

AERODINÁMICA Y DINÁMICA DEL VUELO DE ALAS BATIENTES

Bruno A. Roccia^{1,2}, Sergio Preidikman^{2,3}, Julio C. Massa² y Dean T. Mook⁴

¹ *Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Río Cuarto, Campus Universitario, Ruta Nacional 36 Km. 601, 5800 Río Cuarto, Argentina. Tel/Fax: 0358-4676246, broccia@ing.unrc.edu.ar, <http://www.ing.unrc.edu.ar>*

² *Departamento de Estructuras, Facultad de Ciencias Exactas Físicas y Naturales, Universidad Nacional de Córdoba, Casilla de Correo 916, 5000 Córdoba, Argentina, jmassa@efn.uncor.edu, <http://www.efn.uncor.edu>*

³ *CONICET – Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas, Av. Rivadavia 1917, Buenos Aires, Argentina*

⁴ *Department of Engineering Sciences and Mechanics, Virginia Polytechnic Institute and State Univ., Blacksburg, VA., USA*

Resumen: En este trabajo se presenta una herramienta de simulación numérica que permite estudiar la aerodinámica no-estacionaria y la dinámica no-lineal asociada al vuelo natural de insectos y aves pequeñas. El modelo aerodinámico utilizado es una versión modificada de la versión 3D del “*unsteady vortex lattice method*” (UVLM), una generalización del conocido “*vortex lattice method*”, ampliamente utilizado en flujos incompresibles y estacionarios. La dinámica asociada al insecto se modela mediante un modelo estructural multicuerpo híbrido del insecto completo (cabeza, tórax, abdomen y alas). El desarrollo del modelo está basado en la formulación de Lagrange con coordenadas generalizadas redundantes. Para lograr generalidad y versatilidad en la herramienta desarrollada, se modificó un modelo cinemático desarrollado previamente por los autores de este trabajo para incluir diferentes patrones de deformación sobre el ala (torsión, flexión y ambos efectos combinados). Las alas tienen movimientos prescritos respecto del cuerpo central, se dice que las alas son cinemáticamente conducidas. La integración numérica de todas las ecuaciones gobernantes, que son diferenciales algebraicas, es realizada simultáneamente e interactivamente en el dominio del tiempo. El esquema de integración usado acopla un método predictor corrector de cuarto orden, el método modificado de Hamming, con un procedimiento de estabilización para las ecuaciones de movimiento resultantes.

Palabras claves: *Dinámica multicuerpo, Aerodinámica no estacionaria, Alas batientes, Biología.*

1. INTRODUCCIÓN

A pesar de los grandes logros obtenidos en la última década en el diseño de micro vehículos aéreos (MAVs), los entes biológicos concebidos por la naturaleza aventajan a sus análogos mecánicos en muchos aspectos, tales como el problema del tamaño, peso y autonomía de vuelo. Estas son variables interrelacionadas y por lo tanto es extremadamente complejo, o casi imposible, maximizar o minimizar dichas cantidades en forma independiente, al menos con la tecnología que existe actualmente. Otro aspecto importante en la carrera por diseñar un MAV funcional es entender en forma definitiva los flujos a bajos números de Reynold e investigar como pueden combinarse sistemas físicos, espacial y temporalmente distribuidos, con datos biológicos experimentales para diseñar modelos dinámicos no-lineales y altamente complejos que permitan estudiar en forma integral el vuelo de insectos y aves pequeñas.

En este trabajo se aborda el estudio de la dinámica del vuelo de un insecto mediante la introducción de: *i*) un modelo aerodinámico basado en el método de red de vórtices inestacionario y no-lineal [1-2]; *ii*) un modelo cinemático que permite incluir diferentes patrones de deformación sobre el ala (flexión normal y tangencial al plano alar, torsión y ambos efectos combinados); y *iii*) un modelo dinámico no lineal para el insecto completo (cabeza, tórax, abdomen y alas) basado en la formulación de Lagrange con coordenadas generalizadas redundantes [3]. Las ecuaciones de restricción son incluidas en la formulación de las ecuaciones de movimiento utilizando multiplicadores de Lagrange. Las ecuaciones de movimiento obtenidas mediante este enfoque son del tipo diferenciales-algebraicas (DAEs) de índice 3 las cuales son transformadas en un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias (ODEs) derivando dos veces las ecuaciones de restricción respecto del tiempo.

La integración de todas las ecuaciones gobernantes resultantes se realiza en forma numérica, simultánea e interactiva en el dominio del tiempo mediante un esquema de integración predictor corrector de cuarto orden en conjunto con un procedimiento de estabilización basado en proyección de coordenadas para controlar la desviación numérica observadas típicamente en las ecuaciones de restricción como consecuencia de la reducción de índice de las DAEs [4]. Por último, se debe destacar, que el acoplamiento entre los modelos intervinientes es del tipo fuerte debido a que las cargas aerodinámicas “deforman” el conjunto de cuerpos rígidos que componen el insecto, y a su vez, esta “deformación” modifica las cargas aerodinámicas actuantes sobre las superficies alares.

2. MODELO CINEMÁTICO

Para describir el movimiento de cada ala, se utilizaron dos sistemas de referencias, *i*) un sistema de referencia inercial o Newtoniano $\mathbf{N} = \{\hat{\mathbf{n}}_1, \hat{\mathbf{n}}_2, \hat{\mathbf{n}}_3\}$, y *ii*) un sistema fijo a cada cuerpo que compone el insecto $\mathbf{B}^i = \{\hat{\mathbf{b}}_1^i, \hat{\mathbf{b}}_2^i, \hat{\mathbf{b}}_3^i\}$, $i = 1$ para el cuerpo del insecto, $i = 2$ para el ala izquierda y $i = 3$ para el ala derecha. En este trabajo se modificó un modelo cinemático desarrollado previamente [5] con el objeto de incluir patrones de deformación sobre el ala.

La orientación del ala como cuerpo rígido en cada instante de tiempo se define especificando la evolución temporal de tres ángulos: *i*) el ángulo que orienta el ala dentro del plano de batimiento, ‘*stroke position*’, $\phi(t)$; *ii*) el ángulo de desviación respecto del plano de batimiento, ‘*stroke deviation*’, $\theta(t)$; y *iii*) el ángulo de rotación respecto del eje longitudinal del ala, $\psi(t)$ [5]. Para deformar el ala de la manera deseada se define a lo largo de su eje longitudinal un elemento de viga “virtual” el cual provee el medio necesario para flexionar y torsionar el ala. El elemento de viga se considera empotrado en la raíz del ala. La flexión en dos planos perpendiculares se logra utilizando autofunciones y el efecto de la torsión es incorporado por medio de una función lineal. Una vez deformada la viga, el resto del ala se deforma acorde a este patrón mediante un esquema de transferencia de desplazamientos válido para pequeños desplazamientos y pequeñas rotaciones.

Siguiendo el procedimiento descrito en [5] y luego de manipulaciones algebraicas, el vector posición \mathbf{R}_P^i y velocidad \mathbf{V}_P^i de un punto P del ala expresados en el marco de referencia inercial \mathbf{N} se pueden escribir como:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_P^i &= \mathbf{R}_i + \mathbf{Q}_{NB^i} \mathbf{N}_i(\eta) \mathbf{p}_i(t); \text{ y} \\ \mathbf{V}_P^i &= \dot{\mathbf{R}}_i + \mathbf{Q}_{NB^i} [\bar{\boldsymbol{\omega}}_i \mathbf{N}_i(\eta) \mathbf{p}_i(t)] + \mathbf{Q}_{NB^i} \mathbf{N}_i(\eta) \dot{\mathbf{p}}_i(t), \text{ para } i = 2, 3. \end{aligned} \quad (1)$$

donde un punto sobre una variable denota primera derivada con respecto del tiempo, \mathbf{R}_i es el vector posición del origen del marco de referencia fijo a cada cuerpo (ala izquierda o derecha) \mathbf{B}^i , $\mathbf{Q}_{NB^i}: \mathbf{B}^i \rightarrow \mathbf{N}$ es un tensor de rotación que orienta el ala respecto del marco \mathbf{N} , $\mathbf{N}_i(\eta) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ es una matriz de interpolación cuyas componentes son las autofunciones que corresponden a la solución analítica de la deflexión y torsión de una viga del tipo Euler-Bernoulli con condiciones de borde empotrado-libre, $\mathbf{p}_i(t)$ es el vector de coordenadas temporal (en este trabajo se asumieron funciones armónicas para especificar cada componente de dicho vector), y $\bar{\boldsymbol{\omega}}_i$ es un tensor antisimétrico de 3×3 asociado al vector velocidad angular ${}^N \boldsymbol{\omega}_i^B$ (vector axial) cuya acción sobre un vector arbitrario \mathbf{b} es igual al producto vectorial ${}^N \boldsymbol{\omega}_i^B \times \mathbf{b}$.

3. MODELO AERODINÁMICO

El modelo aerodinámico implementado en este trabajo es una versión modificada y ampliada del método general de red de vórtices no-lineal e inestacionario (*unsteady vortex lattice method* o UVLM). Este modelo permite modelar correctamente no-linealidades aerodinámicas asociadas con grandes ángulos de ataque, deformaciones estáticas y flujos dominados por vorticidad en los que el fenómeno conocido como *vortex bursting* no ocurre. Como resultado del movimiento relativo entre el ala y el aire en reposo, se generan gradientes de velocidad que originan vorticidad concentrada en una delgada región adherida a la superficie del ala (capa límite). Esta sábana vorticiosa se separa desde el borde de fuga y la puntera del ala, y es convectada hacia el seno del fluido para formar la estela.

En el modelo utilizado se restringe toda la vorticidad del flujo a las capas límites adheridas a las alas y a sus estelas; el flujo se considera irrotacional fuera de estas dos regiones. Las estelas se representan mediante sábanas vorticiosas libres. Sus posiciones no son especificadas, pueden deformarse libremente hasta adoptar configuraciones libres de fuerzas cuando a través de las estelas no existe ningún salto de presiones. Las cargas aerodinámicas sobre las superficies sustentadoras son computadas mediante la ecuación no estacionaria de Bernoulli [1-2].

4. MODELO DINÁMICO

El insecto se modela como una colección de tres cuerpos rígidos y deformables interconectados ($n_b = 3$), el cuerpo central compuesto por la cabeza, tórax y abdomen del insecto y las dos alas. Las propiedades másicas de cada componente ‘*i*’ de este sistema multicuerpo: masa, posición del centro de masa, tensor de primer orden y tensor de segundo orden se calculan respecto de un marco de referencia fijo a cada cuerpo $\mathbf{B}_i = (\hat{\mathbf{b}}_1^i, \hat{\mathbf{b}}_2^i, \hat{\mathbf{b}}_3^i)$. A causa de la deformación prescrita sobre las alas estas propiedades a excepción de la masa son variables con el tiempo. El espacio de configuración de cada cuerpo que compone el sistema multicuerpo es especificado mediante un conjunto de seis coordenadas generalizadas absolutas $\mathbf{q}_i = (q_1, \dots, q_6)$ respecto de un marco de referencia inercial, \mathbf{N} , (3 coordenadas para definir la posición de un punto fijo al cuerpo, y 3 coordenadas para definir su orientación). Se tienen 18 coordenadas generalizadas ($6n_b = 18$).

Sin embargo, las coordenadas anteriormente descriptas no son independientes ya que están relacionadas mediante las ecuaciones de restricción que tienen su origen en el movimiento prescrito que tienen las alas respecto del cuerpo central (las alas son cinemáticamente conducidas). Esas restricciones se dividen en dos clases: *i*) de posición, las cuales especifican el punto de unión entre el cuerpo central y las alas, y *ii*) de orientación que especifican la orientación de las alas respecto del cuerpo central. Este hecho introduce un total de doce ecuaciones de restricción ($n_c = 12$), lo cual produce un total de seis grados de libertad para el sistema ($n_{\text{DOF}} = 6n_b - n_c = 6$).

Las cargas generalizadas asociadas con el conjunto de coordenadas generalizadas absolutas son calculadas mediante el principio de los trabajos virtuales. Se tienen fuerzas de naturalezas diferentes: *i*) las fuerzas que provienen de la aerodinámica (no conservativas), y *ii*) las fuerzas debidas a la acción del campo gravitacional terrestre (conservativas).

Siguiendo la metodología propuesta por Shabana [3] la ecuación de movimiento para el cuerpo *i* es:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_i \ddot{\mathbf{q}}_i + \mathfrak{M}_i \dot{\mathbf{p}}_i + \mathbf{B}_{\mathbf{q}_i}^T \boldsymbol{\lambda}_i &= (\mathbf{Q}_i^{nc})^T + (\mathbf{Q}_i^c)^T + \mathbf{Q}_i^v + \mathbf{Q}_i^h \\ \boldsymbol{\Phi}_i(\mathbf{q}_i; t) &= \mathbf{0}, \end{aligned} \quad (2)$$

donde $\ddot{\mathbf{q}}_i$ es el vector de aceleraciones generalizadas, \mathbf{M}_i es una matriz simétrica y al menos definida positiva que contiene las propiedades de inercia generalizadas del cuerpo *i* (algunas veces puede ser degenerada, es decir, semi positiva definida), \mathfrak{M}_i tiene en cuenta el acoplamiento entre los movimientos de cuerpo rígido y las deformaciones prescritas, $\dot{\mathbf{p}}_i$ es el vector de aceleraciones asociado a las coordenadas temporales que rigen la variación de la deformación sobre las alas, $\mathbf{B}_{\mathbf{q}_i}$ es la matriz jacobiana de $6 \times 6n_b$ asociada el vector de restricción $\boldsymbol{\Phi}_i(\mathbf{q}_i; t)$, $\boldsymbol{\lambda}_i$ es el vector de multiplicadores de Lagrange, \mathbf{Q}_i^{nc} es el vector de cargas generalizadas asociadas al vector \mathbf{q}_i que tiene en cuenta el aporte de las fuerzas aerodinámicas, \mathbf{Q}_i^c es el vector de cargas generalizadas asociadas al vector \mathbf{q}_i que tiene en cuenta las fuerzas generadas por la acción del campo gravitacional terrestre, \mathbf{Q}_i^v es un vector cuadrático en las velocidades que surge de derivar una parte de la energía cinética respecto del tiempo y de las coordenadas generalizadas \mathbf{q}_i , y \mathbf{Q}_i^h es un vector que surge de derivar la porción restante de la energía cinética que contiene términos que dependen de la coordenada temporal $\mathbf{p}(t)$ y de sus derivadas $\dot{\mathbf{p}}(t)$ con respecto al tiempo y a las coordenadas generalizadas $\mathbf{q}_i(t)$. Este término es originado por la imposición de deformaciones sobre las alas.

Finalmente, las ecuaciones de movimiento para el sistema total se obtienen ensamblando las ecuaciones de movimiento para cada cuerpo *i* expuestas en la ecuación (2). El lector puede consultar una descripción detallada del modelo dinámico utilizado en este trabajo en la Ref. [6].

5. SIMULACIONES NUMÉRICAS

El enfoque utilizado en este trabajo para resolver el sistema de DAEs de índice 3 consiste en derivar las ecuaciones de restricción dos veces con respecto al tiempo, obteniendo de esta manera un sistema de ODEs. Sin embargo, este procedimiento puede presentar inestabilidades como consecuencia del acumulamiento de errores de redondeo producidos durante el proceso de integración numérica, este hecho se ve reflejado en la violación de las ecuaciones de restricción; por lo tanto es necesario utilizar un procedimiento de estabilización. El esquema de integración está basado en el método predictor corrector de cuarto orden desarrollado por Hamming [1]. Una vez que la solución en cada paso de tiempo es computada, se la proyecta sobre la variedad definida como la combinación de la variedad de restricción de la posición y de la velocidad (*S-both*) [7].

Los datos del ejemplo numérico llevado a cabo en esta sección son: *i*) frecuencia de batimiento $n_f = 210$ Hz; *ii*) longitud del ala del insecto $R = 2.5$ mm; *iii*) área del ala $S = 2.21$ mm²; y *iv*) discretización espacial de la malla aerodinámica adherida al insecto de 1773 paneles. A su vez se utilizó la cinemática real de una mosca de la fruta reportada por Bos *et al.* [8] en vuelo estacionario (*hover*) para prescribir el movimiento del ala respecto del cuerpo central, y un patrón de deformación que consiste de una deformación por torsión con un giro máximo en la puntera del ala de 10°. Se utilizaron funciones sinusoidales para especificar el vector de coordenadas temporales $\mathbf{p}(t)$.

En la figura 1a se muestra la evolución temporal de las coordenadas cartesianas del centro de masa del cuerpo central (en rojo el desplazamiento vertical, en azul el desplazamiento lateral y en negro el desplazamiento longitudinal). Se observa una pequeña elevación del insecto y un pequeño desplazamiento del insecto hacia atrás, mientras que el desplazamiento lateral es nulo debido a que la configuración de vuelo adoptada es simétrica.

En la figura 1b se muestra la carga aerodinámica generada sobre las superficies sustentadoras durante un ciclo de batimiento. Allí se compara la fuerza de sustentación correspondiente al ala con deformación prescrita con el valor obtenido en el caso de un modelo de ala rígida (sin deformaciones) observándose efectivamente un aumento neto en la sustentación. Se observa que el ángulo de torsión contribuye principalmente a aumentar o disminuir el ángulo de ataque efectivo del ala afectando directamente la producción de fuerzas aerodinámicas.

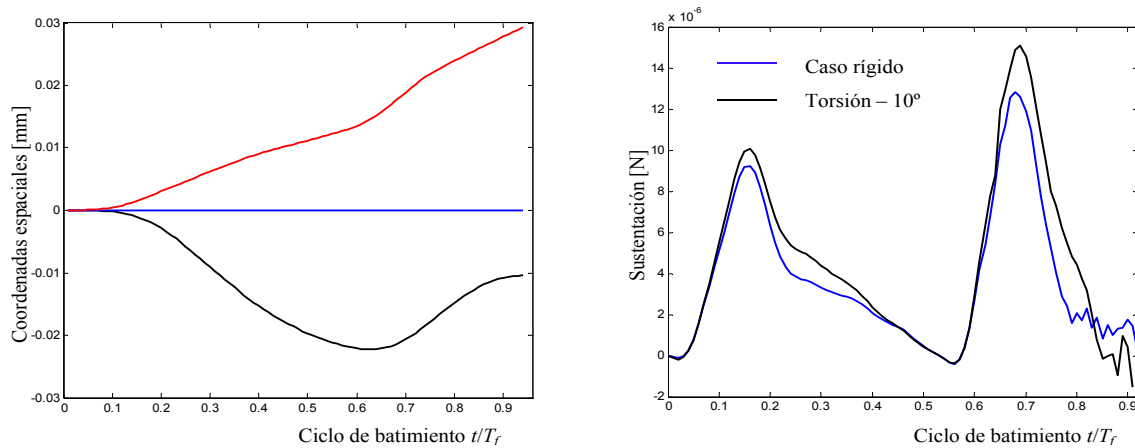


Figura 1: a) Evolución temporal de las coordenadas del centro de masa del insecto, b) Fuerza de sustentación

Por razones de espacio en la figura 1a se exponen los resultados concernientes solamente al caso de ala deformable. Por otro lado, es importante destacar que el método de post-estabilización utilizado funcionó en forma excelente, siendo la desviación numérica más grande del orden de 10^{-9} y ocurre en las restricciones de orientación de las alas, donde existe un movimiento prescrito.

6. CONCLUSIONES

Se desarrolló una herramienta numérica que permite estudiar la dinámica del vuelo de insectos y aves pequeñas. Para ello se utilizó: *i*) un modelo cinemático que permite incluir diferentes patrones de deformación sobre el ala; *ii*) un modelo aerodinámico que usa el método de red de vórtices no lineal y no estacionario; y *iii*) un modelo dinámico derivado mediante en un enfoque energético basado en las ecuaciones de Lagrange para sistemas con restricciones.

El modelo dinámico tiene en cuenta el aporte de los efectos inerciales de las alas sobre el cuerpo del insecto, efecto que ha sido despreciado por la mayoría de las publicaciones encontradas en la literatura.

La integración numérica de las ecuaciones dinámicas se realizó con éxito por medio de una técnica modificada propuesta en este trabajo que consiste en el método predictor-corrector de cuarto orden de Hamming acoplado con un procedimiento de post-estabilización basado en la proyección de coordenadas.

Los resultados del caso de estudio presentado muestran que la deformación por torsión tiene una importancia crucial en el vuelo con alas batientes ya que se observa un aumento significativo en la fuerza de sustentación a través de todo el ciclo de aleteo. Actualmente se está llevando a cabo un análisis integral de la influencia de la deformación del ala sobre la producción de fuerzas aerodinámicas mediante un estudio paramétrico que involucra: *i*) diferentes ángulos de fases entre cada uno de los mecanismos de deformación y el movimiento del ala, y *ii*) diferentes combinaciones entre los mecanismos de deformación adoptados.

REFERENCIAS

- [1] S. PREIDIKMAN, *Numerical simulations of interactions among aerodynamics, structural dynamics, and control systems*. Ph.D. Tesis, Department of Engineering Science and Mechanics, Virginia Tech, 1998.
- [2] B.A. ROCCIA, S. PREIDIKMAN AND J.C. MASSA, *Aerodinámica inestacionaria y no lineal de micro vehículos aéreos de alas batientes inspirados en la biología*, Revista Iberoam. de Ing. Mecánica, Vol. 16 (2012), pp. 03-18.
- [3] A.A. SHABANA, *Computational dynamics*, John Wiley & Sons Ltd., United Kingdom, 2010.
- [4] U.M. ASCHER AND L.R. PETZOLD, *Computer methods for ordinary differential equations and differential-algebraic equations*, SIAM, Philadelphia, 1997.
- [5] B.A. ROCCIA, S. PREIDIKMAN, J.C. MASSA AND D.T. MOOK, *Development of a kinematical model to study the aerodynamics of flapping-wings*, International Journal of Micro Air Vehicles, Vol. 3, no. 2 (2011), pp. 61-88.
- [6] B.A. ROCCIA, S. PREIDIKMAN, C.G., GEBHARDT AND J.C. MASSA, *Dynamics of micro-air-vehicles with flapping wings: A multibody system approach*, IEEE Latin America Transactions. En prensa, 2012.
- [7] U.M. ASCHER, H. CHIN, L.R. PETZOLD AND S. REICH, *Stabilization of constrained mechanical systems with DAEs and invariant manifolds*, Journal of Mech. Struct. Machines, Vol. 23 (1995), pp. 135-158.
- [8] F.M. BOS, D. LENTINK, B.W. VAN OUDHEUSDEN AND H. BIJL, *Numerical study of kinematic wing models of hovering insect flight*, 45th AIAA Aerospace Sciences Meeting, (2007), pp. 1-18.