

PRÁCTICAS Y RESIDENCIAS EN  
FORMACIÓN DOCENTE.  
MEMORIAS, EXPERIENCIAS, HORIZONTES. II

<http://revistas.unc.edu.ar/>

Narración de Experiencias

**UNA CONSTRUCCIÓN COLABORATIVA EN EL  
MARCO DE LAS PRÁCTICAS DOCENTES**

**Delgado, Erika:** erikamdelgado@gmail.com

FaMAF – UNC

**Frassa, Shirley Luz:** shirleyf\_02@hotmail.com

Instituto "Dante Alighieri", Villa Carlos Paz

**Fregona, Dilma:** fregona@famaf.unc.edu.ar

FaMAF – UNC

**Guzmán, Fernanda:** Instituto Técnico Ing. Noel J. Etchegoyen

*Palabras clave: Funciones – Gráficas – Teoría de las situaciones didácticas – Trabajo colaborativo*

## Resumen

Esta presentación surge del trabajo realizado en el marco de la materia "Metodología, Observación y Práctica de la Enseñanza" del Profesorado en Matemática de la Facultad de Matemática, Astronomía y Física de la UNC.

Se trata de que los estudiantes preparen su práctica con el acompañamiento de los profesores, tanto de los que están a cargo en la Facultad como de la institución de nivel secundario, no desde el lugar de "dócil ejecutor" sino como "responsable reflexivo", advertido de algunas de las posibles consecuencias que pueden traer las decisiones en la organización del contenido así como en la gestión de la clase. La experiencia de la práctica tiene un carácter contextualizado y personalizado, y reúne

en nuestro caso, una situación de formación inicial e introducción a la investigación en educación matemática.

La colaboración tiene el sentido de favorecer el trabajo conjunto donde reflexionamos sobre una problemática dada. En nuestro caso, organizar para dos cursos de tercer año de nivel secundario la enseñanza del tema funciones, desde una perspectiva "intuitiva". Debimos entonces preocuparnos por la colección de situaciones que corresponden a una unidad de tiempo compatible con los tiempos institucionales del nivel secundario.

La práctica se desarrolló en el segundo cuatrimestre de 2011, la fuente principal de datos está constituida por los sucesivos archivos digitales que elaboramos en forma colaborativa antes, durante y después de la práctica, por los comentarios intercambiados por correo electrónico y registros manuales de algunas observaciones de clases y reuniones con los docentes de ambas instituciones.

# Introducción

---

Esta presentación surge del trabajo realizado en el marco de la materia “Metodología, Observación y Práctica de la Enseñanza” del Profesorado en Matemática de la Facultad de Matemática, Astronomía y Física (FaMAF) de la UNC. La experiencia de la práctica tiene un carácter contextualizado y personalizado, y reúne en nuestro caso, una situación de formación inicial e introducción a la investigación en educación matemática.

Presentamos el trabajo en primera persona del plural, ya que nos referimos a la experiencia de estudiantes en práctica, acompañadas, como lo fuimos en todo el proceso, por las docentes a cargo de la materia en la Facultad y en la institución de nivel secundario.

Las perspectivas teóricas desde las cuales fundamentamos las decisiones tomadas provienen de la Teoría de las Situaciones Didácticas (Brousseau, 2007), los Diferentes Registros Semióticos (Duval, 2006) y las investigaciones relativas a la formación docente y la investigación en trabajo colaborativo (Fiorentini 2005, Desgagné 2001).

La práctica se desarrolló en el segundo cuatrimestre de 2011. La fuente principal de datos está constituida por los sucesivos archivos digitales que elaboramos en forma colaborativa antes, durante y después de la práctica, por los comentarios intercambiados por correo electrónico y registros manuales de algunas observaciones de clases y reuniones con los docentes de ambas instituciones.

A los fines de la comunicación, presentamos el trabajo en tres ejes: los dos primeros hacen referencia respectivamente a la selección de los contenidos y de las actividades. En el tercero damos cuenta de los espacios de intercambio con las docentes. Finalmente, una breve conclusión acerca de nuestra experiencia.

## Decisiones en la selección de los contenidos y sus modificaciones

En el primer encuentro realizado en el establecimiento, la profesora a cargo del curso (Ana) nos ofreció su planificación anual y dos unidades posibles a tratar: "Álgebra", que comprendía expresiones algebraicas enteras, o "Funciones". Debido a las dificultades que plantea la introducción al álgebra, Ana propuso desarrollar "Funciones" ya que consideraba que es un tema más fértil para un trabajo de práctica docente. Acordamos con esa sugerencia y asimismo Ana propuso presentar el tema de manera intuitiva ya que un desarrollo más formal<sup>1</sup> corresponde, en ese establecimiento, al programa de cuarto año.

Ana nos dio libertad en la selección de los contenidos. En su planificación figuraban los siguientes contenidos conceptuales:

- Gráfico cartesiano. Nociones básicas.
- Función. Su interpretación y manejo.
- Características globales de las funciones.
- Situaciones problemáticas con funciones.

Al comenzar a estudiar el tema encontramos que las propuestas de abordaje son muy diversas: desde presentaciones formales hasta otras más intuitivas donde se trabaja fundamentalmente con la modelización o el planteo de problemas relativos a fenómenos de variaciones. También se discute en la enseñanza la necesidad de tratar previamente los números reales y nociones de álgebra para introducir las fórmulas.

A partir del estudio de los Documentos de Buenos Aires (Sadovsky y otros, 2002); de un informe de prácticas anterior (Giménez y Yuszczuk, 2009) y de diferentes libros de texto seleccionamos, en un primer momento, los siguientes temas:

"Gráficos cartesianos y tablas: interpretación. Ejes cartesianos. Par ordenado. Producción de gráficos y tablas. Dominio e imagen. Cuándo una gráfica o tabla representa una función. Variables depen-

1. Consideramos por desarrollo formal del tema el abordaje a partir de la definición de función desde una perspectiva conjuntista, y el estudio algebraico de parámetros de funciones específicas.

diente e independiente. Características globales de las funciones: creciente/decreciente, máximos y mínimos, períodos. Fórmulas de funciones lineales (pendiente, ordenada al origen), función cuadrática y recursos informáticos, función constante y escalonada”.

Decidimos en un primer momento trabajar en ese orden gráficos y tablas mediante la manipulación del plano cartesiano. Pero luego acordamos que no era necesario abordar previamente sistema de coordenadas para trabajar con la interpretación de gráficas cartesianas. Para ello propusimos diversos problemas con el objetivo de introducir a los alumnos al estudio del comportamiento de las variables en juego y dar lugar a un análisis, sobre todo cualitativo, de los procesos que los gráficos representan. Como expresan Sadovsky y otros, “la entrada a funciones por medio de gráficos ofrece la posibilidad de tratar funciones más complejas que aquéllas a las que se podría acceder usando fórmulas, teniendo en cuenta los conocimientos de los alumnos a esta altura de la escolaridad” (p. 25).

Teníamos dudas sobre la inclusión de fórmulas de funciones lineales, por la falta de dominio algebraico de la clase. Finalmente lo tratamos en diversas situaciones puntuales, por ejemplo en el problema D, sin desarrollar aspectos como ordenada al origen y pendiente. También acordamos en no tratar los temas dominio e imagen y los relacionados a otros tipos de funciones ya que, como dijimos anteriormente, este desarrollo estaba previsto para cuarto año.

Además decidimos incorporar la escritura de narrativas<sup>2</sup> a partir de una gráfica dada. La escritura en matemática y sobre matemática promueve reflexiones sobre los objetos de estudio, ya que se pretende no solamente constatar el uso del simbolismo matemático sino también dar al estudiante la oportunidad de exponer su comprensión personal. (Lopes y Borba 1994).

La siguiente lista de contenidos fue la que efectivamente se llevó a la práctica. Dado el lugar preponderante que ocuparon las gráficas, decidimos que el título del informe presentado al final del cursado se llamara “Gráficas y funciones”.

2. En este trabajo, se entiende por narrativa a la descripción en lenguaje coloquial escrito de una situación

- Interpretación de gráficos cartesianos: interpolaciones y deducción de información relevante referida a las variables involucradas y a otras.
- Sistema de coordenadas cartesianas. Par ordenado. Ubicación de puntos en el plano.
- Interpretación de datos planteados en una tabla.
- Producción de gráficos y tablas, y producción de narrativas a partir de gráficos. Escalas. Análisis de las ventajas y desventajas de una representación con respecto a otra.
- Identificación de las variables que se relacionan y análisis de la variación de una en función de la otra.
- Características generales de las funciones: crecimiento/decrecimiento, máximos y mínimos.
- Producción e interpretación de fórmulas (lineales<sup>3</sup>).

Desde una de las teorías didácticas en la que nos basamos, nos preguntamos: ¿cómo crear condiciones para que los alumnos se encuentren con el saber?

Detzel (2005) indica que en la mayoría de los textos escolares se presentan las funciones a partir de la definición en términos de la teoría conjuntista. Primero se presentan los conjuntos, después relaciones entre conjuntos y luego las condiciones para que algunas de esas relaciones sean funciones.

En los distintos espacios de interacción discutimos la importancia de considerar el desarrollo histórico de la noción de función para elaborar una secuencia didáctica. Desde esa perspectiva mencionaremos algunos hitos de ese desarrollo.

- En la Antigüedad, cada caso concreto de dependencia entre dos cantidades no se definía con una fórmula sino por una descripción verbal o por un gráfico.
- En el siglo XIV comienza a gestarse la noción actual de función. Oresme fue el primero en usar diagramas para representar magnitud-

3. En el desarrollo de las actividades se trabajó con funciones afines, pero se adoptó el término "lineales" ya que éste es más común en la escuela secundaria.

des variables en el plano, surgiendo así una idea primitiva de lo que hoy es la representación gráfica de funciones. (Detzel y otros, 1997).

- Dos importantes avances de la matemática del siglo XVI fueron imprescindibles en la construcción de la noción: la extensión del concepto de número con la creación de los números reales e imaginarios, y la aparición del álgebra simbólica. (Detzel, 2005).
- Es recién en el siglo XVIII donde se comienza a formalizar la definición de función con la definición de cantidad variable introducida por Euler.
- Adoptando este concepto de variable Dirichlet, en el siglo XIX, propone una definición de función de manera general. (Dirichlet, cit. por Boyer, 1986, en Higuera, 1998).
- La aparición de la teoría de conjuntos, en los últimos años del siglo XIX, sirvió de base a la actual teoría de funciones. Como lo indican Lacasta y Pascual (1998): "Tras la reforma conjuntista, la consideración de la función como una aplicación relega la dependencia entre variables a la idea de que la función asigna arbitrariamente una imagen a un elemento cualquiera de un conjunto. Con ello el concepto fundamental de la función como el modelo que en ciencias caracteriza la dependencia entre magnitudes que varían, se ve postergado" (p. 109).

Recuperar aspectos de la evolución histórica en el sentido de analizar cómo varía una magnitud con respecto a otra, puede contribuir a que los estudiantes construyan el conocimiento y no lo vean como algo acabado. "No se trata de hacer que los alumnos reinventen las matemáticas que ya existen, sino de comprometerlos en un proceso de producción matemática donde la actividad que ellos desarrollen tenga el mismo sentido que el de los matemáticos que forjaron los conceptos matemáticos nuevos" (Charlot, 1986).

Esta entrada al tema por medio de gráficas y problemas permite contextualizar las nociones elementales del tema (Brousseau, 2007). Además, decidimos trabajar con diferentes registros de representación semiótica (Duval, 2006) con el fin de promover en los estudiantes una mayor comprensión de los temas abordados. Así, en la introducción al estudio de las funciones, propusimos lenguaje usual, gráficas, tablas y finalmente fórmulas. En el estudio del plano cartesiano, lenguaje usual y algebraico (al dar las coordenadas de ciertos puntos), y gráficas.

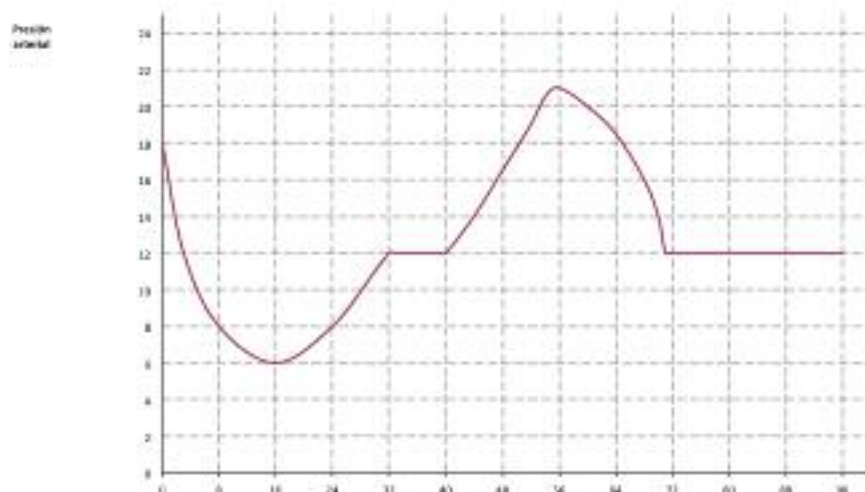
## Decisiones en la selección de actividades y sus modificaciones

Los materiales que tomamos como referentes presentaban hitos en sus secuencias, de los cuales distinguimos: interpretación de una gráfica, interpretación de una tabla, aproximación a la fórmula de funciones lineales. Estos hitos constituirían la situación de referencia sobre la cual los estudiantes por su propia iniciativa (y también nosotros durante la gestión de la clase) podrían matematizar las cuestiones buscando superar enunciados y convenciones a memorizar. Debimos preocuparnos, a partir de esos objetos que consideramos hitos, por: la colección de situaciones, es decir, los problemas que contextualizan los saberes a tratar; las condiciones creadas para que los alumnos se encuentren con esos saberes (enunciados de los problemas, consignas y organización de las clases); orden en la propuesta de tales enunciados; relaciones entre los problemas propuestos; conocimientos que se ponen en práctica y conocimientos a los cuales se apunta; las intenciones didácticas relativas a las colecciones de conocimientos; los registros escritos a promover y/o privilegiar; los conocimientos a convertir en saberes; la fabricación de instrumentos de evaluación y de niveles de logro; todo ello en una unidad de tiempo compatible con los tiempos institucionales del nivel secundario.

A continuación presentamos algunos problemas que ilustran las decisiones tomadas en torno a las preocupaciones mencionadas anteriormente.

### Problema A

A un paciente internado en un hospital le controlan la presión arterial de manera continua. El siguiente gráfico muestra la evolución de la presión arterial a partir del momento en que fue internado.





- a) ¿Durante cuánto tiempo se tomaron los datos de la presión arterial del paciente?
- b) ¿Entre qué valores osciló su presión?
- c) ¿En qué períodos el valor de la presión estuvo aumentando? ¿Cuándo fue disminuyendo? ¿En algún momento se mantuvo constante? Explicá cómo te das cuenta en el gráfico.
- d) ¿Cuál fue la máxima presión y cuándo lo alcanzó? ¿Y cuál fue la mínima? ¿A qué hora del día? Explicá cómo te das cuenta en el gráfico.
- e) ¿Cuándo la presión llegó a 8?
- f) ¿Cuál era la presión a las 33 horas de internación?
- g) ¿Cuál era la presión del paciente al finalizar el tercer día de internación?

### Problema B

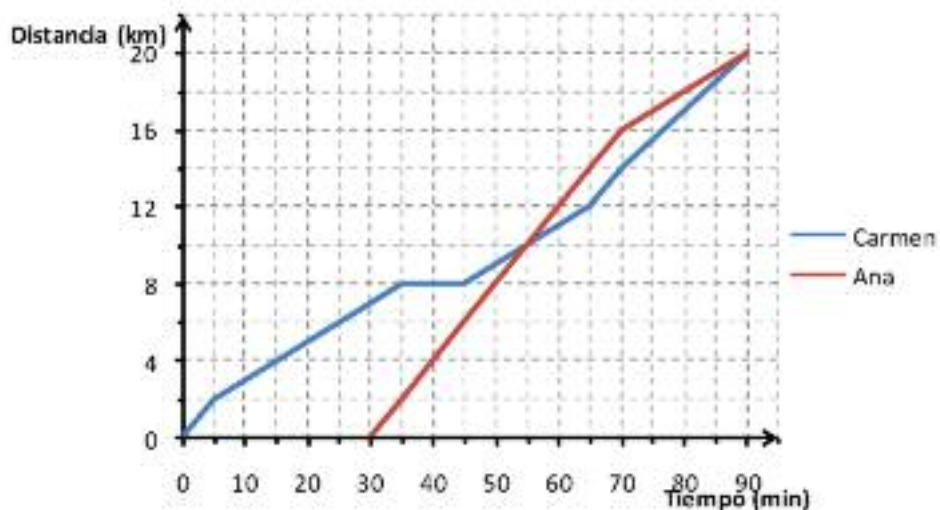
En el Observatorio Meteorológico de la ciudad de Moreno se midieron en distintos momentos del día 29 de septiembre las siguientes temperaturas:

Hora	Temperatura
0	5°
2	7°
4	7°
6	8°
8	9°
10	10°
12	13°
14	16°
16	15°
18	9°
20	5°
22	3°
24	2°

- a) ¿Cuál es la temperatura a las 10 hs? ¿Y a las 21 hs?
- b) En un cierto momento del día la temperatura era de 9°. ¿Se puede saber a partir de la tabla qué hora era?
- c) ¿En qué momentos del día la temperatura se mantuvo estable?
- d) ¿En qué momentos del día la temperatura subió y en cuáles bajó?
- e) ¿Cuál habrá sido la temperatura máxima de ese día? ¿A qué hora?

## Problema C

Ana y Carmen son ciclistas y deciden salir a entrenar, por separado, pero llegando al mismo pueblo. La siguiente gráfica ejemplifica la situación.



Usando de ayuda las siguientes preguntas realicen una narrativa que cuente la situación planteada en el gráfico:

¿A qué hora salió cada amiga? ¿En qué momento y a qué distancia del punto de salida se encontraron? ¿A qué distancia está el pueblo? ¿Alguna paró en el camino?

## Problema D

Dibujar en un plano 5 pares ordenados, de manera tal que la segunda coordenada sea el triple de la primera, aumentada en dos unidades. Escribir estos puntos en una tabla. ¿Cuántos pares ordenados cumplirán con la condición? ¿Habrá alguna escritura que permita identificar todos los pares?

## Problema E

Dibujen un triángulo en un plano con ejes cartesianos. Tomen como datos los puntos donde se encuentran ubicados dos de los tres vértices:  $\mathbf{a} = (-4;-1)$  y  $\mathbf{b} = (2;-1)$ .

- ¿Dónde habría que ubicar el vértice c para que resulte un triángulo rectángulo?
- ¿Y dónde habría que ubicar el vértice c para que resulte un triángulo isósceles?

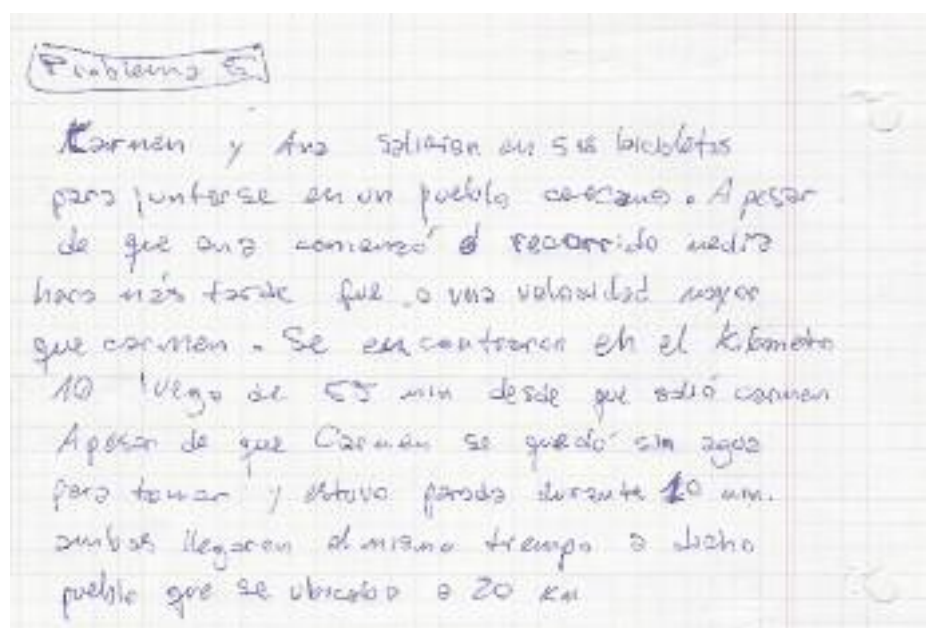
c) ¿Dónde ubicarían el vértice c para que resulte un triángulo obtusángulo, con el ángulo obtuso en el vértice a?

El problema A involucra la noción de función como relación entre variables y el inciso d) incluye una pregunta imposible de contestar a partir de este gráfico donde sólo cuentan las horas transcurridas desde el momento de la internación. Para poder responderla planteamos a los alumnos que modifiquen el enunciado del problema y en ambos cursos agregaron como dato la hora de internación del paciente.

En el problema B modificamos algunas temperaturas, incorporando valores negativos ya que los alumnos habían trabajado coordenadas negativas. Por otro lado, eliminamos las preguntas c) y d) porque no eran posibles de responder a partir de esa información. A partir de los incisos b) y e) surgió la necesidad de hacer referencia a las temperaturas alcanzadas en los momentos que no aparecen en la tabla. Se analizaron, a partir de esto, algunas ventajas y desventajas de una tabla de datos y de las representaciones gráficas, para decidir bajo qué condiciones conviene utilizar cada representación poniendo a la vista las limitaciones de cada una.

En el problema C proponemos crear una narrativa para escribir en la clase de matemática sobre matemática. Pudimos observar que en las producciones de los alumnos, algunos sólo respondieron las preguntas y otros produjeron un relato. Pero en general, vimos que hubo una buena interpretación de la situación que modeliza el gráfico.

Veamos una de las narrativas:



El problema D involucra cuatro registros diferentes: lenguaje usual, gráfico, tabla y fórmula. A partir de la expresión en lenguaje coloquial de los alumnos pudimos introducir la fórmula.

El problema E involucra un tratamiento no tradicional del plano cartesiano, donde se trabaja con subconjuntos infinitos del plano a partir de ciertas condiciones, sin tratar la completitud de los números reales.

Durante el trabajo áulico surgieron distintas respuestas para cada inciso. Analizamos la validez de cada una y propusimos contar cuántos puntos posibles había en cada caso.

## Espacios de intercambio

En el proceso de elaboración de la planificación, fueron muy importantes los espacios de interacción con las docentes en los establecimientos educativos correspondientes y vía mail. Tal como lo reflejan los ejes ya desarrollados, todas las decisiones surgieron en estos espacios.

Las reuniones en el colegio fueron propuestas por Ana a modo de intercambio de ideas, consultas, recomendaciones, propuestas y consejos sobre los temas a tratar y la gestión de la clase.

En los intercambios con las docentes de las prácticas, discutíamos sobre los contenidos a dar, principalmente el orden, los conocimientos previos, la pertinencia de algún problema o pregunta, los objetivos a tener en cuenta, etc. Además, cuando las profesoras de práctica nos acompañaban, existían espacios de intercambio con Ana y devoluciones sobre cuestiones puntuales.

## Conclusiones

En este trabajo se presentan algunas rupturas con respecto a prácticas de enseñanza habituales referidas a: la secuencia planteada, los tipos de problemas y las respuestas que admiten, la forma de trabajo como “responsables reflexivos” y en colaboración.

Esta propuesta de abordaje de las funciones a partir de gráficos y tablas permite trabajar con funciones relativamente complejas, que luego se pueden retomar cuando se los quiere tratar con recursos algebraicos. En lo inmediato recuperamos los problemas de gráficos y tablas para institucionalizar las características generales de las funciones (máximo, mínimo, crecimiento, decrecimiento), sin necesidad de introducir nuevos problemas para abordar estos conocimientos.

El trabajo colaborativo nos dio la posibilidad de aprender de nuestros pares, valorar los distintos puntos de vista y discutir posicionamientos, y si bien es un aprendizaje situado, fue muy relevante por el amplio espectro de decisiones que se deben tomar en la construcción de una secuencia didáctica para el desarrollo de una unidad.

Cada grupo de practicantes tuvo experiencias similares en sus respectivas instituciones, la socialización de esas experiencias en instancias públicas y a través de la producción escrita de los informes aporta a construir colectivamente conocimientos sobre la enseñanza de la matemática.

# BIBLIOGRAFÍA

---

Brousseau, Guy (2007): *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*, libros del Zorzal. Buenos Aires.

Charlot, Bernard (1986): *¿Qué es hacer matemáticas? La epistemología implícita en las prácticas de enseñanza de las matemáticas*, Conferencia dictada en Cannes.

Desgagné, Serge et al. (2001): *L'approche collaborative de recherche en éducation: un rapport nouveau à établir entre recherche et formation* [En red]. *Revue des Sciences de l'éducation*, 27 (1), pp: 33-64. Disponible en <http://id.erudit.org/iderudit/000305ar>

Detzel, Patricia; Ruiz, Ma. Elena, Tassara, Alicia (1997): *Informe final. Funciones: un aporte para la enseñanza de la matemática en el nivel medio*, UNCo.

Detzel, Patricia (2005): *Tesis de maestría. La noción de función: dominios de experiencias en diferentes propuestas de enseñanza*. Facultad de Ingeniería, UNCo.

Duval, Raymond (2006): "A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics". *Educational Studies in Mathematics* N° 61, pp: 103-131.

Esmenajud-Genestoux, Florence. (2000): *Fonctionnement didactique du milieu culturel et familial dans la régulation des apprentissages scolaires en mathématiques*, these, Université Bordeaux I.

Fiorentini, Darío et al. (2005). *Learning through collaboration from professionals with different knowledge*. Conferencia del 15th. ICMI Study: The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics. Brasil.

Frassa, Shirley y Guzmán, Fernanda (2011): *Trabajo Final MOPE, Gráficas y funciones*, FaMAF, UNC.

Giménez, Aníbal Darío, Yuszczuk, Gerardo (2009): *Trabajo Final Metodología y Práctica de la Enseñanza, Funciones y Funciones Lineales*, FaMAF, UNC.

Higueras, Luisa (1998). *La noción de función: Análisis epistemológico y didáctico*. Universidad de Jaén. Jaén.

Lacasta, Eduardo, Pascual, José (1998): *Las funciones en los gráficos cartesianos*. Editorial Síntesis. Madrid.

Lopes, Anemari & Borba, Marcelo (1994) *Tendências em Educação Matemática*. Roteiro n. 32. pp. 49 - 61.

*Sadovsky, Patricia et al. (2002): Actualización de Programas de Nivel Medio. Programa de Matemática*. Primer año, Gobierno de la Provincia de Buenos Aires, Disponible en [www.buenosaires.gov.ar/educación](http://www.buenosaires.gov.ar/educación).