



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL AREA  
MECÁNICA  
DE LAS  
INGENIERÍAS

FoDAMI

## MODELO DIDÁCTICO PARA MEDICIÓN DE VIBRACIONES Y PROPIEDADES DINÁMICAS

**Guillermo D. Chiappero, José E. Stuardi y Alejandro J. Giudici**

Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales – Universidad Nacional de Córdoba  
Av. Vélez Sársfield 1611, 5000 – Córdoba, Argentina  
correo-e: guillemochiappero@hotmail.com

### RESUMEN

Se describe un modelo didáctico construido para realizar mediciones de vibraciones en una variada gama de ensayos de la dinámica de máquinas y estructuras que consiste básicamente en un sistema compuesto por dos vigas (primaria y secundaria) en voladizo dispuestas en forma encadenada. La viga primaria se encuentra rígidamente unida a la base de apoyo por medio de un soporte, mientras que la viga secundaria apoya en el extremo libre de la primaria, se encuentra inmediatamente por encima de esta y tiene propiedades adecuadas para conformar un absorbedor dinámico. El sistema primario es excitado por el desequilibrio del rotor de un motor eléctrico de velocidad variable. El uso del modelo contribuye a la comprensión de los modos y frecuencias de cuerpo flexible y de la respuesta dinámica ante una excitación de tipo armónica.

Desde el punto de vista didáctico el modelo es utilizado primeramente como ejercicio de modelación, para un posterior ajuste del modelo computacional por medio de técnicas de análisis modal. Las mediciones de vibraciones permiten contrastar niveles experimentales con resultados calculados numéricamente, lo que constituye un paso previo a la introducción de técnicas de modificación estructural. Además posibilita el uso e interpretación de las funciones asociadas al análisis de vibraciones y la utilización de distintas técnicas de medición y control de vibraciones. En definitiva, los prácticos donde se utilizó el modelo didáctico han resultado experiencias integradoras de procesos que abarcan desde la modelación hasta el uso de normativas para contrastar resultados.

La idea, que nació como una experiencia de laboratorio aislada en la cátedra de “Vibraciones Mecánicas y Dinámica de Máquinas” de la Universidad Nacional de Córdoba, ha sido implementada exitosamente y constituye ahora un puente en el proceso enseñanza-aprendizaje que permite integrar conocimientos y despertar intereses renovados en el alumnado. Todo esto motiva una mejora continua de las posibilidades del equipamiento descripto.

**Palabras Claves:** *Modelo didáctico, medición de vibraciones, propiedades dinámicas de máquinas.*



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL AREA  
MECANICA  
DE LAS  
INGENIERIAS

FoDAMI

## 1. INTRODUCCIÓN: MOTIVACIÓN DE LA TEMÁTICA DENTRO DE LA ASIGNATURA

Los primeros académicos en el campo de las vibraciones centraron sus esfuerzos en comprender los fenómenos naturales y desarrollar teorías matemáticas para describir las vibraciones de sistemas físicos. En la actualidad, numerosas investigaciones son motivadas por aplicaciones de la ingeniería de vibraciones, tales como el diseño de máquinas, fundaciones, estructuras, motores, turbinas y sistemas de control, entre otros.

En todas esas situaciones, una estructura sometida a vibraciones puede fallar debido a la fatiga de los materiales por variación cíclica de las tensiones mecánicas inducidas. Además, las vibraciones incrementan el desgaste de piezas de máquinas como rodamientos y engranajes y también provocan excesivo ruido. Además, en muchos sistemas de ingeniería, un ser humano actúa como una parte integral del sistema. La transmisión de vibraciones a los seres humanos produce malestar, pérdida de eficiencia y enfermedades.

A pesar de sus efectos perjudiciales, las vibraciones pueden utilizarse provechosamente en muchas aplicaciones industriales. Por ejemplo, la vibración es utilizada beneficiosamente en transportadores vibratorios, tolvas, compactadores, lavadoras, cepillos de dientes eléctricos, y unidades eléctricas de masaje. La vibración también se utiliza en martinets, ensayos de materiales y procesos de acabado. El empleo de la vibración ha permitido mejorar la eficiencia de ciertos procesos de mecanizado, de fundición, forja y soldadura. Además, se emplea para simular terremotos, para investigación geológica y también para llevar a cabo estudios en el diseño de reactores nucleares [1, 2].

Por otro lado, en muchos cursos de ingeniería los estudiantes tienen dificultad para visualizar los conceptos teóricos impartidos. A pesar de los trabajos prácticos que realizan y los problemas presentados en los libros de texto, los estudiantes generalmente tienen dificultades en internalizar el significado físico de los problemas matemáticos. Si el estudiante está provisto con medios para experimentar y aplicar la teoría al mundo real, mejora el entendimiento de los conceptos teóricos, y además gana confianza para enfrentar situaciones complejas. El ingeniero mecánico actual debe tener fuertes habilidades teóricas, computacionales y experimentales. Estas habilidades deben ser cuidadosamente cultivadas en clase a través de un currículo multidisciplinario, y resolviendo problemas prácticos que los prepare para enfrentar futuros retos [3].

La asignatura "Vibraciones Mecánicas y Dinámica de Máquinas" de la carrera de Ingeniería Mecánica de la Universidad Nacional de Córdoba, introduce al futuro Ingeniero Mecánico en el estudio de problemas concretos de vibraciones tomando como base los conocimientos de Mecánica Teórica, Análisis Estructural y Diseño de Máquinas. El dictado de la asignatura está orientada a desarrollar en los alumnos capacidad para modelar y analizar sistemas mecánicos sometidos a cargas dinámicas, proveyendo los conocimientos conceptuales y las herramientas de cálculo necesarias para realizar modificaciones estructurales, tendientes a solucionar problemas de carácter dinámico, basándose en datos provenientes de cálculo y mediciones experimentales [4].



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL AREA  
MECANICA  
DE LAS  
INGENIERIAS

FoDAMI

## 1.1 Contenidos temáticos de la materia

En la asignatura “Vibraciones Mecánicas y Dinámica de Máquinas” de la U.N.C. se estudian vibraciones mecánicas, cálculo de la respuesta de sistemas dinámicos, vibraciones de sistemas no lineales, vibraciones aleatorias, vibraciones de sistemas continuos, conceptos de dinámica de máquinas, medición de vibraciones, interpretación de resultados y aspectos normativos.

## 1.2 Algunos aspectos sobre la metodología de enseñanza

Para mejorar la comprensión de los problemas, el cuerpo docente pone énfasis en asociar los temas en estudio con ejemplos prácticos, prestando especial atención a la correspondencia entre el modelo de cálculo y el sistema real, para evaluar sus diferencias. El alumno realiza trabajos prácticos, en forma continua durante el desarrollo del curso, referidos a problemas concretos con asociación real a temas de la ingeniería mecánica, de alguna manera simplificados o aislados del sistema real complejo, con el fin de posibilitar su interpretación y mejorar la didáctica.

Más allá de los conocimientos aportados por la materia, ésta pretende, en el penúltimo cuatrimestre del plan de estudios, afianzar en el futuro ingeniero mecánico una concepción ágil y moderna de la solución de los problemas. Para ello se deben utilizar herramientas adecuadas a los objetivos fijados, logrando celeridad y exactitud en la propuesta técnica y considerando tanto los métodos aproximados como los más exactos, pero valorando el costo y el tiempo de la solución. Estos aspectos son importantes en la construcción de máquinas con cargas dinámicas elevadas y propensas a problemas de vibraciones.

El objetivo de la asignatura es capacitar al alumno de modo que pueda anticipar: *i*) el comportamiento dinámico de un sistema, *ii*) los problemas de vibraciones y *iii*) la efectividad de los dispositivos mecánicos agregados para la corrección del comportamiento indeseado. Todo ello con anterioridad a la ejecución de costosas y detalladas modelizaciones y procesos de cálculo, o con anterioridad a la ejecución de prototipos.

En la actualidad existen programas de cálculo para enfrentar prácticamente todos los problemas, pero la tarea del ingeniero sigue siendo: *i*) la definición de los modelos y los parámetros para el cálculo, *ii*) la determinación del rango de validez de las hipótesis utilizadas, *iii*) la interpretación de los resultados y su valoración en función de los resultados a priori esperados.

Por todo lo expresado, resulta fundamental que el alumno logre internalizar los conceptos impartidos en la asignatura “Vibraciones Mecánicas y Dinámica de Máquinas” para que pueda enfrentar con éxito los desafíos de la práctica profesional en el campo de las vibraciones. Precisamente el modelo didáctico que motiva el presente trabajo es una herramienta que ha demostrado colaborar eficazmente con este propósito.



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL ÁREA  
MECÁNICA  
DE LAS  
INGENIERÍAS

FoDAMI

## 2. OBJETIVOS DEL MODELO DIDÁCTICO

El modelo didáctico se desarrolló para ser utilizado en clases de laboratorio, donde se realizan varios trabajos prácticos referidos a la medición e interpretación de vibraciones. Es evidente la necesidad de contar con un sistema mecánico que posea propiedades apropiadas para las temáticas en estudio y que sea por otro lado excitable dinámicamente. Si bien es claro que el modelo descrito en el presente trabajo no puede cubrir la totalidad de temas y ensayos factibles referidos al programa de la materia, tiene bastante versatilidad y por medio de la experiencia en su uso se ha logrado una integración con los conceptos desarrollados en las clases teórico-prácticas.

En lo que respecta a la modelación de los problemas físicos, es habitual que durante el desarrollo de la carrera de grado se requiera que el alumno encuentre la solución de problemas, donde los datos aportados por el docente en el planteo, son parte de un proceso de solución previa. En muy pocas oportunidades los datos son presentados con el estilo propio de la práctica profesional, donde en general el planteo es vago y el proceso de recolección de datos constituye parte del proceso de solución. Esto último requiere conocimiento y experiencia por parte del profesional. Lo expuesto es especialmente aplicable a la temática de medición de vibraciones, donde se debe preconcebir la solución: ello implica que en la mayoría de los casos es necesario tener una idea previa de los resultados a obtener al momento de definir la cadena de medición, seleccionar la ubicación y tipo de sensores, determinar las magnitudes a medir, etc.

El modelo didáctico descrito en este trabajo es utilizado como introducción a ejercicios del tipo proyecto, que simulan casos prácticos donde el planteo es similar a los casos reales. Mediante su uso, se estimula la creatividad del alumno y la adopción de criterios en cada una de las etapas del trabajo: desde las hipótesis en la construcción del modelo hasta la interpretación de los resultados en base a los conceptos teóricos.

Desde el punto de vista técnico, el primer objetivo consiste en definir un modelo de cálculo para ser usado en un programa computacional para calcular la respuesta de sistemas de múltiples grados de libertad. Para estos efectos se utilizan con frecuencia programas tales como Abaqus [5]. Posteriormente se lleva a cabo una calibración del modelo, en función de los datos experimentales obtenidos. Para ello, se realizan distintos tipos de mediciones: mediciones de nivel, frecuencias (naturales y excitatrices) y amortiguamiento. Otros temas tratados a partir de lo anteriormente expuesto son la introducción de técnicas de análisis modal experimental y control de vibraciones mediante la utilización de absorbedores dinámicos [6], etc.

Lejos de intentar llegar a un modelo experimental que se aproxime a un modelo ideal teórico perfecto y con ausencia de imperfecciones, el modelo propuesto pretende introducir al alumno en la realidad de los sistemas de múltiples grados de libertad en los cuales la respuesta dinámica obtenida se ve influenciada por las imperfecciones que inevitablemente se producen al construir un sistema mecánico real.



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL AREA  
MECANICA  
DE LAS  
INGENIERIAS

FoDAMI

### 3. DESCRIPCIÓN DEL EQUIPAMIENTO

El modelo didáctico consta básicamente de dos vigas en voladizo dispuestas en forma encadenada. Una de ellas representa el sistema primario y se encuentra rígidamente unida a la base de apoyo por medio de un soporte. La viga adicional constituye el sistema secundario y se encuentra encima de la viga primaria y solidaria en su extremo libre (ver Figuras 1 y 2). El sistema secundario posee propiedades adecuadas para conformar un absorbedor dinámico del sistema primario. Sobre el sistema primario se encuentra montado un motor eléctrico de CC alimentado por una fuente de 12 VCC cuya tensión de salida puede ser variada mediante un potenciómetro. El eje del motor está acoplado, mediante una reducción de engranajes, con una manivela que produce una fuerza centrífuga que excita dinámicamente al sistema mecánico.

En la Figura 1 se muestra el equipamiento, de izquierda a derecha se encuentra la fuente de alimentación, el modelo de ensayo con acelerómetros instalados en su parte superior, el receptor de señales marca Vernier y la PC portátil en cuyo monitor se puede observar el software de procesamiento Logger Pro, también de la marca Vernier.

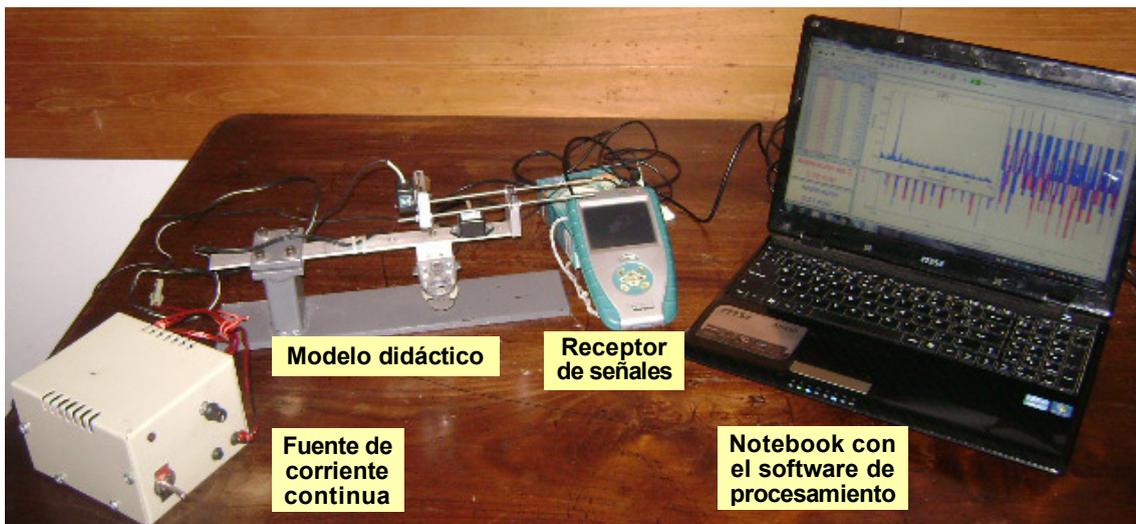


Figura 1: Modelo didáctico - Equipamiento

La instrumentación del modelo es variable con fines didácticos. En el presente trabajo se describe p.e. el uso de transductores tipo acelerómetros capacitivos marca Vernier, con una sensibilidad promedio de  $22,9 \text{ m/s}^2/\text{V}$ . En la configuración explicada en este trabajo se han colocado 2 sensores sobre las masas principales del sistema. Las señales son leídas directamente por un receptor de señales Vernier de cuatro canales. El software de procesamiento permite analizar en tiempo real tanto la forma de onda de la señal medida como su Transformada Rápida de Fourier (FFT), además permite grabar la medición y exportarla en formato de archivo de texto para ser posprocesada convenientemente a través de programas comerciales tales como Octave, Matlab, Scilab, Matcad, Mathematica, etc. En estos casos, el objetivo perseguido es una manipulación de los registros por parte del alumno y una programación orientada a la interpretación de los resultados.



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL AREA  
MECANICA  
DE LAS  
INGENIERIAS

FoDAMI

La Figura 2 muestra una fotografía del modelo didáctico, donde se observa: el sistema primario compuesto de una viga de aluminio y una masa concentrada debida al motor eléctrico, el sistema secundario materializado mediante una placa de acero y varillas roscadas y los sensores en los puntos de medición.

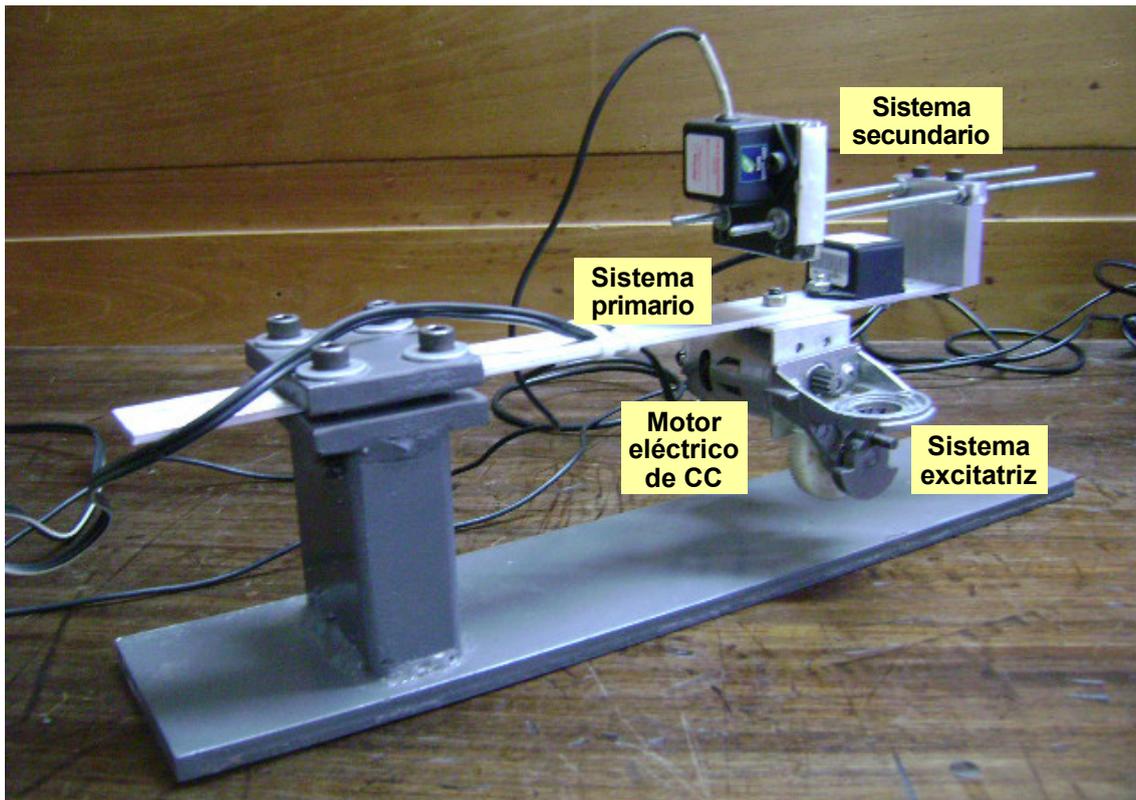


Figura 2: Vista del modelo de ensayo: sistemas primario y secundario, motor y sistema excitatriz

## 4. ALGUNAS MODALIDADES DE TRABAJO ACTUALMENTE IMPLEMENTADAS

### 4.1 Determinación de modos y frecuencias de sistemas mecánicos de múltiples grados de libertad

El modelo numérico habitual usado para el cálculo de frecuencias propias y modos de vibración considera al sistema en estudio compuesto por una serie de elementos de masa unidos entre sí en forma elástica por medio de resortes y amortiguadores. En la medida en que discretización, es decir la subdivisión del sistema en elementos de masa, resorte y amortiguación, es mayor, se pueden calcular mayor cantidad de frecuencias naturales y modos de vibración y con mayor exactitud. El grado de discretización necesario depende de la naturaleza del problema y cuando se consideran varios grados de libertad se debe usar necesariamente un programa de cálculo. Estos conceptos pueden ser aplicados en el modelo comenzando por el proceso de modelado, siguiendo luego un contraste entre los valores calculados y los medidos experimentalmente.



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL AREA  
MECANICA  
DE LAS  
INGENIERIAS

FoDAMI

## 4.2 Introducción a las técnicas de análisis modal

Los registros provenientes de las mediciones son utilizados para la explicación en general de las técnicas de análisis modal, las cuales no son parte del temario analítico de la materia, y por esta razón abordadas en forma global.

## 4.3 Calibración del modelo didáctico variando su configuración

Según se explicó anteriormente la calibración se hace aplicando alguna técnica básica para conseguir una concordancia entre las propiedades dinámicas del modelo, provistas por el programa de cálculo y las provenientes de los registros experimentales. El modelo didáctico puede ser configurado en distintas formas de manera de cambiar sus propiedades.

## 4.4 Introducción al análisis de vibraciones en el diagnóstico de maquinarias

Los alumnos analizan las señales registradas bajo carga forzada para correlacionarlas con defectos mecánicos tales como huelgos, desbalanceo, vibraciones causadas por el engrane de las ruedas dentadas, etc.

## 4.5 Técnicas de control de vibraciones

El modelo didáctico es utilizado como ejemplo para mostrar el funcionamiento de un absorbedor dinámico de vibraciones, que es una de las técnicas de control estudiadas en la asignatura.

## 5. RESULTADOS

En esta sección se resumen algunos resultados referidos a las modalidades de trabajo del modelo didáctico anteriormente expuestas y las posibilidades de interacción de los alumnos en la configuración del modelo didáctico. En la Figura 3 se muestra una vista lateral del modelo de cálculo realizado en base a las propiedades elásticas y de inercia del modelo didáctico.

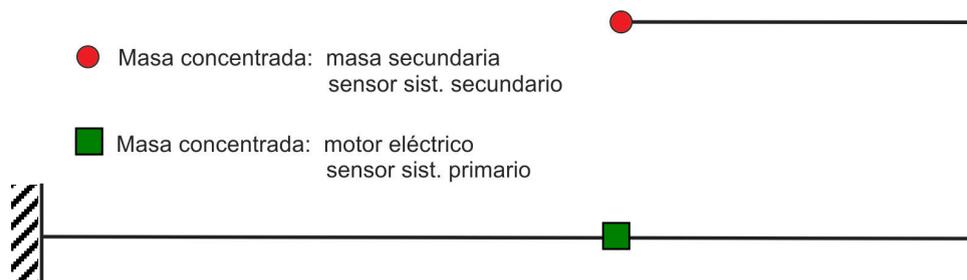


Figura 3: Modelo de cálculo

En la Tabla 1 se muestran las dos primeras frecuencias naturales del modelo didáctico. La presencia de un amortiguamiento bajo es deseable en esta etapa porque permite identificar más claramente los modos y las resonancias en las experiencias prácticas.

Tabla 1: Frecuencias propias del modelo didáctico

Numero de orden	1	2
Frecuencia [Hz]	11,96	15,87



### 5.1 Cambio de parámetros para modificar las frecuencias propias

Mediante una simple manipulación de los parámetros del modelo de cálculo se logran ajustes de las frecuencias propias y su adecuación a las obtenidas mediante los registros. No se hace uso en este caso de técnicas especiales de calibración, ya que no son parte curricular de la asignatura, sin embargo se utiliza una técnica de prueba y error donde el razonamiento y la lógica ayudan a delinear la secuencia de parámetros a modificar. Básicamente se trabaja sobre las rigideces y las propiedades inerciales.

### 5.2 Barrido en frecuencias para visualizar la respuesta dinámica

Utilizando el motor con una masa rotante desbalanceada se puede efectuar un barrido de frecuencias entre 2 y 20 Hz que permite visualizar la respuesta dinámica del conjunto mientras se van excitando de manera diferente los modos del sistema (notar que  $f_1 \approx 12$  Hz y  $f_2 \approx 16$  Hz). Se registran también señales en el tiempo y en la frecuencia para determinar la fase del movimiento entre los sensores. En la Figura 4 se muestran los histogramas correspondientes al primer y segundo modo del sistema.

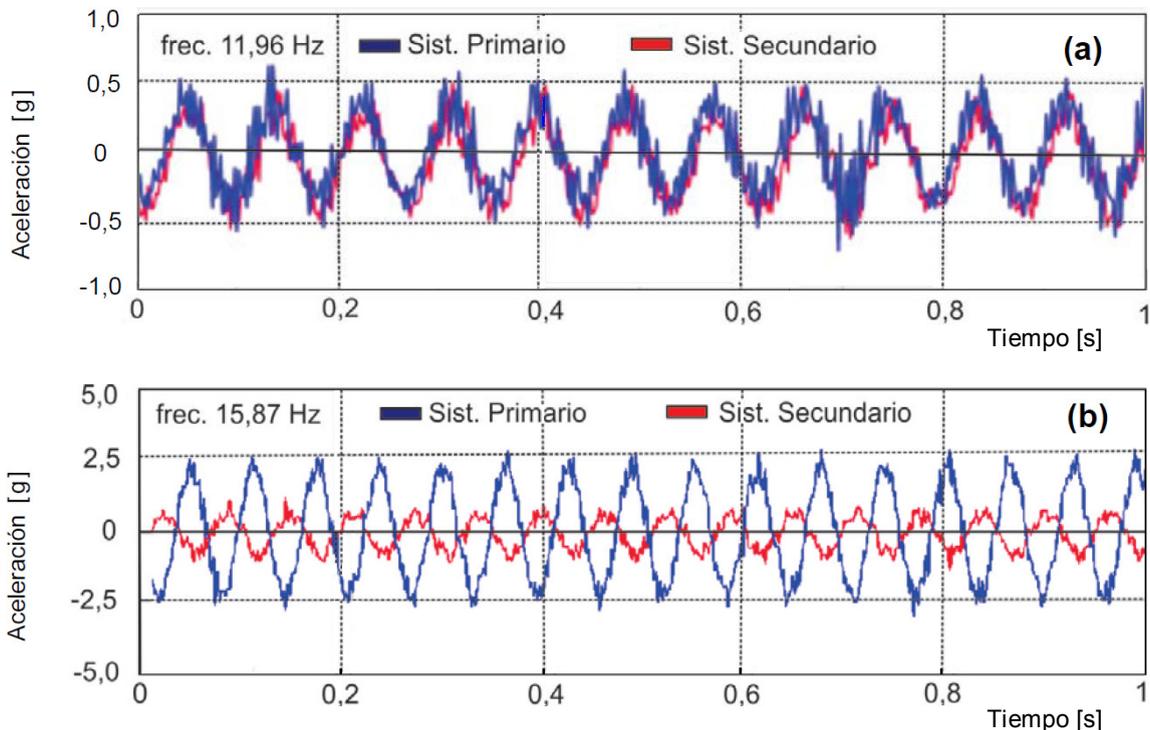


Figura 4: Histogramas: (a) primer modo. (b) segundo modo

### 5.3 Excitación mediante impactos suaves para excitar las frecuencias propias

Otros ensayos son realizados por medio de impactos suaves, de modo de excitar a las frecuencias propias del sistema e identificar los modos y formas de vibrar. En la Figura 5 se muestra la señal en el tiempo de la vibración libre registrada con el sensor ubicado en el sistema secundario y su Transformada de Fourier.



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL AREA  
MECANICA  
DE LAS  
INGENIERIAS

# FoDAMI

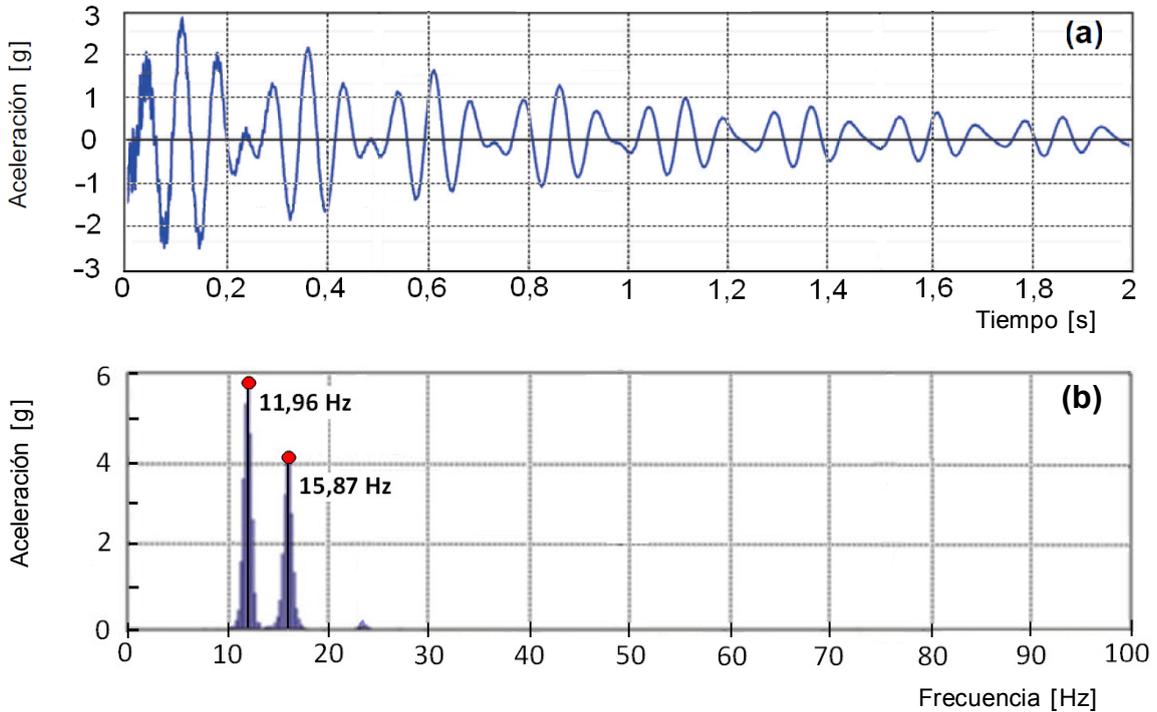


Figura 5: Impacto suave: (a) Histograma de respuesta. (b) Transformada de Fourier

## 5.4 Funcionamiento como un absorbedor dinámico para disminuir el nivel de vibraciones

En cuanto al funcionamiento como un absorbedor dinámico son realizadas diversas experiencias para mostrar el comportamiento del sistema primario funcionando sólo (sin el sistema secundario) y del modelo completo. Se propone una discusión acerca de las condiciones físicas que debe reunir el sistema secundario para lograr la disminución de las vibraciones del sistema primario en condiciones de resonancia. En la Figura 6 se muestran las FFT registradas con el sensor ubicado sobre el sistema primario, antes y después de colocar el absorbedor dinámico, pudiéndose apreciar el efecto de disminución de las vibraciones logradas por esta técnica de control.

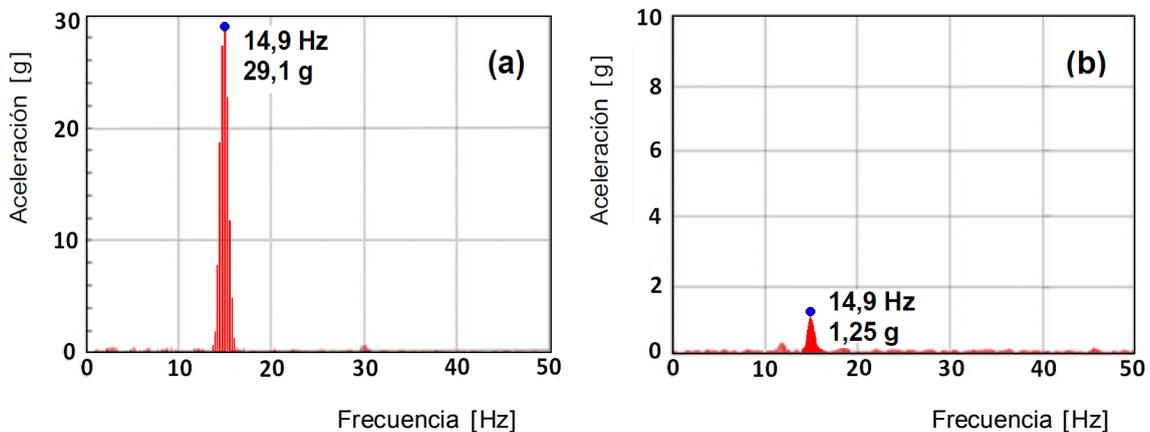


Figura 6: FFT de un sensor sobre el sistema primario: (a) sin absorbedor dinámico. (b) con absorbedor



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL AREA  
MECANICA  
DE LAS  
INGENIERIAS

FoDAMI

## 6. CONCLUSIONES

El modelo didáctico descrito en el presente trabajo permite medir vibraciones en múltiples grados de libertad y se lo utiliza como material de apoyo para estudiar aspectos de la dinámica de máquinas. Las vibraciones pueden ser generadas por golpes o por una masa rotante desbalanceada. La configuración es variable para adaptarse a distintos ensayos y tareas de laboratorio, que abarcan la calibración de modelos, las mediciones de nivel y el uso aplicativo de técnicas de control de vibraciones.

En una asignatura donde abundan las ecuaciones diferenciales y los métodos numéricos, se ha mantenido como objetivo el entendimiento de los fenómenos físicos y la conceptualización de los contenidos. Desde este punto de vista, la utilización del modelo didáctico ha mostrado que puede motivar a los alumnos y que les ayuda a comprender la teoría, mediante: *i*) la simple observación del movimiento durante las vibraciones, o *ii*) mediante el análisis e interpretación de los registros obtenidos. Esto último constituye el paso inicial para ejercicios de post-procesamiento de datos a partir de los registros recolectados en clase, y propende a mejorar el conocimiento sobre el uso de herramientas computacionales modernas y a familiarizarse con el uso de las mismas.

La construcción del modelo tuvo como propósito inicial simular el caso de un sistema mecánico funcionando en condición de resonancia, luego se mostró la efectividad de utilizar un absorbedor dinámico como técnica de reducción de vibraciones. Además, de lo que inicialmente estaba previsto que era realizar una única práctica de laboratorio, se ha ampliado su campo de aplicación integrándolo a las clases teórico-prácticas y posibilitando nuevas metodologías de docencia. La utilización del modelo didáctico ha resultado en experiencias integradoras del proceso de enseñanza, al conectar los conceptos teóricos con la práctica lo que posibilita una rápida internalización del conocimiento por parte de los alumnos de la asignatura.

Debido a la participación y actitud activa que el modelo didáctico despierta en el alumnado, sus opiniones se basan en vivencias propias y evitando la mera repetición de conceptos no debidamente asimilados. Como conclusión final los autores quieren recalcar el éxito de la implementación de este tipo de actividades docentes y la motivación que genera, no sólo en los alumnos sino también en los docentes, lo que redundará además en una mejor comunicación docente-alumno.

## 7. REFERENCIAS

- [1] S. RAO, Mechanical Vibrations, 5th edition, Prentice Hall, 2010.
- [2] C.W.de Silva, Vibration and Shock Handbook, CRC Press Taylor & Francis Group, 2005.
- [3] B. Balachandran and E.B. Magrab, Vibrations, Thomson Learning. 2009.
- [4] J.L. Gómez, G.A. Rodríguez, J.E. Torres y S.E. Díaz, Enseñanza Teórico-Práctica de Vibraciones Mecánicas Aplicadas, Latin American and Caribbean Journal of Engineering Education, Vol. 2(2), 2008.
- [5] Abaqus, Unified FEA product, Dassault Systèmes, <http://www.3ds.com/products-services/simulia>
- [6] C.M. Harris, Shock and Vibration Handbook, 4th edition, Prentice Hall, 1995.