



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL AREA  
MECANICA  
DE LAS  
INGENIERIAS

FoDAMI

## LÍMITES DE APLICACIÓN DE INDICADORES DE CALIDAD PROPUESTOS PARA LA IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS DE SISTEMAS DINÁMICOS

Juan F. Giró<sup>\*1,2</sup> Alejandro J. Giudici<sup>1</sup> y Julio C. Massa<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Departamento de Estructuras, Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba, Av. Vélez Sársfield 1600, Córdoba, Argentina  
correo-e: juanfiro@gmail.com

<sup>2</sup> Departamento de Ingeniería en Sistemas de Información, Facultad Regional Córdoba, Univ. Tec. Nacional, Maestro López esq. Cruz Roja Argentina, Córdoba, Argentina.

### RESUMEN

En trabajos anteriores se presentó un método para identificar parámetros de sistemas estructurales dinámicos y más recientemente se propusieron indicadores destinados a evaluar la calidad de los resultados obtenidos. La identificación de parámetros tiene la finalidad de desarrollar o mejorar modelos matemáticos a partir de datos provenientes de la respuesta de sistemas mecánicos ante cargas dinámicas y los parámetros a identificar son intrínsecos del sistema, tales como coeficientes de rigidez y amortiguamiento. Por su parte, una vez identificados, es necesario determinar la calidad de estos parámetros y para ello se exploraron técnicas que no requieren usar valores de referencia, ya que en la mayoría de los casos de interés práctico no están disponibles. En el método empleado se considera que tanto la matriz de masas del sistema como las cargas impulsivas aplicadas son conocidas. El estudio se realiza en el dominio del tiempo, y se asume que las estructuras estudiadas tienen un comportamiento elástico lineal y el amortiguamiento es viscoso proporcional. Cabe acotar que el avance de la tecnología computacional que brinda equipos cada vez más rápidos, mayor capacidad de almacenamiento y modernos recursos de representación visual ha sido un gran estímulo para consolidar y ampliar el alcance de este importante campo de investigación. Entre sus aplicaciones pueden mencionarse la validación de modelos de elementos finitos, el seguimiento de daños estructurales para la predicción de fallas y el análisis del comportamiento de mecanismos en el área de mecatrónica. En este trabajo, se estudian límites de aplicación de las técnicas de verificación de la calidad de parámetros de sistemas estructurales dinámicos y las condiciones que deben cumplir los sistemas mecánicos y las cargas aplicadas. Para ello se presenta un caso de estudio y los resultados obtenidos son confrontados con los de otros indicadores tradicionales.

**Palabras Claves:** *análisis estructural, respuesta dinámica, identificación de parámetros.*



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL AREA  
MECANICA  
DE LAS  
INGENIERIAS

FoDAMI

## 1. INTRODUCCIÓN

La identificación de parámetros tiene por objetivo desarrollar o mejorar la representación matemática de sistemas físicos a través de datos experimentales, todas las técnicas de identificación se apoyan en información obtenida efectuando mediciones sobre sistemas reales. En este trabajo se consideran sistemas estructurales mecánicos y los parámetros a identificar son sus propiedades intrínsecas elásticas y disipativas, que están representadas por sus matrices de rigidez y amortiguamiento. Los métodos usados con ese fin pueden ser clasificados con distintos criterios, tales como: *i*) la técnica de identificación (paramétricas y no paramétricas), *ii*) el abordaje del problema (dominio del tiempo o de la frecuencia), *iii*) la naturaleza del fenómeno representado (lineal o no lineal), *iv*) el tipo de respuesta considerado (estática o dinámica), *v*) las condiciones de carga (deterministas o aleatorias) y *vi*) el formalismo empleado (analítico, algebraico o estadístico).

Cabe destacar que no existe un método capaz de identificar los parámetros en todos los casos porque cada enfoque tiene un campo de aplicación acotado, presentándose superposiciones entre ellos. Por lo tanto, el alcance y las limitaciones de los diversos métodos deben ser claramente comprendidos para asegurar la obtención de resultados válidos.

También es necesario reconocer que la identificación de parámetros presenta dificultades, entre las que se destacan: *i*) las limitaciones que se presentan para excitar la estructura en forma apropiada, *ii*) la necesidad de reducir sus grados de libertad al mínimo posible, *iii*) los inconvenientes que encierran los procesos de medición, *iv*) los errores inherentes a las mediciones, que se propagan a través de los cálculos afectando los resultados y *v*) los requisitos para asegurar el buen condicionamiento del análisis numérico involucrado. Estos problemas suelen restringir la potencialidad de las técnicas de identificación, desalentando su utilización y/o limitado su aplicación al tratamiento de casos simples, de menor interés práctico.

A pesar de las dificultades señaladas, la importancia de la identificación de parámetros en ingeniería mecánica, civil y de control y los enormes progresos que experimenta el procesamiento electrónico de datos estimulan la realización de grandes esfuerzos de investigación, que dan lugar a nuevos métodos, herramientas, experiencias y recomendaciones.

Desde una visión global las líneas de investigación responden a los siguientes dos enfoques:

- *Identificación general o de caja negra*, donde el objetivo es establecer las relaciones entrada-salida del sistema (función de transferencia), sin hacer interpretaciones sobre la composición física del modelo matemático capaz de reproducir ese comportamiento.
- *Identificación estructural o de caja blanca*, donde para poder establecer correctamente la relación entrada-salida se debe identificar previamente cuales son los parámetros intrínsecos del sistema, todos ellos con claro sentido físico, que representan su inercia, elasticidad y propiedades disipativas.



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL ÁREA  
MECÁNICA  
DE LAS  
INGENIERÍAS

FoDAMI

El amplio campo de la identificación de parámetros se desarrolló inicialmente en ingeniería eléctrica e ingeniería de control [1], para extenderse luego a las áreas de ingeniería mecánica e ingeniería civil [2]. En estas últimas ha cobrado mucha importancia por dos razones principales:

- *la capacidad de resolver problemas de gran vigencia*, como son la validación de modelos desarrollados a través del método de los elementos finitos, la predicción y seguimiento de la evolución de daños estructurales y el estudio del comportamiento de mecanismos complejos en el área de la mecatrónica, entre otros.
- *los continuos progresos de la tecnología*, que al brindar computadoras cada vez más rápidas, mayores recursos de almacenamiento y capacidades de representación visual más potentes, tuvieron gran impacto al estimular la simulación de sistemas complejos a través de técnicas numéricas.

Nótese que la identificación general o de caja negra es afín a los requerimientos de la ingeniería de control, mientras que la identificación de caja blanca cubre las necesidades de la identificación de parámetros en ingeniería mecánica y civil, dando lugar a líneas de trabajo que son en gran medida independientes. Además, cabe acotar que estos problemas pertenecen al área de los denominados “inversos”, en contraposición con los problemas directos en los que se busca determinar la respuesta del sistema causada por la excitación aplicada.

El trabajo que aquí se presenta continua una línea de investigación que lleva varios años de desarrollo, en ella se asume que la matriz de masas del sistema es conocida y que también lo es el valor de la carga impulsiva aplicada. Los estudios se realizan en el dominio del tiempo, la estructura tiene un comportamiento elástico lineal, el amortiguamiento es de tipo viscoso proporcional y el enfoque es de “caja blanca” ya que su finalidad es determinar las matrices de rigidez y amortiguamiento a partir de los registros de respuesta del sistema.

Inicialmente se comenzó proponiendo y evaluando una técnica de identificación de parámetros [3] [4] y luego se centró la atención en la evaluación de indicadores destinados a determinar la calidad de los parámetros identificados [5] [6]. A diferencia los indicadores de calidad tradicionales que comparan los resultados identificados con valores de referencia conocidos, en los trabajos mencionados se propusieron otros indicadores que sólo se apoyan en sus propios resultados. Se puso el foco en estos últimos ya que permiten determinar la calidad de los parámetros identificados sin utilizar valores de referencia, que en la mayoría de los casos prácticos no están disponibles.

En esta oportunidad el objetivo es utilizar los indicadores de calidad para reconocer los límites de aplicación de las técnicas de verificación que se han propuesto. Conocer estos límites es esencial para poder asegurar la aplicabilidad del procedimiento propuesto en cada caso específico, lo que no solo implica resultados seguros sino también un importante ahorro de tiempo y esfuerzo.

La presentación está organizada de la siguiente manera: en la sección 2 se describe el problema abordado y la solución propuesta, en la sección 3 se detalla el caso de estudio seleccionado y los resultados, en la sección 4 se discuten los resultados hasta aquí obtenidos y finalmente en la sección 5 se enuncian las conclusiones y las previsiones para la actividad futura.



## 2. IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS Y SUS LIMITACIONES

La técnica de identificación que se viene utilizando [3] [4] permite conocer la matriz 'A', definida en la Ecuación (1), a partir de registros regularmente espaciados de la respuesta temporal de un sistema mecánico que correspondan a la aplicación de cargas que aseguren la presencia de los principales modos de vibración:

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ I & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -M^{-1}\bar{C} & -M^{-1}\bar{K} \\ I & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

donde  $I$  es la matriz unitaria,  $M$  es la matriz de masas,  $\bar{K}$  y  $\bar{C}$  son respectivamente las matrices de rigidez y de amortiguamiento identificadas a partir de las mediciones efectuadas. Una vez conocida  $A$  se pueden obtener las matrices de rigidez y amortiguamiento buscadas. Para ello es necesario conocer la matriz de masas, lo que no representa un obstáculo ya que en análisis estructural la distribución de masas puede ser estimada con precisión aceptable. Se tiene entonces:

$$\text{Matriz de rigidez} \quad \bar{K} = -M A_{12} \quad (2)$$

$$\text{Matriz de amortiguamiento} \quad \bar{C} = -M A_{11} \quad (3)$$

El conocimiento de la submatriz  $A_{12}$  abre las puertas al cálculo de las frecuencias y modos normales de vibración del sistema dinámico. En efecto, omitiendo las fuerzas de amortiguamiento y suponiendo una respuesta armónica, queda planteado el clásico problema de autovalores:

$$(M^{-1}\bar{K} - \omega^2 I) \bar{x} = 0 \quad (4)$$

$$\text{lo que equivale a decir que} \quad (-A_{12} - \omega^2 I) \bar{x} = 0 \quad (5)$$

Definiendo la matriz  $\Phi$  que contiene en sus columnas los modos de vibración  $\bar{x}$ , se determina la matriz de amortiguamiento viscoso proporcional generalizado  $\Gamma$  del sistema,

$$\Gamma = \Phi^T \bar{C} \Phi = -\Phi^T M A_{11} \Phi \quad (6)$$

y se calculan los factores de amortiguamiento  $\xi_k$  asociados a cada modo de vibración ya que

$$\Gamma_{kk} = 2\xi_k \omega_k \rightarrow \xi_k = \Gamma_{kk} / (2\omega_k) \quad (7)$$

Una vez conocidos  $\bar{K}$  y  $\bar{C}$  y determinados los modos y frecuencias naturales de vibración, el próximo paso es seleccionar los indicadores a ser utilizados. El objetivo es evaluar el impacto de la calidad de los parámetros identificados sobre las propiedades calculadas a partir de los mismos: los modos y frecuencias de vibración.

Los indicadores seleccionados se dan en la Tabla 1: *i*) *MSF* (Modal Scale Factor), Ecuación (8); *ii*) *MAC*, (Modal Assurance Criterion), Ecuación (9); *iii*) *IFE* (Individual Frequency Error), Ecuación (10) y *iv*) *SVM* (Similarity of Vibration Modes), Ecuación (11). En todos los casos  $\Phi$  representa la matriz modal obtenida a partir de los valores conocidos de la estructura y  $\bar{\Phi}$  la matriz modal obtenida de los valores identificados. Similarmente,  $\omega$  y  $\bar{\omega}$  representan las frecuencias calculadas en las mismas condiciones.



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL ÁREA  
MECÁNICA  
DE LAS  
INGENIERÍAS

FoDAMI

Tabla 1: Definición de indicadores del impacto de la calidad de parámetros identificados

$MSF = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \frac{\bar{\Phi}_k^T \bar{\Phi}_k}{\Phi_k^T \Phi_k} \quad (8)$	$MAC = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \frac{(\bar{\Phi}_k^T \Phi_k)^2}{(\Phi_k^T \Phi_k) (\bar{\Phi}_k^T \bar{\Phi}_k)} \quad (9)$
$IFE_k = \frac{\bar{\omega}_k - \omega_k}{\omega_k} \quad (10)$	$SVM = \sum_{k=1}^n \frac{(\bar{\Phi}_k - \Phi_k)^T (\bar{\Phi}_k - \Phi_k)}{\bar{\Phi}_k^T \Phi_k} \quad (11)$

Una vez identificadas las matrices de rigidez y amortiguamiento, y seleccionados los indicadores de calidad que permitan validar estos resultados, se pueden utilizar para reconocer las limitaciones del método propuesto, tanto en lo que respecta al procedimiento como a los indicadores.

Las limitaciones reconocen dos fuentes: la excitación de la estructura y el proceso de medición. Con respecto a la primera, la condición para que el método de identificación de parámetros provea resultados satisfactorios es que la excitación provoque en la respuesta del sistema la presencia de tantos modos de vibración como grados de libertad dinámicos (*GLD*) sean atribuidos al sistema. En efecto, la respuesta 'x' puede ser presentada como una combinación lineal de los 'n' modos de vibración, Ecuación (12), donde cada uno de ellos (modo 'k') es afectado de un factor de participación que varía en el tiempo con una frecuencia  $\omega_k$  y tiene una amplitud  $P_k$ .

$$x(t) = \Phi p(t) \quad X = \Phi P \quad X_i = \sum \Phi_{ik} P_k \quad (12)$$

La condición expresada en el párrafo anterior requiere que  $P_k > U$ , para  $k = 1..n$ , donde  $U$  es el umbral mínimo que garantiza suficiente presencia de cada modo 'k' en la respuesta 'x' y que la matriz  $A$  de la Ecuación (1) sea no singular. Por tratarse de un umbral desconocido, se abordará esta limitación a partir de los resultados brindados por los indicadores seleccionados con diferentes condiciones de excitación.

La segunda limitación se refiere a que las amplitudes del vector 'x' deben ser lo suficientemente grandes como para ser medidas con una precisión adecuada. La relación *SNR* (Signal to Noise Ratio) debe ser grande, idealmente  $SNR > 100$ , lo que representa un impacto del ruido menor al 1%. Como la amplitud del ruido queda definida por las características y calidad de los recursos de medición, normalmente inalterables, la solución se logrará asegurando amplitudes suficientes a los componentes del vector 'x'. Esto último depende de la naturaleza de la excitación, de los puntos de aplicación de las cargas y de los puntos donde la respuesta es medida.

Para dar respuesta al primer problema se recurre a parámetros alternativos de dos tipos: 1) los factores de participación modal  $P_k$  y 2) la máxima energía cinética  $E_k$  asociada a cada modo de vibración. En ambos casos se representan estos indicadores en un diagrama de radar y se reconoce que la mejor condición de excitación es aquella donde el área encerrada por los polígonos de estos diagramas es máxima. Estas áreas son denominadas  $\alpha_p$  para el caso de los factores de participación modal y  $\alpha_E$  para la energía cinética modal respectivamente. Nótese que las mayores áreas se obtendrían en los casos ideales y físicamente improbables donde todos los factores  $P_k$  o  $E_k$  tengan iguales amplitudes, según se trate de uno u otro caso.

La hipótesis es que un gráfico que represente  $\alpha_p$  o  $\alpha_E$  en ordenadas y  $|X|_{max}$  en abscisas permite identificar la condición de excitación más apropiada para obtener los mejores resultados, lo que se procura demostrar con el caso de estudio presentado a continuación.



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL AREA  
MECANICA  
DE LAS  
INGENIERIAS

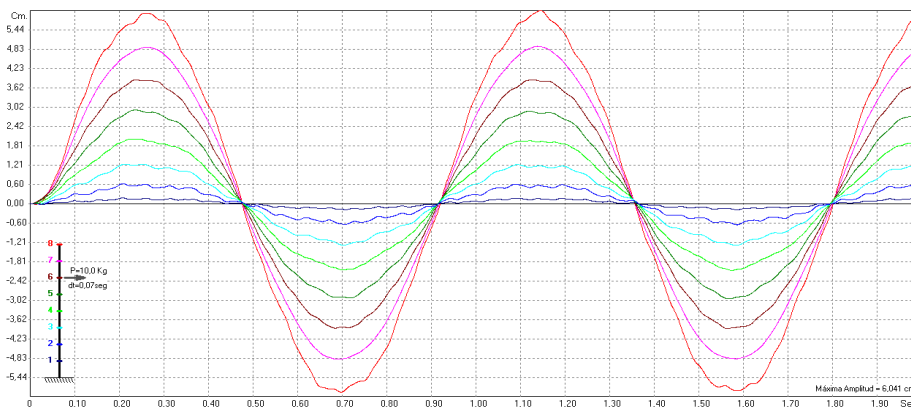
# FoDAMI

### 3. CASO DE ESTUDIO Y RESULTADOS OBTENIDOS

Para evaluar el comportamiento de los indicadores presentados, se seleccionó un caso de estudio usado en un trabajo anterior [5] consistente en una columna de acero, de sección transversal constante, empotrada en la base y libre en el extremo superior, representada por un modelo de masas concentradas de  $n = 8$  GLD. Se consideró amortiguamiento viscoso y proporcional definiendo la matriz de amortiguamiento como  $C = \beta K$ . Se utilizó una condición de carga impulsiva de amplitud constante y 0,07 seg. de duración, aplicada sucesivamente en cada uno de los nodos de la columna.

La respuesta del sistema para las diversas condiciones de excitación fue obtenida por integración numérica a través de una implementación del método de Houbolt [7] para conocer con precisión los valores de la respuesta simulada numéricamente y para poder cuantificar correctamente los errores de los valores identificados. La integración se realizó en un intervalo de 2 segundos con un  $\Delta t = 0,0005$  segundos, lo que permitió conocer la respuesta en 4000 puntos del intervalo estudiado.

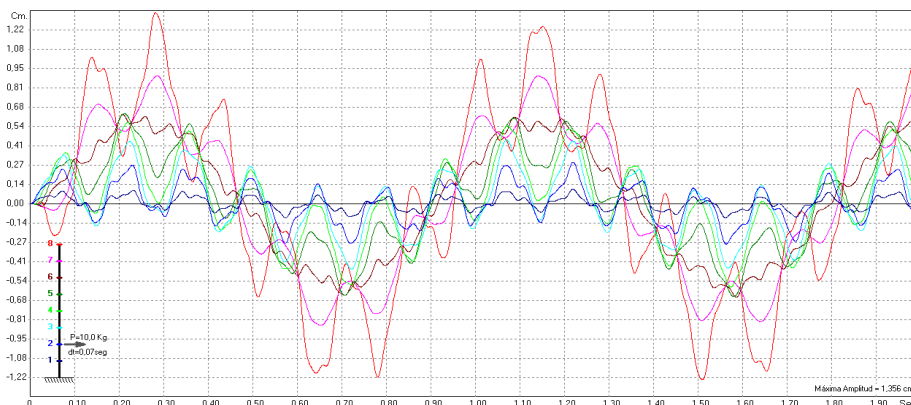
Para poner de manifiesto la importancia que reviste el punto de aplicación de la carga, en la Figura 1 se muestran las amplitudes de los 8 grados de libertad de la columna con la carga aplicada en el nodo 6, próximo al extremo de la columna, en el intervalo de 2 segundos y luego en la Figura 2 la respuesta con la carga aplicada en el nudo 2, próximo a la base de la columna.



Amplitud en cada nodo [cm]

N	Amp. X
1	0.18870
2	0.65664
3	1.29548
4	2.08063
5	2.96804
6	3.90055
7	4.92629
8	6.04064

Figura 1: Respuesta del sistema cuando la carga impulsiva se aplica cerca del extremo de la columna (nodo 6)



Amplitud en cada nodo [cm]

N	Amp. X
1	0.10272
2	0.29218
3	0.45910
4	0.58384
5	0.65154
6	0.65664
7	0.89817
8	1.35587

Figura 2: Respuesta del sistema cuando la carga impulsiva se aplica cerca de la base de la columna (nodo 2)



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL AREA  
MECANICA  
DE LAS  
INGENIERIAS

FoDAMI

Al comparar ambas curvas, en la Figura 1 se advierte rápidamente la presencia dominante del modo de vibración fundamental frente a una presencia mucho menos significativa de los demás modos. Por el contrario, al excitarse la columna en un punto próximo a su base la respuesta pone en evidencia la mayor presencia de modos de frecuencias elevadas y al mismo tiempo una importante reducción en las amplitudes de las oscilaciones, tal como lo muestra la Figura 2.

En concordancia con la hipótesis planteada se efectuó un análisis armónico de la respuesta del sistema cuyos resultados se muestran en la Figura 3. Los diferentes colores corresponden a los nodos sucesivamente cargados y los conjuntos de columnas representan los valores normalizados de los factores de participación  $P_k$  obtenidos para los ocho modos normales de vibración. Notar que se ha usado escala logarítmica para las ordenadas.

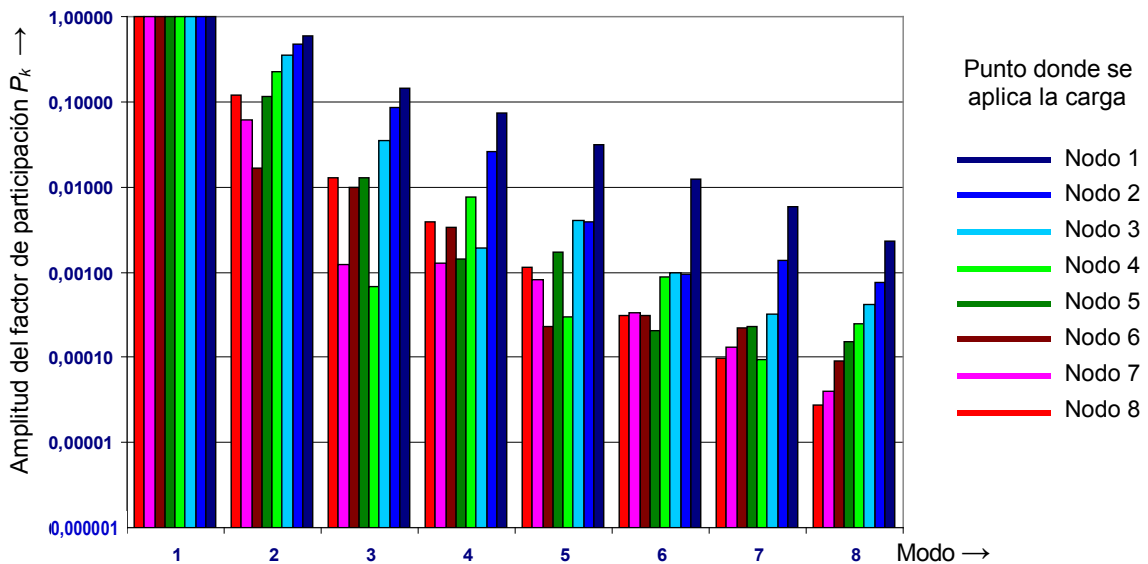


Figura 3: Amplitudes normalizadas del factor de participación de cada modo en función del nodo cargado

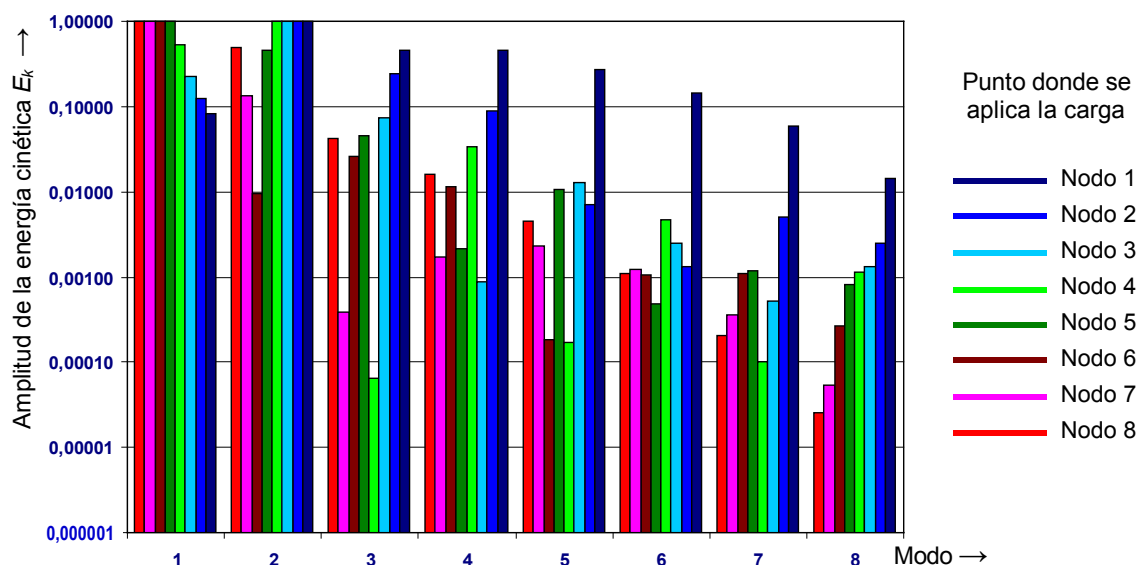


Figura 4: Amplitudes normalizadas de la energía cinética de cada modo en función del nodo cargado



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL AREA  
MECANICA  
DE LAS  
INGENIERIAS

# FoDAMI

En la Figura 3 puede apreciarse que al cargarse el extremo libre de la columna (nodo 8) las amplitudes de los factores de participación muestran un importante decremento en los modos más altos. También se observa que al cargarse un punto próximo a la base estos factores decrecen más suavemente y los modos altos mantienen una presencia importante en la respuesta.

En la Figura 4 se presenta un diagrama de barras similar al de la Figura 3, en este caso las barras representan los niveles de energía cinética  $E_k$  que corresponden a cada modo cuando la carga es aplicada en los diferentes nodos. Si bien los valores son diferentes, se aprecia una tendencia similar a la que muestra el gráfico de los factores de participación de la Figura 3.

En la Figura 5, los mismos datos (factor de participación y energía cinética de cada modo) son representados en diagramas de radar, quedando así definidos polígonos cuyas áreas varían en forma inversa a la dispersión de los valores. En efecto, puede observarse que en ambos casos al cargarse el nodo 1 en la base (curva azul) el polígono resultante es el que encierra la mayor área, lo que significa mayor regularidad en la participación de los diferentes modos en la respuesta del sistema. Por el contrario, al cargarse el nodo 8 en el extremo libre de la columna (curva roja) hay una presencia claramente dominante del modo 1 y una presencia mucho más reducida de los restantes modos.

(a) Factor de participación modal

(b) Energía cinética modal

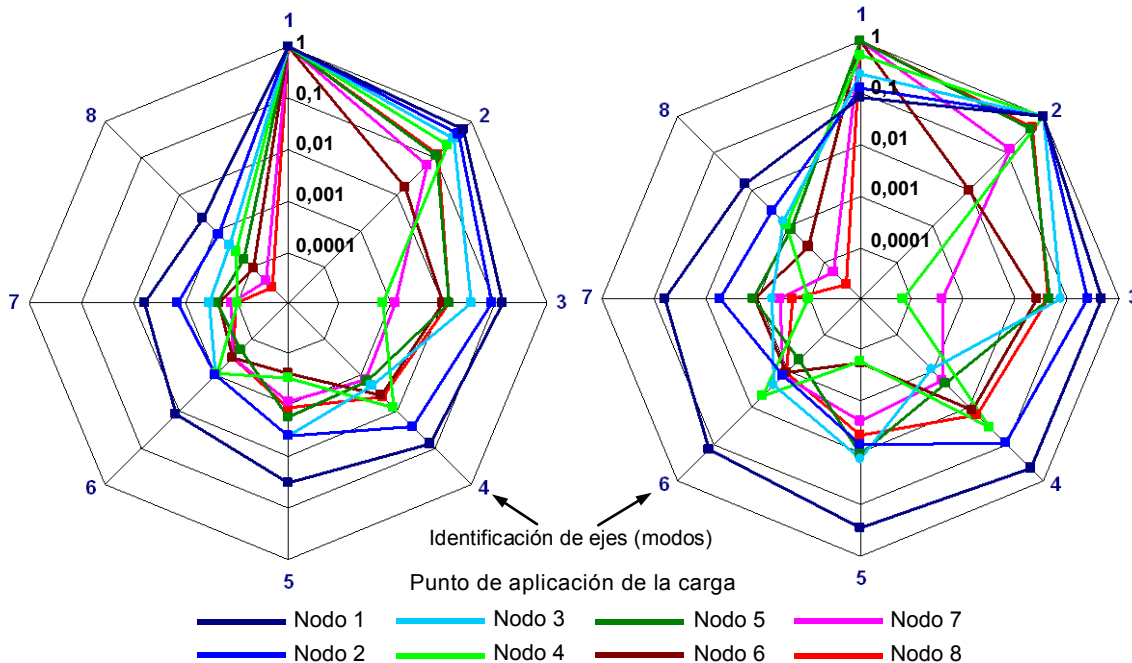


Figura 5: Diagramas de radar para diferentes nodos cargados. (a) Factores de participación. (b) Energía cinética

Al observar estos diagramas es necesario tener en cuenta la escala logarítmica de los ejes radiales de cada modo, tanto para los factores de participación modal como para los niveles de energía cinética. Esto dificulta la comparación visual de las áreas de los polígonos.





# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL AREA  
MECANICA  
DE LAS  
INGENIERIAS

# FoDAMI

## 4. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

Para facilitar el análisis de los resultados obtenidos se presentan dos gráficos. En la Figura 6 se graficaron los valores de las áreas de los polígonos de participación modal y de energía cinética en función de la amplitud de la oscilación del extremo de la columna en abscisas. Sobre ambas curvas se identifican los nodos que fueron cargados en correspondencia con las magnitudes representadas.

En la Figura 7 se graficaron los valores de los indicadores de calidad  $MSF$ ,  $MAC$ ,  $IFE$  y  $SVM$  juntamente con la frecuencia de vibración  $\omega_8$  y el factor de amortiguamiento  $\xi_8$ , todos ellos calculados a partir de la respuesta obtenida al aplicar la carga impulsiva en cada nodo. En este estudio se consideró un amortiguamiento  $\beta = 0,001$  ( $C = \beta K$ ) con el fin de poner de manifiesto las consecuencias de la desaparición de los modos elevados en la respuesta del sistema. Los valores de los factores de amortiguamiento  $\xi$  que resultan para los diferentes modos se dan en la Tabla 2.

Tabla 2: Factores de amortiguamiento  $\xi$  de los ocho modos de vibración para  $\beta = 0,001$

Número del modo	1	2	3	4	5	6	7	8
Frecuencia $\omega$ [rad/s]	7,130	43,91	120,7	231,3	371,5	533,0	696,1	821,3
Amortiguamiento $\xi$	0,004	0,022	0,060	0,116	0,186	0,267	0,348	0,410

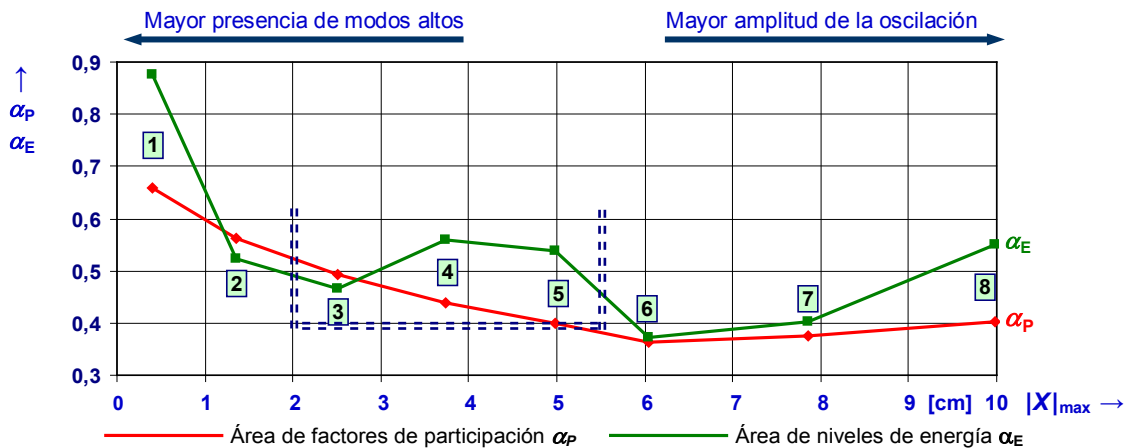


Figura 6: Áreas  $\alpha_p$  y  $\alpha_E$  para diferentes nodos cargados en función de la mayor amplitud de la oscilación

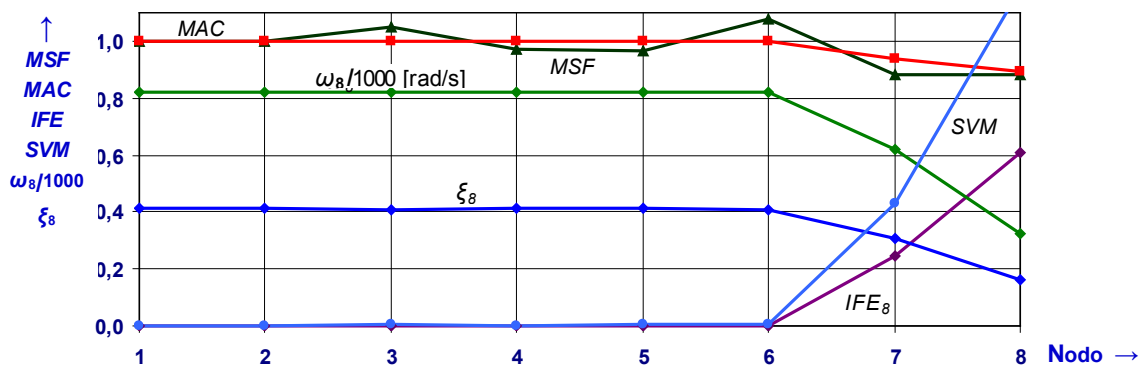


Figura 7: Evolución de indicadores de calidad para diferentes nodos cargados (1 a 8)



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL AREA  
MECANICA  
DE LAS  
INGENIERIAS

FoDAMI

De la observación de los gráficos de las Figuras 6 y 7 se deduce que:

- 1) La curva  $\alpha_E$  que representa la energía muestra mucha irregularidad, por lo que no cubre las expectativas y se considera que no es apropiada para el objetivo que se persigue.
- 2) La curva  $\alpha_p$  que representa los factores de participación modal tiene un comportamiento suave, que se considera apropiado para el fin perseguido.
- 3) Si bien descartada por su irregularidad, la curva de energía muestra una buena correlación con la de participación modal al cargarse los nodos 2, 3, 6 y 7. Esto estimula a seguir trabajando para buscar algún otro indicador que tome como base la energía.
- 4) Todos los indicadores de calidad (Figura 7) ponen de manifiesto que los problemas se presentan cuando la carga es aplicada en los nodos 7 y 8, lo que indica que los parámetros identificados en estos casos no son válidos.
- 5) Debe tenerse en cuenta que la afirmación 4 depende del nivel de amortiguamiento del sistema. En el caso extremo de amortiguamiento nulo se identifica correctamente la matriz de rigidez cargando cualquier nodo de la columna, ya que todos los modos mantienen su presencia en el tiempo, aún los de amplitud más pequeña.
- 6) Otros indicadores, no presentados en este documento, muestran un progresivo deterioro de las matrices de rigidez y amortiguamiento a medida que pierden presencia los modos de frecuencias elevadas. Sin embargo los indicadores presentados, con excepción a *MSF*, no muestran esta circunstancia ya que se mantienen inalterados hasta que delatan el problema en forma súbita (ver Figura 7).
- 7) Es interesante observar que a pesar del mencionado deterioro progresivo de las matrices de rigidez y amortiguamiento, la frecuencia ( $\omega_8$ ) y factor de amortiguamiento ( $\xi_8$ ) del modo más alto permanecen inalterados hasta llegar al punto crítico, que en este caso corresponde a la carga en el nodo 6. Esta circunstancia, además de la ventaja de que no requieren valores de comparación, los convierten en excelentes indicadores de la calidad del proceso de identificación.
- 8) Relacionando los gráficos de las Figuras 6 y 7 puede decirse que para el caso estudiado las condiciones de carga válidas son aquellas que corresponden a  $\alpha_p > 0,4$ , es decir la carga impulsiva aplicada entre los nodos 1 a 5.
- 9) Simultáneamente debe considerarse la escasa amplitud máxima de la oscilación cuando los nodos cargados están próximos a la base de la columna. Como se anticipó, este límite depende de los recursos de medición disponibles y el valor de *SNR* requerido. Suponiendo que a partir de estos factores se requiera que  $|X|_{max} > 2$  cm, quedaría establecida la zona indicada con doble línea azul, es decir sería válido cargar los nodos 3, 4 o 5.



# IV CAIM 2014

Cuarto Congreso Argentino de Ingeniería Mecánica



UNIVERSIDAD NACIONAL DEL NORDESTE  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
Resistencia Chaco - Rep. Argentina

FORO  
DOCENTE  
DEL AREA  
MECANICA  
DE LAS  
INGENIERIAS

FoDAMI

## 5. CONCLUSIONES

Si bien se trata de un estudio incipiente en el que se continuará trabajando, con el caso presentado se demostró que es factible disponer de un criterio para seleccionar los puntos más apropiados para excitar una estructura con el fin de identificar correctamente sus propiedades elásticas y disipativas. Para ello se utilizan aquí indicadores de calidad que se computan a partir de los modos de vibración y frecuencias naturales de vibración obtenidos a partir de la matriz de rigidez identificada.

Alternativamente se podrían haber utilizado otros indicadores de calidad directos, presentados en trabajos anteriores ya mencionados. Igualmente se podrían seleccionar otros indicadores para poner de manifiesto la necesaria presencia de los modos de vibración que componen la respuesta del sistema. Por todo ello se continua estudiando este importante problema, que es reconocer las condiciones que deben establecerse para asegurar la calidad de los parámetros identificados y comprobar el buen desempeño de los indicadores correspondientes.

## 6. REFERENCIAS

- [1] Aguado A. y Martínez M., Identificación y control adaptativo, Prentice Hall, 2003.
- [2] Alvin K., Roberston A., Reich G. and Park K., Structural system identification: From reality to models, Computers and Structures, Vol. 81, pp. 1149-1176, 2003.
- [3] Giró J., Stuardi J. y Matusevich A., Evaluación de un procedimiento para identificar parámetros estructurales de sistemas dinámicos, Memorias del III Congreso de Matemática Aplicada, Computacional e Industrial, III MACI 2011, Vol. 3, pp. 659-662, Bahía Blanca, 2011.
- [4] Giró J., Matusevich A. y Stuardi J., Evaluación de un método para identificar parámetros dinámicos de sistemas mecánicos, Memorias del III Congreso de Ingeniería Mecánica, CAIM 2012, Buenos Aires, 2012.
- [5] Giró J., Matusevich A. y Ritta R., Identificación de parámetros de la dinámica de sistemas estructurales, Mecánica Computacional, Vol. 31, pp. 2369-2388, 2012.
- [6] Giró J., Giudici A., Stuardi J. y Massa J., Evaluaciones de indicadores de calidad en la identificación de parámetros de sistemas dinámicos, Revista de Matemática Aplicada, Computacional e Industrial (MACI), Vol. 4, pp. 669-672, 2013.
- [7] Clough R. and Penzien J., Dynamics of Structures, Mc Graw Hill, 1975.