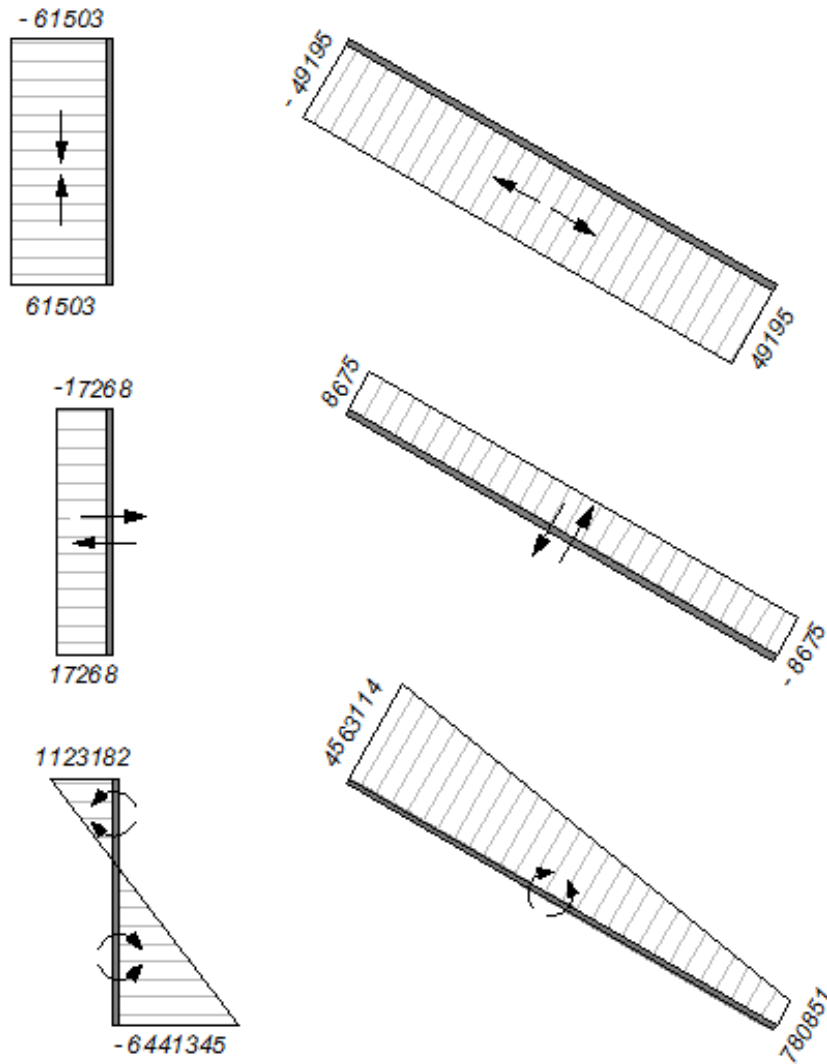
$$= \begin{Bmatrix} P_{2l}^x = -49195 \\ P_{2l}^y = 8675 \\ M_{2l} = 4563114 \\ \hline P_{3l}^x = 49195 \\ P_{3l}^y = -8675 \\ M_{3l} = 780851 \end{Bmatrix}$$

Conocidos los esfuerzos en los extremos de la barra es posible determinar las reacciones en el apoyo restante, o sea en el nudo 3:

$$\begin{Bmatrix} R_{3x} \\ R_{3y} \\ M_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_3^x \\ P_3^y \\ M_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_1 & -\gamma_2 & 0 \\ \gamma_2 & \gamma_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} P_{3l}^x \\ P_{3l}^y \\ M_{3l} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{cases} R_{3x} = \gamma_1 \cdot P_{3l}^x - \gamma_2 \cdot P_{3l}^y = 0,866 (49195) - 0,5 (8675) = 38265 \text{ N} \\ R_{3y} = \gamma_2 \cdot P_{3l}^x + \gamma_1 \cdot P_{3l}^y = -0,5 (49195) + 0,866 (8675) = -32110 \text{ N} \\ M_3 = M_{3l} = 780851 \text{ N} \cdot \text{mm} \end{cases}$$

Los respectivos diagramas de esfuerzos del pórtico resultan:



Las tensiones máximas en ambas barras de la estructura son entonces:

$$\sigma_a = \frac{N_a}{A_G} + \frac{M_a}{I} \left(\frac{d}{2} \right) = \frac{61503 \text{ N}}{2800 \text{ mm}^2} + \frac{6441345 \text{ N} \cdot \text{mm}}{13500000 \text{ mm}^4} \left(\frac{180 \text{ mm}}{2} \right) = 65 \text{ MPa}$$

$$\sigma_b = \frac{N_b}{A_G} + \frac{M_b}{I} \left(\frac{d}{2} \right) = \frac{49195 \text{ N}}{2800 \text{ mm}^2} + \frac{4563114 \text{ N} \cdot \text{mm}}{13500000 \text{ mm}^4} \left(\frac{180 \text{ mm}}{2} \right) = 48 \text{ MPa}$$

$$CS = \frac{S_y}{\text{máx}(\sigma_a; \sigma_b)} = \frac{300 \text{ MPa}}{65 \text{ MPa}} = 4,6 \quad \therefore \text{ Verifica}$$

Proyecto Integrador
Diseño preliminar de un banco de ensayo dinamo métrico de frenos

A partir de los esfuerzos en los extremos de las barras se calcula la resistencia de las uniones soldadas en los puntos donde los esfuerzos son máximos:

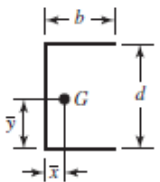
- Barra a – Nudo 1:

$$R_{1x} = 17268 \text{ N} \quad ; \quad R_{1y} = 61503 \text{ N} \quad ; \quad M_1 = -6441345 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

De acuerdo con el caso 4 de la tabla 9-2 del libro * *Shigley's Mechanical Engineering Design, Eighth Edition. Budynas–Nisbett. Ed. McGraw–Hill [3]* el área de garganta y el segundo momento de área unitario para uniones soldadas sometidas a flexión son:

Table 9-2

Bending Properties of Fillet Welds*

Weld	Throat Area	Location of G	Unit Second Moment of Area
4. 	$A = 0.707h(2b + d)$	$\bar{x} = \frac{b^2}{2b + d}$ $\bar{y} = d/2$	$I_u = \frac{d^2}{12}(6b + d)$

Por lo tanto resultan:

$$A = 0,707h(2b + d) = 0,707(8)(2 \cdot 70 + 180) = 1810 \text{ mm}^2$$

$$I_u = \frac{d^2}{12}(6b + d) = \frac{(180)^2}{12}(6 \cdot 70 + 180) = 1620000 \text{ mm}^3$$

El segundo momento de área resultante es:

$$I = 0,707 h I_u = 0,707 (8 \text{ mm}) 1620000 \text{ mm}^3 = 9162720 \text{ mm}^4$$

El esfuerzo de corte debido a la reacción horizontal en el empotramiento es:

$$\tau_1 = \frac{R_{1x}}{A} = \frac{17268 \text{ N}}{1810 \text{ mm}^2} = 9,5 \text{ MPa}$$

El esfuerzo de corte debido a la reacción vertical en el empotramiento es:

$$\tau_2 = \frac{R_{1y}}{A} = \frac{61503 \text{ N}}{1810 \text{ mm}^2} = 34 \text{ MPa}$$

La tensión de corte resultante en el plano de la garganta es:

$$\tau' = \sqrt{(\tau_1)^2 + (\tau_2)^2} = \sqrt{(9,5)^2 + (34)^2} = 35,3 \text{ MPa}$$

La tensión de corte por esfuerzo de flexión es:

$$\tau'' = \frac{M}{I} \left(\frac{d}{2} \right) = \frac{6441345 \text{ N} \cdot \text{mm}}{9162720 \text{ mm}^4} \left(\frac{180 \text{ mm}}{2} \right) = 63,3 \text{ MPa}$$

La tensión de corte máxima en la garganta de la soldadura resulta:

$$\tau_{\text{máx}} = \sqrt{(\tau')^2 + (\tau'')^2} = \sqrt{(35,3)^2 + (63,3)^2} = 72,5 \text{ MPa}$$

Utilizando los mismos electrodos INDURA **9018-B3** antes seleccionados, el coeficiente de seguridad resultante es:

$$CS \leq \frac{(S_y/\sqrt{3})}{\tau_{\text{máx}}} = \frac{(530 \text{ MPa}/\sqrt{3})}{72,5 \text{ MPa}} = 4,22$$

- Barra b – Nudo 2:

$$N_2 = -49195 \text{ N} \quad ; Q_2 = 8675 \text{ N} \quad ; M_2 = 4563114 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

En el caso de ésta unión, la altura de la sección de contacto proyectada es

$$d = \frac{180 \text{ mm}}{\cos(30^\circ)} = 207,8 \text{ mm}$$

El área de garganta y el segundo momento de área unitario para uniones soldadas sometidas a flexión son:

$$A = 0,707h(2b + d) = 0,707(8)(2 \cdot 70 + 207,8) = 1967 \text{ mm}^2$$

$$I_u = \frac{d^2}{12}(6b + d) = \frac{(207,8)^2}{12}(6 \cdot 70 + 207,8) = 2259078 \text{ mm}^3$$

El segundo momento de área resultante es:

$$I = 0,707 h I_u = 0,707 (8 \text{ mm}) 2259078 \text{ mm}^3 = 12777345 \text{ mm}^4$$

Los esfuerzos de corte debido a las reacciones en el nudo 2 son:

$$\tau_1 = \frac{N_2}{A} = \frac{49195 \text{ N}}{1967 \text{ mm}^2} = 25 \text{ MPa}$$

$$\tau_2 = \frac{Q_2}{A} = \frac{8675 \text{ N}}{1967 \text{ mm}^2} = 4,4 \text{ MPa}$$

La tensión de corte resultante en el plano de la garganta es:

$$\tau' = \sqrt{(\tau_1)^2 + (\tau_2)^2} = \sqrt{(25)^2 + (4,4)^2} = 25,4 \text{ MPa}$$

La tensión de corte por esfuerzo de flexión es:

$$\tau'' = \frac{M}{I} \left(\frac{d}{2} \right) = \frac{4563114 \text{ N} \cdot \text{mm}}{12777345 \text{ mm}^4} \left(\frac{207,8 \text{ mm}}{2} \right) = 37,1 \text{ MPa}$$

La tensión de corte máxima en la garganta de la soldadura resulta:

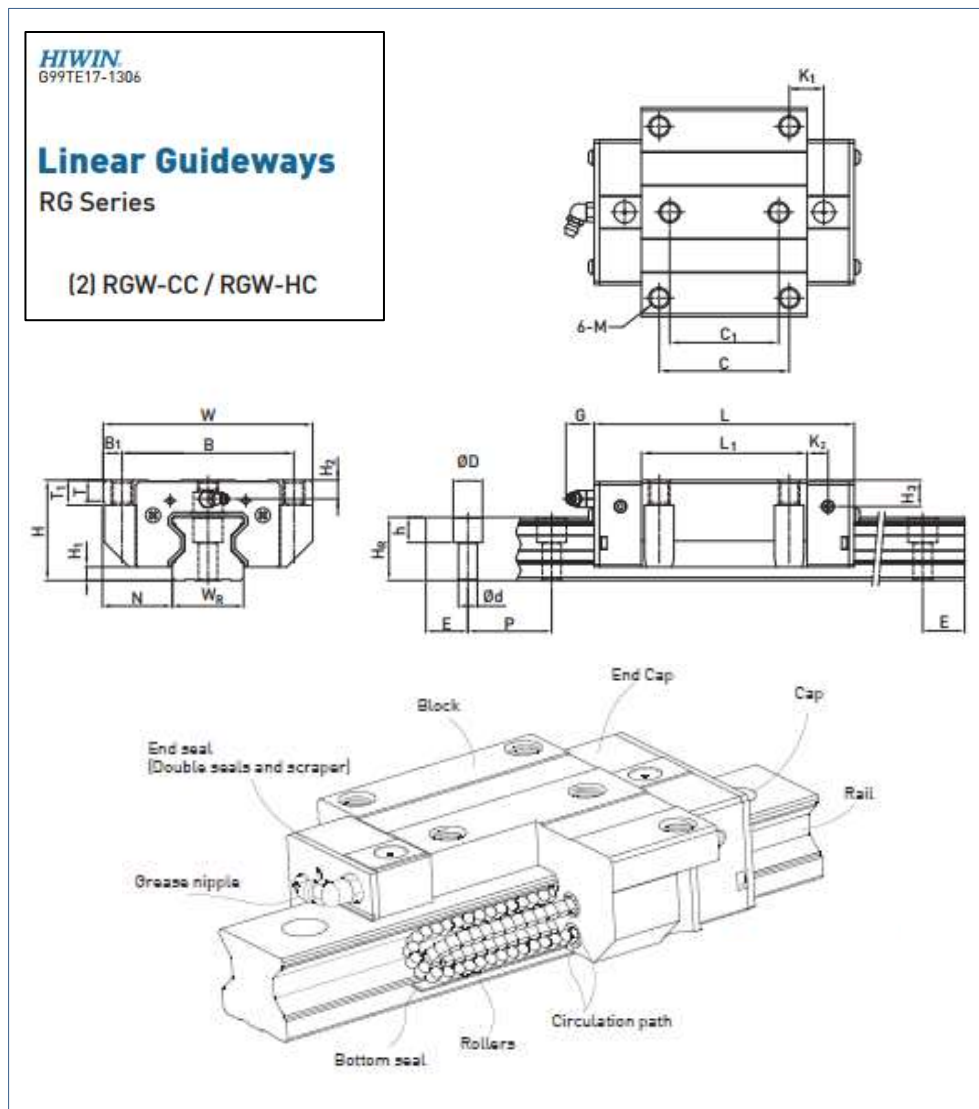
$$\tau_{\text{máx}} = \sqrt{(\tau')^2 + (\tau'')^2} = \sqrt{(25,4)^2 + (37,1)^2} = 45 \text{ MPa}$$

Finalmente se verifica el coeficiente de resistencia en la garganta de la soldadura con los electrodos INDURA **9018-B3**:

$$CS \leq \frac{(S_y/\sqrt{3})}{\tau_{\text{máx}}} = \frac{(530 \text{ MPa}/\sqrt{3})}{45 \text{ MPa}} = 6,8$$

2.5 Selección de guías lineales para el sistema de posicionamiento del carro

Las diferentes configuraciones de ensayo requieren que el carro porta rueda disponga de la capacidad de desplazarse paralelamente al eje del conjunto rodante de modo que permita alinear­lo con el plano central de cada volante de inercia, y para tal fin se prevé que el mismo se desplace sobre un par de rieles fijados a la estructura base sobre la que irá montada toda la instalación. Con esa finalidad se selecciona un conjunto de guías lineales de la serie RG y rieles del catálogo de información técnica “*HIWIN – Linear Guideways – Technical Information [13]*”



2-9-12 Standard and Maximum Lengths of Rail

HIWIN offers a number of standard rail lengths. Standard rail lengths feature end mounting hole placements set to predetermined values [E]. For non-standard rail lengths, be sure to specify the E-value to be no greater than 1/2 the pitch [P] dimension. An E-value greater than this will result in unstable rail ends.

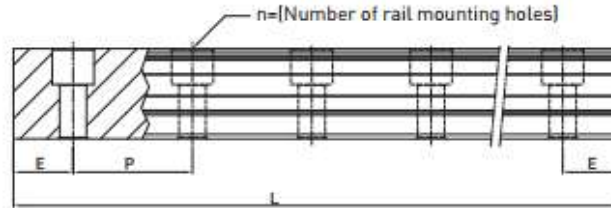


Table 2-9-27

unit: mm

Item	RGR15	RGR20	RGR25	RGR30	RGR35	RGR45	RGR55	RGR65
	160 (5)	220 (7)	220 (7)	280 (7)	280 (7)	570 (11)	780 (13)	1,270 (17)
	220 (7)	280 (9)	280 (9)	440 (11)	440 (11)	885 (17)	1020 (17)	1,570 (21)
	340 (11)	340 (11)	340 (11)	600 (15)	600 (15)	1,200 (23)	1,260 (21)	2,020 (27)
	460 (15)	460 (15)	460 (15)	760 (19)	760 (19)	1,620 (31)	1,500 (25)	2,620 (35)
Standard Length L(n)	580 (19)	640 (21)	640 (21)	1,000 (25)	1,000 (25)	2,040 (39)	1,980 (33)	-
	700 (23)	820 (27)	820 (27)	1,640 (41)	1,640 (41)	2,460 (47)	2,580 (43)	-
	940 (31)	1000 (33)	1,000 (33)	2,040 (51)	2,040 (51)	2,985 (57)	2,940 (49)	-
	1120 (37)	1180 (39)	1,240 (41)	2,520 (63)	2,520 (63)	3,090 (59)	3,060 (51)	-
	1360 (45)	1360 (45)	1,600 (53)	3,000 (75)	3,000 (75)	-	-	-
Pitch (P)	30	30	30	40	40	52.5	60	75
Distance to End [E]	20	20	20	20	20	22.5	30	35
Max. Standard Length	4,000 (133)	4,000 (133)	4,000 (133)	4,000 (100)	4,000 (100)	3,982.5 (76)	3,960 (66)	3,970 (53)
Max. Length	4,000	4,000	4,000	4,000	4,000	4,000	4,000	4,000

Note : 1. Tolerance of E value for standard rail is 0.5--0.5 mm. Tolerance of E value for jointed rail is 0--0.3 mm.
 2. Maximum standard length means the max. rail length with standard E value on both sides.
 3. If different E value is needed, please contact HIWIN.

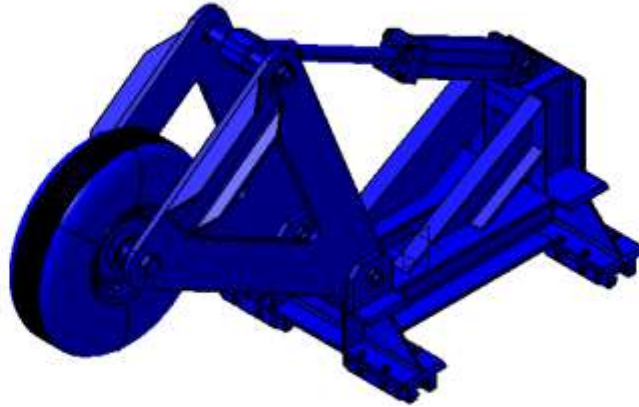
La selección de las guías lineales está basada exclusivamente en su capacidad de carga estática ya que su función es solamente de posicionamiento, por lo tanto no sufre efectos dinámicos por el recorrido sobre los rieles que limiten su vida útil. En cambio para la aplicación en cuestión, las guías deben ser capaces de soportar altas cargas estáticas durante períodos prolongados de tiempo las cuales pueden producir deformaciones permanentes en las pistas de rodadura. Las guías seleccionadas son las RGW65HC por ser las que más alta capacidad de carga estática admiten:

$$C_o = 572,7 \text{ kN}$$

Proyecto Integrador
Diseño preliminar de un banco de ensayo dinámico de frenos

Para verificar la capacidad se calcula la carga que deberán soportar en dos hipótesis considerando los casos del carro con el actuador completamente extendido y retraído para evaluar las distintas posiciones del centro de gravedad del conjunto:

- a) Caso: Actuador hidráulico completamente extendido.



Measure Inertia

Definition
Selection: Product24

Result
Calculation mode: Exact
Type: Volume

Characteristics		Center Of Gravity (G)	
Volume	0,113m ³	Gx	379,38mm
Area	13,376m ²	Gy	-5,435mm
Mass	547,278kg	Gz	328,917mm
Density	Not uniform		

Inertia / G | Inertia / O | Inertia / P | Inertia / Axis | Inertia / Axis System

Inertia Matrix / G					
IoxG	102,688kgxm ²	IoyG	366,258kgxm ²	IozG	293,899kgxm ²
IxyG	3,02kgxm ²	IxzG	-100,898kgxm ²	IyzG	1,158kgxm ²

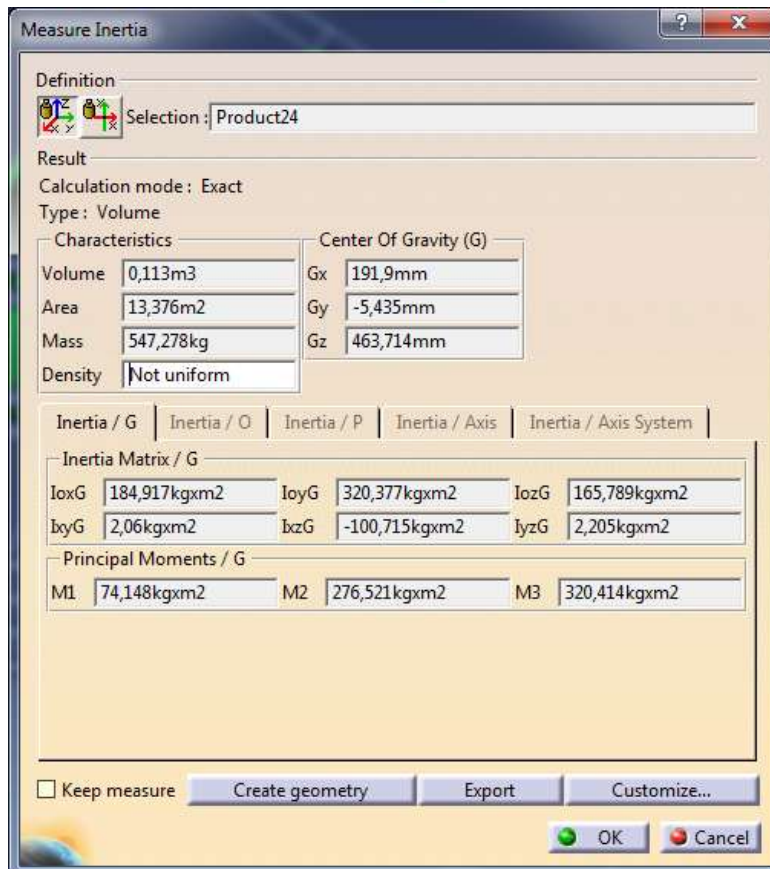
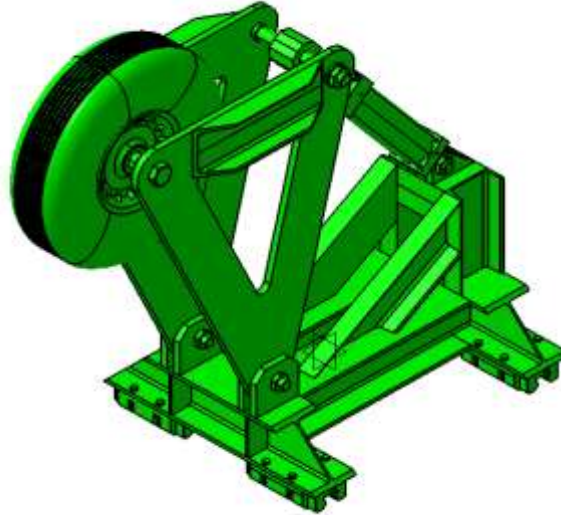
Principal Moments / G					
M1	59,26kgxm ²	M2	337,292kgxm ²	M3	366,293kgxm ²

Keep measure Create geometry Export Customize...

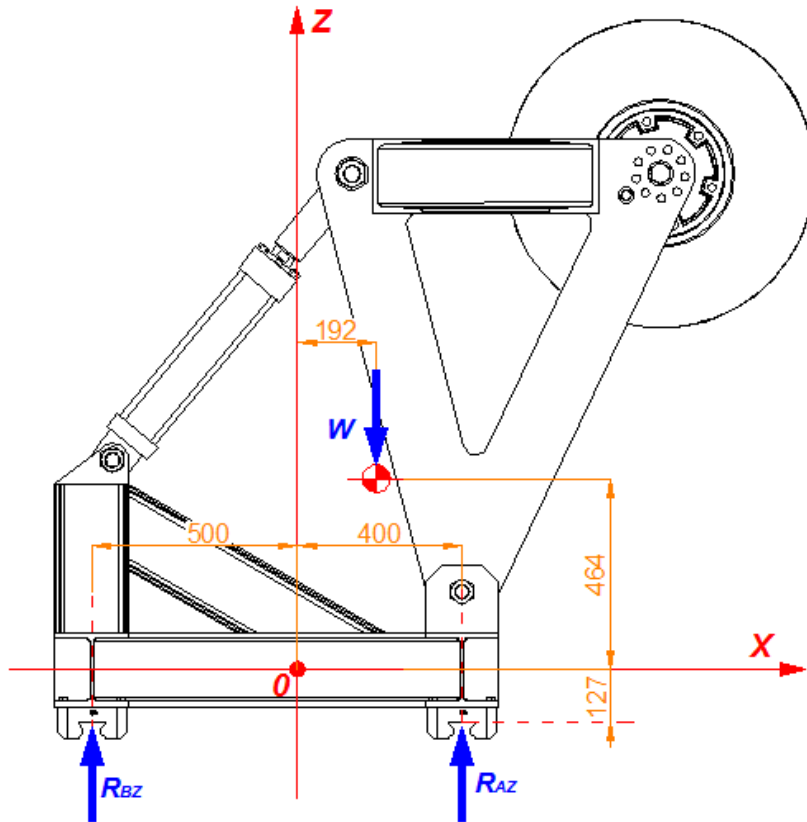
El coeficiente de seguridad estático resulta:

$$S_o = \frac{C_o}{P_A} = \frac{572,7}{80} = 7,1 \quad \therefore \quad \text{Verifica}$$

b) Caso: Actuador hidráulico completamente retraído.



$$(x_G ; z_G) = (192 ; 464) \quad W = 547,3 \text{ daN}$$



$$\sum M_B = 0 \Rightarrow R_{AZ} \cdot 900 - W \cdot 692 = 0 \quad \therefore R_{AZ} = \frac{692 \cdot W}{900} = \frac{692 \cdot 5473}{900} = 4208 \text{ N}$$

$$\sum F_Z = 0 \Rightarrow R_{AZ} + R_{BZ} - W = 0 \quad \therefore R_{BZ} = W - R_{AZ} = 5473 - 4208 = 1265 \text{ N}$$

La carga estática resultante es:

$$P_A = \frac{\text{máx}(R_{AZ}; R_{BZ})}{2} = \frac{4208 \text{ N}}{2} = 2104 \text{ N}$$

Y el coeficiente de seguridad estático es:

$$S_o = \frac{C_o}{P_A} = \frac{C_o}{R_{AZ}/2} = \frac{572,7}{3,702/2} = 309,4 \quad \therefore \text{Verifica}$$

2.6 Motorización de la instalación

2.6.1 Selección del motor

Los bancos de que dispone FAdeA en su laboratorio son impulsados por sendos motores de combustión interna (Ciclo Otto, 8 cilindros en V) los cuales presentan como principal desventaja el escaso torque de arranque del mismo. Esta característica hace indispensable tener que contar tanto con una caja de velocidades, para regular el torque entregado en función a la velocidad angular salida, así como también con un embrague que acople la planta motriz con el eje de los volantes. Dicho mecanismo cumple dos funciones básicas:

- 1) Permitir que al acoplar el motor ya girando pueda entregarle una cupla de torsión al volante suficientemente alta para vencer la gran inercia del conjunto y acelerarlo finalmente a la velocidad objetivo.
- 2) Desconectar al volante de la fuente de potencia habiendo alcanzado la velocidad objetivo, para que comience el ensayo de frenada en estado de rotación libre.

En lo que respecta a la primera función, ella implica un grave problema de desgaste del embrague dado el alto torque necesario para poner el volante a girar. Esto queda evidenciado durante los transitorios de arranque de los ensayos en los que los operadores de los bancos, son testigos habituales de cómo las piezas abrasivas son quemadas sufriendo así una constante obsolescencia prematura.

Para evitar éstos inconvenientes se considera más eficiente utilizar un motor eléctrico de inducción trifásico porque son en general más económicos, tienen capacidad de erogar elevados niveles de potencia y poseen altos torques de arranque, características indispensables para poder poner en movimiento el conjunto rodante manteniéndolo

acoplado al motor desde el inicio. De esta manera la motorización eléctrica adoptada no precisa la función de acople del embrague.

Otra característica importante por la que el motor trifásico es la opción más adecuada es la capacidad del mismo de regular su velocidad de rotación mediante un variador de velocidad. La velocidad de rotación de un motor trifásico está dada por el número de polos del devanado y por la frecuencia de la señal alterna de la línea de alimentación. Los variadores de velocidad son dispositivos electrónicos de potencia diseñados para generar señales de corriente alterna a la frecuencia requerida para que el rotor de la máquina gire a la velocidad deseada. Así mediante la utilización de un sistema de control continuo de lazo cerrado es posible controlar la velocidad del motor.

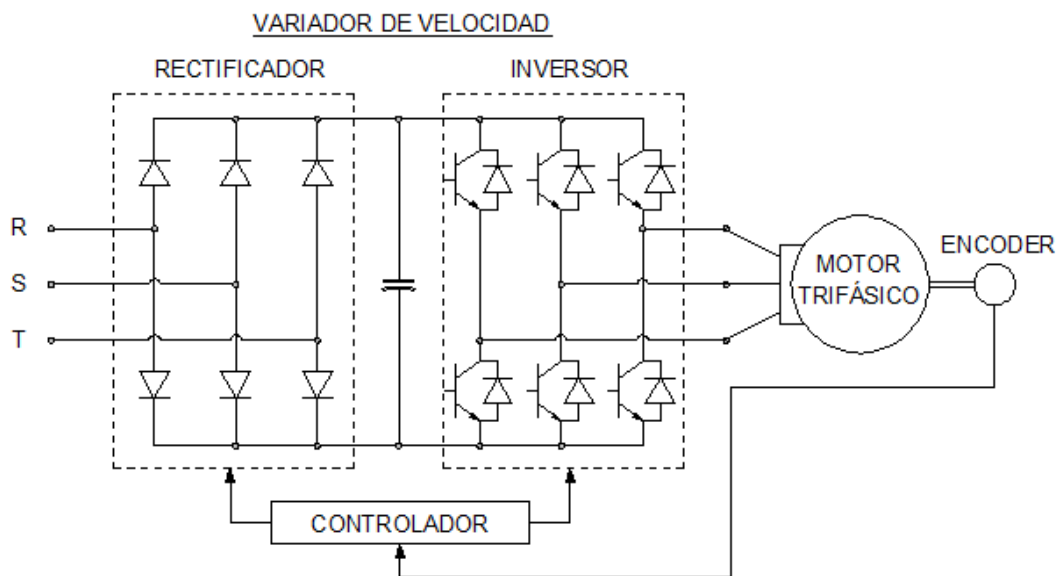


Fig. 2.27 – Esquema de un sistema de control de velocidad de lazo cerrado para un motor de inducción trifásico.

El torque máximo que un motor de inducción trifásico es capaz de entregar está dado por:

$$T_{m\acute{a}x} = \frac{3 \cdot p}{(2\pi)^2 \cdot (L_1 + L_2)} \cdot \left(\frac{U}{f}\right)^2 = K \cdot \left(\frac{U}{f}\right)^2 \quad (66)$$

O sea que es una función cuadrática de la relación (U/f) en la que f y U son respectivamente la frecuencia y la tensión de alimentación del sistema, y en la que los parámetros propios de la máquina son el número de pares de polos del motor rotor (p), y las inductancias del estator y del rotor (L_1 y L_2).

De acuerdo con la “*Guía para la especificación de motores eléctricos WEG [14]*”, los motores más adecuados para utilizar variadores de velocidad de tecnología PWM (pulse width modulation) son los de la clase W22 que son suministrados con rotores bobinados provistos de aislaciones térmicas de tipo F y eléctricas con la tecnología exclusiva WISE® (WEG insulation system evolution).

Para seleccionar correctamente el motor es necesario determinar si el mismo posee la potencia necesaria para poder acelerar la carga hasta la velocidad de régimen en un tiempo razonable. Dado que el motor con el que está equipado el actual banco de ensayos principal de FAdeA es un motor de combustión interna de ciclo Otto V8 de 120 hp y que el tiempo necesario para que el mismo alcance la velocidad de régimen ronda los 15 minutos, se selecciona un motor de inducción de IV polos con una potencia de 200 hp teniendo en cuenta que en la configuración III el conjunto rodante diseñado tiene un momento de inercia un 20% superior al del banco actual. Las características mecánicas de la máquina son:

$Pot = 200 \text{ hp} = 150 \text{ kW}$
$T_n = 98,1 \text{ kgf.m} = 962 \text{ N.m}$
$T_b = 2,5 \times (962 \text{ N.m}) = 2406 \text{ N.m}$
$n = 1490 \text{ rpm}$

Para verificar si el motor es capaz de entregar el torque inicial que el conjunto rodante necesita para ponerse en marcha y alcanzar la velocidad de régimen en un tiempo razonable se considera el conjunto como un sistema rotacional de primer orden de acuerdo con el siguiente esquema:

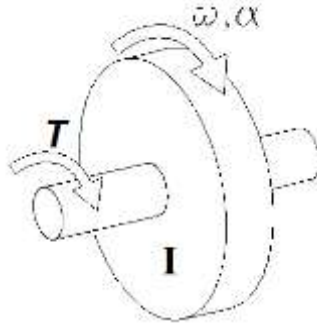


Fig. 2.28 – Esquema de un sistema rotacional de primer orden.

Siendo la ecuación diferencial que rige dicho modelo la siguiente:

$$I \cdot \frac{d\omega}{dt} + B \cdot \omega = T \quad (67)$$

Considerando una señal de entrada de torque en escalón (0 para $t < 0$ y T para $t \geq 0$), la respuesta del sistema es de la forma:

$$\omega = \omega_n (1 - e^{-t/\tau}) \quad (68)$$

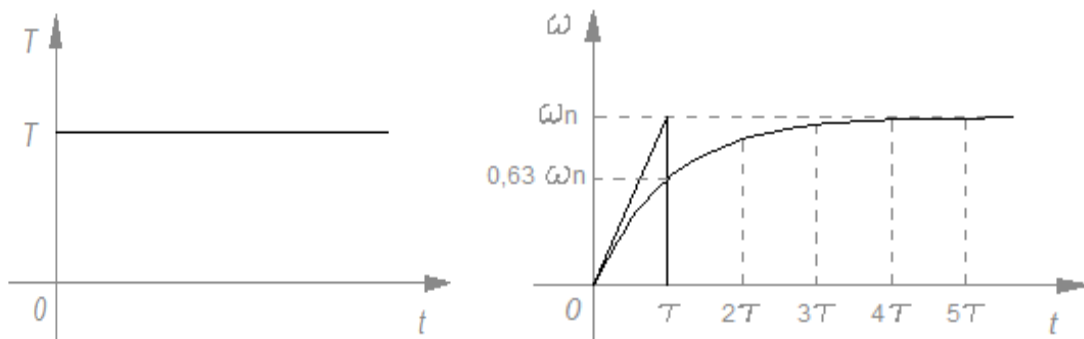


Fig. 2.29 – Curvas de señales de entrada y de respuesta del sistema rotacional de primer orden.

La constante de tiempo $t = \tau$ es el valor de t en el cual el término exponencial adquiere la magnitud $e^{-1} = 0,37$ de modo que la señal de respuesta del sistema en ese momento alcanza el 63% del valor de régimen estable. La evaluación de la función de respuesta en sucesivos pasos de τ permite determinar que en $\omega(t = 5\tau) = 0,99 \omega_n \therefore \omega_n \cong \omega(t = 5\tau)$.

Teniendo en cuenta que se requiere conocer el torque inicial del sistema, evaluando la ecuación (67) en $t = 0$, la velocidad del volante es nula ya que parte del reposo por lo que resulta entonces en la segunda ley de Newton:

$$T_0 = I \cdot \alpha_0 \quad (69)$$

Donde:

$$\alpha_0 = \frac{d\omega_0}{dt} = \frac{\omega_n}{\tau} \quad (70)$$

Considerando que la velocidad angular objetivo de cada configuración prevista es $\omega_n = 2\pi n/60$, que el tiempo de establecimiento de la velocidad de régimen es $t_{ss} = 5\tau$ y que la cupla inicial entregada es el propio par a rotor bloqueado del motor $T_0 = T_b$, reemplazando (70) en (69) y despejando resulta:

$$t_{ss} = \frac{\pi \cdot n \cdot I}{6 \cdot T_b} \quad (71)$$

En la siguiente tabla se resumen los cálculos de los respectivos tiempos de estabilización para las tres configuraciones de ensayo teniendo en cuenta las velocidades de rotación objetivo necesarias para cubrir los casos de más altas energías correspondientes a las aeronaves relevadas:

Configuración	I [kg·m ²]	n [rpm]	t _{ss} [s]	t _{ss} [min]
I	321	1130	78,8	1,3
II	1129	1375	337,8	5,6
III	3245	1005	709,8	11,8

Tabla 2.9 – Tiempos de estabilización de la velocidad de régimen para cada configuración de ensayo.

Por lo tanto se verifica que para el caso de mayor exigencia, el motor seleccionado puede poner el conjunto rodante a girar en condición de régimen en 12 minutos desde la puesta en marcha.

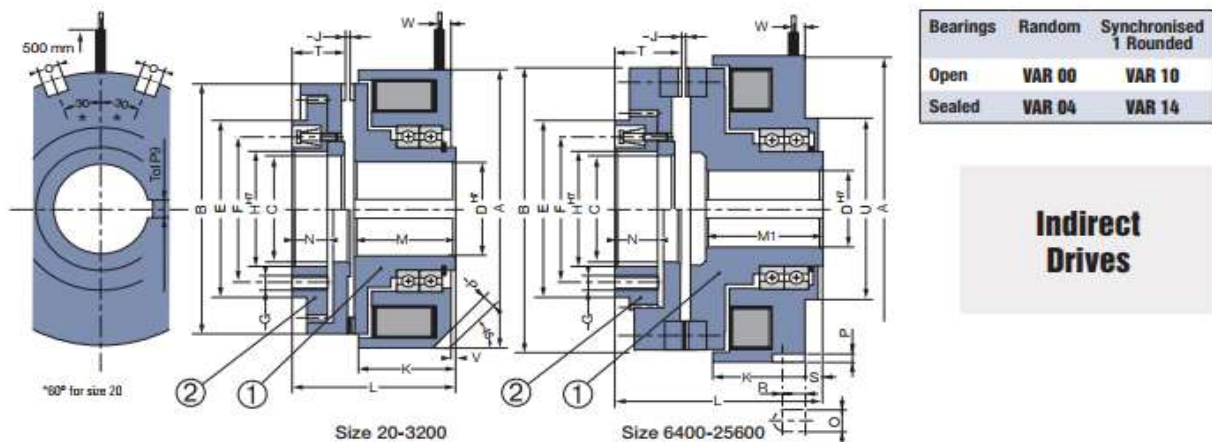
2.6.2 Selección del embrague de desacople eje- motor

Para poder llevar a cabo las maniobras de desacople del motor al eje del conjunto rodante se opta por un embrague electromagnético dentado de alto torque que permite hacer la transición al estado de rotación libre mediante la interrupción de la corriente eléctrica de alimentación, lo que facilita la automatización del proceso.

El mecanismo seleccionado es un embrague Warner Electric E320 Var10 SZ3200 (Torque nominal: 3200 Nm / Velocidad máxima: 1800 rpm).

E320 VAR 00 / VAR 10 | E320 VAR 04 / VAR 14

Electro-Magnetic Toothed Clutch



Proyecto Integrador
Diseño preliminar de un banco de ensayo dinamométrico de frenos

Sizes			20	50	100	200	400	800	1600	3200	6400	12800	25600
Nom. Torque		[Nm]	20	50	100	200	400	800	1,600	3200	6400	12800	25600
Max. Speed	VAR D0 / 10	[min.]	-	5000	4300	3600	3300	2,700	2,100	1800	1500	1500	1200
	VAR D4 / 14	[min.]	5000	3900	3500	2800	2600	2100	1500	1400	1000	-	-
Voltage		[VDC]	24	24	24	24	24	24	24	24	24	103,5	103,5
Power	P20	[W]	15	21	26	29	48	54	64	74,5	101	140	248
	A		72	82	100	115	125	153	202	235	340	410	490
	B		66	75	90	105	115	140	185	215	320	385	460
	C		28	40	49,5	58	63	76	99	117	153	180	220
	D* min		10	20	20	25	30	30	50	50	80	90	110
	D* max		22	30	32	42	46	55	80	85	110	125	150
	E		-	65,5	75,5	85,5	100,5	115,5	155,5	180,5	215,5	275,5	340,5
	F		45	55	64	75	85	100	135	155	190	250	300
	G		3xM4	4xM5	4xM5	4xM6	6xM6	6xM8	6xM10	6xM10	12xM12	12xM16	16xM46
	H		32	45	53	65	70	85	115	130	153	190	235
	J		0,3	0,4	0,5	0,5	0,5	0,6	0,7	0,8	1	1	1
	K		33	28,5	32	37	38	45,5	60,5	72	79	91	106
	L		47	44	50	57,5	60	74	97	120	174	211	295
	M		34	29	32,3	37,3	38,3	46	61	72,3	-	-	-
	M1		-	-	-	-	-	-	-	-	100	125	205
	N		5,4	8	10	12	12,5	17	21	28	35	41	55
	D		6	6	10	10	10	10	10	12	18	18	18
	P		3,5	3	4	4	4	5	6	8	8	10	12
	R		-	-	-	-	-	-	-	-	12	15	18
	S		-	-	-	-	-	-	-	-	11	18	68,5
	T		12,8	14	16,5	19	20	26	34	45	58,5	70	87,5
	U		-	-	-	-	-	-	-	-	187	235	300
	V		2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	W		7	7	7	7	7	10	12	15	19	22	25
Inertia	①	[kgm ²]	0,00008	0,0001	0,0003	0,0008	0,0011	0,0032	0,015	0,0339	0,319	0,775	2,000
Inertia	②	[kgm ²]	0,00015	0,0002	0,0006	0,001	0,002	0,007	0,030	0,0629	0,406	1,08	2,660
Weight		[kg]	1	1,2	2	3	4	7	14	29,5	82	145	254
Connection			Leads				Cable						

2.6.3 Selección del acople elástico de conexión eje- motor

La conexión entre el eje del conjunto rodante y el grupo motriz debe permitir absorber las eventuales diferencias de alineación entre ambos, las cuales pueden deberse tanto a defectos normales de montaje, como también a los giros que el eje experimenta bajo carga. Para ello se adopta un acoplamiento elástico GISS de la sección “*Accouplements Étoiles*”, según el catálogo “*GISS – Mecaline – Transmission – 2017 [11]*” mediante los siguientes parámetros:

- Cupla transmisible:

$$M_t [N.m] = \frac{9735 \cdot N [kW]}{n [rpm]} = \frac{9735 \cdot 150}{1500} = 973,5 N.m$$

- Factor de servicio considerando motorización eléctrica con utilización diaria inferior a 8 horas, y con choques severos: $FS = 1,3$



DÉTERMINATION DU FACTEUR DE SERVICE

Type d'entraînement	Durée de fonctionnement (h/jour)	Type de sollicitation		
		Constante	Chocs modérés	Chocs sévères
Moteur électrique	24	1,2	1,5	2
	12	1	1,2	1,7
	8	0,9	1,1	1,6
	less than 8	0,8	0,9	1,3
Moteur à combustion interne multi-cylindres	24	1,5	1,7	2,2
	12	1,2	1,5	2
	8	1,1	1,3	1,9
	less than 8	1	1,2	1,6
Moteur à combustion interne mono-cylindre	24	1,7	2	2,5
	12	1,5	1,7	2,2
	8	1,3	1,6	2,1
	less than 8	1,2	1,4	1,8

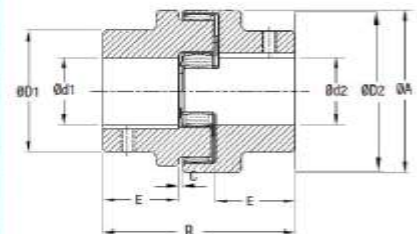
$$FS \times M_t = 1,3 \times 973,5 = 1265,55 N.m$$

Entonces el acoplamiento necesario es un conjunto de tamaño 75 con anillo de poliuretano de dureza 92 Sh (anillo amarillo):



CARACTÉRISTIQUES DES ENSEMBLES MONTÉS

Taille	B	C	*Couple (N.m) Anneau 92 Sh	*Couple (N.m) Anneau 98 Sh	V max (tr/min)
14	35	1,5	7,5	12,5	19000
19	66	2	10	17	14000
24	78	2	35	60	10600
28	90	2,5	95	160	8500
38	114	3	190	325	7100
42	126	3	265	450	6000
48	140	3,5	310	525	5600
55	160	4	410	685	4750
65	185	4,5	625	940	4250
75	210	5	1280	1920	3520
90	245	5,5	2400	3600	2800





MOYEUX BRUTS

d max indique le diamètre d'alésage maximum pouvant être réalisé dans la pièce.

Taille	Matière	d max	D (mm)	A(mm)	E(mm)	Réf.	PU HT
14	ACIER	16	30	30	11	863269	8,80 €
19	ALU	19	32	40	25	863270	5,40 €
24	ALU	24	40	56	30	863271	6,20 €
28	ALU	38	66	66	35	863272	10,00 €
38	ALU	48	78	80	45	863273	17,80 €
38	ACIER	48	78	80	45	863274	43,10 €
38	FONTE	48	78	80	45	863275	29,70 €
42	FONTE	55	94	95	50	863276	39,30 €
48	FONTE	62	104	105	56	863277	47,40 €
55	FONTE	74	98	120	65	863278	65,70 €
65	FONTE	70	115	135	75	863279	81,10 €
75	FONTE	80	135	160	85	863280	115,30 €
90	FONTE	97	160	200	100	863281	195,50 €



ANNEAUX

92 Sh- Jaune			98 Sh - Rouge		
Taille	Réf.	PU HT	Taille	Réf.	PU HT
14	860136	2,10 €	14	860147	2,10 €
19	860137	2,60 €	19	860148	2,60 €
24	860138	3,10 €	24	860149	3,10 €
28	860139	4,00 €	28	860150	4,00 €
38	860140	6,90 €	38	860151	6,90 €
42	860141	10,20 €	42	860152	10,20 €
48	860142	12,00 €	48	860153	12,00 €
55	860143	19,00 €	55	860154	19,00 €
65	860144	25,70 €	65	860155	25,70 €
75	860145	37,90 €	75	860156	37,90 €
90	860146	79,00 €	90	860157	79,00 €

El muñón extremo del eje debe tener como mínimo el siguiente diámetro:

$$d_{min} = k \cdot \sqrt[3]{\frac{N}{n}} = 98 \cdot \sqrt[3]{\frac{201 [Cv]}{1500 [rpm]}} = 50,15 \text{ mm}$$

Por lo tanto se adopta como diámetro del extremo del eje: $d = 75 \text{ mm}$

Las referencias del conjunto de acople seleccionado son:

- Cubos de fundición: **863280**
- Anillo estrella de poliuretano Sh 92 amarillo **860145**

2.7 Diseño de la estructura de base

La instalación como tal requiere una fundación sobre la que puedan anclarse los soportes de los rodamientos del eje y la base del motor, y sirva de base para fijar los rieles del sistema de posicionamiento del carro porta rueda. Para ello resulta más eficiente un bastidor rectangular formado por perfiles doble T de acero laminado comerciales soldados. El perfil seleccionado es un IPBv-240 (IRAM-IAS U 500-215-2) de la tabla del reglamento de construcción CIRSOC 301-EL/302-EL [17] que posee una altura de 270 mm y un ancho de ala de 248 mm, suficiente para que puedan descansar sobre él los soportes de rodamientos SNL 3040 G que alojan los apoyos del eje. Una importante característica de este perfil es la ausencia de diedros en las caras internas de las alas, la cual lo hace particularmente apto para fijar los soportes mediante bulones y tuercas M30. El bastidor en cuestión debe generar un marco cerrado en torno a una fosa sobre la que quedarán suspendidos los volantes de inercia, dado que el mayor de ellos tiene un radio que supera la altura total de los apoyos del eje. La profundidad mínima del vano bajo nivel debe ser de al menos un metro para que esta facilite las operaciones de limpieza y mantenimiento en su interior.

La superficie inferior del bastidor es el plano de apoyo de la estructura a nivel del suelo, mientras que su cara superior es el plano de referencia sobre el que se montarán los apoyos del eje y los demás conjuntos. Para elevar el eje por sobre dicho nivel los soportes de rodamientos estarán montados sobre dos zapatas construidas con un perfil IPBv-220 fijadas al bastidor de base. Así quedando ya definido el nivel del eje a 430 mm del plano de referencia, el grupo motor debe quedar alineado con el mismo. Por lo tanto la base de apoyo del motor W22 debe quedar a 115 mm por encima del plano de referencia. Para ello se considera utilizar una placa de apoyo a partir de una chapa de acero de 15 mm de espesor - según tabla de chapas de la empresa SIDERSA [18] - soldada sobre un emparrillado de

perfiles IPN100 (IRAM-IAS U 500-511) de acuerdo con la tabla del reglamento de construcción CIRSOC 301-EL/302-EL [17].

Dado que el diseño y las hipótesis de cálculo planteadas establecen que tanto los ejes de la articulación del brazo porta rueda así como el perno de la culata del actuador sean coplanares con el propio eje del conjunto rodante, la base de los rieles sobre los que deben deslizarse las guías lineales del carro deben quedar entonces a una altura de 61 mm del plano de referencia, para lo cual se prevén dos suplementos prismáticos, sobre los que se deben montar los rieles, a partir de fresar una placa de acero laminada de 2 ½" (63,5 mm). Dichos suplementos contarán con perforaciones para fijar los rieles sobre ellos de un lado y para anclarlos al bastidor en la cara opuesta.

En el siguiente esquema puede verse la estructura antes descrita:

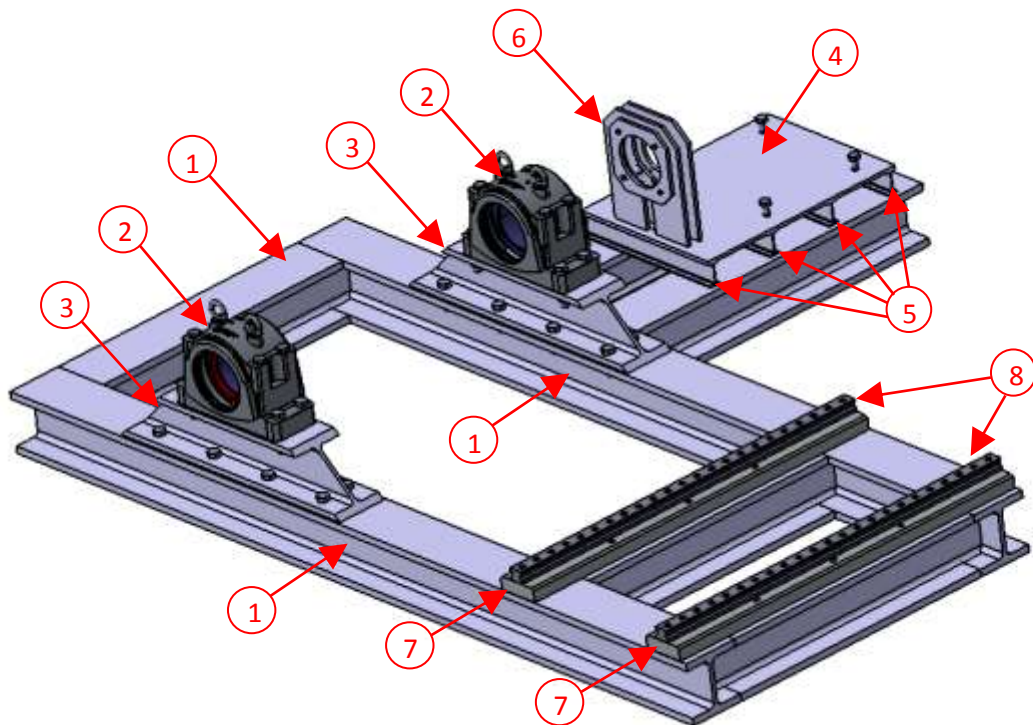


Fig. 2.30 – Esquema constructivo del conjunto estructura de base.

Tabla de referencias:

1	Bastidor (Perfil IPBv-240)
2	Soporte de rodamiento SNL 3040 G
3	Zapata (Perfil IPBv-220)
4	Placa base de motor (Chapa e:15 mm)
5	Emparrillado base de motor (Perfil IPN100)
6	Soporte de embrague electromagnético
7	Suplementos
8	Rieles HIWIN RGR65 L=1270 mm

2.8 Ensamble general de la instalación

A continuación se presenta el ensamble general del banco de ensayos:

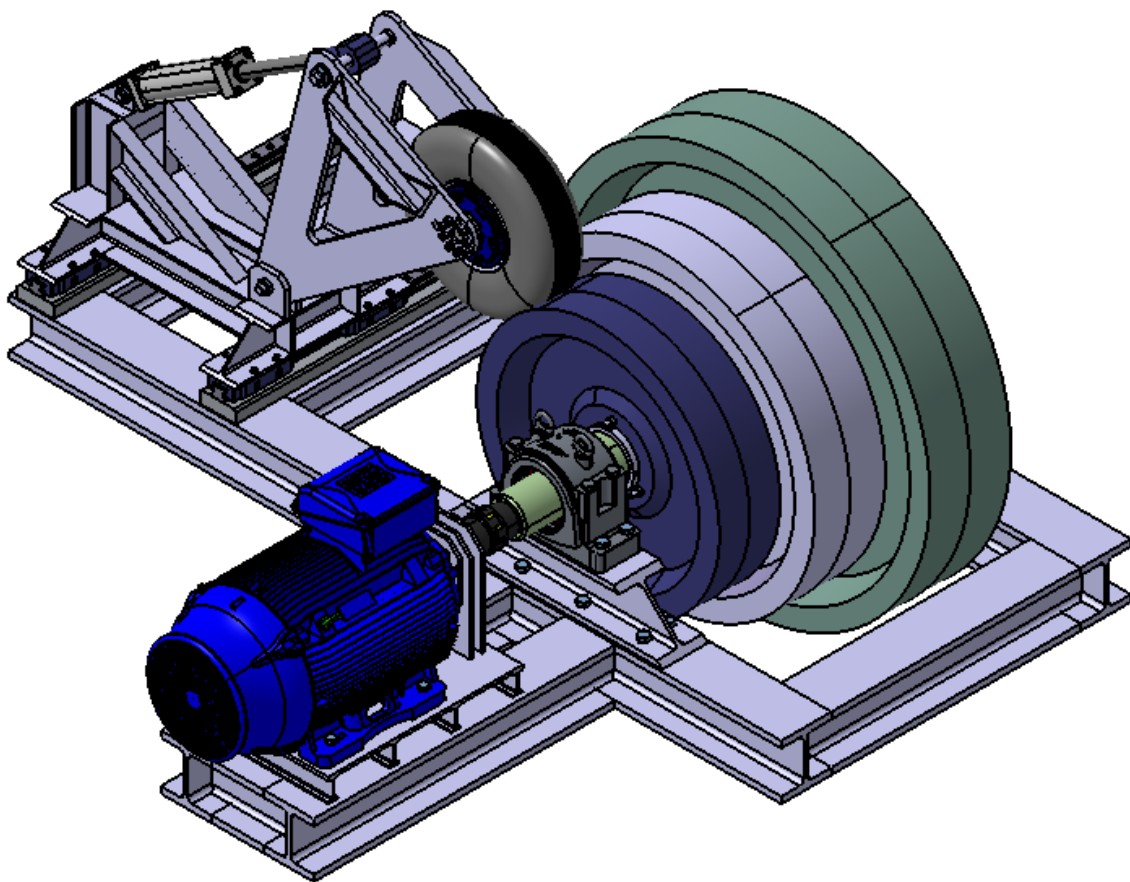


Fig. 2.31 – Vista isométrica del ensamble general del banco de ensayos.

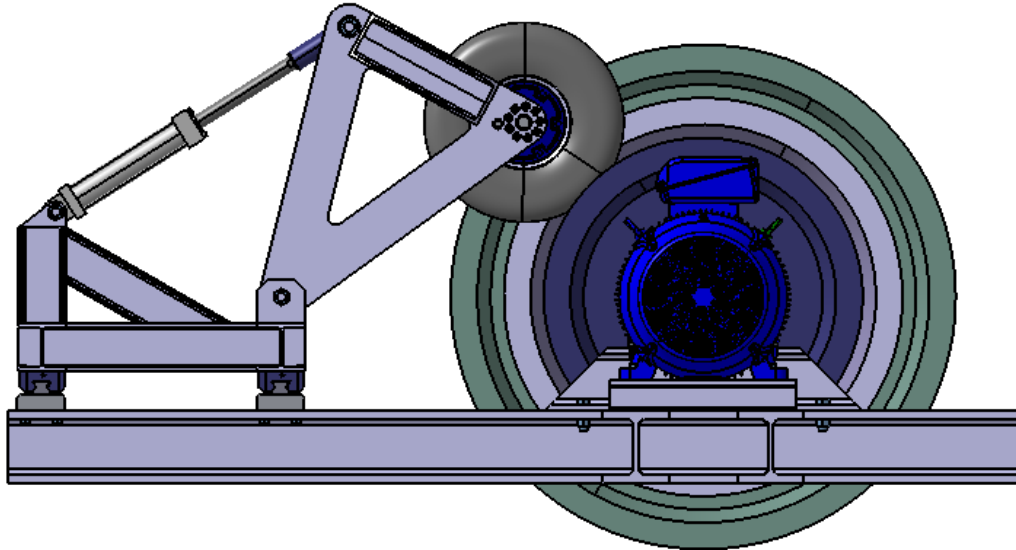


Fig.2.32 – Vista lateral del ensamble general del banco de ensayos.

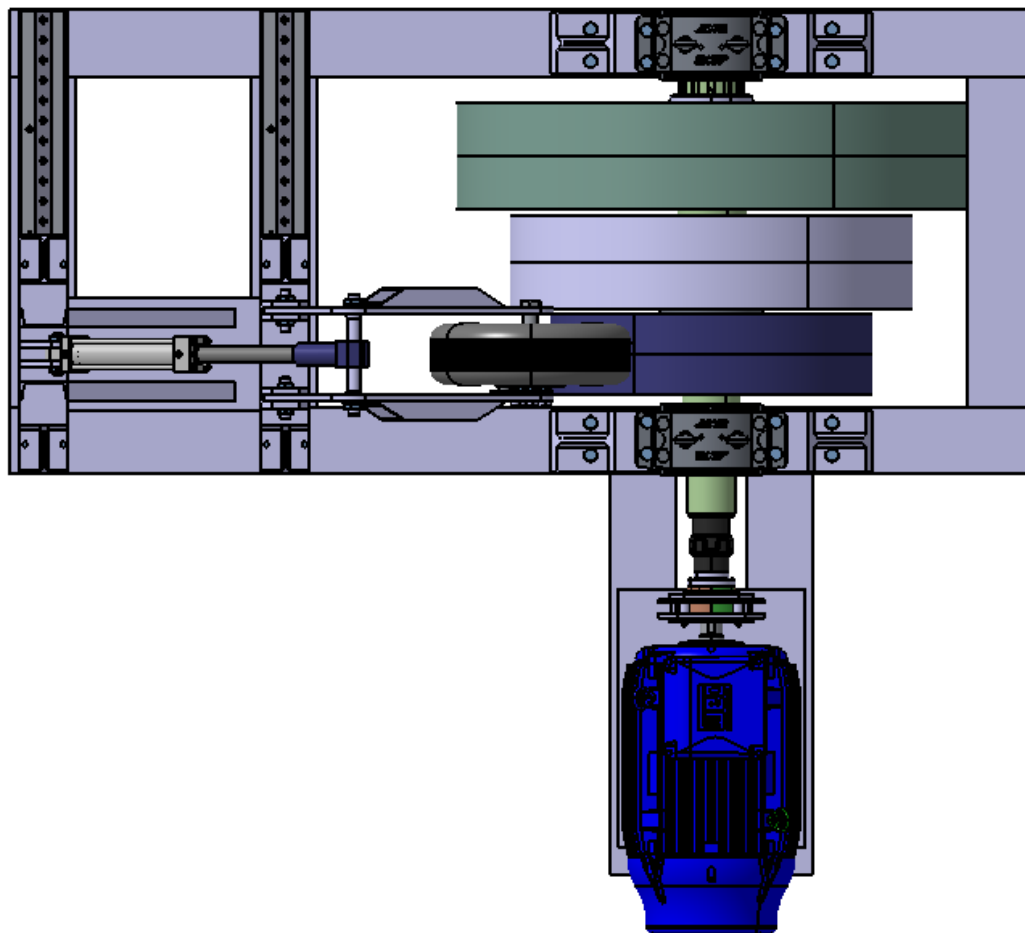


Fig. 2.33 – Vista superior del ensamble general del banco de ensayos

CONCLUSION

En el presente proyecto integrador se analiza la factibilidad de mejorar las condiciones de simulación de ensayos en banco dinamométrico de las actuales instalaciones del laboratorio de ensayos mecánicos de la Fabrica Argentina de Aviones S.A. Los mencionados bancos de ensayo, debido a su rígido diseño y antigua construcción no permiten simular con suficiente grado de aproximación las condiciones reales de operación en las aeronaves según las especificaciones de la Norma *MIL-W-5013K "Especificación general para conjuntos de rueda y freno de avión"*

Para resolver este problema se propusieron diferentes opciones posibles teniendo como objetivo que el nuevo diseño permita adaptar los parámetros físicos de la instalación para ensayar un amplio espectro de aeronaves de distinto porte y prestaciones. Se optó por un sistema compuesto de un conjunto de volantes de diámetros escalonados desacoplables montados sobre un eje común, impulsado por un motor eléctrico de inducción trifásico dotado de un variador de velocidad, y un soporte para el conjunto de frenos a ensayar con capacidad de ajuste de su posición.

El principio de funcionamiento del banco, al igual que los actuales, se basa en la acumulación de energía cinética de rotación equivalente a la del avión durante la maniobra de aterrizaje (o de despegue abortado) para luego ser detenido por el freno del conjunto rueda de la aeronave ensayada, que apoya en la periferia del volante para la transferencia de energía. El nuevo diseño incorpora la posibilidad de ajustar el momento de inercia mediante el acople (o desacople) de los distintos volantes, brindando la ventaja de tener para un mismo nivel de energía asociado al momento de inercia y su velocidad angular, una gama de velocidades periféricas en función de la cantidad de volantes activos.

El sistema propuesto permitiría cubrir todas las necesidades hasta ahora registradas por el laboratorio, con un nivel de aproximación a las condiciones reales ampliamente superior al actual y sin necesidad de tener que utilizar dos instalaciones distintas dependiendo del porte de la aeronave ensayada tal como sucede hoy. Así mismo la re-motorización propuesta resuelve dos problemas operativos que se evidencian en las instalaciones actuales:

- 1) La utilización de motores de combustión interna en el recinto del laboratorio los que traen asociados altos niveles de contaminación del aire ambiental, altos niveles de contaminación acústica y alto riesgo de seguridad por la presencia de combustible.
- 2) La alta frecuencia de reemplazo de las piezas abrasivas en los mecanismos de embrague, los cuales se precisan para poder acoplar los volantes de inercia en reposo a los motores funcionando en un régimen de revoluciones suficientemente alto para que eroguen el torque necesario a fin de ponerlos en movimiento.

Dado que no se han encontrado publicados sistemas similares, el presente diseño preliminar no tan solo ofrece una solución a los actuales inconvenientes dados por la incapacidad de reproducir las condiciones de servicio, sino que brindaría una ventaja competitiva respecto a otros laboratorios a la hora de poder responder a las necesidad de los principales clientes tales como las industrias aeronáuticas (y aeropartistas) locales y de países vecinos, fuerzas armadas, centros de mantenimiento aeronáutico y empresas aerocomerciales de la región.

BIBLIOGRAFÍA:

- [1] MIL-W-5013K "Especificación general para conjuntos de rueda y freno de avión"
- [2] "Global Aviation Tires" - The Goodyear Tire & Rubber Company - 200 Innovation Way - Akron, Ohio 44316 – 2016
- [3] Budynas–Nisbett - Shigley's Mechanical Engineering Design - Eighth Edition – Ed. The McGraw–Hill 415 Companies, 2008
- [4] Baldi, Sergio - Notas didácticas de cátedra de Diseño y Proyecto Mecánico I – 2009 – F.C.E.F. y N. – U.N.C.
- [5] Mott, Robert L.– Diseño de elementos de máquinas –Cuarta edición - Ed. Pearson Educación.
- [6] Niemann, G. - Tratado teórico-práctico de Elementos de Máquinas - Cálculo, diseño y construcción - 2da. Edición 1973 - Ed. Labor.
- [7] Apraiz Barreiro, José - Fundiciones – 3ra. Edición – Editorial Dossat (Madrid).
- [8] SKF - Catálogo general de rodamientos.
- [9] Moor, Holly - Matlab para ingenieros - Ed. Pearson / Prentice Hall.
- [10] SMC – Catálogo de cilindros hidráulicos.
- [11] GISS – Mecaline – Transmission – Catálogo de acoplamientos 2017.
- [12] INDURA - Manual de sistemas y materiales de soldadura.
- [13] HIWIN – Catálogo de guías lineales y rieles.
- [14] WEG - Guía para la especificación de motores eléctricos
- [15] WEG - Catálogo técnico de motores trifásicos W22.
- [16] Bolton, W. - Mecatrónica – Sistemas de control electrónico en la ingeniería mecánica y eléctrica – 3ra. Edición 2007 – Ed. Alfaomega.
- [17] CIRSOC 301-EL / 302-EL - Tabla de perfiles de acero laminado normales.
- [18] SIDERSA - Tabla de dimensiones y pesos teóricos de chapas gruesas.

[19] Prato, Carlos A. / Massa, Julio C. - *Análisis Estructural (Problemas Estáticos)* Ed. 2005
– *Cátedra de Cálculo Estructural I - Departamento de Estructuras – FCEFyN – UNC*

[20] Jackson, P. / Munson, K. / Peacock, L. - *Jane's all the world's aircrafts 2004-2005* – Ed.
Jane's information group.

[21] Michael J. H. Taylor - *The world's greatest aircraft _ Military aircraft* – 1999 – Ed.
Greenwich Editions.

[22] Donald, D. y Lake, J. - *The encyclopedia of world military aircraft* – 2000 – Ed. *Grange Books.*

ANEXOS

ANEXO I: - Matlab Script para el cálculo de deformaciones del eje. -

```
Editor - D:\PROYECTO\Matlab\Stepped_Shaft_Deflections_V1.m
Stepped_Shaft_Deflections_V1.m
1 % ----- STEPPED SHAFTS DEFLECTION: ----- %
2 clear; close all; clc;
3
4 % PARAMETERS SETTING:
5 % Shaft section's lengths [mm]:
6 L0=82; L1=340; L2=135; L3=10; L4=55;
7 L5=140; L6=245; L7=160; L8=200; L9=84;
8 % Shaft section's diameters [mm]:
9 d0=200; d1=220; d2=240; d3=270; d4=280;
10 d5=260; d6=258; d7=240; d8=238; d9=220;
11 % Shaft material Young's module [MPa]:
12 E=210000;
13 % Magnitudes of concentrated loads [N]:
14 P1=15000; P2=81570; P3=38000;
15 % Positions of concentrated loads [mm]:
16 x1=306; x2=651; x3=1046;
17 % Extension of distributed loads [mm]:
18 b1=150; b2=140; b3=160;
19 % Span between points of calculation [mm]:
20 h=1;
21
22 % CALCULATIONS
23
24 % Bearing reactions:
25 L=L0+L1+L2+L3+L4+L5+L6+L7+L8+L9;
26 Ra=( (L-x1)*P1+(L-x2)*P2+(L-x3)*P3)/L;
27 Rb=(x1*P1+x2*P2+x3*P3)/L;
28
29 % Diameter function:
30 for i=1:h:L
31 % X variable:
32 x(i)=i;
33 if x(i)<(L0/2)
34 phi(i)=d0;
35 elseif x(i)<(L0/2+L1)
36 phi(i)=d1;
37 elseif x(i)<(L0/2+L1+L2)
38 phi(i)=d2;
39 elseif x(i)<(L0/2+L1+L2+L3)
40 phi(i)=d3;
41 elseif x(i)<(L0/2+L1+L2+L3+L4)
42 phi(i)=d4;
43 elseif x(i)<(L0/2+L1+L2+L3+L4+L5)
44 phi(i)=d5;
45 elseif x(i)<(L0/2+L1+L2+L3+L4+L5+L6)
46 phi(i)=d6;
47 elseif x(i)<(L0/2+L1+L2+L3+L4+L5+L6+L7)
48 phi(i)=d7;
49 elseif x(i)<(L0/2+L1+L2+L3+L4+L5+L6+L7+L8)
50 phi(i)=d8;
51 elseif x(i)<(L0/2+L1+L2+L3+L4+L5+L6+L7+L8+L9)
52 phi(i)=d9;
53 else
54 phi(i)=d0;
55 end
56 end
```

Proyecto Integrador

Diseño preliminar de un banco de ensayo dinamométrico de frenos

```
Editor - D:\PROYECTO\Matlab\Stepped_Shaft_Deflections_V1.m
Stepped_Shaft_Deflections_V1.m x +
57 % Polar moment of inertia:
58 I=(pi/64).*(phi.^4);
59 % Bending moment equation (Q=0 & m=0):
60 M=Ra.*x-(P1/(2*b1).*((x-(x1-b1/2)).^2).*heaviside(x-(x1-b1/2))...
61 -(x-(x1+b1/2)).^2).*heaviside(x-(x1+b1/2)))...
62 -(P2/(2*b2).*((x-(x2-b2/2)).^2).*heaviside(x-(x2-b2/2))...
63 -(x-(x2+b2/2)).^2).*heaviside(x-(x2+b2/2)))...
64 -(P3/(2*b3).*((x-(x3-b3/2)).^2).*heaviside(x-(x3-b3/2))...
65 -(x-(x3+b3/2)).^2).*heaviside(x-(x3+b3/2)));
66 % Partial derivatives calculations:
67 for j=1:h:L
68 % Z variable:
69 z(j)=j;
70 for i=1:h:L
71 % Partial derivative of moment with respect to dummy load(Q):
72 dMdQ=((L-z(j))/L)*x(i)-(x(i)-z(j))*heaviside(x(i)-z(j));
73 % Partial derivative of moment with respect to dummy moment(m):
74 dMdm=heaviside(x(i)-z(j))-x(i)/L;
75 % Deflections integrand matrix:
76 delta_int(i,j)=M(i)*dMdQ/I(i);
77 % Slopes integrand matrix:
78 theta_int(i,j)=M(i)*dMdm/I(i);
79 end
80 end
81 % Trapezoidal numerical integration of deflection & slope equations:
82 delta=(1/E)*trapz(delta_int);
83 theta=(1/E)*trapz(theta_int);
84
85 % RESULTS AND PLOTS
86
87 % Results struct:
88 res {1,1}='N°';res {1,2}='Delta [mm]';res {1,3}='Theta [rad]';
89 res {2,1}='-1-';res {2,2}=delta(x1);res {2,3}=theta(x1);
90 res {3,1}='-2-';res {3,2}=delta(x2);res {3,3}=theta(x2);
91 res {4,1}='-3-';res {4,2}=delta(x3);res {4,3}=theta(x3);
92 disp(' RESULTS:'); disp(res);
93
94 % Shaft profile plot:
95 subplot(3,1,1);
96 plot(x,phi/2,'color','k','linewidth',1.5); hold on; grid on;
97 plot(x,-phi/2,'color','k','linewidth',1.5);
98 xlabel('x [mm]'); ylabel('y [mm]'); title('Shaft profile:');
99 axis([0 max(x) -0.75*max(phi) 0.75*max(phi)]); hold off;
100 % Shaft deflections plot:
101 subplot(3,1,2); hold on; grid on;
102 plot(x,-delta,'color','b');
103 xlabel('x [mm]'); ylabel('Delta[mm]'); title('Shaft deflections:');
104 axis([0 max(x) 1.1*min(delta) 0]);
105 hold off;
106 % Shaft slopes plot:
107 subplot(3,1,3); hold on; grid on;
108 plot(x,theta,'color','r');
109 xlabel('x [mm]'); ylabel('Theta[rad]'); title('Shaft slopes:');
110 axis([0 max(x) 1.1*min(theta) 1.1*max(theta)]);
111 hold off;
112
```