Un modelo de programación de inversiones

Olga Graciela Andonian, Mariela Soraya Rópolo,
Evelín Mariel Rabbia

Ponencia presentada en XXXVII Jornadas Nacionales de Profesores Universitarios de Matemática Financiera realizado en 2016 en Santa Fe, Argentina

"UN MODELO DE PROGRAMACIÓN DE INVERSIONES"

DRA. ANDONIAN, Olga Graciela[1]

CRA. RÓPOLO, Mariela Soraya

RABBIA, Evelín Mariel

Departamento de Estadística y Matemática

Instituto de Estadística y Demografía

Facultad de Ciencias Económicas

Universidad Nacional de Córdoba

olga.andonian@gmail.com

marielaropolo@hotmail.com

everabbia@yahoo.com

ÁREA: Técnica

[1]Docente-Investigadora del Instituto de Estadística y Demografía Hebe Goldengersch y del Departamento de Estadística y Matemática .FCE de la UNC.

RESUMEN

El proceso de toma de decisiones de problemas complejos, que responden al nivel estratégico, exige el empleo de modelos y métodos científicos que permitan evaluar las distintas alternativas de decisión, procurando obtener resultados óptimos.

Las decisiones que se tomen deberán tener como objetivo aumentar el valor de la organización. El presente trabajo intenta presentar a la Programación Lineal como un modelo alternativo para la evaluación y selección de proyectos de inversión, pudiendo aplicarse modelos mixtos, con variables enteras y binarias.

La restricción financiera resulta un aspecto importante al momento de efectuar la evaluación de la conveniencia de implementar una iniciativa de inversión, dado que proyectos que resultan ser factibles en su evaluación económica, al considerar la limitación de capital, podrían no llevarse a cabo por los fondos disponibles.

Si bien existen distintos métodos que nos permiten resolver problemas de decisión de inversión, como los criterios clásicos Valor Actual Neto, Tasa Interna de Rendimiento, Índice del Valor Actual Neto y Período de Recupero Actualizado, se trata de presentar como modelo alternativo de solución a la programación. Recordando que tanto la Programación Lineal, la Entera como la Dinámica permiten resolver problemas de decisión de inversión.

Se considera la posibilidad de transferencia de fondos de un período a otro, la realización de los proyectos en distintos momentos y la colocación de los excedentes financieros en inversiones de corto plazo.

Palabras Claves: Programación – Inversión - VAN**.**

INTRODUCCIÓN

El proceso de toma de decisiones de problemas complejos, que responden al nivel estratégico, exige el empleo de modelos y métodos científicos que permitan evaluar las distintas alternativas de decisión, procurando obtener resultados óptimos.

En el conjunto de decisiones, las correspondientes a inversiones a realizar resultan importantes, ya que las organizaciones enfrentan restricciones de diversa índole, tales como de organización, de personal y, fundamentalmente, las de carácter financiero.

La actitud proactiva de los empresarios, que se enfrentan a distintas alternativas de inversión, exigen en la preparación y evaluación de los proyectos métodos que brindan las matemáticas en general, y la matemática financiera en particular, superadores de la mera intuición.

Las decisiones que se tomen deberán tener como objetivo aumentar el valor de la organización; en consecuencia, el análisis y medición de la rentabilidad de un proyecto no debe interpretarse como una necesidad externa, para informar a los proveedores de recursos monetarios, sino como una necesidad de la propia organización.

El presente trabajo intenta presentar a la Programación Lineal como un modelo alternativo para la evaluación y selección de proyectos de inversión, pudiendo aplicarse modelos mixtos, con variables enteras y binarias.

La restricción financiera resulta un aspecto importante al momento de efectuar la evaluación de la conveniencia de implementar una iniciativa de inversión, dado que proyectos que resultan ser factibles en su evaluación económica, al considerar la limitación de capital, podrían no llevarse a cabo por los fondos disponibles.

Si bien existen distintos métodos que nos permiten resolver problemas de decisión de inversión, como los criterios clásicos Valor Actual Neto, Tasa Interna de Rendimiento, Índice del Valor Actual Neto y Período de Recupero Actualizado, se trata de presentar como modelo alternativo de solución a la programación. Recordando que tanto la Programación Lineal, la Entera como la Dinámica permiten resolver problemas de decisión de inversión.

A los fines de optimizar el empleo de los recursos de la organización, será necesario determinar los flujos de fondo, su capacidad de endeudamiento y las fuentes de financiamiento a las cuales se debe recurrir. A partir de dichos flujos, considerando una tasa de costo de capital, se podrán desarrollar distintos modelos que tendrán como objetivo maximizar el valor actual neto de la organización.

El modelo matemático de optimización que se propone tiene por objetivo maximizar el valor actual neto total que resulta de las distintas inversiones alternativas. Y en las restricciones se considera la posibilidad de transferencia de fondos de un período a otro, la realización de los proyectos en distintos momentos y la colocación de los excedentes financieros en inversiones de corto plazo, a tasa de interés constante.

CASO DE APLICACIÓN

Los datos del problema que se presenta se refieren a inversiones que pueden realizarse en el momento actual o en determinados momentos futuros del tiempo. Además, en el período de planificación se tienen recursos financieros autónomos y fondos generados por la propia inversión.

El objetivo consistirá en determinar qué inversiones emprender, el momento en que deben iniciarse para que la rentabilidad total y actualizada del período de planificación sea máxima, teniendo en cuenta las disponibilidades financieras en distintos momentos y que se satisfagan todas las restricciones consideradas.

Se presenta un problema de selección de inversiones independientes que pueden ser realizadas en forma fraccionada y en distintos momentos. Este aspecto se incorpora en las restricciones, pudiendo modificarse si son proyectos mutuamente excluyentes, o si se requiere la realización del 100% del proyecto en un solo período.

GRUPO INVERSIONES ARGENTINAS S.R.L. (GIA S.R.L) está planificando sus inversiones para los próximos dos años. Actualmente tiene disponibles 6 millones de pesos para invertir. Asimismo GIA S.R.L. estima percibir en 6, 12, 18 meses un flujo de ingreso proveniente de sus inversiones anteriores correspondientes a:

a) Amortizaciones e intereses de Bonos del Gobierno Nacional (a la tasa 0,25 anual)
b) Alquileres de inmuebles de su propiedad
c) Capital e intereses de inversiones a plazo fijo (al 24% tasa nominal anual) según el siguiente detalle:

TABLA 1:

Ingreso por	6 meses	12 meses	18 meses
Bonos del Gobierno	1.740	1.660	1.730
Alquileres	600	600	600
Plazos fijos	660	150	123

(En miles de pesos)

El Directorio de GIA S.R.L. tiene en consideración dos proyectos de inversión:

1. Un Proyecto de Inversión A que generará la siguiente corriente de egresos e ingresos:

TABLA 2:

	Inicial	6 meses	12 meses	18 meses	24 meses
Egresos	6.000	4.500	750	---	---
Ingresos	---	300	11.550	2.400	3.600

(En miles de pesos)

2. Un Proyecto de Inversión B que generará la siguiente corriente de egresos e ingresos:

TABLA 3:

	Inicial	6 meses	12 meses	18 meses	24 meses
Egresos	4.800	1.500	1.500	4.500	---
Ingresos	---	4.500	300	300	12.000

(En miles de pesos)

La información presentada en las tablas anteriores corresponde a los totales de cada proyecto (100%), pero pueden realizarse en un porcentaje óptimo, siendo estos valores porcentuales las variables de decisión que constituyen la solución al problema del modelo planteado. Asimismo, con respecto a los excedentes no invertidos puede colocarlos a plazo fijo a un interés del 12% semestral.

A continuación se definen las variables y parámetros del modelo general a plantear:

$\mathbf{X_{it}}$ = Variable que indica la proporción del proyecto ***i*** a realizar en el momento ***t.***

$\mathbf{VAN_{it}}$ = Valor Actual Neto del proyecto ***i*** a realizar en el momento ***t***, evaluado al comienzo del período de planificación.

$\mathbf{II_i^t}$ = Inversión Inicial del proyecto ***i*** a realizar en el momento ***t***.

$\mathbf{R_s}$ = Recursos financieros autónomos en el momento ***s***.

$\mathbf{FF_{ij}^t}$ = Flujo de fondos netos, que se generarán en el período ***j***, del proyecto ***i*** *a* realizar en el momento ***t***. Se imputarán los flujos de fondos netos al final del período ***j***. Considerando que los proyectos producirán ingresos y egresos en los siguientes ***n*** períodos a partir de su realización, los flujos de fondos netos serán:

$$\mathbf{FF_{ij}^t = 0} \text{ si } \boldsymbol{j > t + n}, \text{ o si } \boldsymbol{j < t}$$

$\mathbf{D}_{\boldsymbol{s}}$ = Variable que representa el excedente financiero o disponibilidad en el momento s después de realizadas las siguientes erogaciones iniciales.

En el modelo general se prevé la posibilidad de *m* proyectos distintos, que pueden comenzarse en *p* momentos. Por lo tanto:

$i = 1, 2, \dots, m$

$t = 0, 1, 2, \dots , p$

$j = 1, 2, \dots , p + n$

$s = 0, 1, 2, \dots, p + n$

La formulación del modelo simplificado, para el problema planteado, considerará los dos proyectos, suponiendo que pueden realizarse en el momento actual o dentro de seis meses e incluyendo la posibilidad de transferencia de fondos de un período a otro.

Las variables de decisión $(\mathrm{X}_{\mathrm{it}})$ asociadas con el problema serán:

$\mathbf{X_{10}}$ = variable que indica la proporción a invertir en el proyecto 1 en el momento 0.

$\mathbf{X_{20}}$ = variable que indica la proporción a invertir en el proyecto 2 en el momento 0.

$\mathbf{X_{11}}$ = variable que indica la proporción a invertir en el proyecto 1 en el momento 1.

$\mathbf{X_{21}}$ = variable que indica la proporción a invertir en el proyecto 2 en el momento 1.

Los coeficientes que acompañan a las variables de decisión en la función objetivo a optimizar, serán los valores actuales netos de ambos proyectos, valuados al comienzo del horizonte económico $(\mathrm{VAN}_{\mathrm{it}})$.

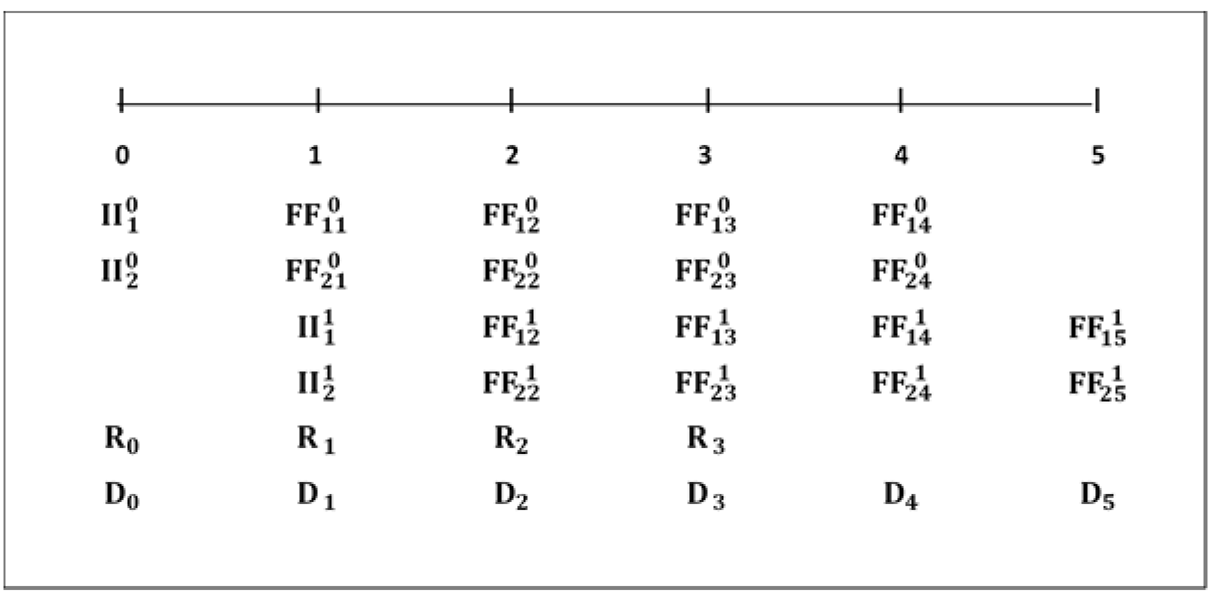
$\mathbf{VAN_{10}}$ = valor actual neto del proyecto 1 a realizar en el momento 0.

$\mathbf{VAN_{20}}$ = valor actual neto del proyecto 2 a realizar en el momento 0.

$\mathbf{VAN_{11}}$ = valor actual neto del proyecto 1 a realizar en el momento 1.

$\mathbf{VAN_{21}}$ = valor actual neto del proyecto 2 a realizar en el momento 1.

En el siguiente gráfico se observa la ubicación de los elementos que definen el caso:



La formulación del modelo simplificado, considerando la transferencia de fondos de un período a otro y la colocación de los fondos disponibles al principio de cada período a una tasa de interés *i* semestral será:

$$\max(z) = \sum_{i=1}^{2}\sum_{t=0}^{1} \mathbf{VAN_{it}} \,.\, \mathbf{X_{it}}$$

sujeto a:

En el momento 0

$$\sum_{i=1}^{2} \mathbf{II_i^0} \,.\, \mathbf{X_{\,i0}} + \mathbf{D_0} = \mathbf{R_0}$$

En el momento 1

$$\sum_{i=1}^{2} \mathbf{II_i^1} \,.\, \mathbf{X_{\,i1}} + \mathbf{D_1} = \mathbf{D'_0} + \mathbf{R_1} + \sum_{\boldsymbol{i=1}}^{\mathbf{2}} \mathbf{FF_{\boldsymbol{i}1}^0} \,.\, \mathbf{X_{\,i0}}$$

En el momento 2

$$\mathbf{D_2} = \mathbf{D'_1} + \mathbf{R_2} + \sum_{i=1}^{2} \mathbf{FF_{\boldsymbol{i}2}^0} \,.\, \mathbf{X_{\,i0}} + \sum_{\boldsymbol{i=1}}^{\mathbf{2}} \mathbf{FF_{\boldsymbol{i}2}^1} \,.\, \mathbf{X_{\,i1}}$$

En el momento 3

$$\mathbf{D_3} = \mathbf{D'_2} + \mathbf{R_3} + \sum_{i=1}^{2} \mathbf{FF_{\boldsymbol{i}3}^0} \,.\, \mathbf{X_{\,i0}} + \sum_{\boldsymbol{i=1}}^{\mathbf{2}} \mathbf{FF_{\boldsymbol{i}3}^1} \,.\, \mathbf{X_{\,i1}}$$

En el momento 4

$$\mathbf{D_4} = \mathbf{D'_3} + \mathbf{R_4} + \sum_{i=1}^{2} \mathbf{FF_{\boldsymbol{i}4}^0} \,.\, \mathbf{X_{\,i0}} + \sum_{\boldsymbol{i=1}}^{\mathbf{2}} \mathbf{FF_{\boldsymbol{i}4}^1} \,.\, \mathbf{X_{\,i1}}$$

En el momento 5

$$\mathbf{D_5} = \mathbf{D'_4} + \mathbf{R_5} + \sum_{i=1}^{2} \mathbf{FF_{\boldsymbol{i}5}^0} \,.\, \mathbf{X_{\,i0}} + \sum_{\boldsymbol{i=1}}^{\mathbf{2}} \mathbf{FF_{\boldsymbol{i}5}^1} \,.\, \mathbf{X_{\,i1}}$$

Siendo:

$$\mathbf{D'_{\boldsymbol{s}}} = \mathbf{D_s}\,(\mathbf{1} + \boldsymbol{i}) \qquad\qquad para\; s = 0, 1, 2, 3, 4, 5$$

$$\mathbf{X_{\,it}} \geq \mathbf{0}$$

$$\sum_{t=0}^{1} \mathbf{X}_{\mathbf{it}} \leq \mathbf{1} \qquad \boldsymbol{i} = \mathbf{1}, \mathbf{2}$$

$$\mathbf{D_s} \geq \mathbf{0}$$

$$\mathbf{D'_s} \geq \mathbf{0}$$

No se tendrá en cuenta la alternativa de endeudamiento. Con respecto a los excedentes financieros, se considerará una tasa del 0,12 semestral como tasa de interés $\boldsymbol{i}$, la que también se utilizará a los efectos de la valuación como tasa de actualización de los flujos netos de caja, para la determinación del valor actual neto de cada inversión.

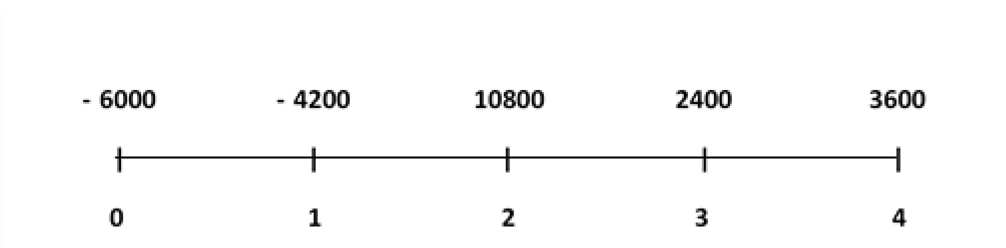
Suponiendo que los proyectos pueden únicamente realizarse en el momento de la valuación (momento 0), las variables de decisión serán:

$\mathbf{X_{10}}$ = proporción de la inversión 1 a realizar en el momento 0, respecto del total de dicho proyecto.

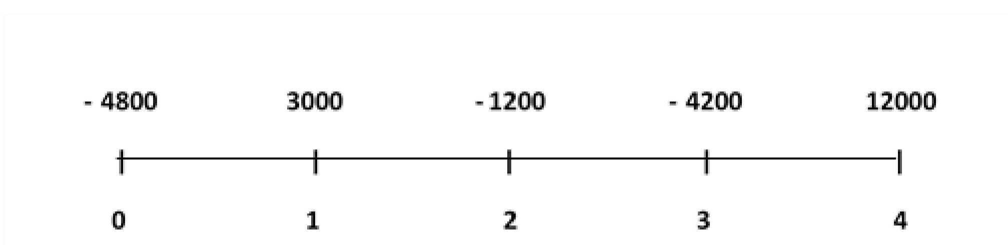
$\mathbf{X_{20}}$ = proporción de la inversión 2 a realizar en el momento 0, respecto del total de dicho proyecto.

Los flujos netos de caja de cada proyecto, al final de cada período, son los siguientes:

PROYECTO DE INVERSIÓN 1:



PROYECTO DE INVERSIÓN 2:



La función objetivo a optimizar será la suma de los valores actuales de ambos proyectos, valuados al comienzo del horizonte económico (momento 0), a la tasa semestral ***i*** del 0,12.

El valor actual neto del proyecto 1, será: $\mathbf{VAN_{10}} = \$\mathbf{2855,83}$

El valor actual neto del proyecto 2, será: $\mathbf{VAN_{20}} = \$\mathbf{1558,68}$

Las restricciones del modelo surgen de considerar el dinero disponible al principio de cada semestre. En este primer planteamiento, no se considerará la transferencia de fondos de un semestre a otro y no se explicitarán las variables de holgura en el modelo directamente, pero surgirán sus valores al encontrar la solución óptima al primer planteamiento.

El planteamiento matemático del problema será, a los fines de su procesamiento por la computadora:

$$\max(z) = 2855{,}83\,.\mathrm{X}_{10} + 1558{,}68\,.\mathrm{X}_{20}$$

sujeto a:

$$6000\,.\mathrm{X}_{10} + 4800\,.\mathrm{X}_{20} \leq 6000$$

$$4200\,.\mathrm{X}_{10} - 3000\,.\mathrm{X}_{20} \leq 3000$$

$$-10800\,.\mathrm{X}_{10} + 1200\,.\mathrm{X}_{20} \leq 2410$$

$$-2400\,.\mathrm{X}_{10} + 4200\,.\mathrm{X}_{20} \leq 2453$$

$$-3600\,.\mathrm{X}_{10} - 12000\,.\mathrm{X}_{20} \leq 0$$

$$\mathrm{X}_{10} \leq 1 \qquad \mathrm{X}_{10} \geq 0$$

$$\mathrm{X}_{20} \leq 1 \qquad \mathrm{X}_{20} \geq 0$$

Las últimas restricciones indicarán la posibilidad de que las variables de decisión asuman valores fraccionarios y la no repetición de los proyectos 1 y 2.

La resolución del modelo fue realizada utilizando el programa Lindo. La salida de máquina con el planteamiento del problema, su solución óptima y su correspondiente análisis de sensibilidad se puede observar en el Anexo I.

Los resultados obtenidos indican que no pueden realizarse en un 100% ambos proyectos.

Las variables de decisión asumen los siguientes valores:

$$\mathrm{X}_{10} = 0{,}849056604$$

$$\mathrm{X}_{20} = 0{,}188679245$$

Por lo tanto el porcentaje a invertir en el Primer Proyecto es del 84,90%, mientras que se aconseja invertir en el Segundo Proyecto un porcentaje de 18,87%,

Los excedentes financieros al principio de cada semestre son las variables de holgura o slack del modelo de programación lineal, las que asumen los siguientes valores y no se considera la posibilidad de colocaciones en inversiones de corto plazo en el mercado financiero y la transferencia de fondos de un período a otro.

PRIMER SEMESTRE:	$ 0,00
SEGUNDO SEMESTRE:	$ 0,00
TERCER SEMESTRE:	$ 11353,40
CUARTO SEMESTRE:	$ 3698,28
QUINTO SEMESTRE:	$ 5320,75

Incorporando explícitamente las variables de holgura, considerando la transferencia de fondos de un semestre a otro y la colocación al 0,12 semestral de los excedentes financieros, de acuerdo al modelo simplificado presentado, el planteamiento del problema será:

$$\max(z) = 2855{,}83\,.\mathrm{X}_{10} + 1558{,}68\,.\mathrm{X}_{20} + 0.\mathrm{D}_0 + 0.\mathrm{D}_1 + 0.\mathrm{D}_2 + 0.\mathrm{D}_3 + 0.\mathrm{D}_4$$

sujeto a:

$$6000\,.\mathrm{X}_{10} + 4800\,.\mathrm{X}_{20} + \mathrm{D}_0 = 6000$$

$$4200\,.\mathrm{X}_{10} - 3000\,.\mathrm{X}_{20} - 1{,}12.\mathrm{D}_0 + \mathrm{D}_1 = 3000$$

$$-10800\,.\mathrm{X}_{10} + 1200\,.\mathrm{X}_{20} - 1{,}12.\mathrm{D}_1 + \mathrm{D}_2 = 2410$$

$$-2400\,.\mathrm{X}_{10} + 4200\,.\mathrm{X}_{20} - 1{,}12.\mathrm{D}_2 + \mathrm{D}_3 = 2453$$

$$-3600\,.\mathrm{X}_{10} - 12000\,.\mathrm{X}_{20} - 1{,}12.\mathrm{D}_3 + \mathrm{D}_4 = 0$$

$$\mathrm{X}_{10} \leq 1 \qquad \mathrm{X}_{10} \geq 0$$

$$\mathrm{X}_{20} \leq 1 \qquad \mathrm{X}_{20} \geq 0$$

$$\mathrm{D}_s \geq 0\,;\, para\ s = 0, 1, 2, 3, 4$$

La solución obtenida, según el Anexo II, proporciona la misma información del Anexo I respecto del valor máximo de la función de decisión y de la proporción a invertir en ambos proyectos.

Las variables de holgura correspondientes a cada restricción representan los excedentes financieros acumulados al principio de cada semestre.

El valor de la variable $D_4 = \$23704{,}53$, coincide con la solución del mismo problema, cuando la función a maximizar es la disponibilidad al final del período de planeamiento, es decir al final del 4to. semestre.

Según en el Anexo I, las variables de holgura asumen los siguientes valores:

$D_1 = 0$

$D_2 = 11353{,}40$

$D_3 = 3698{,}28$

$D_4 = 5320{,}75$

Por lo tanto, los excedentes valuados al final de los 24 meses, utilizando la tasa de interés ***i*** del 0,12 semestral, serán:

$D_2(1{,}12)^2 = 14241{,}70$

$D_3(1{,}12) = 4142{,}07$

$D_4 = 5320{,}75$

La suma de los valores finales de estos fondos es igual a \$ 23704,53, importe que coincide con la variable excedente D_A, en la solución óptima del problema lineal según Anexo II.

En el modelo de Programación simplificado presentado, que prevé la realización de las inversiones en los momentos 0 y 1, los coeficientes de las variables de decisión serán los valores actuales netos de ambos proyectos, valuados al momento cero:

$$\mathbf{VAN_{10} = \$2855,83}$$

$$\mathbf{VAN_{20} = \$1558,68}$$

$$\mathbf{VAN_{11} = \$2549,85}$$

$$\mathbf{VAN_{21} = \$1391,68}$$

Por lo tanto, la estructura matemática del planteamiento, sin explicitar las variables de holgura y sin considerar la transferencia de fondos y la colocación de disponibilidades será:

$$\max(z) = 2855{,}83\,.\,X_{10} + 1558{,}68\,.\,X_{20} + 2549{,}85\,.\,X_{11} + 1391{,}68\,.\,X_{21}$$

sujeto a:

$$6000\,.\,X_{10} + 4800\,.\,X_{20} \leq 6000$$

$$4200\,.\,X_{10} - 3000\,.\,X_{20} + 6000\,.\,X_{11} + 4800\,.\,X_{21} \leq 3000$$

$$-10800\,.\,X_{10} + 1200\,.\,X_{20} + 4200\,.\,X_{11} - 3000\,.\,X_{21} \leq 2410$$

$$-2400\,.\,X_{10} + 4200\,.\,X_{20} - 10800\,.\,X_{11} + 1200\,.\,X_{21} \leq 2453$$

$$-3600\,.\,X_{10} - 12000\,.\,X_{20} - 2400\,.\,X_{11} + 4200\,.\,X_{21} \leq 0$$

$$-3600\,.\,X_{11} - 12000\,.\,X_{21} \leq 0$$

$$X_{10} + X_{11} \leq 1$$

$$X_{20} + X_{21} \leq 1$$

$$X_{it} \geq 0 \quad para\ i = 1, 2$$

$$t = 0, 1$$

Considerando la transferencia de fondos y la colocación de las disponibilidades, se observa que en la formulación del modelo aparecen, explícitamente, las variables D_s que representan los excedentes de fondos disponibles al principio de cada semestre: D_s para s = 0, 1, 2, 3, 4, 5.

$$\max(z) = 2855{,}83\,.\,X_{10} + 1558{,}68\,.\,X_{20} + 2549{,}85\,.\,X_{11} + 1391{,}68\,.\,X_{21} + 0.D_0 + 0.D_1 +$$

$$+ 0.D_2 + 0.D_3 + 0.D_4 + 0.D_5$$

sujeto a:

$$6000\,.\,X_{10} + 4800\,.\,X_{20} + D_0 = 6000$$

$$4200\,.\,X_{10} - 3000\,.\,X_{20} + 6000\,.\,X_{11} + 4800\,.\,X_{21} - 1{,}12.D_0 + D_1 = 3000$$

$$-10800\,.\,X_{10} + 1200\,.\,X_{20} + 4200\,.\,X_{11} - 3000\,.\,X_{21} - 1{,}12.D_1 + D_2 = 2410$$

$$-2400\,.\,X_{10} + 4200\,.\,X_{20} - 10800\,.\,X_{11} + 1200\,.\,X_{21} - 1{,}12.D_2 + D_3 = 2453$$

$$-3600\,.\,X_{10} - 12000\,.\,X_{20} - 2400\,.\,X_{11} + 4200\,.\,X_{21} - 1{,}12.D_3 + D_4 = 0$$

$$-3600\,.\,X_{11} - 12000\,.\,X_{21} - 1{,}12.D_4 + D_5 = 0$$

$$X_{10} + X_{11} \leq 1$$

$$X_{20} + X_{21} \leq 1$$

$X_{it} \geq 0 \quad para\ i = 1, 2$

$t = 0, 1$

$D_s \geq 0\ ; para\ s = 0, 1, 2, 3, 4, 5$

El valor óptimo de la función es de $ 4174,13, la solución óptima indica realizar ambos proyectos en un 100%, en distintos momentos, según Anexo III y IV.

Se aconseja realizar el proyecto 1 en un 24,53% al comienzo del primer semestre y el 75,47% al comienzo del segundo semestre, respecto del proyecto 2 realizarlo en un 94,34% en el momento 0 y en un 5,66% en el momento 1.

Los excedentes financieros según el Anexo III, al principio de cada semestre son:

PRIMER SEMESTRE:	$ 0,00
SEGUNDO SEMESTRE:	$ 0,00
TERCER SEMESTRE:	$ 926,98
CUARTO SEMESTRE:	$ 7162,43
QUINTO SEMESTRE:	$ 13.777,36
SEXTO SEMESTRE:	$ 3.396,27

La suma de los valores finales o montos de estos fondos capitalizados a la tasa del 0,12 semestral, coincide con el valor de la variable excedente D_5 del planteamiento correspondiente al Anexo IV, con transferencia y colocación de fondos.

CONCLUSIONES

Se pretendió presentar el Modelo de Programación Lineal a decisiones de inversión, como un método alternativo de optimización, considerando un objetivo de maximización del valor actual neto total, teniendo en cuenta un conjunto de restricciones.

Las organizaciones desarrollan su actividad en función de un plan de inversiones y sus financiaciones; por lo tanto, los responsables a la hora de tomar decisiones deberán procurar maximizar su rentabilidad. Además, se deberán explicitar las restricciones de carácter financiero, ya que el contexto es dinámico, limitado, y el tiempo resulta ser un factor importante en las proyecciones.

El modelo planteado de Programación aplicado, teniendo en cuenta distintos supuestos para su resolución, es un problema típico de Programación Lineal en períodos múltiples. Dichos supuestos pueden modificarse, posibilitando su aplicación a proyectos no fraccionables, utilizando variables enteras, o a proyectos mutuamente excluyentes, utilizando variables binarias. Además, podría considerarse el caso de proyectos dependientes, repetitivos, etc., agregando a la formulación las restricciones que correspondan.

ANEXO I

```
max 2855.83 X10 +1558.68 X20
subject to
6000 X10 + 4800 X20 <= 6000
4200 X10 - 3000 X20 <= 3000
-10800 X10+ 1200 X20 <= 2410
-2400 X10 + 4200 X20 <= 2453
-3600 X10 -12000 X20 <= 0
X10 <= 1
X20 <= 1
```

```
 LP OPTIMUM FOUND AT STEP      2

        OBJECTIVE FUNCTION VALUE

        1)      2718.852

  VARIABLE        VALUE          REDUCED COST
       X10         0.849057          0.000000
       X20         0.188679          0.000000


       ROW   SLACK OR SURPLUS     DUAL PRICES
        2)         0.000000          0.396068
        3)         0.000000          0.114148
        4)     11353.396484          0.000000
        5)      3698.282959          0.000000
        6)      5320.754883          0.000000
        7)         0.150943          0.000000
        8)         0.811321          0.000000

 NO. ITERATIONS=       2

 RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

                           OBJ COEFFICIENT RANGES
 VARIABLE         CURRENT        ALLOWABLE        ALLOWABLE
                   COEF          INCREASE         DECREASE
      X10      2855.830078        INFINITY       907.480042
      X20      1558.680054      725.984009      3598.558594

                           RIGHTHAND SIDE RANGES
      ROW         CURRENT        ALLOWABLE        ALLOWABLE
                    RHS          INCREASE         DECREASE
        2      6000.000000     1920.000000      1714.285767
        3      3000.000000     1200.000000      3843.313477
        4      2410.000000        INFINITY     11353.396484
        5      2453.000000        INFINITY      3698.282959
        6         0.000000        INFINITY      5320.754883
        7         1.000000        INFINITY         0.150943
        8         1.000000        INFINITY         0.811321
```

ANEXO II

```
max 2855.83 X10 + 1558.68 X20
subject to
6000 X10 + 4800 X20 + D0 = 6000
4200 X10 - 3000 X20 -1.12 D0 + D1 = 3000
-10800 X10 + 1200 X20 -1.12 D1 + D2 = 2410
-2400 X10 + 4200 X20 -1.12 D2 + D3 = 2453
-3600 X10 - 12000 X20 -1.12 D3 + D4 = 0
X10 <= 1
X20 <= 1
```

```
 LP OPTIMUM FOUND AT STEP      7

        OBJECTIVE FUNCTION VALUE

        1)      2718.852

  VARIABLE        VALUE          REDUCED COST
       X10         0.849057          0.000000
       X20         0.188679          0.000000
        D0         0.000000          0.268222
        D1         0.000000          0.114148
        D2     11353.396484          0.000000
        D3     16414.085938          0.000000
        D4     23704.531250          0.000000


       ROW   SLACK OR SURPLUS     DUAL PRICES
        2)         0.000000          0.396068
        3)         0.000000          0.114148
        4)         0.000000          0.000000
        5)         0.000000          0.000000
        6)         0.000000          0.000000
        7)         0.150943          0.000000
        8)         0.811321          0.000000

 NO. ITERATIONS=       7


 RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

                           OBJ COEFFICIENT RANGES
 VARIABLE         CURRENT        ALLOWABLE        ALLOWABLE
                   COEF          INCREASE         DECREASE
      X10      2855.830078      4307.800781       907.480042
      X20      1558.680054       725.984009       937.301575
       D0         0.000000         0.268222         INFINITY
       D1         0.000000         0.114148         INFINITY
       D2         0.000000         0.264037         0.267220
       D3         0.000000         0.107760         0.079232
       D4         0.000000         INFINITY         0.635516

                           RIGHTHAND SIDE RANGES
      ROW         CURRENT        ALLOWABLE        ALLOWABLE
                    RHS          INCREASE         DECREASE
        2      6000.000000      1920.000000      1714.285767
        3      3000.000000      1200.000000      5160.000488
        4      2410.000000         INFINITY     11353.396484
        5      2453.000000         INFINITY     16414.085938
        6         0.000000         INFINITY     23704.531250
        7         1.000000         INFINITY         0.150943
        8         1.000000         INFINITY         0.811321
```

ANEXO III

```
max 2855.83 X10 + 1558.68 X20 + 2549.85 X11 + 1391.68 X22
subject to
      6000 X10 + 4800 X20 <= 6000
      4200 X10 - 3000 X20 + 6000 X11 + 4800 X21 <= 3000
-10800 X10 + 1200 X20 + 4200 X11 - 3000 X21 <= 2410
 -2400 X10 + 4200 X20 - 10800 X11 + 1200 X21 <= 2453
 -3600 X10 - 12000 X20  - 2400 X11 + 4200 X21 <= 0
-3600 X11 - 12000 X21 <= 0
X10 + X11 <= 1
X20 + X21 <= 1


 LP OPTIMUM FOUND AT STEP      4

        OBJECTIVE FUNCTION VALUE

        1)      4174.129

  VARIABLE        VALUE          REDUCED COST
       X10         0.245283          0.000000
       X20         0.943396          0.000000
       X11         0.754717          0.000000
       X21         0.056604          0.000000


       ROW   SLACK OR SURPLUS     DUAL PRICES
        2)         0.000000          0.054666
        3)         0.000000          0.012230
        4)       926.981140          0.000000
        5)      7162.434082          0.000000
        6)     13777.358398          0.000000
        7)      3396.226318          0.000000
        8)         0.000000       2476.468750
        9)         0.000000       1332.975098

 NO. ITERATIONS=       4


 RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

                           OBJ COEFFICIENT RANGES
 VARIABLE         CURRENT        ALLOWABLE         ALLOWABLE
                   COEF          INCREASE          DECREASE
      X10     2855.830078      2207.739990         97.230003
      X20     1558.680054        77.784004       1766.192017
      X11     2549.850098        97.230003       1411.320923
      X21     1391.680054      2625.056885         77.784004

                           RIGHTHAND SIDE RANGES
      ROW         CURRENT        ALLOWABLE         ALLOWABLE
                    RHS          INCREASE          DECREASE
        2     6000.000000      3692.307617        283.988464
        3     3000.000000      5749.606445        360.000000
        4     2410.000000         INFINITY        926.981140
        5     2453.000000         INFINITY       7162.434082
        6        0.000000         INFINITY      13777.358398
        7        0.000000         INFINITY       3396.226318
        8        1.000000         0.047579          0.430108
        9        1.000000         0.100470          0.230769
```

ANEXO IV

```
max 2855.83 X10 + 1558.68 X20 + 2549.85 X11 + 1391.68 X21
subject to
6000 X10 + 4800 X20 + D0 = 6000
4200 X10 - 3000 X20 + 6000 X11 + 4800 X21 - 1.12 D0 + D1 = 3000
-10800 X10 + 1200 X20 + 4200 X11 - 3000 X21 - 1.12 D1 + D2 = 2410
-2400 X10  + 4200 X20 - 10800 X11 + 1200 X21 - 1.12 D2 + D3 = 2453
-3600 X10 - 12000 X20  - 2400 X11 + 4200 X21 - 1.12 D3 + D4 = 0
-3600 X11 - 12000 X21 - 1.12 D4 + D5 = 0
X10 + X11 <= 1
X20 + X21 <= 1
 LP OPTIMUM FOUND AT STEP      9

        OBJECTIVE FUNCTION VALUE

        1)      4174.129

  VARIABLE        VALUE          REDUCED COST
       X10         0.245283          0.000000
       X20         0.943396          0.000000
       X11         0.754717          0.000000
       X21         0.056604          0.000000
        D0         0.000000          0.040968
        D1         0.000000          0.012230
        D2       926.981140          0.000000
        D3      8200.652344          0.000000
        D4     22962.089844          0.000000
        D5     29113.767578          0.000000


       ROW   SLACK OR SURPLUS     DUAL PRICES
        2)         0.000000          0.054666
        3)         0.000000          0.012230
        4)         0.000000          0.000000
        5)         0.000000          0.000000
        6)         0.000000          0.000000
        7)         0.000000          0.000000
        8)         0.000000       2476.468750
        9)         0.000000       1332.975098

 NO. ITERATIONS=       9


 RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

                           OBJ COEFFICIENT RANGES
 VARIABLE         CURRENT        ALLOWABLE         ALLOWABLE
                   COEF          INCREASE          DECREASE
      X10      2855.830078      2207.739990        97.230003
      X20      1558.680054        77.784004       317.751129
      X11      2549.850098        97.230003      1411.320923
      X21      1391.680054       317.751129        77.784004
       D0         0.000000         0.040968         INFINITY
       D1         0.000000         0.012230         INFINITY
       D2         0.000000         0.127109         0.008570
       D3         0.000000         0.089119         0.012067
       D4         0.000000         0.009698         0.024828
       D5         0.000000         INFINITY         0.567423

                           RIGHTHAND SIDE RANGES
      ROW         CURRENT        ALLOWABLE         ALLOWABLE
                    RHS          INCREASE          DECREASE
        2      6000.000000      3692.307617        283.988464
        3      3000.000000      6000.000000        360.000000
        4      2410.000000       INFINITY          926.981140
        5      2453.000000       INFINITY         8200.652344
        6         0.000000       INFINITY        22962.089844
        7         0.000000       INFINITY        29113.767578
        8         1.000000       0.047579          0.430108
        9         1.000000       0.100470          0.230769
```

BIBLIOGRAFÍA

Anderson R., Sweeney D., Willians T. (1999). *Métodos Cuantitativos para los negocios.* México. Séptima Edición. Internacional Thomson. Editores.

Andonian, Olga Graciela (2013). *Matemática Financiera. Material de Estudio Teórico Práctico*. Publicado por la Asociación Cooperadora Facultad de Ciencias Económicas UNC. 1º Edición.174 pág. Fecha de catalogación 26/09/2013. ISBN 978-987-1436-84-2

Andonian, Olga Graciela (2013). *Notas de cátedra de "investigación operativa" y "Métodos Cuantitativos para la Toma de Decisiones*", publicado por la Asociación Cooperadora Facultad de Ciencias Económicas UNC.

Andonian, Olga Graciela (2013). *Investigación de Operaciones. Material de Estudio Teórico Práctico*. Facultad de Ciencias Económicas y de Administración UCC.

Brealey, Richard A. y Myers, Stewart (1993). *Fundamentos de Financiación Empresarial*. Editorial Mc. Graw Hill Interamericana. 4° Edición. México.

Coss, Bu Raúl (1993). *Análisis y evaluación de proyectos de inversión*. 2ª Edición Limusa Grupo Noriega Editores. México.

Hillier, F., Lieberman, G. (2000). *Introducción a la Investigación de Operaciones.* Cuarta Edición. Editorial Mc Graw Hill. México

Mao, James C.T. (1977). *Análisis Financiero*. 3ª Edición. Librería "El Ateneo" Editorial. Buenos Aires. Argentina.

Nassir Sapag Chain (1995). *Criterios de Evaluación de Proyectos*. Editorial Kimpres. Ltda. Colombia.

Rosiello, Juan C. (2004). *Cálculo Financiero*. Editorial Temas. Buenos Aires. Argentina.

Suárez, Andrés S. (2003). *Decisiones Óptimas de Inversión y de Financiación en la Empresa*. Editorial Pirámide. Madrid. España.

Zbigniew Kozikowski Zarska (2007). *Matemáticas Financieras. El valor del dinero en el tiempo*. Editorial Mc Graw Hill. México.