

Universidad Nacional de Córdoba
Facultad de Ciencia Exactas, Físicas y Naturales



Proyecto Integrador de la Carrera de Ingeniería Mecánica

Tema: Diseño de Máquina para la Producción de Productos de hormigón Pre-Elaborados. Análisis y Verificación de sus Componentes.

Alumno: Menichetti Alfredo

Matrícula: 35239776

Director de PI: Ingeniero José Juan Romero.

Carrera: Ingeniería Mecánica (212)

Año: 2015

Agradecimientos.

Quiero aprovechar estas líneas para agradecer a todas las personas que han colaborado sobre el transcurso de la carrera para la realización de este logro.

En primera medida he de expresar mi agradecimiento a toda mi familia, en especial a mis padres que con su esfuerzo, trabajo y dedicación permitieron mi desarrollo a lo largo de la carrera. Luego a mis hermanos, que con su compañía y cariño hemos logrado crecer en forma colectiva a lo largo de este ciclo. Sin dejar de mencionar a mis abuelos, primos y tíos cuyo apoyo ha sido incondicional.

Una especial mención a todos los integrantes de esta hermosa institución, la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de la Universidad Nacional de Córdoba, en especial a todos los integrantes de la Escuela de Ingeniería Mecánica (IM) que me han brindaron todo lo necesario para mi formación. Directivos, profesores y ayudantes que con su trabajo han transmitido no solo el conocimiento sino también los valores esenciales para actuar como un profesional.

Mostrar mi más sincero agradecimiento a todos mis compañeros de clase y amigos, con los cuales he pasado una gran cantidad de horas para la realización de este arduo y duro camino como es la carrera. Agradecerles por su compañía, amabilidad y respeto con la cual me han tratado, logrando de esta manera que este hermoso logro sea aún mayor.

Agradecer a la Empresa Mol-D y a todos sus integrantes, no solo por el apoyo brindado para el desarrollo de este proyecto sino también por abrirme sus puertas con la mayor amabilidad que se puede recibir.

Desde ya, a todos Muchas Gracias.

Resumen.

A continuación se presenta el “Diseño de una máquina Bloquera para la producción de Productos de Hormigón Pre-elaborado, Análisis y Verificación de sus componentes” como tema de proyecto integrador de la Carrera de Ingeniería Mecánica, de la Facultad de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales en la Universidad Nacional de Córdoba.

En su desarrollo se tiene por objeto la integración de los conocimientos adquiridos a lo largo de la carrera, en un principio se expone a modo introductorio de que se trata la fabricación de productos de hormigón pre-fabricados y en que consiste la motivación para su estudio. Se establecen las características esenciales para la fabricación de bloques, los tipos de máquinas existentes y sus características, y por último un estudio de factibilidad y viabilidad con el objeto de entender que requisitos ingenieriles han de ser más importantes para la satisfacción del cliente, y en base a esto la manifestación de su orden de mérito.

Conociendo esta prioridad se busca estudiar aquella parte de la máquina que resulta de mayor importancia, es por ello que investigamos, diseñamos y calculamos todos los componentes involucrados en la parte de vibración de la máquina, siendo ello el tema central del proyecto.

En el desarrollo de cada uno de los componentes analizados se procede en primera instancia al desarrollo de los conceptos teóricos sobre los cuales se fundamenta su estudio, luego se exponen los datos de los componentes involucrados, se desarrollan los cálculos y por último una conclusión breve de sus resultados.

Luego para concretar con todas las etapas presentes en la fabricación de un producto, se desarrolla la estimación de costos de uno de sus componentes y se manifiesta el tipo de metodología adoptada para presupuestar nuestro producto, permitiendo así integrar los conocimientos técnicos con las características comerciales necesarias para ofrecer nuestro producto al mercado.

Finalmente se expone una conclusión de los resultados alcanzados y del proyecto integrador es si mismo.

ÍNDICE GENERAL

1. Generalidades y Objetivos:	1
1.1) Antecedentes:.....	1
1.2) Justificación Técnica-Económica	2
1.3) Objetivos	3
1.3.1) Objetivos Generales:	3
1.3.2) Objetivos Específicos:.....	3
1.4) Introducción acerca de la Producción de Productos de Hormigón Pre-elaborado .	4
1.4.1) Introducción	4
1.4.2) Utilidades de los Productos de Hormigón Pre-Elaborado.....	4
1.4.3) Parámetros Importantes en la Fabricación de los Prefabricados	6
1.5) Ciclo Productivo de la Fabricación de los Prefabricados de Hormigón	7
1.6) Breve reseña histórica acerca de la producción de Bloques de Hormigón	20
1.6.1) Tipos de Máquinas para su Producción.....	20
1.6.1.1) Máquinas Manuales:	20
1.6.1.2) Máquinas Automáticas / Semi-Automáticas:.....	22
1.7) Tipo de Máquina a Desarrollar	35
1.8) Estudio de Factibilidad y Viabilidad	39
1.9) Sistemas de la Máquina a tratar	48
1.9.1) El Sistema de Vibración/Compactación.....	48
1.9.2) Sistemas de Dosificación de Mezcla.	51
1.9.3) Sistema de Alimentación y Descarga de Bandejas.....	53
2. Diseño, Cálculo y Verificación de los Componentes Involucrados en el Sistema de Vibración-Compactación	54
2.1) Sistema de Vibración	54
2.1.1) Principio de Funcionamiento	54
2.2) Tipo de Vibrador que se utilizará	59
2.3) Conceptos Teóricos.....	60
2.3.1) Conceptos Básicos de la Vibración.....	60
2.3.2) Sistemas con Masa Rotatoria Desbalanceada	67
2.4) Descripción de funcionamiento del Vibrador.....	73

2.5)	Selección y Verificación del Resorte helicoidal de Compresión.....	86
2.5.1)	Descripción del Resorte	87
2.5.2)	Material utilizado para el resorte.....	94
2.5.3)	Verificación a la Fatiga del Resorte helicoidal a Compresión	98
2.6)	Descripción del estado dinámico del Árbol Vibrador, verificación de los rodamientos de apoyo y análisis a la fatiga del Árbol.	116
2.6.1)	Conceptos teóricos para el análisis del árbol.....	116
2.6.2)	Verificación del árbol a las Cargas Dinámicas	123
2.6.3)	Verificación a la Fatiga del árbol bajo Cargas Dinámicas	129
2.6.4)	Verificación de los Rodamientos Seleccionados.....	150
2.6.5)	Análisis dinámico del Sistema – Determinación de los Modos de Vibrar	157
2.6.6)	Respuesta Dinámica de la Mesa Vibratoria bajo la acción de la Fuerza Centrífuga. 182	
3.	Determinación de Costos del Conjunto Vibrador.	211
3.1)	Fundamentos Teóricos	211
3.2)	Procedimiento Simplificado para determinar el Costo de un Producto Industrial.	214
3.3)	Determinación de Costos del Conjunto Vibrador.....	215
4.	Conclusiones.	220
5.	Bibliografía.	225

ÍNDICE DE FIGURAS

FIG. N° 1 ESQUEMA DEL CICLO PRODUCTIVO DE BLOQUE DE HORMIGÓN (GENTILEZA DE CONSULBLOCK).....	7
FIG. N° 2 MEZCLADORA DE TURBINA	10
FIG. N° 3 MÁQUINA BLOQUERA FIJA – PRODUCCIÓN AUTOMÁTICA (GENTILIZA-COMPAÑÍA POYATOS)	12
FIG. N° 4 ESTRUCTURA TIPO RACK PARA EL TRASLADO DE LOS PRODUCTOS (GENTILIZA-COMPAÑÍA POYATOS)	13
FIG. N° 5 ETAPAS DEL PROCESO DE FRAGUADO (GENTILIZA-COMPAÑÍA BESSER).....	15
FIG. N° 6 CÁMARA DE CURADO GENTILIZA-COMPAÑÍA QUADRA)	16
FIG. N° 7 PALETIZADORA-CUBADORA DE LOS PRODUCTOS TERMINADOS	16
FIG. N° 8 ALMACENAMIENTO DE LOS PALLETS CON BLOQUES TERMINADOS (GENTILEZA-COMPAÑÍA QUADRA)	18
FIG. N° 9 VARIACIÓN PORCENTUAL DE LA RESISTENCIA DEL HORMIGÓN EN EL TIEMPO	19
FIG. N° 10 MAQUINAS BLOQUERAS MANUALES (GENTILEZA. COMPAÑÍA TBLOCK).....	22
FIG. N° 11 CICLO PRODUCTIVO DE UNA MÁQUINA PONEDORA (GENTILEZA-COMPAÑÍA ROMETA).....	24
FIG. N° 12 MÁQUINA MULTILAYER (GENTILEZA-COMPAÑÍA ZENITH).....	25
FIG. N° 13 ESQUEMA DESCRIPTIVO DE LOS COMPONENTES DE UN MOLDE SOLDADO.	28
FIG. N° 14 ESQUEMA DESCRIPTIVO DE LOS COMPONENTES DE UN MOLDE ENSAMBLADO.....	31
FIG. N° 15 DIAGRAMA DE LA CASA DE LA CALIDAD.	46
FIG. N° 16 ESQUEMA DE UNA MESA VIBRATORIA.	50
FIG. N° 17 ESQUEMA DEL CONJUNTO COMPLETO DE LA MESA VIBRATORIA.	55
FIG. N° 18 BASTIDOR DEL MOLDE ENSAMBLADO (GENTILEZA DE BESSER COMPANY)	56
FIG. N° 19 VISTA FRONTAL DE LA MÁQUINA (GENTILEZA DE BESSER COMPANY).....	57
FIG. N° 20 SISTEMA INDIRECTO DE VIBRACIÓN	58
FIG. N° 21 (GENTILEZA DEL CAPÍTULO 1 – VIBRACIONES MECÁNICAS 5TA. ED. RAO).	61
FIG. N° 22 (GENTILEZA DEL CAPÍTULO 1 – VIBRACIONES MECÁNICAS 5TA. ED. RAO).	63
FIG. N° 23 ESQUEMA DE UN SISTEMA CON MASAS ROTATORIAS DESBALANCEADAS.	67
FIG. N° 24 RESPUESTA EN AMPLITUD VS. RELACIÓN DE FRECUENCIAS.....	70
FIG. N° 25 ANGULO DE FASE VS. RELACIÓN DE FRECUENCIAS.	71
FIG. N° 26 PLANO DE DESPIECE DEL VIBRADOR.	74
FIG. N° 27 ESQUEMA DEL CONJUNTO VIBRADOR.....	75
FIG. N° 28 EJES DE COORDENADAS DEL CONTRAPESO FIJO.....	76
FIG. N° 29 EJES DE COORDENADAS DEL CONTRAPESO MÓVIL.	77
FIG. N° 30 DISTRIBUCIÓN DE MASAS DEL SISTEMA.....	79
FIG. N° 31 ESQUEMA EN CORTE PARCIAL DEL CONJUNTO VIBRADOR CON LOS COMPONENTES PRINCIPALES..	81
FIG. N° 32 ILUSTRACIÓN DE UNA CURVA HELICOIDAL.	83
FIG. N° 33 VISTA EN DETALLE DEL ALOJAMIENTO DEL RESORTE SOBRE EL CONTRAPESO Y EL EJE.	86
FIG. N° 34 RESORTE HELICOIDAL DE COMPRESIÓN CON PASO UNIFORME Y VARIABLE.....	87
FIG. N° 35 CONFIGURACIÓN DE UN RESORTE HELICOIDAL DE COMPRESIÓN.	88
FIG. N° 36 LONGITUDES DE LOS RESORTES DE COMPRESIÓN.....	90
FIG. N° 37 TIPOS DE EXTREMOS.....	91
FIG. N° 38 FUERZA VS. DESPLAZAMIENTO.	93
FIG. N° 39 RESORTE HELICOIDAL CARGADO AXIALMENTE Y SU “DCL”.....	99

FIG. N° 40 ESFUERZOS QUE ACTÚAN SOBRE EL ALAMBRE.....	99
FIG. N° 41 DISTRIBUCIÓN DE ESFUERZOS MÁS EL EFECTO DE LA CURVATURA.....	100
FIG. N° 42 ESFUERZO FLUCTUANTE.....	102
FIG. N° 43 CRITERIOS DE FALLA.....	103
FIG. N° 44 LEVA CILÍNDRICA AXIAL.....	109
FIG. N° 45 VISTA ISOMÉTRICA DEL ÁRBOL.....	118
FIG. N° 46 ESFUERZOS EN UNA SECCIÓN TRANSVERSAL DEL ÁRBOL.....	119
FIG. N° 47 DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE DEL ÁRBOL BAJO CARGAS ESTÁTICAS.....	123
FIG. N° 48 DIAGRAMA DE ESFUERZOS BAJO EL ESTADO DE CARGAS ESTÁTICAS.....	127
FIG. N° 49 REPRESENTACIÓN DE LOS DISTINTO CRITERIOS DE FALLA A LA FATIGA.....	130
FIG. N° 50 DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE DEL ÁRBOL DESBALANCEADO.....	131
FIG. N° 51 DIAGRAMA CARACTERÍSTICA DE LA TENSIÓN A LA FATIGA " SN " VS. LOS CICLOS DE VIDA " N ".	138
FIG. N° 52 DETERMINACIÓN DEL FACTOR DE CONCENTRACIÓN DE TENSIONES TEÓRICO " Kt ".	142
FIG. N° 53 DATOS TÉCNICOS DEL RODAMIENTO.....	151
FIG. N° 54 TIPO DE VARIACIÓN LINEAL DE LAS CARGAS ACTUANTES SOBRE EL RODAMIENTO.....	153
FIG. N° 55 MODELIZACIÓN DEL SISTEMA VIBRADOR.....	157
FIG. N° 56 DIAGRAMA DE ESFUERZOS DE CORTE Y MOMENTO FLECTOR DEL SISTEMA AUXILIAR N°1.....	164
FIG. N° 57 DIAGRAMA DE ESFUERZOS DE CORTE Y MOMENTO FLECTOR DEL SISTEMA AUXILIAR N°2.....	165
FIG. N° 58 DIAGRAMA DE ESFUERZOS DE CORTE Y MOMENTO FLECTOR DEL SISTEMA AUXILIAR N°3.....	165
FIG. N° 59 VISTA ISOMÉTRICA DEL CONJUNTO VIBRADOR, PINZAS DE SUJECCIÓN Y MOLDE.....	183
FIG. N° 60 ILUSTRACIÓN DESCRIPTIVA DE LA SITUACIÓN "A".	185
FIG. N° 61 ILUSTRACIÓN DESCRIPTIVA DE LA SITUACIÓN "B".	186
FIG. N° 62 ILUSTRACIÓN DESCRIPTIVA DE LA SITUACIÓN "C".	187
FIG. N° 63 MODELIZACIÓN DEL SISTEMA.....	188
FIG. N° 64 SISTEMA EQUIVALENTE MASA-RESORTE-AMORTIGUADOR.....	189
FIG. N° 65 COMPRESIÓN DE GAS MEDIANTE UN PISTÓN.....	190
FIG. N° 66 DIAGRAMA PARA LA DETERMINACIÓN DEL AMORTIGUAMIENTO EN %.....	199

ÍNDICE DE TABLAS

TABLA N° I DIFERENCIAS DE LAS CARACTERÍSTICAS ENTRE LOS MOLDES SOLDADOS Y ENSAMBLADOS.	33
TABLA N° II RELACIÓN ENTRE EL AVANCE AXIAL " ΔX " Y LA ROTACIÓN DEL CONTRAPESO MÓVIL " $\Delta\theta$ ".	85
TABLA N° III DIÁMETROS ESTÁNDAR PARA RESORTES.	88
TABLA N° IV FÓRMULAS PARA CALCULAR LAS DIMENSIONES DE LOS RESORTES DE COMPRESIÓN.	91
TABLA N° V PROPIEDADES MECÁNICAS DE ACEROS PARA RESORTES.	94
TABLA N° VI CONSTANTES "A" Y "M".	96
TABLA N° VII PROPIEDADES ASTM 232.	97
TABLA N° VIII RESISTENCIA A LA FATIGA PARA VIDA INFINITA (ZIMMERLI).	102
TABLA N° IX VALORES DE LAS CONSTANTES "A Y B" EN BASE A LAS UNIDADES DE "SU".	141
TABLA N° X CONSTANTES A UTILIZAR PARA LA DETERMINACIÓN DEL FACTOR DE TAMAÑO " fT ".	143
TABLA N° XI CONSTANTES "A Y B" SEGÚN EL TIPO DE PROCESADA QUE TENGA LA PIEZA.	144
TABLA N° XII LONGITUD Y MASA DE CADA TRAMO DEL EJE.	159
TABLA N° XIII RESOLUCIÓN DEL PRIMER MODO POR STODOLA.	174
TABLA N° XIV RESOLUCIÓN DEL SEGUNDO MODO POR STODOLA.	177
TABLA N° XV RESOLUCIÓN DEL TERCER MODO POR STODOLA.	180
TABLA N° XVI TABLA PARA SELECCIÓN DE LOS FUELLES DE AIRE.	196
TABLA N° XVII PARÁMETROS CARACTERÍSTICOS DE LOS DISTINTOS MODELOS DE FUELLES DE AIRE.	197
TABLA N° XVIII VALORES CARACTERÍSTICOS DE LOS DISTINTOS MODELOS PARA 6 (BAR).	198

1. Generalidades y Objetivos:

1.1) Antecedentes:

Los materiales para la construcción a utilizar en un Proyecto de Obra dependen no solo de cuestiones Técnico/Funcionales sino también del Costo de la Materia Prima, que representa uno de los factores más preponderantes al afrontar la inversión inicial del mismo, para lo cual los Bloques de Hormigón Pre-elaborado presentan las siguientes características:

- Bajo Costo de Producto (Aspecto Económico)
- Permiten elaborar la Obra con mayor rapidez gracias a sus dimensiones modulares, la ausencia de tiempos de encofrados y desencofrados de columnas, vigas, etc. Esto implica no solo un menor tiempo de ejecución sino también una recuperación rápida de la inversión realizada (Aspecto Funcional y Económico).
- Se necesita una menor cantidad de mortero, lo que implica un abaratamiento del costo de producción.
- Sus dimensiones modulares implican una menor cantidad de Juntas.
- Por constituir un Sistema modular permite computar todos los materiales en la etapa de proyecto con certeza. Donde las cantidades estimadas se aproximan a las reales utilizadas en la obra, permitiendo hacer una buena planificación de Materia Prima.
- Se obtiene un mayor rendimiento de la Mano de Obra, debido a la menor cantidad de movimientos que se debe hacer para levantar un metro cuadrado (1 m^2).
- Debido a la excelente terminación que presentan los bloques fabricados por vibrocompactación, es posible e inclusive recomendable, dejarlos a la vista, con el consiguiente ahorro en materiales y mano de obra correspondientes a las tareas de revoque y terminación.

Con lo cual hacen del mismo a uno de los materiales con mayores atributos para afrontar el proyecto/obra en cuestión. Siendo importante destacar que para satisfacer estas características como así también cubrir las necesidades y las exigencias cada vez más altas de los consumidores, es **necesario contar con una producción eficiente**, y en consecuencia la Industria Nacional de los Prefabricados de Hormigón desarrolla el ciclo productivo a partir del uso, “en general”, de equipos importados desde otros países. Lo que implica la **NECESIDAD** de un mercado Nacional que cubra sus necesidades, y en nuestro caso un gran incentivo para el desarrollo de la Máquina.

El corazón de la Producción de Bloques y Adoquines de hormigón Pre-elaborado es la “Máquina Bloquera” que lleva a cabo la etapa de **Moldeado-Compactación** del ciclo productivo, si bien la eficiencia de lo producido depende de la coordinación y buen funcionamiento de las distintas áreas, la Bloquera representa el eslabón más importante.

Por lo tanto, se tiene por objeto el diseño de una Máquina que cumpla satisfactoriamente con los requisitos de funcionalidad y calidad exigidos, y a un costo razonable que permita incentivar tanto a los pequeños como medianos productores a su adquisición y en consecuencia a su crecimiento en el rubro.

1.2) **Justificación Técnica-Económica**

La Industria Nacional de los prefabricados de hormigón está en constante evolución y progreso para lo cual debe contar no solo con equipos que se encuentren a la altura de cubrir y satisfacer sus necesidades y exigencias, sino también que estén al alcance de sus posibilidades, por lo tanto el desarrollo de un producto Nacional que cumpla con estas características resulta una necesidad inmediata para el crecimiento de la industria de los Prefabricados.

En la actualidad los grandes productores se encuentran equipados, “por lo general”, de máquina importadas que tienen un elevado costo de adquisición, es por ello que la existencia de un producto nacional que cubra sus exigencias y lo haga a un menor costo, permitiría ser una opción con mayor viabilidad para los pequeños y medianos productores.

1.3) Objetivos

1.3.1) Objetivos Generales:

Diseñar una Máquina Bloquera destinada a la producción seriada de Bloques y Adoquines de hormigón Pre-elaborado, cumpliendo con los requisitos de funcionalidad y calidad exigidos, respaldando su desarrollo por la vasta experiencia en el rubro con las máquinas existentes.

1.3.2) Objetivos Específicos:

La fabricación de Prefabricados de hormigón consiste de varias etapas que conforman el Ciclo productivo, de las cuales en el presente trabajo analizaremos la fase fundamental del ciclo, que consiste en el proceso de **Moldeado/Compactación**, desarrollado por la Máquina Bloquera.

El funcionamiento de la máquina se debe a la coordinación de distintas fases, de las cuales estudiaremos, analizaremos y diseñaremos:

- ✓ El “Sistema de Vibrado”, responsable en gran parte de la calidad de los productos derivados de cada ciclo.
- ✓ La “Dosificación de la Mezcla”, tanto de la tolva de la máquina al carro alimentador, como de este último al molde de la máquina.
- ✓ La “descarga y alimentación” de bandejas para los productos de cada ciclo.

No obstante, de las fases que hemos nombrado, por cuestiones de tiempo y de la extensión permitida para el desarrollo del trabajo **solo analizaremos y estudiaremos el Sistema de Vibración-Compactación**. De esta manera buscamos contemplar el estudio sobre el sistema de mayor preponderancia hacia la satisfacción de nuestros clientes.

Sin embargo, en la continuación de este proyecto, sería apropiado el estudio y análisis de los sistemas nombrados con anterioridad para poder así completar el estudio de los sistemas de mayor relevancia de la máquina.

1.4) **Introducción acerca de la Producción de Productos de Hormigón Pre-elaborado**

1.4.1) **Introducción**

A principio de siglo XIX, en Inglaterra, se origina uno de los grandes avances en el campo de la construcción, la fabricación de bloques de concreto. Estos bloques eran sólidos sumamente pesados en los que se utilizaba “CAL”¹ como elemento cementante. La introducción del Cemento Portland² y su uso intensivo, abrió nuevos horizontes a este sector de la Industria. A principio de siglo XX aparecieron los primeros Bloques Huecos para muros, su ligereza como así sus múltiples ventajas significaron un gran adelanto en el área de la construcción.

Actualmente las unidades de concreto/hormigón se producen prácticamente en todos los países del mundo, debido a su alta calidad y a la demanda de materiales económicos de construcción.

Una variedad de materias primas pueden ser utilizadas para producir unidades de concreto/hormigón, en diferentes cantidades, tamaños y formas. Todos estos se pueden producir en una misma planta con sólo cambiar el molde de la máquina Bloquera.

1.4.2) **Utilidades de los Productos de Hormigón Pre-Elaborado**

La Tecnología Constructiva en Casas, Muros y en las diversas Estructuras Edilicias hoy por hoy se ha diversificado ampliamente. Las opciones son muchas, se pueden levantar desde paredes metálicas que se arman con el ensamble de sus partes hasta muros de plásticos que se pueden lavar con agua y jabón. Por lo tanto, gracias al avance de las técnicas constructivas, las opciones son mucho más amplias para todo tipo de proyecto que se esté diseñando.

¹ Cal: es un término que designa todas las formas físicas de en la que pueden aparecer el óxido de calcio (CaO). Ref: (https://es.wikipedia.org/wiki/%C3%93xido_de_calcio)

² Cemento Portland: es el cemento más utilizado como aglomerante para la preparación del hormigón, se obtiene por la pulverización del clinker portland con la adición de una o más formas de yeso (sulfato de calcio). Ref: (<https://es.wikipedia.org/wiki/Cemento>)

No obstante el uso de productos de hormigón pre-elaborado (Adoquines, Bloques, Tejas y Tubos) resulta muy “**Atractivo**” desde distintos puntos de vista como lo son: sus superficies, los diseños atractivos, tiempos de producción reducidos y bajo coste de mantenimiento, entre otros. Estos resultan factores esenciales para la elección del material por parte por parte de los usuarios finales.

Analizando los **beneficios** que se adquieren al construir con bloques de hormigón se destacan los siguientes ítems:

- Amplias posibilidades Expresivas de Diseño y Fácil Ejecución:

Si bien las posibilidades expresivas y estéticas están limitadas sólo a la imaginación del proyectista, la utilización de estos productos podría considerarse como una de las primeras opciones al poder contar con una variada gama de colores, diversidad de formas y texturas superficiales para su uso tanto en interior como exterior. Además por su tamaño, relativamente grande que proporciona un elevado rendimiento constructivo (aproximadamente 30 m²/día).

- Ahorro de Costos:

La Construcción con bloques de hormigón presenta ventajas económicas, en comparación con cualquier otro sistema constructivo tradicional, debido a la rapidez, exactitud y uniformidad de las medidas de los bloques, resistencia y durabilidad, desperdicio casi nulo y sobre todo, por constituir un sistema modular, lo que permite computar los materiales con gran certeza en la etapa de Proyecto.

- Resistencia a la Compresión:

Poseen la suficiente resistencia mecánica para asegurar la correcta transmisión de cargas y garantizar su durabilidad.

Las nombradas son algunas de las características alcanzadas con el uso de los Productos de Hormigón Pre-Elaborado, estas características a nivel funcional y técnico permiten hacer una comparación con el resto de los materiales existentes para la construcción.

1.4.3) Parámetros Importantes en la Fabricación de los Prefabricados

Si bien, en el presente escrito, se tiene por finalidad describir todo lo involucrado al desarrollo de la Máquina Bloquera, resulta importante revisar algunos de los parámetros que intervienen en la fabricación de Productos de Hormigón Pre-Elaborados, permitiendo involucrar y satisfacer a cada uno de ellos en el desarrollo de su Diseño.

Sin extendernos en demasía podemos decir que, como hacía cualquier tipo de producto que existe en el mercado, las exigencias por parte de los consumidores hacía la satisfacción y superación de expectativas por el producto adquirido, hace que la fabricación del mismo este orientada principalmente al cumplimiento de las mismas, y en consecuencia toman mayor relevancia los parámetros involucrados en las cualidades finales del producto.

Así, en el caso de la fabricación de Bloques de Hormigón, se prioriza satisfacer las siguientes cualidades:

1. Resistencia
2. Impermeabilidad
3. Durabilidad
4. Estética

A fines de producir un producto de calidad, que contenga estas cualidades, será importante estudiar minuciosamente cada una de las etapas de la fabricación del bloque, a fines de no solo satisfacer las cualidades manifestadas sino también de contar con un eficiente ciclo productivo.

1.5) Ciclo Productivo de la Fabricación de los Prefabricados de Hormigón

El ciclo productivo consiste de diversas etapas, desde la selección de Materia Prima hasta el proceso de Almacenaje de los pallets³ con los productos terminados, a continuación desarrollaremos brevemente cada una de ellas.

Esquemáticamente una planta de Producción de Productos Prefabricados de Hormigón puede representarse de la siguiente forma:

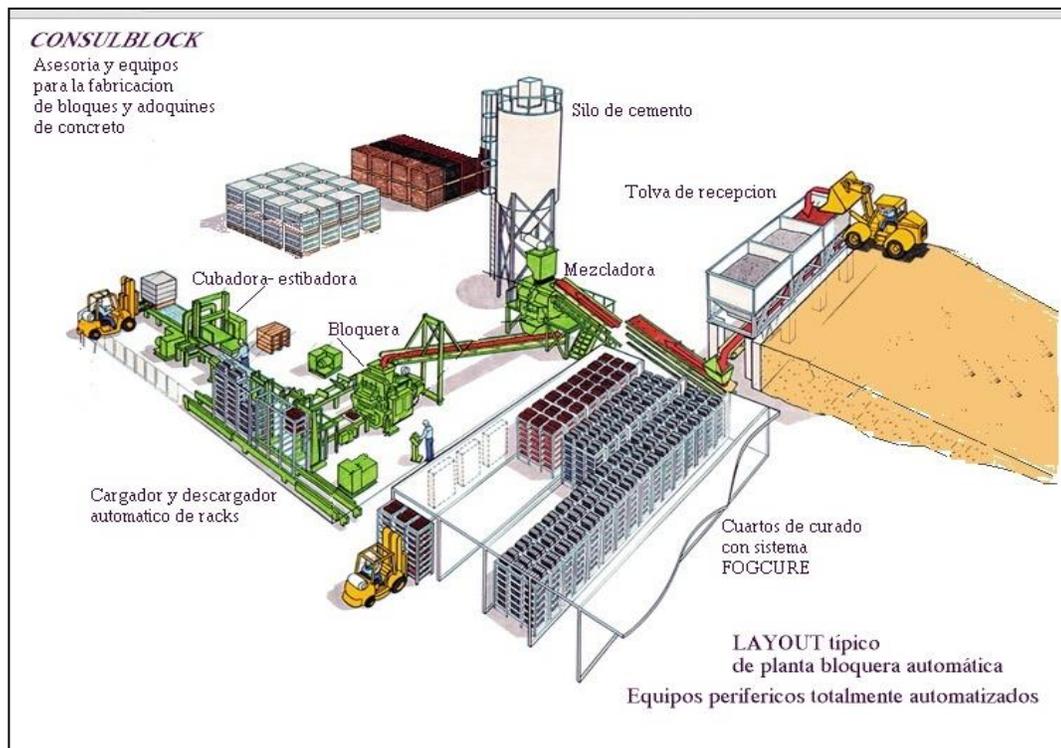
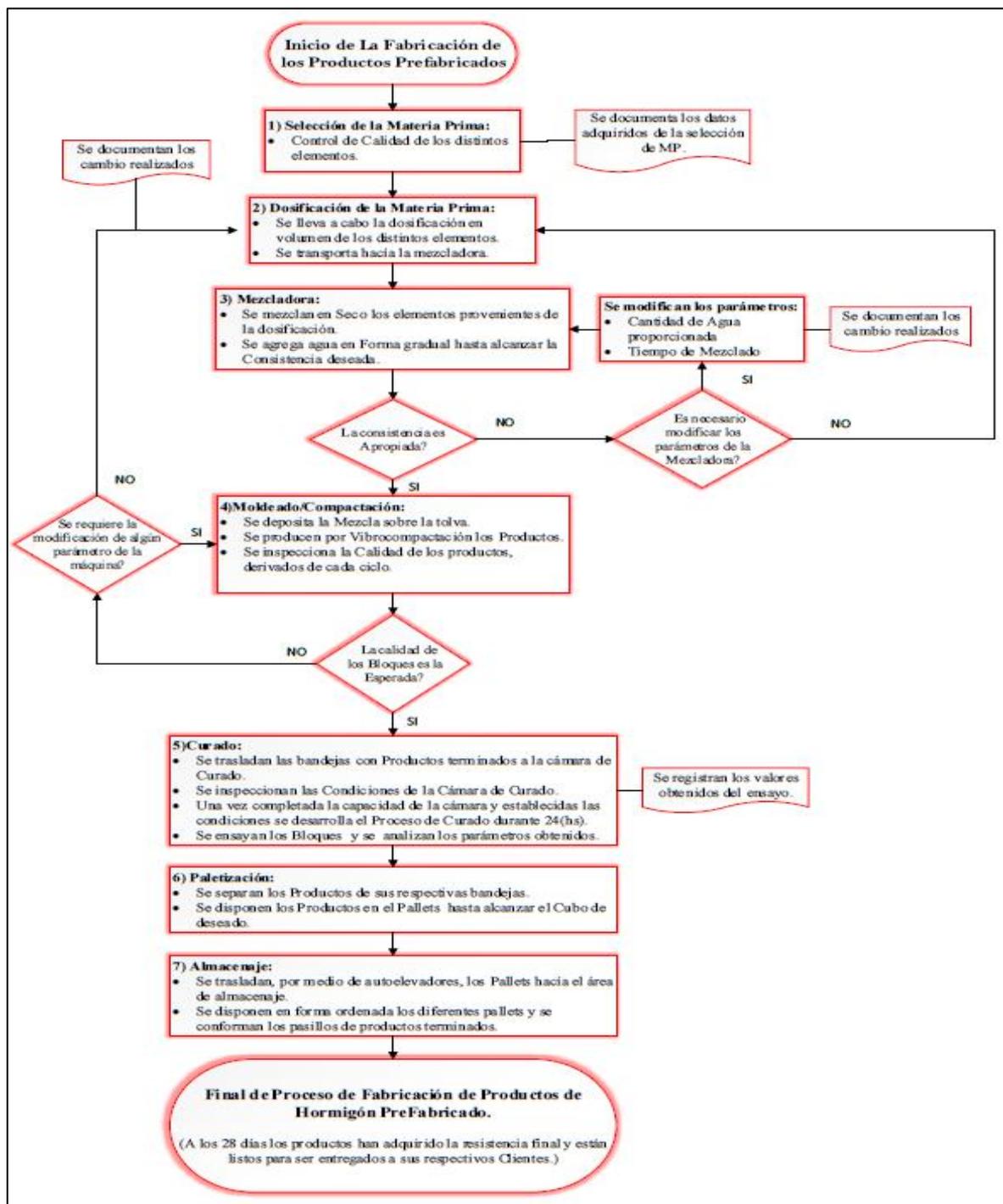


Fig. N° 1 Esquema del Ciclo Productivo de Bloque de Hormigón (Gentileza de Consulblock)

³ **Pallets:** Es una plataforma generalmente de madera, que permite el agrupamiento de mercancías sobre ella, constituyendo una unidad de carga.

Ref:(http://servicios.educarm.es/templates/portal/ficheros/websDinamicas/30/el_pallet.pdf)

En forma resumida, el ciclo productivo responde al siguiente diagrama de flujo⁴:



⁴ **NOTA:** El diagrama de flujo se podrá visualizar de mejor forma en la documentación adjuntada al final del escrito (Anexo-Diagramas).

La primera etapa comienza por una correcta [Selección de Materia Prima](#), donde el diseño de la mezcla es uno de los factores más importantes, ya que los resultados a nivel estructural como así también de otros tipos de cualidades del bloque se deben en gran parte a ella.

A modo introductorio podemos decir que los bloques de Hormigón Pre-elaborado consisten en la combinación de **Cemento, Agua y los Agregados**, considerando como **Agregados** a la suma o masa formada por un conjunto de partículas⁵ que constituye aproximadamente el 93% del hormigón en el Bloque.

Por otra parte la relación de **Agua/Cemento** es una variable esencial, ya que en función de su valor no solo se modifican las cualidades técnicas/funcionales del producto terminado sino también de sus aspectos cualitativos como lo es su estética.

El diseño de la mezcla también influye en la eficiencia del ciclo productivo, en la cual gracias a la actuación del agua sobre las partículas de cemento, es posible aprovechar plenamente el potencial de hidratación del cemento y conseguir tiempos de fraguados más cortos.

La relación de Agua/Cemento influye considerablemente en diversos aspectos, pudiéndose decir que una menor relación se obtiene:

- ✓ Mayor Resistencia.
- ✓ Mayor Durabilidad y Resistencia a los agentes Agresivos.
- ✓ Mayor Impermeabilidad.
- ✓ Menores cambios volumétricos.
- ✓ Menor tendencia a la segregación o exudación del agua (“Bleeding”).
- ✓ Mayor homogeneidad del Hormigón.

Además otra de las consideraciones a tener presente es el costo que representa la Materia Prima en el valor final del producto, pudiéndose decir que aproximadamente el costo de la Materia Prima representa del 65 a 70 % del costo final del Producto y que a su vez el Cemento representa el 70% del costo de la Materia Prima, por lo tanto el 49%

⁵ Los agregados que conforman parte de la mezcla son **Agregados Pétreos**, en particular la **grava y la arena**.
Ref:(http://www.aulatecnologia.com/ESO/TERCERO/teoria/petres/materialesconstruccion.htm#Materiales_pétreos)

del costo del producto se debe al Cemento, en consecuencia es de vital importancia una buena graduación de agregados a fines de hacer posible un ahorro de cemento.

Una vez que contamos con la materia prima seleccionada podemos confeccionar la mezcla a partir de llevar a cabo la segunda etapa involucrada en el Ciclo Productivo, la [“Dosificación y Mezclado”](#), en la cual se recomienda que la Dosificación de la Materia Prima sea por Volumen y no en Peso, disminuyéndose las pequeñas variaciones que podrían surgir por la absorción de agua de los distintos agregados.

Además un contenido variable de humedad en la arena suministrada o la acumulación de agua en el fondo de las tolvas de almacenamiento pueden dar lugar a resistencias en fresco insuficientes y alterar el pequeño equilibrio entre la mezcla y la máquina.

Los Agregados son trasladados desde las tolvas de almacenaje (silos) hasta la mezcladora conforme se vaya necesitando y en función del volumen a producir se proporciona también el Cemento (1), se alimenta a la “Mezcladora” por su parte superior y se lo mezcla en seco por varios minutos. Luego se agrega agua a la mezcla seca en forma gradual hasta alcanzar una proporción tal que cumpla con la relación de agua/cemento preestablecida. Aditivos de cohesión, repelentes al agua y pigmentos o colorantes, también se agregan en este paso. Después de un tiempo de mezclado la consistencia es revisada y si es necesario, se agrega más agua. Una vez alcanzada la homogeneidad requerida, la mezcla se descarga por la parte inferior de la mezcladora a una cinta transportadora que se vincula a la tolva de la máquina bloquera, y se deposita en ella.



Fig. N° 2 Mezcladora de Turbina

Finalizada la preparación de la mezcla y ya depositada en la tolva de la máquina, entra en acción la tercera de las etapas del ciclo de producción, que consiste en la etapa de “[Moldeado y Conformación](#)” del producto terminado⁶.

Si bien el desarrollo de este escrito consiste en el análisis y estudio exhaustivo de esta etapa del ciclo productivo, a continuación en pocas palabras describimos las fases involucradas en esta etapa (no obstante, más adelante trataremos por separado y en forma detallada a cada una de estas).

En lo que respecta al Moldeado/Conformación, podemos decir que existen diversos medios (Máquinas) a partir del cual se la puede llevar a cabo, si bien más adelante desarrollaremos los tipos existentes de máquinas, con sus respectivas características, podemos decir a grandes rasgos que la capacidad de producción y el nivel de automatización de la máquina deberá ir de la mano con las capacidades disponibles del resto de la planta, que se podrá optar por uno u otro tipo de máquina en función de las prestaciones deseadas.

Independientemente que existan distintos tipos de máquinas, el principio de funcionamiento y las fases involucradas en ella son las mismas, es por ello que a continuación las describiremos en forma breve a cada una de ellas.

⁶ Con la finalidad de una mejor interpretación de fase, del ciclo productivo, dejo adjunto un link donde se podrá observar un vídeo con las etapas correspondiente a esta fase.
Ref: <https://www.youtube.com/watch?v=oiZxzDGo8EA&feature=youtu.be>



Fig. N° 3 Máquina Bloquera Fija – Producción Automática (Gentiliza-Compañía Poyatos)

En un principio se alimenta, desde la tolva de almacenaje, el carro alimentador de la máquina, con una cantidad de mezcla que dependerá del volumen del molde que se desee llenar (esta será función del producto que se desee producir y de la cantidad que se dispongan en ese molde), en el mismo instante se dispone por debajo de la base del molde, la bandeja sobre la cual se apoyan los productos terminados. Una vez lleno el carro alimentador y dispuesta en su lugar la bandeja, se procede al llenado/alimentación del molde, sobre el desarrollo de esta fase el carro alimentador es agitado por medio de un mecanismo de biela-manivela y la base del molde se somete a la primera fase de vibrado, favoreciendo con ambos movimientos a un mejor llenado. Terminado el periodo de alimentación del molde se retira el conjunto de alimentación. En ese mismo instante se inicia la fase de Compactación/Vibrado de la mezcla, a partir del cual se alcanza la conformación del producto. En ella descende el Pison del Molde hasta una altura preestablecida (haciendo contacto con la mezcla) y se somete a la base del molde a la segunda etapa de vibrado, en la cual por un lapso aproximado de **2 a 5 segundos** (10 como máximo) se alcanza la altura final del producto y se finaliza la fase de compactación/vibrado.

En ese instante se procede a la fase de Desmolde, en la cual en una primer instancia se descomprime el pisón y luego se mueve la base del molde hacía arriba produciendo el desmolde. Una vez que la base supera la altura de los productos y llega a una altura determinada se procede al retiro de la bandeja y en forma conjunta el pisón se desplaza en forma ascendente a su posición inicial. Allí comienza nuevamente el ciclo, la base desciende hasta hacer contacto con la nueva bandeja y una vez en posición el carro comienza el nuevo llenado.

(VER VIDEO: www.youtube.com/watch?v=oiZxzDGo8EA&feature=youtu.be)

Los productos terminados, que se encuentran depositados sobre la bandeja, se trasladan por medio de rodillos hacia una estructura sobre la cual se depositan las bandejas, las misma se acomodan separadas unas de otras, en forma de estantería, hasta alcanzar la cantidad máxima de bandejas permitidas en esa estructura (denominada en inglés como “RACK”), y se dirigen hacía la quinta etapa del ciclo, “El Curado”.



Fig. N° 4 Estructura tipo RACK para el traslado de los Productos (Gentiliza-Compañía Poyatos)

Con el desarrollo de este ciclo, los productos terminados adquieren las propiedades estructurales iniciales deseadas, alcanzando los niveles de resistencia requeridos.

Los productos provenientes de la máquina, “en estado fresco”, se depositan sobre una Cámara de Curado (conocida como “Kiln”, por sus siglas en inglés), en la cual se tendrá depositada una cierta cantidad de bandejas con productos terminados, una vez que la

cámara se encuentra con la máxima capacidad, se procede a la inserción de calor y vapor.

Al desarrollarse este proceso se produce una reacción química entre el cemento y el agua denominada “Hidratación”; para que se desarrolle en forma completa y en un tiempo relativamente corto se someten los productos terminados a un ambiente controlado de temperatura y humedad que asegure las condiciones favorables de “Fraguado”⁷. Estas condiciones son:

- Humedad relativa de 100%, es decir que el aire debe estar saturado en vapor de Agua.
- Temperatura entre 55° y 85°C

Este proceso contiene diferentes fases (se podrán observar en la siguiente figura) que deberán ser respetadas a fines de alcanzar resultados óptimos al final del proceso. En un principio cuando el recinto lleno se cierra, se inicia la fase del “prefraguado” o “precurado”, el mismo resulta muy importante debido a que el fraguado inicial del hormigón es muy lento. El período debe ser de 2 a 5 hs, en la cual la duración del mismo dependerá de varios factores como el tipo de agregado, tipo de cemento y de la estación del año.

Durante el mismo es cuando comienza la reacción inicial entre la pasta de agua y el cemento, si esta reacción es interrumpida al aplicar calor repentinamente, puede que se formen pequeñas grietas y que la unidad se vuelva frágil. Se recomienda mantener la carga por debajo de los 21°C durante este intervalo de tiempo.

Una vez finalizada dicha fase, se comienza con el aporte de calor en forma gradual y controlada, aproximadamente a las 7,5 (hs.) de comenzado el ciclo se alcanza la temperatura deseada, allí se mantiene esa temperatura en el recinto en un lapso de 1,5 a 2(hs.) y luego comienza a descender la temperatura en forma gradual. Siendo recomendable que tanto el incremento como el descenso de temperatura sea aproximadamente de 33°C por hora.

⁷ El fraguado es el proceso de endurecimiento y pérdida de plasticidad del hormigón, producida por la desecación y la recristalización de los hidróxidos metálicos (procedentes de la reacción química del agua de amasado) con los óxidos metálicos presentes en el clinker que componen el cemento.

Ref:(<https://es.wikipedia.org/wiki/Fraguado>)

Las distintas fases existentes en el periodo de Curado se pueden observar en la siguiente figura:

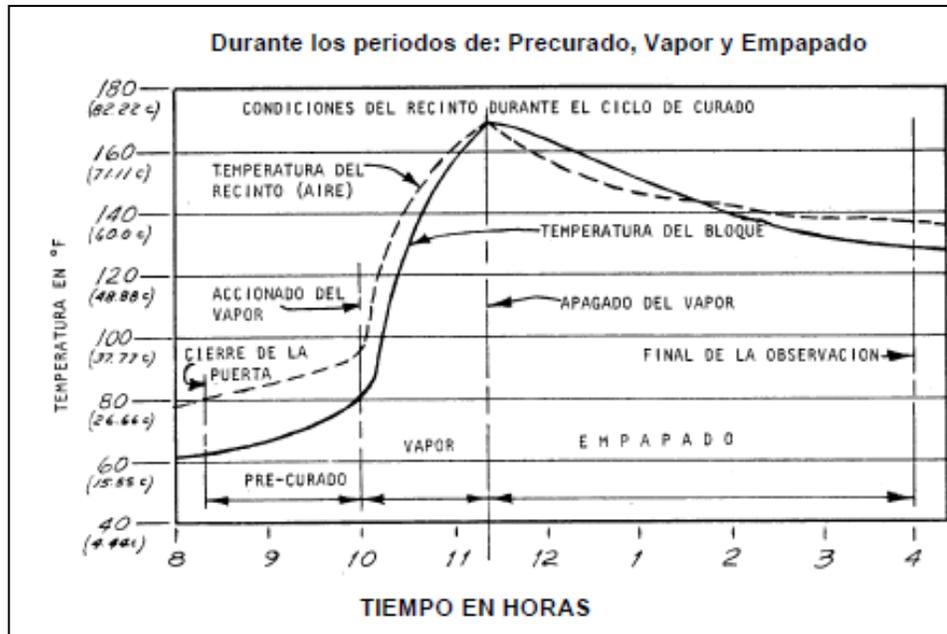


Fig. N° 5 Etapas del proceso de Fraguado (Gentiliza-Compañía Besser)

En algunos climas cálidos, el calor generado por el proceso químico del fraguado del cemento, llamado "Calor de Hidratación", es suficiente para elevar la temperatura al nivel deseado sin utilizar vapor.

Todo el proceso de curado dura normalmente unas 24 (hs.), pero puede ser acortado a través de ajustes en el diseño de la mezcla y las temperaturas de Curado. Los prefabricados de hormigón generalmente alcanzan el 90% de su fortaleza final de dos a cuatro días después de su fabricación.



Fig. N° 6 Cámara de Curado Gentiliza-Compañía Quadra)

Finalizado el proceso de curado se procede al retiro de las bandejas por medio de un auto elevador y se los traslada hacía la sexta etapa que corresponde a la Paletización⁸ de los Productos Terminados, en la cual en un principio se retiran los productos de sus respectivas bandejas y luego por medio de una paletizadora (en caso que la planta cuente con ella) o bien en forma manual se acomodan los productos terminados sobre un pallet de madera.



Fig. N° 7 Paletizadora-Cubadora de los Productos Terminados

En la actualidad existen dos dimensiones de Pallet a utilizar, por un lado el de menor superficie de planta de 1000mmx1200mm y por otra parte el de mayor superficie de

⁸ La **Paletización** o entrega paletizada, es la entrega realizada haciendo uso del pallet estándar, con el objeto de agilizar los procesos de recepción, manipulación y entrega de los productos a través de la cadena de abastecimiento. (Ref: <http://www.ingenieriaindustrialonline.com/herramientas-para-el-ingeniero-industrial/log%C3%ADstica/paletizaci%C3%B3n/>)

1200mmx1200mm, en ambos casos la altura máxima es de 1000mm a 1200mm y por lo tanto en el caso de los bloques que tienen una altura normalizada de $h=190\text{mm}$ la cantidad de filas dispuestas en ambos casos será de cinco (5) o seis (6) filas. No obstante la cantidad de productos en cada fila dependerá del tamaño y de la disposición de los productos que se estén apilando.

A fines de manifestar cuantitativamente la cantidad de productos que se disponen en un pallet, tomando como referencia un Bloque Portante de 20 (400x190x190) decimos que:

$$\begin{aligned} \checkmark \text{ Pallet de } 1000 \times 1200 \times 1000 &\longrightarrow 15 \left(\frac{\text{Bloques}}{\text{fila}} \right) \times 6(\text{filas}) = 90 \left(\frac{\text{Bloques}}{\text{Palet}} \right) \\ \checkmark \text{ Pallet de } 1200 \times 1200 \times 1000 &\longrightarrow 18 \left(\frac{\text{Bloques}}{\text{fila}} \right) \times 6(\text{filas}) = 108 \left(\frac{\text{Bloques}}{\text{Palet}} \right) \end{aligned}$$

El uso de una máquina, para el desarrollo de la misma, resulta de vital importancia a fines de contribuir con la eficiencia del ciclo productivo. Pero al ser una etapa que puede desarrollarse manualmente, aquellas empresas que se inician en el rubro suelen prescindir de sus servicios al principio y reemplazarlo por el uso de personal; pudiendo justificar esta decisión por la gran inversión inicial que se debe hacer para el resto de las etapas de mayor preponderancia en el ciclo productivo.

Además es una de las etapas que no afecta a la calidad del producto en sí, en consecuencia es otra de las razones por la cual se la suele obviar en un principio. Pero es importante tener presente que una vez que se haya recuperado la inversión inicial y que el volumen de producción de la planta lo amerite, será de vital importancia contar con los servicios de una paletizadora a fines de mejorar en la eficiencia de la planta.

Para finalizar el ciclo productivo debemos destinar los pallets ya conformados hacia la zona de almacenamiento de la planta, en la cual deberán permanecer al menos unos 28 días a fines de adquirir las propiedades de resistencia requeridas.



Fig. N° 8 Almacenamiento de los Pallets con Bloques Terminados (Gentileza-Compañía Quadra)

Durante el período de almacenaje los productos de hormigón prefabricado van adquiriendo más resistencia hasta alcanzar los valores finales preestablecidos por la norma IRAM N° 11561-2:1997 (si bien no pude obtener la norma, los valores que ella establece se pueden ver en un documento que adjunto al final del escrito-Anexo Apuntes / Capítulo 6: Calidad de los compuestos de la Mampostería), que certifica la calidad de los productos de Bloques de Hormigón y establece que en caso de los bloques huecos portantes de hormigón de tipo III (clase de bloque que exige la menor capacidad de resistencia), la resistencia media mínima a la compresión, medida sobre 9 probetas, debe ser **no menor a 5.0 (MPa)** y ninguno de los 9 valores tomados debe ser menor que 4.0 (MPa).

En la siguiente imagen podrá observarse la variación de la resistencia del hormigón con el paso del tiempo, en días. En los bloques gran parte de la resistencia se adquiere en el proceso de Curado, no obstante con su envejecimiento los mismos van adquiriendo un poco más de resistencia.

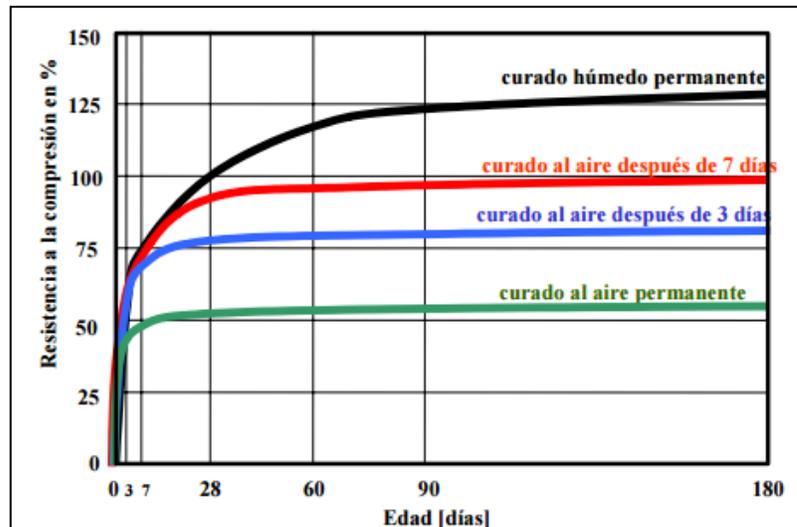


Fig. N° 9 Variación porcentual de la Resistencia del Hormigón en el Tiempo⁹

Independientemente de las condiciones de Curado del hormigón se puede observar que después de los 28 días el valor de la resistencia se vuelve constante, en consecuencia una vez finalizada dicha cantidad de días, los productos están listos para ser despachados a los respectivos clientes.

Conclusión:

Hemos podido describir brevemente cada una de las etapas pertenecientes a la fabricación de Productos de Hormigón Prefabricado, si bien podríamos profundizar y desarrollar en forma exhaustiva a cada una de ella, no sería en este caso el objetivo del trabajo. Siempre es importante entender el ciclo de producción a fines de proveer una máquina que se complemente con el resto, **en el desarrollo del trabajo estudiaremos en forma completa todo lo referido al ciclo de Moldeado y Conformación, pudiendo considerarse a la Máquina Bloquera como el corazón del Ciclo Productivo.**

⁹ Esta imagen es proporcionada por los manuales de procedimiento, de la empresa Besser Company.

1.6) Breve reseña histórica acerca de la producción de Bloques de Hormigón

Harmon Palmer inventó la máquina de hacer bloques de hormigón en 1900. Su equipo utilizó moldes con núcleos extraíbles laterales y ajustables, principios que aún se utilizan en las máquinas modernas. Palmer hizo mejoras, incluyendo los lados plegables del molde que facilitan la eliminación de los bloques terminados.

En 1909, Herman Besser inventó un mecanismo a partir del cual se suministraba energía para la compresión del hormigón en los moldes de las máquinas de bloques, favoreciendo una calidad más consistente, eliminando el apisonamiento a mano. En 1939 la empresa Besser introdujo la vibración de apisonamiento, que mejora aún más la calidad y reduce el desgaste del aparato en el apisonado.

Originalmente, las máquinas de fabricación de bloques se establecían en un lugar de trabajo, haciendo suficientes bloques de hormigón para completar el trabajo a mano, y luego se los movía al siguiente lugar. Esta práctica todavía se sigue con pequeñas máquinas manuales en los países subdesarrollados. En los países desarrollados, los bloques se hacen en áreas comerciales con máquinas automatizadas y son enviados al sitio de trabajo.

Las modernas máquinas de fabricación de bloque cubren una amplia gama de tipos y precios. Pero todos ellos trabajan en los mismos principios básicos. El hormigón húmedo se vierte en moldes de bloque y es comprimido por apisonamiento. Los bloques frescos son liberados de los moldes y salen a la máquina para el endurecimiento, que se produce a través del secado bajo condiciones controladas. A continuación, los bloques se curan y luego se almacenan hasta dos semanas antes de ser utilizados.

1.6.1) Tipos de Máquinas para su Producción

1.6.1.1) Máquinas Manuales:

Las máquinas manuales para la fabricación de bloques de hormigón, se producen y utilizan en casi todo el mundo, principalmente para bajas producciones. Estas máquinas hacen uno o dos bloques a la vez y pueden producir de 300 a 600 bloques por día.

Las máquinas modernas manuales utilizan un vibrador accionado por un motor eléctrico o un motor a diesel pequeño. El vibrador funciona con un pisón de mano, bombeado o motorizado de manera hidráulica para comprimir los bloques de hormigón. El hormigón se mezcla y se vierte en los moldes a mano, y los bloques acabados se retiran de la máquina sobre una plataforma para el secado y el curado. Estas máquinas pueden ser desmontadas y trasladadas de un lugar de trabajo a otro. Pesan alrededor de 454 (kg.) (1.000 libras) cuando están montadas para hacer el trabajo.

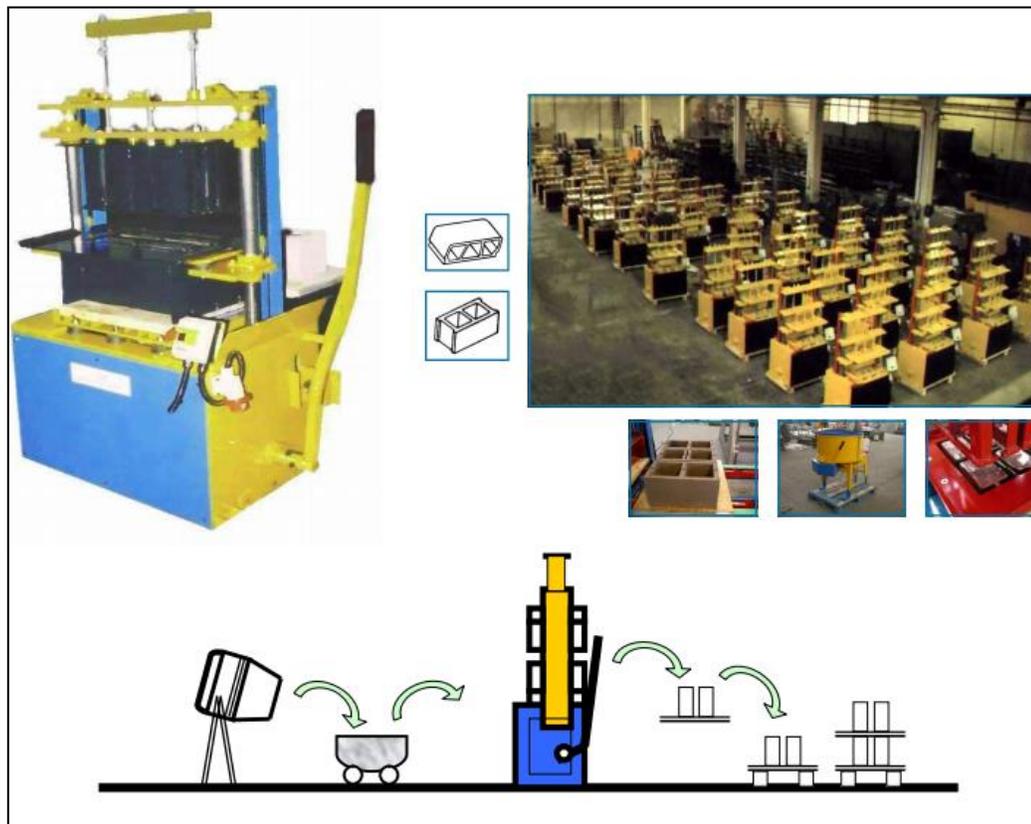




Fig. N° 10 Maquinas Bloqueras Manuales (Gentileza. Compañía TBlock)

1.6.1.2) Máquinas Automáticas / Semi-Automáticas:

En los países desarrollados, las máquinas de bloques de hormigón estacionarias son dispositivos altamente automatizados que se utilizan en áreas para producir miles de bloques por día. La mayoría de los modelos ofrecen una mezcla de los ingredientes controlada y la fabricación de bloques computarizada, lo que permite producir una gran variedad de ladrillos de hormigón y bloques en una sola máquina. Debido a su automatización, estas máquinas se pueden operar con poco personal.

Las máquinas automáticas de fabricación de bloque se producen en los Estados Unidos, Europa y Asia. Estas máquinas incorporan procesamiento por lotes automatizado y mezcla de hormigón, una producción automatizada de 3 (tres) a 18 (dieciocho) bloques a la vez por ciclo, transportadores y equipos de manipulación de los bloques terminados, y la capacidad de producir diferentes tipos de bloques huecos y sólidos, bloques de pavimentación, encintado y otros productos especiales de bloques de hormigón.

Existen diversos tipos de máquinas automáticas, que si bien funcionan bajo el mismo principio, difieren en un amplio rango de características. A grandes rasgos las máquinas bloqueras automáticas se clasifican en primer medida en **Máquinas Estacionarias/Fijas** o bien en **Máquinas móviles** (como en el caso de Ponedoras o Multi-Layers).

En el caso de las **Máquinas Ponedora** el principio de funcionamiento es el mismo que en las máquinas fijas, a diferencia que una vez finalizada la etapa de Conformación/Moldeado los productos terminados no se depositan sobre una bandeja sino que lo hacen sobre una pista de hormigón. Luego avanza en forma longitudinal, en forma lineal por la pista, una cierta distancia para proceder con el siguiente ciclo productivo, es importante destacar que la pista sobre la cual se apoyan los productos terminados posee una cierta cantidad de fluido desmoldante o bien una capa de arena fina a fines de evitar que los productos frescos se adhieran posteriormente al mismo.



Fig. N° 11 Ciclo productivo de una Máquina Ponedora (Gentileza-Compañía Rometa)

Como se observa en la figura, la dosificación de la mezcla a la máquina no es por medio de una cinta transportadora fija, sino que puede ser por medio del uso de un autoelevador que va depositando la mezcla en la tolva conforme como avanza en su producción o bien con la utilización de un pórtico que moviliza la tolva con mezcla fresca a ciertas posiciones por donde pasará la máquina en su ciclo productivo.

La relación Inversión/Productividad, con el uso de estas máquinas, sigue siendo al día de hoy el método de producción más económico y eficiente para

la fabricación de bloques de hormigón Pre-Elaborado, no obstante es importante aclarar que la calidad de los productos derivados de esta es menor que los obtenidos por las máquinas fijas.

Entre algunos de los representantes más reconocidos de fabricación de estas máquinas podemos nombrar a **ZENITH, HESS, HENKE y AME** entre otros.

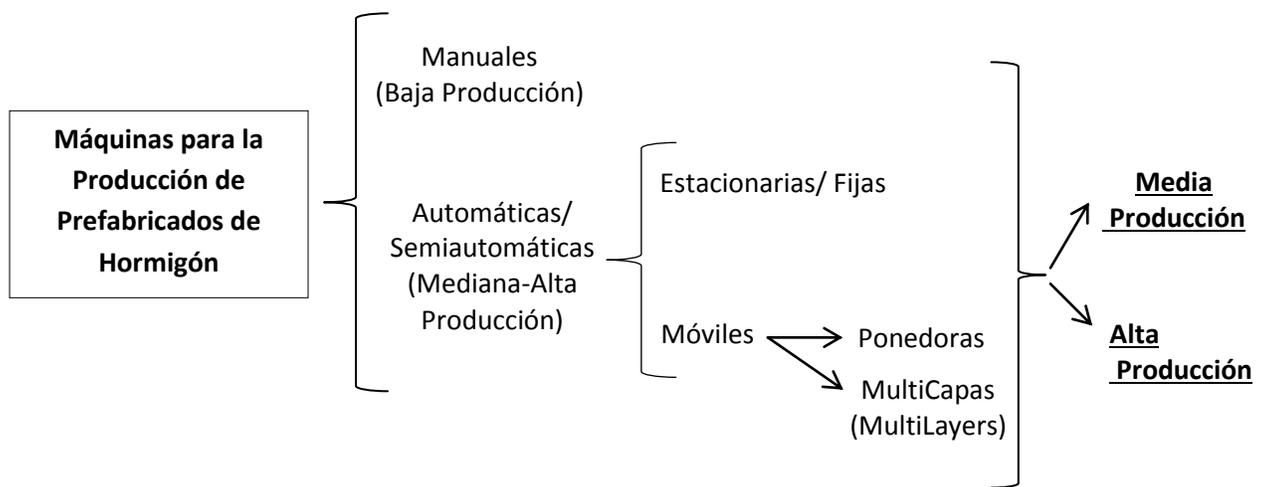
Por otra parte, para una elevada Producción de Adoquines se suelen utilizar las **Máquinas Bloqueras MultiCapas** (o conocidas por sus nombre en inglés como MultiLayers). En ellas una vez finalizado el proceso de conformación de los adoquines, los mismos se depositan en forma de Capas por encima de la producción anterior hasta que se alcanza una altura determinada. En el caso de las máquinas móviles una vez que se alcanza una determinada cantidad de capas (suele variar de 5 a 7 capas) la máquina deposita el cubo con productos terminados sobre el suelo y avanza en forma longitudinal hacía adelante a fines de producir otro cubo con la misma cantidad de capas. Entre capa y capa se deposita arena fina para evitar que los productos se adhieran unos a otros.



Fig. N° 12 Máquina MultiLayer (Gentileza-Compañía Zenith)

En ambos casos una de las desventajas del uso de máquinas móviles es la necesidad de contar con grandes extensiones de suelo para ir depositando los productos terminados, lo que implica un factor limitante de producción, por otra parte en algunas máquinas es necesario contar con medios móviles que vayan depositando la mezcla mientras la máquina avanza y ello implica contar con otro medio más en el ciclo productivo.

Podemos resumir los tipos de Máquinas existentes a partir del siguiente cuadro:



Las máquinas automáticas fijas se pueden clasificar según el tipo de molde que utilicen, por un lado existen las máquinas que usan **Moldes Soldados/Fijos** y por otra parte las máquinas que contienen **Moldes Armados/Ensamblados**.

A grandes rasgos podemos decir que las máquinas de origen Norteamericano utilizan moldes ensamblados mientras que las máquinas de otra procedencia (Europeas, Latinoamericanas, Asiáticas) usan por lo general moldes soldados.

En el caso del primero la conformación del molde se da por la unión soldada de sus diferentes partes y se lo utiliza hasta que uno de sus componentes de desgaste (Placas Interiores, Noyos y Pisones) solicite el cambio. Por otra parte en los Moldes Ensamblados las partes de desgaste se vinculan al bastidor principal del molde (Larguero, Placa Madre) en forma de encastre o bien por medio de uniones con bulones, pernos, tuercas, etc.

En ambos casos, el Molde está compuesto por dos Conjuntos Principales, por un lado la Base del Molde (Hembra) sobre la cual se deposita la mezcla que posteriormente se compactará, donde la geometría de sus componentes interiores son los responsables de la geometría del Producto Final. Por otra parte tenemos el Cabezal del Molde (Pison/Macho) que será el encargado de llevar a cabo la compactación de la mezcla.

Para ser un poco más descriptivo, a continuación se exponen ambos moldes, indicando cada una de sus partes y sus respectivas características

✓ Molde Soldado:

Como dijimos con anterioridad, estos moldes se conforman por la unión soldada de todas sus partes, teniendo la particularidad que una vez que uno de sus componentes de desgaste, llegan al final de su vida útil se hace necesario el cambio del molde en su totalidad.

Dimensionalmente, los moldes, se ajustan a las medidas permitidas de la máquina que lo utilizará. Si bien las dimensiones de los prefabricados se encuentran normalizadas no es el caso para cada uno de los bastidores, de las distintas máquinas, que usan este tipo de molde. La capacidad productiva de la máquina se debe principalmente al volumen del molde y el tiempo de ciclaje por minuto de su ciclo productivo, tomando por referencia la producción de bloques de 20.

En consecuencia se pueden encontrar dentro de la variedad de los diferentes modelos de máquinas, como así también de fabricantes de bloqueras, distintos tipos de Moldes, desde moldes para tres (3) hasta moldes de dieciocho (18) unidades de 20, dispuestos de diferente forma.

A continuación se expone en la figura un Molde Soldado para la producción de Bloques de 20, en la cual por medio de la vista isométrica del molde se detallan las principales partes del mismo.

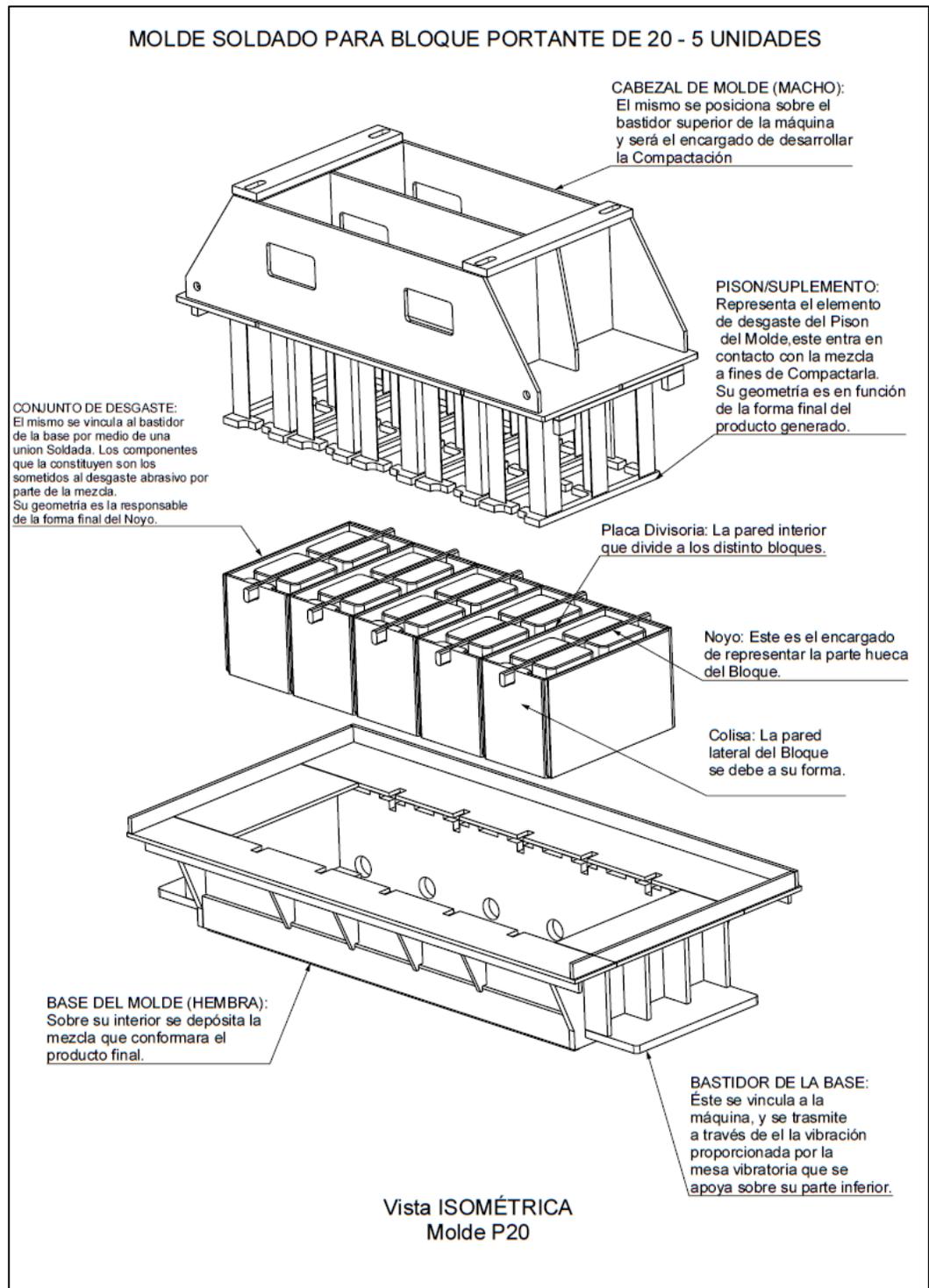


Fig. N° 13 Esquema descriptivo de los componentes de un Molde Soldado.¹⁰

¹⁰ **NOTA:** Esta imagen se podrá observar con mejor resolución en la documentación adjuntada al final del escrito (Anexo-Diagramas).

Como se observa en la figura, la estructura postiza del cabezal, que se vincula a la parte superior de la máquina y sobre el cual se apoya el conjunto de pisonos, suele ser el conjunto que se **reutiliza (en la misma máquina)** con otros moldes. Su geometría es común para los distintos tipos de moldes y además tiene la particularidad de no sufrir deformaciones por desgaste abrasivo o roturas por esfuerzos mecánicos.

A diferencia de los moldes ensamblados, la producción del mismo requiere de menos horas de mecanizado como así también una menor cantidad de procesos para la conformación de sus piezas. Es decir, aquí los componentes que se vinculan estrechamente con la forma del producto final son las que se mecanizan y dimensionalmente se encuentran toleradas. Estas corresponden a los componentes de desgaste que como se pueden observar en la figura son las placas divisorias, los noyos, las colisas y los suplementos.

Por último podemos decir que con este tipo de estructura soldada se pueden alcanzar grandes dimensiones de Moldes y por lo tanto elevados niveles de producción, pudiendo alcanzar producciones de dieciocho (18) bloques de 20 por ciclo, lo que diferencia y de gran forma a los moldes ensamblados cuya mayor producción por ciclo implica seis (6) bloques de 20. Si bien la calidad del bloque resulta inferior a los producidos por moldes ensamblados, esa pequeña diferencia de calidad resulta irrelevante en comparación a la gran diferencia del volumen de producción que podría alcanzarse utilizando este tipo de molde en su correspondiente máquina.

✓ Molde Ensamblado:

En estos Moldes la Base del mismo se conforma por un bastidor principal (Larguero) y sobre el mismo se vinculan el resto de los componentes del molde, a partir del uso de fijaciones por bulones, tuercas y pernos. La diferencia radical que existe con respecto al Molde Soldado es **que sus partes son intercambiables**, en consecuencia no es necesario desechar el molde por completo una vez que uno de los componentes de desgaste llega al fin de su vida útil.

El diseño del bastidor permite que sobre el mismo se monten distintas configuraciones de placas laterales (Colisas) y Noyos, permitiendo una gran **versatilidad** a la hora de necesitar distintas configuraciones para la producción de distintos Bloques (en el caso de los moldes soldados se necesitaría un Molde por cada producto que se quiera producir)

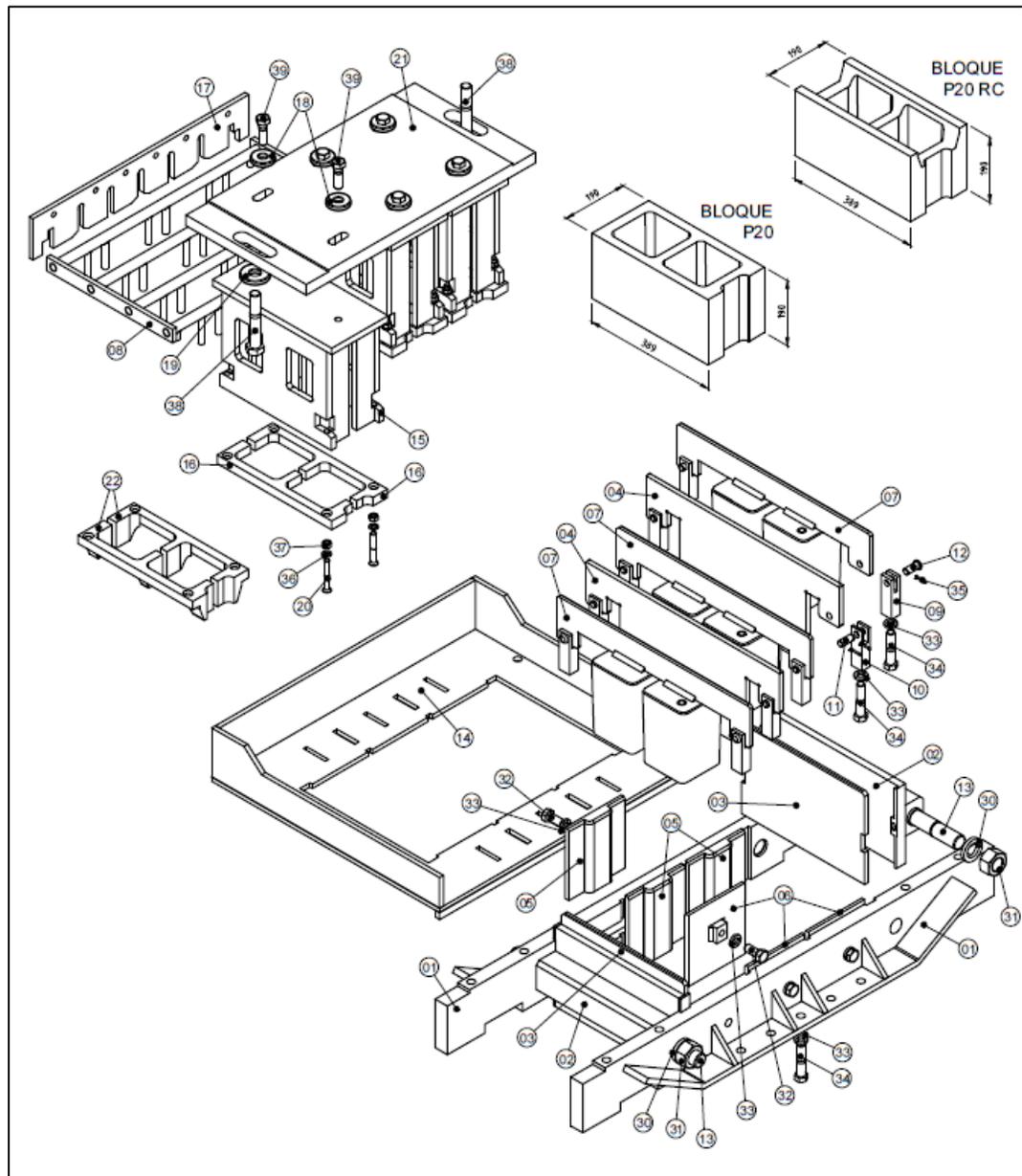


Fig. N° 14 Esquema descriptivo de los componentes de un Molde Ensamblado.¹¹

Como se observa en la figura “el Cabezal” se conforma por una placa principal (21) que se vincula al bastidor superior de la máquina y sobre esta se montan los distintos conjuntos de Pisones, cuya geometría esta en concordancia con los componentes utilizados en las base. En algunos casos

¹¹ **NOTA:** Esta imagen se podrá observar con mejor resolución en la documentación adjuntada al final del escrito (Anexo-Diagramas).

se puede utilizar el mismo conjunto de Pisón pero con distintos Suplementos/Pisones, como es el caso de los Bloques P20 y P20 RC en donde solo bastaría llevar a cabo su cambio.

Por lo tanto el **beneficio** del uso de estos Moldes, se debe a su **gran Versatilidad** para la producción de distintos tipos de Bloques. El uso de componentes estandarizados (Bulonería, Resortes, Pernos) facilita el diseño de sus componentes, ya que para piezas de distintos moldes las geometrías vinculadas a estos elementos (como roscas, diámetros, etc) se repiten.

Como **contrapartida**, podemos decir que se necesita **un mayor trabajo de Mantenimiento**, ya que una vez que alguno de sus componentes llega al final de su vida útil es necesario su recambio. Además esto implica tener un nivel de stock predeterminado de las partes del molde, en consecuencia estos moldes necesitan de **una mayor Logística de sus partes**.

Más adelante por medio de un cuadro comparativo diferenciaremos tanto cualitativamente como cuantitativamente las diferencia entre ambos tipos de moldes, con sus ventajas y desventajas respectivamente.

A fines de poder comparar equitativamente ambos tipos de molde, se opta **tomar por referencia un molde para la producción de 3 Bloques Portante de 20** y en base a ella sacar las propias conclusiones. Es importante destacar que algunos de los valores utilizados han sido adquiridos por el propio fabricante y que, en algunos casos, son valores estimativos que pueden diferir en mayor o menor medida con los valores reales.

Tipo de Molde Características	<u>Molde Soldado</u>	<u>Molde Ensamblado</u>
Utilidades	Su diseño contempla únicamente la producción de un solo tipo de producto y por lo tanto su Versatilidad es Baja.	Alta Versatilidad , la producción de los distintos tipos de Productos es posible con solo llevar a cabo el cambio de los Componentes involucrados con su forma, no siendo necesario efectuar el cambio por completo del Molde.
Vida Útil Estimada En Ciclos	Es relativamente Fija , se alcanza una duración aproximada de 50.000 +/- 5% de ciclos.	Su duración es Variable , cada uno de los componentes posee una determinada vida útil. El Noyo llega a una vida útil de casi 100.000 ciclos y en el caso de Colisa y Placas Divisorias como de desgaste, tienen una vida útil de hasta 33.000ciclos.
Producción durante su Vida útil	Contemplando la variabilidad del 5%, los valores de producción varían entre 142.500 y 157.500Bloques Portantes de 20.	Dependiendo de qué Componentes tomemos por referencia, podemos decir que en el caso de Noyos es posible producir aproximadamente 295.500Bloques Portantes de 20 antes de su recambio, y en el caso del resto de los componentes, una duración estimada de 98.500 Bloques.
Cantidad de Piezas Utilizadas	Mayor cantidad de Piezas, necesarias para poder armar los conjuntos del Molde. No obstante se requieren piezas con menos procesos. Un molde genérico para la producción de 3 Bloques de 20, requiere aproximadamente de 91 Piezas en total.	Menor cantidad de Piezas, la totalidad de las piezas del Molde se mecanizan. Se utiliza un gran número de piezas Comerciales para la unión de sus partes. Para un molde de 3 Bloques de P20 se necesitan al menos 61 piezas en Total (sin considerar las piezas Comerciales).
Cantidad de Piezas Comerciales	Baja , en ciertos moldes es necesario la utilización de algunos componentes pero se utilizan pequeñas cantidades	Alta , la unión de cada uno de los componentes al bastidor principal del molde es por medio del uso de elementos comerciales como bulones, tuercas y pernos. En el caso de un molde de 3 bloques se utilizan aproximadamente 108 piezas comerciales en total
Rigidez	Por ser una estructura soldada posee buena rigidez y de esta manera se asegura una mayor homogeneidad en los bloques producidos desde el comienzo hasta el final de su vida útil.	Es menos rígida , suele ser necesario un reajuste de sus partes con el bastidor, cada una cierta cantidad de ciclos.
Peso (kg.)	500,0 (Kg.)	670,0 (Kg.)
Costo de Molde por Producto	Más bajo , la relación del Costo del Molde por la cantidad de Bloques producida resulta menor al del Molde ensamblado. Tiene menos horas de producción y una cantidad de ciclos por encima de los componentes que primero se cambian en un Molde ensamblado.	El coto total del molde es mayor, y teniendo en cuenta la vida útil de los componentes, que primero se reponen, tenemos un Costo por producto mayor.

Tabla N° I Diferencias de las características entre los Moldes Soldados y Ensamblados.

Conclusión:

Antes de analizar objetivamente las características de cada uno de los moldes, es importante destacar que al momento de adquirir una máquina bloquera que utilice un tipo u otro de molde es necesario llevar a cabo la toma de decisiones en base al tipo de producción que se desee y al mercado donde esté involucrado el fabricante, es decir, si deseáramos producir una gran variabilidad de productos y a un nivel de producción relativamente parecido en cada uno de los modelos, sería una buena elección adquirir una bloquera que utilice un molde ensamblado, ya que este nos ofrece gran una versatilidad para el cambio de molde. No obstante se necesita de una mayor logística y mantenimiento para el recambio de sus partes y se tiene un mayor Costo de Molde por Producto.

En cambio si el fabricante de bloques se encuentra en un mercado acotado, refiriéndose a la variabilidad de productos, sería más beneficioso tener una máquina que utilice un molde Soldado que permitiría tener una buena continuidad de producción, con un mismo molde, y a un menor costo.

Por lo tanto, con lo planteado quiero dejar en claro que la elección del tipo de molde, no se hace solamente comparando objetivamente cada una de sus características, sino que es necesario estudiar algunas otras cuestiones, como el mercado entre otros.

Actualmente en la industria nacional, de prefabricado de hormigón, se utilizan en preferencia máquinas bloqueras que usan Moldes Soldados, y si observamos la tabla podemos justificar esa elección por algunos motivos:

- Menor Costo de Molde por Producto.
- Mayor continuidad de la producción con un mismo Molde.
- Se necesita menos Mantenimiento.
- No requiere de puesta punto de los componentes involucrados con la forma del producto (Como si es necesario con los Noyos y Placas divisorias en los Moldes ensamblados)

- Menor tiempo de Puesta punto para su colocación en la Máquina.
- Uniformidad en los productos producidos, gracias a su rigidez.

Además de estos beneficios, podemos decir que los niveles de producción a nivel nacional se destinan en su gran mayoría a una acotada variabilidad de productos, en consecuencia resulta ventajoso tener una producción continua de bloques.

1.7) Tipo de Máquina a Desarrollar

Se pretende desarrollar una máquina, cuyas prestaciones y niveles de producción teóricos estén destinados a un mercado de **mediana Producción (7200 bloques diarios)**. Con la finalidad de cubrir un rango de productos cuya altura se encuentre entre 60 y 300 (mm), desarrollando una producción media real de 5 (ciclos/min.) para una bandeja cuyas dimensiones permitan la producción de 3 bloques Portantes de 20 (470 x 660 (mm)).

En su diseño se contempla el uso de Moldes de tipo Soldado, cuya vida útil se estima aproximadamente en unos 50.000 ciclos, pretendiendo alcanzar una buena fiabilidad de producción y en consecuencia una máquina con reducidas necesidades de mantenimiento, y a un bajo costo operativo.

En base al tamaño de bandeja con el cual se pretende trabajar, y a los tiempos teóricos de cada ciclo productivo será posible situarnos con que modelos, de los distintos fabricantes de máquinas, es posible compararnos y así poder aplicar correctamente la técnica del Benchmarking, que nos permita diseñar una máquina que no solo iguale o supere las prestaciones de los competidores sino que también sobrepase las deficiencias del resto de las máquinas.

Con una adecuada retroalimentación de información, con los distintos fabricantes de bloques y las características antes nombradas, se pretende insertar en el mercado una máquina que cubra las necesidades y prestaciones requeridas a un costo competitivo de mercado.

Algunos de los datos técnicos característicos de la máquina son:

- Tiempo de Cada ciclo $\cong 12,5$ (seg)
- Tamaño de Bandeja: 470×660 (mm)
- Altura de Productos: $60 \leq h \leq 300$ (mm)
- Producción de Bloques P 20 por Hora: 900 (Bloques de 20)

Con la Máquina se **pretende producir** los distintos modelos de prefabricados de hormigón, que actualmente se encuentran en el mercado, entre los cuales se pueden citar:

✓ Bloques Portantes Con caras Lisas

Los bloques portantes se fabrican de distintos espesores y formas, los mismos están destinados al desarrollo de una mampostería capaz de resistir cargas perpendiculares como así también las contenidas en su Plano, se podrá optar por diferentes tamaños.



✓ Bloques Portantes con rebaje Central (“RC”)

Estructuralmente la mampostería requiere de la existencia de vigas horizontales a partir del cual se distribuyan sus esfuerzos, en consecuencia se necesitan bloques que permitan distribuir los encadenados a fines de conformar la viga, para ello es necesario utilizar un bloque con rebaje central. Otro de los usos de este tipo de bloque es la distribución de cañerías.



✓ Bloques de Tabique

Estos bloques NO PORTANTES están destinados a la mampostería de cerramiento, sobre las cuales no se transmiten cargas verticales y sólo es necesario que resistan las cargas de su propio peso.



✓ Bloques Mitades / Esquineros

Para el desarrollo de una Obra, con el uso de Bloques de hormigón, es necesario seguir un determinado patrón de Construcción que establece como deben disponerse los bloques, y en ese patrón es necesario (en lugares, como en las esquinas, donde la línea de construcción cambia de dirección) la utilización de Bloques cuya longitud resulta ser la mitad de la medida modular.



✓ Bloques Símil Piedra

Los prefabricados de hormigón esplitados (“cara de roca”) son unidades sólidas o ahuecadas que son moldeadas al “estilo siamés” y cortados a lo largo y a lo ancho por una máquina de cuchilla de guillotina. Los mismos tienen una textura atractiva, de rugosidad natural, parecida a la piedra. Agregando pigmentos se puede obtener una variedad de tonos y apariencias.



✓ Adoquines

Adoquines de alta solidez y fortaleza, producidos en diferentes tamaños, formas y alturas. Tienen una amplia aplicación en caminos peatonales, calles, pavimentos y patios industriales de uso pesado.



NOTA: Las máquinas de mayores prestaciones, destinadas a los mercados de grandes producciones, permiten elaborar los adoquines “bicapa”. Para ello es necesario contar con dos (2) carros alimentadores, uno que deposite la mezcla sin pigmentación y otro que deposite la mezcla con su pigmentación correspondiente.

1.8) **Estudio de Factibilidad y Viabilidad**

Para que un proyecto sea iniciado debe haber **una necesidad, ya sea real o hipotética**. La misma puede observarse del comportamiento del mercado o de la competencia, acompañado del desarrollo de una nueva tecnología, o bien puede ser un pedido directo de personas físicas o jurídicas. En cualquiera de estos casos solo se justifica si **existe** la posibilidad de que alguien va pagar por el producto resultante.

En nuestro caso el inicio del proyecto se justifica por la necesidad, como empresa, de introducir en el mercado un producto que los competidores ya lo tienen desde hace unos años, y de esta manera poder ser aún más competitivos en el rubro de la producción de componentes y productos para la fabricación de Productos de Hormigón Pre-Elaborado.

Además por la vasta experiencia en el rubro y debido a las escasas industrias nacionales dedicadas al mismo, sabemos que existe un alta potencialidad de compra, lo que implica una motivación extra a la hora de afrontar el mismo.

Se tiene por finalidad, con este estudio, el Análisis de las distintas soluciones útiles que se hayan elaborado. Para la elaboración de estas soluciones, resulta fundamental el uso de herramientas que promuevan e incentiven el uso de la “**Creatividad**” como así también la acumulación de información necesaria (es muy importante a la hora de afrontar un proyecto contar con un gran volumen de ideas, en el caso de Motorola se diseñaron 3000 modelos funcionales distintos antes de ofrecer al mercado su primer teléfono celular).

Por lo tanto, a fines de comenzar con la fase del “**Proyecto Preliminar**” y establecer cuál de las alternativas propuestas resulta la mejor concepción, se utilizan las

Herramientas de la Calidad, cuyo objeto tiene por finalidad explorar, evaluar y elegir las opciones propuestas para el caso. Dentro de lo que se denomina como métodos intuitivos y creativos, podemos nombrar las siguientes herramientas:

- Brainstorming
- Método 6.3.5
- Método Delphi
- Sinéctica
- Cuadro Morfológico

Si bien el uso de estas herramientas es importante otra de las consideraciones a tener en cuenta, es el uso de herramientas que hagan énfasis en la generación **de un producto de calidad, desde su nacimiento**, y dicha necesidad se debe al aumento creciente de las nuevas tecnologías y las exigencias de los consumidores que hacen un mayor énfasis en la Calidad.

Existen métodos sistemáticos para proporcionar un aumento de la calidad, uno de los mejores métodos es el **QFD “Quality Function Deployment”**, el cual pretende determinar los deseos y necesidades de los consumidores y traducirlos en requisitos técnicos de ingeniería. Para su aplicación se hace uso de lo que se denomina como “Casa de la Calidad”.

Según el autor de este método, YokiAkao, con la aplicación del mismo es posible desarrollar Proyectos de Calidad basados en la satisfacción del cliente/consumidor y entonces traducir sus necesidades en requisitos de ingeniería y mejores índices de calidad, a ser utilizados en la etapa de diseño. Teniendo como efecto secundario la reducción del tiempo de diseño, aplicado correctamente, disminuye el tiempo de desarrollo entre la mitad y un tercio.

Básicamente el método consiste en una cascada de matrices en las cuales se van vinculando cada una de las áreas que intervienen en el desarrollo del producto, desde sus comienzos cuando se escuchan las necesidades del consumidor hasta el desarrollo de los subprocesos para generar los componentes. Es decir, en primera medida con la utilización de las herramientas de la calidad, se procede a escuchar las necesidades de los clientes, en base a ello se procede a partir de la casa de la calidad a traducirlas en

requisitos de ingeniería que deberá tener el producto a fines de satisfacerlas, luego en función de estas se definen los procesos necesarios para su conformación y por último tomando como referencia los procesos se definen los subprocesos.

Por lo tanto, para su desarrollo, nos basaremos no solo en los conocimientos adquiridos sobre las distintas máquinas utilizadas en el mercado, sino también de las necesidades de nuestros clientes, las cuales las traduciremos a los requisitos de ingeniería a partir del desarrollo de la Casa de la Calidad, empleando así el método QFD (Quality Function Deployment).

A continuación se muestra en la figura, la “Casa de la Calidad” en relación a la máquina que desarrollaremos, si bien la misma fue construida en base de algunas investigaciones de mercado, la valorización de los parámetros fue desarrollada de manera personal en base a las consultas y averiguaciones realizadas sobre el tema.

Para el desarrollo de la Casa de la Calidad debemos proseguir la siguiente manera:

- Escuchar la Voz del Consumidor

Para generar un producto basado en las necesidades del Consumidor, lo primero que debemos hacer es escuchar sus necesidades, y con la implementación adecuada de las herramientas de la Calidad generar el volumen de ideas que incluyan esas necesidades. Por medio de entrevistas, cualitativas, el Consumidor manifiesta de manera informal las ideas, y luego mediante la aplicación correcta de un diagrama de afinidad se pueden recoger las necesidades que caracterizan, en mayor forma, a los consumidores.

En nuestro caso las necesidades se reducen a:

- 1) Calidad de los Productos.
- 2) Capacidad/Nivel de Producción.
- 3) Confiabilidad/Fiabilidad.
- 4) Robustez/Rígidez.
- 5) Fácil Mantenimiento.
- 6) Modulabilidad.
- 7) Seguridad.

Una vez manifestadas las necesidades de los consumidores, se solicita que estos caractericen las necesidades, es decir, se solicita que evalúen el nivel de importancia a partir de la asignación de índices que pueden ir del uno (1-de menor importancia) al cinco (5-de mayor importancia) según su nivel de importancia.

(NOTA: Con estos ítems se forma la matriz, de los “QUÉ” en la parte inferior izquierda de la Casa de la Calidad, lo que se podrá observar en la figura de la Casa de la Calidad)

- Determinamos los Requisitos de Proyecto – Características de Ingeniería

Los requisitos **son una traducción** de las necesidades de los consumidores al lenguaje técnico del producto a desarrollar. Para lo cual resulta recomendable, en un principio, entender las expectativas acerca del producto. Luego mediante el análisis de cada uno de los ítems, de la voz del consumidor, se propone reflejar esas necesidades en requisitos de proyecto que las satisfagan. En nuestro caso se pueden reflejar los siguientes requisitos:

- 1) Volumen de Molde.
- 2) Tiempo de Ciclaje.
- 3) Componentes Estándares.
- 4) Sistema de Vibrado y Dosificación de Mezcla.
- 5) Peso.
- 6) Automatización.
- 7) Tiempo Sin Reparaciones.
- 8) Normas de Seguridad y Ergonomía.

(NOTA: Con cada uno de estos requisitos formamos la segunda matriz de la Casa de la Calidad)

- Relacionar la Voz del Consumidor con los Requisitos de Ingeniería

Se determina qué tipo de relación existe, entre cada ítem de la voz del consumidor con los respectivos requisitos de ingeniería. El tipo de relación se manifiesta según la siguiente simbología:



- La Percepción del Consumidor

En primera instancia se desarrolla una evaluación competitiva completa de los consumidores, “**Benchmarking**”, para lo cual se le asigna al producto de la competencia un valor para cada ítem que representa las necesidades de los consumidores, su valor puede manifestarse de información que deriva de un estudio de mercado o bien una estimación propia según nuestra experiencia.

Una vez que se evalúa cómo los competidores satisfacen las necesidades propuestas, con sus productos (en una escala del 1 al 5 según la importancia), es necesario llevar a cabo una serie de cálculos que se exponen a la derecha de la matriz de relaciones de la Casa de la Calidad, dónde:

- ✓ Objetivo: Representa la marca que deseamos lograr en el concepto de los Consumidores.
- ✓ Porcentaje: Indica cuanto es lo necesario para alcanzar el objetivo fijado.

$$\text{Porcentaje} = \frac{(\text{Objetivo})}{(\text{Nuestro Concepto} - \text{Nosotros})}$$

- ✓ Puntos de Venta: La posibilidad que el ítem de voz del consumidor apalanque las ventas del producto.
- ✓ Importancia: Es determinado por el propio Consumidor (de 1 a 10)
- ✓ Peso: Peso del ítem para una Comparación

$$\text{Peso} = \text{Importancia} * \text{Puntos de Venta} * \text{Porcentaje}$$

Se calcula cada uno de estos parámetros. Luego será posible efectuar una evaluación, teniendo en cuenta no solo el comportamiento de los competidores sino también el valor objetivo, al que deberíamos llegar para ser competitivos. Además es posible visualizar rápidamente un orden de prioridad sobre que ítems del consumidor se desea satisfacer en mayor medida.

- Correlación de los Requisitos de Proyecto

En esta etapa, también denominada como “Techo de la Calidad” se busca relacionar los requisitos de proyecto, para lo cual se evalúa que tipo de relación existe entre los requisitos manifestados, utilizándose la siguiente simbología:

#	Fuerte Negativo
X	Negativo
●	Positivo
○	Fuerte Positivo

- Planificación

Se lleva a cabo **el cálculo de la Importancia de los Requisitos de Proyecto**, para lo cual se efectúa el cálculo de la **Importancia Absoluta** y la **Importancia Relativa** de los mismos.

$$Importancia\ Absoluta = \sum P_i * V_i$$

Donde: i = número de línea

P_i = Peso de la fila

V_i = Valor relacionado a la línea

La Importancia resulta fundamental para afrontar la toma de decisiones en la etapa de diseño. En su determinación, se contempla el peso de importancia de cada una de las necesidades y el valor asociado a cada necesidad, por lo tanto, su valor representa la combinación de las distintas necesidades para un determinado requisito.

Con la determinación de cada una de las importancias, de los requisitos, será posible definir las METAS a cumplirse a la hora de llevar a cabo el diseño del producto.

Mediante la aplicación de cada uno de estos pasos se desarrolla la construcción de la Casa de la Calidad, la cual podrá observarse en la siguiente figura:

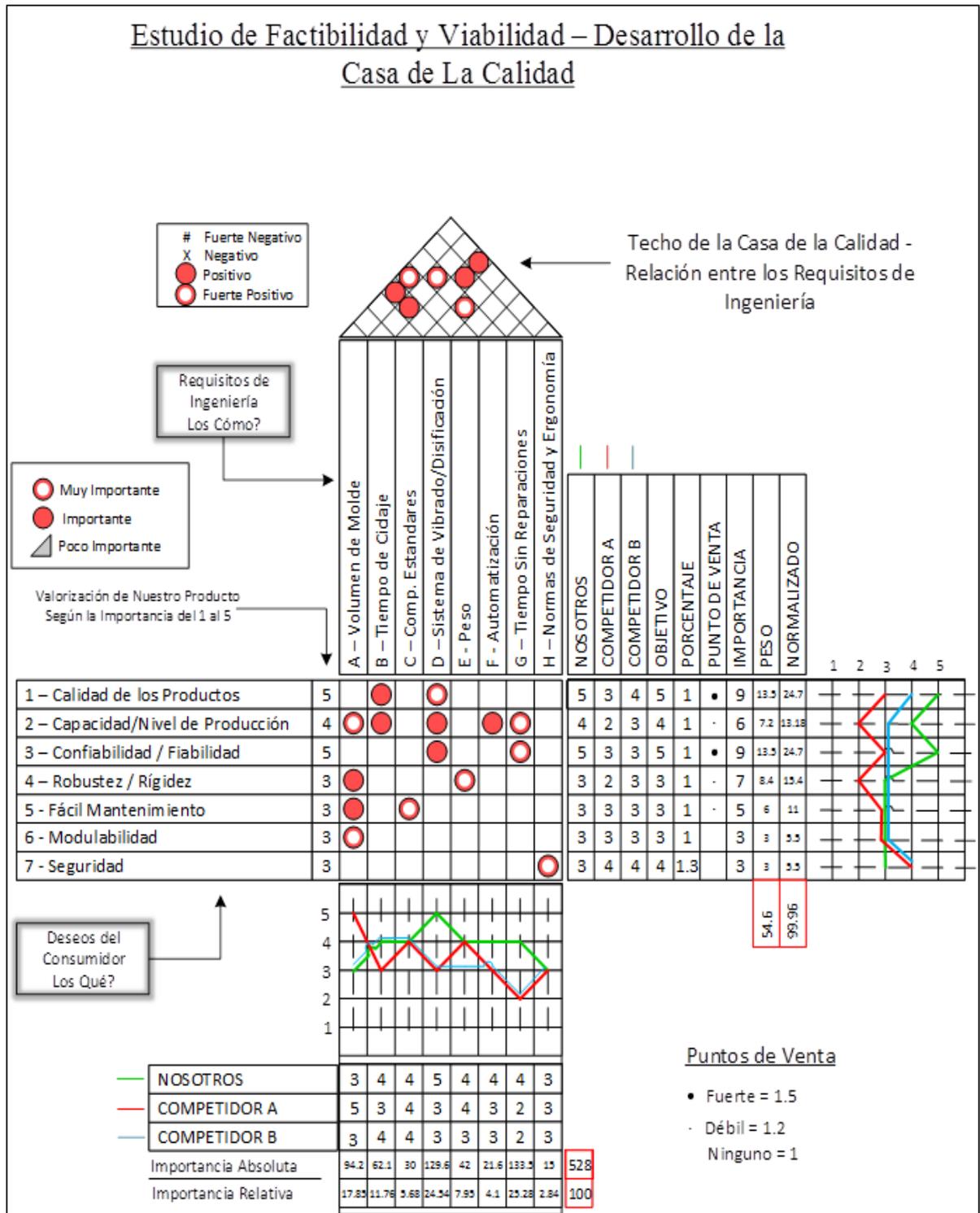


Fig. N° 15 Diagrama de la Casa de la Calidad.¹²

¹² **NOTA:** Este diagrama se puede ver adjunto en la documentación expuesta al final del escrito (Anexo-Diagramas).

Conclusión:

Por lo observado en la Casa de la Calidad, en relación a los valores de Importancia, podemos concluir que para producir un producto considerando la calidad desde un principio el diseño debería orientarse de manera tal, que prosiga el siguiente orden de prioridad:

1. Tiempo Sin Reparar
2. Sistema de Vibrado y Dosificación
3. Volumen del Molde
4. Tiempo de Ciclaje
5. Peso
6. Componentes Estándar
7. Automatización
8. Normas de Seguridad y Ergonomía

Es decir, se debería generar una Máquina que brinde una adecuada **Confabilidad**, a fines de proveer un **Nivel de Producción** constante. Siendo importante, brindar un **Producto de Calidad** por medio de un **Sistema de Vibración/Dosificación** que cumpla eficientemente con las distintas necesidades de producción.

Además, deberá ser capaz de brindar un **Nivel de Producción** que satisfaga las exigencias del mercado, por medio de un **Producción** eficaz y una estructura **Robusta/Rígida** que proporcione seguridad y prestancia hacía todo el Conjunto.

Debido a las Exigencias de Mercado y la variabilidad de productos deseables, deberá proporcionar un eficaz diseño que facilite el **Cambio de Molde** como así también facilite las **Reparaciones**.

1.9) Sistemas de la Máquina a tratar

La máquina responde a un determinado ciclo productivo, en la cual existen diversas fases perfectamente coordinadas, dentro de estas existen fases de mayor preponderancia que otras y es por ello que sobre estas es necesario una mayor atención. Además respondiendo al resultado del estudio de viabilidad y factibilidad es posible analizar aquellos sistemas en los cuales se involucran los requisitos de ingeniería de mayor preponderancia hacia la satisfacción de las necesidades de los clientes. Los sistemas de mayor preponderancia se pueden enlistar de la siguiente forma:

1.9.1) El Sistema de Vibración/Compactación

Con respecto a la vibración podemos decir que durante las últimas décadas la tecnología del hormigón ha experimentado notables progresos, entre esas innovaciones la Compactación mecánica por vibrado constituye un aporte de significativa importancia¹³.

Un principio, universalmente aceptado, establece que cuando menor es la relación de Agua (H₂O)-Cemento en el hormigón, mayores son su Resistencia, Durabilidad y Cualidades conexas. Pero la reducción de Agua-Cemento, mediante la disminución del contenido de agua únicamente, produce mezclas poco trabajables y con el peligro que permanezcan, dentro de la masa, hormigón endurecido, porosidades u oquedades que puedan afectar seriamente la resistencia total o parcial, y disminuir de modo considerable la impermeabilidad y durabilidad de los productos de hormigón, en consecuencia estas mezclas solo podrán trabajarse si se aplica el fenómeno de vibrado.

Por lo tanto en la fabricación de Bloques, a fines de producir un producto de Calidad, es indispensable la presencia de la Vibración. Es por ello que se requiere hacer un estudio minucioso de las fases de la máquina que están vinculadas a dicho fenómeno.

¹³ **NOTA:** Para más información acerca de la importancia de la vibración en las cualidades del hormigón, se recomienda leer “**LA VIBRACIÓN EN EL HORMIGÓN**” el cuál se adjunta al final del escrito (Anexo-Apuntes).

En cada ciclo de producción de la máquina existen dos momentos en el cual se presenta el fenómeno de vibración. Por un lado:

1. Alimentación/Llenado desde el Carro Alimentador al Molde:

En el proceso de alimentación es necesaria la excitación del carro alimentador, a fines de tener un llenado eficiente de la mezcla sobre el molde, en este caso la excitación proviene por lo general de un Sistema Biela-Manivela que genera un movimiento de oscilación en forma horizontal y permite que la mezcla se distribuya sobre la totalidad del Molde. En dicha fase las excitaciones deben ser tales que permitan vencer la inercia del Carro con Mezcla.

2. Vibración/Compactación de la mezcla dentro del Molde

Las cualidades de los Prefabricados de Hormigón se deben principalmente a esta fase, cualidades como sus **propiedades estructurales (resistencia), impermeabilidad, durabilidad, el aspecto estético entre otras** resultan involucradas. Es por ello que resulta importante hacer un estudio minucioso del caso y optar por la mejor opción.

Resumidamente esta fase consiste en excitar al molde, y en consecuencia a la mezcla, a una vibración de 50 impulsos por segundo (50 Hz.) en forma vertical durante un intervalo de tiempo, en ese lapso la mezcla fluye como un líquido espeso y se extiende dentro del molde mientras que el exceso de aire escapa rápidamente a la superficie en forma de abundantes burbujas. Una vez que cesa la vibración la mezcla recupera la rigidez inicial.

Por lo general el sistema de vibración se compone por una mesa vibratoria que se vincula con la base del molde y de esta manera transmite indirectamente la excitación (en algunas máquinas los vibradores se vinculan en forma directa al Molde).

El sistema consiste en dos masas excéntricas que vinculadas a sus respectivos motores generan el movimiento vertical, a fines de producir un movimiento unidireccional, en este caso en el sentido vertical, las masas se mueven en forma sincronizada en sentido opuesto y de esta manera las componentes horizontales se anulan.

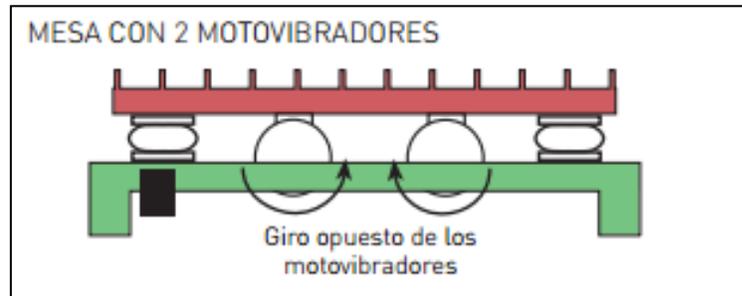


Fig. N° 16 Esquema de una Mesa Vibratoria.

Los motores y la mesa vibratoria se encuentran aislados del bastidor de la máquina por medio de componentes de aislación como son los tacos de goma, conocidos universalmente como silentblocks¹⁴, o fuelles neumáticos.

Por lo tanto podemos concluir en las Sigüientes **Ventajas del Vibrado:**

De acuerdo a lo expuesto, con el uso de la vibración se pueden colocar mezclas con menor contenido de Agua (en relación a la cantidad de agua por unidad de volumen de mezcla compactada) que las compactadas manualmente. Así mediante el uso de mezclas más consistentes y ásperas, el vibrado permite una mejora substancial de la calidad del hormigón, sin aumentar la proporción de cemento, o bien una economía de este último para calidades equivalentes.

Las Ventajas cualitativas de trabajar con mezclas con menor contenido de Agua (las describimos con anterioridad) son:

¹⁴ Un silentblock es un bloque silencioso (literalmente en inglés: bloque silencioso), antivibratorio hecho de un material flexible o elastómero, suele estar fabricado con caucho o tejido de hilo de acero inoxidable, que le permite absorber vibraciones y choques que involucran componentes mecánicos y la estructura sobre la que está apoyado. Al absorber los choques y las vibraciones elimina el ruido, y el nombre de la pieza se relaciona con este aspecto. Ref: (<https://es.wikipedia.org/wiki/Silentblock>)

- ✓ Mayor Resistencia Mecánica
- ✓ Mayor Impermeabilidad
- ✓ Mayor Durabilidad y resistencia a los agentes agresivos
- ✓ Menores cambios volumétricos
- ✓ Menor tendencia a la segregación o exudación del agua (“Bleeding”)

Entre otros beneficios podemos decir que el vibrado asegura una mayor homogeneidad del hormigón, evitando o reduciendo a un mínimo la formación de huecos o “nidos de abeja” y por otra parte permite trabajar con mezclas de consistencia tan seca, de tan elevada resistencia inicial, que hace posible desmoldar las piezas inmediatamente después de ser compactadas.

Más adelante nos extenderemos en mayor detalle sobre todo lo que esté relacionado a este sistema. Sin embargo, a modo de introductorio, es importante tener en claro que este sistema es uno de los mayores responsables de la calidad resultante del Producto Final.

1.9.2) Sistemas de Dosificación de Mezcla.

Otras de la etapas preponderantes en la calidad resultante de lo producido es la Dosificación de Mezcla desde el carro alimentador al molde. Varios de los requisitos de ingeniería, derivados de la casa de la calidad, se deben al correcto funcionamiento del mismo y en consecuencia podemos justificar su estudio a diversas causas:

- Con respecto al Producto Resultante:
 - Las propiedades del Producto de Hormigón Prefabricado como la Resistencia, Impermeabilidad, Durabilidad y el aspecto Estético entre otros, dependen **exclusivamente de la “DENSIDAD DEL BLOQUE”** y en consecuencia de una correcta alimentación de mezcla al Molde.

- La **Homogeneidad** de las propiedades, de los distintos productos derivados de un mismo ciclo, están estrechamente vinculados a un llenado eficiente sobre cada una de las cajas del Molde. Es decir, para que el Bloque que ocupa la Caja Central tenga las mismas propiedades que los productos derivados de las Cajas Externas es necesario tener la misma cantidad de mezcla, en consecuencia se necesita lograr una correcta **DISTRIBUSION DE MEZCLA** sobre el Molde.

- Con respecto a la Funcionalidad de la Máquina:
 - Sus movimientos de aceleración y desaceleración “**GENERAN GRANDES ESFUERZOS DINÁMICOS**” sobre el bastidor de la máquina, en consecuencia es fundamental hacer un Análisis Estructural que nos permita diseñar el Conjunto incorporando sus solicitaciones.
 - Para coordinar “la dosificación” con el resto de las fases del ciclo productivo es importante hacer un análisis cinemático del Carro y optar por la opción más viable. Es decir, según los requisitos de ingeniería derivados del estudio de viabilidad y factibilidad se deberá elegir un Sistema que cubra las necesidades funcionales y sus costos se encuentren en Relación al Proyecto.
 - El sistema de Dosificación consiste en un **Conjunto Modular** y por lo tanto al Diseñarlo será importante tener presente como se acopla al Bastidor de la máquina como así también el procedimiento que se deberá llevar a cabo para la producción de productos de distinta Altura.

1.9.3) Sistema de Alimentación y Descarga de Bandejas

Esta consiste en otra de las fases involucradas en el Ciclo Productivo de la Máquina Bloquera, al igual que el resto es necesaria su coordinación con el resto de las fases. La misma se ocupa de colocar la bandeja por encima de la mesa vibratoria y por debajo del molde en el mismo instante que se está retirando la bandeja con productos terminados del ciclo anterior.

Se prioriza que la Bandeja se ubique centrada con respecto a la base de molde y en consecuencia al estudiar el sistema se tendrán en cuenta:

- El Sistema de Posicionamiento de la misma.
- El Control de Movimiento con respecto a las otras fases.
- El estudio de la cinemática del sistema, analizando la mejor opción acerca del tipo de fuente que propulsará su movimiento.

NOTA:

En el desarrollo de este escrito por cuestiones de tiempo y de la extensión, permitida para su desarrollo, **solo analizaremos y estudiaremos el Sistema de Vibración-Compactación.** Contemplando de esta forma el estudio del sistema de mayor preponderancia hacia la satisfacción de nuestros clientes.

No obstante, en la continuación de este proyecto, sería apropiado el estudio y análisis de los sistemas nombrados con anterioridad para poder así completar el estudio de los sistemas de mayor relevancia de la máquina.

2. Diseño, Cálculo y Verificación de los Componentes Involucrados en el Sistema de Vibración-Compactación

2.1) Sistema de Vibración

Con anterioridad hemos nombrado los beneficios que implica obtener un prefabricado de hormigón por medio de la aplicación del vibrado, por lo tanto examinaremos las características del sistema como así también los parámetros a considerar con la finalidad de obtener un producto de Calidad.

2.1.1) Principio de Funcionamiento

El fenómeno de **vibrado** en la producción de bloques resulta indispensable para sus cualidades finales, en consecuencia vale la pena describir su funcionamiento como así también su evolución en el tiempo.

El sistema consiste en una mesa vibratoria ubicada por debajo de la base del molde, en el momento de la conformación del producto prefabricado entre ellas se ubica la bandeja¹⁵ sobre la cual se apoyarán los productos terminados.

La vibración se trasmite desde la mesa vibratoria a la base del molde en forma indirecta, interactuando entre ellas la bandeja. Estas conforman un sistema de un solo grado de libertad (1 SGLD)¹⁶ que durante la fase de moldeado/compactación se mueve únicamente en forma vertical, el movimiento es proporcionado por un par de conjuntos de masas excéntricas¹⁷ que al estar girando en forma sincronizada y en sentido opuesto provocan el desplazamiento unidireccional en forma vertical.

¹⁵ Se denomina como bandeja a la tabla/plancha por lo general fabricadas de madera sobre la cual se apoyarán los productos terminados, su superficie delimita la cantidad de productos posibles de realizar.

¹⁶ Un sistema de un solo grado de libertad dinámico "1 SGLD" implica que la cantidad mínima de coordenadas independientes que se requieren para describir el movimiento del sistema es UNO. Es decir con una variable podemos describir su comportamiento.

¹⁷ El término "masa excéntrica" se refiere a una pieza cuyo centro de masa se encuentra desplazado con respecto al centro de giro de dicho componente.

Podemos sintetizar ello en la siguiente imagen:

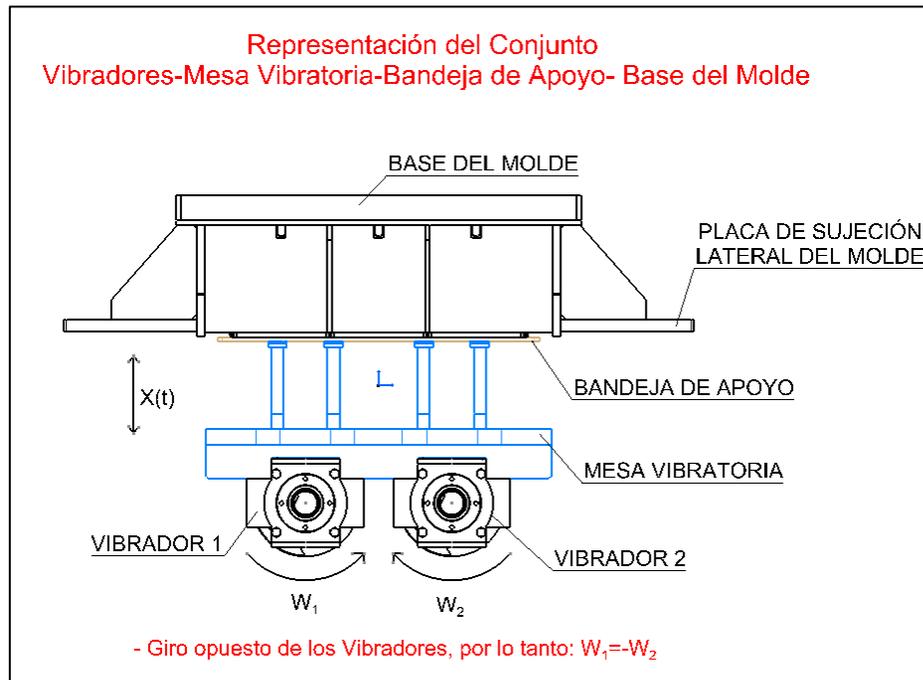


Fig. N° 17 Esquema del conjunto completo de la Mesa Vibratoria.

Las masas excéntricas se encuentran solidarias a un eje, que a su vez se acopla a un motor eléctrico, el cual se encarga de proporcionar el movimiento de rotación.

Esta descripción general de funcionamiento se repite para cada una de las máquinas que existen en el mercado, cuya diferencia radica en los tipos de vibradores¹⁸ utilizados, en el lugar donde se encuentran ubicados (si en forma directa al molde o vinculada a la bandeja de vibración), en la forma de activar y desactivar su funcionamiento, el tipo de vínculo entre los vibradores y su unidad de potencia, etc. No obstante las particularidades que se deben cumplir en cada una de ellas son:

- ✓ El movimiento resultante debe ser unidireccional en forma vertical.
- ✓ Las variables de amplitud-frecuencia deben regularse para cada uno de los moldes que se utilicen.

¹⁸ Al referirse al término “vibradores” se hace referencia al conjunto de componentes que forman parte de la generación del movimiento vibratorio, entre ellos el eje, las masas desbalanceadas y el conjunto de anclaje de este con la mesa vibratoria o el molde correspondiente.

- ✓ Los componentes de aislación deben absorber en gran parte el movimiento, a fines de transmitir la menor cantidad de vibración posible a la estructura con la que se encuentra vinculada.
- ✓ El sistema debe ser capaz de activarse y desactivarse en el tiempo de aplicación deseado.

Por lo tanto teniendo por referencia el cumplimiento de estos parámetros, se prioriza el desarrollo de un sistema que los satisfaga y que se encuentre en concordancia con la viabilidad del proyecto.

Tipos de Vibradores.

Con respecto a la vinculación entre los vibradores y la base del molde podemos decir que existen dos alternativas, por un lado aquellos sistemas que se vinculan directamente y aquellos que transmiten el movimiento a una mesa vibratoria y esta a la base del molde respectivamente, siendo una alternativa indirecta de transmitir el movimiento.

Sistema Directo

En esta disposición el sistema de vibración se vincula a la base del molde en forma directa. Las cajas porta rodamientos se encuentran en forma solidaria a los largueros del molde a partir de una fijación por bulones

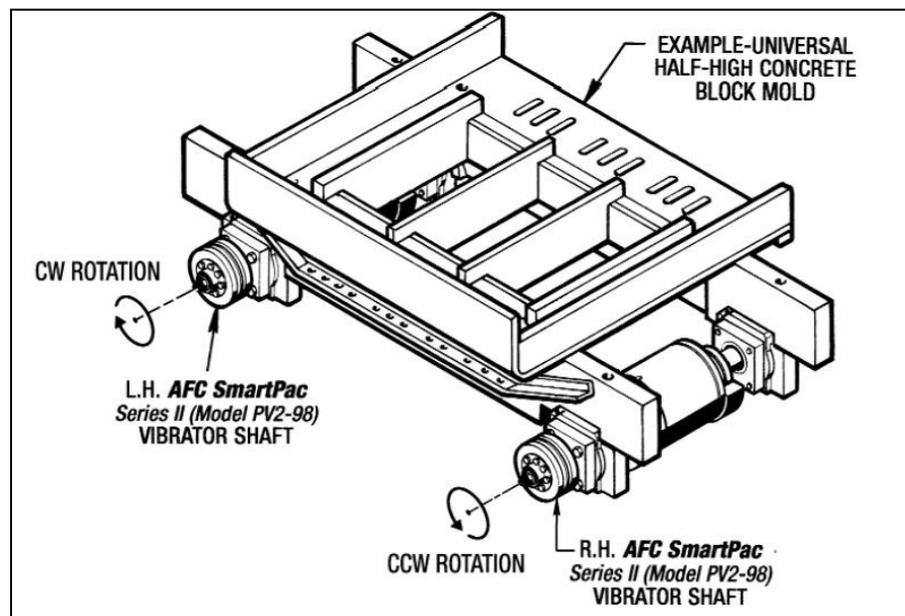


Fig. N° 18 Bastidor del Molde Ensamblado (Gentileza de Besser Company)

Como se observa en la figura, los vibradores se apoyan en forma directa a los largueros de la base del molde, de esta manera la vibración es aplicada en forma directa.

La disposición del molde en la máquina se puede observar en la siguiente figura, en ella es posible observar los motores eléctricos que proporcionan el movimiento, a partir de una transmisión por correa.

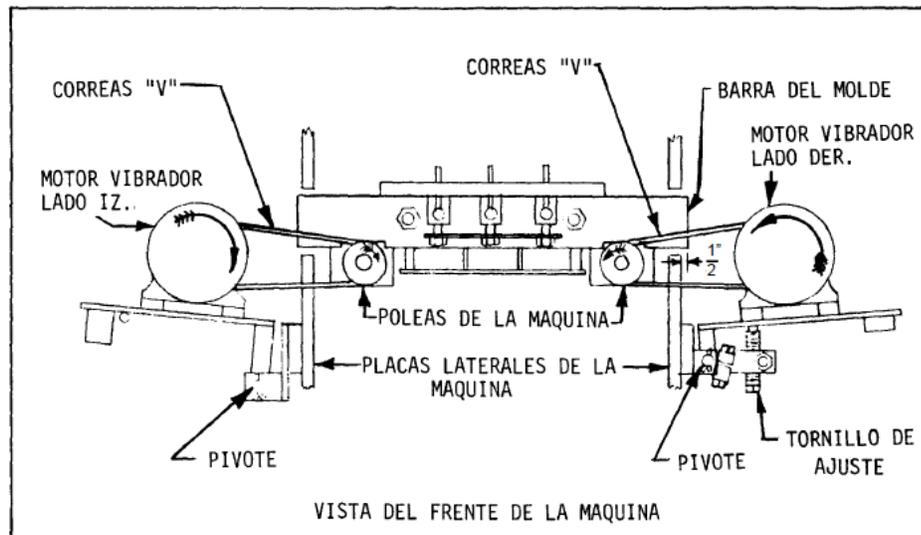


Fig. N° 19 Vista Frontal de la Máquina (Gentileza de Besser Company)

Sistema Indirecto

En este caso la vibración es transmitida a un bastidor sobre la cual se apoya la bandeja y esta transmite el movimiento a la base del molde, conformando una vinculación tipo sandwich con el bastidor, la bandeja y la base del molde.

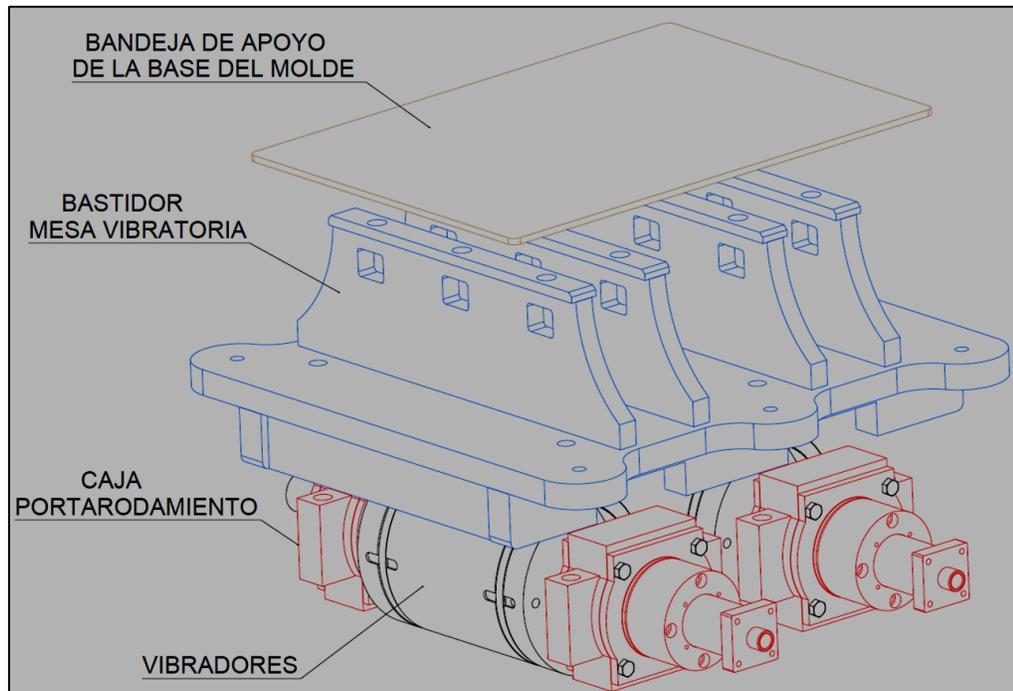


Fig. N° 20 Sistema Indirecto de Vibración

El sistema de vibración se vincula a la mesa vibratoria, provocando el movimiento axial requerido, a diferencia del sistema descrito anteriormente en este caso la vibración se transmite a la mesa y no al molde, en consecuencia se consigue una distribución más uniforme de la vibración.

En los conjuntos más modernos la caja porta buje del eje se encuentra bañada de aceite asegurando una correcta lubricación y el movimiento de rotación de los ejes se controla electrónicamente para asegurar el sincronismo de ambos y generar únicamente un movimiento unidireccional en forma vertical.

Los contrapesos (“masas excéntricas”) son similares a los utilizados en distintos sistemas, no obstante sus dimensiones como así también su disposición geométrica será diseñada en base a las prestaciones que se deban satisfacer, lo cual dependerá de la variedad de moldes que puedan montarse sobre ella.

2.2) Tipo de Vibrador que se utilizará

Para el desarrollo de esta máquina se adoptó por un concepto híbrido de los tipos de vibradores anteriormente nombrados, buscando adoptar la características más beneficiosas de ambos sistemas. Si bien el concepto de vibración se asocia al Sistema Indirecto, se adopta un tipo de vibrador utilizado en los directos; resumiendo la máquina tendrá una mesa vibratoria sobre la cual se apoyará la base del molde pero su movimiento será impulsado por un vibrador usado en aquellas máquinas que no tienen mesa vibratoria.

El desarrollo de este sistema se base en el vibrador SMART Pac, de Besser Company, diferenciándose en algunas características. El mismo consiste en un sistema a partir del cual es posible controlar no sola la frecuencia de rotación del mismo sino también la amplitud de la vibración suministrada al molde, con ello es posible obtener una mayor compactación y tiempos de ciclos más rápidos en comparación a los obtenidos con sistemas convencionales de vibración. Con este sistema es posible regular la vibración según los requerimientos del molde, optimizando los parámetros deseados para cada uno de estos. Provee una mayor versatilidad, permitiendo ofrecer una elevada calidad para cada uno de los productos elaborados.

Además el ajuste de la vibración puede ser diseñada para múltiples tiempos, dentro del ciclo de la máquina, y ello puede hacerse sobre la marcha mientras los motores siguen funcionando, no siendo necesario como en algunos vibradores contar con sistemas de frenado de la vibración.

Beneficios alcanzados con su utilización:

- ✓ Mayor vida útil del molde en comparación con los sistemas de vibración convencional.
- ✓ Ajustes independientes de la vibración en el llenado y en la compactación.
- ✓ La amplitud y la frecuencia pueden ser controladas desde el panel de control durante el ciclaje de la máquina.
- ✓ Reduce el mantenimiento del motor del vibrador.

Antes de continuar con la descripción del vibrador y sus características, es necesario repasar algunos de los conceptos teóricos acerca de la vibración generada por una masa desbalanceada, sobre los cuales se apoya el desarrollo de este vibrador.

2.3) Conceptos Teóricos¹⁹

Si bien nos es objeto de este escrito el desarrollo de cada uno de los casos que generan el fenómeno de vibración, se hace referencia sobre algunos de los conceptos más importantes involucrados en un sistema vibratorio, a fines de tenerlos presentes sobre el desarrollo del trabajo. Luego se describen todos los conceptos de vibración asociados al caso de una “masa desbalanceada”, ya que en nuestro caso el movimiento oscilatorio se genera a través de este medio.

2.3.1) Conceptos Básicos de la Vibración

✓ Vibración:

Cualquier movimiento que se repita en un intervalo de tiempo se llama vibración u oscilación. El vaivén de un péndulo y el movimiento de una cuerda pulsada son ejemplos comunes de vibración. La teoría de la vibración tiene que ver con el estudio de los movimientos oscilatorios de los cuerpos y las fuerzas asociadas con ellos.

¹⁹ Los conceptos enunciados derivan del libro “Vibraciones Mecánicas – 5^{ta} Ed. Autor: Rao”

✓ Partes elementales de sistemas vibratorios:

Por lo común un sistema vibratorio incluye un medio para almacenar y liberar energía potencial (resorte o elasticidad), cuya magnitud queda representada por el valor de la **rigidez “K”** del sistema, un medio para conservar y liberar energía cinética (**masa o inercia** del sistema, representado por lo general por la letra “M”) y un medio por el cual la energía se pierde gradualmente (amortiguador) cuya magnitud se representa por el **coeficiente de amortiguamiento equivalente “C”** (si bien no es objeto de este escrito, vale la pena aclarar que existen diversos mecanismos de amortiguamientos, entre ellos el amortiguamiento viscoso, de Coulomb o de fricción seca, material o sólido o histérico y el amortiguamiento por fluido).

✓ Cantidad de Grados de libertad:

El mínimo de coordenadas independientes requerido para determinar por completo todas las partes de un sistema en cualquier instante de tiempo define la cantidad de grados de libertad del sistema. En la siguiente imagen se muestran algunos ejemplos:

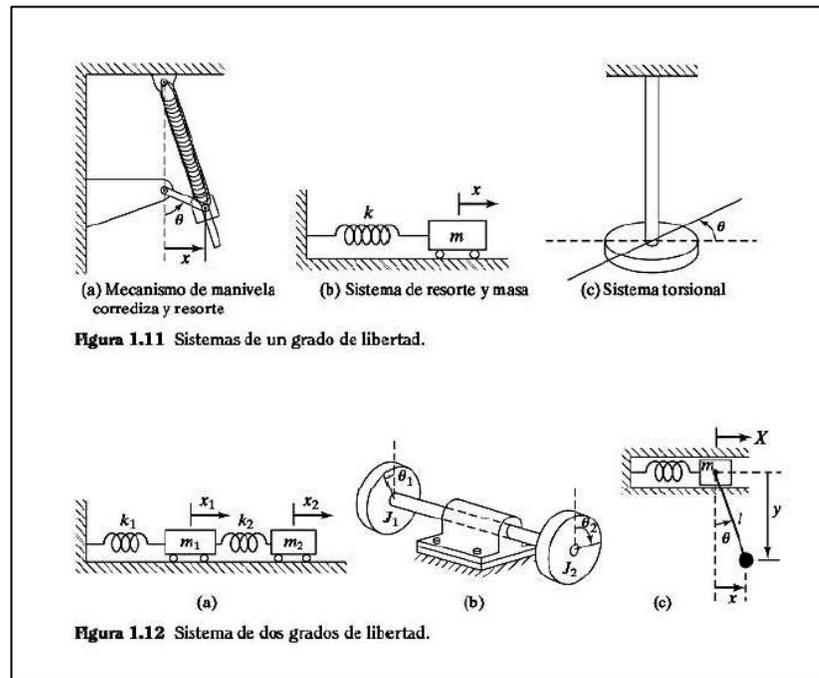


Fig. N° 21 (Gentileza del Capítulo 1 – Vibraciones mecánicas 5ta. Ed. RAO).

✓ Clasificación de la Vibración²⁰:

La vibración se puede clasificar de varias formas, entre las clasificaciones más importantes se destacan las siguientes:

- Vibración Libre:

Si se deja que un sistema vibre por sí mismo después de una perturbación inicial, la vibración resultante se conoce como *vibración libre*. Ninguna fuerza externa actúa en el sistema. La oscilación de un péndulo simple es un ejemplo de ello.

- Vibración Forzada:

Si un sistema se somete a una fuerza externa (a menudo, una fuerza repetitiva) la vibración resultante se conoce como *vibración forzada*. La vibración que aparece en máquinas como motores diesel es un ejemplo de vibración forzada.

Si la frecuencia de la fuerza externa coincide con la frecuencia natural del sistema ocurre una condición conocida como *resonancia*, y el sistema sufre oscilaciones peligrosamente grandes. Las fallas de estructuras como edificios, puentes, turbinas y alas de avión se asocian a la ocurrencia de resonancia.

- Vibración Amortiguada y No Amortiguada

Si no se pierde o disipa energía por fricción u otra resistencia durante la oscilación, la vibración se conoce como *vibración no amortiguada*. Sin embargo, si se pierde energía se llama *vibración amortiguada*. En muchos sistemas físicos, la cantidad de amortiguamiento suele ser tan pequeña que puede ser ignorada en la mayoría de las aplicaciones de ingeniería. Sin embargo la consideración del amortiguamiento se vuelve extremadamente importante al analizar sistemas vibratorios próximos a la resonancia.

²⁰ Se desarrolla una clasificación para fines descriptivos, no obstante de ser necesario un abordaje en mayor profundidad, se recomienda remitirse a la biografía pertinente sobre el tema, entre ellas:

- Vibraciones Mecánicas – 5^{ta} Ed. – Autor: RAO – Editorial: PEARSON
- Vibraciones - Edición 2005 – Autor: Balakumar Balachandran/Edward B. Magrab – Editorial: THOMSON

- Vibración lineal y no lineal

Si todos los componentes básicos del sistema vibratorio, el resorte, la masa y el amortiguamiento se comportan linealmente, la vibración resultante se conoce como *vibración lineal*. Pero si cualquiera de los componentes básicos se comporta de manera no lineal, se conoce como *vibración no lineal*.

- Vibración determinística y aleatoria

Si el valor o magnitud de la excitación (fuerza o movimiento) que actúa en un sistema vibratorio se conoce en cualquier tiempo dado, la excitación se llama *determinística* y en consecuencia la vibración resultante se conoce como *vibración determinística*.

En algunos casos la vibración es *no determinística u aleatoria*; el valor de la excitación en un momento dado no se puede pronosticar. En estos casos, una recopilación de registros de la excitación puede presentar cierta regularidad estadística. Es posible estimar promedios como los valores medio o medios al cuadrado de la excitación.

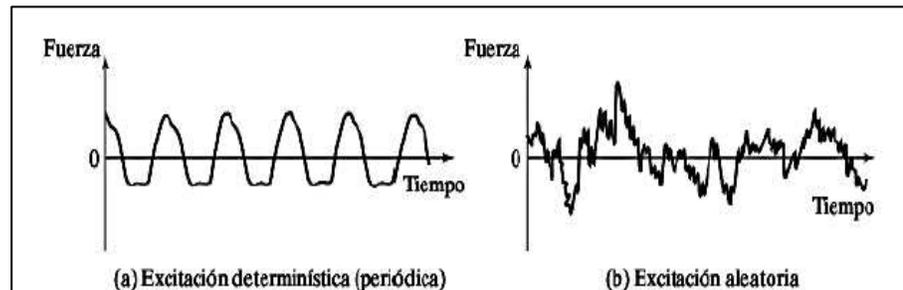


Fig. N° 22 (Gentileza del Capítulo 1 – Vibraciones mecánicas 5ta. Ed. RAO).

Ejemplos de excitaciones aleatorias son la velocidad del viento, la aspereza del camino y el movimiento de tierra durante sismos. Por lo tanto si la excitación es aleatoria la vibración se conoce como *vibración aleatoria*.

✓ Frecuencia Natural “ ω_n ” y Factor de Amortiguamiento “ ζ ”

La definición de ambos parámetros resulta de gran importancia, no solo porque las cantidades de estos parámetros dependen de las propiedades del sistema sino también porque las respuestas del mismo pueden interpretarse en base a los valores de estos parámetros.

- Frecuencia Natural “ ω_n ”

En el caso de las oscilaciones por traslación en un sistema de un solo grado de libertad, la *frecuencia natural* “ ω_n ” se define como:

$$\omega_n = 2\pi f_n = \sqrt{\frac{K}{M}} \text{ (rad/seg)}$$

Dónde:

- *K es la rigidez del Sistema.*
- *M es la masa del Sistema.*
- *La cantidad “ f_n ” se denomina frecuencia natural, tiene unidades de Hz.*

Con el valor de la frecuencia natural del sistema es posible conocer si el sistema está o no en resonancia, en base a la frecuencia de excitación establecida. La resonancia es una condición indeseable y en consecuencia con la determinación de la frecuencia natural, es posible determinar en forma rápida y sencilla que frecuencia de excitación “ ω ” implica dicha condición.

Además con su determinación es posible determinar la relación adimensional de frecuencias “ $\Omega = \omega/\omega_n$ ” que posteriormente se utiliza para caracterizar la respuesta de un sistema en forma adimensional y analizar su comportamiento.

- Factor de Amortiguamiento “ ζ ”

Para el caso de oscilaciones por traslación en un sistema de un grado de libertad se define por *factor de amortiguamiento o relación de amortiguamiento* ζ a la siguiente relación adimensional:

$$\zeta = \frac{c}{2m\omega_n} = \frac{c}{2 * \sqrt{k * m}} = \frac{c * \omega_n}{2 * k}$$

Dónde:

- “c” es el coeficiente de amortiguamiento del sistema en unidades de (N.s/m)
- “k” es la rigidez del sistema.
- “m” es la masa del sistema.

Se define como **amortiguamiento crítico** a la cantidad:

$$c_c = 2 * m * \omega_n = 2 * \sqrt{k * m}$$

El sistema oscilatorio puede caracterizarse en función del valor que adopte el factor de amortiguamiento en distintos tipos de respuestas²¹, las cuales se distinguen a continuación:

Sí: $\zeta = 0 \rightarrow$ Sistema NO amortiguado

$0 < \zeta < 1 \rightarrow$ Sistema Subamortiguado

$\zeta = 1 \rightarrow$ Sistema amortiguado críticamente

$\zeta > 1 \rightarrow$ Sistema sobreamortiguado

Cada uno de estos casos tiene sus particularidades, no obstante no es objeto de este escrito su desarrollo, pero sí vale la pena aclarar que cada uno de estos representa una característica de cómo el sistema disipa energía y en consecuencia cómo la respuesta se atenúa con el transcurso del tiempo. Suele ser de gran importancia para caracterizar la parte

²¹ Cada una de ellas tiene sus particularidades, a fines de profundizar en cada una se recomienda remitirse a las siguientes bibliografías:

- Vibraciones Mecánicas – 5^{ta} Ed. – Autor: RAO – Editorial: PEARSON
- Vibraciones - Edición 2005 – Autor: Balakumar Balachandran/Edward B. Magrab – Editorial: THOMSON

transitoria de la respuesta de desplazamiento (la resolución de EDO²², que representa el movimiento oscilatorio de un sistema, está constituida por dos términos, una representa la parte *transitoria* que solo está presente una cierta cantidad de períodos y por otro lado el término que representa el régimen *permanente* que está presente a lo largo del tiempo) la determinación del valor ζ , además en caso de tener la respuesta en el tiempo del desplazamiento será posible determinar el valor de ζ a partir usar el “**decremento logarítmico**”.

En algunos casos la determinación del factor de amortiguamiento nos permite determinar otros parámetros relacionados al sistema, como son la rigidez “ k ” o bien la frecuencia natural del sistema “ ω_n ” entre otros.

✓ Ecuación rectora de Movimiento de un Sistema de un solo Grado de libertad.

Existen dos métodos²³ para la determinación de la ecuación que gobierna el movimiento de un sistema de un grado de libertad, el primero consiste en los métodos de equilibrio de fuerzas y balance de momentos, y el segundo se basa en las ecuaciones de Larange. Si bien son dos métodos diferentes se llega al mismo resultado, pudiendo expresar la ecuación de la siguiente manera:

$$m \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + c \frac{\partial x}{\partial t} + k x = f(t)$$

O bien en término de la frecuencia natural y el factor de amortiguamiento, la ecuación puede escribirse:

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + 2 \zeta \omega_n \frac{\partial x}{\partial t} + \omega_n^2 x = \frac{f(t)}{m}$$

²² La resolución de la Ecuación Diferencial Ordinaria “EDO”, del movimiento oscilatorio se puede observar en la bibliografía que a continuación se cita.

²³ Para una mayor comprensión, acerca de la resolución de ambos métodos, se recomienda remitirse a la siguiente biografía:

- Capítulo 3 del libro: Vibraciones - Edición 2005 – Autor: Balakumar Balachandran/Edward B. Magrab – Editorial: THOMSON

2.3.2) Sistemas con Masa Rotatoria Desbalanceada

Muchas máquinas giratorias, como ventiladores, secadoras de ropa, motores de combustión interna y motores eléctricos tienen un cierto grado de desbalanceo, las cuales representan una de las causas principales de vibración. Al modelar estos sistemas de un solo grado de libertad (1 SGLD) se supone que el desbalanceo genera una fuerza que actúa sobre la masa del sistema, la cual se transmite a través del resorte y el amortiguador a la base fija. A continuación se muestra un ejemplo de ello:

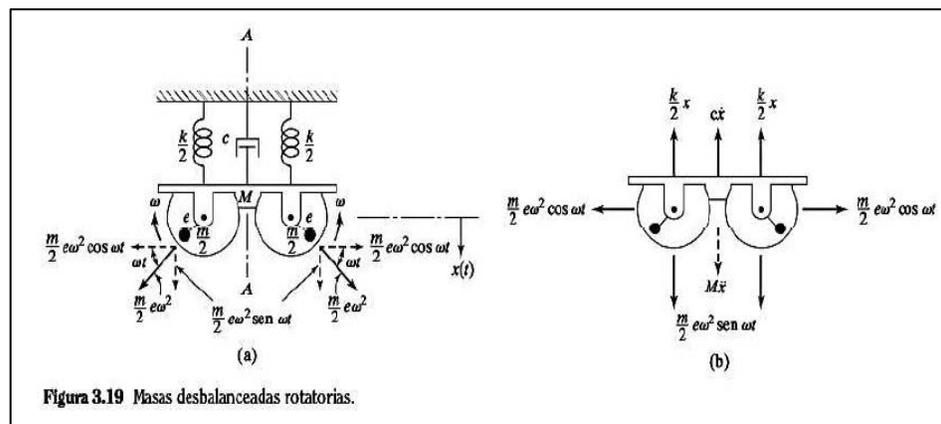


Fig. N° 23 Esquema de un Sistema con Masas Rotatorias Desbalanceadas.²⁴

En la figura se muestra un modelo simplificado de una máquina, en la cual la masa total se representa por medio de “ M ”, y tiene dos masas excéntricas “ $m/2$ ” que giran en sentido opuesto con una velocidad angular “ ω ” constante, La fuerza centrífuga “ $(m\epsilon\omega^2)/2$ ” producida por cada masa será la encargada de excitar a la masa M . Como ya se mencionó con anterioridad la finalidad que ambas giren con la misma velocidad pero en sentido opuesto hace que el sistema solo tenga un desplazamiento vertical, provocado por la suma de ambas componentes de excitación vertical de la fuerza centrífuga. Mientras las componentes de excitación horizontal se anulan y en consecuencia el sistema no posee movimiento horizontal alguno.

²⁴ Gentileza del Capítulo 3 – Vibraciones mecánicas 5ta. Ed. RAO.

Si la posición horizontal de las masas se mide respecto al plano horizontal, la ecuación de movimiento del sistema se puede escribir a partir de:

$$m \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + c \frac{\partial x}{\partial t} + k x = f(t) = m \varepsilon \omega^2 \text{sen}(\omega t)$$

En términos de la frecuencia natural y el factor de amortiguamiento, la ecuación puede expresarse como:

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + 2\zeta \omega_n \frac{\partial x}{\partial t} + \omega_n^2 x = f(t) = \frac{m \varepsilon \omega^2}{M_1} \text{sen}(\omega t)$$

Dónde:

- $F_a = m \varepsilon \omega^2 \rightarrow$ *magnitud de la fuerza aplicada desbalanceada*
- $M_1 = M + m \rightarrow$ *la masa total*
- $\omega_n = \sqrt{k/M_1} \rightarrow$ *Frecuencia natural del sistema*

Si introducimos el término de tiempo adimensional $\tau = \omega_n * t$ se tiene:

$$\frac{\partial^2 x}{\partial \tau^2} + 2\zeta \frac{\partial x}{\partial \tau} + x = f(\tau) = M_\varepsilon \Omega^2 \text{sen}(\Omega \tau)$$

Dónde:

- $M_\varepsilon = m * \varepsilon / M_1$
- $\Omega = \omega / \omega_n \rightarrow$ *Relación de frecuencias*

Al resolver esta ecuación, llegamos a la siguiente solución de la **Respuesta en Desplazamiento**:

$$x(\tau) = M_{\varepsilon} * H_{desb}(\Omega) \text{sen}(\Omega\tau - \theta(\Omega))$$

Donde la respuesta en amplitud $H_{desb}(\Omega)$ y la respuesta de fase $\theta(\Omega)$ se determinan por medio de:

$$H_{desb}(\Omega) = \Omega^2 H(\Omega) = \frac{\Omega^2}{\sqrt{(1 - \Omega^2)^2 + (2\zeta\Omega)^2}}$$

$$\theta(\Omega) = \tan^{-1} \frac{2\zeta\Omega}{1 - \Omega^2}$$

Tanto la respuesta de **Velocidad y Aceleración** se consiguen al derivar esta ecuación, pudiéndose manifestar de la siguiente forma:

$$v(\tau) = M_{\varepsilon} * \Omega * H_{desb}(\Omega) \text{cos}(\Omega\tau - \theta(\Omega))$$

$$a(\tau) = -M_{\varepsilon} * \Omega^2 * H_{desb}(\Omega) \text{sen}(\Omega\tau - \theta(\Omega)) = -\Omega^2 * x(\tau)$$

Como puede observarse en la ecuación de la aceleración, para las oscilaciones armónicas, la magnitud de la aceleración es igual al cuadrado de la relación de frecuencias “ Ω ” por la magnitud del desplazamiento, y la respuesta de la aceleración retrasa 180° la respuesta del desplazamiento.

Si comparamos estas ecuaciones con las obtenidas para un sistema en el cual la excitación armónica se aplica en forma directa sobre la masa, podemos visualizar que las respuestas de fase son las mismas y las respuestas en amplitud son distintas. Estas diferencias y similitudes se pueden apreciar de

mejor manera al comparar las gráficas de ambas magnitudes²⁵ en cada uno de los sistemas.

En nuestro trabajo nos remitiremos al análisis de las curvas pertenecientes a un sistema con masa desbalanceada, con el objetivo de comprender la respuesta del sistema bajo dicha excitación, como así también tener una visión clara de cómo la variación en los parámetros del mismo (excitación, rigidez, amortiguamiento e inercia) implican un cambio en la respuesta.

Por lo tanto, con la respuesta del sistema se buscar comprender en base a la comparativa con el resto de las curvas en que situación estamos y en base ello analizar si en necesario o no la modificación de alguno de nuestros parámetros (en caso de tener una respuesta inapropiada a nuestras expectativas, se puede analizar si es necesario la modificación de la frecuencia natural “ ω_n ” a partir de la rigidez o masa del sistema, si se desea un menor desplazamiento incrementar el amortiguamiento, etc.)

Las curvas se representan en la siguiente imagen:

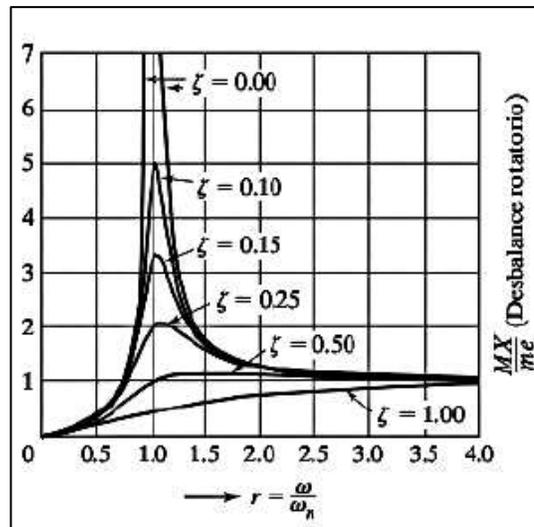


Fig. N° 24 Respuesta en Amplitud vs. Relación de frecuencias.²⁶

²⁵ Nuestro primordial objetivo, en este escrito, es trabajar con las gráficas de respuesta en amplitud y de fase correspondientes al caso de un sistema con masa desbalanceada. Para observar las obtenidas para un sistema en el cual la masa se aplica directamente, remitirse a la siguiente cita bibliográfica:

- Capítulo 5 – Sección 5.2 (Pág 175) del libro: Vibraciones - Edición 2005 – Autor: Balakumar Balachandran/Edward B. Magrab – Editorial: THOMSON

²⁶ Gentileza del Capítulo 3 – Vibraciones mecánicas 5ta. Ed. RAO.

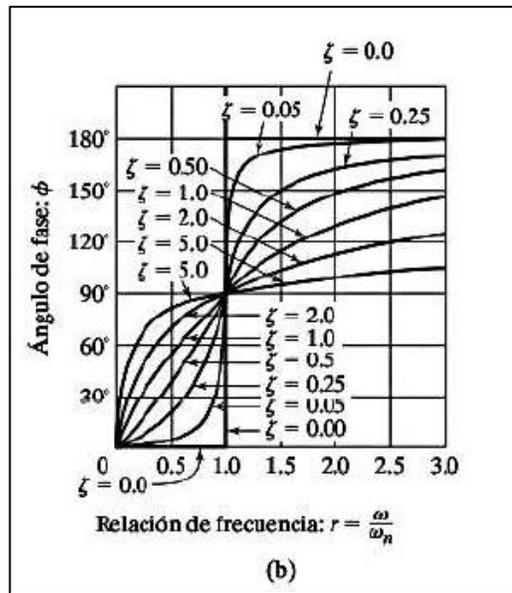


Fig. N° 25 Angulo de Fase vs. Relación de Frecuencias.²⁷

De la visualización de ambos gráficos se pueden hacer las siguientes observaciones:

- ✓ Todas las curvas se inician con un amplitud cero. La amplitud cerca de la resonancia ($\omega = \omega_n$) se ve **marcadamente afectada por el amortiguamiento**. Por lo tanto si la máquina tiene que funcionar cerca de la resonancia, deberá introducirse amortiguamiento a propósito para evitar amplitudes peligrosas.

²⁷ Gentileza del Capítulo 3 – Vibraciones mecánicas 5ta. Ed. RAO.

- ✓ A velocidades de excitación muy altas (ω grande), $(X * M_1) / (m * \varepsilon)$

es casi unitaria, y el efecto del amortiguamiento es insignificante.

- ✓ Para $0 < \zeta < \frac{1}{\sqrt{2}}$, el valor máximo de $\frac{(X * M_1)}{(m * \varepsilon)}$ ocurre cuando:

$$\frac{\partial}{\partial \Omega} \left(\frac{X * M_1}{m * \varepsilon} \right) = 0$$

La solución de la ecuación derivada, da que el máximo ocurre cuando:

$$\Omega = \frac{1}{\sqrt{1 - 2\zeta^2}} > 1$$

Por lo tanto, los valores máximos ocurren a la derecha del valor de resonancia $\Omega = 1$.

Siendo el valor máximo $\left(\frac{X * M_1}{m * \varepsilon} \right)_{max}$:

$$\left(\frac{X * M_1}{m * \varepsilon} \right)_{max} = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1 - \zeta^2}}$$

- ✓ Para $\zeta > \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\left(\frac{X * M_1}{m * \varepsilon} \right)$ no alcanza un máximo, su valor crece desde cero en $\Omega = 0$ hasta 1 en $\Omega \rightarrow \infty$

- ✓ La fuerza transmitida a la base producida por la fuerza desbalanceada rotatoria (F_a) es $F(\tau) = kx(\tau) + cv(\tau)$, cuya expresión se puede determinar al reemplazar los valores del desplazamiento y de la velocidad respectivamente.

Su valor máximo puede determinarse a partir de derivar esta expresión con respecto al tiempo e igualarla a cero, llegando a la siguiente expresión:

$$|F| = m\varepsilon\omega^2 \left[\frac{1 + 4\zeta^2\Omega^2}{(1 - \Omega^2)^2 + 4\zeta^2\Omega^2} \right]^{1/2}$$

2.4) Descripción de funcionamiento del Vibrador.

Con la ayuda de la visualización del vibrador y su despiece²⁸, se busca introducir el concepto de funcionamiento del vibrador (el cual se desarrolla en base al vibrador SMART Pac de Besser). Como dijimos con anterioridad la particularidad más diferenciada con respecto a otros vibradores, es la posibilidad de variar la amplitud de la fuerza de desbalanceo a partir de un cambio de la excentricidad del sistema mientras el vibrador se encuentra en marcha continuamente. Con esta particularidad se puede optimizar la amplitud de la vibración según las necesidades de cada molde con el cual se esté trabajando, permitiendo prestar las condiciones necesarias para asegurar la calidad de cada uno de los productos.

El vibrador se puede observar en la siguiente figura:

²⁸ Para un mayor entendimiento se puede observar el plano de DESPIECE del vibrador, en el Apéndice al final de este escrito (Anexo-Diagramas).

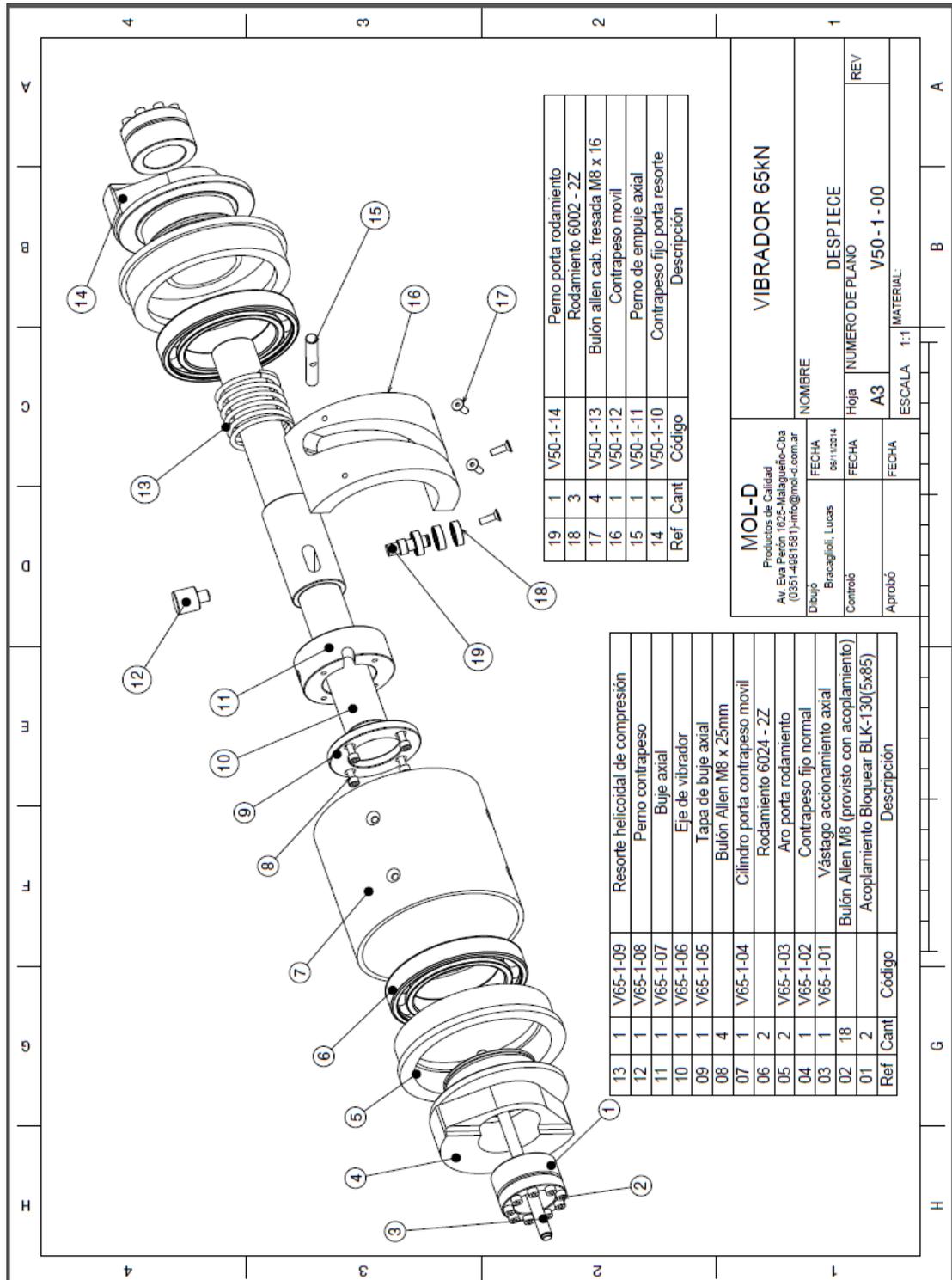


Fig. N° 26 Plano de Despiece del Vibrador.²⁹

²⁹ **NOTA:** Para una mejor apreciación este Plano se podrá ver en la documentación adjuntada al final del escrito (Anexo-Diagramas).

Con este plano buscamos presentar a cada uno de los componentes del vibrador, no obstante para un mayor entendimiento vamos a ir describiendo a cada una de las partes mientras explicamos su funcionamiento.

En primer lugar, dejar en claro que **la vibración del sistema se va producir mediante una fuerza centrífuga resultado del desbalance**. En consecuencia el vibrador consiste de tres masas en el cual al desbalancearse una de ellas provoca el desbalance para él cual el eje principal de inercia no coincide con el eje de rotación del conjunto armado al estar vibrando, en la posición de reposo este conjunto de masas se encuentra en equilibrio y por lo tanto no produce desbalance alguno. El eje se encuentra con una cierta velocidad angular " ω " sin producirse vibración alguna. Situación que se puede esquematizar de la siguiente manera:

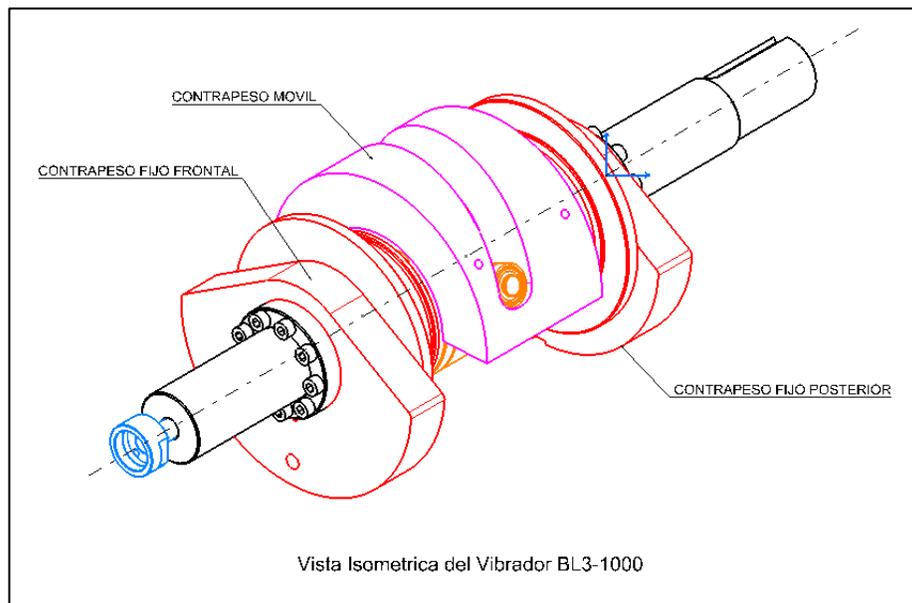


Fig. N° 27 Esquema del Conjunto Vibrador.

Como podemos observar en la figura, el sistema **se encuentra balanceado** en forma estática y dinámica, de manera tal que la fuerza centrífuga generada por los contrapesos fijos es compensada por la generada por el contrapeso móvil. En consecuencia por equilibrio estático, para tal posición se debe cumplir que:

$$\sum F - m \cdot a = 0;$$

Desarrollando la ecuación para el plano transversal “yz” del eje, nos quedaría que:

$$2m_{cf}\varepsilon_{cf}\omega^2 = m_{cm}\varepsilon_{cm}\omega^2;$$

Verificando esta igualdad para cada una de las proyecciones de la fuerza centrífuga en un mismo plano, en la dirección de “z” e “y” podemos decir que:

Datos del Contrapeso Fijo son:

- $m_{cf} = 10.021 \text{ (Kg.)}$
- $Gx = \varepsilon_{x(cf)} = 34.063 \text{ (mm)}$
- $Gy = \varepsilon_{y(cf)} = -19.233 \text{ (mm)}$
- $Gz = \varepsilon_{z(cf)} \cong 0 \text{ (mm)}$

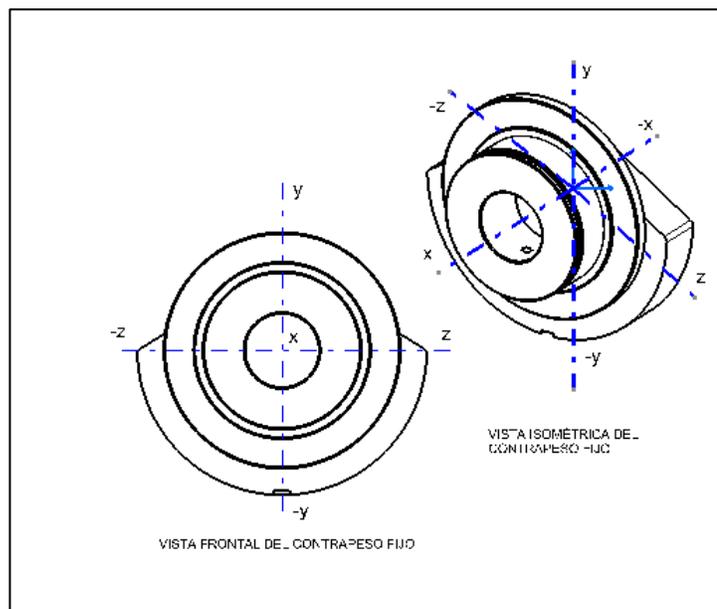


Fig. N° 28 Ejes de coordenadas del Contrapeso Fijo.

Datos del Contrapeso Móvil son:

- $m_{cm} = 7.8 \text{ (Kg.)}$
- $Gx = \varepsilon_{x(cm)} = 5,0 \text{ (mm)}$
- $Gy = \varepsilon_{y(cm)} = 50,454 \text{ (mm)}$
- $Gz = \varepsilon_{z(cm)} \cong 0 \text{ (mm)}$

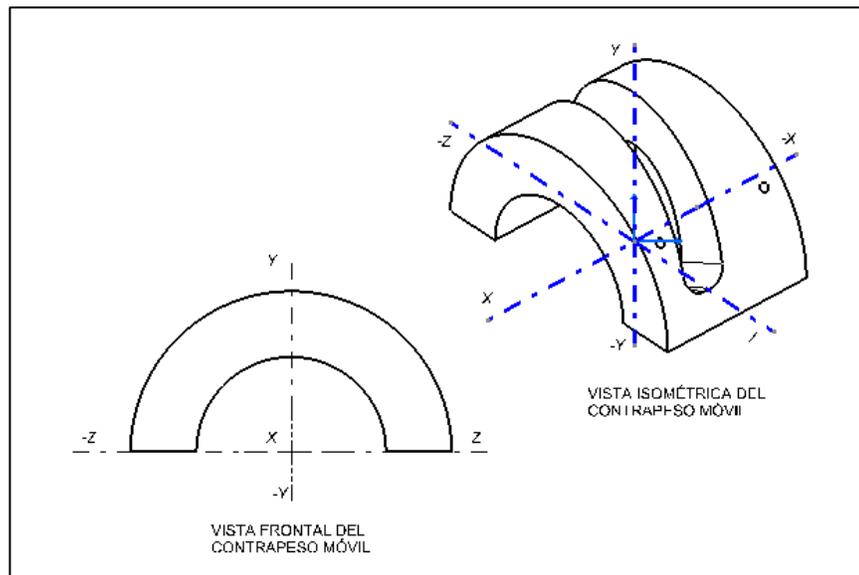


Fig. N° 29 Ejes de coordenadas del Contrapeso Móvil.

Por lo tanto, verificando esta igualdad para la excentricidad en el eje “y” de estos componentes, se llega a la conclusión que:

$$2m_{cf}\varepsilon_{y(cf)}\cancel{\omega^2 \text{sen}(\omega t)} = m_{cm}\varepsilon_{y(cm)}\cancel{\omega^2 \text{sen}(\omega t)}$$

$$2m_{cf}\varepsilon_{y(cf)} = m_{cm}\varepsilon_{y(cm)}$$

Reemplazando por los valores obtenidos de cada uno de estos componentes³⁰, nos queda que:

$$2 * 10.021(Kg) * 0.019233(m) = 7.8(Kg) * 0.050454(m)$$

$$\mathbf{0,385447 (Kg.m) \cong 0.39354(Kg.m)}$$

Como vemos, existe cierta discrepancia entre ambos términos. Lo cual puede justificarse por la complejidad en la geometría del contrapeso móvil, ya que una vez que fueron diseñados los contrapesos fijos, se comenzó con el diseño del contrapeso móvil y en base a una aproximación inicial se fue generando una geometría que, *a partir de su peso y excentricidad*, se aproxime lo más posible a esta igualdad.

No obstante, esta diferencia será eliminada mediante un **balanceo estático**³¹ una vez montado el vibrador en la estructura de la máquina. Es decir, una vez montado los vibradores, se lleva a cabo el balance a partir del aporte de una determinada cantidad de masa, que ubicada correctamente equilibrará el sistema haciendo que esta igualdad se cumpla definitivamente. Además vale la pena aclarar que por más que esta igualdad se cumpla en forma teórica, con el diseño de sus componentes, siempre en la práctica existe algún tipo de desbalance debido al proceso de manufactura de estas piezas (lo que conllevaría de igual forma a un balance final del conjunto ensamblado).

Para que el sistema se encuentre balanceado en forma completa es necesario verificar el Balance Dinámico del mismo, a partir de verificar que la sumatoria de momentos con respecto a un punto inercial del sistema sea igual a cero, por lo tanto:

$$\sum M_0 = 0;$$

A continuación se expone en forma esquemática la distribución de masas en el plano transversal como así también en el plano donde está contenido el eje.

³⁰ Los datos expuestos, sobre cada uno de estos componentes se derivan del soft de diseño CATIA V5 en el cual estos han sido diseñados.

³¹ Para profundizar en el concepto de balanceo estático, se recomienda ver la bibliografía "BALANCEO DE MECANISMOS Y MÁQUINAS" adjunta en el Apéndice de este trabajo.

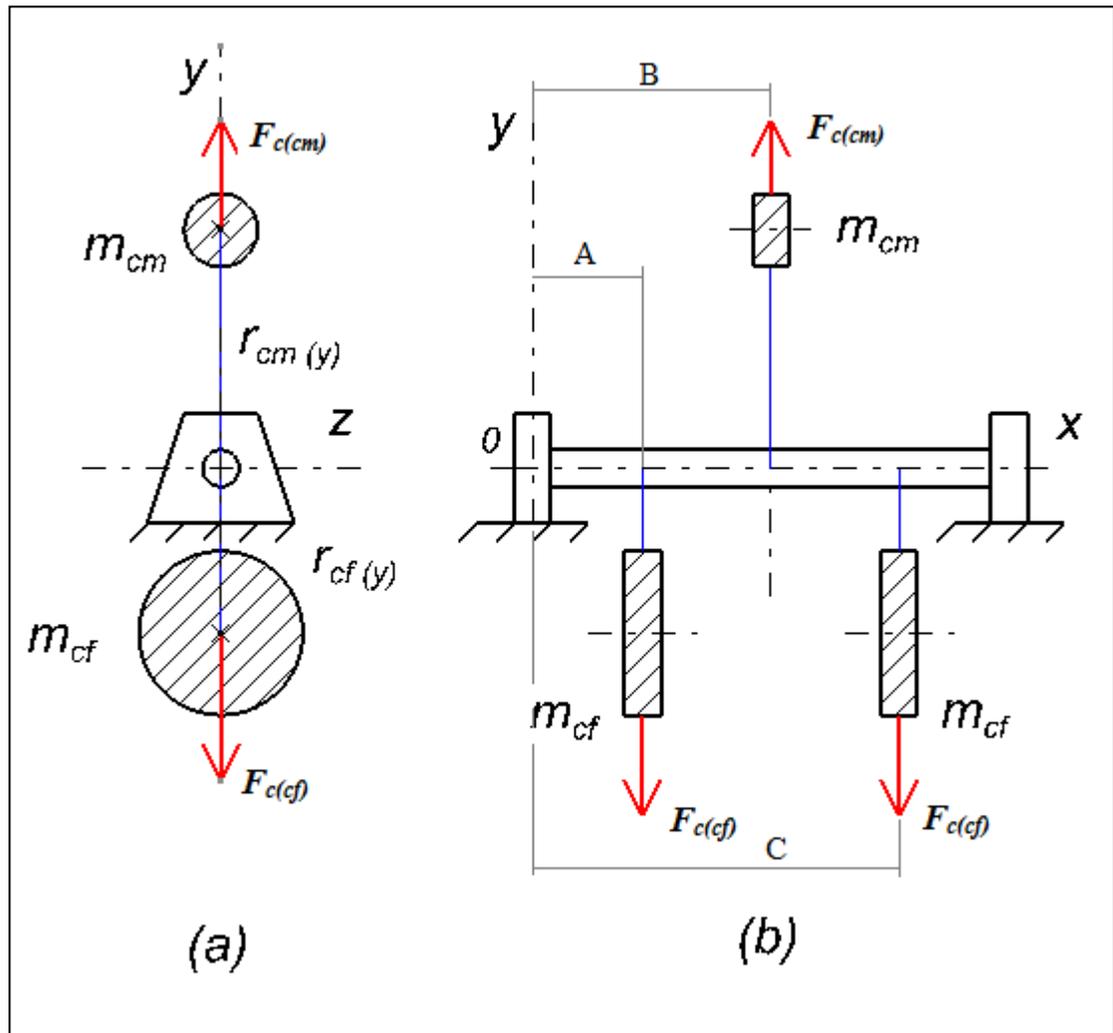


Fig. N° 30 Distribución de masas del sistema.

La figura (a) representa el plano transversal del sistema y manifiesta la distribución de masas en ese plano, que como ya hemos determinado resulta equilibrado y en consecuencia está balanceado en forma estática. No obstante siempre resulta apropiado observar la distribución de masas en el plano que contiene el árbol, ya que esta distribución de masas en forma longitudinal puede que no esté equilibrada y en consecuencia sea necesario balancear el sistema en forma dinámica.

Es decir, las fuerzas de inercia generan un par que gira junto con las masas alrededor del árbol. Este par genera un momento en el plano de la bancada, que levanta y deja caer alternadamente los extremos derechos e izquierdos del árbol, para corregir este

desbalance se requiere agregar o eliminar la cantidad correcta de masa, en localizaciones angulares apropiadas, en dos plano de corrección (donde se colocarán las respectivas masas de corrección) separados a una cierta distancia a lo largo del árbol.

Evaluando el momento con respecto al punto inercial “0”, decimos que:

$$\sum M_0 = -F_{c(cf)} * A + F_{c(cm)} * B - F_{c(cf)} * C = 0;$$

Dónde la distribución de masas en forma longitudinal con respecto a “0” sería:

$$A = 149,5 \text{ (mm)};$$

$$B = 287,5 \text{ (mm)};$$

$$C = 400 \text{ (mm)};$$

Luego reemplazando valores³² la ecuación puede escribirse como:

$$\sum M_0 = [-(m_{cf} * \varepsilon_{cf}) * A + (m_{cm} * \varepsilon_{cm}) * B - (m_{cf} * \varepsilon_{cf}) * C] * \omega^2 = 0;$$

$$\sum M_0 = [-(10,2(Kg.) * 0,020(m)) * 0,1495 + (7,8(kg.) * 0,0505(m)) * 0,2875 - (10,2 * 0,020) * 0,4(m)] = 0,00115 \text{ (kg.m)};$$

$$\sum M_0 = 0,00115 \cong 0;$$

Al igual que en el caso estático existe un pequeño desbalance, en consecuencia una vez montado el vibrador en la máquina se deberían introducir pequeñas masas en sus respectivos planos, ubicados sobre posiciones longitudinales libres del árbol, a fines de corregir dicha discrepancia y tener un balance completo del sistema.

Como ya hemos mencionado, con anterioridad, para la obtención de la vibración **es necesario que este conjunto de masas se encuentre en desequilibrio** y así obtener la vibración deseada, en magnitud y tiempo requerido. Para ello procedemos a la explicación del mecanismo que provoca el desbalance, para lo cual resulta intuitivo apoyarnos en la siguiente imagen:

³² Los valores que se han empleado son aportados por el software de diseño CATIA V5-R21, en el cual se encuentra ensamblado y diseñado el conjunto.

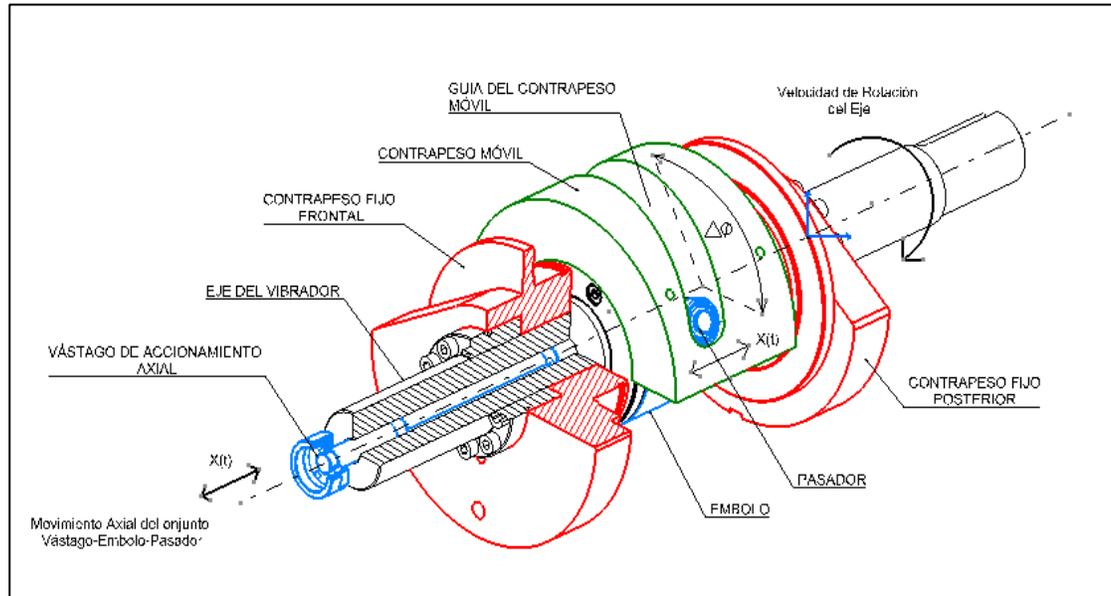


Fig. N° 31 Esquema en Corte Parcial del Conjunto Vibrador con los componentes principales.

En un principio, como ya se mencionó, el conjunto Vibrador se encuentra rotando a una velocidad angular constante “ ω ” y este se encuentra balanceado, por ende no se tiene movimiento alguno. Por lo tanto para que el sistema comience a vibrar es necesario el desbalance.

El desbalance del conjunto se debe principalmente a la pequeña rotación “ $\Delta\theta$ ” que sufre el contrapeso móvil, bajo la acción de un pasador que se mueve en forma axial “ $x(t)$ ” (si bien no se puede observar en la figura, el contrapeso móvil se encuentra confinado entre los componentes de alojamiento de los rodamientos, en consecuencia sólo puede rotar sin moverse axialmente, mientras que el pasador es el que se mueve axialmente sin rotar). Para poder transformar este movimiento de traslación en uno de rotación, el contrapeso móvil contiene una guía (un vaciado) cuya geometría sigue una curva helicoidal y sobre la cual se apoyan una serie de rodamientos (que se encuentran en forma solidaria al pasador) que al ser empujados axialmente por el pasador hacen que el contrapeso rote y cambie su posición. Esto provoca un cambio en la excentricidad del sistema “ ϵ ” y en consecuencia en el desbalance que ello conlleva. El mayor movimiento axial implica la mayor rotación y por ende la máxima fuerza de desbalance.

El movimiento axial, del conjunto Vástago-Embolo-Pasador, será proporcionado por un cilindro hidráulico de simple efecto, que a su vez será comandado por una electroválvula. Una vez que cesa la presión hidráulica el contrapeso móvil vuelve a su posición de equilibrio por la acción de un resorte.

Por lo tanto, *el objetivo será determinar una ley que nos permita conocer la variación de la rotación del contrapeso móvil “ $\Delta\theta$ ” en base a lo que se mueva axialmente $x(t)$. Luego con estos datos será posible determinar cómo se modifica la excentricidad del sistema y en consecuencia la vibración, generando así una regla que nos permita comandar la electroválvula en base a los requerimientos de vibración deseados.*

En primera medida debemos determinar la siguiente ley:

$$\Delta\theta = \Delta\theta(x)$$

Como datos tenemos la carrera del pasador “ Δx ”, cuya restricción la impone un buje que actúa como tope del movimiento axial, siendo:

$$x_{min.} = 0$$

$$x_{max.} = 25 \text{ (mm)}$$

$$\Delta x = x_{max} - x_{min} = 25 \text{ (mm)}$$

Además la guía del Contrapeso Móvil responde a una curva helicoidal, que se construye a partir de los siguientes valores:

$$\varnothing_{\text{ línea media de sección de la Hélice}} = 71.25 \text{ (mm)}$$

$$\text{Paso} = 120 \text{ (mm)}$$

$$\text{Sección de Hélice Rectangular} = 33 * 62.5 \text{ (mm)} = 2062.25 \text{ (mm}^2\text{)}$$

$$\text{Angulo Comprendido de la Curva helicoidal} = 130^\circ$$

El movimiento generado se puede definir como un movimiento **“Rototraslatorio”**³³ por lo cual bajo la suposición de una relación estrictamente lineal, entre la traslación del embolo y la rotación del contrapeso móvil, podemos decir que:

Las ecuaciones que rigen el movimiento helicoidal, de una partícula que se mueve sobre la curva de la imagen son:

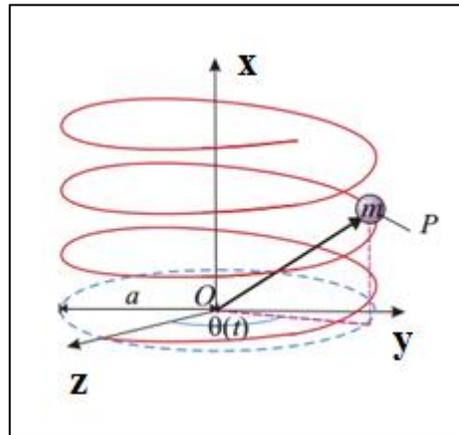


Fig. N° 32 Ilustración de una Curva Helicoidal.

$$z = a * \cos(\omega * t)$$

$$y = a * \epsilon * \text{sen}(\omega * t)$$

$$x = p * t$$

³³ El **movimiento helicoidal** es un movimiento rototraslatorio que resulta de combinar un movimiento de rotación en torno a un eje dado con un movimiento de traslación a lo largo de ese mismo eje; el resultado es un movimiento helicoidal.

Ref: https://es.wikipedia.org/wiki/Movimiento_helicoidal

Dónde:

- ✓ $a = \text{radio de giro de la espiral}$
- ✓ $\epsilon = \pm 1$; según el sentido de giro
- ✓ $\omega = \text{es el ángulo girado por unidad de tiempo } t$
- ✓ $p = \text{paso de la espiral, constante en nuestro caso}$

En nuestro caso solo nos interesa relacionar el movimiento axial en el eje “x” (que se muestra en la imagen) con el cambio de rotación del contrapeso, por lo tanto si consideramos una relación estrictamente lineal entre ambos, podríamos pensar en lo siguiente:

si la partícula completa una rotación de 2π (rad) en $\rightarrow x = p$

para un determinado $\Delta x \rightarrow$ se genera una rotación $\Delta\theta$

Por regla de tres simples, la variación de la rotación del contrapeso se puede escribir a partir de la siguiente ecuación:

$$\Delta\theta = \left(\frac{2\pi}{p}\right) * \Delta x$$

Reemplazando los valores:

$$\Delta\theta = \left(\frac{2\pi}{120}\right) * \Delta x$$

$$\Delta\theta = 0.05236 * \Delta x \text{ (rad)}$$

Con esta relación, podemos desarrollar una planilla de Excel en el cual se expongan las distintas rotaciones del contrapeso para un determinado incremento en forma axial, también introducir la excentricidad que se genera (cuya información proviene del software de diseño CATIA V5 R21 en el cual se encuentra el conjunto ensamblado) y

por último exponer la **fuerza centrífuga TEÓRICA** generada para cada una de estas rotaciones. La planilla queda de la siguiente forma:

ΔX (mm) - Avance Axial del Embolo	$\Delta\theta$ (deg.) Rotación del ContraPeso Móvil	ϵ (mm) - Excentricidad del Sistema	Fc (N) - Fuerza centrífuga Generada
1	3	0,346238357	2100,267181
2	6	0,675855754	4099,71232
3	9	1,008049602	6114,786105
4	12	1,338883864	8121,612695
5	15	1,669661642	10128,09666
6	18	1,999940249	12131,55268
7	21	2,328376473	14123,83287
8	24	2,65467983	16103,17519
9	27	2,980135903	18077,37791
10	30	3,303601822	20039,50845
11	33	3,623581792	21980,49337
12	36	3,942666103	23916,04526
13	39	4,258340052	25830,91004
14	42	4,571264267	27729,09504
15	45	4,880449979	29604,60245
16	48	5,185951889	31457,76407
17	51	5,488965294	33295,83053
18	54	5,787874912	35109,00359
19	57	6,083320228	36901,16233
20	60	6,373619458	38662,10514
21	63	6,660319061	40401,21277
22	66	6,942184454	42110,99628
23	69	7,219541329	43793,43131
24	72	7,491811597	45445,0112
25	75	7,759046978	47066,04968

Tabla N° II Relación entre el avance axial " ΔX " y la Rotación del Contrapeso Móvil " $\Delta\theta$ ".

Generamos la planilla a partir de un incremento axial de $\Delta x = 1(mm)$ hasta alcanzar la máxima amplitud disponible, de movimiento axial de $\Delta x_{max} = 25 (mm)$. En ella, como se observa en la planilla, se alcanza la máxima rotación de $\Delta\theta = 75^\circ$ que implica la máxima fuerza centrífuga generada por el vibrador de $\cong 47 (kN)$.

2.5) Selección y Verificación del Resorte helicoidal de Compresión

El componente responsable de poner en equilibrio el sistema, una vez que cesa la vibración, es el Resorte Helicoidal Cilíndrico. Este toma un rol de suma importancia en el funcionamiento del vibrador y de allí su importancia en su diseño y su posterior verificación.

Si bien no es objeto de este escrito, el desarrollo de todo el material que contempla este elemento de máquina, se abordarán los temas de importancia para esta aplicación³⁴.

En nuestro caso el resorte está vinculado con el contrapeso fijo posterior y el embolo de accionamiento, en la posición de equilibrio (posición inicial) se encuentra con una precarga inicial de compresión y en consecuencia con un desplazamiento inicial “ X_0 ”. Esta precarga “ F_i ” se debe a un desplazamiento inicial, cuya magnitud se determina más adelante y viene dado por:

$$F_i = k * X_0$$

Como se observa en la figura, el resorte se aloja sobre el interior del contrapeso fijo posterior en su lado exterior, como se podrá ver más adelante se requiere una cierta holgura entre ambos, y sobre el lado interno se encuentra el eje del vibrador.

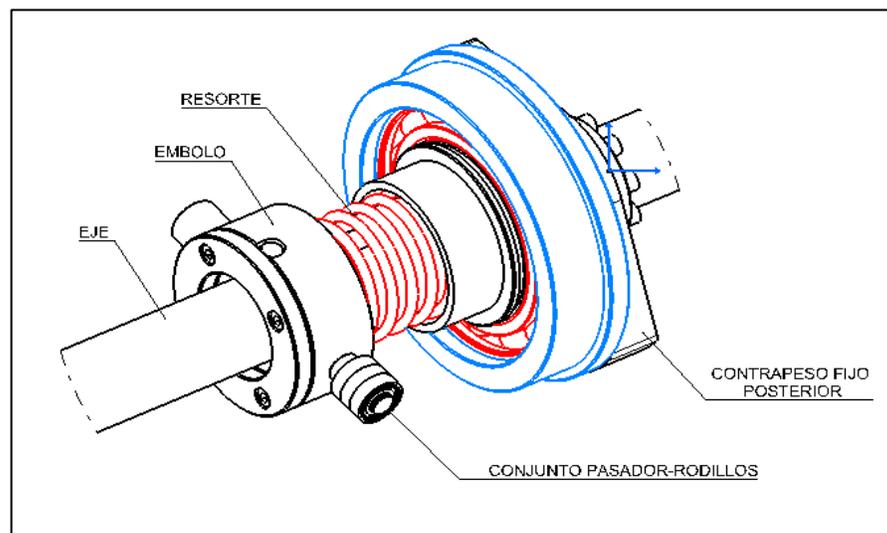


Fig. N° 33 Vista en detalle del alojamiento del Resorte sobre el Contrapeso y el Eje.

³⁴ Para más información remitirse al siguiente artículo:
<http://repositorio.bib.upct.es/dspace/bitstream/10317/3379/1/pfc5169.pdf>

En nuestro caso el resorte se encuentra solicitado a un esfuerzo de compresión fluctuante, por un lado la carga de accionamiento del contrapeso móvil “ F_{avance} ” y por otra parte la de retroceso “ $F_{Retroceso}$ ” del mismo que debe vencer la resistencia del sistema hidráulico.

El objetivo de nuestro estudio será verificar el resorte que se ha diseñado a “**FATIGA**” bajo la acción de un esfuerzo cíclico, y determinar si sus dimensiones aseguran una vida ilimitada de uso.

2.5.1) Descripción del Resorte

El resorte que se ha diseñado, se trata de un resorte helicoidal cilíndrico de sección circular, de **paso variable**, debido a la necesidad de un apoyo plano y un correcto funcionamiento los extremos del resorte presentan superficies de apoyo planas y perpendiculares a su eje; por este motivo las dos espiras de los extremos (espiras de apoyo) están más próximas entre sí (disminución del paso) y rectificadas.

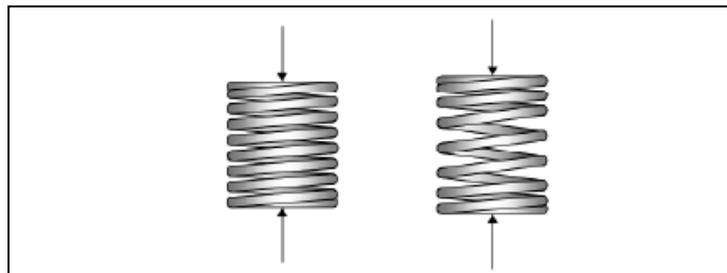


Fig. N° 34 Resorte helicoidal de compresión con paso uniforme y variable.³⁵

Por otro lado la descripción general del resorte viene representada por distintos términos que se pueden visualizar en la siguiente figura:

³⁵ Ref: <http://repositorio.bib.upct.es/dspace/bitstream/10317/3379/1/pfc5169.pdf>

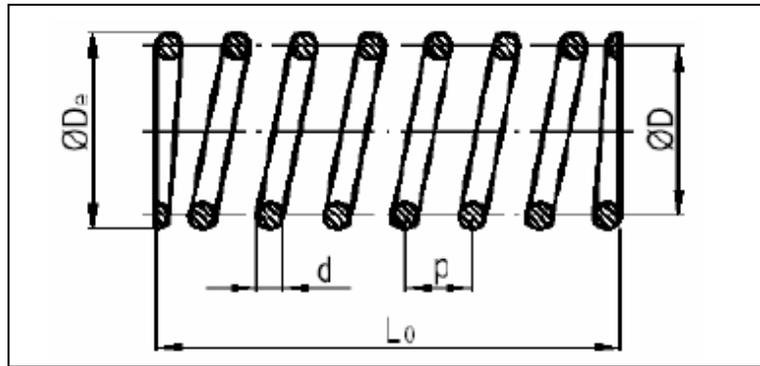


Fig. N° 35 Configuración de un Resorte helicoidal de Compresión.

- ✓ El **diámetro del alambre (d)**, si bien existen distintas formas para el alambre, en nuestro caso es “redondo”. La determinación del diámetro necesario del alambre es uno de los resultados más importantes del diseño, para la cual se fábrica en piezas de diámetro estándar que abarca un rango muy amplio, como se muestra en la siguiente tabla:

Metric sizes, mm					
First preference	Second preference	Third preference	First preference	Second preference	Third preference
0.10			2.5		
	0.11			2.8	26
0.12			3.0		
	0.14			3.5	32
0.16			4.0		
	0.18			4.5	42
0.20			5.0		48
	0.22			5.5	
0.25			6.0		
	0.28			6.5	
0.30			8.0		75
	0.35			7.0	
0.40				9.0	85
	0.45		10.0		95
0.50				11.0	
	0.55		12.0		
0.60				13.0	
	0.65		14.0		
0.80				15.0	
	0.70		16.0		
1.0					
	0.90				
1.2					
	1.1				
1.6		1.3			
	1.4				
2.0					
	1.8				
		2.1			

Tabla N° III Diámetros Estándar para Resortes.³⁶

³⁶ Ref: <http://repositorio.bib.upct.es/dspace/bitstream/10317/3379/1/pfc5169.pdf>

Tomando los valores de referencia de la tabla se adoptó por un diámetro del alambre de:

$$d = 6,5 \text{ (mm)}.$$

- ✓ El **diámetro Exterior (D_e)**, es la dimensión de la superficie cilíndrica envolvente exterior del resorte, se especifica cuando el resorte opera en una cavidad. Como en nuestro caso, sobre el interior del contrapeso fijo posterior.

$$D_e = 84,5 \text{ (mm)}$$

- ✓ El **diámetro Interior (D_i)**, se especifica cuando el resorte opera sobre una barra tal es el caso de un eje, como nuestra situación en la cual trabaja sobre el eje del vibrador.

$$D_i = 71,5 \text{ (mm)}$$

- ✓ El **diámetro medio (D)**, es el diámetro exterior menos el diámetro del alambre.

$$D = 78 \text{ (mm)}$$

Por lo general los resortes van instalados sobre orificios cilíndricos o bien sobre un vástago, en ambos casos para evitar el frotamiento³⁷ entre el resorte y estos, cuando el resorte esta comprimido, es necesario que entre estos exista una cierta holgura, se recomienda una holgura de una décima del diámetro del alambre para resortes de ½” de diámetro mayor. Es posible determinar el diámetro exterior del resorte a partir de la siguiente ecuación:

$$D_e = \sqrt{D^2 + \frac{p^2 - d^2}{\pi^2}} + d$$

³⁷ El **frotamiento** se debe al incremento del diámetro de la espira cuando se comprime el resorte, fenómeno que justifica la presencia de una holgura entre el resorte y sus cavidades interior y exterior respectivamente.

Reemplazando valores:

$$D_e = 84,15 \text{ (mm)} \cong 84,5 \text{ (mm)}$$

- ✓ El **paso (p)**, es la distancia medida paralela al eje desde el centro de una espira hasta el centro de la espira adyacente.

$$p = 16 \text{ (mm)}$$

- ✓ La **longitud libre (L_0)**, es la longitud total medida en paralelo al eje cuando el resorte está en estado libre o sin carga. Por lo tanto, en nuestro caso:

$$L_0 = 109 \text{ (mm)}$$

- ✓ La **longitud sólida (L_s)**, es la longitud del resorte cuando está cargado con la fuerza suficiente como para cerrar todas sus espiras. Esta puede variar según el tipo de extremo que tenga el resorte. La deformación que provoca alcanzar la longitud sólida se puede determinar a partir de:

$$\delta_{sol.} = L_0 - L_s$$

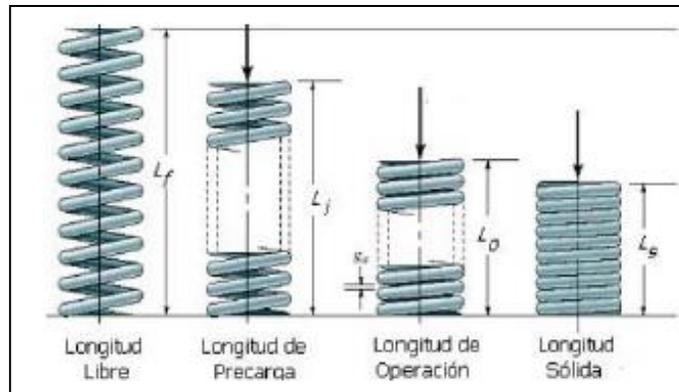


Fig. N° 36 Longitudes de los resortes de Compresión.

- ✓ El **Número de Espiras**, se define como el número de vueltas de alambre. Se distingue entre el **número de espiras totales (N_t)**, y el **número de espiras activas (N_a)**, la diferencia entre ambas reside en el número de espiras inactivas, que son las espiras de los extremos.

En el siguiente cuadro se podrán observar el número de espiras totales a considerar para los distintos tipos de extremos más utilizados, entre los cuales se distinguen las siguientes disposiciones:

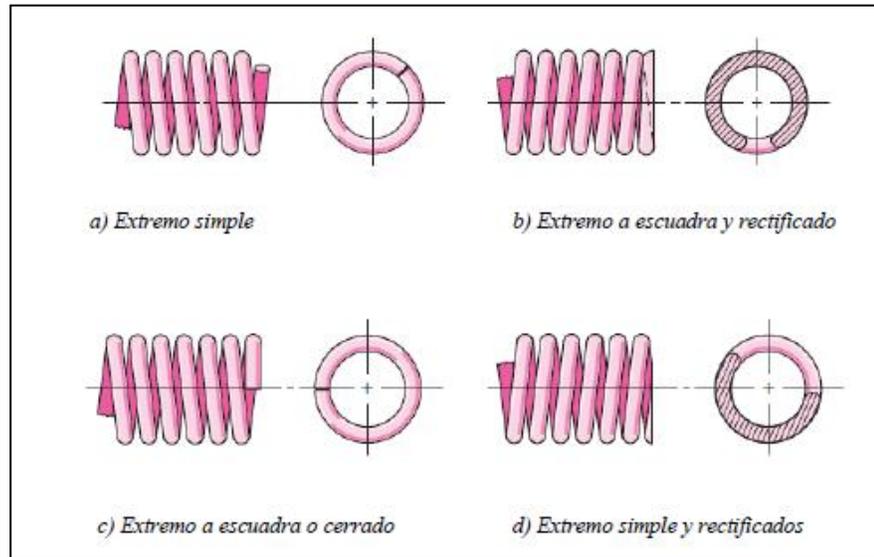


Fig. N° 37 Tipos de Extremos.

Para cada uno de estos casos se considera una determinada cantidad de espiras totales “ N_t ”, las cuales se pueden determinar según lo establecido en el siguiente cuadro, donde se observan las diferentes alternativas para cada uno de estos casos y sus respectivas dimensiones longitudinales:

	Simple	Simple y rectificad	A escuadra o cerrado	A escuadra y rectificad
Espiras en extremos	0	1	2	2
Espiras totales	N_a	$N_a + 1$	$N_a + 2$	$N_a + 2$
Longitud libre, L_f	$d + pN_a$	$p(N_a + 1)$	$3d + pN_a$	$2d + pN_a$
Longitud sólida, L_s	$d(N_t + 1)$	dN_t	$d(N_t + 1)$	dN_t
Paso, p	$(L_f - d) / N_a$	$L_f / (N_a + 1)$	$(L_f - 3d) / N_a$	$(L_f - 2d) / N_a$

Tabla N° IV Fórmulas para calcular las dimensiones de los resortes de compresión.³⁸

³⁸ Ref: Libro Diseño en Ingeniería Mecánica. Shigley-Mischke. Ed. Mc.Graw Hill.

En nuestro caso, tenemos un resorte **cuyos extremos son a escuadra y rectificadas**, en consecuencia en base a lo establecido en esta última columna tenemos que:

$$\text{Espiras totales} \rightarrow N_t = N_a + 2 = 8$$

$$\text{Longitud libre} \rightarrow L_0 = 2d + pN_a = 109 \text{ (mm)}$$

$$\text{Longitud sólida} \rightarrow L_s = dN_t = 52 \text{ (mm)}$$

$$\text{Paso} \rightarrow p = \frac{L_0 - 2d}{N_a} = 16.0 \text{ (mm)}$$

Para terminar de describir el resorte, es necesario definir si su enrollamiento del alambre es hacia la derecha o hacia la izquierda, en nuestro caso tenemos un resorte helicoidal **enrollado hacia la derecha**. Por último otra de las características fundamentales de un resorte es el índice del resorte y la constante de elástica del resorte.

✓ Índice del Resorte “C”

Es la relación entre el diámetro medio (D) y el diámetro del alambre, existe un intervalo óptimo de valores para el índice del resorte, que puede variar dependiendo del autor consultado. Independientemente de ello, todos coinciden que un índice muy pequeño puede ser difícil de fabricar y requieren de técnicas especiales de montaje, y por otro lado un índice muy elevado puede ser difícil de manejar y puede provocar que se enrede.

$$C = \frac{D}{d}$$

Reemplazando valores, nuestro índice es:

$$C = \frac{78 \text{ (mm)}}{6,5 \text{ (mm)}}$$

$$C = 12$$

Este término toma un papel importante a la hora de verificar el resorte a la compresión como a la fatiga, ya que la ecuación de la tensión del resorte posee dentro de sus términos dicho parámetro, de allí su importancia, más adelante en su desarrollo lo podremos evidenciar.

- ✓ La **Constante elástica del resorte (k)**, basándose en la ley de hooke, la constante se define como la variación de la carga por unidad de deflexión y viene expresada mediante la siguiente ecuación:

$$k = \Delta F / \Delta \delta$$

En la siguiente figura se puede observar la constante elástica del resorte, una característica de un resorte de espiras helicoidales es que es idealmente lineal. En la práctica es casi lineal, pero no en cada extremos de la curva fuerza-deflexión. La fuerza del resorte no se puede reproducir para deflexiones muy pequeñas, y cerca de la fuerza de cierre (F_s) comienza el comportamiento no lineal a medida que el número de espiras activas disminuye y éstas empiezan a hacer contacto entre sí.

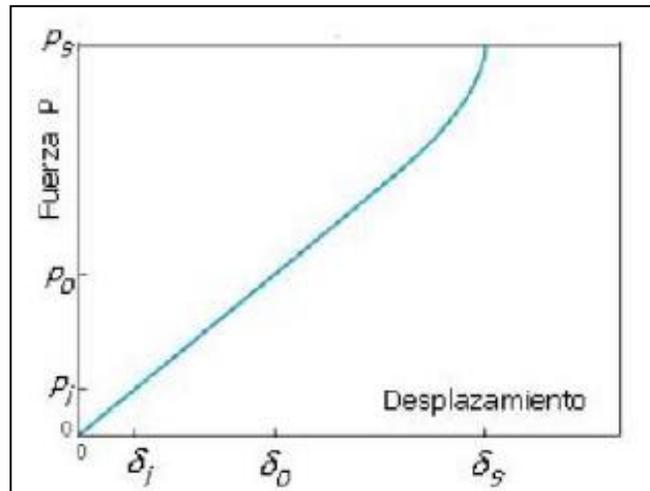


Fig. N° 38 Fuerza vs. Desplazamiento.

2.5.2) Material utilizado para el resorte

Los materiales más utilizados para la fabricación de resortes son los aceros al carbono como así también los aleados, estos aceros deben tener la particularidad de poder sufrir grandes deformaciones elásticas, es decir alargamientos temporales mientras se aplica la carga, que desaparecen luego de que cesa la causa que lo origina.

Por lo tanto, para ello es necesario que contenga un alto límite elástico, en la práctica industrial el límite elástico suele rondar entre 90 y 130 (kg/mm^2), normalmente para que el resorte funcione correctamente este límite debe ser muy elevado y próximo a las cifras señaladas. La carga a la rotura o resistencia de los aceros suele ser entre un 10 a un 40% superior al límite elástico, un valor usual de la carga a la rotura puede ser 150 (kg/mm^2).

Como podrá observarse en la siguiente imagen, el límite elástico varía en función del diámetro del alambre (" d "), a un mayor valor del diámetro esta constante disminuye.

Material	Elastic Limit, Percent of S_{ur}		Diameter d , in	E		G	
	Tension	Torsion		Mpsi	GPa	Mpsi	GPa
Music wire A228	65-75	45-60	<0.032	29.5	203.4	12.0	82.7
			0.033-0.063	29.0	200	11.85	81.7
			0.064-0.125	28.5	196.5	11.75	81.0
			>0.125	28.0	193	11.6	80.0
HD spring A227	60-70	45-55	<0.032	28.8	198.6	11.7	80.7
			0.033-0.063	28.7	197.9	11.6	80.0
			0.064-0.125	28.6	197.2	11.5	79.3
			>0.125	28.5	196.5	11.4	78.6
Oil tempered A239	85-90	45-50		28.5	196.5	11.2	77.2
Valve spring A230	85-90	50-60		29.5	203.4	11.2	77.2
Chrome-vanadium A231	88-93	65-75		29.5	203.4	11.2	77.2
A232	88-93			29.5	203.4	11.2	77.2
Chrome-silicon A401	85-93	65-75		29.5	203.4	11.2	77.2
Stainless steel A313*	65-75	45-55		28	193	10	69.0

Tabla N° V Propiedades mecánicas de aceros para resortes.³⁹

³⁹ Ref: Libro Diseño en Ingeniería Mecánica. Shigley-Mischke. Ed. Mc.Graw Hill.

En nuestro caso y como en una numerosa cantidad de veces, este componente se encuentra sometido a esfuerzos repetidos y alternativos, en consecuencia los aceros que se usan para su fabricación deben tener una gran resistencia a la fatiga.

Otro factor importante es el límite elástico por cizalladura "G", esta constante elástica caracteriza el cambio de forma que experimenta un material elástico cuando se aplican esfuerzos cortantes. Para un material elástico lineal como los que se utilizan para los resortes de compresión, el módulo de elástico por cortadura tiene el mismo valor para todas las direcciones del espacio, pudiendo determinarse a partir de:

$$G = \frac{E}{2*(1+\nu)}$$

donde ν es el coeficiente de Poisson, que en los aceros es de $\nu = 0.3$

Si reemplazamos los valores aportados por la **Tabla N° V** en esta ecuación, podremos verificar que lo plasmado en ella es muy próximo a lo calculado por esta ecuación; reemplazando el valor del límite elástico "E" decimos que, considerando un acero Cromo-Vanadio (A232):

$$\text{Si } E = 203.4 \text{ (GPa)} \rightarrow G = \frac{203.4}{2(1 + 0.3)} = 78.23 \text{ (GPa)}$$

$$G = 78.23 \cong 78.2 \text{ (GPa)}$$

Como se ha planteado con anterioridad, la resistencia a la tracción y la dureza dependen totalmente del diámetro del alambre, por lo que la resistencia a tensión no se puede especificar hasta que no se conoce el diámetro, para lo cual en la bibliografía consultada⁴⁰ se propone la siguiente ecuación que vincula el valor de la resistencia a la tracción con el diámetro del alambre y dos constantes que se derivan de la siguiente tabla:

⁴⁰ Ref: Libro Diseño en Ingeniería Mecánica. Shigley-Mischke. Ed. Mc.Graw Hill

Material	ASTM No.	Exponent m	Diameter, In	A , kpsi · In ^{m}	Diameter, mm	A , MPa · mm ^{m}	Relative Cost of wire
Music wire*	A228	0.145	0.004-0.256	201	0.10-6.5	2211	2.6
QQ&T wire†	A229	0.187	0.020-0.500	147	0.5-12.7	1855	1.3
Hard-drawn wire‡	A227	0.190	0.028-0.500	140	0.7-12.7	1783	1.0
Chrome-vanadium wire§	A232	0.168	0.032-0.437	169	0.8-11.1	2005	3.1
Chrome-silicon wire¶	A401	0.108	0.063-0.375	202	1.6-9.5	1974	4.0
302 Stainless wire#	A313	0.146	0.013-0.10	169	0.3-2.5	1867	7.6-11
		0.263	0.10-0.20	128	2.5-5	2065	
		0.478	0.20-0.40	90	5-10	2911	

Tabla N° VI Constantes "A"y "m".

Dónde:

$$S_{UT} = \frac{A}{d^m}$$

En base al diámetro del alambre adoptado, optamos por los valores de A ($MPa \cdot mm^m$) y m que proporciona la tabla, por lo tanto si:

$$d = 6,5 \text{ (mm)}$$

$$A = 2005 \text{ (MPa} \cdot \text{mm}^m)$$

$$m = 0.168$$

$$S_{UT} = \frac{A}{d^m} \Rightarrow \frac{2005}{(6,5)^{0.168}} = 1464 \text{ MPa} = 149,2 \left(\frac{Kg}{mm^2} \right)$$

Por lo tanto, con el valor del diámetro del alambre independientemente del tipo de acero que se adopte, se puede estimar en forma sencilla y rápida, la resistencia última a la tracción de dicho componente.

$$S_{UT} = 149,2 \left(\frac{Kg}{mm^2} \right)$$

El valor obtenido concuerda con los valores característicos planteados en un principio sobre qué tipos de aceros se utilizan para la fabricación de resortes, ya

que el límite elástico al considerarlo como un porcentaje de este valor se encuentra comprendido en el intervalo planteado con anterioridad (entre 90 y 130 (kg/mm²).

Según lo investigado⁴¹ para nuestra aplicación sería recomendado utilizar un alambre de **Cromo-Vanadio ASTM 232 – SAE 6150**, que posee las propiedades adecuadas como resistencia a la fatiga y alta durabilidad, como así también para cargas de choque o impacto (este material suele ser utilizado en los resortes de válvula de motores de aviones).

En la siguiente tabla se podrán observar los distintos valores de las constantes **A** y **m** para este material según distintos autores y se determina para cada uno de ellos la resistencia última a la tracción.

	<i>Rango de tamaños (mm)</i>	<i>Módulo Elast, E (Gpa)</i>	<i>Módulo Elast. G (Gpa)</i>	<i>Temp. Máx (°C)</i>	<i>A</i>	<i>m</i>
<i>Shigley [1]</i>	0.8 – 11	<i>Tabla 4.1</i>	<i>Tabla 4.1</i>	220	<i>Tabla 4.2</i>	<i>Tabla 4.2</i>
<i>Hamrock [3]</i>	0.8 – 12	-	-	-	2000	0.167
<i>Norton [5]</i>	0.5 – 12	207	-	220	1909.9	0.145
<i>Faires [8]</i>	0.8 – 11	206.8	79.29	220	1991.3	0.168

Tabla N° VII Propiedades ASTM 232

⁴¹ Ref: <http://repositorio.bib.upct.es/dspace/bitstream/10317/3379/1/pfc5169.pdf>

Por lo tanto considerando los valores para cada uno de estos autores se determinan los siguientes valores de resistencia:

$$\mathbf{Shigley} \rightarrow S_{UT} = 149,2 \left(\frac{kg}{mm^2} \right)$$

$$\mathbf{Hamrock} \rightarrow S_{UT} = \frac{2000}{6,5^{0.167}} = 149,14 \left(\frac{kg}{mm^2} \right)$$

$$\mathbf{Norton} \rightarrow S_{UT} = \frac{1909.9}{6,5^{0.145}} = 148.41 \left(\frac{kg}{mm^2} \right)$$

$$\mathbf{Faires} \rightarrow S_{UT} = \frac{1991.3}{6,5^{0.168}} = 148.21 \left(\frac{kg}{mm^2} \right)$$

De los valores obtenidos, si deseamos trabajar desde el punto de vista conservativo deberíamos adoptar la resistencia última de menor valor, pero en nuestro caso más adelante analizaremos la fatiga desde el enfoque adoptado por shigley, en consecuencia se adopta para el resto del análisis:

$$S_{UT} = 149,2 \left(\frac{kg}{mm^2} \right)$$

2.5.3) Verificación a la Fatiga del Resorte helicoidal a Compresión

Antes de analizar el comportamiento del resorte frente a las cargas cíclicas, se exponen algunos conceptos de los cuales es necesario un repaso, para un mayor entendimiento sobre el tema.

Estos componentes pueden estar solicitados a carga estática o bien a la fatiga, en la siguiente imagen se muestra un resorte helicoidal solicitado a la compresión y su respectivo diagrama de cuerpo libre (DCL) sobre una sección determinada del mismo.

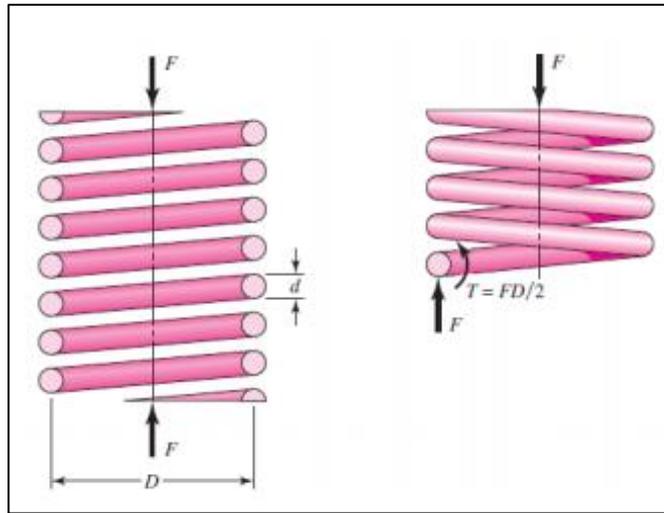


Fig. N° 39 Resorte Helicoidal cargado axialmente y su “DCL”.

Como se observa en la figura, su esfuerzo máximo se puede determinar mediante la SUPERPOSICIÓN del esfuerzo cortante torsional y el esfuerzo cortante directo, siendo:

$$\tau = \frac{8FD}{\pi d^3} + \frac{4F}{\pi d^2}$$

En la siguiente imagen (dónde el eje del resorte siempre ésta a la derecha) se observa la distribución de esfuerzos a través de la sección transversal del alambre. En el caso a) se muestra que el esfuerzo de torsión es máximo en las fibras exteriores del alambre y cero en su centro, en el b) se muestra la carga transversal uniforme y por último en c) se muestra la superposición de los esfuerzos anteriores.

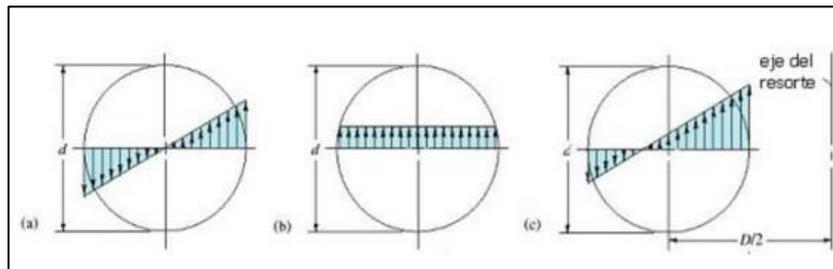


Fig. N° 40 Esfuerzos que actúan sobre el alambre.

Como se observa en la figura el máximo esfuerzo se da sobre el diámetro interno de la espira.

Desarrollando esta última ecuación e introduciendo el concepto del índice del resorte, tendríamos que:

$$\tau = \frac{8FD}{\pi d^2} \left(\frac{2C + 1}{2C} \right)$$

Dónde:

$$K_S = \left(\frac{2C + 1}{2C} \right) \rightarrow \text{factor de corrección por corte directo}$$

$$\tau = K_S * \frac{8FD}{\pi d^3}$$

Con esta última ecuación es posible determinar el esfuerzo cortante máximo y compararlo con el admisible, o bien conociendo este último determinar el valor del índice “C” o el diámetro del alambre “d” que satisfagan que la tensión cortante máxima se igual o inferior a la admisible.

Como en nuestro caso está implicado la “FATIGA” no hay que dejar de pasar el efecto de la curvatura en un resorte, **ya que este esfuerzo incrementa el esfuerzo en el interior del resorte y lo disminuye solo un poco en su exterior**, considerando este fenómeno la distribución de esfuerzo queda de la siguiente forma:

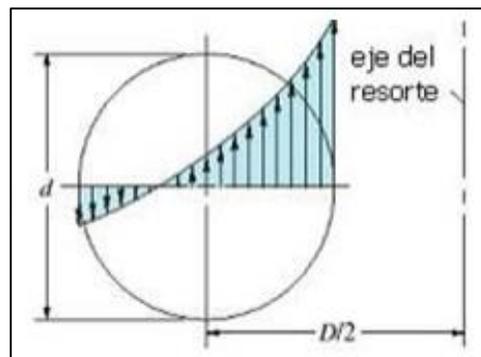


Fig. N° 41 Distribución de esfuerzos más el efecto de la Curvatura.

Teniendo en cuenta el efecto de la curvatura, es necesario adicionar a la ecuación del esfuerzo cortante máximo un **factor** que incorpore estos efectos, por lo cual existen dos factores usualmente utilizados:

- El factor de Bergstässer:

$$K_B = \frac{4C+2}{4C-3} \rightarrow \tau = K_B \frac{8FD}{\pi d^3}$$

- El factor de Wahl:

$$K_W = \frac{4C-1}{4C-4} \rightarrow \tau = K_W \frac{8FD}{\pi d^3}$$

En la práctica se demuestra que la diferencia entre ambos es muy pequeña. En el desarrollo de este escrito **se opta** por utilizar el **factor de corrección de Bergstässer** para el desarrollo de los cálculos.

Además del efecto de la curvatura, para el análisis de un resorte sometido a fatiga es necesario no solo tener en cuenta el diámetro sino también otras características entre ellas la terminación superficial. También vale la pena aclarar que a diferencia de otros componentes, los resortes **NUNCA** se utilizan como resortes de compresión y extensión, a menudo se ensamblan con una precarga inicial, de manera que la carga de trabajo es adicional.

En nuestro caso tenemos una Precarga debido a un desplazamiento inicial, cuya magnitud depende de la constante del resorte y el desplazamiento que se haya desarrollado sobre la longitud libre del resorte, al llevar a cabo el ensamble del conjunto. El estado tensional del resorte quedaría de la siguiente forma:

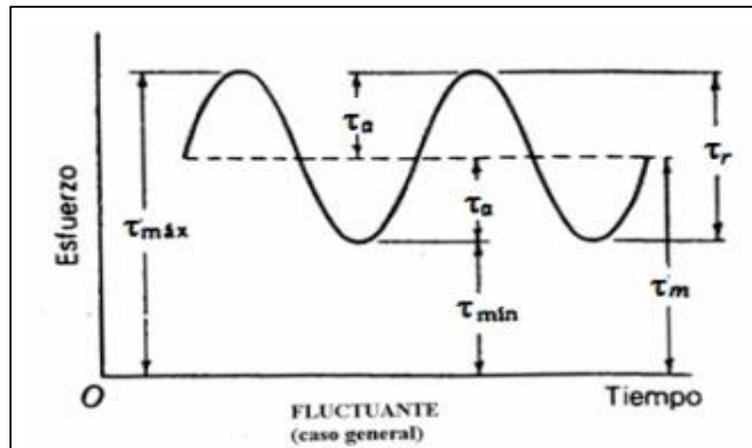


Fig. N° 42 Esfuerzo Fluctuante.

El peor de los casos sería cuando no existe un pre carga inicial $\tau_{min} = 0$ y en consecuencia el $\tau_a = \tau_m$.

Se puede decir que la verificación a la fatiga tiene distintos puntos de vistas según el enfoque del autor, en base a lo establecido por Shigley⁴² los mejores datos sobre resistencia a la fatiga torsional de los resortes de acero son los que aporta Zimmerlí. Este descubrió que para alambres de $d < 10$ (mm) y para **vida infinita** (lo cual coincide con nuestro estudio), el tamaño, el material y la resistencia de tensión no tienen efecto en los límites de resistencia a la fatiga, obteniéndose experimentalmente las siguientes resistencias a la fatiga para vida infinita:

	S_{sa} (Mpa)	S_{sm} (Mpa)
Granallado	241	379
Sin granallar	398	534

Tabla N° VIII Resistencia a la fatiga para vida infinita (Zimmerli).⁴³

⁴² Nuestros cálculos se hacen en referencia al enfoque proporcionado por este autor.

⁴³ **Granallado:** También conocido como "Shot Peening", es un procedimiento de plastificación en frío que consiste en martillar la superficie de la pieza con pequeñas bolas esféricas. Cada bola deja un impacto sobre la superficie de forma redondeada como si fuese un minúsculo martillo. Esta deformación plástica genera tensiones residuales de compresión que conllevan a un incremento en la duración de vida de las piezas metálicas.

Para verificar a la fatiga se dispone de tres criterios de falla, que se deben cumplir. Todas estas se basan en el siguiente gráfico:

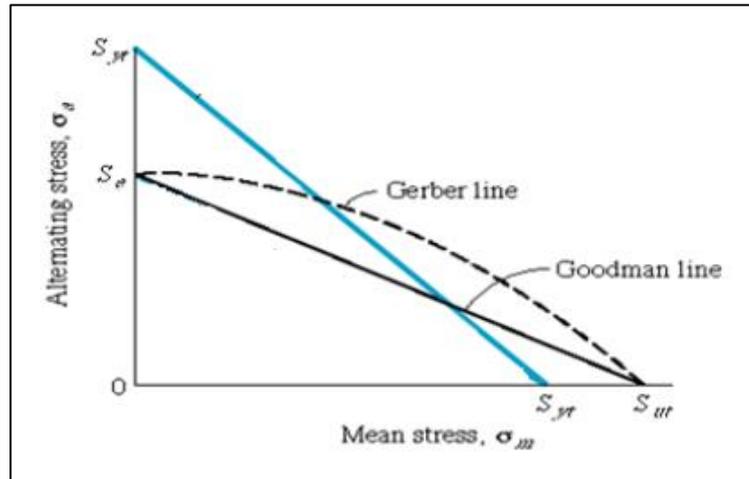


Fig. N° 43 Criterios de Falla.

Básicamente este gráfico representa las distintas fronteras de falla, cualquier punto, que representa la combinación de la tensión media (en abscisas) y alterna (en ordenadas), que se ubique a la izquierda de estas fronteras implica que el material resistirá, mientras que cualquier combinación que se ubique a la derecha de estas curvas, implica que el elemento fallará según estos criterios.

Se recomienda que para verificar un resorte a la fatiga se cumplan los tres criterios, en consecuencia se expone a continuación el procedimiento de cálculo para cada uno de estos.

Procedimiento:

El resorte verifica si el "Factor de Seguridad" que se define a continuación es mayor a la unidad, por lo tanto:

$$\text{El resorte verifica sí} \rightarrow \eta = \frac{S_{SA}}{\tau_a} > 1$$

Dónde:

$\tau_a \rightarrow$ es el esfuerzo alternante de trabajo

$S_{SA} \rightarrow$ componente de la amplitud de la resistencia

- Por Gerber:

Es necesario definir el límite de resistencia a la fatiga totalmente alternante " S_{se} ", a partir de:

$$S_{se} = \frac{S_{sa}}{1 - \left(\frac{S_{sm}}{S_{su}}\right)^2} \quad (1)$$

Dónde $\rightarrow S_{su} = 0.67 * S_{ut} \rightarrow$ Resistencia a la Cortadura

Se define la razón del esfuerzo como:

$$R = \frac{\tau_a}{\tau_m} = \frac{F_{max} - F_{min}}{F_{max} + F_{min}}$$

Los valores del esfuerzo alterno y medio se pueden determinar considerando el factor de corrección de Bergstässer a partir de:

$$\tau_a = K_B \frac{8F_a D}{\pi d^3}$$

$$\tau_m = K_B \frac{8F_m D}{\pi d^3}$$

Considerando el enfoque de shigley, como se observa en las ecuaciones, la determinación del coeficiente de seguridad implica utilizar el factor de Bergsträsser y además no tiene en cuenta la precarga inicial.

Incorporando el término de la razón de los esfuerzos “**R**” se determina la amplitud de la resistencia a partir de:

$$S_{sa} = \frac{R^2 S_{su}^2}{2S_{se}} \left[-1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2S_{se}}{RS_{su}} \right)^2} \right]$$

Se efectúan los cálculos reemplazando los valores correspondientes, debiéndose comprobar que el Coeficiente de seguridad sea mayor a la unidad, por lo tanto:

$$\eta = \frac{S_{sa}}{\tau_a} > 1$$

- Por Goodman:

En este caso la componente de la amplitud de la resistencia, se determina con mayor facilidad a partir de la siguiente ecuación:

$$S_{se} = \frac{S_{sa}}{\left(1 - \frac{S_{sm}}{S_{su}} \right)}$$

Despejando,

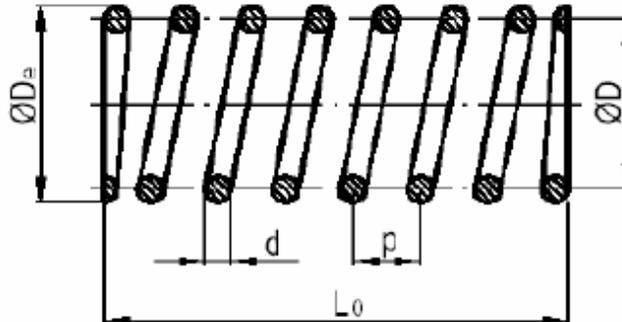
$$S_{sa} = \frac{RS_{se}S_{su}}{RS_{sa} + S_{se}}$$

Al igual que el criterio de Gerber se deberá verificar que:

$$\eta = \frac{S_{sa}}{\tau_a} > 1$$

Cálculos:

Datos del Resorte:



- *Diametro medio* → $D = 78 \text{ (mm)}$
- *Diametro exterior* → $D = 84,5 \text{ (mm)}$
- *Diametro del alambre* → $d = 6,5 \text{ (mm)}$
- *Paso* → $p = 16 \text{ (mm)}$
- *Longitud libre del resorte* → $L_0 = 109 \text{ (mm)}$
- *Espiras totales* → $N_t = N_a + 2 = 8$
- *Índice del Resorte* → $C = 12$
- *Desplazamiento Inicial para ensamble* → $X_0 = 14 \text{ (mm)}$
- *Ambos extremos cuadrados y rectificadas*
- *Material: Cromo-Vanadio ASTM 232 – SAE 6150*
- *Límite elástico por cizalladura* → $G = 78.3 \text{ (GPa)}$
- *Resistencia última a la tracción* → $S_{UT} = 149,2 \left(\frac{\text{kg}}{\text{mm}^2}\right)$
- *Considerando que el resorte esta granallado.*
- $S_{sa} = 241 \text{ (MPa)} = 24,56 \text{ (kg/mm}^2\text{)}$
- $S_{sm} = 379 \text{ (MPa)} = 38,63 \text{ (kg/mm}^2\text{)}$
- *Factor de Bergstässer* → $K_B = 1,1363$
- $F_a = \frac{F_{max} - F_{min.}}{2}$
- $F_m = \frac{F_{max} + F_{min.}}{2}$

✓ Determinación de la Constante del Resorte “k”

Se determina el valor de la constante del resorte, a partir de la expresión derivada del teorema de Castigliano⁴⁴, en el cual la deflexión del resorte se determina por medio del cociente de la derivada de la energía de deformación respecto a la fuerza actuante, es decir:

$$\delta = \frac{\partial U}{\partial F} = \frac{8FD^3 N_a}{Gd^4}$$

Siendo:

$$k = \frac{F}{\delta}$$

El valor de la constante de rigidez del resorte es:

$$k = \frac{Gd^4}{8D^3 N_a}$$

Reemplazando;

$$k = \frac{7.83 * 10^{10} \left(\frac{N}{m^2}\right) * (0.0065)^4}{8 * (0.078)^3 * 6} = 6136 \left(\frac{N}{m}\right)$$

$$k = 6136.0 \left(\frac{N}{m^2}\right)$$

✓ Esfuerzos Actuantes (F_{max} y F_{min})

En nuestro caso el resorte estará sometido a un esfuerzo alterno de compresión, solicitado a una esfuerzo máximo a la hora del accionamiento del embolo y a una carga mínima debido a la precarga inicial, provocada por el desplazamiento inicial del resorte al quedar ensamblado en el conjunto. Por lo tanto:

$$F_{mín.} = k * X_0$$

$$F_{mín.} = 6136 \left(\frac{N}{m^2}\right) * 0,014(m)$$

⁴⁴ Ref: <http://repositorio.bib.upct.es/dspace/bitstream/10317/3379/1/pfc5169.pdf>

$$F_{min.} = 85,905 (N)$$

$$F_{min.} = 8,75 (Kg.)$$

Por otra parte, el esfuerzo de accionamiento del embolo podría determinarse por medio de dos maneras, por un lado:

- ✓ La aplicación de la 2^{da} ley de Newton $\rightarrow \sum F = m * a(t)$
- ✓ Por el Principio del trabajo y de la Energía $\rightarrow \int_{r_1}^{r_2} \sum F. dr = T_2 - T_1$

En el primero de los casos a partir de la aplicación de la segunda ley de newton:

$$F_{max.} = m * a(t)$$

Con lo cual sería necesario conocer la ley que rige el desplazamiento del embolo en el tiempo, para luego determinar su aceleración por medio de su segunda derivada con respecto al tiempo.

Nuestro mecanismo consiste en **un mecanismo de leva cilíndrica axial inversa**, en el cual a partir de un movimiento axial provocamos la rotación del contrapeso móvil (inverso al mecanismo de leva convencional en el cual la rotación de la leva genera el movimiento oscilatorio de traslación del seguidor). En un principio para encontrar la variación de la fuerza centrífuga con respecto al desplazamiento axial " $x(t)$ " del embolo, habíamos supuesto una relación lineal entre este y la rotación del contrapeso móvil " $\theta(t)$ ", ello no podría considerarse en este caso ya que no respetaríamos lo establecido por **la ley fundamental del diseño de levas**⁴⁵.

⁴⁵ La **ley fundamental del diseño de levas** establece que la función de la leva (desplazamiento del seguidor) en el tiempo debe **SER CONTINUA** en la primera y segunda derivada de desplazamiento a través de todo el intervalo. Además la función de rapidez de la aceleración debe ser finita a través de todo el intervalo.

Nuestro mecanismo puede modelarse de la siguiente forma:

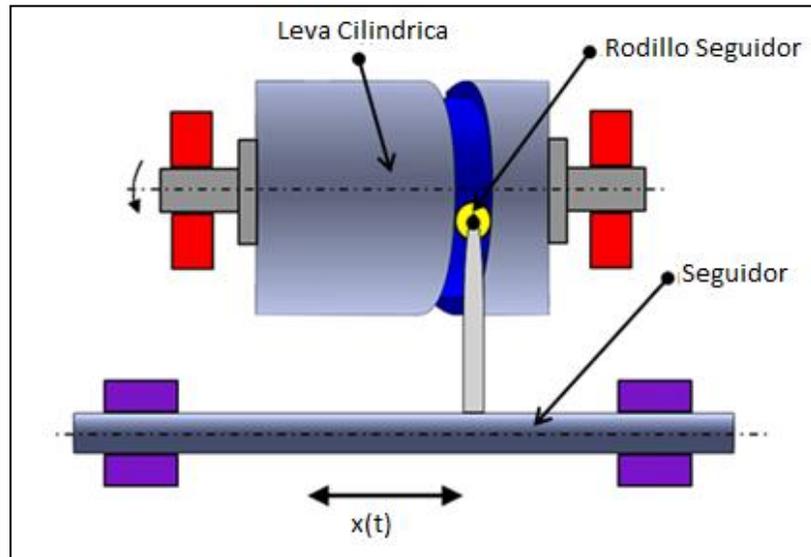


Fig. N° 44 Leva Cilíndrica Axial.

Por lo tanto para el estudio de movimiento de levas existen dos tipos de restricciones de movimientos, por un lado la “Posición Crítica Extrema (CEP)” en el cual se especifican las posiciones extremas del seguidor pero no se especifica ningún tipo de restricción en el movimiento entre estas posiciones, por lo tanto el diseñador tiene la libertad de elegir las funciones de la leva que controlan el movimiento entre los extremos. Por otra parte existe el caso de “Movimiento de Trayectoria Crítica (CPM)” en el cual el movimiento y/o una o más de sus derivadas, se definen en todas o en una parte del intervalo de movimiento. En consecuencia es necesario **generar una función** que satisfaga las condiciones impuestas.

Nosotros contemplaríamos este último caso, en el cual conocemos la trayectoria a partir del cual se genera la guía del seguidor, sus posiciones extremas y el valor de su primera derivada. Por lo tanto, para determinar una posible función que contemple las condiciones de frontera y cumpla con la ley fundamental de levas podríamos utilizar el soft.

“**DYNACAM**⁴⁶”, con el cual a partir del uso de las condiciones de frontera se construye un polinomio que las contempla y satisface la ley fundamental de levas.

Para su correcta utilización deberíamos plasmar en primera medida un gráfico de temporización “**SVAJ**⁴⁷”, en el cual se manifiesten los valores de la posición, velocidad, aceleración y rapidez de la aceleración en el tiempo. Este gráfico permite no solo conocer los valores que debe adoptar la función en los extremos⁴⁸ de cada intervalo sino que también verificar la continuidad de la función de desplazamiento como así también sus dos primeras derivadas, cumpliendo con lo establecido por la ley fundamental de levas.

Si bien sería importante la determinación de esta ley y sus respectivas derivadas, para luego utilizarlas en el control de las electroválvulas de accionamiento del embolo, en nuestro caso **la determinación de la fuerza de accionamiento la determinaremos por el “Principio del trabajo y de la energía”**.

El principio establece que “*el trabajo sobre un cuerpo que se mueve de r_1 a r_2 es igual al cambio de su energía cinética*”, en nuestro caso conocemos el desplazamiento del embolo al ser accionado como así también el tiempo en el cual deseamos que lo alcance, por lo tanto conocemos la variación de energía cinética, restando por conocer la fuerza externa necesaria para desarrollar un trabajo igual a esta variación de energía. Por lo tanto podríamos plantear que:

$$\int_{r_1}^{r_2} \sum F \cdot dr = T_2 - T_1$$

⁴⁶ El programa “**DYNACAM**” es un soft. permite determinar la función de desplazamiento que cumple con las condiciones impuestas y la ley fundamental de levas, para su utilización es posible utilizar la guía provista en el Apéndice “A” del libro: Diseño de Maquinaria- Robert L. Norton Ed: Mc Graw Hill

⁴⁷ El **diagrama de temporización SVAJ**, consiste en plasmar la variación de la posición, velocidad, aceleración y la rapidez de la aceleración con respecto al tiempo, en ella se podrán observar la continuidad de las funciones y en consecuencia verificar el cumplimiento de la ley fundamental de levas.

⁴⁸ En los extremos es importante recordar que un detenimiento del embolo implica que en esos puntos **la velocidad y la aceleración tengan valores nulos**.

Donde:

- ✓ $F \rightarrow$ Fuerzas que desarrollan un trabajo sobre el émbolo
- ✓ $T_2 - T_1 \rightarrow$ Variación de energía cinética del émbolo

Desarrollando la ecuación, podemos decir que existen sobre el émbolo dos tipos de trabajo, por un lado el positivo que es aportado por la fuerza de accionamiento hidráulica y por otra parte el negativo proporcionado por la resistencia del resorte a ser comprimido, por lo tanto:

$$\int_{r_1}^{r_2} \sum (F_{acc.} - F_{res.}) \cdot dr = \frac{1}{2} m V_2^2 - \frac{1}{2} m V_1^2$$

Por la propiedad aditiva de la integral,

$$\int_{r_1}^{r_2} F_{acc.} \cdot dr - \int_{r_1}^{r_2} F_{res.} \cdot dr = \frac{1}{2} m V_2^2 - \frac{1}{2} m V_1^2$$

Dónde:

- ✓ $V_1 = 0 \rightarrow$ el émbolo parte del resorte
- ✓ $V_2 = \frac{r_2 - r_1}{\Delta t} = \frac{0,025 (m)}{0,2 (seg)} = 0,125 \left(\frac{m}{seg}\right)$
- ✓ $r_2 - r_1 =$ Pos. final – Pos. inicial del émbolo = 0,025(m)
- ✓ $\Delta t =$ tiempo en alcanzar la posición final = 0,2 (seg.)
- ✓ $m = 4,163 (kg.) \rightarrow$ masa del conjunto vástago – émbolo
- ✓ $F_{res.} = k \cdot r$

Reemplazando nos quedaría:

$$\int_{r_1}^{r_2} F_{acc.} \cdot dr - \int_{r_1}^{r_2} k \cdot r \cdot dr = \frac{1}{2} m V_2^2$$
$$F_{acc.} \cdot (r_2 - r_1) = \frac{1}{2} m V_2^2 + \frac{1}{2} k (r_2^2 - r_1^2)$$

Considerando que la posición inicial se toma de referencia desde r_1 , en consecuencia $r_1 = 0$, nos quedaría:

$$F_{acc.} = \left(\frac{1}{2} m V_2^2 + \frac{1}{2} k (r_2^2) \right) / r_2$$

$$F_{acc.} = \frac{\left(\frac{1}{2} * 4,163 * (0,125)^2 + \frac{1}{2} 6136 (0,025^2) \right)}{0,025} = 78(N) \cong 8(Kg.)$$

Por lo tanto la fuerza de accionamiento necesaria para alcanzar dicho estado, **sería la fuerza máxima** que debería soportar en forma cíclica el resorte, en consecuencia:

$$\underline{F_{nec.} = F_{acc.} = F_{max.} = 8 (Kg.)}$$

De esta manera conocemos la fuerza necesaria para alcanzar dicho estado de movimiento y podemos verificar si el sistema hidráulico, que se ha diseñado, alcanza una fuerza que satisfaga la condición de:

$$F_{hidr.} \geq F_{nec.}$$

Considerando que el sistema hidráulico que proporciona el movimiento consiste de un cilindro hidráulico de simple efecto que trabaja a una presión de 2 (bar) y posee un diámetro de camisa de 2", comprendiendo este diámetro la sección útil de trabajo, podemos decir que:

$$F_{hidr.} = p * S_u$$

$$F_{hidr.} = 2(bar) * 101300 \left(\frac{Pa}{bar} \right) * \frac{\pi * \Phi_{camisa}^2}{4}$$

$$F_{hidr.} = 2(bar) * 101300 \left(\frac{Pa}{bar} \right) * \frac{\pi * (0,0508(m))^2}{4}$$

$$F_{hidr.} = 410,63(N) \cong 42(Kg.)$$

$$\underline{F_{hidr.} = 42 (Kg.) \rightarrow F_{hidr.} \geq F_{nec.}}$$

La fuerza hidráulica de accionamiento cumple con la condición expuesta anteriormente y por lo tanto será apropiado trabajar con el sistema hidráulico ya diseñado.

Si queremos analizar el resorte desde el punto de vista conservativo podríamos desarrollar los cálculos considerando como fuerza máxima la proporcionada por el cilindro hidráulico, con la máxima presión de trabajo. Teniendo en cuenta el rendimiento del cilindro hidráulico del 85 a un 90%, la fuerza máxima para efectuar los cálculos sería:

$$F_{hidr.Max} = \eta_{cilindro} * F_{hidr.}$$
$$F_{hidr.Max} = 0,9 * 42 \cong 38 (Kg.)$$
$$F_{Max.} = 38 (Kg.)$$

En consecuencia las fuerzas actuantes en el resorte serían:

$$F_{min.} = 9 (kg)$$
$$F_{max.} = 38 (kg)$$

- Por Gerber:

Determinamos el límite a la resistencia a la fatiga totalmente alternante “ S_{se} ” a partir de:

$$S_{se} = \frac{S_{sa}}{1 - \left(\frac{S_{sm}}{S_{su}}\right)^2}$$

Reemplazando por sus respectivos valores:

$$S_{se} = \frac{24,56}{1 - \left(\frac{38,63}{149,2}\right)^2}$$
$$S_{se} = 26,325 (Kg/mm^2)$$

Luego determinamos la razón de esfuerzos a partir de:

$$R = \frac{\tau_a}{\tau_m} = \frac{F_{max} - F_{min}}{F_{max} + F_{min}} = \frac{38 - 9}{38 + 9} = \frac{29}{47} = 0,617$$

$$\mathbf{R = 0,617}$$

Donde el esfuerzo medio y alterno lo determinamos a partir de:

$$\tau_a = K_B \frac{8F_a D}{\pi d^3} \rightarrow \tau_a = 1,1363 * \frac{8 * 14,5 * 78}{\pi * (6,5)^3}$$

$$\mathbf{\tau_a = 12(Kg/mm^2)}$$

$$\tau_m = K_B \frac{8F_m D}{\pi d^3} \rightarrow \tau_m = 1,1363 * \frac{8 * 23,5 * 78}{\pi * (6,5)^3}$$

$$\mathbf{\tau_m = 19,5 (Kg/mm^2)}$$

Por último:

$$S_{su} = 0,67 * S_{UT}$$

$$\mathbf{S_{su} = 100 \left(\frac{Kg}{mm^2}\right)}$$

Por Gerber la Amplitud de la Resistencia sería:

$$S_{sa} = \frac{R^2 S_{su}^2}{2S_{se}} \left[-1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2S_{se}}{RS_{su}}\right)^2} \right]$$

Reemplazando por los valores correspondientes:

$$\mathbf{S_{sa} = 22,74 \left(\frac{Kg}{mm^2}\right)}$$

El resorte verifica sí:

$$\mathbf{\eta = \frac{S_{sa}}{\tau_a} > 1}$$

$$\mathbf{\eta = \frac{22,74}{12} = 1,89 > 1 \rightarrow VERIFICA!!!!}$$

- Por Goodman:

Siendo este criterio el más conservativo, la amplitud de la resistencia viene dada a partir de:

$$S_{sa} = \frac{RS_{se}S_{su}}{RS_{su} + S_{se}}$$

Por lo tanto reemplazando valores;

$$S_{sa} = \frac{0,617 * 26,325 * 100}{0,617 * 100 + 26,325} = 18,45 \text{ (Kg/mm}^2\text{)}$$

$$S_{sa} = \mathbf{18,45 \text{ (Kg/mm}^2\text{)}}$$

Al igual que Gerber el resorte verifica si el coeficiente de seguridad es mayor a la unidad, por lo tanto:

$$\eta = \frac{18,45}{12} = 1,53 > 1 \rightarrow \mathbf{VERIFICA!!!!}$$

*Como se ve en los cálculos, bajo este estado de carga **el resorte que se ha diseñado cumple con la verificación a la fatiga para vida infinita**, en consecuencia no es necesario su rediseño. Además la carga máxima considerada, para el desarrollo de los cálculos, es mucho mayor a la necesaria y es la máxima carga que puede otorgar el sistema. Situación que si bien puede presentarse en algún momento del funcionamiento, es muy distante a la fuerza necesaria que se aplica durante el trabajo normal del sistema.*

2.6) Descripción del estado dinámico del Árbol Vibrador, verificación de los rodamientos de apoyo y análisis a la fatiga del Árbol.

El desarrollo del estado dinámico tiene por finalidad plasmar las cargas dinámicas que se desarrollan sobre el sistema al estar actuando una excitación que varía con el tiempo. En este caso el sistema posee dos estados, por un lado en el funcionamiento normal sin estar desbalanceado pudiendo analizar el sistema como si estuviese con cargas estáticas y al desbalancearse ya debería considerarse un caso dinámico en el cual a partir de una excentricidad del centro de masa del sistema se genera una fuerza centrífuga cuya magnitud es proporcional a la excentricidad y al cuadrado de la frecuencia de rotación del árbol.

La determinación de estas cargas será crucial no solo para la verificación de los rodamientos, que se encuentran ubicados en los apoyos del árbol, sino también para conocer el estado de carga del árbol y luego al plasmar los diagramas de esfuerzos, analizar que sección de este se encuentra con la mayor sollicitud y sobre esta última hacer el análisis a la fatiga.

2.6.1) Conceptos teóricos para el análisis del árbol

Los árboles (también se conocen con el término de “flecha”) son elementos de máquinas, generalmente de sección transversal circular que giran soportando pares de torsión y transmitiendo potencia a diferencia de los ejes⁴⁹. En nuestro sistema la potencia aportada por el motor eléctrico será transmitida en forma directa a partir de un acoplamiento elástico.

Los árboles están sometidos a torsión, flexión, carga axial y fuerzas cortantes, y al menos alguna de estas cargas es variable (en un árbol girando a un momento flector **constante**, actúan esfuerzos normales **variables**). Como los esfuerzos en los árboles son combinados y variables, debe aplicarse la teoría de fatiga para esfuerzos combinados.

Al diseñar el árbol debemos comprender las siguientes etapas:

⁴⁹ Los “ejes” son también elementos de máquina generalmente de sección circular pero a diferencia del árbol no transmite potencia. Estos pueden ser giratorios o fijos.

- ✓ Selección del material
- ✓ Diseño constructivo (Configuración geométrica)
- ✓ Verificación a la resistencia:
 - Estática
 - A la fatiga
 - A las cargas dinámicas (por ejemplo cargas pico)
- ✓ Verificación a la rigidez del árbol
- ✓ Análisis modal (Verificación de las frecuencias naturales del árbol)

Con respecto al **material** podemos decir que el más utilizado para ejes y árboles es el acero, se recomienda un acero de bajo o medio carbono, de bajo costo. No obstante, si las exigencias de las condiciones de resistencia son más exigentes que las de rigidez, podría optarse por aceros de mayor resistencia. En nuestro caso se adoptó **un acero SAE 4140** para el árbol, tratado térmicamente (temple y revenido) y rectificado.

El **diseño constructivo** consiste en la determinación de las longitudes y diámetros de los diferentes tramos o escalones, así como en la selección de los métodos de fijación de las piezas que se van a montar sobre el árbol, para lo cual en el desarrollo del diseño se tuvieron en cuenta los siguientes aspectos:

- Fácil montaje, desmontaje y mantenimiento.
- Compacto, se busca reducir el material tanto en longitud como en el diámetro (recordando que a mayor longitud mayores serán los esfuerzos por flexión y por ende mayores deberían ser los diámetros).
- Permitir un fácil aseguramiento de las piezas sobre el árbol para evitar movimientos indeseables.
- Las medidas de los diámetros deben ser preferentemente normalizadas.
- Evitar discontinuidades y cambios bruscos de sección, especialmente en sitios de grandes esfuerzos.
- Para evitar problemas de alineamiento es recomendable que el árbol se apoye preferentemente sobre dos puntos.

- Las piezas que transmiten esfuerzos se ubiquen lo más próximo a los apoyos, con ello reducir los esfuerzos de flexión.

Teniendo en cuenta todos estos aspectos se desarrolló el diseño constructivo del árbol, cuyas características se podrán observar en mayor detalle en su respectivo plano adjuntado al final del escrito, a modo ilustrativo se puede observar la configuración del eje en la siguiente imagen:

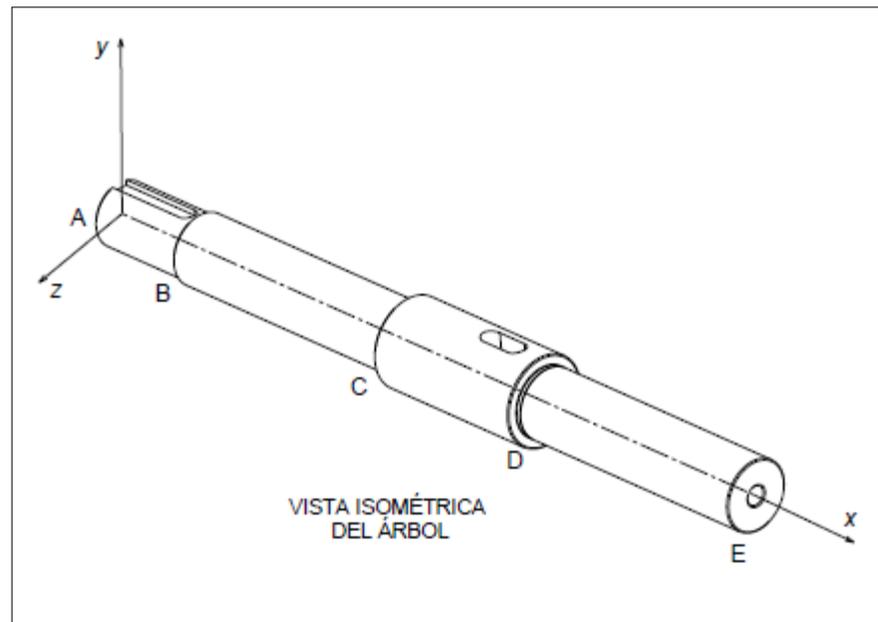


Fig. N° 45 Vista Isométrica del Árbol.

En nuestro caso los cambios de sección que se observan en el plano (tramo CD) se deben a la fijación en esa posición de los contrapesos fijos, además en uno de sus extremos (el punto E) existe una sección anular sobre el cual se alojará el vástago de accionamiento del contrapeso móvil y por último, para vincular este con el embolo, existe un alojamiento pasante sobre el tramo “CD” en el cual se aloja un pasador.

Si bien más adelante, al desarrollar los diagramas de esfuerzos, podremos comprobar que sección es la que se encuentra con mayor sollicitud, y en consecuencia será la utilizada para el análisis de fatiga, podemos predecir que

esta se encontrará sobre el plano transversal donde se ubique el centro de masa del sistema desbalanceado, cuya posición transversal (en el eje “x”) se ubica sobre el alojamiento pasante del tramo CD.

Por último destacamos que sobre el tramo AB se posiciona el acople elástico y en consecuencia para poder transmitir la potencia desde este al árbol es necesaria la presencia de un alojamiento para disponer en él la respectiva chaveta que permitirá transmitir la potencia.

Con respecto a la **resistencia** del árbol podemos decir que estos deben tener la capacidad de soportar las cargas normales de trabajo y cargas eventuales máximas, durante la vida esperada. Por lo tanto será necesario verificar la resistencia del árbol a la fatiga y a las cargas dinámicas, estas últimas son generalmente las cargas producidas durante el arranque del equipo.

Como se podrá observar en la siguiente figura, en cualquier sección transversal del árbol existe, en general, un par de torsión T , una carga axial F , una fuerza cortante V , y un momento flector, M . Estas cargas producen los siguientes esfuerzos:

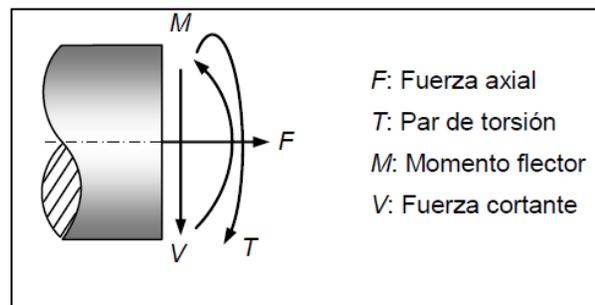


Fig. N° 46 Esfuerzos en una sección transversal del árbol.

- Esfuerzos cortantes producidos por el par de torsión. Si la sección circular es sólida, los puntos de mayor esfuerzo son los ubicados en la periferia y dicho esfuerzo está dado por:

$$\tau = \frac{T \cdot c}{J};$$

Donde T , c y J , son el par de torsión, la distancia desde el eje neutro hasta los puntos de mayor esfuerzo y el momento polar de inercia de la sección transversal que se está analizando.

En nuestro sistema la transmisión de potencia es en forma directa, es decir mediante un acople elástico se transmite el par del motor eléctrico al árbol directamente sin necesidad de la existencia de fuerzas tangenciales como en el caso de las poleas y los engranajes. Su determinación viene dada por:

$$\tau = \frac{T * c}{J};$$

Dónde:

- El par de torsión lo determinamos de la ecuación de potencia en la cual:

$$P = T * \omega \rightarrow T = \frac{P}{\omega}$$

$$\text{Siendo } \rightarrow \omega = cte = 314,159 \left(\frac{rad}{seg}\right).$$

$$\rightarrow P = \text{Potencia del Motor eléctrico} = 7,5 \text{ (KW)}$$

$$T = 7500 \text{ (Watt)} / 314,159 \left(\frac{rad}{seg}\right)$$

$$\mathbf{T \cong 24 \text{ (N.m)}}$$

- Definimos al cociente entre el momento polar de inercia y la distancia desde el eje neutro a los puntos de mayor esfuerzo como el modulo resistente de la sección “ W ”:

$$W = J/c$$

En la cual su determinación dependerá de la configuración que tenga la sección transversal en estudio, pero para el caso de una sección transversal circular sólida su valor viene dado por:

$$W = \frac{\pi * d^3}{16};$$

- Esfuerzos normales por carga axial, el esfuerzo axial se debe a una carga en el sentido longitudinal del árbol, en nuestro caso el vástago accionado por la fuerza hidráulica del cilindro genera este tipo de sollicitación, donde el esfuerzo viene dado a partir de⁵⁰:

$$\sigma_N = \pm \frac{F}{A};$$

Dónde F y A , son la fuerza axial y la sección transversal del árbol sobre el cual actúa. Si bien esta fuerza puede ser de tracción (signo +) o de compresión (signo -), en nuestro caso el accionamiento del embolo implicaría un esfuerzo de compresión.

- Esfuerzos normales producidos por el momento flector, el esfuerzo será máximo en las fibras más alejadas del eje neutro y está dado por:

$$\sigma_M = \pm \frac{M * c}{I};$$

Donde M , c e I son el momento flector, la distancia desde el eje neutro hasta las fibras más alejadas y el momento rectangular de inercia, respectivamente, de la sección de análisis. Se toma el signo “+” si el punto analizado está en tracción y el signo “-” si está a compresión. En general existen dos valores de c , uno para los puntos de tracción y otro para los puntos de compresión.

En nuestro caso al desbalancearse se genera una fuerza centrífuga, cuya magnitud es absorbida por los apoyos y produce un momento flector variable tanto para el plano XY como para el plano XZ , estos momentos para una velocidad de rotación constante ($\omega = cte.$) tendrán un mismo modulo para todo instante de tiempo, aclarando que en uno de los planos el momento flector respetara una ley sinusoidal y en el otro plano una ley coseno, no obstante más adelante expondremos sus magnitudes y cálculos.

⁵⁰ Esta ecuación sobre el esfuerzo axial será válido siempre y cuando no exista la posibilidad de **pandeo**, en la cual debería tenerse en cuenta el grado de esbeltez de la pieza, no obstante en nuestro caso omitimos cualquier tipo de efecto de pandeo y en consecuencia la ecuación plasmada con anterioridad es válida.

En estos casos donde se tienen dos componentes de momento flector M_{xy} y M_{xz} , donde x es la dirección axial e y y z son direcciones cartesianas paralelas a la sección del árbol se puede determinar, gracias a la perpendicularidad de estas componentes por el teorema de Pitágoras el momento resultante, a partir de:

$$M_R = (M_{xy}^2 + M_{xz}^2)^{1/2};$$

- Esfuerzos cortantes producidos por la fuerza cortante, V . Normalmente estos esfuerzos son mucho más pequeños que, por ejemplo, los esfuerzos normales debido a la flexión y tienden a actuar en puntos donde otros esfuerzos son pequeños o iguales a cero. Debido a esto, es práctica común no tener en cuenta el efecto de la fuerza cortante, aunque si esta se considera suficientemente grande, debe tenerse en cuenta este efecto.

A continuación se desarrollan los cálculos para un estado de carga bajo el funcionamiento nominal del sistema (sin tener la masa desbalanceada) y para el estado con masa desbalanceada en el cual se da la presencia de la fuerza centrífuga (generada por este desbalance).

Mediante el estado de carga nominal en el cual se analiza el sistema como un caso estático se verificará el árbol a las cargas nominales pico, que pueden considerarse en magnitud como el doble de las cargas estáticas. Recordemos que la verificación del árbol para el caso estático quedaría incluida en la verificación a la fatiga por el criterio de Soderberg.

Luego se verificará el árbol a la fatiga, con el sistema desbalanceado, a partir de la utilización del **criterio de Soderberg**⁵¹ considerándose para su análisis la sección más crítica del árbol.

⁵¹ Soderberg es uno de tantos autores que desarrollaron sus respectivos criterios para la verificación a la fatiga, sin embargo su criterio ser el más conservador todos, es por ello que su verificación también incluye la verificación a la fluencia para el caso estático.

2.6.2) Verificación del árbol a las Cargas Dinámicas

Se analiza el sistema considerando que se encuentra balanceado y sin excentricidad alguna del centro de masa, en tal condición no existe fuerza axial sobre el mismo y el árbol se encuentra girando a 3000 (*rpm*) en forma nominal. Esta condición se da cuando la máquina se encuentra sin desarrollar el ciclo productivo o bien cuando se encuentra sobre el ciclo productivo durante las fases que no es necesaria la vibración.

A continuación se desarrolla el diagrama de cuerpo libre (DCL) del árbol bajo dicho régimen y se examinan las reacciones en los apoyos para luego esquematizar los diagramas de esfuerzos y por último desarrollar los respectivos cálculos.

El diagrama de cuerpo libre se puede esquematizar de la siguiente manera:

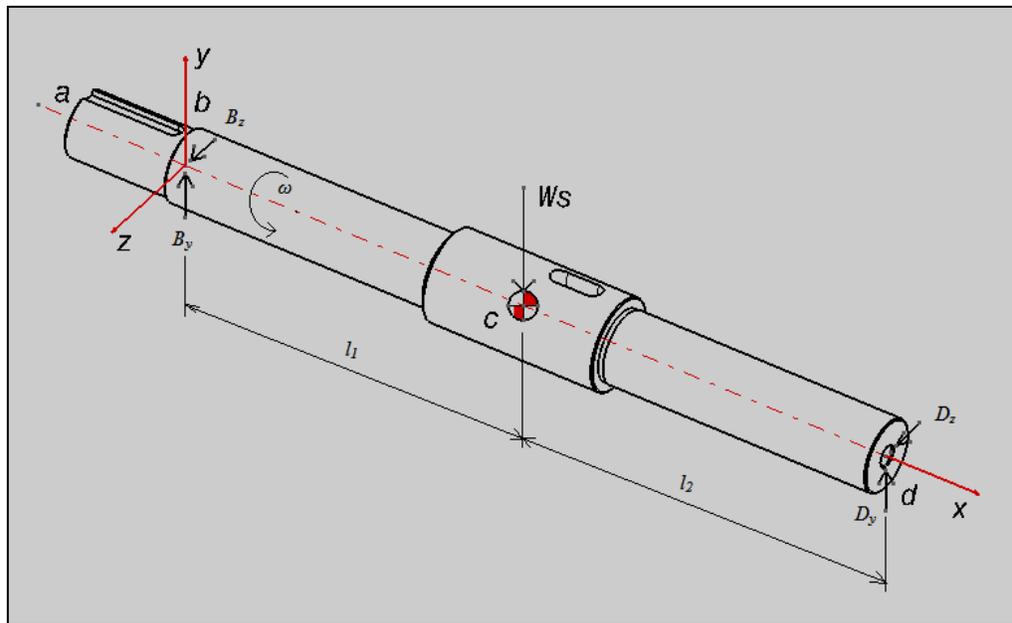


Fig. N° 47 Diagrama de Cuerpo libre del Árbol bajo cargas estáticas.

Como dijimos con anterioridad en el sistema no existirá fuerza axial alguna en consecuencia no habrá reacciones en el sentido longitudinal del árbol, no obstante analizando por sumatoria de fuerzas y momentos con respecto al punto de apoyo “ b ”, podemos decir que nos quedaría que:

- Por sumatoria de Fuerzas en la dirección “z” e “y”:

$$\sum F_y = 0 \rightarrow B_y - W_s + D_y = 0 \quad (\mathbf{a})$$

$$\sum F_z = 0 \rightarrow B_z + D_z = 0 \quad (\mathbf{b})$$

- Por sumatoria de Momentos con respecto al apoyo “b”, tomando por momento positivo al sentido antihorario:

Con respecto al plano xy:

$$\sum M_b = 0 \rightarrow D_y * (l_1 + l_2) - W_s * l_1 = 0 \quad (\mathbf{c})$$

Con respecto al plano xz:

$$\sum M_b = 0 \rightarrow D_z * (l_1 + l_2) = 0 \quad (\mathbf{d})$$

Datos:

- $W_s \rightarrow$ *Peso del Sistema* = $m_s * g = 61,5 \text{ (kg)} * 9,81 \left(\frac{\text{m}}{\text{seg}^2}\right) = \mathbf{603,315 \text{ (N)}}$
- $l_1 =$ *distancia longitudinal al centro de masa* = $\mathbf{0.292 \text{ (m)}}$
- $(l_1 + l_2) =$ *distancia entre los apoyos* = $\mathbf{0.566 \text{ (m)}}$

Despejando y reemplazando de las ecuaciones planteadas con anterioridad se determinan las reacciones en los puntos de apoyos, cuyas magnitudes son:

$$\text{de la ec. (d)} \rightarrow \mathbf{D_z = 0}$$

$$\text{de la ec. (b)} \rightarrow \mathbf{B_z = -D_z = 0}$$

$$\text{de la ec. (c)} \rightarrow D_y = (W_s * l_1) / (l_1 + l_2)$$

$$D_y = \frac{603,315 * 0.292}{0.566} = 311,25 \text{ (N)}$$

$$\mathbf{D_y = 311,25 \text{ (N)}}$$

$$\begin{aligned} \text{de la ec. (a)} \rightarrow B_y = W_s - D_y = 603,315 \text{ (N)} - 311,25 \text{ (N)} = 292,065 \text{ (N)} \\ \mathbf{B_y = 292,065 \text{ (N)}} \end{aligned}$$

Conociendo las reacciones se pueden desarrollar los diagramas de esfuerzos, en este caso de corte y de flexión en el plano xy, y a partir de allí conocer la sección más crítica del sistema y verificar el árbol a las cargas dinámicas.

Para un material dúctil la verificación a la resistencia del árbol para cargas dinámicas se podrá determinar mediante la aplicación de la Teoría del Esfuerzo Cortante Máximo (TECM) o bien con la teoría de Von Mises-Hencky⁵² (teoría de la energía de la distorsión), donde las ecuaciones de estas teorías vienen dadas por:

- TECM:

$$\left(\frac{1}{CS}\right)^2 = \left(\frac{\sigma}{S_y}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{0,5 * S_y}\right)^2 \quad (\mathbf{a});$$

- Von Mises:

$$\left(\frac{1}{CS}\right)^2 = \left(\frac{\sigma}{S_y}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{0,577 * S_y}\right)^2 \quad (\mathbf{b});$$

La diferencia entre ambas teorías radica en el denominador del segundo término. El objetivo de la utilización de estas ecuaciones es la verificación del diámetro del árbol/eje que se ha diseñado. Para ello se puede proceder de dos maneras, a partir de la determinación del coeficiente de seguridad, siendo aceptable en caso que su valor sea mayor a la unidad o bien adoptar un valor para el coeficiente de seguridad y verificar si el resultado del diámetro es igual o menor al diseñado.

Considerando que las fuerzas axiales no provocan el fenómeno de pandeo, al reemplazar los valores de los esfuerzos y reordenar las ecuaciones se obtiene que:

⁵² La tensión de Von Mises es una magnitud física proporcional a la energía de distorsión. En ingeniería estructural se usa en el contexto de las teorías de falla como indicador de un buen desempeño para materiales dúctiles. Ref: https://es.wikipedia.org/wiki/Tensi%C3%B3n_de_Von_Mises

- Por TECM:

$$\frac{S_y}{CS} = \frac{4}{\pi d^3} [(8M + Fd)^2 + 64T^2]^{1/2} = \sigma_{e(TECM)} \quad (c)$$

- Von Mises:

$$\frac{S_y}{CS} = \frac{4}{\pi d^3} [(8M + Fd)^2 + 48T^2]^{1/2} = \sigma_{e(VonMises)} \quad (d)$$

Donde:

- $\sigma = \pm \frac{F}{A} \pm \frac{M \cdot c}{I} \quad (e)$

Tensión normal generada por las fuerzas axiales y el momento flector;

- $CS =$ Coeficiente de Seguridad adoptado;
- $S_y =$ límite de resistencia a la fluencia;

Hipótesis:

- El análisis es de diseño estático.
- El material es dúctil y uniforme.
- La sección a analizar es una sección circular sólida.
- No existe posibilidad de pandeo.

Los signos de la ecuación “e” no aparecen en las ecuaciones “c” y “d” debido a que el esfuerzo normal “ σ ” está elevado al cuadrado en el desarrollo de las ecuaciones **a** y **b**, en consecuencia al tomar los valores del momento “ M ” y de la fuerza “ F ” en el punto de análisis siempre lo haremos considerándolos positivos, independientemente si producen tracción/compresión en dicho punto o si en el diagrama de momento M es positivo o negativo.

Considerando que no existen fuerzas axiales sobre el árbol y considerando el esfuerzo de torsión, las ecuaciones c y d pueden resumirse de la siguiente manera:

- Por TECM:

$$d = \left(\frac{32 * CS}{\pi * S_y} * (M^2 + T^2)^{1/2} \right)^{1/3} \leq d_{Sección\ Crítica} \quad (f)$$

- Por Von Mises:

$$d = \left(\frac{16 * CS}{\pi * S_y} * (4M^2 + 3T^2)^{1/2} \right)^{1/3} \leq d_{Sección\ Crítica} \quad (g)$$

Cálculos

Para resolver el problema lo primero que hacemos es plasmar los diagramas de esfuerzos del árbol, a fines de conocer cuál es la sección con mayor sollicitación. Por lo tanto podemos esquematizar los diagramas de esfuerzos de corte “V” y de “momento en el plano xy” de la siguiente forma:

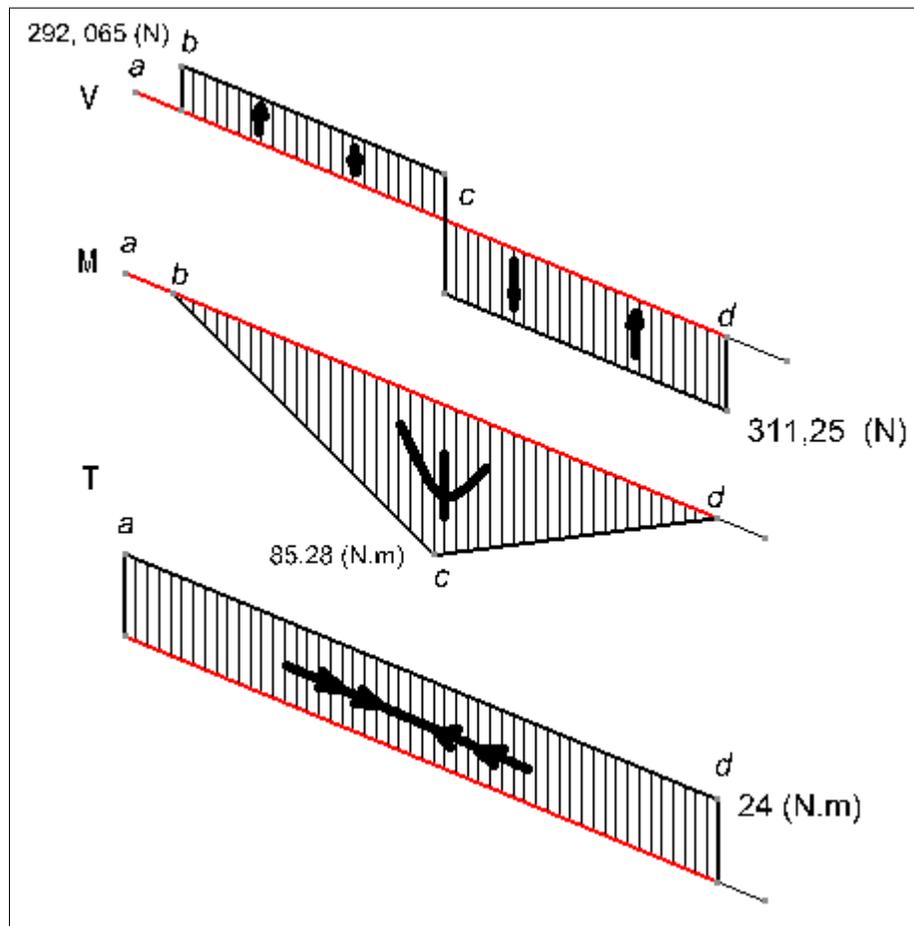


Fig. N° 48 Diagrama de Esfuerzos bajo el estado de Cargas Estáticas.

Los valores plasmados en la figura corresponden a las cargas estáticas, cuyo origen en el caso de los esfuerzos de corte corresponden a las reacciones de apoyo y el peso del sistema, luego el diagrama de momento flector se debe al momento generado por estos esfuerzos y por último el momento torsor proporcionado por la cupla del motor eléctrico. A través de estos diagramas podemos determinar la sección transversal de mayor sollicitación, en este caso la sección del punto “C” será la de mayor sollicitud y en consecuencia la que analizaremos.

La verificación de la resistencia estática del árbol quedará incluida en la verificación de la fatiga del mismo, por lo tanto destinaremos el análisis para las cargas dinámicas pico, cuyas magnitudes pueden considerarse como el doble de las nominales. En los cálculos se utilizarán los valores de la figura duplicados.

Considerando:

- $CS = 2$;
- $S_y = 1640 \text{ (MPa)} = 167,2 \left(\frac{\text{Kg}}{\text{mm}^2} \right)$; ⁵³
- $M_{xy} = 85,28 \text{ (N.m)} = 8693,17 \text{ (Kg.mm)} \rightarrow \text{Momento flector estático}$
- $M'_{xy} = 2 * M_{xy} \rightarrow \text{Momento flector pico} = 2 * 8693,17 = 17386,34 \text{ (Kg.mm)}$

Por lo tanto, al reemplazar los valores en las ecuaciones “f ” y “g” nos quedaría que:

$$d = \left(\frac{32 * CS}{\pi * S_y} * (M^2 + T^2)^{1/2} \right)^{1/3}$$

Reemplazando;

$$d = \left(\frac{32 * 2}{\pi * 167,2} * ((17386,34)^2 + (24)^2)^{1/2} \right)^{1/3} = \mathbf{12,84 \text{ (mm)}}$$

⁵³ Valores adoptados de la Tabla N°1; Fuente 1986 Handbook, p.2.15 (Ver en Apéndice)

En el caso de Von Mises:

$$d = \left(\frac{16 * CS}{\pi * S_y} * (4M^2 + 3T^2)^{1/2} \right)^{1/3}$$

Reemplazando;

$$d = \left(\frac{16 * 2}{\pi * 167,2} * (4 * (17386,34)^2 + 3 * (24)^2)^{1/2} \right)^{1/3} \cong \mathbf{12,843 (mm)}$$

Podríamos decir bajo este estado de cargas dinámicas, el árbol verifica para ambos criterios, cumpliéndose que:

$$d = \mathbf{12,84 (mm)} \leq d_{Sección C} = \mathbf{70 (mm)} \rightarrow \mathbf{Verifica!}$$

2.6.3) Verificación a la Fatiga del árbol bajo Cargas Dinámicas

El árbol funcionando normalmente está sometido a esfuerzos variables, en consecuencia será necesario llevar a cabo un estudio **a la fatiga** del mismo, y determinar si la configuración geométrica adoptada es válida o no. Para ello antes que nada es necesario conocer el estado de cargas, siendo máximos los esfuerzos cuando el sistema se encuentra desbalanceado y mínimos para aquellos intervalos en los cuales el sistema se encuentra balanceado (situación que hemos desarrollado con anterioridad).

En consecuencia para la verificación será necesario conocer el estado de cargas del sistema desbalanceado, determinar los esfuerzos presentes en él, para luego adoptar alguno de los criterios de verificación a la fatiga. En nuestro caso como también deseamos verificar la resistencia estática del árbol adoptaremos el Criterio de Soderberg que resulta ser tan conservativo que incluye la verificación a la fluencia.

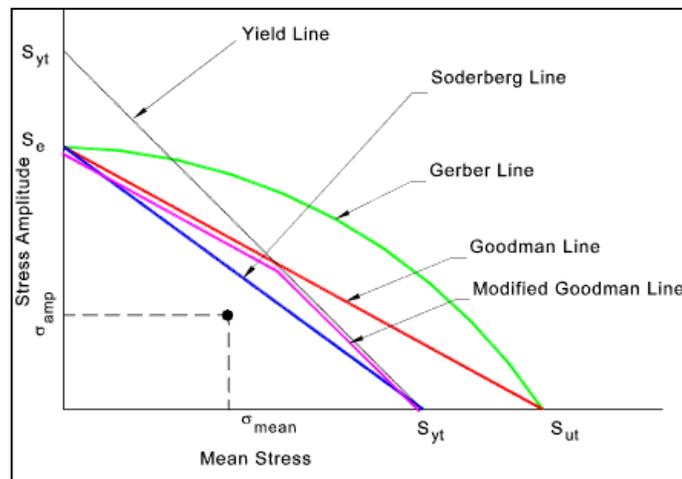


Fig. N° 49 Representación de los distintos criterios de falla a la Fatiga.

- Determinación del estado dinámico del sistema.

Cuando la máquina bloquea necesita de las fases vibratorias sobre la base del molde es allí cuando entra en acción el desbalance del árbol. Mediante la excentricidad del sistema se provoca el fenómeno de vibración deseado, y éste proporciona un estado dinámico diferente al nominal, que lo analizaremos a continuación.

Como ya hemos mencionado con anterioridad el desbalance se debe a la rotación de un contrapeso móvil que se encuentra confinado en forma axial (ver Fig. N° 32) y contiene en su interior una ranura, que sirve de guía, para provocar la rotación del mismo al ser empujado axialmente por un pasador. Cuando se genera esta rotación sobre el sistema se genera un cambio en la posición del centro de masa, manteniéndose la coordenada longitudinal del centro de masa (" l_1 " se mantiene en la misma posición) pero cambiando de posición para la dirección "z" e "y" respectivamente.

El sistema se encuentra girando a una velocidad angular " ω " constante y por lo tanto esta excentricidad genera la presencia de una fuerza centrífuga " F_c ", que será absorbida por los puntos de apoyo del sistema.

A continuación se expone un esquema del diagrama de cuerpo libre, en el cual se pueden observar las fuerzas actuantes y se muestra un esquema

representativo de la sección transversal del centro de masa (plano yz). En esta última se denota como la excentricidad se ubica en el cuarto cuadrante para esas direcciones, por lo tanto se define el centro de masa con las siguientes coordenadas (en unidades longitudinales de “metro”):

$$CG = (\varepsilon_x; \varepsilon_y; \varepsilon_z) \rightarrow (0,292; -0,004677; -0,006191)$$

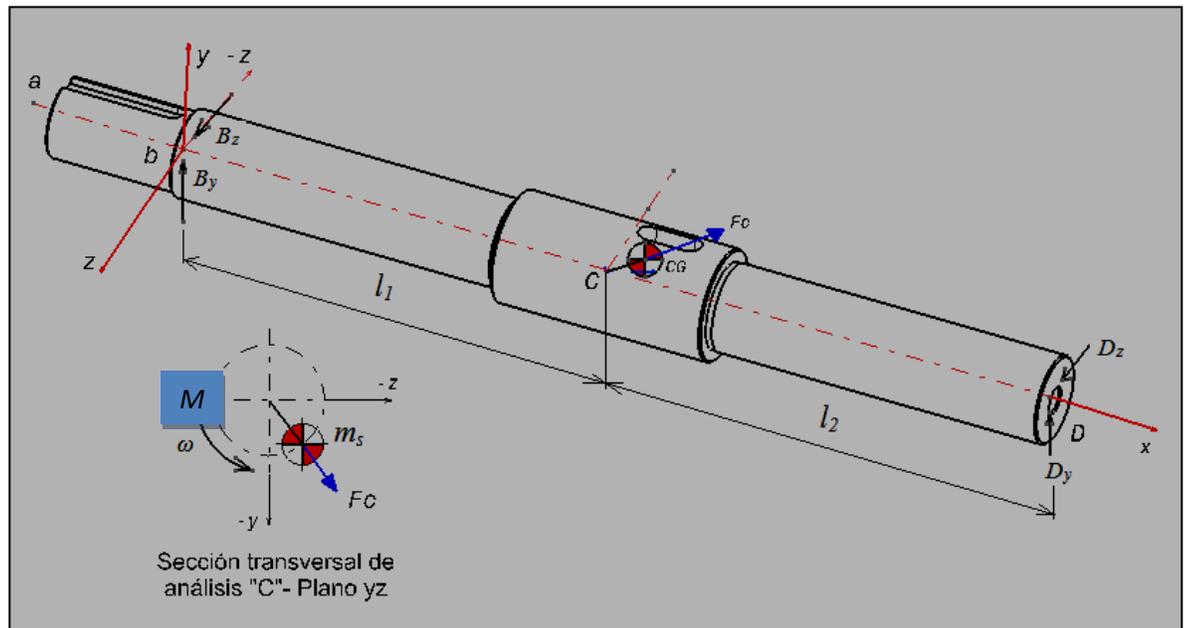


Fig. N° 50 Diagrama de Cuerpo Libre del árbol Desbalanceado.

Determinación de las Reacciones de Apoyo:

Para encontrar los valores de las reacciones de apoyo nos basaremos principalmente en las ecuaciones de la segunda ley de Newton, tanto para la sumatoria de fuerzas como así también la sumatoria de momento con respecto a un punto inercial del sistema.

Es decir, si consideramos el “teorema de momento cinético”, en el cual la suma de momentos de las fuerzas exteriores con respecto a un punto inercial del sistema es igual a la tasa de variación en el tiempo del momento cinético, tenemos que;

Cálculo de las reacciones en el punto “D”

Por sumatoria de momentos con respecto al punto “a”:

$$\sum M_a = \left(\frac{\partial L_a}{\partial t}\right)_{fijo} = \vec{V}_a \times m \cdot \vec{V}_G \quad (\mathbf{a})$$

La tasa de variación del momento cinético con respecto al punto “a”:

$$\left(\frac{\partial L_a}{\partial t}\right)_{fijo} = \left(\frac{\partial L_a}{\partial t}\right)_{móvil} + \vec{\omega} \times \vec{L}_a \quad (\mathbf{b})$$

Dónde:

- $\vec{L}_a = \text{Momento Cinético con respecto al pto "a"} \rightarrow I_a \cdot \vec{\omega} + m \cdot (G - a) \times \vec{V}_a$
- $\vec{V}_a = \text{Velocidad de traslación del punto "a"} = 0$
- $\vec{\omega} = \text{Vector de velocidad angular} = \vec{\omega} \cdot \vec{i} = \text{cte.} = \begin{bmatrix} \omega \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

Por lo tanto reemplazando el valor de la velocidad de traslación en el punto “a” y el momento cinético con respecto a este punto será de:

$$- \vec{L}_a = I_a \cdot \vec{\omega} \rightarrow \left(\frac{\partial L_a}{\partial t}\right)_{móvil} = \left(\frac{\partial I_a}{\partial t}\right)_{móvil} \cdot \vec{\omega} + I_a \cdot \left(\frac{\partial \vec{\omega}}{\partial t}\right)_{móvil}$$

Tanto la matriz de inercia " I_a " como el vector de velocidad angular $\vec{\omega}$, resultan invariables en el tiempo y en consecuencia su derivada con respecto a este resulta nula, quedando la tasa de variación del momento cinético, del contrapeso móvil, igual a:

$$\rightarrow \left(\frac{\partial L_a}{\partial t}\right)_{móvil} = 0$$

Por lo tanto, la sumatoria de momento con respecto al punto “a” nos quedaría igual a:

$$\sum M_a = \left(\frac{\partial L_a}{\partial t}\right)_{fijo} = \vec{\omega} \times \vec{L}_a \quad (\mathbf{c})$$

Reemplazando el valor del momento cinético, nos quedaría:

$$\sum M_a = \vec{\omega} \times \vec{L}_a = \vec{\omega} \times (I_a \cdot \vec{\omega})$$

La matriz de inercia se compone de la siguiente manera:

$$I_a = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix}$$

Como el vector de velocidad angular solo tiene componente longitudinal, se utilizarán únicamente las componentes de la primera columna de esta matriz, por lo tanto:

$$I_a \cdot \vec{\omega} = I_{xx} \cdot \omega \vec{i} - I_{yx} \cdot \omega \vec{j} - I_{zx} \cdot \omega \vec{k}$$

Haciendo el producto cruz del vector “ ω ” con respecto a esta última expresión, nos quedaría que:

$$\sum \mathbf{M}_a = -I_{yx} \cdot \omega^2 \vec{k} + I_{zx} \cdot \omega^2 \vec{j} \quad (d)$$

Analizando los momentos de las fuerzas externas con respecto al punto “ a ”, tendríamos que:

$$\sum \mathbf{M}_a = M \vec{i} - mg \varepsilon \cos \theta \vec{i} + D_y \cdot (l_1 + l_2) \vec{k} - D_z \cdot (l_1 + l_2) \vec{j} \quad (e)$$

Separando por las componentes en cada dirección, nos quedaría de la siguiente manera:

$$\text{en } i \rightarrow M = mg \varepsilon \cos \theta$$

$$\text{en } j \rightarrow -D_z \cdot (l_1 + l_2) = I_{zx} \cdot \omega^2$$

$$\text{en } k \rightarrow D_y \cdot (l_1 + l_2) = -I_{yx} \cdot \omega^2$$

Por lo tanto las reacciones **en el punto “ D ”** serían igual a:

$$D_z = -\frac{(I_{zx} \cdot \omega^2)}{(l_1 + l_2)} \quad (f)$$

$$D_y = -\frac{(I_{yx} \cdot \omega^2)}{(l_1 + l_2)} \quad (g)$$

Dónde:

- $I_{zx} = m \cdot l_1 \cdot \varepsilon \cdot \text{sen}(\theta)$
- $I_{yx} = m \cdot l_1 \cdot \varepsilon \cdot (\text{cos}(\theta) - 1)$

Datos:

- $m = m_s \rightarrow$ masa del sistema = **61,5 (Kg)**
- $\varepsilon \rightarrow$ modulo de excentricidad del sistema, en el plano yz

$$\varepsilon = (\varepsilon_y^2 + \varepsilon_z^2)^{1/2}$$

$$\text{Por lo tanto} \rightarrow \varepsilon = ((-0,004677)^2 + (-0,006191)^2)^{1/2}$$

$$\varepsilon = \mathbf{0,007759 (m)}$$

$$\theta = \text{tg}^{-1}\left(\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_z}\right) \rightarrow \theta = \mathbf{37,069^\circ}$$

- $l_1 = \varepsilon_x \rightarrow l_1 = \mathbf{0,292 (m)}$
- $(l_1 + l_2) \rightarrow$ distancia entre apoyos $\rightarrow (l_1 + l_2) = \mathbf{0,566 (m)}$
- $\omega =$ velocidad angular constante $\rightarrow \omega = \mathbf{314,159 \left(\frac{\text{rad}}{\text{seg}}\right)}$

Reemplazando por estos valores en las ecuaciones “f” y “g” respectivamente conseguimos las reacciones en el punto de apoyo “D”, en consecuencia nos quedaría que:

- $I_{zx} = 61,5 * 0,292 * 0,007759 \text{sen}(37,069) = 0,084 (Kg \cdot m^2)$
- $I_{yx} = m \cdot l_1 \cdot \varepsilon \cdot (\text{cos}(\theta) - 1)$

$$I_{yx} = 61,5 * 0,292 * 0,007759 * (\text{cos}(37,069) - 1) = -0,02815 (Kg \cdot m^2)$$

$$D_z = \mathbf{-14647,44 (N)}$$

$$D_y = \mathbf{4908,63 (N)}$$

$$D = (D_y^2 + D_z^2)^{1/2} = \mathbf{15448,05 (N) (h)}$$

Cálculo de las reacciones en el punto "B"

Si aplicamos la segunda ley de Newton, tendríamos que la sumatoria de fuerzas exteriores ("reacciones de apoyo") sería igual al producto de la masa del sistema por la aceleración de su respectivo centro de masa. Pudiéndose expresar lo siguiente:

$$\sum F_{ext.} = m \cdot \overline{a_{CG}} = \vec{D} + \vec{B} \quad (i)$$

Dónde:

$$\overline{a_{CG}} = \overline{a_a} + \dot{\vec{\omega}} \times \overline{r_{CG}} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \overline{r_{CG}}) + 2\vec{\omega} \times \overline{V_{rCG}^{móvil}} + \overline{a_{rCG}} \quad (j)$$

- $\overline{a_a} = \text{aceleración del punto "a"} = 0;$
- $\dot{\vec{\omega}} = \text{aceleración angular} = 0;$
- $\overline{V_{rCG}^{móvil}} = \text{velocidad de traslación **relativa** del contrapeso móvil con respecto al punto de referencia "a"} = 0;$
- $\overline{a_{rCG}} = \text{aceleración relativa del centro de masa al punto de ref. "a"} = 0;$

Reemplazando estos valores en la ecuación "j" nos queda que la aceleración del centro de masa del sistema está definida por:

$$\overline{a_{CG}} = \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \overline{r_{CG}});$$

Dónde:

$$- \overline{r_{CG}} = l_1 \cdot \vec{i} - \varepsilon_y \cdot \vec{j} - \varepsilon_z \cdot \vec{k};$$

Desarrollando el producto cruz, la aceleración del centro de masa nos quedaría:

$$- \overline{a_{CG}} = \vec{\omega} \cdot \vec{i} \times (\vec{\omega} \cdot \vec{i} \times (l_1 \cdot \vec{i} - \varepsilon_y \cdot \vec{j} - \varepsilon_z \cdot \vec{k}));$$

$$\overline{a_{CG}} = \vec{\omega} \cdot \vec{i} \times (-\vec{\omega} \cdot \varepsilon_y \cdot \vec{k} + \vec{\omega} \cdot \varepsilon_z \cdot \vec{j})$$

$$\overline{a_{CG}} = \omega^2 \cdot \varepsilon_y \cdot \vec{j} + \omega^2 \cdot \varepsilon_z \cdot \vec{k} \quad (k)$$

Expresando nuevamente la ecuación “i”, y observando el diagrama de cuerpo libre de la **fig. N°50**, podríamos expresar la segunda ley de Newton de la siguiente manera:

$$(\vec{B}_y + \vec{D}_y) \cdot \vec{j} + (\vec{B}_z + \vec{D}_z) \cdot \vec{k} = m \cdot \omega^2 \cdot \varepsilon_y \cdot \vec{j} + m \cdot \omega^2 \cdot \varepsilon_z \cdot \vec{k} \quad (l)$$

Separando por componentes:

$$\text{en } j \rightarrow B_y + D_y = m \cdot \omega^2 \cdot \varepsilon_y$$

$$B_y = m \cdot \omega^2 \cdot \varepsilon_y - D_y \quad (m)$$

$$\text{en } k \rightarrow B_z + D_z = m \cdot \omega^2 \cdot \varepsilon_z$$

$$B_z = m \cdot \omega^2 \cdot \varepsilon_z - D_z \quad (n)$$

Reemplazando por los valores correspondientes en las ecuaciones “m” y “n” respectivamente tendríamos las reacciones en el punto “C”, por lo tanto:

$$B_y = 23479,8 \text{ (N)}$$

$$B_z = 52225,55 \text{ (N)}$$

$$B = (B_y^2 + B_z^2)^{1/2} = 57260,9 \text{ (N)} \quad (o)$$

Hasta el momento hemos determinado las reacciones de apoyo del sistema, con las cuales podremos no solo llevar a cabo la verificación del rodamiento utilizado en el punto de apoyo, sino también conocer los esfuerzos presentes en el árbol cuando el sistema se encuentra desbalanceado, y con estos poder llevar a cabo el análisis a la fatiga.

Con la determinación de estos esfuerzos y sabiendo de antemano que la sección más crítica es donde se encuentre el centro de masa, **SECCIÓN “C”**, y por ende la fuerza centrífuga (ello se puede garantizar por considerar al árbol como una viga simplemente apoyada con una sola fuerza, la sección de mayor sollicitud será aquella en la cual se encuentre el plano transversal que contenga a la fuerza) se determinarán los esfuerzos presentes en ella.

Antes de calcular los esfuerzos en cada uno de los planos es necesario conocer las componentes de la fuerza centrífuga, a partir de su descomposición en cada una de las respectivas direcciones. Como se puede observar en el esquema de la parte inferior de la **fig. N°50**, la fuerza centrífuga del centro de masa se define de la siguiente forma:

$$F_c = m \cdot \varepsilon \cdot \omega^2 = 47095,55 \text{ (N)}$$

$$\text{en } j \rightarrow F_{cy} = F_c \cdot \text{sen}(\theta) \rightarrow F_{cy} = -28388,08 \text{ (N)}$$

$$\text{en } k \rightarrow F_{cz} = F_c \cdot \text{cos}(\theta) \rightarrow F_{cz} = -37578,0 \text{ (N)}$$

Para el punto “C” el momento flector resultante máximo sería:

$$M_R = (M_{xy}^2 + M_{xz}^2)^{1/2}$$

Determinando cada una de las componentes del momento flector en base al momento generado por cada una de las componentes de la fuerza centrífuga con respecto al punto “B”, nos queda que:

$$M_{xy} = F_{cy} * l_1 = -8289,32 \text{ (N.m)};$$

$$M_{xz} = F_{cz} * l_1 = -10972,776 \text{ (N.m)};$$

$$M_R = ((-8289,32)^2 + (-10972,776)^2)^{1/2}$$

$$M_R \cong 13752 \text{ (N.m)}$$

Para llevar a cabo la verificación a la fatiga se adoptara el “Criterio de Soderberg”, este en 1935 publicó una expresión para el CS para el caso de ejes solicitados simultáneamente a esfuerzos variables de torsión y flexión en la cual mediante la determinación de una tensión equivalente “ σ_E ”, se determina el coeficiente de seguridad “CS” y si este es mayor a la unidad significa que el eje verifica a la fatiga. Por lo tanto sí:

$$CS = S_y / \sigma_E \geq 1 \rightarrow \text{Verifica}$$

Con este criterio estaríamos verificando el árbol para **vida ilimitada**, con lo cual el árbol no tendría falla por fatiga para una cantidad de ciclos

$N > 10^6$ (ciclos). Al observar el diagrama $S-N$ estaríamos en una relación de $\frac{S_N}{S_u} < S_e$. Para una mejor interpretación a continuación se manifiesta el diagrama $S-N$;

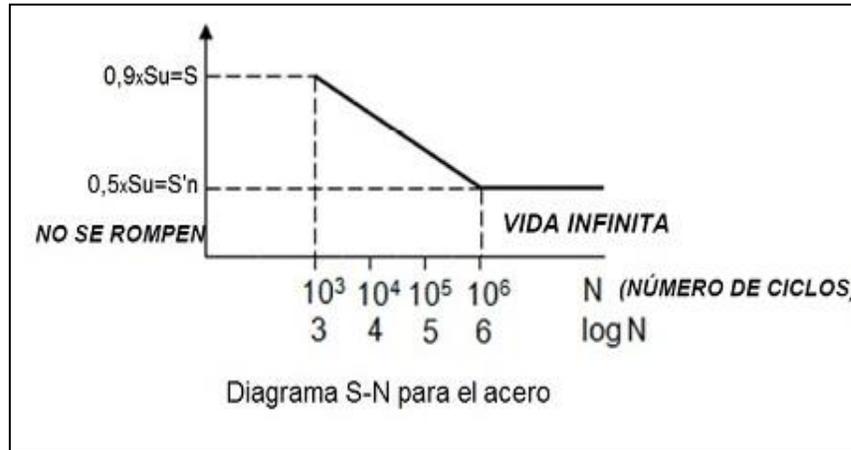


Fig. N° 51 Diagrama característico de la tensión a la fatiga " S_N " vs. Los ciclos de vida " N ".

Donde:

- Tensión equivalente $\rightarrow \sigma_E = ((\sigma_e)^2 + (\tau_e)^2)^{\frac{1}{2}}$ (p)

"Esta ecuación se conoce como fórmula de Soderberg para ejes"

- Tensión Normal equivalente $\rightarrow \sigma_e = |\sigma_m| + (K_{f\sigma}\sigma_a) \frac{S_y}{S_e}$ (q)

- Tensión de Corte equivalente $\rightarrow \tau_e = |\tau_m| + (K_{f\tau}\tau_a) \frac{S_y}{S_e}$ (r)

Como se observa, en ambas ecuaciones se consideran los esfuerzos medios y alternos respectivamente, el factor de concentración de tensiones " K_f " para cada uno de los casos y el límite de fatiga para el respectivo árbol " S_e ". A continuación se determina cada uno de estos parámetros con la finalidad de encontrar la tensión equivalente de Soderberg.

Cálculos:

- Tensión Normal **media** $\rightarrow \sigma_m = \frac{1}{2}(\sigma_{m\acute{a}x.} + \sigma_{m\acute{i}n.})$ (s)
- Tensión Normal **alterna** $\rightarrow \sigma_a = \frac{1}{2}(\sigma_{m\acute{a}x.} - \sigma_{m\acute{i}n.})$ (t)

Antes de comenzar con los cálculos vale la pena aclarar que para el desarrollo de estos se tendrá en cuenta que los esfuerzos se consideran **Máximos** para el sistema desbalanceado, y los esfuerzos serán **Mínimos** para el sistema balanceado. Por lo tanto analizando la sección “C” del árbol, la tensión normal vendrá dado por:

$$\text{Tensión Normal máxima} \rightarrow \sigma_{m\acute{a}x.} = \frac{M_{m\acute{a}x}}{W} \quad (u);$$

$$\text{Tensión Normal mínima} \rightarrow \sigma_{m\acute{i}n.} = \frac{M_{m\acute{i}n}}{W} \quad (v);$$

Dónde:

$$M_{m\acute{i}n} = M_{sist.Balanceado} = 85,25 \text{ (N.m)} = \mathbf{8,69 \text{ (Kg.m)}}$$

$$M_{m\acute{a}x} = M_R = 13752 \text{ (N.m)} = \mathbf{1401,82 \text{ (Kg.m)}}$$

$$W = \text{Modulo resistente de la Sección} = \frac{\pi D^3}{32} - \frac{dD^2}{6};$$

$$D \rightarrow \text{Diametro exterior de la sección del árbol} = 70 \text{ (mm)}$$

$$d \rightarrow \text{Diametro del orificio pasante} = 16 \text{ (mm)}$$

$$W = \frac{\pi(0,07)^3}{32} - \frac{0,016 * (0,07)^2}{6} = \mathbf{2,06 \times 10^{-5} (m^3)}$$

Reemplazando los valores en las ecuaciones “u” y “v” respectivamente:

$$\sigma_{m\acute{a}x.} = \frac{M_{m\acute{a}x}}{W} = \frac{1401,82 \text{ (Kg.m)}}{2,06 \times 10^{-5} (m^3)} = 6,80497206 \times 10^7 \left(\frac{Kg}{m^2} \right)$$

$$\sigma_{m\acute{a}x.} = \mathbf{68,05 \left(\frac{Kg}{mm^2} \right)};$$

$$\sigma_{mín.} = \frac{M_{mín.}}{W} = \frac{8,69 \text{ (Kg.m)}}{2,06 \times 10^{-5} \text{ (m}^3\text{)}} = 421844,66 \left(\frac{\text{Kg}}{\text{m}^2} \right)$$

$$\sigma_{mín.} = 0,422 \left(\frac{\text{Kg}}{\text{mm}^2} \right);$$

Los **esfuerzos medios y alternos** se determinan a partir de reemplazar estos valores en las ecuaciones “s” y “t” respectivamente, por lo tanto:

$$\sigma_m = \frac{1}{2}(\sigma_{máx.} + \sigma_{mín.}) = \frac{1}{2}(68,05 + 0,422) = 34,236 \left(\frac{\text{Kg}}{\text{mm}^2} \right);$$

$$\sigma_a = \frac{1}{2}(\sigma_{máx.} - \sigma_{mín.}) = \frac{1}{2}(68,05 - 0,422) = 33,8140 \left(\frac{\text{Kg}}{\text{mm}^2} \right);$$

- Concentración de tensiones en fatiga

En las irregularidades o discontinuidades, como huecos, ranuras, muescas, etc. La tensión máxima es mayor que la tensión nominal “ σ_0 ” que se calcula ignorando las discontinuidades. En estas situaciones es necesario definir el factor de concentración de tensiones teórico o geométrico:

$$K_t = \frac{\sigma_{máx.}}{\sigma_0};$$

Los valores de “ K_t ” se determinaron en forma experimental y fueron tabulados en gráficos⁵⁴ para las situaciones más habituales. De su determinación se puede concluir que el mismo **sólo depende de la geometría de la pieza y del tipo de sollicitación** pero no del material.

Para el caso de tensiones alternas es necesario tener en cuenta el efecto de la concentración de tensiones en las proximidades de una entalla, por lo tanto es necesario definir un nuevo factor:

$K_f \rightarrow$ factor de concentración de tensiones en fatiga

Este factor se relaciona con el valor teórico “ K_t ” a través de la sensibilidad de entalla “ q ”:

⁵⁴ Remitirse al apéndice adjunto al final del escrito en el documento de “FATIGA” para observar los gráficos del factor de concentración de tensiones “ K_t ”

$$q = \frac{K_f - 1}{K_t - 1} \rightarrow K_f = 1 + q(K_t - 1); \quad (w)$$

Los experimentos demuestran que la sensibilidad de la entalla “ q ” depende del **material** y del **radio de entalla**, cuya magnitud se define a partir de:

$$q = \frac{1}{1 + \sqrt{\rho/r}}; \quad (y)$$

Dónde:

$r \rightarrow$ es el radio de entalla

$\rho \rightarrow$ es un parámetro que depende del material

Para los **aceros** se puede utilizar una expresión que vincula la tensión a la rotura “ S_u ” en ella, quedando:

$$\rho = [A - B \cdot \ln(S_u)]^4$$

Donde **A** y **B** son constantes que dependen de las unidades utilizadas para “ S_u ” y “ ρ ” respectivamente.⁵⁵

S_u	$r - \rho$	A	B
Kg/cm ²	cm	2,297	0,223
Kg/cm ²	mm	2,257	0,397
Kpsi	inch	1,067	0,177

Tabla N° IX Valores de las constantes “A y B” en base a las unidades de “ S_u ”.

⁵⁵ Las fórmulas y valores son aportados por el material de estudio de Cálculo Estructural N°2-Compendio de Cálculo Estructural Año 2007-Capítulo: Fatiga – (Éste capítulo se adjunta al final del escrito).

Reemplazando valores nos quedaría que:

- Resistencia última del material $\rightarrow S_u = 1770 \text{ (MPa)} = 180,43 \left(\frac{\text{Kg}}{\text{mm}^2}\right)$; ⁵⁶

- Parámetro “ ρ ”

$$\rho = [2,257 - 0,397 \cdot \ln(180,43)]^4$$

$$\rho = 0,19445;$$

- Radio de entalla $\rightarrow r = 8 \text{ (mm)}$

Utilizando estos valores en la ecuación “y” la sensibilidad de la entalla nos quedaría igual a:

$$q = \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{\rho}{r}}} = \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{0,19445}{8}}} = 0,86512;$$

$$q = 0,86512;$$

Para conocer el factor de concentración de tensiones a la fatiga (ec. (w)) debemos en primer medida conocer el factor de concentración de tensiones teórico, recurriendo a la tabla N°7, para el caso de flexión decimos que:

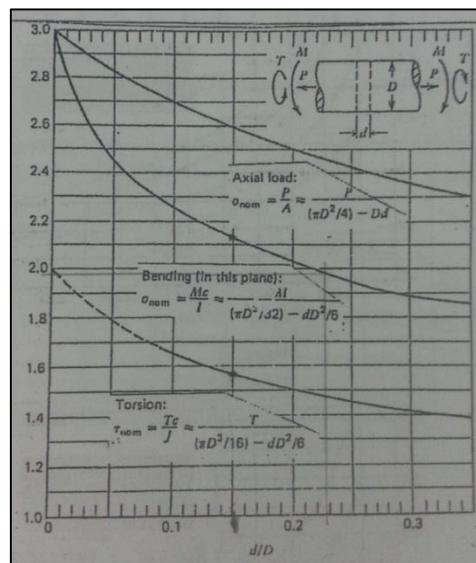


Fig. N° 52 Determinación del factor de concentración de tensiones teórico " K_t ".

⁵⁶ Valores adoptados de la Tabla N°1; Fuente 1986 Handbook, p.2.15 (Ver en Apéndice)

Como observamos en la tabla, para conocer los valores del factor “ K_t ” es necesario conocer la siguiente relación:

$$\text{Relación entre el diametro de entalla y el del árbol} \rightarrow \frac{d}{D} = \frac{16}{70} = 0,2285;$$

Entrando con este valor hasta la intersección con la curva correspondiente al momento flector, determinamos el valor del factor de concentración de tensiones teórico en la tabla, quedando:

$$K_t = 1,97;$$

Reemplazando en la ec. “ w ” nos queda:

$$K_{f\sigma} = 1 + q(K_{t\sigma} - 1) = 1 + 0,86512 * (1,97 - 1) = 1,76$$

$$K_{f\sigma} = 1,839;$$

- Límite de Fatiga del árbol “ S_e ”

Es importante destacar que el límite a la fatiga de una pieza real “ S_e ” es siempre inferior al obtenido en el ensayo de una probeta perfectamente púlida “ S'_e ”. En consecuencia para la determinación de su valor es necesario alterarlo por diversos factores, entre los cuales se destacan:

• **Factor de Tamaño “ f_T ”:**

$$f_T = \left(\frac{A}{d}\right)^{0,1135}$$

Dónde:

A = Constante que depende de las unidades a utilizar = 7,62 (mm);

d = diametro de la sección del árbol que se esta estudiando = 70 (mm)

$$f_T = \left(\frac{7,62}{70}\right)^{0,1135} = 0,7775;$$

$d \rightarrow$	<i>inch</i>	<i>mm</i>	<i>cm</i>
$A \rightarrow$	0,30	7,62	0,762

Tabla N° X Constantes a utilizar para la determinación del factor de tamaño “ f_T ”

- **Factor de Superficie " f_S ":**

Para el caso de Aceros $\rightarrow f_S = a \cdot (S_u)^b$

Las constantes " a " y " b " se determinan por tabla y dependen de la terminación superficial que tenga el árbol, en nuestro caso será "**rectificado**" por lo tanto los valores de las constantes son:

Constantes \rightarrow	a	a	a	a	b
$S_U \rightarrow$	Kpsi	MPa	Kg/cm ²	Kg/mm ²	\downarrow
Rectificado.....	1,34	1,58	1,92	1,30	-0,085
Maquinado o estriado en frío.....	2,70	4,51	8,33	2,46	-0,265
Laminado en Caliente.....	14,4	57,7	305,6	11,2	-0,718
Forjado.....	39,3	272	2750	28,7	-0,995

Tabla N° XI Constantes "a y b" según el tipo de procesada que tenga la pieza.

$$a = 1,30;$$

$$b = -0,085;$$

Reemplazando estos valores:

$$f_S = 1,30(180,43)^{-0,085} = \mathbf{0,8359}$$

Utilizando estos factores podemos determinar el límite a la fatiga del árbol a partir de la siguiente ecuación:

$$S_e = f_S * f_T * S'_e;$$

Donde el límite a la fatiga de una probeta perfectamente pulida " S'_e " se puede demostrar que resulta:

$$S'_e = 0,5 * S_u = 0,5 * 180,43 = \mathbf{90,215(Kg/mm^2)};$$

Reemplazando:

$$S_e = 0,7775 * 0,8359 * 90,215 = 58,632 \left(\frac{Kg}{mm^2} \right)$$

$$S_e = 58,632 \left(\frac{Kg}{mm^2} \right);$$

Habiendo determinado todos estos parámetros y reemplazándolos en la ec. (q) podemos determinar **la tensión normal equivalente** a partir de:

$$\sigma_e = |\sigma_m| + (K_{f\sigma}\sigma_a) \frac{S_y}{S_e};$$

$$\sigma_e = 34,236 + (1,839 * 33,814) * \frac{166,15}{58,632} = 210,45$$

$$\text{Tensión Normal equivalente} \rightarrow \sigma_e \cong 210,5 \left(\frac{Kg}{mm^2} \right);$$

Por último para determinar la tensión equivalente de Soderberg (ec. (p)) resta por conocer la **tensión equivalente por torsión**. Para su determinación podemos suponer que no existe esfuerzo alterno, ya que el par de torsión sufre una pequeña variación en el caso dinámico que lo podríamos despreciar. Por lo tanto, la tensión equivalente por torsión será de:

$$\tau_e = |\tau_m| + (K_{f\tau}\tau_a) \frac{S_y}{S_e}$$

$$\text{siendo } \tau_a = 0 \rightarrow \tau_e = \tau_m = \frac{T}{W} = \frac{24 (N.m)}{2,06 \times 10^{-5} (m^3)} = 0,12 (Kg/mm^2)$$

$$\text{Tensión de Corte equivalente} \rightarrow \tau_e = 0,12 (Kg/mm^2)$$

Con estos valores ya podemos determinar la tensión equivalente a partir de:

$$\sigma_E = ((\sigma_e)^2 + (\tau_e)^2)^{\frac{1}{2}};$$

Reemplazando valores;

$$\sigma_E = ((210,5)^2 + (0,12)^2)^{\frac{1}{2}}$$

$$\textit{Tensión equivalente} \rightarrow \sigma_E = 210,5 \text{ (Kg/mm}^2\text{)}$$

$$\textit{El eje verifica a la fatiga para vida ilimitada sí} \rightarrow CS = \frac{S_y}{\sigma_E} \geq 1$$

$$\textit{Reemplazando} \rightarrow CS = \frac{166,15}{210,5} = 0,7893 < 1 \rightarrow \textit{NO VERIFICA!!!}$$

En base a esta última ecuación podemos decir que el árbol **no verifica a la fatiga para vida ilimitada** y en consecuencia procedemos a determinar la vida a la fatiga del mismo, a partir de la determinación de la cantidad de ciclos “N” que el elemento aguantará antes de su rotura.

No obstante, vale la pena aclarar que en caso que quisiéramos que el árbol tuviese una vida ilimitada, siendo inalterable el estado de cargas actuantes, se debería proceder al rediseño del árbol o bien a la elección de otro material. Si modificáramos el diseño del árbol, lo más aconsejable sería el incremento del diámetro de la sección más crítica (Sección “C”) a fines de reducir los esfuerzos generados por el momento flector.

- Determinación de la vida a Fatiga del árbol⁵⁷

Como dijimos con anterioridad existen diversos criterios para la verificación a la fatiga, estos criterios se fundamentan en una serie de curvas de interacción, entre las tensiones medias y alternas, que provocan la falla por fatiga. Es decir, las curvas se forman por puntos que representan la relación entre el esfuerzo medio y alterno que provocan la

⁵⁷ Las ecuaciones, figuras y tablas desarrolladas en este punto se pueden encontrar en las Secciones 3.3, 4.2 y 4.3 del apunte de Fatiga, desarrollado por el Ingeniero Julio C. Massa en el dictado de Cálculo Estructural II. Esta documentación está adjuntada al final del escrito.

falla, toda relación de esfuerzos que se encuentre a la izquierda de estas curvas implica que el elemento no fallará a la fatiga.

En nuestro caso al analizar la fatiga también deseamos verificar a la fluencia, y por este motivo adoptamos el criterio de Soderberg, que como se observa en la **fig. N°48** también contempla la curva para dicha falla (la cual se denota en la figura como Yield Line). La curva está conformada por la siguiente expresión:

$$\text{Por Soderberg} \rightarrow \frac{CS * \sigma_m}{S_y} + \frac{CSK_{f\sigma}\sigma_a}{S_e} = 1$$

Si bien la curva de Soderberg es la más conservativa, la recta de Goodman es más realista.

Planteadas la ecuación de la recta, determinaremos el coeficiente de seguridad “CS” a fatiga para tensiones fluctuantes ($\sigma_m > 0$) a partir de su despeje. Para simplificar la notación se usan tensiones adimensionales medias “m” y alternas “a”;

$$m = \frac{\sigma_m}{S_u} > 0;$$
$$a = K_{f\sigma} * \frac{\sigma_a}{S_e} > 0$$

Luego por el criterio de Soderberg;

$$CS = \frac{1}{m * \frac{S_u}{S_y} + a};$$

Se puede determinar la resistencia a fatiga para vida limitada “ S_N ”, reemplazando S_e por S_N en la ecuación de la recta y llevando a cabo su respectivo despeje nos queda que:

$$\text{Por Soderberg} \rightarrow S_N = \frac{CS * a}{(1 - CS * m \frac{S_u}{S_y})} * S_e;$$

Sí la resistencia a fatiga con vida limitada toma un valor entre $(S_e \leq S_N \leq 0,9S_u)$ se puede determinar la vida a fatiga a partir de la siguiente expresión:

$$N = \left(\frac{a}{S_N}\right)^c ;$$

Esta ecuación proviene de utilizar la escala logarítmica en ambas variables del diagrama S - N , quedando:

$$\log_{10}(S_N) = \log_{10}(a) - b \cdot \log_{10}(N) \rightarrow S_N = \frac{a}{N^b} \quad (a)$$

Dónde:

$$a = \frac{(0,9S_u)^2}{S_e};$$

$$b = \frac{1}{3} \log_{10}(0,9S_u/S_e);$$

$$c = \frac{1}{b};$$

De la ec. (a) se puede despejar la vida en fatiga para un determinado nivel de tensión alterna S_N , siendo:

$$\left. \begin{array}{l} 10^3 \leq N \leq 10^6 \\ S_e \leq S_N \leq 0,9S_u \end{array} \right\} \boxed{S_N = \frac{a}{(N)^b} \rightarrow N = \left(\frac{a}{S_N}\right)^c}$$

Cálculos:

- Tensiones adimensionales:

$$m = \frac{\sigma_m}{S_u} > 0 \rightarrow \frac{34,236}{180,43} = \mathbf{0,18974};$$

$$a = K_{f\sigma} * \frac{\sigma_a}{S_e} > 0 \rightarrow 1,839 * \frac{33,814}{58,632} = \mathbf{1,0605};$$

- El coeficiente de seguridad viene dado por:

$$CS = \frac{1}{0,18974 * \frac{180,43}{166,15} + 1,0605} = \mathbf{0,7895};$$

- La resistencia a fatiga con vida limitada:

$$S_N = \frac{0,7895 * 1,0605}{\left(1 - 0,7895 * 0,18974 \frac{180,43}{166,15}\right)} * 58,632 = \mathbf{58,627};$$

- Las constantes se determinan a partir de:

$$a = \frac{(0,9 * 180,43)^2}{58,632} = \mathbf{449,7};$$

$$b = \frac{1}{3} \log_{10}(0,9 * 180,43/58,632) = \mathbf{0,1474};$$

$$c = \frac{1}{b} = \mathbf{6,78};$$

- La vida a fatiga será de:

$$N = \left(\frac{449,7}{58,627}\right)^{6,78} = \mathbf{997878,24 Ciclos};$$

Luego cada ciclo de la máquina contiene a su vez dos ciclos con estos esfuerzos, en consecuencia la vida a la fatiga de este árbol equivale a:

$$N_{\text{árbol}} = \frac{N}{2} = \mathbf{498939};$$

Considerando que cada turno de trabajo es de 8 (hs.) y por cada hora se desarrollan 300 ciclos (5 ciclos por minuto de la máquina), tendríamos que:

Cada 8 (hs.) \rightarrow 2400 (ciclos)

$$\text{Cantidad de turnos total antes de la falla} \rightarrow \frac{N_{\text{árbol}}}{2400} \cong 208 \text{ (turnos)}$$

El resultado es de gran importancia, porque nos permite determinar la cantidad de turnos para el cual se requiere/aconseja el recambio del árbol antes de la rotura. Si bien cada fabricante de bloques trabaja con sus respectivos turnos, con este valor es posible advertirles el intervalo de tiempo para el cual se requiere el recambio antes de la falla, no obstante para aquellos que trabajan en forma diaria con un turno de 8 (hs) se puede estimar lo siguiente:

$$\underline{5 \text{ (días/semana)} \rightarrow 8 \text{ (hs./día)} \rightarrow \text{fallaría en } \cong 11 \text{ (meses)}}$$

2.6.4) Verificación de los Rodamientos Seleccionados

Cuando comenzamos a diseñar el árbol, uno de los puntos de vista de mayor importancia es la determinación del tipo de rodamiento que se utiliza en los apoyos del mismo, para lo cual se debe tener en cuenta diversos aspectos como el tipo de carga al que estará sometido, las deflexiones permisibles del árbol al flexionarse, los espacios disponibles, el tipo de servicio al que estará sometido, entre otros. Por lo tanto al tratar el tema de rodamientos el diseñador debe seleccionar y verificar el mismo frente a las condiciones de servicio que tenga.

Si bien el proceso de selección de un rodamiento implica algo de experiencia y conocimientos sobre esta rama, en algunos casos suele ser útil comenzar adoptando un rodamiento que se utilice para un servicio similar y sometido a un estado de cargas semejantes al nuestro. En nuestro caso **seleccionamos** como rodamiento a los mismos que son utilizados por el vibrador SMARTPAC de la compañía besser, esta referencia no solo nos permitió ahorrar tiempo en el proceso de selección del rodamiento sino que también tener en nuestra máquina componentes que puedan intercambiarse con el parque industrial ya instalado,

siendo ello una cualidad tenida en cuenta por parte de los compradores desde el punto de vista de mantenimiento.

Por lo tanto en esta sección nos ocuparemos de **Verificar los Rodamientos** bajo el estado de cargas fluctuantes al que son sometidos, y en base a ello estimar la duración, en horas, que el fabricante aconseja para su recambio.

El rodamiento seleccionado corresponde a un Rodamiento de Rodillos a Rótula SKF 22311 EK, cuyas características se pueden observar en la siguiente figura:

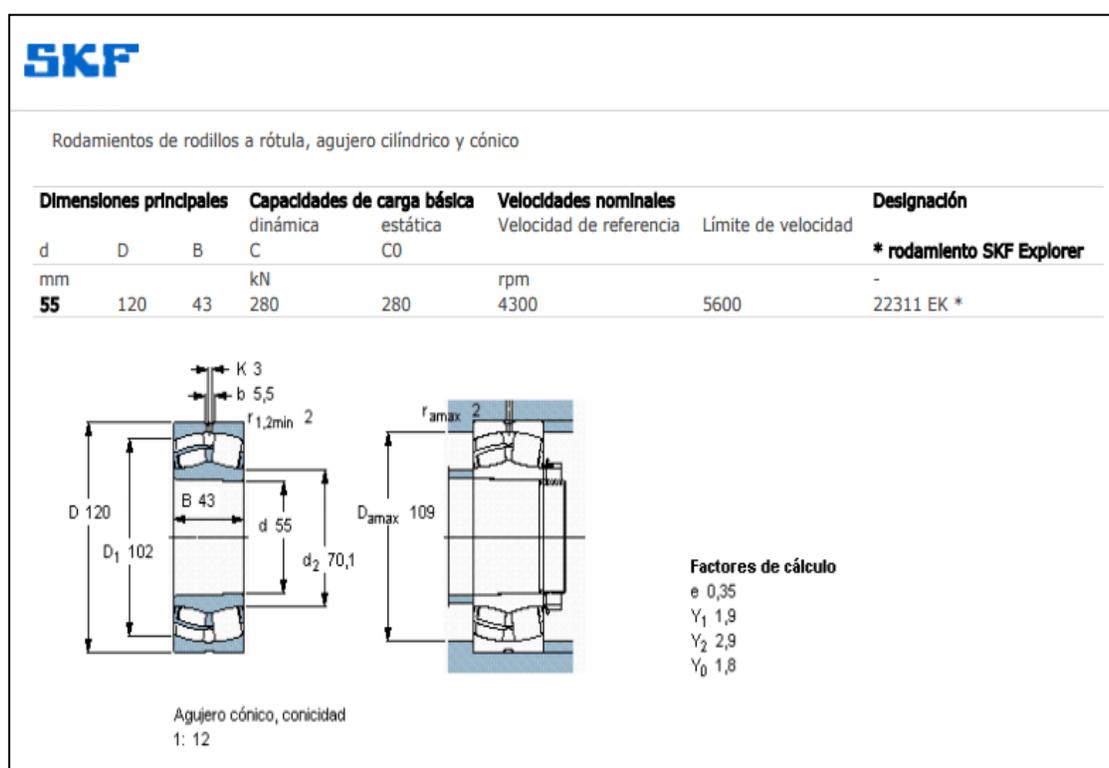


Fig. N° 53 Datos técnicos del Rodamiento.⁵⁸

⁵⁸ Los datos son aportados por el fabricante de rodamientos SKF, dicha ficha podrá observarse en la documentación adjuntada al final del escrito (Anexo-Apuntes).

Ref: <http://www.skf.com/ar/products/bearings-units-housings/roller-bearings/spherical-roller-bearings/cylindrical-and-tapered-bore/index.html?prodid=1550502311&imperial=false>

Resumiendo los datos aportados por la tabla, podemos citar los más importantes de la siguiente manera:

- $d = \phi_{int.} = 55 \text{ (mm)}$
- $D = \phi_{ext.} = 120 \text{ (mm)}$
- $b = 43 \text{ (mm)}$
- $C = \text{capacidad de carga dinámmica} = 280000 \text{ (N)}$
- $C_0 = \text{capacidad de carga estática} = 280000 \text{ (N)}$
- $\text{Peso} = 2,35 \text{ (Kg.)}$

Dentro de las características más importantes de este tipo de rodamiento podemos decir que posee una mayor capacidad de carga que el rodamiento de bolas y además permite asegurar un auto-centrado del árbol cuando este tenga tendencia a flexionar.

Verificación:

Lo primero que se determina son las cargas actuantes sobre el rodamiento, tanto las sollicitaciones radiales como así también las axiales. Nuestro caso podría considerarse como especial, donde la velocidad de rotación es constante pero las cargas varían de un mínimo (sistema balanceado) a un máximo (sistema desbalanceado), por lo tanto la fuerza equivalente " $F_{eq.}$ " viene dada por:

$$F_{eq.} = \frac{2 * F_{m\acute{a}x.} + F_{m\acute{m}n.}}{3};$$

Esta ecuación es válida si ambas cargas varían en forma lineal, en nuestro caso la variación de la carga axial es lineal pero el de la carga radial no lo es, porque varía proporcionalmente con el cuadrado de la velocidad de rotación, pero debido que el tiempo en el cual pasa del valor mínimo al máximo es muy corto podríamos considerarla como tal, en consecuencia nuestro sistema respondería de la siguiente forma:

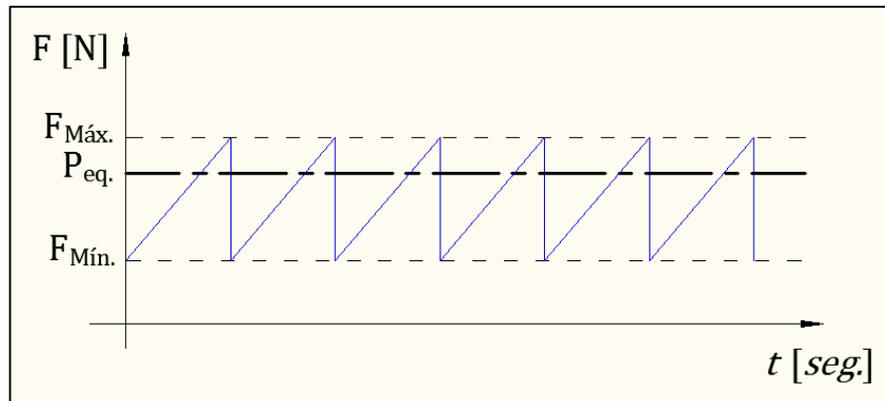


Fig. N° 54 Tipo de Variación lineal de las cargas actuantes sobre el Rodamiento.

Resolviendo para ambos sentidos de cargas, tenemos que:

- Carga Axial equivalente:

$$F_{a/mín.} = 0 \text{ (Kg.)} \rightarrow \text{Sistema Balanceado}$$

$$F_{a/máx.} = 42 \text{ (Kg.)} \rightarrow \text{Sistema Desbalanceado}$$

$$F_{axial/eq.} = \frac{2 * F_{a/máx.} + F_{a/mín.}}{3}$$

Reemplazando;

$$F_{axial/eq.} = 28 \text{ (Kg.)}$$

- Carga Radial equivalente:

Al igual que para el caso axial, la carga equivalente se determina a partir de:

$$F_{Radial/eq.} = \frac{2 * F_{R/máx.} + F_{R/mín.}}{3}$$

Dónde:

$$\text{Fuerza Radial máxima} \rightarrow F_{R/máx.}$$

Su presencia se da cuando el sistema se encuentra desbalanceado, en este caso debemos considerar el apoyo que se encuentre más solicitado, siendo por lo determinado con anterioridad el apoyo "B", cuya fuerza radial equivale a:

$$B = 57260,9 \text{ (N)} \rightarrow B = 5837,0 \text{ (Kg.)}$$

Por lo tanto:

$$F_{R/m\acute{a}x.} = 5837,0 \text{ (Kg.)}$$

Fuerza Radial mínima → $F_{R/m\acute{i}n.}$

Cuando el sistema esta balanceado los apoyos están solicitados a la menor carga radial, su menor valor se da para el apoyo “B” (no son de igual magnitud debido a la excentricidad en forma longitudinal del sistema) cuyo valor equivale a:

$$D = 292,065 \text{ (N)} \rightarrow D \cong 30 \text{ (Kg.)}$$

Por lo tanto:

$$F_{R/m\acute{i}n.} = 30 \text{ (Kg.)}$$

Reemplazando:

$$F_{Radial/eq.} = \frac{2 * 5837 + 30}{3} = 3902;$$

$$F_{Radial/eq.} = 3901 \text{ (Kg.)}$$

Una vez que hemos determinado las fuerzas equivalentes en ambos sentidos, es necesario determinar la Carga Equivalente “P”⁵⁹, para luego determinar el factor de seguridad y por último la duración en horas del rodamiento, por lo tanto:

$$P_{eq.} = X * F_{Radial/eq.} + Y * F_{axial/eq.}$$

Los factores “X” e “Y” son proporcionados por el fabricante en base a la relación existente entre la carga axial y radial, para cada tipo de rodamientos el fabricante proporciona una tabla, en la cual se exponen los valores de los factores y él de una constante “e”, que luego se compara con el cociente entre

⁵⁹ La **carga equivalente “P”** es un valor imaginario de carga que producira los mismos efectos, en cuanto a duración, que las cargas reales.

la fuerza axial y radial con la finalidad de determinar si será necesario o no considerar la influencia de la carga axial en la carga equivalente. Por lo tanto, se determina la relación entre las cargas:

$$\frac{F_{axial/eq.}}{F_{Radial/eq.}} = k;$$

Luego comparamos el valor de “*k*” con el de la constante “*e*”, determinando si es mayor o menor. En base a este resultado se adoptan los respectivos valores de “*X*” e “*Y*” que determinan una carga equivalente proporcional a la respectiva influencia de las mismas.

En nuestro caso:

$$\frac{F_{axial/eq.}}{F_{Radial/eq.}} = \frac{28}{3901} = 0,007178 \leq e = 0,35;$$

Por lo tanto si recurrimos a la tabla de datos del Rodamiento⁶⁰ decimos que:

$$X = 1;$$

$$Y = 1,9;$$

La carga equivalente será:

$$P_{eq.} = 1 * 3901 + 1,9 * 28 = 3954,2 (Kg.)$$

$$P_{eq.} = \mathbf{3954,2 (Kg.) = 38791 (N)}$$

Una vez que tenemos la carga equivalente determinamos el factor de seguridad “*S*” (también conocido por seguridad de carga dinámica) a partir de:

$$S = \left(\frac{C}{P_{eq.}} \right)$$

Reemplazando:

$$S = \left(\frac{280000}{38791} \right) \rightarrow S = \mathbf{7,22};$$

⁶⁰ Se puede observar la tabla de datos del rodamiento en el **Apéndice**.

Luego la “duración o vida en millones de revoluciones” viene dada por:

$$L_{10} = (S)^{10/3};$$
$$L_{10} = (7,22)^{10/3} \rightarrow L_{10} = \mathbf{727,429};$$

Expresando la duración en horas de servicio, podemos decir que:

$$L_{10(hs.)} = \frac{L_{10} * 10^6}{n * 60};$$

Al reemplazar nos quedaría que:

$$L_{10(hs.)} = \frac{727,429 * 10^6}{3000 * 60} \cong 4041,27 (hs.)$$
$$L_{10(hs.)} \cong \mathbf{4042(hs.)}$$

Si bien la verificación de un rodamiento implica comparar el valor obtenido " $L_{10(hs.)}$ ", para la duración en horas de servicio, con un valor de horas estimado " L'_{10} ", cuyo valor lo proporciona el fabricante en base al tipo de máquina y servicio en el cual los rodamientos desarrollan su normal funcionamiento. Por lo tanto el rodamiento será apropiado sí:

$$L_{10(hs.)} \geq L'_{10(hs.)}$$

Considerando un servicio de 8 (hs.) diarias ininterrumpidas y siendo una máquina centrífuga, la duración admisible en horas recomendada por el fabricante de rodamientos SKF es de:

$$L'_{10(hs.)} = 20000 (hs)$$

En nuestro caso obtuvimos un valor muy bajo de la duración en horas de servicio, en consecuencia podemos asegurar que no se cumple esta condición y el rodamiento seleccionado no sería el más apropiado para esta circunstancia. No obstante si quisiéramos adoptar este rodamiento para que se acople al parque industrial ya instalado, podríamos determinar para cuantos turnos de 8 (hs.) de trabajo se recomienda su recambio, por lo tanto:

$$\text{Cantidad de turnos} = \frac{L_{10}(\text{hs.})}{8 (\text{hs.})} = \frac{4042}{8} \cong 505 (\text{turnos})$$

5 (días/semana) → 8 (hs./día) → recambio en \cong 25 (meses)

2.6.5) Análisis dinámico del Sistema – Determinación de los Modos de Vibrar

La finalidad de llevar a cabo el estudio de vibraciones libres es determinar las características dinámicas del sistema, para poder así enfocar correctamente el problema dinámico. Básicamente se busca **determinar las frecuencias naturales del sistema y evaluar si la frecuencia de excitación (3000 rpm) provoca el fenómeno de resonancia o no.**

Introducimos en este análisis el concepto de grados de libertad dinámico “GLD”, ya que al estudiar las estructuras en forma dinámica debemos introducir el concepto de MASA, que como sabemos tiene propiedades inerciales que implica que la estructura se oponga a ser acelerada, dando origen a las fuerzas inerciales. Por lo tanto podemos definir a los “GLD” como los grados de libertad geométricos que tienen asociado masa, o sea inercia.

Por lo general para poder llevar a cabo el análisis es necesario MODELAR el sistema, en la mayoría de los casos se modela utilizando masas puntuales y en consecuencia solo se tendrá asociada inercia de traslación, sin considerarse la inercia de rotación por considerarse puntual.

Nuestro sistema se puede modelar de la siguiente manera:

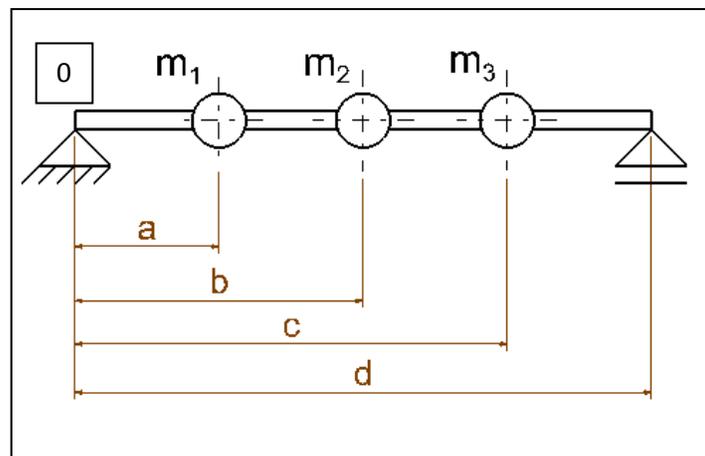


Fig. N° 55 Modelización del Sistema Vibrador.

El sistema puede modelarse como un eje simplemente apoyado, en el cual se consideran tres masas puntuales asociadas a cada una de los contrapesos del sistema y al que se le adiciona a cada uno de estos la discretización de la masa continua del eje. Es decir, como nuestro eje tiene un solo cambio de sección y cuya diferencia de diámetro no es demasiado grande, podemos determinar un diámetro equivalente (conociendo la masa del eje), y luego determinar la cantidad de masa correspondiente a cada tramo y repartirla a la mitad sobre cada uno de sus nodos.

Por lo tanto;

- Diámetro equivalente:

$$\text{sí} \rightarrow \delta = \frac{m}{V} \rightarrow V = \frac{m}{\delta}$$

Siendo;

$$V = \frac{\pi * \Phi_{eq}^2}{4} * l_{tot};$$

Reemplazando y despejando, obtenemos el diámetro equivalente;

$$\Phi_{eq.} = \left(\frac{m * 4}{\delta * \pi * l_{tot}} \right)^{1/2};$$

Dónde:

$$m = 12,715 \text{ (Kg)};$$

$$\delta = 7,8 \times 10^{-3} \left(\frac{\text{Kg}}{\text{cm}^3} \right);$$

$$l_{tot} = 56,6 \text{ (cm)};$$

Reemplazando;

$$\Phi_{eq.} = \mathbf{6,055 \text{ (cm)}}$$

- Masa de cada tramo:

La masa de cada uno de los tramos vendrá dada por:

$$m_i = \delta * V_i = \delta * \frac{\pi * \phi_{eq}^2}{4} * l_i$$

Reemplazando valores, se obtiene la masa de cada uno de los tramos. Los resultados se podrán observar en la siguiente tabla:

<i>tramo</i> → <i>ij</i>	<i>longitud</i> → <i>l_{ij}(cm)</i>	<i>masa</i> → <i>m_{ij}(Kg)</i>
0A	17,5	3,932
AB	11,25	2,527
BC	11,25	2,527
CD	16,6	3,729
0D	56,6	12,715

Tabla N° XII Longitud y Masa de cada tramo del Eje.

Luego a cada una de estas masas la adicionaremos a sus respectivos nodos, recordando que sobre cada uno de estos se adiciona la mitad de la masa correspondiente a sus tramos adyacentes, es decir al nodo 1 le adicionamos la mitad de la masa del tramo $\overline{0A}$ y la mitad del tramo \overline{AB} , y así sucesivamente con el resto de los nodos. La determinación de cómo se distribuye la masa en el sistema será fundamental para conformar la matriz de masa “M”.

Al modelar el sistema y definir tres nudos, tendríamos asociado a cada masa un desplazamiento y un giro, por lo tanto 6 grados de libertad geométricos “GLG”, si adicionáramos un nudo entre medio de cada tramo tendríamos 12 GLG, en consecuencia estos están asociados a la cantidad de nudos adoptados, mientras que para ambos casos se tiene la misma cantidad de GLD, ya que solo consideramos la inercia de traslación de las masas.

La ecuación de movimiento la podemos escribir como:

$$KU_{(t)} + C\dot{U}_{(t)} + M\ddot{U}_{(t)} = P_{(t)}$$

Donde en el término izquierdo de la ecuación se encuentran, en el primer miembro las fuerzas elásticas, en el segundo las fuerzas disipativas y en el tercero las fuerzas de inercia, y en el término a la derecha se encuentra el vector de cargas variables.

Para determinar **los modos de vibrar del sistema** debemos hacer algunas consideraciones, entre las cuales debemos considerar que en el caso de vibraciones libres para aquellos casos de amortiguamiento pequeño, los cambios en la frecuencia del sistema al considerar el amortiguamiento es despreciable en consecuencia dejando de lado las fuerzas disipativas y considerando la ausencia de fuerzas exteriores, la ecuación de movimiento se puede escribir de la siguiente manera:

$$KU_{(t)} + M\dot{U}_{(t)} = 0 \quad (a)$$

Luego si consideramos una respuesta del tipo armónico, podemos escribir el desplazamiento, velocidad y aceleración a partir de:

$$U_{(t)} = U * \text{sen}(\omega t)$$

$$\dot{U}_{(t)} = U * \omega * \text{cos}(\omega t)$$

$$\ddot{U}_{(t)} = -U * \omega^2 * \text{sen}(\omega t)$$

Reemplazando y reordenando en la ecuación “a”, esta se puede escribir de la siguiente forma:

$$(K - \omega^2 * M) * U * \text{sen}(\omega t) = 0;$$

$$(K - \omega^2 * M) * U = 0;$$

Para encontrar una solución NO TRIVIAL ($U \neq 0$) debemos resolver un problema de valores y vectores propios, es decir debemos resolver el determinante del sistema e igualarlo a cero, para posteriormente conocer sus raíces y en consecuencia los valores propios del mismo. Por lo tanto planteamos que:

$$\det(K - \omega^2 M) = 0 \quad (b)$$

Cada raíz del polinomio (que resulta de calcular la determinante) equivale a un modo de vibrar libremente con una frecuencia característica, en consecuencia podemos decir que **el número de modos de vibrar libremente coincide con el número de grados de libertad dinámicos “GLD”**, en nuestro caso serían tres (3) modos de vibrar libremente y por lo tanto tres (3) frecuencias naturales “ ω_i ”.

Analizando los términos de la ec. (b), podemos decir que dentro de un sistema existen grados de libertad geométricos “GLG” como así también grados de libertad dinámicos “GLD”, si desarrollamos en forma matricial la ecuación para el determinante podemos hacer un cambio de orden de las componentes del vector U, donde:

$$U = \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix};$$

Dónde:

$U_1 \rightarrow$ Vector que contiene los GLD

$U_2 \rightarrow$ Vector que contiene los GLG

Si desarrollamos la siguiente expresión;

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} - \omega^2 * \begin{bmatrix} M & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = 0; \quad (c)$$

Tendremos ecuaciones en las cuales para su resolución es necesario conocer " ω^2 " y otras para las cuales no es necesario, es decir en nuestro sistema tendríamos seis (6) ecuaciones de la forma:

$$(K_{11} * U_1 + K_{12} * U_2) - \omega^2 * (M_1 * U_1) = 0; \quad (d)$$

Y tres (3) ecuaciones del tipo:

$$(K_{21} * U_1 + K_{22} * U_2) = 0; \quad (e)$$

Si despejamos los desplazamientos asociados a los grados de libertad geométricos, es decir el vector “ U_2 ” en la ec.(e) y lo reemplazamos en la ec. (d) nos quedaría:

$$U_2 = -(K_{22}^{-1} * K_{21} * U_1);$$

Reemplazando en la ec. (d);

$$\underline{(K_{11} - K_{12}K_{22}^{-1}K_{21}) * U_1 - \omega^2 * (M_1 * U_1) = 0; (f)}$$

El término subrayado se denomina “**Matriz de Rigidez Condensada K_C** ”, con ella lo que hemos logrado es reducir el sistema de “n” grados de libertad a un problema cuyo número de incógnitas “m” es igual a los grados de libertad dinámicos del sistema. De esta manera condensamos el problema, eliminando las incógnitas que dinámicamente son innecesarias.

Reemplazando la ec. (f) se puede escribir cómo:

$$(K_C - \omega^2 M_1) * U_1 = 0 \quad (g);$$

Para resolver el problema debemos determinar la Matriz Condensada “ K_C ”, existen diversos métodos para su resolución entre los cuales se destacan:

- Métodos de las Fuerzas (Trabajos Virtuales).
- Teorema de Castigliano, con las incógnitas hiperestáticas.
- Por el método de Cross.
- **Invirtiendo la matriz de flexibilidad “ F ” del sistema.**

En nuestro caso utilizamos este último método, en consecuencia para la determinación de la matriz de flexibilidad “ F ” lo que hacemos es aplicar el principio de trabajos virtuales “PTV”⁶¹.

Este principio enuncia que:

“Para una deformación virtual infinitamente pequeña de un cuerpo, que se encuentra en equilibrio, el trabajo virtual de las fuerzas exteriores es igual al trabajo virtual interno de deformación”

⁶¹ El **principio de trabajos virtuales “PTV”**, es un método utilizado en resistencia de materiales para el cálculo de desplazamientos reales en estructuras isostáticas e hiperestáticas, y para el cálculo de las incógnitas que no podemos abordar con el equilibrio en las estructuras hiperestáticas. El principio de los trabajos virtuales puede derivarse del principio de D’Alembert, que a su vez puede obtenerse de la mecánica Newtoniana o más generalmente del principio de mínima acción,

Pudiéndose expresar como:

$$\sum P * \delta U = \sum \int N_i * \delta \varepsilon_i * dx ;$$

Dónde el término izquierdo representa el trabajo realizado por las fuerzas exteriores y el término a la derecha de la igualdad representa el incremento de la energía interna de deformación.

La utilización de este principio se usa como principal herramienta para la determinación de la matriz de flexibilidad, en consecuencia resumiendo el procedimiento podemos decir que:

- En primer medida se plantean las ecuaciones de compatibilidad, es decir:

$$\begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \delta_{13} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \delta_{23} \\ \delta_{31} & \delta_{32} & \delta_{33} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{bmatrix}$$

- Determinamos los diagramas de esfuerzos internos en el estado real.
- Luego se desarrollan tantos sistemas auxiliares como grados de libertad dinámicos se tengan, en consecuencia en nuestro caso desarrollamos tres (3) sistemas auxiliares, de igual forma que el real pero con la aplicación de una carga en el punto donde se quiere determinar el desplazamiento y en la dirección de la componente deseada del mismo. La carga que se aplica es un esfuerzo unitario.
- Se determinan los esfuerzos internos para el estado auxiliar.
- Se calcula cada uno de los desplazamientos por la expresión:

$$\delta_{ij} = \int \bar{N}_j * \left(\frac{N}{A * E}\right)_i * dx + \int \bar{Q}_j * \left(\frac{Q}{A_c * G}\right)_i * dx + \int \bar{M}_j * \left(\frac{M}{E * I}\right)_i * dx + \int \bar{M}_{tj} * \left(\frac{M_t}{G * I_p}\right)_i * dx$$

Recordando que se utilizan las solicitaciones del estado auxiliar (\bar{N}_j , \bar{Q}_j , \bar{M}_j , \bar{M}_{tj}) y las distorsiones del estado en el cual se quiere calcular el desplazamiento. Es decir, si quisiéramos determinar el desplazamiento " δ_{12} " deberíamos utilizar las solicitaciones del sistema auxiliar dos (2) y las distorsiones generadas en el estado auxiliar uno (1), procediendo de igual forma para la determinación de los restantes desplazamientos.

A continuación se manifiestan los diagramas de esfuerzos, de cada uno de los tres sistemas auxiliares, en los cuales debemos recordar que solo existirán esfuerzos de cortes y momento flector, no obstante para el desarrollo de los cálculos solo se tendrán en cuenta los efectos del momento flector, considerando despreciables los producidos por el corte, por lo tanto el desplazamiento vendrá dado:

$$\delta_{ij} = \int \overline{M}_j * \left(\frac{M}{E * I}\right)_i * \partial x$$

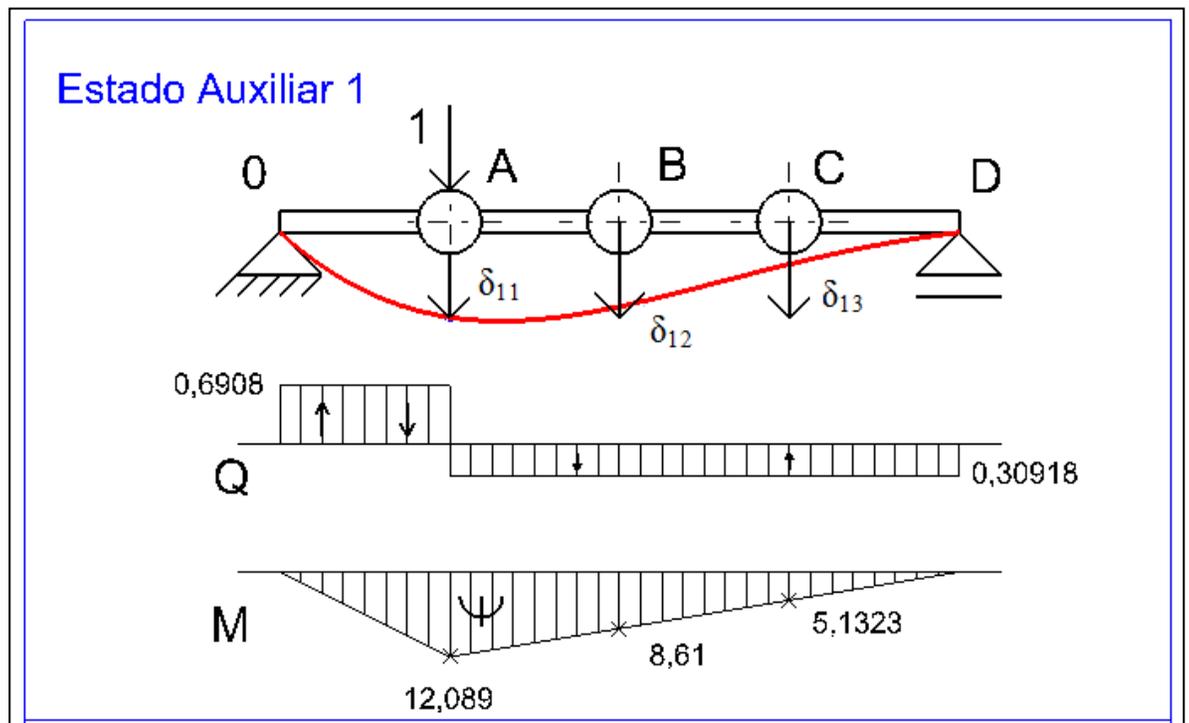


Fig. N° 56 Diagrama de esfuerzos de Corte y Momento Flector del sistema auxiliar N°1.

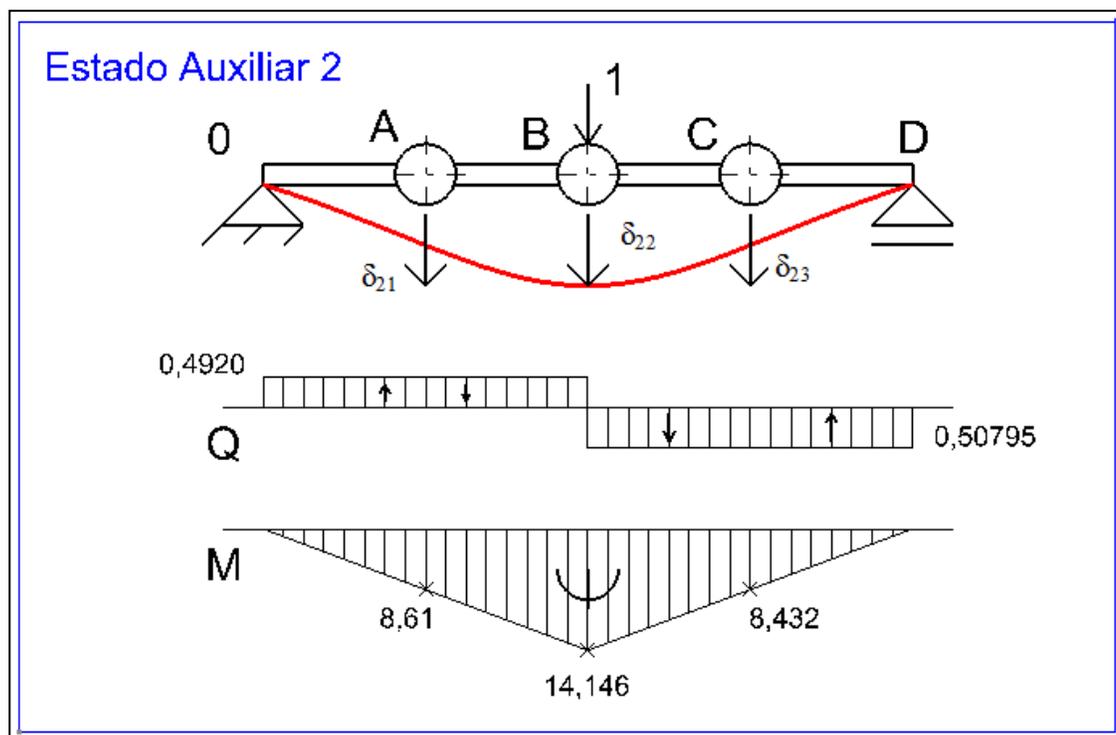


Fig. N° 57 Diagrama de esfuerzos de Corte y Momento Flector del sistema auxiliar N°2.

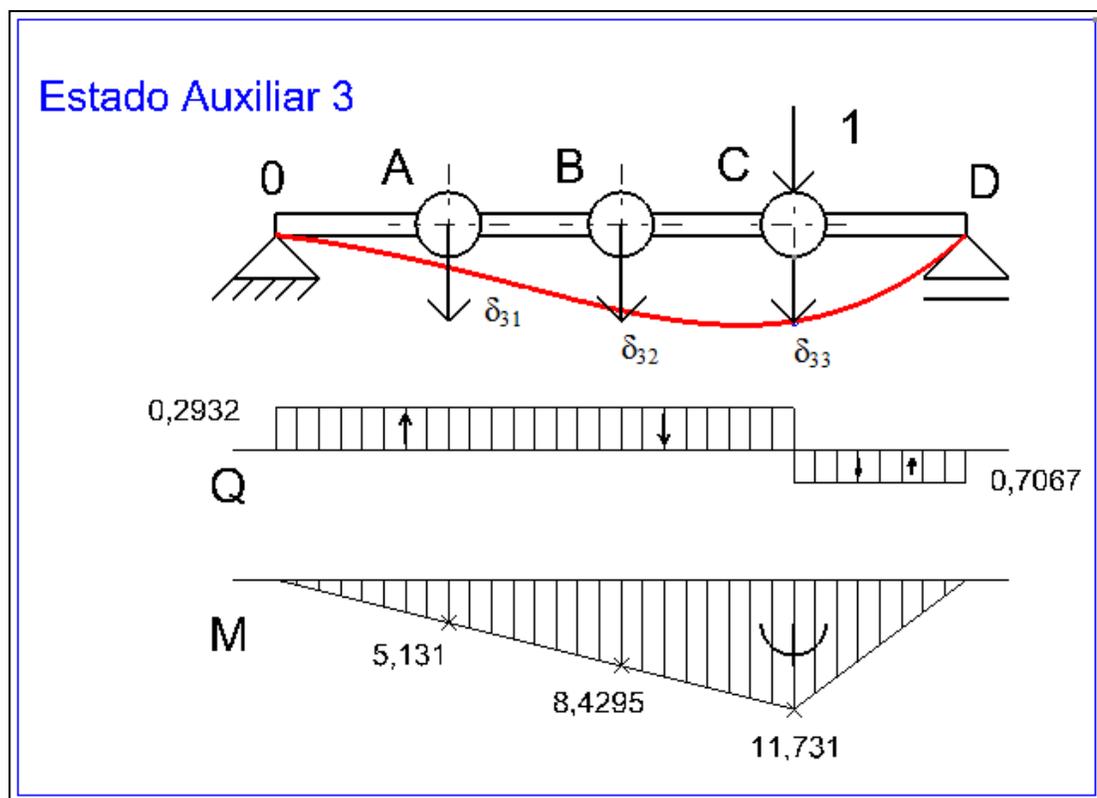


Fig. N° 58 Diagrama de esfuerzos de Corte y Momento Flector del sistema auxiliar N°3.

Una vez obtenidos los diagramas de esfuerzos, es posible determinar los desplazamientos " δ_{ij} " a partir de resolver las integrales con la tabla de la elástica⁶². Si bien no se manifiestan los cálculos de las integrales, a continuación se manifiestan los resultados.

$$\begin{aligned}\delta_{11} &= 2,27 \times 10^{-5}; \\ \delta_{12} = \delta_{21} &= 2,14746 \times 10^{-5}; \\ \delta_{13} = \delta_{31} &= 1,201769 \times 10^{-5}; \\ \delta_{22} &= 3,1087 \times 10^{-5}; \\ \delta_{23} = \delta_{32} &= 1,704 \times 10^{-5}; \\ \delta_{33} &= 2,1379 \times 10^{-5};\end{aligned}$$

Los resultados obtenidos son considerando los siguientes datos:

- Módulo de elasticidad: $\rightarrow E = 2,1 \times 10^6 \left(\frac{Kg}{cm^2}\right)$;
- Momento de Inercia: $\rightarrow I = \frac{1}{2} m_{eje} r_{eq.}^2 = 0,5 * 12,715 * (3,016)^2 = 57,83(Kg.cm^2)$;

Ordenando las componentes en la matriz de flexibilidad, esta queda determinada de la siguiente forma:

$$[F] = 1 \times 10^{-5} \begin{bmatrix} 2,27 & 2,14746 & 1,201769 \\ 2,14746 & 3,1087 & 1,704 \\ 1,201769 & 1,704 & 2,1379 \end{bmatrix};$$

Por lo tanto la **matriz de rigidez condensada " K_C "** será:

$$[K_C] = [F]^{-1} = 1 \times 10^5 \begin{bmatrix} 1,2722 & -0,8645 & -0,0261 \\ -0,8645 & 1,1588 & -0,4376 \\ -0,0261 & -0,4376 & 0,8312 \end{bmatrix}$$

⁶² Esta tabla nos proporciona los resultados de la integral, a partir de la combinación de los diagramas de esfuerzos. La misma y los respectivos cálculos para cada uno de los desplazamientos se pueden observar en la documentación adjuntada al final del escrito (Anexo-Apuntes).

Una vez definida la matriz de rigidez condensada resta por resolver la ecuación característica, que tendrá tanta raíces como grados de libertad dinámicos “GLD” tenga el sistema, por lo tanto debemos resolver:

$$|K_C - \lambda * M_1| = 0;$$

Luego las frecuencias propias se obtienen a partir de:

$$\omega_i = \sqrt{\lambda_i} ;$$

Por propiedades algebraicas sabemos que todos los valores propios son reales y considerando que la matriz de rigidez “ K_C ” es positiva los valores propios serán NO NEGATIVOS y por ser además una matriz no singular todos los valores propios seran mayor que cero.

Una vez determinado los valores propios, cada frecuencia “ ω_i ” permite una solución U_i no trivial del sistema, cumpliendose que:

$$(K_C - \omega_i^2 * M_1) * U_i = 0 \quad (\mathbf{h}) ;$$

Además, por propiedades algebraicas, sabemos que si un sistema lineal homogéneo de ecuaciones algebraicas admite una solución particular, cualquier múltiplo de la misma también es solución, por lo tanto el vector forma modal queda indeterminado en su módulo. En la mayoría de los casos es habitual normalizar el vector U_i , dividiendo todas sus componentes por la de mayor valor absoluto, de esta forma todas las componentes del vector forma modal ϕ_i son menores o iguales a la unidad.

$$U_i = \begin{bmatrix} \alpha \\ \vdots \\ U_{mayor} \end{bmatrix} \rightarrow U_i = U_{mayor} * \begin{bmatrix} \gamma \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} ;$$

Luego la matriz modal se compone por cada uno de los vectores modales, quedando:

$$\phi = [\phi_1 \ \phi_2 \ \phi_3] = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \phi_{13} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \phi_{23} \\ \phi_{31} & \phi_{32} & \phi_{33} \end{bmatrix} ;$$

Una vez resuelto el problema, por propiedades de ortogonalidad debería cumplirse que:

$$\Phi_j^T * M * \Phi_i = 0 ;$$

$$\Phi_j^T * K_C * \Phi_i = 0 ;$$

Cálculos⁶³:

Para resolver la ecuación característica nos resta por definir la matriz de Inercia⁶⁴ “*M*”, para los cual tendremos en cuenta la distribución de masa de cada uno de los tramos en sus respectivos nodos como así también el resto de masa de los distintos componentes del sistema. Recordando que la masa total del sistema es:

$$m_{tot.} \cong 61,0 \text{ (Kg.)}$$

La masa total del vibrador lo decidimos modelar con tres masas puntuales, distribuidas longitudinalmente, para los cual cada una de estas estará conformada de la siguiente manera:

$$m_1 = m_{cf} + \frac{m_{I\overline{OA}}}{2} + \frac{m_{I\overline{AB}}}{2} ;$$

$$m_2 = m_{cm} + \frac{m_{I\overline{AB}}}{2} + \frac{m_{I\overline{BC}}}{2} ;$$

$$m_3 = m_{cf} + \frac{m_{I\overline{BC}}}{2} + \frac{m_{I\overline{CD}}}{2} ;$$

Dónde:

- $m_{cf} = \text{masa del contrapeso fijo} = 10,0 \text{ (Kg)};$
- $m_{cm} = \text{masa del contrapeso móvil} = 7,8 \text{ (Kg)};$

⁶³ Los cálculos desarrollados en este apartado fueron realizados por el aporte del soft MATLAB 2015.

⁶⁴ La matriz de Inercia “*M*” es una matriz cuadrada del mismo orden que la matriz de rigidez “*K*” y además es **diagonal**, esto último se debe a que la ecuación de equilibrio dinámico en un grado de libertad no involucra las fuerzas de inercia causadas por la aceleración en otros grados de libertad.

Reemplazando por estos valores y los aportados por la **Tabla N°12**, las masas puntuales serían de:

$$m_1 = 10,0 + 1,966 + 1,2635 = 13,2295 \text{ (Kg.)} ;$$

$$m_2 = 7,8 + 1,2635 + 1,2635 = 10,327 \text{ (Kg.)} ;$$

$$m_3 = 10,0 + 1,2635 + 1,8645 = 13,128 \text{ (Kg.)} ;$$

La suma de estos tres elementos no cubre la totalidad de masa del sistema, por lo tanto para abordar la masa total del sistema repartiremos la diferencia bajo el supuesto que ésta se reparte de igual manera para las tres masas (cubriendo de esta forma la masa aportada por el resto de los componentes), por lo que:

$$m_R = m_{tot.} - (m_1 + m_2 + m_3) ;$$

$$m_R = 61 - (13,2295 + 10,327 + 13,128) = \mathbf{24,3155 \text{ (kg.)}} ;$$

La masa adicional para cada una de las cargas puntuales será de:

$$m_R' = \frac{m_R}{3} = \mathbf{8,1052 \text{ (Kg.)}} ;$$

Reemplazando estos valores, la matriz de inercia “*M*” estará conformada de la siguiente manera:

$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 + m_R' & 0 & 0 \\ 0 & m_2 + m_R' & 0 \\ 0 & 0 & m_3 + m_R' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21,33 & 0 & 0 \\ 0 & 18,43 & 0 \\ 0 & 0 & 21,23 \end{bmatrix} ;$$

$$[M] = \begin{bmatrix} \mathbf{21,33} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{18,43} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{21,23} \end{bmatrix} \text{ (Kg.)} ;$$

A continuación conociendo las componentes de la ecuación característica, resolvemos su determinante igualada a cero para conocer el polinomio y posteriormente determinar sus respectivas raíces, con las cuales luego determinaremos las frecuencias propias. Resolviendo:

$$\det|K_c - \lambda M| = 0 ;$$

$$\det \left| 1 \times 10^5 \begin{bmatrix} 1,2722 & -0,8645 & -0,0261 \\ -0,8645 & 1,1588 & -0,4376 \\ -0,0261 & -0,4376 & 0,8312 \end{bmatrix} - \lambda * \begin{bmatrix} 21,33 & 0 & 0 \\ 0 & 18,43 & 0 \\ 0 & 0 & 21,23 \end{bmatrix} \right| = 0 ;$$

El polinomio a resolver queda de la siguiente manera:

$$- 8.3458 \times 10^3 * \lambda^3 + 1.3492 \times 10^8 * \lambda^2 - 5.1364 \times 10^{11} * \lambda + 3.3993 \times 10^{14} = 0 ;$$

Resolviendo las raíces del polinomio nos quedaría de la siguiente forma:

$$\lambda_1 = 836 \rightarrow \omega_1 = \sqrt{\lambda_1} = 28,911 \left(\frac{r}{seg} \right) ;$$

$$\lambda_2 = 4499 \rightarrow \omega_2 = \sqrt{\lambda_2} = 67,0716 \left(\frac{r}{seg} \right) ;$$

$$\lambda_3 = 10832 \rightarrow \omega_3 = \sqrt{\lambda_3} = 104,0784 \left(\frac{r}{seg} \right)$$

Las **frecuencias características** que dan origen a los modos de vibrar libremente son:

$$\omega_1 = 28,911 \left(\frac{r}{seg} \right) \rightarrow n_1 = 276,08 (rpm) ;$$

$$\omega_2 = 67,0716 \left(\frac{r}{seg} \right) \rightarrow n_2 = 640,4864 (rpm) ;$$

$$\omega_3 = 104,0784 \left(\frac{r}{seg} \right) \rightarrow n_3 = 993,8758 (rpm) ;$$

Reemplazando cada uno de estos valores en la ecuación característica (ec. (h)) conformaremos los vectores modales asociados a cada frecuencia, es decir, reemplazando cada frecuencia " ω_i " encontraremos su vector modal asociados " ϕ_i ", para luego conformar la matriz modal del sistema " Φ ".

Resolviendo;

$$\text{Con: } \omega_1 = 28,911 \rightarrow \phi_1 = \begin{bmatrix} -0,1234 \\ -0,1529 \\ -0,1073 \end{bmatrix} ;$$

$$\text{Con: } \omega_2 = 67,0716 \rightarrow \phi_2 = \begin{bmatrix} 0,1095 \\ 0,0451 \\ -0,1824 \end{bmatrix} ;$$

$$\text{Con: } \omega_3 = 104,0784 \rightarrow \phi_3 = \begin{bmatrix} -0,1402 \\ 0,1698 \\ -0,0481 \end{bmatrix} ;$$

Agrupando los vectores, conformamos la matriz modal de la siguiente manera:

$$[\Phi] = [\phi_1 \ \phi_2 \ \phi_3] = \begin{bmatrix} -0,1234 & 0,1095 & -0,1402 \\ -0,1529 & 0,0451 & 0,1698 \\ -0,1073 & -0,1824 & -0,0481 \end{bmatrix} ;$$

NOTA:

La resolución de todos estos cálculos se da con el uso del programa MATLAB, un software utilizado como herramienta para la resolución de problemas matemáticos, cuyo aprendizaje, en la utilización del mismo, se dio en el transcurso de la carrera y resulta de gran importancia para la resolución de estos tipos de problemas. A continuación dejo en forma adjunta el algoritmo utilizado en el programa para su resolución.

```
%Resolución de los modos de Vibrar del Sistema
%Definimos la matriz de Flexibilidad "F"
F=[2.27e-5 2.14746e-5 1.201769e-5;2.14746e-5 3.1087e-5 1.704e-5;1.201769e-5 1.704e-5
2.1379e-5];
%Determinamos la matriz de rigidez condensada "Kc" con el cálculo de su inversa
Kc=inv(F);
%Definimos la matriz de inercia "M"
M=[21.33 0 0;0 18.43 0;0 0 21.23];
%Calculamos los valores propios con la función "[V,D]=eig(Kc,M)", donde "V"
% contiene los vectores propios y "D" los valores propios del sistema
[V,D]=eig(Kc,M);
% las frecuencias asociadas a cada modo de vibrar se determinan a partir de
f1=sqrt(D(1,1));
f2=sqrt(D(2,2));
f3=sqrt(D(3,3));
% En caso de querer representar las frecuencias en "RPM" lo determinamos a partir de:
n1=(f1*30)/pi;
n2=(f2*30)/pi;
n3=(f3*30)/pi;
```

Con el uso de este algoritmo en MATLAB, se devuelven los resultados descriptos anteriormente, en caso que quisiéramos que el programa devuelva los resultados en forma visual (manifestando los resultados) deberíamos borrar los puntos y comas ubicados al final de cada expresión o bien escribir la letra correspondiente al valor que deseamos visualizar (por ejemplo, si quisiéramos saber el valor de la frecuencia asociada al primer modo deberíamos poner "f1+enter" y nos devolvería inmediatamente su respectivo valor).

Método de “Stodola – Vianello”

Si bien hemos determinado los modos de vibrar de la estructura a partir de la determinación de las raíces del polinomio y luego los vectores asociados a cada una de estas frecuencias con el reemplazo de sus valores en la ecuación característica, podemos decir que la determinación de estos modos resulta a veces laboriosa para sistema de más de tres grados de libertad. Por lo tanto existen otros métodos para el cálculo de las frecuencias como lo son los métodos de Stodola y Holzer, ambas llegan a la solución por medio de iteraciones.

El primero de los métodos fue desarrollado por A.Stodola (1927) para el estudio de alabes de turbinas y consiste en proponer un modo de vibración aproximado, y mediante un proceso iterativo se lo ajusta sucesivamente hasta alcanzar un modo suficientemente próximo al real. Posteriormente se resuelve la frecuencia de vibración correspondiente a ese modo.

El método consiste resumidamente en:

- Reacomodando la ecuación característica, esta se puede escribir:

$$K_C * U - \omega^2 * M * U = 0$$
$$K_C * U = \omega^2 * M * U \quad (\mathbf{a});$$

Como buscamos soluciones NO TRIVIALES ($U \neq 0$) que satisfagan la ecuación “a”, en primer medida se propone un valor tentativo “ U_0 ” (no trivial) para el vector U del segundo miembro de la ecuación “a”, luego reemplazamos y resolvemos para encontrar el nuevo valor “ U_1 ”, este puede ser utilizado nuevamente como un valor tentativo y así sucesivamente hasta llegar a convergencia.

Para garantizar la convergencia el determinante de la matriz de rigidez condensada debe ser $\det(K_C) \neq 0$.

- Determinación del Primer Modo y su Frecuencia

En primera medida verificamos que el determinante de la matriz de rigidez condensada sea distinto que cero, por lo que:

$$\det(K_C) = 3.3993 \times 10^{14} \neq 0 \rightarrow \text{comprobado}$$

Se propone un vector inicial " U_0 ";

$$U_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} ;$$

Para encontrar el nuevo vector desplazamiento debemos desarrollar el siguiente cálculo:

$$U_{i+1} = [F][M] * U_i ;$$

Luego el vector resultante U_{i+1} lo normalizamos y pasa a ser el nuevo valor tentativo y así sucesivamente. Quedando la segunda iteración conformada por:

$$U_{i+2} = [F][M] * \overline{U_{i+1}} ;$$

A continuación se manifiestan los resultados en forma de tabla, quedando de la siguiente forma:

	1	0,815	0,8068	0,8068
	1	1	1	1
	1	0,7354	0,7067	0,7024
[F]*[M]	0,0011	0,001	0,001	0,001
	0,0014	0,0012	0,0012	0,0012
	0,001	0,0009	0,0008	0,0008

Tabla N° XIII Resolución del Primer Modo por **Stodola**.

Como se observa en la tabla es posible alcanzar el primer modo en forma rápida y sencilla, alcanzando la convergencia para un número de iteraciones relativamente bajo, el primer modo queda conformado de la siguiente forma:

$$\phi_1 = \begin{pmatrix} 0,8068 \\ 1 \\ 0,7024 \end{pmatrix} ;$$

Luego para determinar la frecuencia natural asociada con este modo, se puede demostrar que en las proximidades de convergencia;

$$\omega^2 = \frac{\overline{U_{i-1}}}{U_i} ;$$

Por lo tanto haciendo el cociente entre los mismos elementos de cada vector, la frecuencia natural asociada al primer modo será de:

$$\lambda_1 = \frac{\overline{U_{i-1}}^{-1}}{U_i^1} = \frac{0,8068}{0,001} = 835,5483 ;$$

$$\omega_1 = \sqrt{\lambda_1} = \sqrt{835,5483} ;$$

$$\omega_1 = 28,9057 \left(\frac{r}{seg} \right)$$

De esta manera conseguimos la frecuencia natural asociada al primer modo " ω_1 " por medio del Método de Stodola, que resulta igual a la obtenida por la determinación de las raíces. Si bien para su obtención utilizamos el primer elemento del vector $\overline{U_{i-1}}$ y el primer elemento del vector " U_i ", se llega al mismo resultado haciendo el cociente entre los segundos componentes o bien entre los terceros.

- Obtención del Segundo Modo y su Frecuencia

Una vez obtenido el primer modo se puede aplicar el mismo procedimiento anteriormente descrito para obtener el segundo modo. En cada paso la forma tentativa del segundo modo debería ser ortogonal al primero, por lo tanto si definimos una forma tentativa para el segundo modo, el vector inicial podría

pensarse que tiene componentes en todos los modos, pudiéndose expresar de la siguiente forma:

$$(U_2)_0 = q_1 \cdot \phi_1 + q_2 \cdot \phi_2 + \dots + q_m \phi_m ;$$

La componente que crecerá más con cada iteración será " q_1 ", por lo que trataremos de anularla. Para ello a partir de " $(U_2)_0$ " podemos hallar una aproximación $(U_2)_0^*$ **ortogonal** al primer modo de forma tal que:

$$(U_2)_0^* = (U_2)_0 - q_1 * \phi_1 ;$$

Reemplazando la ecuación anterior en esta última;

$$(U_2)_0^* = 0 \cdot \phi_1 + q_2 \cdot \phi_2 + \dots + q_m \phi_m ;$$

Entonces para determinar el valor de " q_1 ", aprovechando las propiedades de ortogonalidad, podemos premultiplicar ambos miembros de la primera ecuación por " $\phi_1^T \cdot M$ ", y por ser ortogonal al resto de los modos, los términos asociados a los modos de vibrar distintos del primero se anulan por lo cual:

$$\phi_1^T \cdot M \cdot (U_2)_0 = q_1 \cdot \phi_1^T \cdot M \cdot \phi_1 + \cancel{\phi_1^T \cdot M \cdot q_2 \cdot \phi_2} + \dots + \cancel{\phi_1^T \cdot M \cdot q_m \phi_m} ;$$

Quedando;

$$q_1 = \frac{\phi_1^T \cdot M \cdot (U_2)_0}{\phi_1^T \cdot M \cdot \phi_1}$$

Una vez resuelto ello podemos comenzar con la iteración a partir de la obtención del vector $(U_2)_0^*$, por lo tanto la secuencia de cálculo será:

- A) Proponemos $(U_2)_0$;
- B) Calculamos q_1 ;
- C) Determinamos $(U_2)_0^*$;
- D) Resolvemos $(U_2)_1 = [F][M] * (U_2)_0^*$;
- E) Normalizamos la solución: $\overline{(U_2)_1}$;
- F) Repetimos el paso "D" utilizando el vector normalizado hasta llegar a la convergencia.
- G) Determinamos la frecuencia asociada al segundo modo.

NOTA:

Al desarrollar los cálculos puede que los resultados no tiendan a una convergencia clara, en caso que ello ocurra se debe llevar a cabo el proceso de “filtrado”. Éste permitirá garantizar la convergencia al segundo modo, y consiste en repetir para cada paso de la iteración los primeros tres pasos, partiendo del vector resultante ya normalizado, es decir $\overline{(U_2)}_{i-1}$.

Resolviendo:

$$(U_2)_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} ;$$

$$q_1 = \frac{\phi_1^T \cdot M \cdot (U_2)_0}{\phi_1^T \cdot M \cdot \phi_1} = 1,1814 ;$$

$$(U_2)_0^* = (U_2)_0 - q_1 * \phi_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} - 1,1814 * \begin{pmatrix} 0,8068 \\ 1 \\ 0,7024 \end{pmatrix}$$

$$(U_2)_0^* = \begin{pmatrix} 0,0468 \\ -0,1814 \\ 0,1702 \end{pmatrix} ;$$

Normalizamos este último vector y comenzamos con el proceso de iteración, en caso de no tender a la convergencia se procede al proceso de filtrado, con lo cual la resolución se manifiesta en la siguiente tabla⁶⁵:

	-0,258 1 -0,9381	-0,1771 -0,6487 1	-0,1751 -0,6456 1	-0,413 -0,4284 1	-0,4107 -0,4256 1	-0,4107 -0,4256 1
[F]*[M]	3,15E-05 1,15E-04 -1,78E-04	Filtramos	-8,52E-05 -8,84E-05 2,06E-04	Filtramos	-1,12E-04 -7,02E-05 2,15E-04	

Tabla N° XIV Resolución del Segundo Modo por Stodola.

⁶⁵ **NOTA:** En la tabla se exponen los valores ya resueltos del proceso de filtrado, estos no se adjuntan en el escrito para no extender en demasía.

Al resolver el cociente, entre los mismos componentes de ambos vectores, podremos denotar cierta discrepancia (a diferencia de lo obtenido para el primer modo), ello se debe a la sensibilidad que tiene este método para la resolución de los modos superiores. No obstante los valores obtenidos son próximos al calculado por medio de la resolución de las raíces del polinomio, quedando:

$$\lambda_2 = \frac{\overline{U_{i-1}}^3}{U_i^3} = \frac{1}{2,15 \times 10^{-4}} = 4651,2 ;$$

$$\omega_2 = \sqrt{\lambda_2} = \sqrt{4651,2} ;$$

$$\omega_2 = \mathbf{68,1994} \left(\frac{\mathbf{r}}{\mathbf{seg}} \right)$$

El vector modal asociado a esta frecuencia se manifiesta en la tabla y es;

$$\phi_2 = \begin{pmatrix} -0,4107 \\ -0,4256 \\ 1 \end{pmatrix} ;$$

- Obtención del tercer Modo y su Frecuencia

Para su determinación se procede de igual manera que en el segundo modo, con la salvedad que es necesario la utilización de una constante más (de las características del valor de "q₁") para la determinación del vector inicial "(U₃)₀ *", es decir en este caso es necesario definir:

$$q_1 = \frac{\phi_1^T \cdot M \cdot (U_3)_0}{\phi_1^T \cdot M \cdot \phi_1} ;$$

$$q_2 = \frac{\phi_2^T \cdot M \cdot (U_3)_0}{\phi_2^T \cdot M \cdot \phi_2} ;$$

Luego el vector inicial con el que comienza el proceso iterativo será de:

$$(U_3)_0^* = (U_3)_0 - q_1 * \phi_1 - q_2 * \phi_2 \quad ;$$

Normalizamos el vector y se comienza con la resolución del tercer modo. Recordemos que este método resulta muy sensible a los modos superiores, en consecuencia la determinación del tercer modo vendrá dado por un número de iteraciones bajo, al incrementar el número de iteraciones los resultados tienden al primer modo.

Resolviendo:

$$(U_3)_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} ;$$
$$q_1 = \frac{\phi_1^T \cdot M \cdot (U_3)_0}{\phi_1^T \cdot M \cdot \phi_1} = 1,1814 \quad ;$$
$$q_2 = \frac{\phi_2^T \cdot M \cdot (U_3)_0}{\phi_2^T \cdot M \cdot \phi_2} = 0,1642 \quad ;$$

Reemplazando por los valores obtenidos, el vector inicial queda conformados de la siguiente forma;

$$(U_3)_0^* = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} - 1.1814 * \begin{pmatrix} 0,8068 \\ 1 \\ 0,7024 \end{pmatrix} - 0.1642 * \begin{pmatrix} -0,4107 \\ -0,4256 \\ 1 \end{pmatrix} =$$
$$(U_3)_0^* = \begin{pmatrix} 0,1143 \\ -0,1115 \\ 0,0059 \end{pmatrix} \quad ;$$

Normalizamos y resolvemos el problema iterativo conformando su respectiva tabla, esta comenzará con el siguiente valor normalizado;

$$\overline{(U_3)_0^*} = \begin{pmatrix} 1 \\ -0,9758 \\ -0,0519 \end{pmatrix} \quad ;$$

	1 -0,9758 0,0519	1 -0,7392 -0,2386	1 -0,9759 0,0521
[F]*[M]	1,11E-04 -8,22E-05 -2,65E-05	Filtramos	1,11E-04 -8,22E-05 -2,65E-05

Tabla N° XV Resolución del tercer Modo por Stodola.

Si bien observamos una indeterminación para el cálculo de la frecuencia " ω_3 ", si dividimos el tercer componente de ambos vectores por dar negativo, ello se debe a la sensibilidad del cálculo. En consecuencia se dejará de lado estos valores y se determina la frecuencia a partir del cociente de los otros elementos, es decir si consideramos el cociente entre el segundo elemento de cada vector nos quedaría que:

$$\lambda_3 = \frac{\overline{U_{i-1}}^2}{U_i^2} = \frac{-0,9759}{-8,22 \times 10^{-5}} = 11868,0 ;$$

$$\omega_3 = \sqrt{\lambda_3} = \sqrt{11868} ;$$

$$\omega_3 = \mathbf{108,94} \left(\frac{r}{seg} \right)$$

El vector modal asociado a la tercera frecuencia de vibración será de:

$$\phi_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -0,9759 \\ 0,0521 \end{pmatrix} ;$$

Conclusión:

Con la aplicación del método de Stodola pudimos determinar los modos y sus respectivas frecuencias del sistema, **verificando** lo obtenido en forma directa por las raíces del polinomio característico.

*No obstante vale la pena aclarar que este método es muy apropiado para determinar los primeros modos, pero puede no serlo para determinar los modos superiores. Cuanto mayor sea el número de GLD, **habrá mayor acumulación de errores**, ya que todo se calcula sobre la base de lo anterior.*

Los resultados por el método de Stodola se pueden resumir de la siguiente forma:

- Frecuencias:

$$\omega_1 = 28,9057 \left(\frac{r}{seg} \right);$$

$$\omega_2 = 68,1994 \left(\frac{r}{seg} \right);$$

$$\omega_3 = 108,94 \left(\frac{r}{seg} \right);$$

- Matriz Modal:

$$[\Phi] = [\Phi_1 \ \Phi_2 \ \Phi_3] = \begin{bmatrix} 0,8068 & -0,4107 & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & -0,4256 & -0,9759 \\ 0,7024 & \mathbf{1} & 0,0521 \end{bmatrix} ;$$

NOTA:

En los resultados se puede comprobar que la matriz modal difiere en magnitud a la determinada en forma directa, ello manifiesta lo expuesto con anterioridad “que por ser un sistema lineal homogéneo de ecuaciones algebraicas, que admite una solución particular, cualquier múltiplo de la misma también es una solución”, por lo tanto, el vector modal queda indeterminado en su módulo y por esta razón ambas matrices (modales) representan una solución del sistema.

Si bien en magnitud pueden diferir en la distribución de signos en sus componentes no, lo que también es verificado en este caso, en el cual la matriz

modal obtenida por Stodola resulta tener la misma distribución de signos para cada uno de los modos pero con el signo opuesto al obtenido en forma directa.

Resumiendo:

Podemos decir que al desarrollar los cálculos de las frecuencias naturales del sistema pudimos comprobar que la frecuencia de excitación del sistema de 3000 (rpm) no coincide con ninguna de ellas, lo cual es muy importante desde el punto de vista funcional ya que se evita el fenómeno de resonancia.

2.6.6) Respuesta Dinámica de la Mesa Vibratoria bajo la acción de la Fuerza Centrífuga.

Para comenzar con el estudio dinámico, primero debemos presentar en forma esquemática el sistema real con la finalidad de generar un modelo que sea acorde a sus características y cuyo estudio implique una representación lo más real posible de su comportamiento. Es decir, mediante la representación del sistema real debemos llegar a un modelo de masa-resorte-amortiguador para luego llevar a cabo el estudio de vibraciones.

Desarrollado el modelo será necesario determinar los parámetros que están presentes en el sistema, determinando el amortiguamiento y la rigidez equivalente, la masa involucrada en el sistema y las fuerzas actuantes.

Luego ya determinados los parámetros, se desarrolla el estudio de vibraciones para un sistema de masa-resorte-amortiguador excitado por una masa desbalanceada, efectuando los cálculos con las expresiones manifestadas para este caso al principio del capítulo. El objetivo del estudio es saber si bajo las condiciones de funcionamiento del sistema se alcanzan los parámetros de aceleración deseados (ya que resulta fundamental para obtener los patrones de calidad deseados) y determinar si los componentes involucrados en el sistema son suficientes para aislar el sistema de vibración con el resto de la estructura de la máquina.

Objetivos del Estudio de vibraciones:

- Determinar un modelo masa-resorte-amortiguador representativo del sistema real.
- Calcular la aceleración del sistema bajo las condiciones de funcionamiento.
- Determinar la aislación del sistema con respecto a la estructura de la máquina.

Funcionamiento esquemático del sistema:

Antes de comenzar con la explicación del sistema vale la pena aclarar que nuestro estudio está enfocado al sistema de vibración de la máquina, donde se ubica la base del molde y sobre ella actúa la mesa vibratoria, cuya vibración proviene de los vibradores estudiados con anterioridad. El sistema que estudiaremos se muestra en forma esquemática de la siguiente manera:

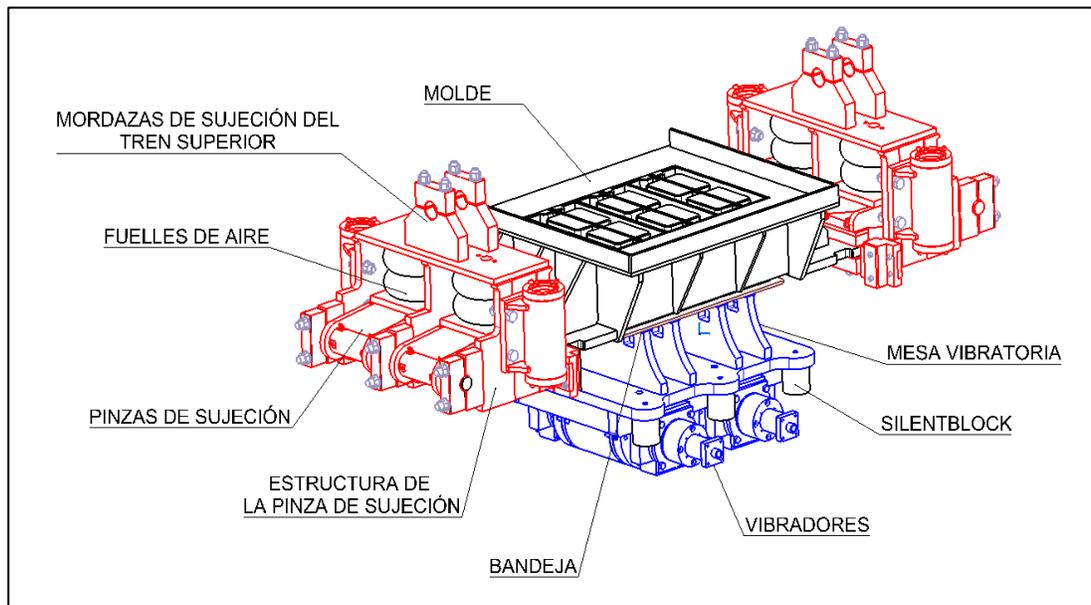


Fig. N° 59 Vista Isométrica del conjunto Vibrador, Pinzas de Sujeción y Molde.

En un principio el tren superior desciende, el mismo es actuado por un cilindro hidráulico, éste se vincula con las mordazas de sujeción y provoca el descenso en forma conjunta con las pinzas de sujeción y el molde. Desciende

sin restricción alguna hasta que alcanza la posición de la mesa vibratoria, en ese instante la base del molde entra en contacto con la bandeja (apoyada sobre la mesa vibratoria) restringiendo el movimiento axial del molde, quedando éste vinculado por las pinzas en la parte superior y por la bandeja en la parte inferior.

No obstante el tren superior sigue ejerciendo fuerza hasta lograr un desplazamiento aproximado de 10 (mm) del taco de sujeción inferior, este movimiento es posible porque las pinzas de sujeción pivotean sobre un eje y permiten que el taco superior, vinculado al molde, comprima los fuelles de aire mientras que el resto de la estructura desciende. Cuando la estructura de las pinzas de sujeción desciende en 10 (mm) aproximadamente la presión hidráulica del tren superior cesa y se dispone un tope hidráulico para este último.

Luego **para evitar** que los silentblock, que vinculan al sistema vibrador con el resto de la estructura de apoyo, trabajen a la tracción se los comprime con una precarga proporcionada por los fuelles de aire, cuya actuación se debe a la presión neumática en los mismos de 4 a 6 (bar). El objetivo es comprimir los silentblock de 2 a 3 (mm) con la finalidad de evitar que ellos trabajen a la tracción cuando el sistema se encuentre vibrando.

Para un mayor entendimiento con las siguientes figuras tratamos de explicar la secuencia de funcionamiento, en la “**Situación A**” se observa como el tren superior desciende en forma conjunta con las pinzas de sujeción y el molde, sin tener restricción alguna en el movimiento axial, lo cual se visualiza en el siguiente esquema:

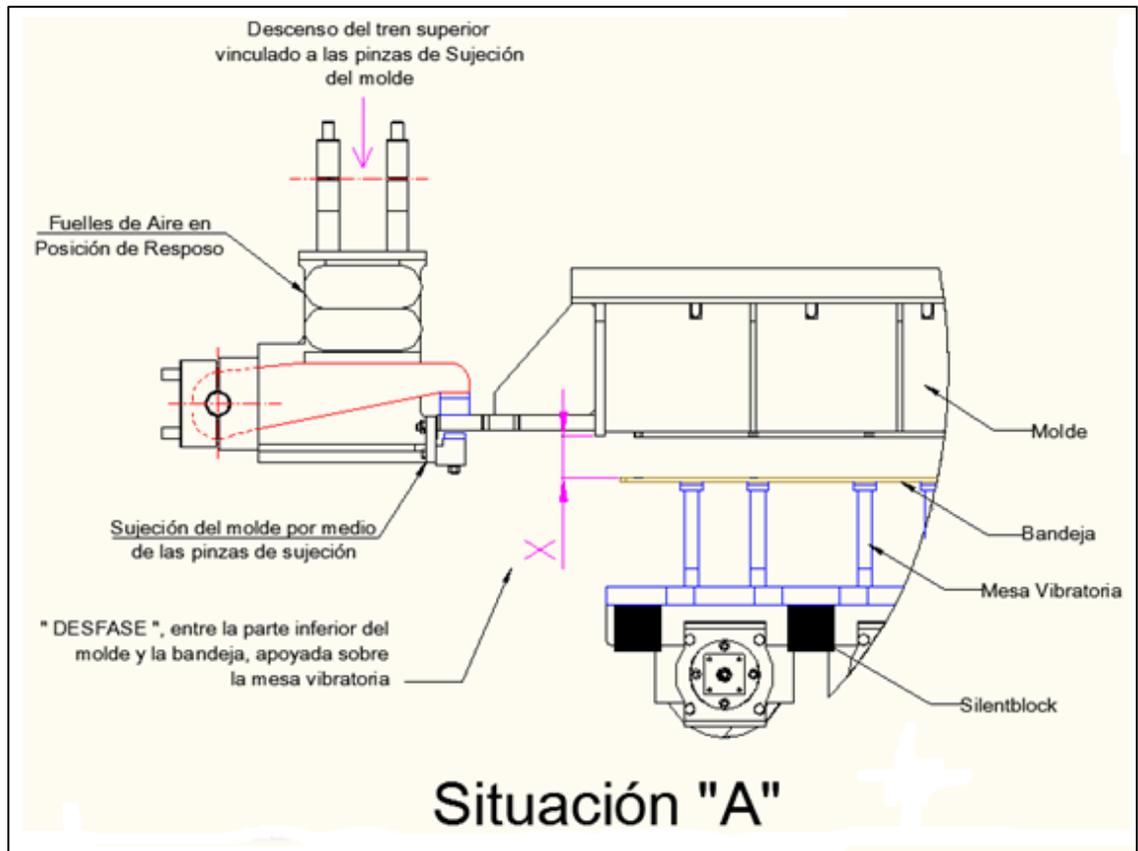


Fig. N° 60 Ilustración descriptiva de la Situación "A".

Luego cuando el desfase existente entre la parte inferior del molde y la bandeja de apoyo CESA, estaríamos en la "Situación B", se restringe el movimiento axial de la base del molde quedando éste vinculado por la bandeja en la parte inferior y por la pinza de sujeción en la parte superior.

En ese instante el tren superior sigue ejerciendo fuerza, en consecuencia la estructura vinculada a las pinzas de sujeción (indicada en el esquema por líneas en color rojo) sigue descendiendo y las pinzas de sujeción pivotean provocando la compresión de los fuelles de aire. Ello implica una fuerza de sujeción al molde, proporcional a lo que se comprimen los fuelles. Por lo tanto el tren superior descenderá hasta alcanzar una cota de 10 (mm) aproximadamente, entre la parte inferior del molde y la estructura de las pinzas de sujeción.

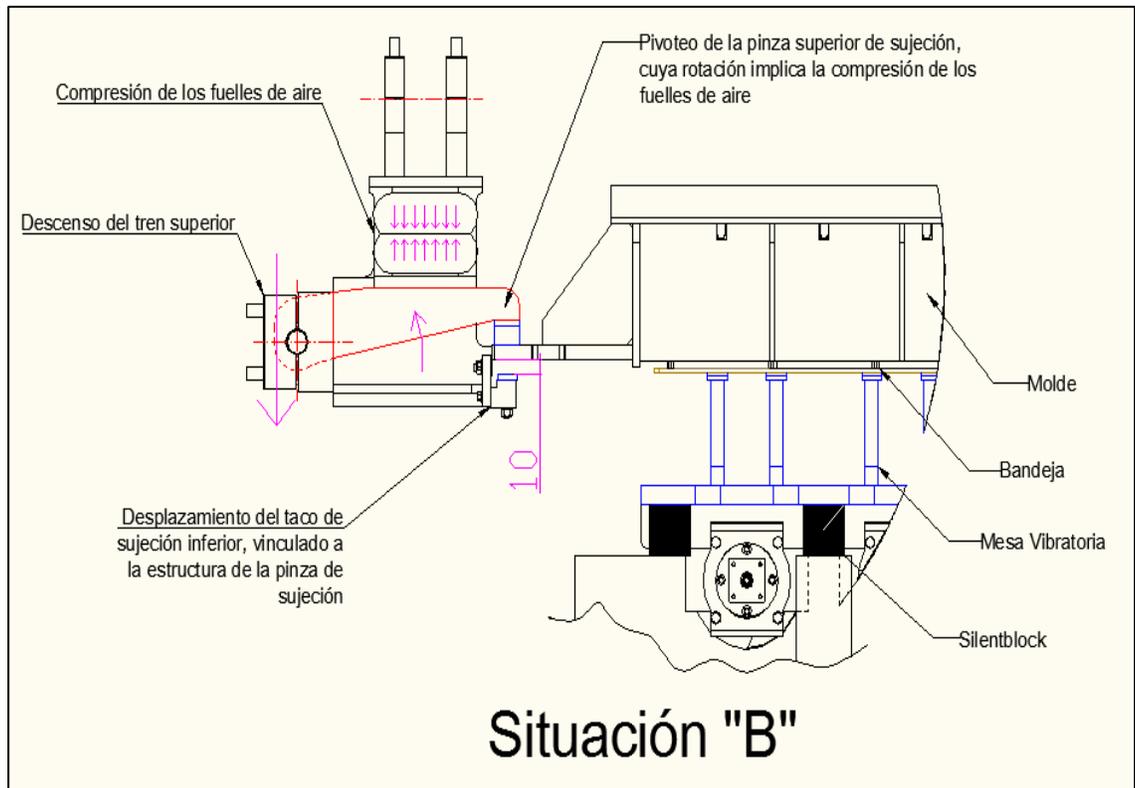


Fig. N° 61 Ilustración descriptiva de la Situación "B".

Una vez alcanzado este desfase entramos en la “**Situación C**” en la cual se provee un tope hidráulico para el tren superior (se restringe su movimiento en forma axial) y se inyecta presión neumática (de 4 a 6 (bar)) a los fuelles de aire con la finalidad de comprimir los silentblock. La razón por la cual se comprimen de 2 a 3 (mm) es para evitar que estos trabajen a tracción cuando el sistema se encuentre vibrando. Cuando los fuelles actúan hacen que la base del molde, la bandeja y la mesa vibratoria descendan en forma conjunta, reduciendo la cota inicial de 10 (mm) en la misma cantidad de lo que se han comprimido los silentblock, quedando manifestada esta situación de la siguiente forma:

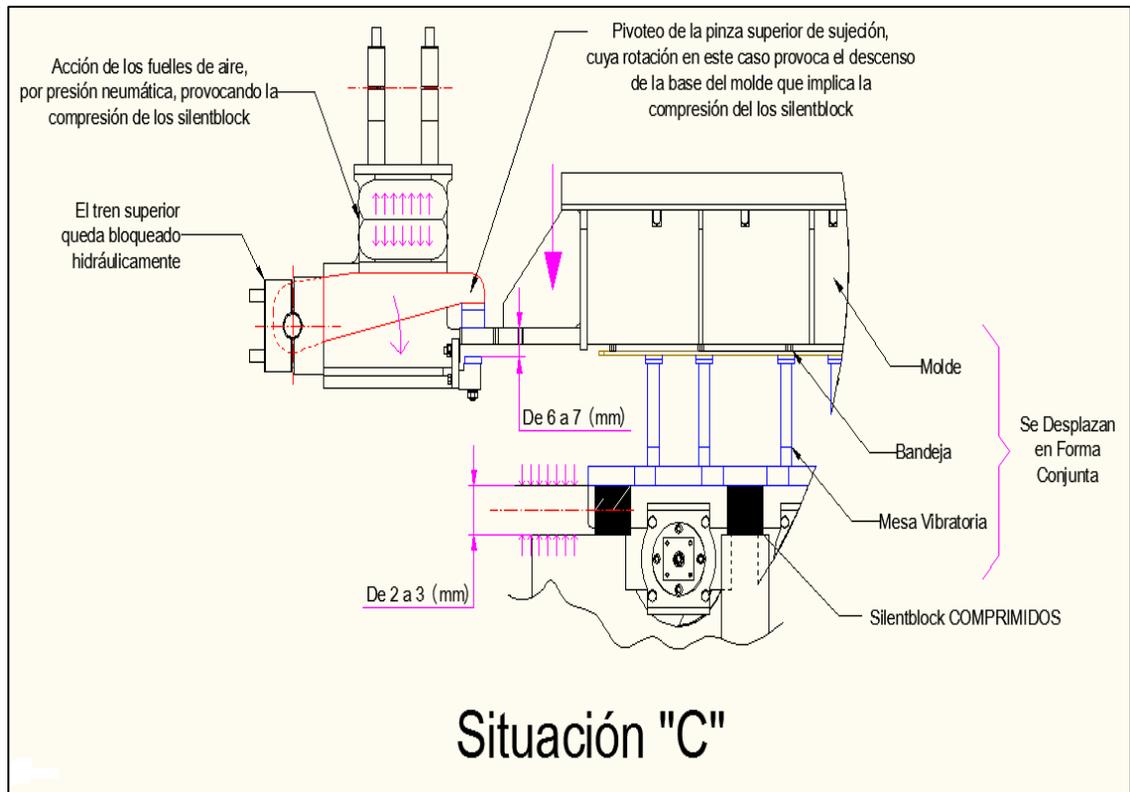


Fig. N° 62 Ilustración descriptiva de la Situación "C".

Desarrollando el funcionamiento en forma esquemática será importante modelarlo de la mejor forma, por lo tanto es importante comprender los componentes que actúan en el sistema como así también su comportamiento durante las distintas fases de funcionamiento.

Por un lado tenemos como Elemento de Inercia la masa del sistema "M", conformada por la masa del molde, de la bandeja, la mesa vibratoria y la masa de mezcla incorporada en el interior del molde, es decir:

$$M_1 = m_{molde} + m_{bandeja} + m_{mesa\ vibratoria} + m_{mezcla} + m_{desb} ;$$

Luego los Elementos de Rigidez y Amortiguamiento estarán representados por los fuelles de aire y los silentblock. Por un lado se vincula al tren superior con las pinzas de sujeción con los fuelles de aire, y por otra parte la estructura de la máquina con la mesa vibratoria por medio de los silentblock.

Tendremos que determinar los parámetros característicos de estos componentes, determinando la rigidez como así también el amortiguamiento equivalente de los mismos. Es decir determinamos:

$$K = K_{eq.} ;$$

$$C = C_{eq.} ;$$

Por último debemos conocer las fuerzas actuantes en el sistema, en este caso debemos recordar que tendremos dos situaciones de vibración, por un lado la alimentación y por otra parte la compactación, en lo cual lo único que cambia es la magnitud de la fuerza centrífuga generada por los vibradores que será la única fuerza dinámica que existe en el sistema al vibrar ya que el resto de las fuerzas actuantes, por un lado la fuerza de sujeción de las pinzas, por parte de los fuelles de aire, y por otra parte la fuerza necesaria para mantener comprimidos los silentblocks son fuerzas de carácter estático, ya que modifican el sistema cuando se encuentra estático, por lo tanto:

$$F_{Dinámica} = F_{centrifuga}$$

En base a la disposición de los componentes, el sistema puede ser representado por el siguiente modelo:

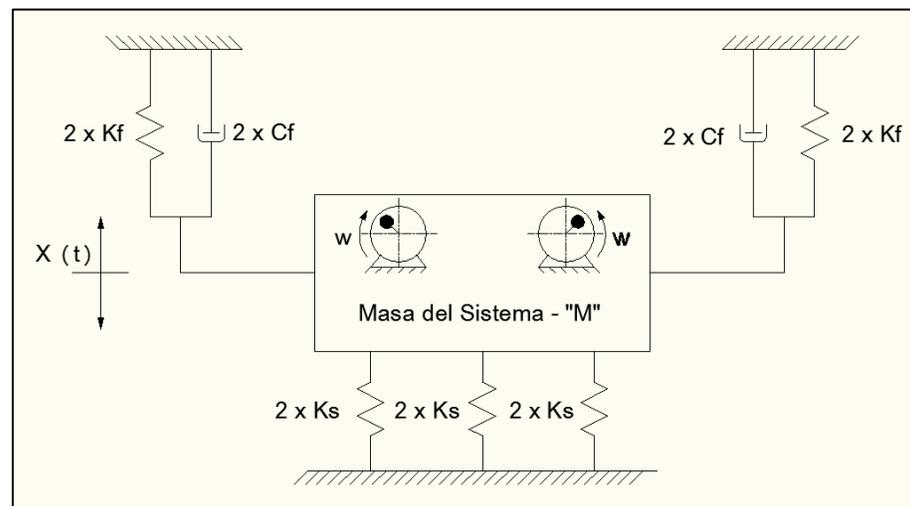


Fig. N° 63 Modelización del Sistema.

La primera estimación del modelo queda manifestado como se muestra en la figura, en ella podemos ver como la Masa del sistema queda vinculada tanto en la parte inferior como superior por los componentes del sistema, si bien este modelo podría resumirse a uno equivalente de masa-resorte-amortiguador resulta útil para hacer una primera visualización del sistema en forma de modelo.

Determinando la rigidez y amortiguamiento equivalente del sistema el mismo podrá representarse de la siguiente forma:

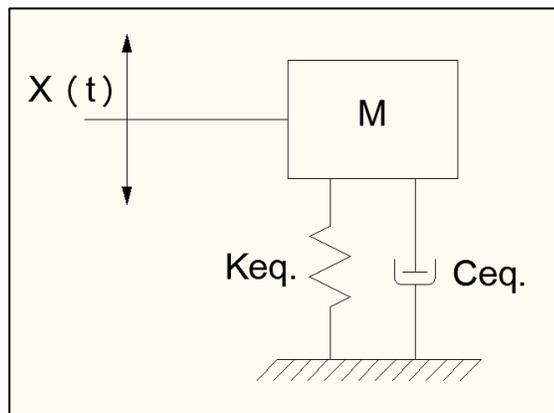


Fig. N° 64 Sistema equivalente Masa-Resorte-Amortiguador.

- Selección y determinación de la Rigidez equivalente de los fuelles de Aire (Springs Air)⁶⁶:

En nuestro sistema los fuelles de aire (también conocidos como “Spring Air” por sus siglas en inglés) cumplen dos funciones, por un lado sirven como un elemento que aporta rigidez en el sistema a partir del gas contenido en su interior y por otra parte sirven como actuadores proporcionando la fuerza necesaria para comprimir los silentblock.

⁶⁶ Toda la información utilizada acerca de los fuelles de aire (conocidos en por sus siglas en inglés como spring air o bellow air) es proporcionada por el fabricantes “Parker” y se podrá ver en el Apéndice (Anexo-Apuntes). Ref: file:///C:/Users/Usuario/Downloads/Air%20Bellows_Technical%20Catalogue-ES.pdf

La rigidez que proporcionan al sistema podemos decir que sería análogo a la rigidez proporcionada por el gas comprimido confinado dentro de un recipiente cilíndrico como se observa en la siguiente figura:

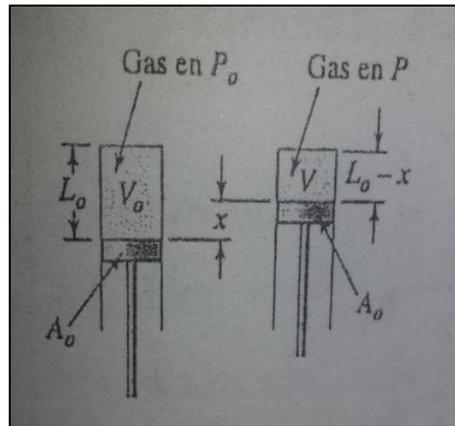


Fig. N° 65 Compresión de Gas mediante un pistón.

Podría decirse que en la posición de reposo el aire se encuentra confinado y comprimido dentro de los fuelles a una presión " P_0 " y conforma un volumen " V_0 " talque " $V_0 = A_0 L_0$ ", donde " A_0 " es el área efectiva de los fuelles de aire y " L_0 " es la altura a la cual se regulan los fuelles en la posición de reposo, también conocido como altura de diseño.

Es importante aclarar que a estos componentes se les designa un valor para el área efectiva, ya que dependiendo de cómo esté funcionando tendrá una mayor o menor área, es decir, cuando se comprimen se incrementa el diámetro y cuando se extiende su área se ve reducida.

Podemos pensar que al comprimirse la posición de reposo se desplaza una cantidad " x " a lo largo de su eje y el volumen " V_0 " disminuye a un volumen " V_c ", donde:

$$V_c(x) = V_0 - A_0 x$$

$$V_c(x) = A_0 L_0 \left(1 - \frac{x}{L_0} \right) \quad (a);$$

Por otra parte la ecuación de estado para los gases resulta:

$$P V_c^n = P_0 V_0^n = c_0 = cte. \quad (b);$$

Si los gases se comprimen en forma lenta, el proceso puede considerarse como isotérmico y $n = 1$. Si la compresión se efectúa con rapidez, el proceso es adiabático y $n = c_p/c_v$, es decir la razón de los calores específicos del gas, el cual es $n = 1,4$, para el caso del aire. Para conocer la constante del resorte vemos que la magnitud de la fuerza es:

$$F = A_0 P = A_0 c_0 V_C^{-n} \quad (c);$$

Como podemos ver, en esta última ecuación, el gas proporciona rigidez y describe una relación no lineal de la fuerza con el desplazamiento, pudiéndose linealizar en las cercanías de " $x = x_l$ " a partir de una recta con pendiente " k_e ", donde k_e es la rigidez de un elemento con rigidez lineal equivalente que se puede expresar a partir de:

$$k_e = \left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)_{x=x_l} ;$$

$$k_e = \frac{n A_0 P_0}{L_0} \left(1 - \frac{x}{L_0} \right)^{-n-1} \quad (d)$$

Para la "**selección**" de estos componentes se adoptó el procedimiento aportado por el fabricante, cuyos pasos son:

- a) Determinación de la fuerza necesaria a ejercer por estos en N (Newton) y la presión de trabajo.
- b) Divida la fuerza necesaria en N por la presión de trabajo en bar.
- c) En base a nuestra carrera de trabajo adopte la carrera inmediatamente superior aportada por el fabricante.
- d) En la columna adoptada de carrera busque el valor inmediatamente superior al obtenido en el punto "b".
- e) Nos desplazamos hacia la izquierda y observamos el modelo recomendado por el fabricante.

➤ **Determinación de la Fuerza:**

Para conocer la fuerza que necesitamos, de los fuelles de aire funcionando como actuador, debemos determinar la fuerza necesaria para comprimir los silentblock en el valor preestablecido anteriormente de 2 a 3 (mm), en consecuencia debemos contar con las características de estos componentes y determinar el esfuerzo a partir de:

$$\text{Por un lado se plantea que la fuerza} \rightarrow F = S * \sigma \quad (\mathbf{a});$$

$$\text{Por ley de Hooke} \rightarrow \sigma = E * \varepsilon = \frac{E * L}{f} \quad (\mathbf{b});$$

Dónde:

- $E \rightarrow$ Modulo de elasticidad de Young.
- $\varepsilon \rightarrow$ Distorsión axial unitaria.
- $L \rightarrow$ Longitud inicial del Silentblock sin la acción de cargas.
- $f \rightarrow$ Desplazamiento de la superficie cargada del silentblock bajo la acción de Cargas.
- $S =$ Superficie Normal del Silentblock.
- $F \rightarrow$ Fuerza aplicada sobre el Silentblock.

Nosotros estamos interesados en conocer cuanta fuerza "F" que debemos aplicar, para comprimir seis silentblock dispuestos en forma paralela en un desplazamiento " $f = 3 (mm)$ ", por lo tanto combinando la ecuación "a" en la ec. "b" y despejando de esta última el valor de la fuerza, tendríamos que:

$$\sigma = \frac{F}{S} = E * \varepsilon = \frac{E * L}{f} ;$$

Despejando:

$$F = \frac{E * L * S}{f} \quad (\mathbf{c});$$

Esta ecuación corresponde a la fuerza necesaria para comprimir un solo silentblock, para considerar los seis elementos dispuestos sobre la mesa vibratoria tendríamos que:

$$F_{Nec.} = 6 * F = 6 * \frac{E * L * S}{f} \quad (d);$$

La utilización de los Silentblock se debe a que permite, mediante una adecuada disposición, obtener un asiento más blando o más duro, una elasticidad simultánea en todas las direcciones y, sobre todo, una combinación de suspensión y amortiguación. En nuestro caso utilizamos un resorte que combina la goma con láminas de metal en sus extremos, vulcanizándose la goma entre estas láminas.

Estos componentes por lo general trabajan a la compresión o a cortadura y solo a la tracción para fines secundarios, en nuestro caso en condiciones ideales (vibración axial únicamente) solo trabajarán a la compresión, evitando el esfuerzo de tracción a partir de una precarga inicial ocasionada por los fuelles.

El comportamiento de estos elementos en los ciclos de carga y descarga generan un ciclo de histéresis, cuya curva puede expresarse en la siguiente imagen, aclarando que el área sombreada por debajo de la curva implica el trabajo desarrollado en la carga y descarga del componente y su diferencia implica la energía disipado por el mismo.

Estos componentes se caracterizan por su dureza, cuya escala de medición por lo general es en **Shore**⁶⁷, la cual depende del módulo de la elasticidad de Young “E” y por el factor de forma (relación existente entre la superficie cargada y la libre) del componente. El módulo de elasticidad como así también el rozamiento interno pueden modificarse a partir de **la proporción de negro de humo** que se incorpore en la mezcla de la goma.

⁶⁷ **Shore** es una escala de dureza usualmente utilizada para representar materiales blandos, su valor puede considerarse como una indicación de la rigidez del componente frente a la sollicitación de esfuerzos. Las escalas más utilizadas son la escala Shore “A” y la Shore “D”. Donde esta última representa valores de mayor dureza que la escala “A”

Considerando los datos aportados por la bibliografía⁶⁸ podemos decir que:

$$E = 18 \text{ a } 100 \left(\frac{Kg}{cm^2} \right) \rightarrow \text{Adoptamos} \rightarrow E = 50 \left(\frac{Kg}{cm^2} \right);$$

Considerando un silentblock con las siguientes características;

$$\text{Diámetro} \rightarrow \phi = 80 \text{ (mm)} \rightarrow \text{Sección} \rightarrow S = 50,26 \text{ (cm}^2\text{)};$$

$$\text{Longitud Inicial} = \text{Altura Inicial} \rightarrow L = 80 \text{ (mm)};$$

$$\text{Dureza} \rightarrow \text{Shore } 70 A$$

Desplazamiento pretendido a partir de la precarga inicial;

$$f = 3 \text{ (mm)} = 0,3 \text{ (cm)};$$

Reemplazando estos valores, en la ecuación “d”, tendríamos que la fuerza necesaria para obtener una precarga que comprima a los silentblock, en un desplazamiento de 3 (mm) sería de:

$$F_{Nec.} = 6 * \frac{E * L * S}{f} = \frac{6 * 50 * 8 * 50,26}{0,3} = 402080 \text{ (Kg)}$$

Representando esta fuerza en Newton tendríamos que:

$$F_{Nec.} \cong 41000 \text{ (N)} ;$$

Esta deberá ser proporcionada por medio de los actuadores neumáticos, si consideramos la existencia de cuatros actuadores y que estos proporcionan la misma fuerza, podemos decir que:

⁶⁸ Los datos son aportados por el libro “Tratado teórico práctico de Elementos de Máquinas Cálculo, diseño y construcción” por el Ing. G. Niemann - Segunda Edición – Editorial Labor S.A

$$F_{C/U} = \frac{F_{Nec.}}{4} ;$$

Por lo tanto:

$$F_{\frac{C}{U}} = \frac{41000}{4} = 10250 (N) ;$$

Si bien esta es la fuerza teórica necesaria que cada actuador debería proporcionar para poder comprimir los silentblock en 3 (mm), podemos asegurar ello a partir de considerar un coeficiente de seguridad "CS" que nos permita seleccionar los actuadores garantizando que su capacidad permita la condición deseada. Por lo tanto si consideramos un **CS = 1,5** la magnitud de la fuerza para la selección de los fuelles de aire sería:

$$F_{Selección} = F_{C/U} * CS = 10250 * 1,5$$

$$F_{Selección} = \mathbf{15375 (N)} ;$$

Luego para ingresar en la tabla de selección de los fuelles de aire debemos determinar la presión de trabajo de los mismos con la finalidad de estimar la fuerza por unidad de presión, y con ella luego ingresar en la tabla.

Considerando que la presión de trabajo será de 5 (bar), tendríamos que:

$$F_{Selec./Pr} = \frac{F_{Selección}}{P_{Trabajo}} = \frac{15375}{5} = \mathbf{3075 (A)}$$

Otro de los parámetros para ingresar en la tabla de selección es la carrera necesaria de trabajo por los fuelles, si deseamos que estos desarrollen un trabajo para generar el desplazamiento de 3 (mm) tendríamos que adoptar el inmediatamente superior por lo tanto ingresamos con el valor de 25 (mm), es decir:

$$\Delta X_{Necesario} = 3 (mm) \rightarrow \text{Adoptamos el inmediatamente Superior} \rightarrow \Delta X_{Sel.} = \mathbf{25 (mm)(B)} ;$$

Las características dimensionales del componente seleccionado se podrán observar en la siguiente tabla (representando sus valores en color celeste):

Dimensiones														
Ø	Modelo	H	H	H	Max	OE	OE	OA	OB	F	OM	Ø	Pres.	Peso
mm		mín	estática	max	Carrera	estática	máx	mm	mm	mm	mm	Con.	máx.	kg
		mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	bar	
70	2¼ x 2	65	90	115	50	78	80	78	36	9	M6	G1/4	8	0,5
	2¼ x 3	80	110	145	65	78	80	78	36	9	M6	G1/4	8	0,6
110	4½ x 1	45	65	90	45	114	125	110	93	13	M6	G3/8	8	0,8
	4½ x 2	65	100	145	80	114	125	110	93	13	M6	G3/8	8	1
	4½ x 3	100	145	200	100	114	125	110	93	13	M6	G3/8	8	1,2
150	6 x 1 (alu.)	50	80	105	55	153	175	152,5	127	16	M8	G1/2	8	2
	6 x 1 (acero)	50	80	105	55	153	175	155	127		M10	G1/2	8	2,4
	6 x 2 (alu.)	78	130	190	112	153	175	152,5	127	16	M8	G1/2	8	2,7
	6 x 2 (acero)	70	130	190	120	153	175	155	127		M10	G1/2	8	2,7
	6 x 3 (alu.)	102	190	275	173	153	175	152,5	127	16	M8	G1/2	8	3
	6 x 3 (acero)	95	190	275	180	153	175	155	127		M10	G1/2	8	3
200	8 x 1	50	90	125	75	204	230	184	155,5		M10	G1/2	8	3,05
	8 x 2	70	160	250	180	204	230	184	155,5		M10	G1/2	8	3,75
	8 x 3	100	205	325	225	204	230	184	155,5		M10	G1/2	8	4,3
250	10 x 1	50	100	150	100	254	280	210	181		M10	G1/2	8	3,9
	10 x 2	70	170	270	200	254	280	210	181		M10	G1/2	8	5
	10 x 3	100	250	400	300	254	280	210	181		M10	G1/2	8	5,6
300	12 x 1	50	100	150	100	305	330	260	232		M10	G1/2	8	5,2
	12 x 2	75	170	270	195	305	330	260	232		M10	G1/2	8	6,7
	12 x 3	100	250	430	330	305	330	260	232		M10	G1/2	8	8,1
370	14½ x 1	50	110	165	115	368	395	310	282,5		M10	G1/2	8	6,9
	14½ x 2	70	180	295	225	368	395	310	282,5		M10	G1/2	8	9,1
	14½ x 3	100	280	450	350	368	395	310	282,5		M10	G1/2	8	10
410	16 x 2	75	200	325	250	406	440	310	282,5		M10	G1/2	8	9,7
	16 x 3	125	300	500	375	406	440	310	282,5		M10	G1/2	8	12,5
550	21½ x 2	90	200	390	300	546	580	498,5	470	19	M10	G3/4	7	20,6
	21½ x 2 (Cilindro sin culatas)	90	200	390	300	546	580	498,5	470		M10	G3/4	8	11,5
660	26 x 2	90	200	400	310	660	700	601	470	19	M10	G3/4	8	23

Tabla N° XVII Parámetros característicos de los distintos modelos de fuelles de aire.

NOTA:

Si bien podría adoptarse un cilindro de un solo fuelle y cumpliría con las necesidades operativas, **se adopta uno de dos muelles** por tener mejores prestaciones a la hora de amortiguar el sistema, y además por consideraciones geométricas del conjunto este resulta más apropiado por sus dimensiones.

En nuestro sistema los fuelles cumplen dos (2) funciones, por un lado efectúan trabajo funcionando como actuadores neumáticos y por otra parte cuando trabajan en las fases de vibración funcionan como aisladores, proporcionando **amortiguación** al sistema.

Los valores de amortiguación (en valores de %) son proporcionados por medio del fabricante a partir de una tabla. Para su determinación debemos proseguir los siguientes pasos:

- A) Conociendo la frecuencia de excitación del sistema, ubique ese valor en el diagrama, sobre el eje de ordenada ubicado a la izquierda.

En nuestro caso tenemos una frecuencia de excitación de 3000 (rpm) lo cual si determinamos su equivalente en Herz (“Hz”) sería:

$$\omega = \frac{2 * \pi * n}{60} = 2 * \pi * f ;$$

Despejando el valor de la frecuencia “f”:

$$f = \frac{n}{60} = \frac{3000}{60} = 50 \text{ (Hz)}$$

- B) En base al modelo de fuelle que se haya adoptado, nos dirigimos a la tabla proporcionada por el fabricante y determinamos la frecuencia de este componente a 6 (bar), por lo tanto:

Frecuencia de los cilindros de fuelle en Hz					
Ø mm	Cantidad de fuelles	Modelo	Frecuencia a 6 bar Hz	Altura estática a 6 bar mm	Carga en kg a 6 bar
70	2	23/4 X 2	3,8	90	150
	3	23/4 X 3	3,2	110	156
110	1	41/2 X 1	3,8	70	335
	2	41/2 X 2	3	100	390
	3	41/2 X 3	2,6	145	378
150	1	6 X 1	3,2	80	640
	2	6 X 2	2,2	140	685
	3	6 X 3	1,9	180	660
200	1	8 x 1	2,77	90	1275
	2	8 x 2	1,95	160	1225
	3	8 x 3	1,75	210	1200
250	1	10 x 1	2,63	100	1960
	2	10 x 2	1,75	170	1900
	3	10 x 3	1,43	250	1770
300	1	12 x 1	2,44	100	2975
	2	12 x 2	1,78	170	2910
	3	12 x 3	1,44	250	2930
370	1	141/2 x 1	2,22	110	4555
	2	141/2 x 2	1,61	200	4445
	3	141/2 x 3	1,31	290	4320
410	2	16 x 2	1,44	200	5195
	3	16 x 3	1,24	290	4950
550	2	211/2 x 2	1,49	200	11785

Tabla N° XVIII Valores característicos de los distintos modelos para 6 (bar).

Nuestro caso sería el subrayado por una línea discontinua, donde la frecuencia a los 6 (bar) es de:

$$f_{6(\text{bar})} = 1,75 \text{ (Hz)} ;$$

Este lo ubicamos en el eje inferior de las abscisas.

C) El valor de la amortiguación en % se obtiene a partir de la intersección de las rectas, correspondientes a los valores obtenidos con anterioridad, es decir:

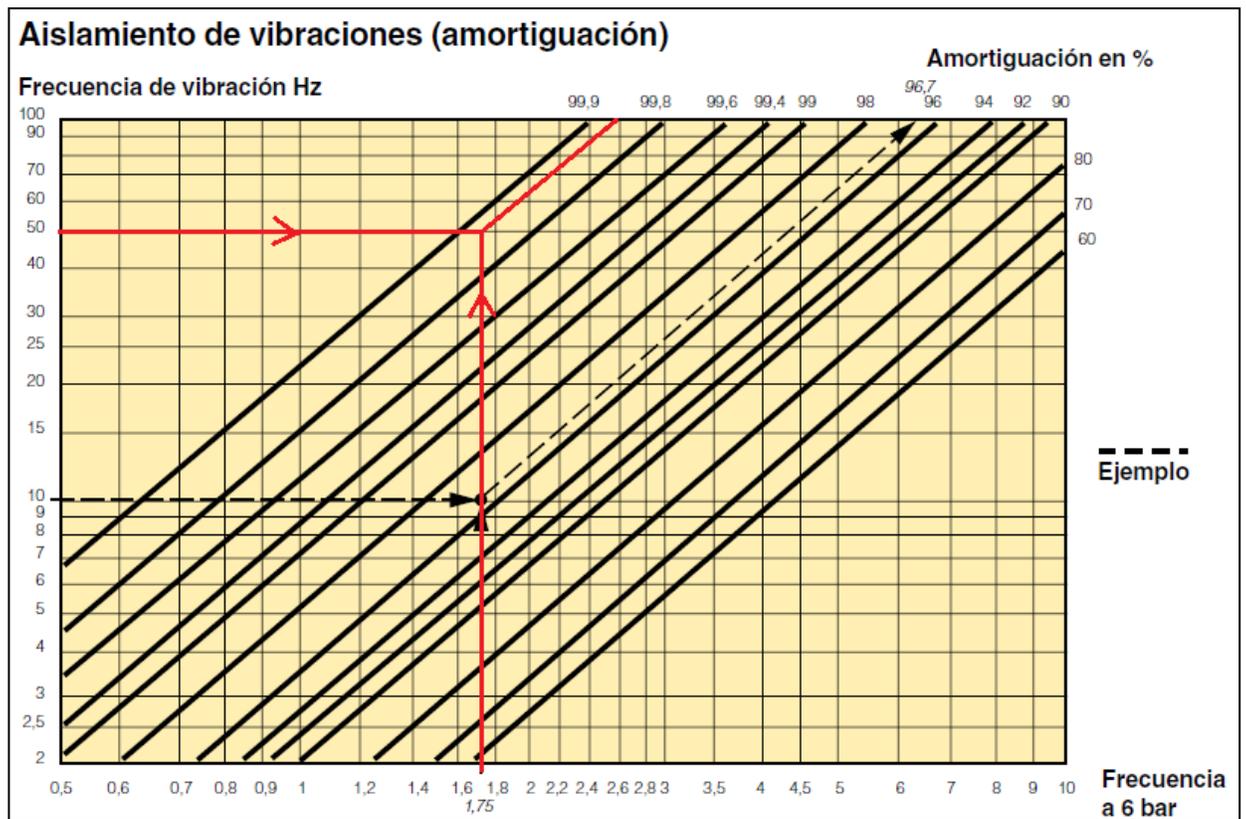


Fig. N° 66 Diagrama para la determinación del amortiguamiento en %.

Luego desde el punto de intersección nos desplazamos en forma paralela a las líneas diagonales y obtenemos en el eje superior de las abscisas el amortiguamiento correspondiente. En nuestro caso los fuelles adoptados proporcionan un buen aislamiento, obteniéndose aproximadamente un amortiguamiento del:

$$\text{Amortiguamiento \%} \cong 99,85 \%$$

Este valor nos quiere decir que la relación de transmisibilidad entre la fuerza que se aplica a la masa y la que se trasmite a los apoyos, o la cantidad de desplazamiento que se aplica a la base y se trasmite a la masa es de:

$$RT = 1 - R = 1 - \text{Amortiguamiento en } \% = 1 - 0,9985 = 0,0015 ;$$

$$RT = 0,15 \%$$

Lo cual representa un excelente valor para el amortiguamiento proporcionado por este componente.

➤ **Determinación de la “rigidez equivalente” de los fuelles de Aire**

Para la determinación de la rigidez debemos utilizar la “ecuación (d)” planteada en un principio que establece que:

$$k_e = \frac{nA_0P_0}{L_0} \left(1 - \frac{x}{L_0}\right)^{-n-1} ;$$

Dónde:

$$n = 1,4 \rightarrow \text{Considerando que trabajamos con aire ;}$$

$$L_0 = 178 \text{ (mm)} \rightarrow \text{longitud en la posición de reposo ;}$$

$$x = 7 \text{ (mm)} \rightarrow \text{Desplazamiento desarrollado por los fuelles ;}$$

$$P_0 = 4 \text{ (bar)} \rightarrow \text{Presión Nominal de Trabajo ;}$$

$$A_0 = 250 \text{ (cm}^2\text{)} \rightarrow \text{Área efectiva de trabajo}$$

NOTA:

Determinamos el área efectiva " A_0 " considerando el volumen de aire que existe en el interior de los fuelles para una altura igual a la de reposo.

Por lo tanto teniendo como dato el volumen de aire, en el interior de los fuelles, determinamos la sección de un cilindro equivalente cuya altura es igual a la altura en estado de reposo de los mismos.

Reemplazando los valores la rigidez equivalente aportada por cada uno de estos componentes será de:

$$k_e = \frac{1,4 * 405200 \left(\frac{N}{m^2}\right) * 0,025(m^2)}{0,178 (m)} * \left(1 - \frac{0.007}{0,178}\right)^{-1,4-1}$$

La rigidez lineal equivalente aportada por cada uno de los fuelles será de:

$$k_{Fuelles\ de\ Aire} = k_e = 87727,31 \left(\frac{N}{m}\right) ;$$

➤ **Determinación de la rigidez aportada por los Silentblock.**

Para el desarrollo de los cálculos supondremos que estos poseen una sección uniforme de " $\varnothing = 80 (mm)$ " y que sus propiedades son uniformes en toda su extensión, por lo tanto estos componentes se pueden **modelar como si fuese una barra, empotrada en uno de sus extremos**, de longitud " l ", sección " A " y módulo de elasticidad " E ", cuya expresión de rigidez viene dada por:

$$k_S = \frac{E * A}{l} ;$$

Dónde los valores del silentblock son:

- $E = 50 \left(\frac{Kg}{cm^2} \right) ;$
- $A = \frac{\pi * \phi_f^2}{4} = \frac{\pi * (8)^2}{4} = 50.26 (cm^2) ;$
- $l = 80 (mm) = 8 (cm) ;$

Reemplazando los valores;

$$k_s = \frac{50 * 50.26}{8} = 314.125 \left(\frac{kg}{cm} \right) = 308156,625 \left(\frac{N}{m} \right) ;$$

La rigidez aportada por cada uno de estos componentes será de:

$$k_s = 308156,625 \left(\frac{N}{m} \right) ;$$

➤ **Rigidez equivalente del Sistema**

Una vez conocidos los valores aportados por cada uno de estos componentes debemos determinar la rigidez equivalente del sistema a fines de luego poder determinar los parámetros característicos del sistema, como la frecuencia natural del mismo o bien el factor de amortiguamiento.

Por lo tanto, si observamos el esquema del sistema, mostrado en la **Fig. N°63**, podemos estar seguro que se trata de un sistema donde la combinación de los elementos que aportan rigidez es paralela, es decir los desplazamientos de ambos resortes son iguales y en consecuencia la constante equivalente del resorte se determina a partir de la siguiente expresión:

$$k_{Eq.} = \sum_{i=1}^N k_i ;$$

Por un lado tenemos cuatro **(4) fuelles de aire** que aportan su respectiva rigidez y por el otro lado tenemos **seis (6) silentblocks** aportando su valor, por lo que:

$$k_{Eq.} = 4 * k_{Fuelles\ de\ Aire} + 6 * k_S ;$$

Reemplazando por sus respectivos valores tenemos que:

$$k_{Eq.} = (4 * 87727,31) + (6 * 308156,625) ;$$

$$k_{Eq.} = 2,19984899 \times 10^6 \left(\frac{N}{m} \right) ;$$

➤ **Frecuencia Natural del Sistema:**

En base a lo plasmado en el punto 2.3.2) de este escrito, desarrollaremos los cálculos respectivos al análisis de un sistema con masa giratoria desbalanceada. Uno de los parámetros de mayor importancia para caracterizar el sistema y estudiar luego su comportamiento es la frecuencia natural del mismo, que se podrá determinar a partir de:

$$\omega_n = \sqrt{k/M_1} \quad (a);$$

Dónde:

$$k = k_{Eq.} = 2,19984899 \times 10^6 \left(\frac{N}{m} \right) \rightarrow \text{rigidez equivalente del sistema};$$

$$M_1 = 660,0 \text{ (kg.)} = M_{Sist.} + m_{Desb.} \rightarrow \text{Masa del Sistema} + \text{Masa Desbalanceada};$$

Siendo:

➤ $M_{Sist.} \rightarrow$ Masa del sistema que vibrará

$$M_{Sist.} = m_{molde} + m_{bandeja} + m_{mesa\ vibratoria} + m_{mezcla} ;$$

$$m_{molde} \cong 282 \text{ (kg.)};$$

$$m_{bandeja} \cong 1,25 \text{ (kg.)};$$

$$m_{mesa\ vibratoria} \cong 210 \text{ (Kg.)};$$

$$m_{mezcla} \cong 45 \text{ (kg.)};$$

Reemplazando valores;

$$M_{Sist.} = 538,25 \text{ (kg.)} \cong 538 \text{ (kg.)};$$

➤ $m_{Desb.}$ → la suma de las masas desbalanceadas

$$m_{Desb.} = 2 * m_{Vibrador} = 2 * 61 \text{ (kg.)}$$

$$m_{Desb.} = 122 \text{ (kg.)}$$

En consecuencia el elemento de inercia del sistema será de:

$$M_1 = M_{Sist.} + m_{Desb.} = 538 + 122 = 660 \text{ (kg.)}$$

$$M_1 = 660,0 \text{ (kg.)}$$

Reemplazando estos valores en la “ecuación (a)” tendremos la frecuencia natural del sistema; siendo:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{M_1}} = \sqrt{\frac{2,19984899 \times 10^6}{660}} = 57,722 \left(\frac{r}{seg.} \right);$$

$$\omega_n = 57,722 \left(\frac{r}{seg.} \right) \rightarrow 551 \text{ (rpm)}$$

➤ Respuesta del Sistema

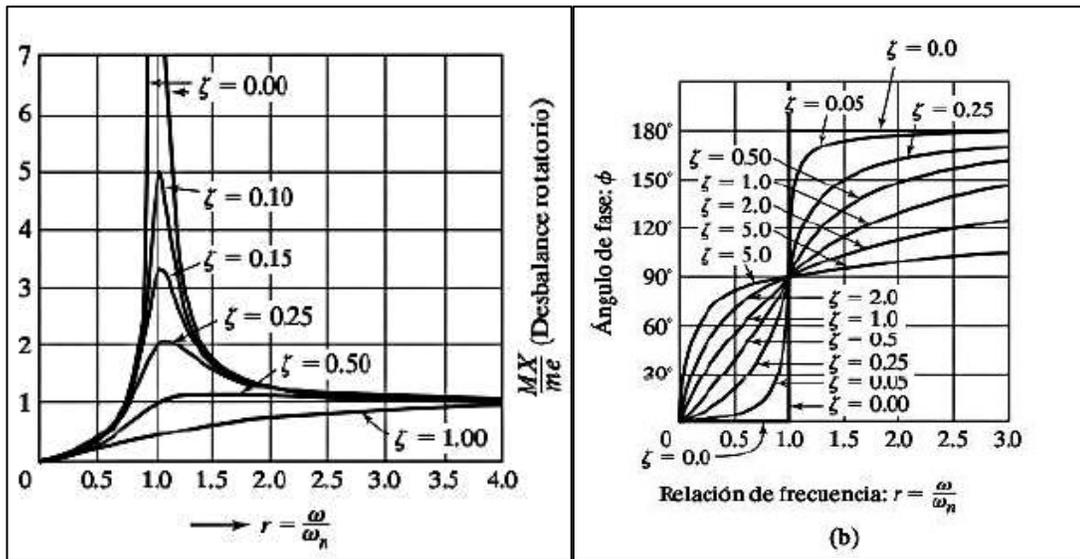
Con la determinación de la frecuencia natural del sistema " ω_n " podemos interpretar si bajo régimen el sistema se encuentra o no en resonancia, siendo ello muy importante a la hora de estudiar el comportamiento del sistema y sus características.

En nuestro caso la frecuencia de excitación es de " $\omega = 3000 \text{ (rpm)}$ ", está muy por encima del valor de la frecuencia natural y por lo tanto si determinamos la relación de frecuencia " Ω ", entre la frecuencia de excitación y la natural, estaríamos en la zona

dominada por el amortiguamiento. Es decir si determinamos la relación de frecuencias:

$$\Omega = \omega/\omega_n = \frac{314,159}{57,722} = 5,44 \cong 5,5 ;$$

Si analizamos las curvas correspondientes a la “respuesta en amplitud (Fig. N°24)” y “la respuesta de fase (Fig.N°25)” podremos decir que;



Al tenerna relación de frecuencia " $r = \Omega = 5$ ", podemos asegurar que la respuesta en amplitud del sistema tiende a la unidad independientemente del factor de amortiguamiento " ζ " que tengamos, y en el caso de la respuesta de fase ésta tiende al valor de " π ".

Resumiendo:

Sí $\Omega \gg 1$:

$$H_{desb}(\Omega) \rightarrow 1 ;$$

$$\theta(\Omega) \rightarrow \pi ;$$

Si reemplazamos estos valores en la ecuación de desplazamiento para un sistema con masa giratoria desbalanceada nos quedaría lo siguiente:

$$x(\tau) = M_\varepsilon * H_{desb}(\Omega) \text{sen}(\Omega\tau - \theta(\Omega))$$

Reemplazando;

$$x(\tau) = M_\varepsilon * 1 * \text{sen}(\Omega\tau - \pi)$$

Dónde:

$$M_\varepsilon = \frac{m_{Desb.} * \varepsilon}{M_1} ;$$

Recordando:

$\varepsilon = 0.007754 \text{ (m)}$ → *excentricidad del sistema desbalanceado;*

$$m_{Desb.} = 122 \text{ (kg.)} ;$$

$$M_1 = 660 \text{ (kg.)} ;$$

Por lo tanto:

$$M_\varepsilon = \frac{122 * 0.007754}{660} = 0,001433 \text{ (m)} ;$$

La ecuación de posición adimensional que rige el comportamiento del sistema, al estar vibrando, será de:

$$x(\tau) = 0,001433 \text{ sen}(\Omega\tau - \pi) ;$$

Sí eliminamos la adimensionalidad de esta ecuación, tendremos la ecuación de posición para cualquier instante de tiempo, por lo tanto:

$$x(t) = 0,001433 \text{ sen}(\omega t - \pi)$$

Luego si derivamos con respecto al tiempo tendremos los términos de velocidad y aceleración respectivamente, siendo;

$$\text{la velocidad} \rightarrow \frac{\partial x}{\partial t} \rightarrow \mathbf{v(t) = 0,001433 * \omega \cos(\omega t - \pi) ;}$$

$$\text{la aceleración} \rightarrow \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \rightarrow \mathbf{a(t) = -0,001433 * \omega^2 \sen(\omega t - \pi) ;}$$

La determinación de estas ecuaciones resulta muy importante porque no solo nos describen el comportamiento del sistema en función del tiempo sino que también nos permite conocer las amplitudes de cada una de estas funciones.

Desde el punto de vista funcional de la máquina, si nos remitimos a una de las consideraciones planteadas al principio del escrito, se establecía que era recomendable que la amplitud de la aceleración este por encima de **12 veces la aceleración de la gravedad** para efectuar una adecuada vibración⁶⁹, podemos con la expresión de la aceleración verificarlo. Estableciendo que:

$$\mathbf{Amplitud\ de\ la\ aceleración \rightarrow |-0,001433 * (314,159)^2| = 141,46 \cong 14,5 * g}$$

Verificando que la vibración aportada al sistema está por encima de 12 veces la aceleración debida a la gravedad y garantizando las condiciones óptimas de vibrado por parte del sistema.

Otra de las conclusiones a partir de estos resultados es que en base a los resultados de la amplitud del desplazamiento sé garantiza que los silentblocks trabajarán a la compresión en todo instante, ya que la amplitud está por debajo de la distancia a la cual se han comprimido estos componentes de 3 (mm).

⁶⁹ Ver apunte “**Vibración del Hormigón**” en la documentación adjuntada al final del escrito. En la misma se establece que “...en base a los ensayos desarrollados por R.D.Davis, la eficacia del vibrado crece con la aceleración hasta, por lo menos, un valor de 20g (g=aceleración de la gravedad), pero por encima de los 12g el ritmo de crecimiento es más lento...”

➤ **Determinación del Factor de Amortiguamiento " ζ "**

En nuestro caso la amortiguación del sistema está provista por los fuelles neumáticos, que en base a la información aportada por el fabricante nos dice que el grado de amortiguamiento en base a la frecuencia de excitación del sistema es de:

$$\text{Amortiguamiento } \% \cong 99,85 \%$$

No obstante la determinación del factor de amortiguamiento la podemos determinar a partir de la respuesta en amplitud del sistema " H_{desb} " conociendo el valore de la relación de frecuencias. Es decir, sabemos que la relación de frecuencia " Ω " está por encima de $\sqrt{2}$ por lo tanto su valor independientemente del factor de amortiguamiento tiene a la unidad por lo que:

$$H_{desb} \rightarrow 1 ;$$

Despejando el factor de amortiguamiento de esta última expresión tendríamos que:

$$H_{desb} = \frac{\Omega^2}{\sqrt{(1 - \Omega^2)^2 + (2\zeta\Omega)^2}} ;$$
$$1 = \frac{\Omega^2}{\sqrt{(1 - \Omega^2)^2 + (2\zeta\Omega)^2}} ;$$

Reemplazando y despejando obtenemos el valor de " ζ ", estableciendo que:

$$\zeta = \frac{[(\Omega^2)^2 - (1 - \Omega^2)^2]^{\frac{1}{2}}}{2 * \Omega} = \frac{[(5^2)^2 - (1 - 5^2)^2]^{\frac{1}{2}}}{2 * 5} = 0,7 ;$$

$$\zeta = 0,7 ;$$

➤ **Desplazamiento Máximo del Sistema**

Como hemos planteado en la sección 2.3.2) si el valor del factor de amortiguamiento se encuentra comprendido entre $0 < \zeta < \frac{1}{\sqrt{2}}$; la amplitud máxima del desplazamiento ocurre a la derecha de la resonancia " $\Omega = 1$ " y su valor se determina calculando la derivada de la función posición e igualándola a cero. Resolviendo nos queda que el valor máximo es:

$$\left(\frac{X * M_1}{m * \varepsilon} \right)_{max} = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}} ;$$

Resolviendo;

$$(X)_{Max} = \left(\frac{m_{Desb.} * \varepsilon}{M_1} \right) * \frac{1}{2\zeta\sqrt{1-\zeta^2}}$$

$$(X)_{Max} = 0,001433 * 1,0002 = 0,0014336 (m);$$

$(X)_{Max} = 1,14336 (mm)$

➤ **Determinación de la Fuerza transmitida a los Apoyos**

La fuerza transmitida a los apoyos se determina a partir de:

$$F(\tau) = kx(\tau) + c v(\tau) ;$$

Reemplazando la función posición y velocidad con respecto al tiempo, en esta ecuación, se obtiene la expresión de la fuerza transmitida a los apoyos en el tiempo.

Al igual que el desplazamiento máximo, para la determinación de la máxima fuerza es necesario derivar esta ecuación con respecto al tiempo e igualarla a cero, quedando la siguiente expresión:

$$|F|_{M\acute{a}x.} = m_{Desb.} \varepsilon \omega^2 \left[\frac{1 + 4\zeta^2 \Omega^2}{(1 - \Omega^2)^2 + 4\zeta^2 \Omega^2} \right]^{1/2} =$$

Resolviendo y reemplazando:

$$|F|_{M\acute{a}x.} = 122 * 0,007754 * (314,159)^2 \left[\frac{1 + 4(0,7)^2 (5)^2}{(1 - (5)^2)^2 + 4(0,7)^2 (5)^2} \right]^{1/2}$$

$$|F|_{M\acute{a}x.} = 26407,64 \text{ (N)}$$

3. Determinación de Costos del Conjunto Vibrador.

3.1) Fundamentos Teóricos

El objeto de estudiar los costos del conjunto vibrador en este escrito es la de manifestar una manera sencilla de estimarlo, con el fin que el diseñador a la hora de afrontar su desarrollo se acote al presupuesto inicial pactado o bien en caso de no tener un presupuesto acotado tenga una simple guía para su determinación.

No obstante quisiera dejar en claro que lo expuesto a continuación en una simple metodología para la determinación de costos y con ello se busca ESTIMAR un costo inicial del producto, en caso de querer profundizar acerca de los costos habría que vincular algunos otros conceptos y coordinar con el área contable de la empresa para su determinación final.

Por otra parte la determinación de los costos, a la hora de afrontar un proyecto resulta de gran importancia, ya que en base a ello se estudia la viabilidad del proyecto dentro de la fábrica y se evalúa la posibilidad de llevar a cabo o no la producción del mismo. En su determinación se vinculan diversos aspectos que definiremos a continuación. No obstante en primera medida definimos los conceptos básicos para la determinación de costos.

Qué se entiende por Costo?

Se puede definir por Costo como la suma de los gastos incurridos en la producción de un bien o servicio, con lo cual el costo industrial surge “como la acumulación de todas las erogaciones o gastos que se ocasionan por motivo de la elaboración del producto”.

La determinación del costo resulta imprescindible desde el punto de vista de la empresa, si bien el precio del producto está condicionado por el mercado, con el conocimiento del costo la empresa puede evaluar si:

- ✓ Es conveniente la producción del artículo.
- ✓ Si acepta o no el producto.
- ✓ Si compromete inversiones o no.
- ✓ Si es necesario hacer un estudio más profundo, etc.

Para proceder a la determinación del Costo lo primero a definir es una variable independiente " q " que representa el número de unidades producidas en el período. En base a esta variable se observa el comportamiento de los componentes que conforma el costo, estableciendo que:

- Componentes cuyo monto gastado crece proporcionalmente con " q " son los que forma el **COSTO VARIABLE (CV)**.
- Componentes en los cuales el importe gastado es independiente de " q " son los que conforman el **COSTO FIJO (CF)**.

Por lo tanto para la determinación del costo total para producir " q " unidades en el período es:

$$CT = CV + CF ;$$

Para la determinación del Costo Total del producto en primera instancia debemos atribuir los costos a su respectivo componente y luego mediante la adición de estos obtener la totalidad del costo. En consecuencia debemos conocer que tipos de costos se asignan a cada componente, es decir:

- El "COSTO VARIABLE" se compone de:
 - ✓ Mano de Obra Directa (M.O.D), asignable a toda acción que se aplica a la ejecución efectiva del producto.
 - ✓ Materia Prima (M.P).
 - ✓ Gastos Variables de Fabricación (G.V.F).

En cuanto a la M.O.D y la M.P son determinados en forma bastante sencilla al costo de la pieza, por eso se establece que son costos directamente asignables. La suma de estos se denomina como **Costo Primo**.

Dentro de los Gastos Variables de Fabricación (G.V.F), también conocidos como "cargas", se pueden enlistar los siguientes:

- Energía, Combustible.
- Mano de Obra Indirecta.
- Materiales, insumos u otros elementos empleados en auxilio de la fabricación. (Lubricantes para máquinas y equipos, herramientas y fluidos de corte, guantes, cascos, calzados de seguridad, elementos de limpieza etc.)

La característica común a todos estos ítems indicados es que los importes consumidos crecen proporcionalmente con el volumen de la producción " q ", estos se tratan de ítems "indirectos" cuya utilización es hecha en apoyo o auxilio de la producción, no incorporándose de ninguna forma en el producto en cuestión. Luego estos costos se asignan por medio de un **prorrateo** al costo del producto.

➤ El "COSTO FIJO" se compone de:

- ✓ Amortizaciones de las máquinas u equipos.
- ✓ Retribuciones de los empleados, supervisores y directivos.
- ✓ Alquileres.
- ✓ Seguros.
- ✓ Impuestos y contribuciones sobre inmuebles, etc.
- ✓ Capacitación.
- ✓ Contratación de servicios de vigilancia y portería.

Todos estos gastos son indirectos, es decir no se pueden asignar directamente al producto. Además los importes considerados son independientes del nivel de actividad representado por " q ".

3.2) Procedimiento Simplificado para determinar el Costo de un Producto Industrial.

Para comenzar con la metodología resulta imprescindible contar con los siguientes datos, por un lado los planos y especificaciones relacionadas con el producto a costear y por otra parte el volumen de producción y expectativa de duración de su demanda.

Luego los pasos a seguir son:

- A) Establecer el proceso de fabricación (hoja de ruta). Si se trata de un producto ya en fabricación, se hará un relevamiento del actual proceso.
- B) Determinar en función del proceso la cantidad de material directo requerida, averiguar el costo por unidad (Kg., Lts., metro, etc.) de material, cuya característica se indica en el plano. En caso que fuese necesario comprar elementos terminados o servicios de terceros (tornillos, tratamiento térmico, etc.) proceder de la misma forma, luego:

$$COSTO DE LOS MATERIALES DIRECTO = \sum_{i=1}^N C_1 + \dots + C_N \quad (1);$$

- C) Determinar el tiempo de M.O.D requerido por pieza, averiguar el costo horario de M.O. Asegurarse la cantidad de cargas sociales por hora-hombre y luego incorporarlos al costo horario de M.O, por lo tanto en los cálculos se considera el costo horario con cargas sociales incluidas, luego:

$$COSTO DE M.O.D_{Pieza} = (Tiempo de M.O.D_{Req.x Pieza}) * (Costo hor. de M.O.D) \quad (2);$$

- D) Determinar el prorrateo de los Gastos Variables de Fabricación (G.V.F) que se cargaran al producto considerando producción diversificada, en manufactura es un criterio adoptar las hora-hombre de M.O.D como elemento para la repartición o prorrateo de los G.V.F. Para su determinación debemos contar con información que contiene el área contable de la empresa, que implica conocer:

- ✓ Monto de los G.V.F incurridos en un (1) mes. [a]
- ✓ Número de horas-hombre de M.O.D utilizadas durante ese mismo mes.[b]

El cociente entre [a] y [b] nos determina el **coeficiente de repartición** “ K_{GVF} ” que también se denomina “cuota horaria de los G.V.F”, y nos expresa cuantos pesos se erogan en concepto de los G.V.F por cada hora-hombre de M.O.D, luego:

$$\text{Costo de los G.V.F}_{/Pieza} = K_{GVF} * \text{Tiempo de M.O.D}_{Req./Pieza} \quad (3);$$

E) Por último se determina el prorratio de los gastos fijos que se cargarán al producto, la lógica para su determinación es totalmente análoga a la anterior, en esta se determina el coeficiente de repartición “ K_{GF} ” como:

$$K_{GF} = \frac{\text{Monto de los Gastos Fijos incurridos en un (1)mes}}{\text{Número de hs. -hombre en ese mismo mes}} ;$$

Luego:

$$\text{Costo de los CF por Pieza} = K_{GF} * \text{Tiempo de M.O.D}_{Req./Pieza} \quad (4)$$

Por lo tanto el **Costo Total Unitario** para la producción de un producto estará dado por la suma de estos cuatro elementos (**las ecuaciones (1), (2), (3) y (4)**), es decir:

$$CTU = (1) + (2) + (3) + (4) ;$$

NOTA:

Si buscamos obtener el costo estándar de la pieza (es decir, el costo que debería alcanzarse como objetivo en condiciones de máxima eficiencia) deberíamos reemplazar los coeficiente de repartición por sus valores objetivos y no utilizar los resultante como se explicó con anterioridad.

3.3) Determinación de Costos del Conjunto Vibrador.

Para proceder con la estimación de costos necesitaremos en primera instancia hacer un listado de los componentes involucrados en el conjunto vibrador, una vez que tengamos todas las especificaciones acerca de cada uno de estos se analizará el proceso

productivo de estos, se le asignará un determinado tiempo de producción y con ello ya tendremos los costos que se pueden asignar directamente. Luego para proseguir con el desarrollo de los cálculos se necesitará contar con información del área contable, la cual nos debe brindar los valores de los coeficientes de repartición de los costos variables y fijos. Una vez que se tengan todas estas variables, el costo se determina por la simple adición de los costos unitarios de cada uno de los componentes que forman parte del conjunto.

Básicamente para el desarrollo de los cálculos se define una tabla (en una planilla de Excel) en la cual se manifiestan cada uno de los componentes y sus respectivos valores de costos y tiempos productivos, luego al colocar los datos relativos a cada uno de estos en sus respectivas celdas se determina el costo total unitario.

Para proceder con los cálculos nos dirigimos a la empresa MOL-D con la finalidad de obtener los valores actualizados de las horas hombre de mano de obra, como así también el costo de la materia prima. De la cual obtuvimos que:

(\$/HH) TORNO	250
(\$/HH) FRESA	297
(\$/HH) SOLDADURA	200

Tabla N° XIX Costo de M.O en hs. según el proceso de fabricación.

Dentro de estos valores **se encuentran comprendidos** los coeficientes de repartición de los gastos variables de fabricación (“G.V.F”) y el coeficiente de repartición de los gastos fijos (C.F), las cargas sociales de los trabajadores como así también el costo de ingeniería que la empresa tiene para el desarrollo del producto.

En base a lo provisto por la empresa la forma de repartir esos costos es por la cantidad de horas trabajadas al mes por cada uno de los centro de costos (áreas de proceso), básicamente de la totalidad de gastos que implican estos costos se los REPARTE en base a la cantidad de horas-hombre (“HH”) que se tengan en cada una de las áreas.

Por lo tanto, el costo unitario de cada uno de los componentes vendrá dado por la suma del costo de la Materia Prima (MP) más el de la M.O.D necesaria para su realización. Dónde el costo de la Materia Prima (MP) es aproximadamente de:

(\$ / Kg.)-Chapa (Plancha)	11
(\$ / Kg.)-Laminado	15

Tabla N° XX Valores de la MP según su origen de Fabricación.

En base a estos costos determinamos el costo de MP para cada uno de los componentes a partir de:

Descripción del Componente	Volumen	Densidad	Peso MP	(\$ - MP).
Vástago Accionamiento Axial	0,0553	7,8	0,4	6,4701
Porta Rodamiento Axial	0,03191	7,8	0,2	2,737878
Contrapeso Fijo Frontal	3,6	7,8	28,1	308,88
Aro Porta Rodamiento	2,073	7,8	32,3	355,7268
Cilindro Porta Contrapeso Móvil	0,9785	7,8	7,6	114,4845
Tapa de Buje Axial	0,015	7,8	0,1	1,287
Eje de Vibrador	2,98	7,8	23,2	348,66
Buje Axial	0,6258	7,8	4,9	53,69364
Perno Contrapeso	0,041	7,8	0,3	4,797
Contrapeso Fijo Posterior	4,97	7,8	38,8	426,426
Perno de empuje Axial	0,02375	7,8	0,2	2,77875
Contrapeso Móvil	2,485	7,8	19,4	213,213
Perno Porta Rodamiento	0,03117	7,8	0,2	3,64689
			TOTAL	1843

Tabla N° XXI Costo de Materia Prima de C/U de los Componentes.

A continuación se expresan los valores de horas trabajadas en cada una de las áreas y luego se determina el costo de M.O.D a partir de la suma de cada una de estas horas por su respectivo costo horario. También se manifiesta el costo total de materia prima de cada uno de estos componentes, por lo tanto:

Descripción del Componente	Cantidad	Costo de M.P	HH TORNO	HH FRESA	HH SOLDADURA	Costo de M.O.D /Pieza
Acoplamiento Bloquear BLK-130 (5x85)	2	950				0
Vástago Accionamiento Axial	1	6,4701	2,8		0,5	800
Porta Rodamiento Axial	1	2,737878	1,2	0,5		448,5
Contrapeso Fijo Frontal	1	308,88	8,8	6,5	0,5	4230,5
Aro Porta Rodamiento	2	355,7268	2,0			500
Cilindro Porta Contrapeso Móvil	1	114,4845	1,0	0,5		398,5
Rodamiento ZKL 6024-2Z	2	3200				0
Bulón Allen M8x25 (mm)	4	5,8				0
Tapa de Buje Axial	1	1,287	1,0	0,5		398,5
Eje de Vibrador	1	348,66	10,5	3,0		3516
Buje Axial	1	53,69364	2,5	1,5		1070,5
Perno Contrapeso	1	4,797	0,5			125
Contrapeso Fijo Posterior	1	426,426	8,8	6,5	0,5	4230,5
Perno de empuje Axial	1	2,77875	0,5			125
Contrapeso Móvil	1	213,213	0,0	33,0		9801
Bulón Allen Cabeza Frezada M8x 16 (mm)	4	5,8				0
Rodamiento SKF 6002-2Z	3	123				0
Perno Porta Rodamiento	1	3,64689	0,5			125
	TOTAL	6127				25769

Tabla N° XXII Costos de MP y MOD de C/U de los Componentes.

El costo de los productos comerciales ha sido incorporado como costo de materia prima, y la determinación de los costos de M.O.D por la suma del producto del costo horario de cada proceso (Tabla N°XIX) por el tiempo empleado en cada uno de estos. Con lo cual el costo total para la producción del conjunto vibrador vendrá dado por:

$$CT = \text{Costo de MP} + \text{Costo M. O. D}$$

$$CT = 6127 + 25769 \rightarrow \$ 31896$$

Se podría decir que el costo productivo del conjunto vibrador es de:

$$CT \cong 32000 (\$)$$

De esta manera, con la ESTIMACIÓN del costo del producto, hemos podido cerrar otra de las fases que contempla el desarrollo del producto. Con lo cual, en el transcurso de este escrito, hemos pasado por cada una de las fases involucradas en el desarrollo de un producto, en una primera instancia llevamos a cabo un estudio de factibilidad y viabilidad para preponderar cada uno de los requisitos ingenieriles de la máquina, luego se desarrollaron los cálculos del conjunto de mayor preponderancia y por último llevamos a cabo la determinación de su costo productivo.

4. Conclusiones.

Con respecto al desarrollo del trabajo podemos decir que a “nivel técnico” los resultados alcanzados fueron satisfactorios, estos se pueden resumir de la siguiente forma:

- Con la finalidad de afrontar un proyecto en todo su contexto es imprescindible contar con la mayor cantidad de información posible sobre el tema a trabajar y es por ello que le he dedicado un tiempo considerable a la fase introductoria del proyecto, ello me permitió entender las distintas fases del ciclo productivo como así también el rol del que forma parte la máquina bloquera, cuyo estudio abordamos.

Luego fue necesario investigar el mercado al cual está destinado el producto y recolectar información acerca de las necesidades e inquietudes de nuestros clientes, para ello utilizamos las herramientas de la calidad para luego llevar a cabo la conformación de la “Casa de la Calidad”, en la cual fue posible traducir sus necesidades en requisitos ingenieriles y de esta forma generar una lista ponderada de los requisitos de mayor importancia hacía la satisfacción de nuestros clientes.

Una vez enlistados los requisitos, en forma ponderada, fue posible observar con mayor sencillez que aspectos de la máquina se consideran más importantes y por lo tanto enfocarse hacía el estudio del sistema de mayor preponderancia, logrando además que el diseñador tenga una visión más clara hacía donde debe apuntar en la elaboración de su producto para garantizar la competitividad dentro del mercado.

Considerando el orden de mérito de los requisitos se opto por el estudio del conjunto vibrador, cuyo rol es de verdadera importancia en el desempeño del **Sistema de Vibración/Compactación**.

Por lo tanto con el desarrollo de la primera parte del trabajo fue posible conocer sobre el tema que trabajaremos y luego definir el sistema de mayor importancia hacía la satisfacción del cliente, cuyo desarrollo se adopto para el desenlace de este escrito.

- Analizando el Sistema de Vibración/Compactación sé opto por llevar a cabo el estudio del Conjunto Vibrador, para lo cual en un principio definimos sus partes y su forma de operar.

Una vez comprendida la operatividad del mismo, se llevo a cabo la verificación de sus componentes en la cual los resultados alcanzados fueron los esperados, pudiendo resumirse de la siguiente forma:

- ✓ En un principio pudimos **verificar que el resorte**, empleado para el retorno del contrapeso móvil, **verificaba a vida ilimitada** bajo la condición de cargas fluctuantes.

No obstante vale la pena aclarar que la determinación de las cargas actuantes se hizo por consideraciones energéticas, quedando en falta la determinación las fuerzas por medio de la segunda ley de Newton.

- ✓ Con la determinación de las cargas dinámicas del sistema **se analizó el comportamiento a la fatiga del árbol del conjunto vibrador y la verificación de los rodamientos** de apoyo del sistema, contemplando para ambos casos las cargas presentes en el sistema bajo régimen y cuando este se encuentra desbalanceado.

Con respecto **a la verificación del árbol a fatiga** podemos decir que si la máquina trabaja semanalmente cinco (5) días y cada jornada tiene solo un turno de ocho (8) horas, **se recomienda su recambio cada 11 (meses)** antes que se produzca su rotura.

Si bien resultaría optimo que este componente tuviese vida ilimitada, podemos decir que por consideraciones geométricas y en base al tipo de material utilizado los resultados alcanzados son los esperados, ya que en base a las investigaciones realizadas sobre la reposición de este componente en otros vibradores, los períodos de reposición son similares y en algunos casos hasta mayor a los alcanzados por el resto.

No obstante si quisiéramos incrementar la cantidad de ciclos de la vida útil del árbol deberíamos pensar en un rediseño del mismo, siendo una opción el incremento de su geometría en la sección crítica y en consecuencia la reducción del nivel de tensiones.

Con respecto a **la verificación de los rodamientos** podemos decir que si bien se encuentra bastante lejos de verificar, en base a los parámetros

aportados por el fabricante, la determinación de la duración en horas (recomendada antes de su recambio) nos permite darle al usuario los parámetros de mantenimiento del sistema, lo cual evita que la máquina tenga una parada inesperada por su falla.

- ✓ Del punto de vista estructural pudimos verificar que los modos de vibrar del sistema no coinciden con la frecuencia nominal de funcionamiento y en consecuencia el sistema se encuentra alejado de la frecuencia natural del mismo.

La determinación de los modos de vibrar se resolvió de dos maneras, por un lado con la determinación de las raíces de la ecuación característica (mediante el empleo del MATLAB) y por otra parte en forma analítica por medio del método de Stodola-Vianello, la cual nos sirvió como medio de verificación de lo obtenido en primera instancia.

Luego analizando el “**Comportamiento dinámico del Sistema de Vibración**”, pudimos generar un sistema equivalente de masa-resorte-amortiguador y llevar a cabo el estudio del sistema a partir del comportamiento de un oscilador simple, cuyos componentes representan los valores del sistema en estudio.

Se determinaron los valores equivalentes de los elementos pertenecientes al sistema, para luego emplear las ecuaciones correspondientes a un sistema con masa desbalanceada y llegar a los siguientes resultados:

- ✓ Con los parámetros del sistema (masa y rigidez equivalente) se determinó la frecuencia natural del mismo y se verificó que la frecuencia de excitación es aproximadamente cinco (5) veces más grande que ella, por lo tanto nos permitió saber en primera instancia que se encuentra lejos de la resonancia y por otra parte saber, en base a las curvas de la respuesta en amplitud, que para esa relación de frecuencias **la respuesta en amplitud tiende a la unidad, independientemente del factor de amortiguamiento que tenga el sistema.**

- ✓ Con la determinación de la respuesta en amplitud se calculó la máxima amplitud del movimiento axial, que tendrá el sistema de vibración, y con ello se **verificó que los silentblock** (involucrados en el sistema) **trabajan siempre a la compresión.**
 - ✓ Por otra parte pudimos verificar que la aceleración provocada en el sistema, se encuentra dentro de los valores recomendados para tener una vibración eficaz.
 - ✓ Y por último se determinó la fuerza transmitida a los apoyos del oscilador simple, que si la distribuimos al sistema real nos serviría para verificar al pandeo los vástagos del tren superior, que sostienen al sistema de sujeción del molde.
- En la tercera parte del escrito se desarrolló **la “Estimación de Costos del conjunto vibrador”** con la finalidad de abordar el tema desde el punto de vista del proyectista, es decir se presento una guía sencilla para la determinación de costos de un producto y luego se adoptaron algunos valores aportados por la empresa.

En pocas palabras, a nivel técnico, podemos decir que en el desarrollo de este escrito, con la estimación de costos, buscamos cerrar el ciclo de desarrollo de un producto por el cual el proyectista debe transitar.

Es decir, en un principio fue necesario hacer una investigación de mercado e introducirse en el tema, a partir de ello desarrollar una lista de prioridades traducidas en requisitos ingenieriles y en base a ello desarrollar las posibles alternativas como solución del problema.

Adoptada la mejor alternativa fue necesario desarrollar los cálculos pertinentes al caso y hacer la verificación de sus componentes como así también el análisis de su comportamiento y la exposición de los resultados alcanzados.

Quedando en última instancia la estimación de costos del producto terminado.

A “nivel personal” puedo decir que el Proyecto Integrador no solo me ha permitido **integrar los conocimientos adquiridos** a lo largo de la carrera sino que también me ha enseñado cómo se debe transitar la resolución de un problema, desde el punto de vista profesional.

En su desarrollo tuve que adquirir conocimientos nuevos como así también buscar la solución de otros, con la cooperación de colegas y de profesionales del tema, dejando como enseñanza que el desarrollo de un proyecto se lleva a cabo en forma conjunta y con el aporte de diferentes personas.

Me ha permitido entender el rol del profesional desenvolviéndose en el ámbito laboral, cuáles son sus funciones y qué tipo de vínculos comparte con las diferentes áreas de una empresa de manufactura.

Por último puedo decir que me ha hecho sentir totalmente realizado, ya que no solo pude afirmar los conocimientos adquiridos sino que también me ha dado a entender que estoy totalmente preparado para comenzar a desenvolverme como un profesional, lo cual me deja una gran satisfacción a nivel personal.

5. Bibliografía.

- Shigley y Mischke, “Diseño en Ingeniería Mecánica”, 5° Ed., McGraw-Hill, 1990.
- Faïres, “Diseño de Elementos de Máquinas”, Montaner y Simón, Barcelona, 1970.
- Robert L. Norton, “Diseño de Maquinaria”, 1° Ed., McGraw-Hill, 2000.
- Niemann, G, “Tratado teórico práctico de elementos máquinas, cálculos, diseño y construcción”, Ed. Labor, 1967.
- Mott, R. “Diseño de elementos de máquinas”, 4° Ed. México, Pearson, 2006.
- Balakumar Balachandran y Edward B. Magrab, “Vibraciones”, 3° Ed., Thomson, 2004.
- Singiresu, S Rao, “Vibraciones Mecánicas”, 5° Ed., Pearson, 2012.
- Julio C. Massa, “Compendio de Calculo Estructural año 2007”, FCEFyN (UNC) Dpto. de Estructuras.
- Julio C. Massa – Carlos A. Prato, “Dinámica Estructural”, FCEFyN (UNC) Dpto. de Estructuras, Año 2007.
- Roque Calero Pérez-José Antonio Carta González, “Fundamentos de mecanismos y máquinas para ingenieros”, 1° Ed., McGraw-Hill, 1999.
- Artobolevski I. I, “Mecanismos en la técnica Moderna”, Editorial Mir, Moscu, 1976.
- Hibbeler R.C, “Mecánica Vectorial para Ingenieros, Dinámica”, 10° Ed., Pearson Educación, México, 2004.
- Hibbeler R.C, “Mecánica Vectorial para Ingenieros, Estática”, 10° Ed., Pearson Educación, México, 2004.
- Beer, Ferdinand Pierre and Jhonston, Elwood Russell, “Mecánica vectorial para ingenieros”, Ed. Mc Graw-Hill, 1967-1970.
- SKF, Catálogo General de Selección de Rodamientos.
- AUTOCAD 2010, Software de dibujo.
- CATIA V5-R21: Software de Modelado 3D.
- MATLAB 2015: Software para resolución de problemas matemáticos.

LINKOGRAFÍA:

Máquinas Bloqueras:

<http://besser.com/>

<http://www.columbiamachine.com/>

<http://www.quadra-concrete.com/?lang=es>

<http://es.poyatos.com/>

<http://www.prensoland.com/en/concrete-machines-block-machinery>

<http://www.recomar.com.ar/>

<http://www.metalurgiacaf.com.ar/>

<http://www.hessmachinery.com/>

<http://www.zenith.de/en/>

<http://www.rometa.es/>

Resortes:

<http://repositorio.bib.upct.es/dspace/bitstream/10317/3379/1/pfc5169.pdf>

Rodamientos:

<http://www.skf.com/ar/products/bearings-units-housings/roller-bearings/spherical-roller-bearings/cylindrical-and-tapered-bore/index.html?prodid=1550502311&imperial=false>

Fuelles de Aire:

file:///C:/Users/Usuario/Downloads/Air%20Bellows_Technical%20Catalogue-ES.pdf