

Diseño de un filtro de variable de estado usando algoritmos genéticos

Mónica Lovay, Gabriela Peretti, Eduardo Romero

Grupo de Estudio en Calidad en Mecatrónica, Facultad Regional Villa María, Universidad Tecnológica Nacional,
Villa María, Argentina
gecam@frvm.utn.edu.ar

Resumen—En este trabajo, se propone evaluar la viabilidad de utilizar un algoritmo genético (AG) para efectuar el diseño de un filtro de variable de estado. El AG debe determinar los valores de los componentes pasivos (resistencias y capacitores) con el propósito de obtener una configuración de filtro que minimice las sensibilidades a las variaciones de los mismos y que además presente errores de diseño menores a un valor máximo definido. Estas especificaciones son establecidas en este caso de estudio y no pueden ser resueltas utilizando el diseño convencional. El algoritmo se ejecuta considerando que las resistencias y los capacitores pueden adoptar valores compatibles con los de las series E96 y E24, respectivamente. Los resultados obtenidos demuestran que el AG permite obtener configuraciones de filtro que satisfacen los criterios establecidos. La evaluación realizada en este trabajo se complementa con la simulación en Multisim de una de las configuraciones encontradas por el algoritmo. Esta simulación muestra que existen diferencias mínimas entre los valores obtenidos de manera analítica y los obtenidos mediante simulación.

Palabras claves—algoritmos genéticos; diseño de filtros analógicos; filtros de variable de estado; diseño evolutivo de filtros

I. INTRODUCCIÓN

Los filtros activos analógicos son circuitos ampliamente utilizados que pueden ser implementados de diferentes maneras, tales como tecnología de circuito integrado o bien con componentes discretos. Esta última opción incluye usualmente amplificadores operacionales y componentes pasivos tales como resistencias y capacitores.

La selección de los componentes discretos en un filtro es un aspecto de gran importancia, dado que de su correcta elección dependerá en gran medida el cumplimiento de las especificaciones. A los fines de realizar un diseño confiable, los valores de los componentes pasivos se escogen de las series industriales E12, E24, E48, E96 o E192. Cada una de estas series limita los valores que pueden asumir los componentes pasivos.

En el enfoque convencional de diseño de filtros activos, frecuentemente se proponen valores iguales para algunos componentes [1-3]. Si bien estas simplificaciones conducen a diseños resueltos en tiempos relativamente cortos, disminuyen los grados de libertad del diseño. Por otro lado, el proceso de diseño brinda valores que deben ser aproximados por los disponibles en las series E, lo que significa una fuente de error adicional.

Una alternativa para evitar los problemas derivados del diseño convencional consistiría en enumerar todas las posibles combinaciones de valores (pertenecientes a las series E) para las resistencias y capacitores que se encuentran en la topología del filtro y encontrar aquella que mejor satisfaga las especificaciones. Sin embargo, esta búsqueda exhaustiva no es factible en tiempos razonables debido a la gran cantidad de alternativas que presenta. En este escenario, son necesarios métodos de búsqueda inteligente que logren cumplir los objetivos en tiempos computacionales cortos.

Los algoritmos genéticos (AG) son métodos de búsqueda heurística que combinan alta eficiencia con tiempos de cómputo reducidos. Su característica principal radica en imitar el proceso de evolución natural, utilizando conceptos como la selección natural y la supervivencia del individuo mejor adaptado [4-6].

Algunos autores han propuesto la utilización de AGs para el diseño de filtros [3, 7, 8, 9]. En estos trabajos, se emplean AGs para realizar la búsqueda de los valores de componentes pasivos para que el filtro resultante cumpla con las especificaciones (dentro de cierto error de diseño). Para tal fin, se adoptan diferentes topologías y órdenes de filtro. No obstante, en estos trabajos no se direcciona el problema de selección de componentes que minimicen la sensibilidad del filtro. Esta última característica permitiría obtener configuraciones robustas frente a las variaciones debido a la tolerancia de los componentes.

En este trabajo, se estudia la viabilidad de aplicar un AG en el diseño de un filtro de variable de estado pasabajo de segundo orden, propuesto como caso de estudio. El algoritmo debe encontrar los valores de resistencias y capacitores pertenecientes a las series E que satisfagan requerimientos de diseño establecidos. La búsqueda que realiza el AG se focaliza no solamente en mantener bajo el error de diseño, sino también en tratar de encontrar una combinación de valores de componentes que minimicen la sensibilidad. Las soluciones encontradas por el AG son contrastadas mediante simulación Multisim.

II. ALGORITMO GENÉTICO

AG es una técnica de búsqueda y optimización basada en los principios de la genética y la selección natural. Este algoritmo permite que una población formada por una cierta cantidad de individuos evolucione de acuerdo a reglas especificadas, con el propósito de maximizar o minimizar una función objetivo (fitness) [4, 5, 10, 11]. La Fig. 1 muestra un

diagrama de flujo que representa las operaciones básicas realizadas por un AG.

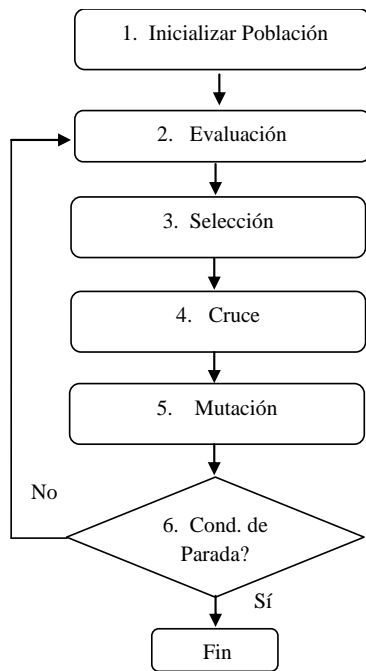


Fig. 1. Diagrama de flujo de un AG.

A continuación, se describe brevemente la funcionalidad de cada bloque del diagrama:

1) *Inicializar población*: El primer paso consiste en la generación aleatoria de la población inicial, que está constituida por un conjunto de individuos, denominados cromosomas. Cada cromosoma es una estructura de datos que representa una de las posibles soluciones del espacio de búsqueda del problema.

2) *Evaluación*: Para cada generación (iteración), los individuos de la población actual son evaluados de acuerdo a un criterio de calidad predefinido, denominado función de aptitud o fitness. Todo cromosoma posee un valor asociado de fitness que evalúa su aptitud para resolver el problema planteado.

3) *Selección*: Para generar una nueva población (la siguiente generación), los individuos son seleccionados de acuerdo a su valor de fitness: generalmente, a mayor valor del mismo, mayor es la probabilidad de que el individuo sobreviva en la siguiente generación, mientras que los individuos con menor fitness son más propensos a desaparecer.

4) *Cruce*: Los individuos seleccionados son sometidos a la acción del operador de cruce, el cual permite el intercambio de material genético entre los mismos, posibilitando la creación de nuevos individuos que reemplazan a sus padres formando la población de la siguiente generación.

5) *Mutación*: La población de individuos resultante del proceso de cruce es sometida al operador de mutación. El mismo efectúa de manera aleatoria una alteración en la

estructura de algunos cromosomas, con el propósito de evitar la pérdida de diversidad.

6) *Condición de parada*: Existen varias maneras de culminar el proceso iterativo de un AG, las mismas son: tiempo de ejecución, número de generaciones y/o alcanzar un criterio de performance. La condición de parada puede conformarse mediante la combinación de uno o más de los criterios mencionados.

III. FILTRO ACTIVO DE VARIABLE DE ESTADO

El filtro de variable de estado es también conocido como filtro KHN. Este tipo de filtro, cuyo diagrama de bloques se muestra en la Fig. 2, provee tres salidas útiles: una pasabajo, una pasalto y una pasabanda. La característica de baja sensibilidad hace que estos filtros sean muy atractivos, sobre todo en aplicaciones exigentes. Una descripción más detallada de los filtros KHN puede encontrarse en [1, 2].

En este trabajo se considera que la salida pasabajo es la salida deseada (V_{o3} , en la Fig. 2).

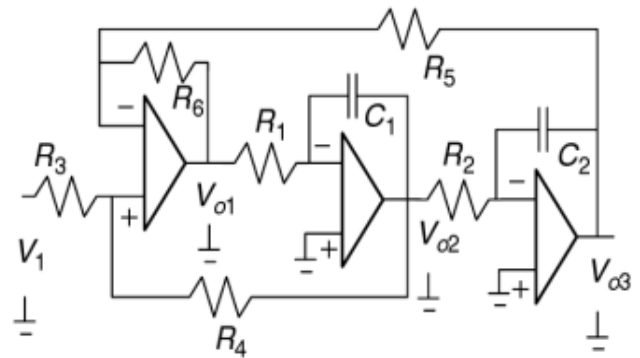


Fig. 2. Filtro KHN.

La función de transferencia de un filtro pasabajo de segundo orden es la que se muestra a continuación:

$$F(s) = \frac{K}{s^2 + Bs + Y} \quad (1)$$

Esta expresión también puede ser formulada en función de la ganancia en la banda de paso (G), la frecuencia de polo ($\omega_p = 2\pi f_p$) y el factor de calidad (Q_p), como se muestra en (2):

$$F(s) = \frac{G \omega_p^2}{s^2 + \left(\frac{\omega_p}{Q_p}\right)s + \omega_p^2} \quad (2)$$

Los valores de G , ω_p y Q_p pueden ser calculados a partir de los valores de los componentes pasivos del filtro, de acuerdo a las siguientes expresiones [2]:

$$G = \frac{1 + R_6/R_5}{1 + R_3/R_4} \frac{R_5}{R_6} \quad (3)$$

$$\omega p = \sqrt{\frac{R_6/R_5}{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad (4)$$

$$\frac{1}{Qp} = \frac{1+R_6/R_5}{1+R_4/R_3} \sqrt{\frac{R_5 R_2 C_2}{R_6 R_1 C_1}} \quad (5)$$

Como se mencionó anteriormente, la baja sensibilidad es una característica de los filtros KHN. El término sensibilidad es utilizado para expresar una medida de la variación de la performance de un filtro como resultado de cambios en los valores de sus componentes. Estas variaciones pueden ocurrir debido al envejecimiento de los mismos, tolerancias de fabricación, condiciones ambientales (temperatura), entre otros factores [1, 2]. Mientras menos sensible es un filtro a los cambios en sus componentes, más estables permanecen sus características y, por lo tanto, existen más probabilidades de que pueda permanecer dentro de sus especificaciones, independientemente de la presencia de dichos cambios. De manera general, si F es una función de varias variables, $F=f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, entonces la sensibilidad de F con respecto a x_i , está definida por:

$$S_{x_i}^F = \frac{\% \text{ cambio en } F}{\% \text{ cambio en } x_i} = \frac{\partial F/F}{\partial x_i/x_i} \quad (6)$$

Se considera que un filtro tiene baja sensibilidad cuando todas sus sensibilidades adoptan valores inferiores a la unidad [2].

Para los filtros KHN, las sensibilidades de Qp y ωp con respecto a cada uno de los componentes pasivos son:

$$S_{R_1, C_1}^{Qp} = -S_{R_2, C_2}^{Qp} = 1/2 \quad (7)$$

$$S_{R_3}^{Qp} = -S_{R_4}^{Qp} = -1/\{1 + (R_3/R_4)\} \quad (8)$$

$$S_{R_5}^{Qp} = -S_{R_6}^{Qp} = -\frac{Qp}{2} \frac{R_5 - R_6}{(1 + (R_4/R_3))} \sqrt{\frac{R_2 C_2}{R_5 R_6 R_1 C_1}} \quad (9)$$

$$S_{R_1, R_2, R_5, C_1, C_2}^{\omega p} = -S_{R_6}^{\omega p} = -(1/2) \quad (10)$$

$$S_{R_3, R_4}^{\omega p} = 0 \quad (11)$$

Es posible apreciar que en (7), (10) y (11) las sensibilidades adoptan valores fijos. Por otro lado, en (8) y (9) los valores de sensibilidad de Qp con respecto a variaciones en R_3 , R_4 , R_5 y R_6 son dependientes de los valores que posean los componentes del filtro. En consecuencia, si se desea diseñar un filtro KHN lo más robusto posible con respecto a las variaciones en los valores de sus componentes, las sensibilidades expresadas en (8) y (9) deben ser consideradas en el momento de la selección de estos valores.

En este caso de estudio, la especificación elegida para el filtro KHN que se desea diseñar es $G=3$, $\omega p=1000*2*\pi=6283.1853\text{rad/s}$ y $Qp=0.707$. A partir de estos parámetros es posible obtener la función de transferencia del

filtro, la cual presenta los siguientes valores para sus coeficientes: $K=1.1846\text{E}08$, $B=8.885\text{E}03$, $Y=3.9488\text{E}07$.

Se propone como objetivo encontrar los valores de los componentes para los cuales las sensibilidades expresadas en (8) y (9) sean mínimas, y los errores en G , ωp y Qp sean inferiores a un error máximo especificado.

IV. DISEÑO DE FILTROS USANDO AG

El AG debe encontrar los valores de los componentes pasivos del filtro (seis resistencias y dos capacitores) que permitan satisfacer los requerimientos enunciados en la sección anterior.

En la Fig. 3 se visualiza la estructura del cromosoma utilizado por el AG. Puede observarse que se emplean ocho genes, donde los seis primeros representan los valores de las resistencias del filtro y los dos restantes representan los valores de los capacitores.

R ₁	R ₂	R ₃	R ₄	R ₅	R ₆	C ₁	C ₂
----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------

Fig. 3. Estructura del cromosoma utilizado por el AG.

La asignación del valor de aptitud a cada individuo y es efectuada por el algoritmo mediante la siguiente función fitness:

$$f(y) = Sens_1(y) + Sens_2(y) \quad (12)$$

En (12), la función f es formulada teniendo en cuenta las sensibilidades expresadas en (8) y (9). En las mismas puede observarse que $S_{R_3}^{Qp} = -S_{R_4}^{Qp}$ y que $S_{R_5}^{Qp} = -S_{R_6}^{Qp}$. Por este motivo, la función fitness considera el valor absoluto de estas sensibilidades, es decir:

$$Sens_1(y) = |S_{R_3}^{Qp}(y)| = |S_{R_4}^{Qp}(y)| \quad (13)$$

$$Sens_2(y) = |S_{R_5}^{Qp}(y)| = |S_{R_6}^{Qp}(y)| \quad (14)$$

Por otro lado, se plantean como restricciones para el AG las relacionadas al error relativo en los parámetros G , ωp y Qp . Estos errores deben ser inferiores a un error máximo establecido (E_{max}). Las siguientes expresiones representan las mencionadas restricciones, las cuales deben ser respetadas por el AG:

$$Error_G(y) \leq E_{max}$$

$$Error_{Qp}(y) \leq E_{max}$$

$$Error_{\omega p}(y) \leq E_{max} \quad (15)$$

El AG se ejecuta considerando como parámetros una población de 25 individuos, probabilidad de cruce de 0.8, probabilidad de mutación de 0.01 y una cantidad máxima de generaciones de 10000. Estos valores surgen luego de efectuar reiterados experimentos con diferentes combinaciones de los

mismos, eligiendo aquella que proporciona al AG la mejor performance en cuanto a las sensibilidades consideradas y a los errores planteados en las restricciones del mismo.

Con fines demostrativos se establece un valor de 0.05 (5%) para el error máximo tolerable (E_{max}) definido en (15).

Por otro lado, se considera que las resistencias pueden adoptar valores en el rango $10^3-10^6\Omega$, de acuerdo a la serie E96. Con respecto a los capacitores el rango definido es $10^{-9}-10^{-6}F$, de acuerdo a la serie E24. Se asume que valores fuera de estos rangos conducirían a efectos negativos debido a capacidades parásitas o señales de corriente muy grandes. De esta manera, el AG dispone de 288 valores posibles para cada resistencia y 72 valores posibles para cada capacitor. El espacio de búsqueda total asciende a 2.96E18 configuraciones.

V. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Debido a que el AG realiza un proceso estocástico, los resultados pueden cambiar de acuerdo a la distribución estadística de la población inicial. Con el propósito de observar como los mismos pueden ser afectados por el establecimiento de la población inicial, se cambia la semilla en la generación aleatoria de cada corrida, efectuándose 50 corridas con los parámetros propuestos.

En las Fig. 4 y 5 se muestran, respectivamente, los valores de $Sens1$ y $Sens2$ correspondientes a la solución encontrada por el AG en cada corrida. Para $Sens1$ (que representa el valor absoluto de la sensibilidad de Qp respecto de R_3 y de Qp respecto de R_4), los valores alcanzados son considerablemente inferiores a los valores de $Sens2$ (que representa el valor absoluto de la sensibilidad de Qp respecto de R_5 y de Qp respecto de R_6). No obstante, ambos adoptan siempre valores inferiores a 0.5.

Por otro lado, en la Fig. 6 se muestra el error relativo obtenido en G , ωp y Qp para cada configuración de filtro encontrada por el AG en las 50 corridas. Es posible observar que en todos los casos los errores relativos alcanzados son inferiores al error máximo establecido ($E_{max}=5\%$).

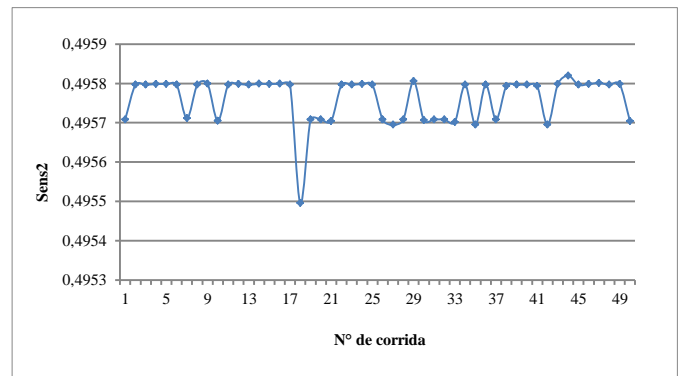


Fig. 5. Valores de $Sens2$ obtenidos en las 50 corridas.

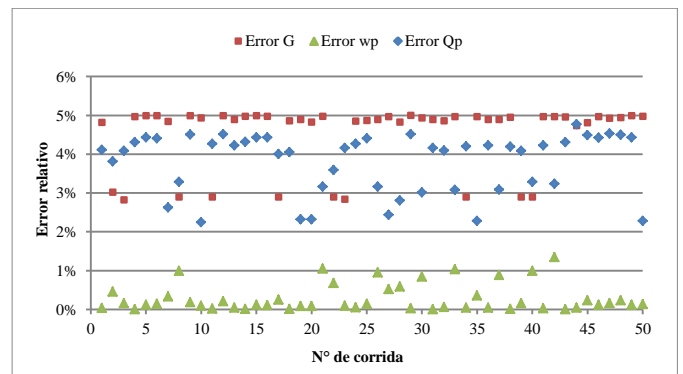


Fig. 6. Errores relativos en G , ωp y Qp .

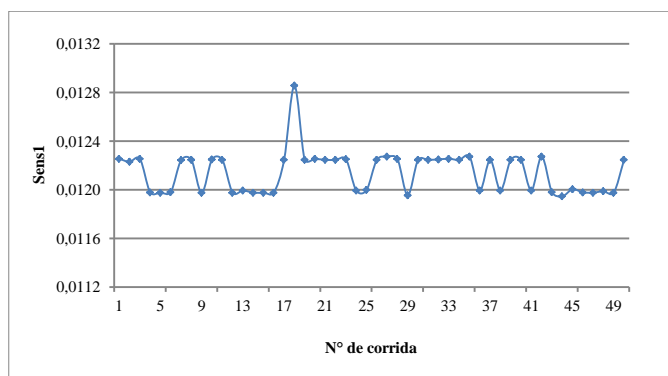


Fig. 4. Valores de $Sens1$ obtenidos por el AG en las 50 corridas.

TABLA I. CARACTERIZACIÓN DE LOS ERRORES RELATIVOS OBTENIDOS POR EL AG.

	Mediana	Mínimo	Máximo
G	4.8915%	2.8214%	4.9985%
ωp	0.1273%	0.0033%	1.3492%
Qp	4.1567%	2.2476%	4.7659%

Por otro lado, a partir de las especificaciones dadas, se utilizan las ecuaciones (1) y (2) para obtener la función de transferencia de un filtro al que denominamos filtro nominal. Este filtro cumple con las especificaciones establecidas pero no tiene en cuenta las sensibilidades, debido a que no es obtenido utilizando los valores de los componentes del mismo. No obstante, su respuesta en frecuencia puede ser utilizada para observar de manera gráfica el cumplimiento de las restricciones por parte de las soluciones encontradas por el AG. En la Fig. 7 se muestra la respuesta en frecuencia del filtro nominal y la de una de las configuraciones de filtro

alcanzadas por el AG en las 50 corridas efectuadas. En la figura es posible observar que la respuesta del filtro obtenido por el AG se acerca considerablemente a la del filtro nominal.

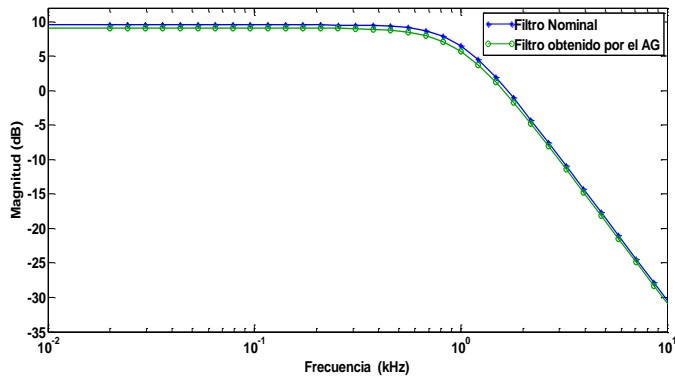


Fig. 7. Respuesta en frecuencia del filtro nominal y de uno de los filtros obtenidos por el AG.

Para complementar el análisis de las soluciones encontradas, la topología considerada en la Fig. 7 es simulada utilizando el software de simulación Multisim, el cual permite considerar entre otros aspectos los efectos de los amplificadores operacionales. En la tabla II se muestran los valores de los componentes pasivos correspondientes a la configuración de filtro seleccionada.

Estos valores son utilizados para efectuar el diseño del filtro KHN propuesto en Multisim, para lo cual se emplean además tres amplificadores operacionales del tipo TL083. En la tabla III se presenta una comparación entre los valores alcanzados para G , ωp y Qp mediante la simulación realizada y los obtenidos mediante el cálculo analítico (ecuaciones (3) a (5)). Puede apreciarse una pequeña variación entre ambos grupos de valores, siendo mayor la de ωp , donde el valor simulado es 2.2% inferior al valor calculado analíticamente.

TABLA II. VALORES DE LOS COMPONENTES PARA EL FILTRO SELECCIONADO.

Componente	Valor
R_1	3570 Ω
R_2	1020 Ω
R_3	80600 Ω
R_4	1.00E+03 Ω
R_5	2.32E+05 Ω
R_6	1.00E+03 Ω
C_1	3.00E-08 F
C_2	1.00E-09 F

TABLA III. COMPARACIÓN ENTRE VALORES OBTENIDOS PARA G , ωp Y Qp MEDIANTE SIMULACIÓN Y DE MANERA ANALÍTICA.

Método	G	ωp	Qp
Analítico	2.8554	6281.4685 rad/s	0.6782
Multisim	2.8524	6143.7734 rad/s	0.6642

Por otro lado, se muestra en la tabla IV una comparación entre los valores de sensibilidad obtenidos mediante simulación y los calculados de forma analítica (ecuaciones (7) a (11)). Es posible observar que en la mayoría de los casos los valores coinciden, mientras que en los restantes las diferencias son muy pequeñas.

TABLA IV. COMPARACIÓN ENTRE VALORES DE SENSIBILIDAD OBTENIDOS MEDIANTE SIMULACIÓN Y DE MANERA ANALÍTICA.

Sensibilidad	Cálculo analítico	Simulación en Multisim
$S_{R_1}^{\omega p}$	-0.50	-0.50
$S_{R_2}^{\omega p}$	-0.50	-0.48
$S_{R_3}^{\omega p}$	0	0
$S_{R_4}^{\omega p}$	0	0
$S_{R_5}^{\omega p}$	-0.50	-0.54
$S_{R_6}^{\omega p}$	0.50	0.50
$S_{C_1}^{\omega p}$	-0.50	-0.50
$S_{C_2}^{\omega p}$	-0.50	-0.48
$S_{R_1}^{Qp}$	0.50	0.50
$S_{R_2}^{Qp}$	-0.50	-0.50
$S_{R_3}^{Qp}$	-0.0123	-0.0125
$S_{R_4}^{Qp}$	0.0123	0.0125
$S_{R_5}^{Qp}$	-0.4957	-0.5337
$S_{R_6}^{Qp}$	0.4957	0.4966
$S_{C_1}^{Qp}$	0.50	0.50
$S_{C_2}^{Qp}$	-0.50	-0.48

VI. CONCLUSIONES

En este trabajo, se plantea la evaluación de la viabilidad de utilizar un AG en el diseño de un filtro de variable de estado pasabajo de segundo orden. El algoritmo debe determinar los valores de los componentes pasivos del filtro con el objetivo de obtener una configuración lo más robusta posible a las variaciones en los mismos, mediante la minimización de las sensibilidades. Además, debe considerarse que los errores de diseño deben ser menores a un valor máximo. Estas especificaciones son fijadas en este caso de estudio y no pueden ser resueltas utilizando el método de diseño convencional. Los resultados de simulación muestran que el AG permite obtener configuraciones de filtro que satisfacen las especificaciones. Por otro lado, la simulación del circuito más realista, utilizando el software Multisim, muestra que existen diferencias muy pequeñas entre los valores obtenidos mediante simulación y los calculados analíticamente.

REFERENCIAS

- [1] H. Dimopoulos, Analog Electronics Filters: Theory, Design and Synthesis, Springer, 2012.
- [2] R. Raut and M. N. S. Swamy, Modern Analog Filter Analysis and Design: A Practical Approach, Wiley-VCH, 2010.
- [3] R. A. Vural, T. Yildirim, T. Kadioglu and A. Basargan, "Performance evaluation of evolutionary algorithms for optimal filter design", IEEE Trans. on Evolutionary Computation, vol. 16, no.1, 2012, pp. 135-147.

- [4] El-Ghazali Talbi, *Metaheuristics From Design to Implementation*, Wiley, 2009.
- [5] X. Yu and M. Gen, *Introduction to Evolutionary Algorithms*, Springer 2010.
- [6] D. Goldberg, *Genetic Algorithm. Search, optimization and machine learning*, Addison-Wesley, 1989.
- [7] R. S. Zebulum, M. A. Pacheco and M. Vellasco, "Artificial evolution of active filters: a case study", in Proc. 1st. NASA DoD Workshop Evol. Hardware, 1999, pp. 66-75.
- [8] H. Xu and Y. Ding, "Optimizing method for analog circuit design using adaptive immune genetic algorithm", in Proc. Int. Conf. Frontier Comput. Sci. Technol., 2009, pp. 359-363.
- [9] D. H. Horrochs and M. C. Pittle, "Component value selection for active filter using genetic algorithms", in Proc. IEEE Workshop on Natural Algorithms in Signal Processing, Chelmsford, UK, vol. 1, 1993.
- [10] M. Lovay, G. Peretti, E. Romero and C. Marqués, "An adaptive amplifier system for wireless sensor network applications", *Journal of Electrical and Computer Engineering*, vol. 2012, Article ID 762927, 14 pages, 2012.
- [11] M. Lovay, G. Peretti and E. Romero, "Implementation of an adaptive filter using an Evolvable Hardware strategy", *IEEE Latin American Transactions*, vol.13, issue 4, in press.